

$$W(\alpha, x, \xi) \Rightarrow \max$$

## ***Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)***

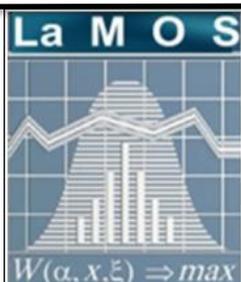
**Revue Spécialisée de Mathématiques et Applications**

*Compte rendu des séances  
2010-2011*



*Laszlo Lakatos, Université de Budapest*

**Sous la direction de Pr. Djamil Aïssani et Dr. Kamal Kabyl**



Publication et Edition

LaMOS Research Unit  
University of Béjaïa

<http://www.lamos.org>

Volume 10  
Béjaïa 2011

ISSN : 1112-9433



# SÉMINAIRE MATHÉMATIQUE DE BÉJAÏA

*Compte rendu des séances 2010-2011.*

**Séminaire Mathématique de Béjaïa.**

**Responsable :** *M<sup>r</sup>* KABYL KAMAL.

**Adresse :** Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes.  
Université de Béjaïa, Route Targa Ouzamour, 06000 (Algérie).  
Tel/Fax : (213) 34 21 51 88.  
E-mail : lamos \_ Bejaia@hotmail.com

©Publications du Laboratoire LAMOS, 2011.

Tous droits de traduction, de reproduction  
et d'adaptation réservés pour tous les pays.

---

# Table des matières

---

## partie I Méthodes Cybernétiques et Optimisation

---

<b>1 Comportement coopératif des agents dans un jeu multicritère</b>	
<i>Arezki FERHAT</i> .....	3

---

## partie II Systèmes avec Rappel et Réseaux

---

<b>2 La couche MAC avec contraintes d'énergie dans réseaux de capteurs sans fil.</b>	
<i>Samra Boulfekhar</i> .....	7
<b>3 Les approches cross-layer dans les réseaux de capteurs</b>	
<i>Samira Yessad</i> .....	11
<b>4 Plongement optimal d'arbres binaires équilibrés dans l'hypercube</b>	
<i>Kamal KABYL and Abdelhafid BERRACHEDI</i> .....	15
<b>5 Modélisation analytique du protocole IEEE 802.11 mode Ad Hoc Avec qualité de service</b>	
<i>Zahia AZIZOU</i> .....	19
<b>Références</b> .....	23
<b>6 Proposition et validation formelle d'un mécanisme d'accès au médium pour les réseaux de capteurs sans fil</b>	
<i>Mouloud ATMANI</i> .....	25
<b>7 Clusterisation avec équilibrage de charge et routage à basse consommation d'énergie dans les RCSFs</b>	
<i>Nadjet KHOULALENE</i> .....	27
<b>8 Un algorithme de la diffusion atomique dans un système distribué</b>	
<i>Rebouh Nadjette</i> .....	33

---

**partie III Processus Aléatoires et Applications**

---

**9 Inégalité de stabilité forte dans un modèle de risque classique modifié**  
*Zina BENOUARET et Djamil AÏSSANI* ..... 37

---

**partie IV Contrôle Statistique de la Qualité**

---

**10 La stabilité du système  $GI/M/\infty(FCFS, \infty)$**   
*Mouloud CHERFAOUI, Djamil AISSANI and Smaïl ADJABI* ..... 45

**11 Approche Bayésienne dans l'estimation de la densité de probabilité  
 par la méthode du noyau**  
*Nabil Zougab et Smail Adjabi* ..... 51

---

**partie V Index des Auteurs**

---

**Index** ..... 57

**Index** ..... 57

Première partie

---

Méthodes Cybernétiques et Optimisation



# Comportement coopératif des agents dans un jeu multicritère

Arezki FERHAT

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes LAMOS  
Université de Béjaïa 06000, Algérie.  
email : arezki.ferhat@gmail.com

La théorie des jeux multicritères introduite pour la première fois par Blackwell [1] dans les années 50, comme une généralisation des jeux monocritères, forme une partie substantielle de la théorie de l'aide à la décision. Son évolution a été motivée par un besoin de modèles à objectifs multiples dans le domaine de la prise de décision. Par la suite, Shapley [10] (1959) a introduit le concept de point d'équilibre dans un jeu à fonctions de gains vectorielles.

Le concept d'équilibre de Nash est basé sur le principe que les joueurs ne considèrent que l'effet des changements de stratégie unilatéraux en décidant si oui ou non ils pourraient améliorer leurs gains.

La coopération fait que les coalitions de joueurs sont loties de plus de pouvoir pour réaliser le bien-être de leurs membres que s'ils agissaient individuellement. C'est dans cet ordre d'idées que l'équilibre fort a été introduit. L'équilibre fort, défini pour les jeux sous forme normale, empêche la formation de coalition une fois mis en place, d'où son intérêt dans cette étude.

Cependant, l'étude de la formation de coalitions est plus pratique en introduisant la fonction à utilité transférable dite fonction caractéristique. Dans le travail exposé dans ce séminaire, nous avons donné une généralisation de la valeur de Shapley au cas d'un jeu coopératif multicritère sous forme caractéristique et nous avons montré que la valeur de Shapley est l'unique règle d'allocation vérifiant certaines propriétés vérifiées par la valeur dans le cas d'un jeu coopératif monocritère sous forme caractéristique.

## Références

1. Blackwell, D. : *An Analog of the Minimax Theorem for Vector Payoffs*. Pacific Journal of Mathematics, **6** No 1, 1-8, (1956).
2. Borm P. E. and Tijs S. T. : Strategic claim games corresponding to an NTU-game. Game and Econ Behav **4** :58-71
3. Dutta B., van den Nouweland A., Tijs S. : Link formation in cooperative situations. Discussion Paper 9535, CentER for Economic Research, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands (1995)
4. Hart S., Kurz M. : Endogenous formation of coalitions. Econometrica (1983) **51** :1047-1064

5. Meca Matrtínez A., Sánchez-Sorino J. , García-Jurando I. et Tijis S. : Strong equilibria in claim games corresponding to convex games. *International Journal of Game Theory* (1998) 27 : 211-217
6. Myerson R. : Graphs and cooperation in games. *Math Oper Res* 2 :225-229
7. Newman von J. and Morgenstern O. : *Theory of games and economic behaviour*, Univrsity Press, Princeton, New Jersey (1944).
8. Owen G. : Values of games with priori unions. In : Henn R, Moeschlin O (eds) *Essays in mathematical economics and game theory*, Springer Verlag, pp. 76-88
9. Shapley L.S. : A value for  $n$ -person games, *Annals of mathematics studies* 28, 307-317 (1953)
10. Shapley L.S. : Equilibrium points in games with vector payoffs, *Naval Research Logistics Quarterly* 6, 5761, (1959)
11. Shapley L.S. : Cores of convex games, *International Journal of Game Theory* 1, 11-26 (1971).

## Deuxième partie

---

### Systemes avec Rappel et Réseaux



## La couche MAC avec contraintes d'énergie dans réseaux de capteurs sans fil.

Samra Boulfekhar

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 21 51 88 email : [samra.boulfekhar@gmail.com](mailto:samra.boulfekhar@gmail.com)

Plusieurs protocoles MAC pour les réseaux de capteurs sans fil ont été proposés, et de nombreux états de l'art et introductions aux protocoles MAC sont disponibles dans la littérature (par exemple [1, 2, 3]). Nous nous concentrons principalement sur les questions de gestion d'énergie plutôt que sur les méthodes d'accès au canal. La plupart d'entre eux mettent en œuvre un régime avec un faible duty-cycle pour gérer la consommation d'énergie. Dans ce résumé, nous allons présenter un nouveau protocole MAC : SRI-MAC (pour Synchronous Receiver Initiated-MAC). Ce protocole est dédié aux applications (dans les réseaux de capteurs) orientées requêtes, d'où la communication est initiée par le récepteur. L'idée de notre protocole SRI-MAC a été inspirée du protocole RI-MAC [4]. Néanmoins, SRI-MAC assure une certaine synchronisation entre les différents nœuds. La notion de la synchronisation peut être réalisée par différentes méthodes. En effet, avec l'idée de coordonner les actions des nœuds apparaît le problème de synchronisation.

Même si des méthodes de synchronisation sur horloge globale comme le GPS sont possibles, elles sont coûteuses, et une synchronisation des horloges internes est parfois préférable. Ces horloges ne sont toutefois pas parfaites et les nœuds subissent forcément une dérive [5]. La re-synchronisation simple par message de synchronisation est peu précise car il ne prend pas en compte les temps de propagation. Une idée est de diffuser un tel message de synchronisation puis de comparer les instants de réception entre récepteurs [5]. D'autre part, d'autres nœuds peuvent écouter les échanges de tels messages entre deux autres nœuds pour se synchroniser sans avoir à émettre de messages de synchronisation propres [6].

Pour SRI-MAC, la synchronisation est assurée par le récepteur, grâce à un message de synchronisation. Ce dernier permet d'informer chaque nœud par le début et la fin de sa période d'activité et de sommeil. Les nœuds ne sont pas synchronisés périodiquement par un paquet de contrôle comme dans S-MAC [9] et T-MAC [10]. Les périodes dans SRI-MAC sont à chaque fois définies par un nouveau nœud, qui est l'initiateur de la période d'information.

L'objectif principal de notre travail est de concevoir un protocole MAC qui permet de conserver de l'énergie et d'augmenter la durée de vie du réseau. Cela sera atteint en garantissant un maximum de pourcentage de mise en veille des nœuds. Le pourcentage de

mise en veille mesure la fraction de temps qu'un nœud passe dans le mode en veille sur le total d'une trame de temps. En effet, le nombre de nœuds actifs à un instant donné influence beaucoup la fréquence des interférences. L'augmentation du nombre de nœuds actifs dans un réseau engendre la surcharge du réseau. Celle-ci augmente le nombre de collisions, le nombre de paquets perdus et le nombre de retransmissions résultantes.

SRI-MAC permettra de réduire le nombre de nœuds actifs dans le réseau à un instant donné afin d'augmenter la charge utile du réseau et d'épargner de l'énergie. Cet objectif permettra de :

- Mieux conserver l'énergie des nœuds du réseau puisque même en périodes de veille, un nœud peut provoquer des interférences dans son voisinage à cause des paquets de contrôle qu'il échange. Un nœud est obligé de recevoir, traiter et répondre à des messages qui peuvent être inutiles ou redondants selon le nombre de nœuds voisins (messages en diffusion, routage, maintenance de routes . . .). Rendre inactif un nœud pendant certaines périodes permettra d'allonger sa durée de vie.
- Diminuer les interférences, les collisions et les pertes de paquets résultantes. Le nombre de nœuds actifs dans un réseau est un facteur qui intervient pour la charge utile du réseau. Diminuer le nombre de nœuds du réseau, si la densité des nœuds le permet, permettra de diminuer le taux de perte des paquets.

SRI-MAC divise la trame de temps en trois périodes, la période d'information, la période de réservation et la période de transmission. La structure d'une trame SRI-MAC est montrée dans la figure 1. Au début les nœuds ne sont pas organisés en périodes, et une fois un nœud gagne le canal (le récepteur) pour la transmission d'un Beacon, il initie une période d'information. Dans la période de réservation, ce récepteur insère dans le paquet CTS un scheduling qui contient la durée de sommeil de chaque nœud, et le début et la fin de chacune.

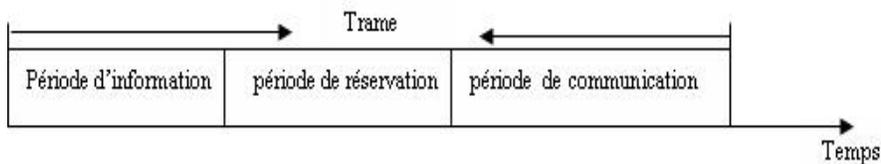


FIGURE 2.1. La trame SRI-MAC.

Nous présentons dans ce qui suit le principe de notre protocole SRI-MAC, en détaillant ses trois phases : phase d'information, phase de réservation, phase de communication.

### 2.0.1 Phase d'information

La Figure 2 donne une idée générale sur les opérations de notre protocole SRI-MAC, dans lequel la transmission des données est initialisée par le récepteur. Ce dernier exploite une synchronisation précise pour se dispenser de surveiller en permanence l'occupation du

médium.

Dans cette période, quand un nœud veut recevoir des données (nœud récepteur), il sollicite les nœuds désirants le contacter en envoyant un beacon.

### 2.0.2 Phase de réservation

Dans SRI-MAC, nous voulons qu'un nœud récepteur puisse terminer sa réception avant de relâcher le canal.

Pendant la période de réservation, les nœuds intéressés envoient leurs RTS au nœud récepteur (voir la Figure 2), chaque paquet RTS contenant l'adresse émetteur, la taille de la donnée à envoyer et l'adresse du nœud récepteur.

Puis, le récepteur envoie un paquet CTS aux nœuds émetteurs.

Ce CTS contient un tableau d'enregistrement, chaque enregistrement regroupe, l'adresse du nœud émetteur, le début de sa date d'envoi et la durée d'envoi (l'acquittement de la donnée y compris).

