

$$W(\alpha, x, \xi) \Rightarrow \max$$

## ***Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)***

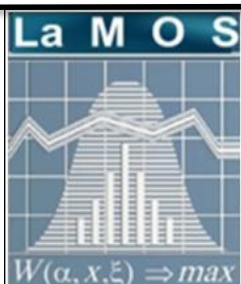
**Revue Spécialisée de Mathématiques et Applications**

*Compte rendu des séances  
2013-2014*



*Professeur Carla Ceatzu,  
Univ of Cagliari (Italy).*

**Sous la direction de Pr. Djamil Aïssani et Dr. Kamal Kabyl**



Publication et Edition

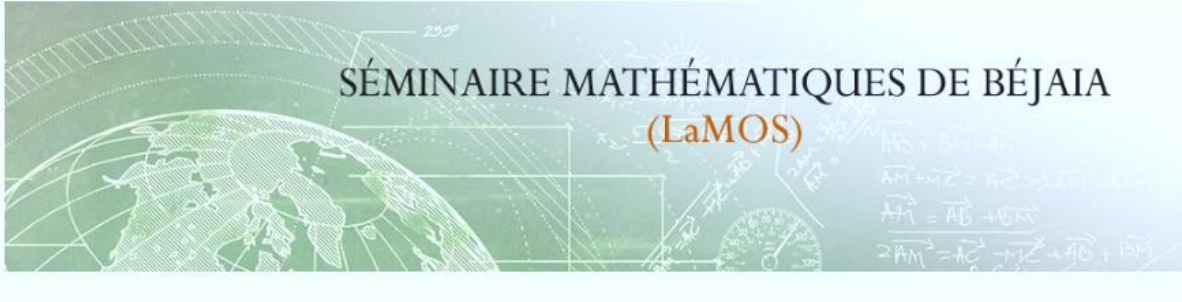
LaMOS Research Unit  
University of Béjaïa

<http://www.lamos.org>

Volume 14  
Béjaïa 2015

ISSN : 1112 - 9433  
E – ISSN : 2800 - 1214



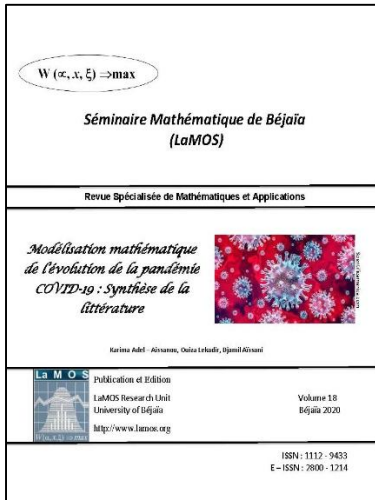


**Revue spécialisée de Mathématiques et Applications**

ISSN : 1112 – 9433. E – ISSN : 2800 - 1214

La revue «Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)» est éditée par l'Unité de Recherche LaMOS – Université de Béjaïa.

University of Bejaia, Targua Ouzamour, 06000, Algeria  
E-Mail: [lamos\\_bejaia@hotmail.com](mailto:lamos_bejaia@hotmail.com)



**Editor (Directeur de la publication) :**

Pr Djamil Aïssani, Director of the Research Unit **LaMOS**

**Editorial Board :**

- Pr Mohamed Saïd Radjef, Chef de la Division, ADRO
- Pr Smail Adjabi, Chef de la Division, MS2P
- Pr Bibi Mohand Ouamer, Chef de l'équipe OCO
- Pr Louiza Bouallouche, Chef de l'équipe EPSIRT
- Pr Redouane Laggoune, Chef de l'équipe MSF
- Dr Rabah Medjoudj, Chef de l'équipe FSE2
- Pr Mohamed Boualem, Chef de l'équipe SR2
- Pr Karim Abbas, Chef de l'équipe MAPPS
- Dr Fazia Rahmoune, Chef du Département RO
- Dr Kamal Kabyl, Responsable du Séminaire SMB

**Fondation : année 2002. Dépôt légal : 934 - 2003**



**Présentation :**

La revue «**Séminaire Mathématiques de Béjaïa (LaMOS)**» est une revue spécialisée de mathématiques et applications. Fondée en 2002, elle paraît une fois par an.

Elle édite les Comptes Rendus annuels du Séminaire Hebdomadaire de l'Unité de Recherche **LaMOS**. Elle peut également éditer des Actes de congrès, ou bien des monographies.

Depuis sa parution, près de 200 textes ont été édités. Ainsi, cette année 2020, sont parus un numéro spécial sur les «**modèles mathématiques et évolution de la pandémie COVID-19**» (Volume 18), ainsi que la monographie «**Approximations dans les Modèles Stochastiques**» (245 pages). Les textes sont reviewés par les membres du comité éditorial.

ISSN : 1112 – 9433. E – ISSN : 2800 - 1214

**Copyright : Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)**

**Date : 2018**

**Séminaire Mathématique de Béjaïa.****Responsable :** Dr KAMAL KABYL.**Adresse :** Unité de Recherche LaMOS (Modélisation et Optimisation des Systèmes).

Université de Béjaïa, Route Targa Ouzamour, 06000 (Algérie).

Tel/Fax : (213) 34 81 37 09.

E-mail : lamos \_ Bejaia@hotmail.com

©Publications de l'Unité de Recherche LaMOS, 2015.

Tous droits de traduction, de reproduction  
et d'adaptation réservés pour tous les pays.**ISSN :** 1112 - 9433**E - ISSN :** 2800 - 1214**Dépôt légal :** 934 - 2003

---

# Table des matières

---

## partie I Evaluation des performances

---

<b>1 Un Modèle pour l'Evaluation des Performances d'un Système de Web Services</b> <i>N. BERNINE et D. AISSANI</i> .....	3
<b>2 Routing with QoS in Vehicular Ad Hoc Networks (VANETs)</b> <i>S. LAHLAH et L. BOUALLOUCHE</i> .....	9
<b>3 La Théorie des Jeux pour la Clusterisation, l'Énergie et la Sécurité des Réseaux Ad hoc</b> <i>M. BOUHADDI et S. M. RADJEF</i> .....	15

---

## partie II Processus Aléatoires et Applications

---

<b>4 Processus régénératifs dans quelques modèles de files d'attente</b> <i>S. HOCINE</i> .....	21
<b>5 La Forme Produit des Réseaux de Petri Stochastiques</b> <i>L. IKHLEF, D. AISSANI et O. LEKADIR</i> .....	27
<b>6 Analysis of poverty dynamics in Mozambique by Markov chains and pseudo panels</b> <i>B. RABTA</i> .....	31

---

## partie III Contrôle Statistique de la Qualité

---

<b>7 Estimation non paramétrique dans la stabilité des chaînes de Markov. (Méthode du noyau et stabilité forte.)</b> <i>M. CHERFAOUI, D. AISSANI et S. ADJABI</i> .....	39
<b>8 Optimisation de la maintenance des Systèmes complexes par les réseaux bayésiens</b> <i>El H. AIT MOKHTAR et R. LAGGOUNE</i> .....	45

---

**partie IV Index des Auteurs**

---

**Index** ..... 55

## **Première partie**

---

### **Evaluation des performances**





# 1

---

## Un Modèle pour l'Évaluation des Performances d'un Système de Web Services

N. BERNINE et D.AISSANI

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 81 37 08

**résumé 1.0.1** *Un Web service désigne un nouveau type de composant logiciel ayant la capacité de publier ses fonctions sur Internet sous forme de services, et de rendre ces services facilement invocables et de les mettre à disposition des clients à travers des protocoles Internet standards. Cependant, les Web services tel qu'ils sont présentés sont limités à des fonctionnalités simples alors la tâche de composer des Web services existants est primordiale afin de satisfaire au mieux les demandes complexes des clients.*

*Dans ce travail, on a proposé un modèle pour l'évaluation des performances d'un système des Web services.*

### Mots clés :

Web service, Composition, file d'attente, Evaluation des performances.

### Introduction

Les Web services sont des applications accessibles sur Internet réalisant chacune une tâche spécifique. Pour fournir une solution à une tâche complexe, on peut regrouper des Web services pour n'en former qu'un seul ; on parle alors de composition de Web services.