### 2.0.3 Phase de communication

Les nœuds sont en sommeil la plupart du temps, et ils se réveillent à intervalles réguliers comme illustré sur la Figure 2.

## Références

1. I. F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, and E. I. Cayirci. "A survey on sensor networks". IEEE Communications, pp. 393- 422, 2002.
2. I. Demirkol and C. Ersoy and F. Alagöz. "MAC Protocols For Wireless Sensor Networks : A survey". IEEE Communications Magazine, pp. 115-121, 2006.
3. K. Langendoen. "Medium access control in wireless sensor networks". Nova Science Publishers, pp. 535-560, 2008.
4. Y. Sun and O. Gurewitz and D-B. Johnson. "RI-MAC : A Receiver-Initiated Asynchronous Duty Cycle MAC Protocol for Dynamic Traffic Loads in Wireless Sensor Networks". Proceedings of the International Conference on Embedded Networked Sensor Systems, 2008.
5. F. Sivrikaya and B. Yener. "Time synchronization in sensor networks : a survey". IEEE Network, 2004.
6. Q. Ye and Y. Zhang and L. Cheng. "A study on the optimal time synchronization accuracy in wireless sensor networks". Computer Networks, pp. 549-566, 2005.
7. M. Ali and A. Böhm and M. Jonsson. "Wireless sensor networks for surveillance applications - A comparative survey of MAC protocols". In Proceedings of the 4th International Conference on Wireless and Mobile Communications (ICWMC '08), pp.399-403, 2008.
8. S. Kumar and V. S. Raghavan and J Deng. "Medium Access Control Protocols for Ad-hoc Wireless Networks : A Survey". Elsevier, pp. 326-358, 2006.
9. Wei Ye, J.Heidemann and D. Estrin. "An Energy-Efficient MAC Protocol for Wireless Sensor Networks". IEEE INFOCOM, New York, Vol. 2, pp. 1567-1576, 2002.
10. Tijs van Dam, Koen Langendoen. "An Adaptive Energy Efficient MAC Protocol for Wireless Networks". in Proceedings of the First ACM Conference on Embedded Networked Sensor Systems, 2003.



## Les approches cross-layer dans les réseaux de capteurs

Samira Yessad

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 21 51 88

Cross Layer design est apparu comme un nouveau domaine de recherche dans les RCSFs. Le principe de base de Cross Layer design est de rendre l'information disponible à tous les niveaux de la pile des protocoles. C'est-à-dire, il permet la définition des protocoles ou de mécanismes qui ne respectent pas l'isolation des couches du modèle OSI.

Le principe de base du concept Cross Layer est de permettre l'échange d'informations entre les couches adjacentes et non adjacentes afin d'améliorer les performances de transmission. Cet échange d'informations peut être mis en œuvre suivant différents schémas. Parmi toutes les architectures Cross Layer proposées dans la littérature, deux modèles de communication peuvent être distingués : La communication directe entre les couches et une base de données partagée entre les couches.

La Communication directe entre les couches : C'est le modèle le plus utilisé par les architectures Cross Layer. Il permet à une couche d'accéder directement aux paramètres et aux variables d'une autre couche sans passer par un intermédiaire.

La communication via une base de données partagée : Plusieurs architectures Cross Layer proposent l'utilisation d'une base de données partagée afin de stocker et de récupérer des paramètres. Celle-ci est accessible par toutes les couches qui peuvent, ainsi, s'informer de l'état des autres couches ou récupérer des paramètres de configuration nécessaire à leur fonctionnement interne. La base de données est considérée comme une nouvelle couche en parallèle à toutes les autres.

Dans la littérature, plusieurs techniques Cross Layer ont été proposées pour améliorer les performances des transmissions sans fil. Au début, ces mécanismes étaient limités à l'interaction entre la couche physique et la couche liaison de données. De plus, les mécanismes proposés étaient indépendants et visaient l'amélioration d'une imperfection précise. Par la suite, nous avons assisté à l'apparition de plusieurs travaux proposant des interactions avec les couches supérieures et aussi à l'apparition d'architectures Cross Layer qui tentent de faire collaborer plusieurs couches, prenant en charge plusieurs paramètres, pour une optimisation globale. Trois différentes approches Cross Layer existent :

L'approche ascendante (Bottom-up) : Les couches supérieures optimisent leurs mécanismes en fonctions des paramètres (conditions) des couches inférieures.

L'approche descendante (Top-down) : Les couches supérieures décident des paramètres de configuration des couches inférieures. Ou bien, les couches inférieures considèrent certaines spécificités du niveau applicatif pour exécuter leurs traitements.

L'approche mixte (Integrated) : Cette approche exploite les deux approches précédentes dans une même architecture afin de trouver la meilleure configuration inter-couches pour un fonctionnement optimal du système.

La durée de vie des RCSFs dépend fortement de pas mal de paramètres qui peuvent être considérés essentiellement soit dans les protocoles MAC ou les protocoles de routage. Pour cela, plusieurs protocoles de routage et MAC, adressant les problèmes de limitation liés à la consommation des ressources énergétiques, ont été proposés dans la littérature. L'expérience acquise par des études analytiques et des travaux expérimentaux dans les réseaux de capteurs ont révélé d'importantes interactions entre les différentes couches de la pile protocolaire. Ces interactions sont particulièrement importantes pour la conception des protocoles de communication pour les réseaux de capteurs.

Interactions entre la couche Physique et Transport : Les solutions se basent sur l'optimisation de la puissance de l'émission d'un nœud capteur et le contrôle de la congestion. Trouver une puissance d'émission de tel sorte qu'il ne créera pas des interférences ou la congestion de réseau.

Interactions entre la couche Réseau et Physique : L'augmentation de la puissance de transmission peut améliorer la capacité d'un lien, mais peut aussi dégrader la capacité de l'ensemble du réseau en raison de l'augmentation des interférences. La plus part des solutions se base sur la qualité du canal (lien de routage) pour assurer le bon cheminement en diminuant le temps de latence et le nombre de saut et bien sûr la consommation d'énergie.

Interactions entre la couche Physique et MAC : En plus des caractéristiques du canal sans fil et la radio, les circuits, le contenu de l'information qui sera envoyé par le nœud capteur est également important dans la conception de MAC. Le contenu de ces informations est étroitement lié à des propriétés physiques. La qualité de liaison fournie par la couche Mac, dépend de la puissance de transmission.

Interactions entre la couche Réseau et MAC : Le prochain saut est choisi par rapport au voisinage. Les retards de paquets et/ou la faiblesse de la bande passante peuvent être évités en forçant la couche réseau à modifier ses décisions. La modification des décisions de routage prévues influence les performances de la couche MAC.

Interactions entre la couche Réseau et Application : La couche application définit le délai de tolérance, c'est-à-dire le RCSF ne tolère aucun retard de transmission ou un retard qui ne dépasse pas le temps prédéfini. L'interaction entre la couche Application et Réseau peut gérer ce problème en définissant la tolérance de retard à la couche Réseau qui peut agir en conséquence, gardant en vue par exemple la capacité de batterie (pile) restante ou un autre paramètre potentiel.

En conclusion, nous présentons dans ce qui suit quelque approches cross-layer proposées pour les réseaux de capteur sans fil :

Primoz Skraba, Hamid Aghajan, and Ahmad Bahai : La démarche combine entre le protocole Mac et le routage, tel que le résultat assure l'efficacité énergétique en réduisant l'overhead. La décision de routage est prise par le récepteur et non par l'expéditeur. A

chaque fois que l'émetteur diffuse un RTS à ses voisins contenant son emplacement et celui de la destination, chaque voisin calcule son optimalité et la transforme en délai, le voisin le plus optimal répond par CTS en premier à son émetteur.

Xiaodong Wang, Jun Yin, Qi Zhang, and Dharma P. Agrawal (2005) : Une approche permettant l'interaction entre les couches réseau, MAC et physique. Cette méthode consiste à obtenir un moyen d'inondation efficace pour les réseaux de capteurs sans fil tout en assurant une bonne performance dans l'accessibilité, une efficacité énergétique, une réduction de la retransmission et des redondances. Le récepteur le plus éloigné qui a le droit de retransmettre. Et pour cela ils ont classifié les nœuds en  $N$  classes selon la puissance du signal reçu. Ils ont démontré que ce modèle assure une meilleure couverture de réseau et diminue le nombre de collisions. Ce régime ne peut pas empêcher les collisions des paquets des nœuds de la même classe surtout si le réseau est dense où le nombre de nœuds de la même classe est important et par conséquent, la probabilité de collision augmente.

Changsu Suh, Young-Bae Ko, and Dong-Min Son (2006) : Le protocole nommé MAC-CROSS minimise le nombre de nœuds qui sont censés être réveillés à la fin d'une communication entre deux nœuds pour éviter les pertes d'énergie causées par le passage des nœuds du mode actif en mode inactif et vice versa. L'idée est qu'un sous groupe de nœuds qui ont leur NAV (Network Allocation Vector) expiré et qui se situent dans le chemin de routage entre source/destination se réveillent. Entre temps, tous le reste des nœuds qui n'appartiennent pas au chemin de routage peuvent rester en mode sommeil avant le début du prochain cycle. Le routage utilisé est par saut tel que le prochain saut est le nœud le plus proche de sink.

Bouabdellah KECHAR, Ahmed LOUAZANI, Larbi SEKHRI, Mohamed Faycal KHELFI (2008) : Le protocole CL-MAC (Cross Layer Medium Access Control) inspiré du protocole MAC-CROSS. La fonction principale de CL-MAC est la même que celle de MAC-CROSS, c'est à dire réveiller seulement les nœuds appartenant au chemin de routage de la source jusqu'à la station de base (Sink), tandis que les autres nœuds seront maintenus aussi longtemps que possible dans le mode veille. En comparaison à MAC-CROSS, l'apport des auteurs réside dans le fait que le nombre de nœuds qui restent en veille est plus important, tout en utilisant le même type de routage.

Shujuan Liu, Yuebin Bai, Mo Sha, Qingyuan Deng, Depei Qian(2008) : Le protocole CLEEP (Cross Layer Energy-Efficient Protocol) qui opère sur les couches physiques, Mac et réseau. En exploitant la couche physique, chaque nœud calcule la puissance de transmission minimale nécessaire pour établir un lien avec ses voisins, qui sera sauvegardée dans une table. Ensuite, ils ont construit le chemin optimal en utilisant la puissance de transmission comme métrique. Enfin, la couche MAC détermine les nœuds qui vont rester en mode veille et ceux qui vont être réveillés car ils seront sollicités, en utilisant les informations de routage.



# Plongement optimal d'arbres binaires équilibrés dans l'hypercube

Kamal KABYL and Abdelhafid BERRACHEDI

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
 Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
 Tél. (213) 34 21 51 88 email : k.kabyle2009@gmail.com

**Résumé** L'hypercube étant une structure dont la topologie est utilisée en informatique et en combinatoire, il est fondamentale de déterminer quels sont les graphes et particulièrement les arbres qui sont plongeables dans l'hypercube. Ce problème est toujours ouvert et on ne connaît que des résultats partiels pour certaines familles d'arbres. Dans ce papier nous avons introduit deux classes d'arbres binaires équilibrés vérifiant la conjecture de Havel à savoir : Tout arbre binaire équilibré ayant  $2^n$  sommets est plongeable dans l'hypercube de dimension  $n$

**Mots-clés** : Hypercube, Plongement, Graphes, Arbres, Isomorphisme

## 4.1 Introduction

Un plongement de  $G(V, E)$  dans l'hypercube est défini par la donnée d'une application injective  $\varphi$  de l'ensemble des sommets de  $G$  dans l'ensemble des sommets de  $Q_n$ , et d'une application  $P_\varphi$  de l'ensemble des arêtes de  $G$  dans l'ensemble des arêtes de  $Q_n$ , qui associe à chaque arête  $uv$  de  $G$  une arête  $\varphi(u)\varphi(v)$  dans  $Q_n$ . Une classe importante à étudier est celle des arbres dans l'hypercube. Cette importance résulte de l'utilisation de ces arbres dans plusieurs domaines, à savoir : informatique, sciences sociales, recherche opérationnelle, optimisation combinatoire, théorie des réseaux électriques... et l'utilisation pratique de l'hypercube en théorie des codes, transfert de l'information, architecture parallèle, décision multicritère, réseaux d'interconnexion etc. Un graphe  $G = (V, E)$  est dit cubique s'il est plongeable dans  $Q_n$  pour un certain  $n$ . Firsov[7] a remarqué que les arbres sont des graphes cubiques. Le problème consiste à trouver la plus petite dimension de l'hypercube dans lequel un arbre donné  $G$  est plongeable. On définit dans ce papier trois nouvelles classes pour lesquelles la dimension cubique est déterminée. Pour un graphe  $G(V(G), E(G))$ ,  $V(G)$  et  $E(G)$  désignent respectivement l'ensemble des sommets et l'ensemble des arêtes.

Un hypercube de dimension  $n$ , noté  $Q_n$ , est le graphe dont l'ensemble des sommets sont les  $n$ -uplets binaires et deux sommets sont adjacents si et seulement s'ils diffèrent en une seule coordonnée. L'hypercube  $Q_n$  est un graphe biparti équilibré,  $n$ -régulier ayant  $2^n$  sommets et  $n \times 2^{n-1}$  arêtes. La  $Cn$ -valuation aux cas des arbres est donnée comme suit : Un arbre  $T$  est  $Cn$ -valué si les arêtes de  $T$  sont marquées par les entiers de l'ensemble  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  de sorte que pour toute chaîne  $P$  de  $T$ , il existe un entier  $K \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$  pour lequel un nombre impair d'arêtes de  $P$  sont marquées par  $K$ . Havel et Moravek [6] ont montré

qu'un graphe  $G$  est plongeable dans  $Q_n$  si et seulement s'il existe une  $Cn$ -valuation de  $G$ . Le résultat suivant est donné par Havel et Liebl [6] : Soit  $T$  un arbre binaire d'ordre  $2^n$  avec  $n \geq 3$ . Si  $T$  est équilibré et possède deux sommets de degré 3 alors  $T$  est plongeable dans  $Q_n$ . Havel [6] et Nebesky [12] ont étudié le plongement des arbres binaires complets :  $D_n, \hat{D}_n, \check{D}_n$  et  $\tilde{D}_n$  définis comme suit :

1.  $D_n$  est le graphe défini inductivement comme suit : Pour  $n = 1$ ,  $D_1 = K_{1,2}$  est un graphe biparti complet. Pour  $n \geq 2$ ,  $D_n$  est obtenu à partir de deux copies disjointes  $T_1, T_2$  de  $D_{n-1}$  et d'un nouveau sommet  $u$ , tel que  $u$  est relié par une arête à un sommet de degré 2 de  $T_1$  et par une autre arête à un sommet de degré 2 de  $T_2$ .  $D_n$  Possède  $2^n$  sommets pendants,  $(2^n - 2)$  sommets de degré 3 et un seul sommet de degré 2 appelé racine de  $D_n$ .  $\dim(D_1) = 2$  et pour tout  $n \geq 2$   $\dim(D_n) = n + 2$ .
2. Pour  $n \geq 1$ , l'arbre  $\hat{D}_n$  l'arbre formé à partir de deux copies disjointes de  $D_n$ , tel que leurs racines sont reliées par une arête appelée arête axiale.  $\hat{D}_n$  a  $(2^{n+2} - 2)$  sommets. Pour tout  $n \geq 1$ ,  $\dim(\hat{D}_n) = n + 2$ .
3. Soit  $n \geq 1$ . On désigne par  $\hat{D}_n$ , l'arbre formé à partir de  $\hat{D}_n$  en insérant deux nouveaux sommets au niveau de l'arête axiale et la chaîne obtenue à partir de l'arête axiale sera appelée chaîne axiale de  $\hat{D}_n$ . L'arbre  $\check{D}_n$  peut être défini à partir de  $\hat{D}_n$  en insérant deux nouveaux sommets de degré 2 au niveau d'une arête pendante de  $\hat{D}_n$ . Il est clair que  $\check{D}_n$  et  $\hat{D}_n$  possèdent le même nombre de sommets.  $\hat{D}_n$  possède deux sommets de degré 2,  $2^{n+1}$  sommets pendants et  $(2^{n+1} - 2)$  sommets de degré 3. Pour tout  $n \geq 1$ ,  $\dim(\check{D}_n) = \dim(\hat{D}_n) = n + 2$ .

## 4.2 Nouvelles classes d'arbres équilibrés plongeable dans l'hypercube

### 4.2.1 Classe $AD_n$

Pour  $n \geq k \geq 1$ , l'arbre  $AD_n^k$  est obtenu à partir de l'arbre  $\hat{D}_n$  en insérant un nouveau sommet au niveau d'une arête à distance  $k$  de la racine dans la copie de  $D_n$  et un autre nouveau sommet au niveau d'une arête à distance  $k$  de la racine dans l'autre copie de  $D_n$ . Il est claire que  $AD_n^k$  est équilibrés et possède  $2^{n+2}$  sommets.  $AD_n^1, AD_n^2$  et  $AD_n^n$  sont montrés dans la figure suivante :

**Theorem 1.** *Pour tout  $n \geq k \geq 1$ , l'arbre  $AD_n^k$  est plongeable dans  $Q_{n+2}$ .*

### 4.2.2 La classe $A\hat{D}_n^k$

Pour  $n \geq k \geq 0$ , l'arbre  $A\hat{D}_n^k$  est obtenu à partir de l'arbre binaire  $\hat{D}_n$  en insérant deux nouveaux sommets au niveau de la  $k^{\text{ieme}}$  arête à partir de la racine dans une copie de  $D_n$

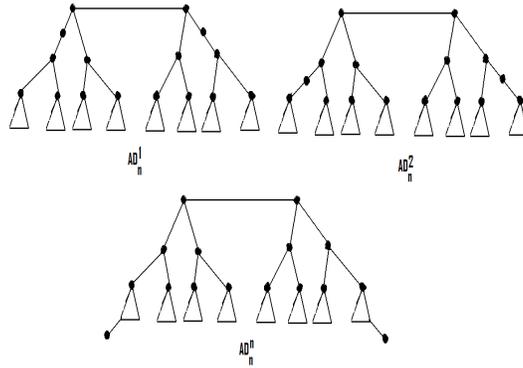


FIGURE 4.1.

dans  $\widehat{D}_n$ .  $\widehat{AD}_n^1$ ,  $\widehat{AD}_n^2$  et  $\widehat{AD}_n^n$  sont donnée dans la figure suivante :

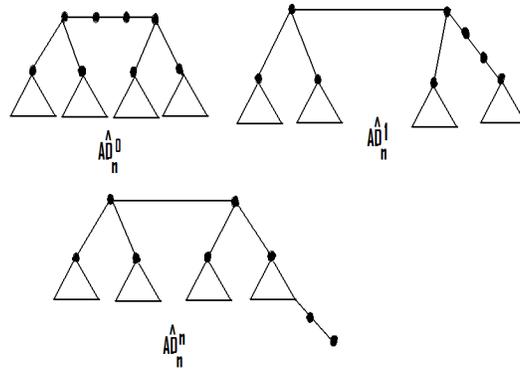


FIGURE 4.2.

**Theorem 2.** *Pour tout  $n \geq k \geq 0$ , l'arbre  $\widehat{AD}_n^k$  est plongeable dans  $Q_{n+2}$ .*

**Remarque 4.1** *La  $C_{n+2}$  valuation de l'arbre  $\check{D}_n$  présenté par Nebesky figure comme cas particulier dans notre résultat. Il est donné par l'arbre  $AD_n^K$ , avec  $k = n$*

### Références

1. Arfati, J. Papadimitriou, C.H. and Papageorgiou, P. : The complexity of cubical graphs. proceedings of 11 th international Kolloquium on automata , languages and programming. (1984) 51-57.
2. Bezrukov, S. and Monien, B. Unger, W. and Wechsung, G. : Embedding ladders and caterpillars into hypercube. discrete applied mathematics , **83** (1992) 21-29.
3. Corneil, D.G. and Wagner, A. : Embedding trees in a hypercube is NP- complet. siam j. comput **19** (1990),570-590

4. Havel, I. : On hamiltonian circuits and spanning trees of hypercubes. Cas prest. Mat **109** (1984) 135-152.
5. I. Havel, P. Liebl : Embedding the polytomic tree into the n-cube. Cas. pěst. mat. 98 (1973), 307-314.
6. Havel, I. and Moravek, J. :  $B$ -valuation of graphs . Czech- Math .jour ., **22** (1972),338-351.
7. Firsov, V. : On isometric embeddings of graph into a boolean cube. cyber - netics 1, (1965) 112-113.
8. Harary, F. Lewinter, M. and Widolski, W. : On two legged caterpillars which span a hypercube. Congr. Numer. **66** (1988) 103-108.
9. Kabyl, k. : Dimension cubique de deux nouvelles classes d'arbres. Actes du Colloque Cusi'05, Colloque sur L'optimisation et les Systèmes d'Information. Université de Béjaia.
10. kobeissi, M. and Mollard, M . : Spanning graphs of hypercubes starlike and double starlike trees. Accepté à discrete Math.
11. Labord, J.M. and Rao hebbbar, S.P. : Another characterisation of hypercube . discrete Math., **39** , (1982) 161-166.
12. Nebesky, L. : Embedding  $m$ -quasistars into n-cubes. C zechoslovak mathematical, journal, praha,38 (113),1988.
13. Nekri, M. and Berrachedi, A. : Two new classes of Trees Embeddable into hypercubes. RAIRO Oper. Res., **38**, (2004) 295–303.

# Modélisation analytique du protocole IEEE 802.11 mode Ad Hoc Avec qualité de service

Zahia AZIZOU

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 21 51 88 email : [zahia.azizou1@gmail.com](mailto:zahia.azizou1@gmail.com)

## 5.1 Introduction

Fournir une qualité de service (QoS) au sein de la norme IEEE 802.11 mode Ad Hoc est l'une des principales problématiques de recherche dans le domaine [1] [2] et [3]. Donc, l'évaluation des performances de cette norme s'avère indispensable pour les réseaux Ad Hoc. Dans ce travail, nous proposons un modèle analytique qui prend en compte le paramètre de différenciation de service ainsi que le paramètre de la fragmentation garantissant une certaine qualité de service. Le modèle, utilisant une chaîne de Markov à deux dimensions, est développé sous les conditions de saturation. Nous avons utilisé la formule de Pollaczek-Khinchine pour calculer les métriques de performances : le débit et le délai d'accès pour chaque catégorie.

## 5.2 Le protocole DCF avec qualité de service et fragmentation

Ce protocole est basé sur le mécanisme CSMA/CA. Cet algorithme distribué est exécuté localement sur chaque station afin de déterminer les périodes d'accès au médium. Avant chaque émission, la station désirant émettre écoute le support. S'il est libre pendant une certaine durée AIFS, la transmission est possible, une procédure de Backoff est déclenchée. Un mécanisme de la fragmentation est ajouté à DCF afin de réduire le taux de la collision. Ce mécanisme consiste à diviser une trame MAC en un ensemble de fragments. Les fragments d'une même trame sont envoyés et acquittés séparément d'une manière séquentielle et seul une durée SIFS sépare deux séquences Fragment/ACK afin de permettre à l'émetteur de ne libérer le canal qu'une fois l'envoi de tous ses fragments terminés. Dans le cas où un ACK n'est pas reçu, l'émetteur libère le canal et essaie d'y accéder à nouveau. Pour offrir une qualité de service, un système de priorité est ajouté pour la gestion de l'accès au support de transmission grâce à deux paramètres la fenêtre de contention et l'AIFS.

## 5.3 Description du modèle

### 5.3.1 Description de la chaîne de Markov

Chaque station est modélisée comme un système d'attente à temps discret M/G/1. Le service est modélisé par une chaîne de Markov à temps discret (DTMC) bidimensionnel  $\{a(t), b(t)\}$ , tel que  $a(t)$  et  $b(t)$  sont des processus stochastiques qui représentent l'étage de Backoff et le compteur du Backoff respectivement pour une station donnée à un instant donné. Chaque état de station est décrit par  $(j,k)$ , tel que  $j$  représente l'étage du Backoff et  $k$  représente le délai de Backoff. Il prend des valeurs dans l'intervalle  $[0 \dots W_{i,j}-1]$ , tel que  $W_{i,j}$  est la taille de la fenêtre de contention à l'étage  $j$  du processus de Backoff qui définit comme suit :

$$W_{i,j} = \begin{cases} 2^j W_{i,0} & j \leq m_i \\ 2_i^{m'} W_{i,0} & x \in [m_i + 1, m_i] \end{cases}$$

Les valeurs de  $m_i$  et  $m_i'$  dépendent de la catégorie du paquet (Voix, vidéo, best effort ou background).

### 5.3.2 La probabilité de transmission d'un paquet

L'analyse de cette chaîne, nous a permis d'obtenir la formule du taux de transmission  $\tau_i$ , qui est un paramètre indispensable pour déterminer les expressions des métriques de performances.

*Probabilité pour qu'une catégorie  $i$  accède au canal*

$\tau_i$  est la probabilité qu'une station essaye d'accéder par l'intermédiaire de l'une de ses quatre ACs. Ce qui veut dire qu'au moins une de ses quatre ACs essaie d'accéder au canal. Ceci se traduit analytiquement par l'équation suivante :

$$\tau_i = \frac{1 - P_i^{m_i}}{1 - P_i} \pi_{i,0,0}$$

$P_i$  : Probabilité qu'un paquet soit retransmis.

$\pi_{i,0,0}$  : 'état de la chaîne de Markov quand  $j=0$  et  $k=0$  pour un paquet de la catégorie  $i$ .

*Probabilité pour qu'une station accède au canal*

$\tau$  est la probabilité qu'une station essaye d'accéder par l'intermédiaire de l'une de ses quatre ACs. Ce qui veut dire qu'au moins une de ses quatre ACs essaie d'accéder au canal. Ceci se traduit analytiquement par l'équation suivante :

$$\tau = 1 - \prod_{i=0}^3 (1 - \tau_i)$$

*Collision interne*

La probabilité de collision interne vue par une AC[i] est la probabilité qu'au moins une des ACWs de priorité supérieure essaie d'accéder au canal au même instant, donc :

$$P_{c,int,i} = 1 - \prod_{j=0}^{i-1} (1 - \tau_j)$$

*Collision externe*

La probabilité d'une collision externe vue par une station est la probabilité qu'au moins une des autres (N-1) stations active accède au canal au même instant. N étant le nombre total de stations actives dans le réseau, donc

$$P_{c,ext,i} = 1 - (1 - \tau)^{N-1}$$

Donc, une AC[i] ne sera pas collisionner si et seulement si aucune autre AC de priorité supérieure et aucune des autres (N-1) stations n'est en état de tentative d'accès au canal au même instant. D'où finalement la valeur de la probabilité de collision vue par une AC[i] est donnée par l'équation :

$$P_i = 1 - (1 - \tau)^{N-1} \prod_{j=0}^{i-1} (1 - \tau_j)$$

*Probabilité d'atteindre la fin d'un paquet*

Elle est donnée par l'équation suivante :

$$P_f = \frac{F}{E[P]}$$

tel que

F : est la taille d'un fragment.

E[p] : est la taille de la charge utile d'un message.

*Probabilité d'occupation du canal par une station*

La probabilité d'occupation est la probabilité d'avoir au moins une des (N-1) stations actives accède au canal au même instant et il est défini comme suit :

$$P_b = 1 - (1 - \tau)^{N-1}$$

**5.3.3 Le débit atteignable par AC[i]**

Le débit est défini par le rapport de la quantité de données utiles transmises par l'AC[i] sur l'intervalle de temps entre deux transmissions successives, donc

$$S_i = \frac{P_{tr} P_{i,succ} T^{E[p]}}{\sigma(1 - P_b) + P_{tr} \sum_{i=0}^3 P_{i,succ} T^{x_{i,succ}} + P_{tr}(1 - \sum_{i=0}^3 P_{i,succ}) T^{x_{i,col}}}$$

$P_{i,succ}$  : est la probabilité qu'il y a une transmission réussie sur le réseau, donc

$$P_{i,succ} = \frac{N\tau_i(1-\tau)^{N-1} \prod_{j=0}^{i-1}(1-\tau_j)}{1-(1-\tau)^N}$$

$P_{tr}$  : la probabilité qu'il y'ait au moins une transmission sur le réseau dans un slot donné, donc

$$P_{tr} = 1 - (1 - \tau)^N$$

$T_{i,succ}^x$  et  $T_{i,col}^x$  sont les durées de temps pendant laquelle le canal est occupé par une transmission réussie et échouée respectivement pour un paquet de catégorie  $i$  dans les deux cas fragmentation et sans fragmentation.

$P_{idle}$  : est la probabilité que le canal est libre et son expression est comme suit :

$$P_{idle} = 1 - P_b$$

### 5.3.4 Temps moyen de réponse

Selon la formule de Pollaczek-Khinchine pour M/G/1, nous obtenons le temps moyen de réponse qui est la somme du temps moyen d'attente dans la file et le temps moyen de transmission et son expression est comme suit :

$$T_i = E(S) + \frac{\lambda E(S^2)}{2(1 - \lambda_i E(S))}$$

$E(S)$  : est la deuxième formule de Pollaczek-Khintchine.

### 5.3.5 Simulation et analyse des performances

Pour pouvoir évaluer notre modèle, nous avons calculé analytiquement les probabilités de tous les états de cette chaîne de Markov ainsi que les probabilités de transition. Tout ceci est réalisé de façon à refléter correctement le fonctionnement d'EDCA. Au final, le développement des équations de notre modèle montre que la fragmentation améliore les performances du réseau et constitue une solution très efficace pour réduire le taux de collision.

Le modèle a aboutit à un système non-linéaire de trois équations à trois inconnues que nous avons résolu numériquement en utilisant un logiciel Mathcad. Pour le calcul des métriques de QoS dans le cas de saturation, nous avons utilisé la formule de valeur moyenne de Pollaczek-Khinchine débit et délai d'accès. Ce ci constitue l'un des avantages essentiels de notre modèle analytique. Car ceci veut dire que le calcul des métriques de performance peut se faire à la volée après la résolution numérique du système. Pour valider notre modèle, nous avons comparé les résultats numériques par rapport aux résultats obtenus par simulation dans le même contexte.

Dans notre simulation, nous avons considéré un réseau constitué d'un nombre variable de stations sans fil distribuées de façon uniforme sur une surface carrée de  $100 \times 100 \text{ m}^2$ . Ce

réseau représente un réseau Ad Hoc d'un seul saut ; chaque émetteur a quatre files d'attente et chaque file d'attente est spécifié à une catégorie (voix, vidéo, Best effort, Background). Chaque émetteur envoie des paquets de données à un récepteur unique. Tous les paquets sont envoyés en utilisant le mécanisme EDCF.

Les simulations ont été réalisées avec un flux exponentiel qui transmet des paquets avec un taux élevé afin de forcer les stations pour être dans un état de saturation.

Les métriques que nous avons jugées intéressantes à étudier sont le délai et le débit pour chaque catégorie d'accès. Les résultats de simulation obtenus, montrent la supériorité qu'apporte notre modèle ainsi que sa capacité à estimer correctement le débit et le délai d'accès dans le cas de saturation de chaque AC, ainsi que sa bonne prise en compte du mécanisme de la fragmentation. Nous avons montré que la fragmentation améliore les performances du réseau et constitue une solution très efficace pour réduire le taux de collision.

## 5.4 Conclusion

Ce travail présenté s'est focalisé sur la proposition d'un modèle analytique en utilisant des chaînes de Markov afin de maîtriser la gestion du trafic tout en garantissant la Qualité de Service (QoS) dans les réseaux qui consiste à privilégier certaines informations par rapport à d'autres, en offrant des services différenciés en fonction des exigences des applications. Et pour réduire le taux de collision, notre modèle a pris en compte le paramètre de la fragmentation proposé dans [4]. Le protocole proposé fournit une garantie pour les application multimédias et les résultats analytiques et de simulation montrent une amélioration qu'apporte notre modèle ainsi que sa capacité à estimer correctement le débit et le délai d'accès pour chaque AC.

## Références

1. D. CHEN, D. GU, and J. ZBANG. Supporting real-time traffic with qos in iee 802.11e based home networks. *in CCNC, Las Vegas*, pages 205–209, 2004.
2. D. HE and C. Q. SHEN. Simulation study of iee 802.11e edcf. *In VTC-spring, Jeju Island, Korea*, pages 685–689, 2003.
3. I. TINNIRELLO, G. BIANCHI, and L. SCALIA. Performance evaluation of differentiated access mechanisms effectiveness in 802.11 networks. *in Globecom, Dallas, Texas*, pages 3007–3011, 2004.
4. Y. Xi, J.B. WE, Z.W. ZHUANG, and B.S KIM. Performance evaluation, improvement and channel adaptive strategy for iee 802.11 fragmentation mechanism. *Proceedings of the 11th IEEE Symposium on Computers and Communications*, 2006.



## Proposition et validation formelle d'un mécanisme d'accès au médium pour les réseaux de capteurs sans fil

Mouloud ATMANI

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 21 51 88 email : [gnu.atmani@gmail.com](mailto:gnu.atmani@gmail.com)

Les domaines de la médecine, agriculture, transport, militaire ne sont pas épargnés par les avantages des réseaux de capteurs sans fil (Wireless Sensor Network); les réseaux de capteurs sans fil ont été classés parmi les 21 technologies les plus importantes du 21ème siècle [1] grâce à leur intérêt dans lesdits domaines jugés très importants dans la vie humaine. Quant à la recherche scientifique dans cette technologie, elle propose des techniques d'application des WSN dans le monde pratique et des mécanismes pour augmenter ses performances tout en prenant en considération les limites des composants (capteurs) qui constituent lesdits réseaux.

Dans le contexte de ce séminaire, j'ai fait une introduction sur les WSN, puis, j'ai abordé le problème majeur lié aux réseaux de capteurs sans fil qui est le problème d'énergie dû à la miniaturisation des nœuds capteurs qui a engendré leur faible autonomie. Le gaspillage d'énergie qui est dû généralement à l'opération de communication des capteurs. beaucoup de travaux de recherche et des standards (IEEE 802.15.4) ont été proposés pour minimiser la consommation d'énergie dans les différentes couches selon le modèle de référence OSI; à savoir la couche Physique, la sous couche MAC ou la couche Réseau.

Nous avons cerné les différentes classes de solutions qui existent dans la littérature et qui sont en relation avec ma thèse. Celà, nous a permis aussi de faire une étude critique des solutions qui ont été proposées pour la minimisation de la consommation d'énergie et de la latence des protocoles de contrôle d'accès au médium dans les WSN. Les protocoles MAC sont divisés en deux catégories (avec contention et sans contention), mais il y a aussi des protocoles Hybrid. Parmi les premiers protocoles MAC avec contention (en utilisant le principe de CSMA/CA) qui ont été proposés pour les WSN, on cite S-MAC [2] et T-MAC [3] qui ont introduit une période de somnolence des nœuds dès qu'il n'y a pas de données à communiquer pour économiser leur énergie. Cependant, avec les protocoles MAC sans contention (en utilisant le principe de TDMA) les nœuds vont même éviter le gaspillage d'énergie dû aux collisions et à l'écoute d'un canal vide, c'est le principe de TRAMA [4] et FLAMA [5].

A la fin, on a abordé la contrainte de la latence, on a présenté le cas de LL-MAC [6] comme protocole MAC qui prend en considération cette contrainte dans les réseaux de

capteurs sans fil. Les bons protocoles MAC pour les WSN doivent prendre en considération plusieurs contraintes.

A l'issu de mon travail, j'ai proposé une idée concernant la réalisation d'un mécanisme d'accès au médium pour les WSN qui prend en considération deux paramètres (energie et latence).

## Références

1. The BOIDS project, <http://www.red3d.com/cwr/boids/>, Janvier 2007.
2. W. Ye, J. Heidemann, and D. Estrin. "An energy-efficient macprotocol for wireless sensor networks". INFOCOM, June 2002.
3. T. van Dam, K. Langendoen. "An Adaptive Energy-Efficient MAC Protocol for Wireless Sensor Networks". SenSys03, November 5-7, 2003, Los Angeles, California, USA.
4. V. Rajendran, K. Obraczka, and J. J. Garcia-Luna-Aceves, "Energy-efficient collision-free medium access control for wireless sensor networks", in Proceedings of the first international conference on Embedded networked sensor systems. ACM Press, 2003, pp. 181-192.
5. V. Rajendran, J. J. Garcia-Luna-Aceves and K. Obraczka, "Energy-Efficient, Application-Aware Medium Access for Sensor Networks", Mobile Adhoc and Sensor Systems Conference, 2005.
6. I. Marin, J. Arias, E. Arceredillo, A. Zuloaga, I. Losada, J. Mabe. "LL-MAC : A low latency MAC protocol for wireless self-organised networks". Article ELSEVIER, 2007.

# Clusterisation avec équilibrage de charge et routage à basse consommation d'énergie dans les RCSFs

Nadjet KHOULALENE

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 21 51 88 email *Kh.nadjet@gmail.com*

## 7.1 Introduction

Les algorithmes de regroupement (clustering) pour un réseau de capteurs permettent la constitution de grappes (clusters) de capteurs, chacun étant dominé par un routeur élu [?]. Le regroupement autour d'un routeur s'impose naturellement afin de limiter la consommation d'énergie des capteurs.

Dans ce travail, nous proposons un modèle d'équilibrage de charge pour les réseaux de capteurs supportant l'hétérogénéité des capteurs et totalement indépendant de toute topologie de réseau particulière.

L'algorithme proposé (A Clustering based Load Balancing Algorithm for Sensor Networks : CLB) se base sur le principe du vote des capteurs utilisé par l'algorithme VCA (An Energy-Efficient Voting-Based Clustering Algorithm for Sensor Networks) [?] avec une prise en considération de critères de performances autre que l'énergie (mémoires et processeurs) dans la phase de sélection des cluster-heads et en proposant un regroupement tenant en compte les caractéristiques des cluster-heads et le nombre de capteurs qu'ils doivent gérer (équilibrage de charge par taille des clusters et par charge des cluster-heads).

Afin d'acheminer les données collectées par les capteurs vers la station de base, nous proposons une amélioration du protocole de routage à plat GOSSIPING [?] : PGA(Protocole Gossiping Amélioré).

## 7.2 Clusterisation par équilibrage de charge (CLB)

En général, la fonction de poids utilisée pour la sélection d'un cluster-head est l'énergie résiduelle du capteur ce qui n'est, en pratique, pas suffisante pour le choix du routeur. Les différentes phases de l'algorithme de clusterisation proposé sont les suivantes :

### 7.2.1 Phase d'initialisation

La phase d'initialisation consiste à assigner à chaque capteur un poids d'éligibilité à devenir routeur en fonction de son énergie résiduelle  $e_i$ , sa capacité mémorielle  $m_i$  et sa

capacité calculatoire  $c_i$ . Chaque capteur 'i' diffuse à son voisinage un vecteur de données  $(e_i, m_i, c_i)$ . Le capteur 'i' va collecter à son tour les vecteurs de données de l'ensemble de ses voisins  $V_i$  et leur attribue la note  $N_{i,j}$ , tel que :

$$N_{i,j} = e_j / \sum_{k \in V_i} e_k + m_j / \sum_{k \in V_i} m_k + c_j / \sum_{k \in V_i} c_k$$

Après réception de toutes les notes attribuées à chaque capteur, tous les capteurs déterminent leur poids  $P_i$  (qui sera diffusé à l'ensemble des nœuds voisins), en fonction des notes, qui leur ont été attribuées comme suit :

$$P_i = \sum_{k \in V_i} N_{k,i}.$$

### 7.2.2 Phase d'auto-désignation des cluster-heads

L'élection des cluster-heads est assurée par un processus itératif : dans un premier temps, l'ensemble des capteurs communiquent leur poids d'éligibilité à l'ensemble des capteurs de leur voisinage : chaque capteur constitue un vecteur  $\vec{W}$  de poids d'éligibilité. A l'issue de cette itération initiale, chaque capteur connaît le poids d'éligibilité maximal : le capteur ayant ce poids sera élu cluster-head.

### 7.2.3 Phase de rattachement aux cluster-heads

Après l'auto-désignation des cluster-heads, chaque cluster-head  $i$  calcule un facteur de charge  $CH_i$  qu'il envoie à tous ses voisins tel que :

$$CH_i = P_i / \text{deg}_i$$

Où  $P_i$  représente le poids du cluster-head et  $\text{deg}_i$  représente le nombre de capteurs que contient le cluster dont le capteur  $i$  est cluster-head.

Les capteurs non rattachés reçoivent les annonces des cluster-heads nouvellement proclamés et réalisent leur choix en comparant toutes les valeurs de charge reçues. Une fois leur choix est réalisé, ils diffusent un message de retraitement de la procédure de clusterisation.

### 7.2.4 Phase de mise à jour des poids d'éligibilité et des facteurs de charge

- Au début de chaque itération, il est nécessaire de réactualiser le poids d'éligibilité des capteurs non rattachés en ne considérant que les notes attribuées par les capteurs non rattachés.
- A chaque rattachement d'un capteur à un cluster-head, ce dernier met à jour son facteur de charge en prenant en considération le nombre de capteurs nouvellement rattachés.

### 7.3 Acheminement des données vers la Station de Base (PGA)

En raison des limites que présentent les capteurs, il est crucial d'avoir recours à une stratégie d'acheminement dont l'objectif est de faire parvenir les données capturées à stations de base en empruntant les chemins induisant des dépenses énergétiques minimales et ce durant un temps d'acheminement acceptable. Le but est d'étendre la durée de fonctionnement du réseau.

Il existe plusieurs catégories de protocoles de routage, parmi lesquelles nous trouvons les protocoles utilisant une structure plate du réseau, où tous les capteurs ont la même fonctionnalité.

Parmi les protocoles de routage à plat on trouve le protocole Gossiping dans lequel un capteur qui reçoit un message ne le diffuse pas à tous ses voisins mais le transmet à un seul, sélectionné aléatoirement.

Après la capture d'un événement et vue le choix aléatoire du voisin auquel le message sera transmis, on peut passer par des capteurs plus d'une fois dans la même transmission. Ce qui génère un retard dans la propagation des données. Ce problème peut persister conduisant ainsi à un bouclage infini.

Afin de prolonger la durée de vie du réseau, nous proposons de maximiser la fonction objectif qui est donnée par l'équation suivante :

$$F_{i,j} = \frac{ER_j \times V_j \times (Deg_j - 1)}{\sum_{k=1}^N ER_k \times V_k \times (Deg_k - 1)}$$

Où :

- N : Ensemble des voisins du nœud émetteur (dans ce cas, le nœud  $i$ );
- $ER_j$  : Energie résiduelle d'un nœud voisin  $j$ ;
- $V_j$  : Visibilité du voisin  $j$ . Cette dernière est égale à l'inverse de la distance qui sépare le voisin  $j$  de la station de base.
- $Deg_j$  : Degré du voisin  $j$ .

#### 7.3.1 Simulation et analyse des performances

Afin d'avoir une partie expérimentale de la solution proposée et de valider les mécanismes déployés durant la phase de regroupement des capteurs dans un milieu hétérogène nous avons opté pour la simulation à événements discrets sur ordinateur avec une comparaison des performances de CLB avec celles de VCA.

Le modèle réseau utilisé consiste en un ensemble de capteurs sans fil, immobiles, aléatoirement dispersés sur le terrain simulé d'une surface de  $(1000 \times 1000)m^2$  comportant 300 capteurs et une station de base et présentant des caractéristiques différentes en mémoire et en puissance de traitement.

Le modèle radio proposé par Heinzelman et al. [?] a été utilisé pour calculer l'énergie consommée en émission et en réception des messages.

Les métriques que nous avons jugées intéressantes à étudier sont : le nombre moyen de clusters, le nombre moyen de clusters solitaires, le nombre moyen d'itérations réalisées pour l'exécution de l'algorithme de regroupement, la quantité moyenne d'énergie consommée

par un capteur durant la phase de regroupement, la distribution énergétique, mémorielle et calculatoire d'un cluster-head au sein de son cluster.

Pour chaque test effectué, 50 exécutions indépendantes sont réalisées. Le paramètre variable utilisé est la portée de chaque capteur : augmenter la portée d'un capteur est alors équivalent à augmenter la densité du réseau.

Les résultats de simulation obtenus, montrent que l'algorithme CLB est efficace pour réduire le nombre de clusters solitaires et permet à travers un équilibrage par charge de capteurs et par taille de clusters, de mieux économiser les ressources des capteurs en énergie, en mémoire et en traitement.

Afin d'évaluer les performances de PGA, nous avons considéré une zone de capture d'une surface de  $(100 \times 100) \text{m}^2$  sur laquelle sont déployés aléatoirement 300 capteurs. Le protocole PGA que nous avons conçu afin d'améliorer le protocole GOSSIPING de base, utilise un nombre minimum et suffisant de nœuds pour accomplir l'opération de routage. Chaque nœud transmet ses informations au nœud ayant la fonction objectif la plus élevée. Les résultats de simulation obtenus montrent que PGA offre de meilleures performances que le protocole GOSSIPING en termes de durée de vie du réseau et de temps de réponse.

## 7.4 Conclusion

Dans le travail présenté, afin d'éviter la saturation des cluster-heads et leur mort prématurée, nous nous sommes attaqués aux deux problèmes par l'optimisation des protocoles de regroupement. Deux raisons principales ont motivé ce choix. Premièrement, l'état de l'art montre clairement que la plupart des protocoles hiérarchiques conçus pour les réseaux de capteurs ne prennent pas en considération les capacités mémorielles et calculatoires des capteurs lors de la phase de sélection des cluster-heads. Deuxièmement, l'optimisation des ressources des cluster-heads passe par l'équilibrage du nombre de capteurs à gérer en fonction de la capacité des cluster-heads, ce qui implique directement les procédures de rattachement des capteurs aux cluster-heads.

Les algorithmes proposés ont été validé expérimentalement. D'une part, au vu des performances obtenues par simulation, en montrant une réduction considérable du nombre de clusters formés d'un unique capteur (cluster-head), une meilleure distribution des ressources énergétiques, mémorielles et calculatoires des cluster-heads grâce à une meilleure sélection de ces derniers et grâce à la procédure de regroupement avec équilibrage de charge adoptée visant à équilibrer le nombre de capteurs par cluster en fonction de la charge des cluster-heads. D'autre part, en montrant une réduction de l'énergie consommée et du temps de réponse.

## Références

1. D. CHEN, D. GU, and J. ZBANG. Supporting real-time traffic with qos in ieee 802.11e based home networks. in *CCNC, Las Vegas*, pages 205–209, 2004.

2. D. HE and C. Q. SHEN. Simulation study of IEEE 802.11e edcf. *In VTC-spring, Jeju Island, Korea*, pages 685–689, 2003.
3. I. TINNIRELLO, G. BIANCHI, and L. SCALIA. Performance evaluation of differentiated access mechanisms effectiveness in 802.11 networks. *in Globecom, Dallas, Texas*, pages 3007–3011, 2004.
4. Y. XI, J.B. WE, Z.W. ZHUANG, and B.S. KIM. Performance evaluation, improvement and channel adaptive strategy for IEEE 802.11 fragmentation mechanism. *Proceedings of the 11th IEEE Symposium on Computers and Communications*, 2006.



## Un algorithme de la diffusion atomique dans un système distribué

Rebouh Nadjette

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
 Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
 Tél. (213) 34 21 51 88

La tolérance aux pannes est une des approches pour concevoir un système à haute disponibilité : un système tolérant aux pannes est conçu de telle manière à ce que la défaillance d'un de ses composants ne compromette pas sa fonctionnalité dans son ensemble. Les problèmes, dits d'accord, sont au cœur de la conception des applications tolérantes aux pannes. La diffusion atomique représente une classe des problèmes d'accord et une abstraction importante des calculs distribués tolérants aux fautes. Elle assure que l'ensemble des messages, diffusés par les différents processus, sera délivré par tous les processus de destination dans le même ordre. Sa mise en œuvre est faite par l'intermédiaire de deux primitives :

- **A-broadcast(msg)** : permet l'envoi d'un message *msg* à l'ensemble des processus du système.
- **A-deliver(msg)** : permet la livraison d'un message *msg* émis par l'invocation de **A-Broadcast(msg)**.

Formellement, la diffusion atomique est définie par les quatre propriétés suivantes [?] :

- **Validité** : si un processus délivre un message *msg* alors *msg* a été diffusé par au moins un processus.
- **Accord** : si un processus correct délivre un message *msg* alors, inéluctablement tous les processus corrects délivrent *msg*.
- **Intégrité** : pour n'importe quel message *msg*, chaque processus correct délivre le message *msg* au plus une fois, et seulement si *msg* a été précédemment diffusé par un certain processus.
- **Ordre total** : si deux processus corrects *p* et *q* délivrent deux messages *msg* et *msg'* alors *p* délivre *msg* avant *msg'*, si et seulement si, *q* délivre *msg* avant *msg'*.

Plusieurs solutions au problème de la diffusion atomique ont été proposées dans la littérature. Elles peuvent être classées en plusieurs classes suivant leurs mécanismes utilisés pour ordonner les messages (la circulation du jeton, le séquenceur), ou suivant leurs manières de détecter les défaillances des processus (l'utilisation d'un service de gestion de groupe [?] ou bien l'utilisation des détecteurs de défaillances non fiables [?]).

Le présent travail est une contribution à l'étude de la diffusion atomique dans un système distribué asynchrone. Il consiste à introduire une nouvelle solution au problème de la diffusion atomique. Cette solution suppose l'existence d'un système distribué asynchrone de  $N$  processus, pouvant subir des défaillances par arrêt définitif. Elle suppose, aussi, une majorité de processus corrects. Chaque processus est augmenté par un détecteur de défaillances non fiable  $\diamond S$  [?]. Le principe de ce protocole est que les processus doivent se mettre d'accord sur un processus, appelé leader. Ce leader a la responsabilité d'imposer un ordre de livraison de messages diffusés. Chaque processus, faisant confiance à ce processus, doit appliquer les règles d'ordre telles qu'elles sont imposées. De ce fait, notre protocole combine deux approches différentes : l'utilisation d'un leader pour l'ordre de messages diffusés, et l'introduction des détecteurs de défaillances pour la détection des défaillances des processus.

## Références

1. D. CHEN, D. GU, and J. ZBANG. Supporting real-time traffic with qos in ieee 802.11e based home networks. *in CCNC, Las Vegas*, pages 205–209, 2004.
2. D. HE and C. Q. SHEN. Simulation study of ieee 802.11e edcf. *In VTC-spring, Jeju Island, Korea*, pages 685–689, 2003.
3. I. TINNIRELLO, G. BIANCHI, and L. SCALIA. Performance evaluation of differentiated access mechanisms effectiveness in 802.11 networks. *in Globecom, Dallas, Texas*, pages 3007–3011, 2004.
4. Y. Xi, J.B. WE, Z.W. ZHUANG, and B.S KIM. Performance evaluation, improvement and channel adaptive strategy for ieee 802.11 fragmentation mechanism. *Proceedings of the 11th IEEE Symposium on Computers and Communications*, 2006.

Troisième partie

---

Processus Aléatoires et Applications



## Inégalité de stabilité forte dans un modèle de risque classique modifié

Zina BENOURET et Djamil AÏSSANI

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
 Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
 Tél. (213) 34 21 51 88 email : *benouaret-z@yahoo.fr*

Dans la théorie de la ruine, le problème de stabilité a été développé dans [Beirlant and Rachev (1987)]. En particulier, la méthode de stabilité forte (cf. [Aïssani and Kartashov (1983)], [Kartashov (1996)]) connaît un large champs d'application après le travail de [Kalashnikov (2000)]. Il a présenté de nouvelles bornes de stabilité des probabilités de ruine ( cf. [Rusaityte (2001), Enikeeva and al. (2001), Benouaret et Aïssani (2007)]).

Dans ce travail, nous appliquons cette approche de stabilité forte au modèle de risque classique en prenant en compte la modification du taux de prime.

### 9.1 Modèle de risque classique modifié

Le modèle de risque classique est défini comme suit :

$$X(t) = u + c t - \sum_{i=1}^{N(t)} Z_i, \quad t \geq 0, \quad (9.1)$$

où  $\{Z_i, i \geq 1\}$  est une séquence de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, représentant les montants des réclamations de fonction de distribution  $F$  et de moyenne  $\mu$ ,  $\{N(t), t \geq 0\}$  étant un processus de Poisson de paramètre  $\lambda$  représentant le nombre de réclamations,  $c$  le taux de prime constant par unité de temps et  $u$  le surplus initial de la compagnie d'assurance.

Dans [?], un modèle de risque de type (9.1) a été proposé avec

$$c = c(X(t)) = \begin{cases} c_1, & \text{si } X(t) \leq V \\ c_2 (< c_1), & \text{si } X(t) > V \end{cases}$$

En fonction du temps de la ruine  $T$  tel que  $T = \inf\{t \geq 0, X(t) < 0\}$ , on a la probabilité de ruine qui est définie comme suit :

$$\Psi(u) = \mathbb{P}(T < \infty / X(0) = u) \quad (9.2)$$

## 9.2 Critère de stabilité forte

Nous présentons dans ce paragraphe le critère de stabilité forte que nous allons appliquer au modèle de risque considéré.

Soit  $\{V_n\}_{n \geq 0}$  une chaîne de Markov à valeurs dans  $E$  d'opérateur de transition  $P$ . On suppose que la chaîne admet une unique mesure invariante  $\pi$  tel que  $\pi(E) = 1$  (mesure de probabilité).

Notons par  $m\mathcal{E}^+$  l'espace des mesures finies non-négatives sur l'espace probabilisable  $(E, \mathcal{E})$  et par  $f\mathcal{E}^+$  l'espace des fonctions mesurables bornées non-négatives.

**Théorème 3.1** (cf. [Kartashov (1996)]) Pour qu'une chaîne de Markov homogène, d'opérateur de transition  $P$  à valeurs dans  $E$  soit fortement  $v$ -stable, il est suffisant que les conditions suivantes soient vérifiées :

1.  $\|P\|_v < \infty$ .
2.  $\exists \alpha \in \mathcal{M}^+$  et  $\exists h \in f\mathcal{E}^+$  telles que  $\pi h > 0$ ,  $\alpha \mathbf{1} = 1$ ,  $\alpha h > 0$ .
3.  $T = P - h \circ \alpha$ , où  $T$  est un noyau non négatif,  $\alpha \in \mathcal{M}^+$  et  $h \in f\mathcal{E}^+$ .
4.  $\exists 0 < \rho < 1$  tel que  $Tv(x) \leq \rho v(x), \forall x \in E$ .

## 9.3 Stabilité forte dans un modèle de risque classique modifié

Construisons d'abord le processus inverse d'une manière à ce que sa distribution stationnaire corresponde exactement à la probabilité de ruine étudiée.

### 9.3.1 Processus inverse associé au modèle de risque considéré

Commençons par la construction du processus inverse associé à la probabilité de ruine  $\Psi(u)$  donnée par la relation (9.2). Pour cela, nous allons suivre les mêmes procédures développées dans l'article de [Kalashnikov (2000)].

Puisque la ruine peut seulement apparaître aux instants d'arrivée des réclamations, on peut réécrire  $\Psi(u)$  comme suit :

$$\Psi(u) = \mathbb{P} \left( \inf_{n \geq 1} (X_{T_n}) < 0 / X_0 = u \right) \quad (9.3)$$

où  $T_n$  est l'instant d'arrivée de la  $n^{\text{ème}}$  réclamation.

Le processus inverse associé au modèle de risque classique à deux dimensions est de la forme suivante :  $\forall n \geq 0$ ,

$$V_{n+1} = \left( V_n - [c_1 I_{\{V_n \geq u-V\}} + c_2 I_{\{V_n < u-V\}}] \theta_{n+1} + Z_{n+1} \right)_+, \quad V_0 = 0 \quad (9.4)$$

avec  $T_n = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n$  et  $\theta_n$  est une variable aléatoire qui représente la durée de temps entre la  $(n-1)^{\text{ème}}$  et la  $n^{\text{ème}}$  réclamation.  $I$  est la fonction indicatrice.

Suivant la forme recursive de la chaîne  $\{V_n\}_{n \geq 0}$  donnée par l'équation (9.7), on a  $V_{n+1}$  qui ne dépend que de  $V_n, \theta_{n+1}$  et  $Z_{n+1}$  où les variables aléatoires  $\theta_{n+1}$  et  $Z_{n+1}$  sont indépendantes de  $n$  et de l'état du système avant  $T_n$ .

D'où,  $\{V_n\}_{n \geq 0}$  est une chaîne de Markov homogène à espace d'état continu  $E = \mathbb{R}^+$ . En fonction de la chaîne  $\{V_n\}_{n \geq 0}$ ,  $\Psi(u)$  s'écrit comme suit :

$$\Psi(u) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(V_n > u),, \tag{9.5}$$

### 9.3.2 Décomposition du noyau de transition

Le noyau de transition associé à la chaîne  $\{V_n\}_{n \geq 0}$ , à espace d'états continu,  $E = \mathbb{R}^+$ , se décompose comme suit :  $\forall x \in \mathbb{R}^+$  et  $\forall A \in \mathcal{E}$  une  $\sigma$ -algèbre sur  $E$ , on a

$$\begin{aligned} P(x, A) &= \mathbb{P}(V_1 \in A / V_0 = x) \\ &= \mathbb{P} \left( (V_0 - [c_1 I_{\{V_0 \geq u-v\}} + c_2 I_{\{V_0 < u-v\}}] \theta_1 + Z_1)_+ \in A / V_0 = x \right) \\ &= \mathbb{P} \left( 0 < (x - [c_1 I_{\{V_0 \geq u-v\}} + c_2 I_{\{V_0 < u-v\}}] \theta_1 + Z_1) \in A \right) \\ &+ \mathbb{P} \left( 0 \in A \right) \mathbb{P} \left( x - [c_1 I_{\{V_0 \geq u-v\}} + c_2 I_{\{V_0 < u-v\}}] \theta_1 + Z_1 \leq 0 \right) \\ &= T(x, A) + \alpha(A).h(x) \end{aligned} \tag{9.6}$$

avec  $T(x, A) = \mathbb{P} \left( 0 < (x - [c_1 I_{\{V_0 \geq u-v\}} + c_2 I_{\{V_0 < u-v\}}] \theta_1 + Z_1) \in A \right),$

$\alpha(A) = \delta_0(A)$ , où  $\delta_0$  est la mesure de Dirac

et  $h(x) = \mathbb{P} \left( [c_1 I_{\{V_0 \geq u-v\}} + c_2 I_{\{V_0 < u-v\}}] \theta_1 - Z_1 \leq x \right), x \in \mathbb{R}^+.$

Puisque  $c_2 < c_1$  et en prenant  $v(x) = e^{\epsilon x}, x \in \mathbb{R}^+$ , il existe un  $\epsilon > 0$  pour lequel toutes les conditions du critère de stabilité forte sont satisfaites pour  $T, \alpha$  et  $h$  obtenus par la décomposition précédente du noyau de transition  $P$  avec

$$\rho = \mathbb{E} \left( \exp\{\epsilon(Z_1 - c_2 \theta_1)\} \right).$$

Finalement, la chaîne de Markov  $\{V_n\}_{n \geq 0}$  est fortement stable par rapport à la fonction poids  $v(x) = e^{\epsilon x}, x \in \mathbb{R}^+.$

Précisons enfin qu'il est possible de montrer que ce modèle fortement stable peut être une bonne approximation d'un autre modèle de risque perturbé de même structure, en utilisant l'aspect quantitatif de la méthode de stabilité forte.

## 9.4 Inégalité de stabilité

Objectif de cette partie est d'obtenir des estimations quantitatives qui servent à délimiter le domaine où le modèle de risque classique modifié (fortement stable) peut être une bonne approximation d'un autre modèle de risque perturbé et à en estimer l'erreur d'approximation.

Notons par  $a' = (c'_1, c'_2, \lambda', F')$  le paramètre gouvernant du modèle de risque perturbé et par  $\Psi_{a'}$  sa probabilité de ruine.

### 9.4.1 Déviation de l'opérateur de transition

Nous avons  $\forall n \geq 0$ ,

$$V_{n+1} = \left( V_n - [c_1 I_{\{V_n \geq u-V\}} + c_2 I_{\{V_n < u-V\}}] \theta_{n+1} + Z_{n+1} \right)_+,$$

$V_0 = 0$

Par définition,

$$\begin{aligned} \|P - P'\|_v &= \sup_{x \geq 0} e^{-\epsilon x} \int_0^\infty e^{\epsilon y} |P(x, dy) - P'(x, dy)| \\ &= \sup_{x \geq 0} e^{-\epsilon x} \int_0^\infty e^{\epsilon y} |\mathbf{P}(V_{n+1} \in dy / V_n = x) - \mathbf{P}(V'_{n+1} \in dy / V'_n = x)| \\ &\leq 2 \int_0^\infty e^{\epsilon z} |b(z) - b'(z)| dz \\ &\quad + E e^{\epsilon Z} \cdot \left[ \int_0^\infty (|a_1(t) - a'_1(t)| + |a_2(t) - a'_2(t)|) dt \right]. \end{aligned}$$

où

$a_1, a_2, b, a'_1, a'_2, b'$  sont les densités de  $c_1 \theta_n, c_2 \theta_n, Z_n, c'_1 \theta'_n, c'_2 \theta'_n$  et  $Z'_n$  respectivement.

### 9.4.2 Inégalités de stabilité

On pose

$$\begin{aligned} \mu(a, a') &= 2 \int_0^\infty e^{\epsilon z} |b(z) - b'(z)| dz \\ &\quad + E e^{\epsilon Z} \cdot \left[ \int_0^\infty (|a_1(t) - a'_1(t)| + |a_2(t) - a'_2(t)|) dt \right]. \end{aligned}$$

Si  $\mu(a, a') < (1 - \rho)^2$  (cf. V. Kalashnikov (2000), Enikeeva et al. (2001)), on a

$$\|\Psi_a - \Psi_{a'}\|_v \leq \frac{\mu(a, a')}{(1 - \rho) \left( (1 - \rho)^2 - \mu(a, a') \right)} \quad (9.7)$$

est une borne supérieure de stabilité.

## Références

- [Aïssani and Kartashov (1983)] D. Aïssani and N. V. Kartashov (1983). Ergodicity and stability of Markov chains with respect to operator topology in the space of transition kernels. *Compte Rendu Academy of Sciences U. S. S. R, ser. A*, 11, 3-5.
- [Beirlant and Rachev (1987)] J. Beirlant and S. T. Rachev (1987). The problems of stability in insurance mathematics. *Insurance : Mathematics and Economics*, 6, 179-188.
- [Benouaret et Aïssani (2007)] Z. Benouaret et D. Aïssani (2007). Stabilité forte dans le modèle de risque classique à deux dimensions avec indépendance des deux types de réclamations. *Proceedings of the International Conference MOAD'2007, Béjaïa*, 675-680. ISBN :978-9947-0-1985-0.
- [Enikeeva and al. (2001)] F. Enikeeva and V. Kalashnikov and D. Rusaityte (2001). Continuity estimates for ruin probabilities. *Scandinavian Actuarial Journal*, 1, 18-39.

- [Kartashov (1996)] N. V. Kartashov (1996). *Strong Stable Markov Chains*. VSP, Utrecht.
- [Kalashnikov (2000)] V. Kalashnikov (2000). The Stability Concept for stochastic risk models. *Working Paper Nr 166. Lab. of Actuarial Mathematics. University of Copenhagen*.
- [Rusaityte (2001)] D. Rusaityte (2001). Stability bounds for ruin probabilities in a Markov modulated risk model with investments. *Laboratory of Actuarial Mathematics, University of Copenhagen. Working Paper Nr. 178*.



## Quatrième partie

---

### Contrôle Statistique de la Qualité



## La stabilité du système $GI/M/\infty(FCFS, \infty)$

Mouloud CHERFAOUI, Djamil AISSANI and Smaïl ADJABI

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
 Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
 Tél. (213) 34 21 51 88

**Résumé** L'objectif du présent travail est d'analyser la stabilité de la chaîne de Markov induite associée au système  $GI/M/\infty$  en utilisant la méthode de stabilité forte lorsque ce système est sujet à une perturbation au niveau de sa structure, d'où l'obtention d'un système à un nombre de serveurs fini. Des résultats numériques obtenus par simulation sur le comportement du système en fonction du nombre de serveurs constituant le système  $GI/M/s$  sont également exposés et cela pour différentes lois des inter-arrivées.

**Mots-clés** : Système à plusieurs serveurs ; Système à une infinité de serveurs ; chaîne de Markov induite ; Perturbation ; Stabilité forte.

### 10.1 Introduction et Motivation

Parmi les principales motivations de ce travail on cite :

✓ L'intérêt pratique.

Dans la pratique plusieurs situations se modélisent par ce genre de système : Les chaînes de production, Les systèmes informatique et téléinformatique, Les systèmes de télécommunications, Les aéroports : La gestion des aéroports d'un aéroport ou de ses guichets, . . . etc.

✓ L'intérêt théorique : l'importance du système en question a fait l'objet de plusieurs études et analyse mais ces dernières peuvent être améliorées. En effet, par exemple :

– J. M. Helary and R. Pedrono (1983)

–  $M/M/s \rightsquigarrow M/M/\infty \Rightarrow |\pi_\infty - \pi_s| \leq C(s)$ .

– Une majoration large et les conditions de stabilité sont non élaborées.

– D. Aïssani (1989) : L'auteur a démontré la convergence de

–  $\|P_\infty - P_s\|_v \rightarrow 0$  lorsque  $s \rightarrow \infty$

–  $\|\pi_\infty - \pi_s\|_v \rightarrow 0$  lorsque  $s \rightarrow \infty$

avec  $v(k) = \beta^k$ , tel que  $\beta > 1$  et  $k \in \mathbb{N}$ . sans donnée une quantification des ces bornes.

– K. Mechri(2004)

–  $\|P_\infty - P_s\|_v \leq C_1(s, \beta)$ ,

–  $\|\pi_\infty - \pi_s\|_v \leq C_2(s, \beta)$ ,

Les deux majorations sont large, voir même impossible à vérifier dans la pratique. C'est-à-dire il n'existe pas la valeur de la norme  $\beta$  qui peut satisfaire les conditions stabilité.

## 10.2 Opérateurs de transition des systèmes $GI/M/s$ et $GI/M/\infty$

Soit le processus  $X_k$  qui représente le nombre de clients dans le système juste avant l'arrivée du  $k^{\text{ième}}$  client.

$$P_{ij} = P\{X_{k+1} = j/X_k = i\} \quad (j = 0, 1, \dots; i = 0, 1, \dots) \quad (10.1)$$

Sachant que  $X_{k+1} = X_k - D_k$  avec  $D_k$  le nombre de clients servis durant les deux instant  $t_k^-$  et  $t_{k+1}^-$ .  $P_{ij}$  du système  $GI/M/s$  et du système  $GI/M/\infty$  sont donnés par 10.2 et 10.3 respectivement.

$$P_{ij} = \begin{cases} \int_0^\infty \frac{(s\mu t)^{i+1-j}}{(i+1-j)!} e^{-s\mu t} dH(t), & \text{if } i \geq s-1, j \geq s \text{ and } i+1 \geq j; \\ \int_0^\infty C_{i+1}^j e^{-j\mu t} (1 - e^{-\mu t})^{i+1-j} dH(t), & \text{if } i \leq s-1 \text{ and } i+1 \geq j; \\ \int_0^t C_s^j e^{-j\mu(t-\tau)} (1 - e^{-\mu(t-\tau)})^{s-j} e^{-s\mu\tau} \frac{(s\mu\tau)^{i-s}}{(i-s)!} s\mu d\tau dH(t), & \text{if } i \geq s, j < s \text{ and } i+1 \geq j; \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (10.2)$$

$$\tilde{P}_{ij} = \begin{cases} \int_0^\infty C_{i+1}^j e^{-j\mu t} (1 - e^{-\mu t})^{i+1-j} dH(t), & \text{if } i+1 \geq j; \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (10.3)$$

## 10.3 Stabilité du système $GI/M/\infty$

**Théorème 10.1** (*D. Aïssani and N.V. Kartashov. (1983)*). *A Markov chain  $X$ , with transition kernel  $P$ , is strongly  $v$ -stable if and only if there exists a measure  $\alpha$  and a nonnegative measurable function  $h$  on  $\mathbb{N}$  such that*

- a)  $\pi h > 0$ ,  $\alpha 1 = 1$ ,  $\alpha h > 0$ ;
- b)  $\|P\|_v < \infty$ ;
- c)  $T = P - h \circ \alpha > 0$ ;
- d) *there exists  $m \geq 1$  and  $\rho < 1$  such that  $T^m v(x) \leq \rho v(x)$  for all  $x \in \mathbb{E}$ ;*

### 10.3.1 Conditions de $v$ -stabilité

**Théorème 10.2** *Conditions de  $v$ -stabilité* Suppose that in the  $GI/M/\infty$  system and suppose that the condition  $\int_0^\infty dH(t)/t < \infty$  holds. Then, for all  $\beta$  such that  $1 < \beta < \beta_0$  the embedded Markov chain  $\tilde{X}$  is  $v$ -strongly stable for the test function  $v(k) = \beta^k$ . Where  $\beta_0 = \sup\{\beta/\beta > 1, \rho < 1 \text{ and } \rho = \frac{1}{\beta} \int_0^\infty [1 - e^{-\mu t} + \beta e^{-\mu t}]^2 dH(t)\}$ .

**Lemme 10.1.** Suppose that in the  $GI/M/\infty$  system, the following conditions are fulfilled :

- 1.  $\int_0^\infty \frac{dH(t)}{t} < \infty$
- 2.  $\int_0^\infty e^{-\mu t} dH(t) < 1/2$ .

Then, there exists  $\beta \in \left[ 1, 1 + \frac{1-2 \int_0^\infty e^{-\mu t} dH(t)}{\int_0^\infty e^{-2\mu t} dH(t)} \right]$  such that

$$\rho = \frac{1}{\beta} \int_0^\infty [1 - e^{-\mu t} + \beta e^{-\mu t}]^2 dH(t) < 1. \quad (10.4)$$

### 10.3.2 Estimation de la $v$ -stabilité

**Théorème 10.3** *Let  $\tilde{\pi}$  and  $\pi$  be the stationary distributions of the embedded Markov chains  $\tilde{X}$  and  $X$  respectively. Then, for all  $1 < \beta < \beta_0$ , and under the condition :*

$$\|\Delta\|_v < \frac{1 - \rho}{c}, \quad (10.5)$$

we have :

$$\|\pi - \tilde{\pi}\|_v \leq c_0 c \|\Delta\|_v (1 - \rho - c \|\Delta\|_v)^{-1}, \quad (10.6)$$

where

$$c = \|\pi\|_v = \sum_{n \geq 0} \prod_{k=1}^n \frac{h(k\mu)}{1 - h(k\mu)} (\beta - 1)^n, \text{ (where } h(s) = \int_0^\infty e^{-st} dH(t).);$$

$$c_0 = 1 + c \text{ and } \|\Delta\|_v = \|\tilde{P} - P\|_v.$$

**Corollaire 10.1.** Let  $\tilde{\pi}$  and  $\pi$  be the stationary distributions of the imbedded Markov chains in the  $GI/M/\infty$  system and  $GI/M/s$  system respectively. Suppose that the assumptions of the precedent Theorem hold and  $1 < \beta < \beta_0$ , then, for any  $f$  such that  $\|f\|_v < \infty$ , it holds that

$$|\pi f - \tilde{\pi} f| \leq E_\beta \|f\|_v, \quad (10.7)$$

where  $E_\beta = \|\pi - \tilde{\pi}\|_v$ .

Le faite que  $\bar{N} = \sum_{i=0}^\infty k \pi_k$  alors soit  $f(k) = k$  ainsi on aura :

$$\|f\|_v = \frac{1}{\ln \beta} \beta^{-\frac{1}{\ln \beta}} \Rightarrow |\bar{N}_\infty - \bar{N}_s| = |\pi f - \tilde{\pi} f| \leq E_\beta \frac{1}{\ln \beta} \beta^{-\frac{1}{\ln \beta}}$$

## 10.4 Application Numérique et simulation

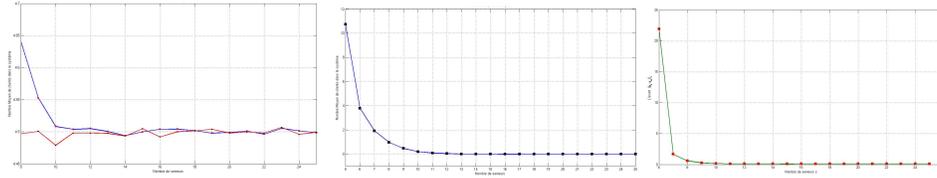
Des simulations à événements discrets ont été réalisées sur les systèmes suivants :

Cas 1 :  $M/M/s$ ,  $\lambda = 4.5$  et  $\mu = 1$ ,

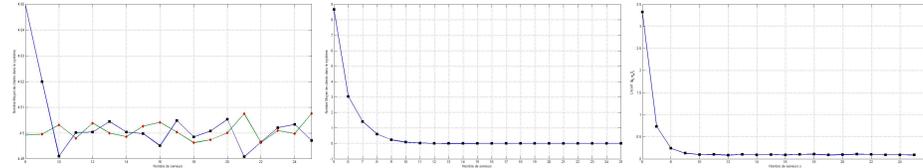
Cas 2 :  $E_2/M/s$ ,  $\lambda = 9$  et  $\mu = 1$ ,

Cas 3 : *Weibull*/ $M/s$ ,  $\alpha = 0.25$ ,  $\beta = 1.817$  et  $\mu = 1$ ,

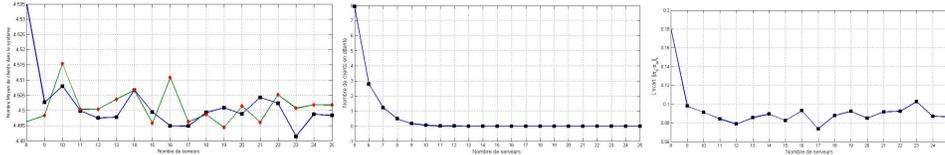
et les résultats obtenus sont représentés dans es figures suivantes :



**FIGURE 10.1.** Nombre moyen de clients dans le système, en attente et l'écart  $\|\pi_s - \pi_\infty\|_v$  en fonction du nombre de serveurs. Cas :  $M/M/s$ ,  $\lambda = 4.5$  et  $\mu = 1$



**FIGURE 10.2.** Nombre moyen de clients dans le système, en attente et l'écart  $\|\pi_s - \pi_\infty\|_v$  en fonction du nombre de serveurs. Cas :  $E_2/M/s$ ,  $\lambda = 9$  et  $\mu = 1$ .



**FIGURE 10.3.** Nombre moyen de clients dans le système, en attente et l'écart  $\|\pi_s - \pi_\infty\|_v$  en fonction du nombre de serveurs. Cas :  $Weibull/M/s$ ,  $\alpha = 0.25$ ,  $\beta = 1.817$  et  $\mu = 1$

## 10.5 Conclusion

Dans ce travail nous avons démontrés l'applicabilité de la stabilité forte sur la chaîne de Markov induite associe au système  $GI/M/\infty$  après la perturbation de la structure du ce système au niveau du nombre de serveurs qui deviens un nombre fini. En effet, l'application de la méthode nous a permet de dégager les conditions de stabilité du système  $GI/M/\infty$  ainsi que l'écart entre ses probabilités stationnaire et celle du système  $GI/M/s$  par rapport à la norme  $v(k) = \beta^k$  ( $\beta > 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ). Et l'exploitant ces derniers résultats nous avons obtenus une majoration de l'écart entre le nombre moyen de clients dans les deux systèmes en question.

Afin de compléter ce travail nous proposons d'évaluer la performance de cette méthode dans ce cas.

## Références

1. D. Aïssani. Application of the Operator methods to obtain inequalities of stability in the  $GI/M/\infty$  system. Proceedings of the C. M . M .N. I. 2, Rabat, 2 :106-111, 1989.
2. D. Aïssani. Estimation of the strong stability in an  $G/M/\infty$  system. International Journal " Technologies Avancées", 2(2) :29-33, 1992.
3. D. Aïssani. Strong stability of an embedded Markov chain in an  $G/M/\infty$  system. International Journal " Technologies Avancées", 2(1) :33-38, 1992.

4. D. Aïssani and N.V. Kartashov. Ergodicity and Stability of Markov Chains with Respect to Operator Topology in the Space of Transition Kernels. *Compte Rendu Academy of Sciences U.S.S.R, (ser.A,11)* :3-5, 1983.
5. J. M. Helary and R. Pedrono. *Recherche opérationnelle, Travaux Dirigés*. Hermann, 1983.
6. R. B. Cooper's. *Introduction to queueing theory*. Computer systems and Management Science, Florida Atlantic University, Boca Raton, Florida, Second Edition. 1981.



# Approche Bayésienne dans l'estimation de la densité de probabilité par la méthode du noyau

Nabil Zougab et Smail Adjabi

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
 Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
 Tél. (213) 34 21 51 88

**Résumé** Le problème fondamental dans l'estimation de la densité de probabilité est le choix du paramètre de lissage. Dans ce travail, nous proposons d'utiliser l'approche Bayésienne pour estimer ce paramètre. Cette approche est une alternative pour les méthodes classiques tel que : les méthodes plug-in et les techniques de validation croisée. Une étude de simulation est conduite pour comparer les performances de l'approche Bayésienne proposée et les méthodes classiques via l'erreur quadratique moyenne intégrée asymptotique.

**Keywords** : Approche Bayésienne; Paramètre de lissage; Validation croisée; plug-in; Simulation.

## 11.1 Introduction

On dispose d'un échantillon  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de variables aléatoires indépendantes de même loi, de densité de probabilité inconnu  $f$ . On définit l'estimateur à noyau de Rosenblatt [?] et Parzen [?] de  $f$  par :

$$f_h(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \quad (11.1)$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_{x,h}(X_i), \quad (11.2)$$

ou  $K$  est la fonction noyau satisfaisant  $\int_{\mathbb{R}} K(y)dy = 1$ ,  $\int_{\mathbb{R}} yK(y)dy = 0$  and  $\int_{\mathbb{R}} y^2K(y)dy = \sigma_K^2 < \infty$  et  $h$  est un réel positif appelé paramètre de lissage vérifiant  $h \rightarrow 0$  et  $nh \rightarrow \infty$  quand  $n \rightarrow \infty$ . Si le choix du noyau n'est pas un problème dans l'estimation de la densité, il n'en est pas de même pour le choix du paramètre de lissage qui ne dépend que de la taille d'échantillon  $n$ . L'objectif de ce travail est double. Premièrement, nous proposons l'approche Bayésienne pour estimer le paramètre de lissage. En suite, nous comparons cette approche proposée aux méthodes classiques, à savoir les méthodes plug-in et validation croisée via une étude de simulation.

## 11.2 Approche Bayésienne

Dans cette section, nous étudions l'approche Bayésienne pour estimer le paramètre de lissage. L'estimateur Bayésien est obtenu via la loi a posteriori  $\pi(h|data)$ . En particulier,

nous considérons une séquence de variables aléatoires  $X_1, X_2, \dots, X_n$  indépendantes de même loi et de densité de probabilité inconnu  $f$  et des réalisations  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Alors la fonction vraisemblance est donnée par :

$$L(x_1, \dots, x_n; h) = \pi(x_1, \dots, x_n | h) = \prod_{i=1}^n f_h(x_i).$$

La technique de validation croisée consiste à estimer  $f(x_i)$  à partir de l'ensemble des points sauf le point  $x_i$ , et le résultat est donné par :

$$f_{h,i}(x_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n K_{x_i, h}(x_j).$$

Alors, la fonction vraisemblance de validation croisée est donnée par :

$$LCV(x_1, \dots, x_n; h) = \pi(x_1, \dots, x_n | h) = \prod_{i=1}^n f_{h,i}(x_i).$$

Par le théorème de Bayes, la loi a posteriori de  $h$  prend la forme suivante :

$$\pi(h | x_1, \dots, x_n) = \frac{\pi(x_1, \dots, x_n | h) \pi(h)}{\pi(x_1, \dots, x_n)} = \frac{\pi(h) \prod_{i=1}^n f_{h,i}(x_i)}{\pi(x_1, \dots, x_n)},$$

ou  $\pi(x_1, \dots, x_n) = \int \pi(x_1, \dots, x_n | h) \pi(h) dh$ . On peut écrire aussi

$$\pi(h | x_1, \dots, x_n) \propto \pi(x_1, \dots, x_n | h) \pi(h) = \pi(h) \prod_{i=1}^n f_{h,i}(x_i).$$

Par conséquent, la loi a posteriori est

$$\pi(h | x_1, \dots, x_n) \propto \pi(h) \prod_{i=1}^n \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n K_{x_i, h}(x_j).$$

Nous supposons que la loi a priori de  $h$  est

$$\pi(h) \propto \frac{1}{1+h^2}, \quad (11.3)$$

Finalement, la loi a posteriori de  $h$  est de la forme suivante

$$\pi(h | x_1, \dots, x_n) \propto \frac{1}{1+h^2} \prod_{i=1}^n \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n K_{x_i, h}(x_j). \quad (11.4)$$

La simulation directement de la loi a posteriori (11.4) est très difficile, voir impossible, nous proposons alors d'utiliser les méthodes de Monté Carlo par Chaîne de Markov (MCMC) pour estimer le paramètre de lissage.

### 11.3 Simulation

Nous présentons dans cette section le travail de simulation effectué. Afin d'illustrer les performances de l'approche Bayésienne et les méthodes classiques (plug-in et validation croisée), nous utilisons 3 densités tests. Nous avons choisi des densités présentant différents aspects :

- **D1** Le mélange de deux densités de loi normale :  $f_1 \sim \frac{1}{2}\mathcal{N}(1, \frac{16}{49}) + \frac{1}{2}\mathcal{N}(-1, \frac{16}{49})$ .
- **D2** Le mélange de trois densités de loi normale :  $f_2 \sim \frac{1}{3}\mathcal{N}(-1, 0.5) + \frac{1}{3}\mathcal{N}(0.5, 0.5) + \frac{1}{3}\mathcal{N}(2, 0.5)$ .
- **D3** Le mélange de quatre densités de loi normale et de loi gamma :  $f_3 \sim \frac{1}{4}\mathcal{N}(6.5, 2) + \frac{3}{8}\mathcal{N}(8, 1) + \frac{1}{8}\mathcal{N}(14, 1.5) + \frac{1}{8}\mathcal{N}(18.5, 1.5) + \frac{1}{8}\mathcal{G}(3, 1)$ , ou  $\mathcal{G}(y; 3, 1) = \frac{1}{\Gamma(3)}(y - 20)^2 \exp\{-(y - 20)\}$ , ( $y > 20$ ).

Nous utilisons les notations suivantes :

1.  $n$  la taille de l'échantillon,
2.  $N_{sim}$  nombre de simulations,
3.  $h_{sj}$  : le paramètre de lissage obtenu par la méthode de Sheather and Jones (voir Sheather and Jones [?]),
4.  $h_{scv}$  : le paramètre de lissage obtenu par la méthode de validation croisée lissée (voir Hall et al. [?]),
5.  $h_{mcmc}$  : le paramètre de lissage obtenu par les méthodes MCMC,
6.  $h^*$  : le paramètre de lissage théorique ;  $h^* = \left[ \frac{\int K^2}{\sigma_K^4} \right]^{1/5} \left[ \frac{1}{\int f''} \right]^{1/5} n^{-1/5}$ ,
7.  $AMISE(h)$  : l'erreur quadratique moyenne intégrée asymptotique ;  $AMISE(h) = \frac{h^4}{4} \sigma_K^4 \int f''^2(x) dx + \frac{\int K^2(y) dy}{nh}$ ,
8.  $Eff_{AMISE} = \frac{AMISE(h^*)}{AMISE(h_{opt})}$ ,  $h_{opt} = \{h_{sj}, h_{scv}, h_{mcmc}\}$ .

$f$	$N_{sim}$	$n$	$[\bar{h}_{sj}, std]$	$[\bar{h}_{scv}, std]$	$[\bar{h}_{mcmc}, std]$	$h^*$	$AMISE^*$	$Eff_{AMISE}$
<b>D1</b>	50	200	(0.258, 0.0008)	(0.315, 0.0006)	(0.261, 0.0010)	0.238	0.0074	<b>[0.922, 0.655, 0.916]</b>
		500	(0.216, 0.0002)	(0.268, 0.0003)	(0.210, 0.0008)	0.198	0.0035	<b>[0.936, 0.775, 0.940]</b>
		1000	(0.186, 0.0007)	(0.232, 0.0008)	(0.190, 0.0012)	0.172	0.0020	<b>[0.932, 0.805, 0.935]</b>
<b>D2</b>	50	200	(0.333, 0.0040)	(0.377, 0.0029)	(0.270, 0.0015)	0.241	0.0073	<b>[0.732, 0.593, 0.929]</b>
		500	(0.238, 0.0007)	(0.268, 0.0006)	(0.218, 0.0010)	0.201	0.0035	<b>[0.916, 0.804, 0.949]</b>
		1000	(0.199, 0.0004)	(0.216, 0.0005)	(0.180, 0.0005)	0.174	0.0020	<b>[0.922, 0.861, 0.953]</b>
<b>D3</b>	50	200	(0.721, 0.0024)	(0.997, 1.509967e-05)	(0.643, 0.0013)	0.527	0.0033	<b>[0.773, 0.434, 0.871]</b>
		500	(0.553, 0.0003)	(0.761, 0.0009)	(0.507, 0.0041)	0.440	0.0016	<b>[0.875, 0.542, 0.922]</b>
		1000	(0.447, 0.0012)	(0.565, 0.0011)	(0.443, 0.0025)	0.382	0.0009	<b>[0.912, 0.665, 0.931]</b>

TABLE 11.1: Comparaison des résultats de simulation.

Les résultats de simulation montrent que l'approche Bayésienne est meilleur que les méthodes classiques au sens de l'erreur quadratique moyenne intégrée asymptotique  $AMISE$ .

## Références

1. D. CHEN, D. GU, and J. ZBANG. Supporting real-time traffic with qos in ieee 802.11e based home networks. *in CCNC, Las Vegas*, pages 205–209, 2004.
2. D. HE and C. Q. SHEN. Simulation study of ieee 802.11e edcf. *In VTC-spring, Jeju Island, Korea*, pages 685–689, 2003.
3. I. TINNIRELLO, G. BIANCHI, and L. SCALIA. Performance evaluation of differentiated access mechanisms effectiveness in 802.11 networks. *in Globecom, Dallas, Texas*, pages 3007–3011, 2004.
4. Y. Xi, J.B. WE, Z.W. ZHUANG, and B.S KIM. Performance evaluation, improvement and channel adaptive strategy for ieee 802.11 fragmentation mechanism. *Proceedings of the 11th IEEE Symposium on Computers and Communications*, 2006.

## Cinquième partie

---

### Index des Auteurs



---

# Index

ADJABI Smail, 45, 50  
AISSANI Djamil, 37, 45  
ATMANI Mouloud, 24  
AZIZOU Zahia, 19

BENOUARET Zina, 37  
BERRACHEDI Abdelhafid, 14  
BOULFEKHAR Samra, 7

CHERFAOUI Mouloud, 45

FERHAT Arezki, 3

KABYL Kamal, 14  
KHOULALENE Nadjette, 27

REBOUH Nadjette, 32

YESSAD Samira, 10

ZOUGAB Nabil, 50

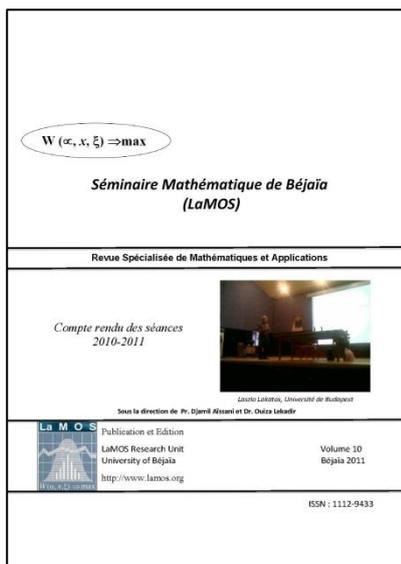
**Lamos Editions, 2010.**



## L'ouvrage :

Ce volume contient la plupart des exposés faits en 2010/2011 au Séminaire Mathématique de Béjaïa. Ils sont centrés autour des domaines d'intérêt des chercheurs du laboratoire de Recherche LAMOS (Modèles déterministes et stochastiques de la Recherche Opérationnelle, Probabilités et statistiques, Optimisation, ...) avec une attrayante dispersion vers des domaines lointains.

**Séminaire Mathématique de Bejaia (LaMOS). ISSN : 1112 – 9433**



Le premier exposé à Bejaia a été présenté en 1987 par Rachid Senoussi (alors enseignant à l'Université de Constantine), à l'époque du projet de création de l'Unité de Recherche en Statistiques Appliquées (1985). Le Séminaire a atteint son rythme de croisière en 1991/1992, après la création du Département des Sciences Exactes (22 exposés programmés). Depuis 1995, il est lié à la Post-Graduation Modélisation Mathématique et Techniques de Décision" (cf. Bulletin de la S.M.A.I. Société Française de Mathématiques Appliquées et Industrielles N°49, 1997, pp. 50).

Parmi les conférenciers de l'année 2010 – 2011: Zahia Azizou, Nadjet Khoualalen, Nabil Zougab, Mouloud Atmani, ...

**Pour citer ce volume :** Revue « *Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)* », Volume 10, 2011, 62 pages. ISSN : 1112 – 9433.

**ISSN : 1112 – 9433**