Un Web service est dit composé ou composite lorsque son exécution implique des interactions avec d'autres Web services afin de faire appel à leurs fonctionnalités. La composition de Web services spécifie quels services ont besoin d'être invoqués, dans quel ordre et comment gérer les conditions d'exception[01],[02].

La découverte des Web services consiste à trouver les mises en correspondance adéquates entre les éléments de besoin des utilisateurs et les éléments des Web services existants. Ces besoins peuvent être couverts par un Web service simple, ou un Web service complexe issu de la tâche de la composition[03].

Pour assurer la qualité d'un système, on fait appelle à l'évaluation de performances. L'évaluation des performances fait l'objet de discussions sur l'espace informatique. Elle détermine la

qualité d'un système à partir des résultats obtenus pour les entrées/sorties de ce système dans le cadre de l'accomplissement de la tâche qui leur a été assignée.

L'évaluation de performances s'intéresse au calcul des paramètres (indices) de performances d'un système. Ces derniers sont représentés sous forme de valeurs quantitatives, comme le débit, le temps d'attente, le temps de réponse, le nombre moyen d'une entité donnée, le taux d'utilisation.[04],[05],[06],[07]

Les méthodes d'évaluation de performance peuvent être basées sur la simulation ou utiliser des méthodes analytiques.

- Les méthodes analytiques se base sur la théorie des files d'attentes, les réseaux de Petri, les processus stochastiques, les processus de naissance et de mort, les chaines de Markov à temps continu et ces résultats sont exactes et elle est peut couteuse en temps de calcul.
- La simulation se fait avec des Simulateurs existants ou d'implenter un modèle simplifié du système et ces résultats sont approximatifs.

Réseau de Jackson ouvert est un réseau ouvert avec plusieurs station, où chacune des stations est indépendante de l'autre. la probabilité stationnaire de réseau est le produit des probabilités stationnaires de chaque station.

## 1.1 Contribution : Evaluation des Performances d'un système de Web services

### 1.1.1 Description du modèle

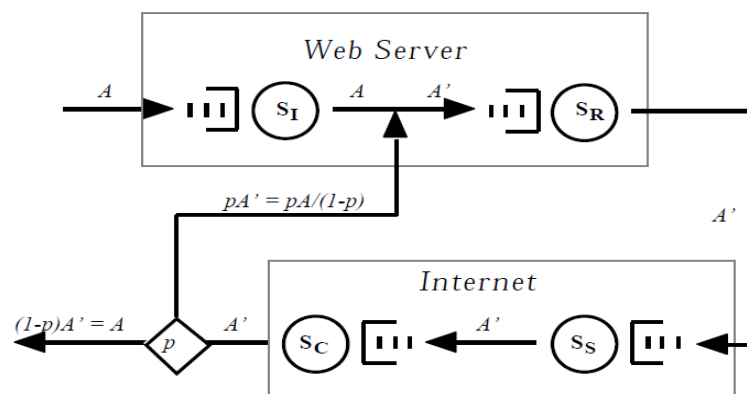


FIGURE 1.1. Modèle de P.Louis.

Dans la réalité on peut trouver des clients satisfaits par les Web services, donc le modèle idéal est le suivant :

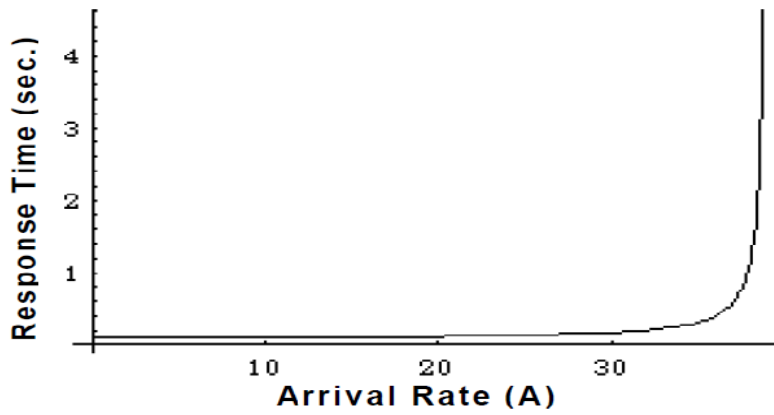


FIGURE 1.2. Temps moyen de réponse en fonction de Taux d'arrivé (A).

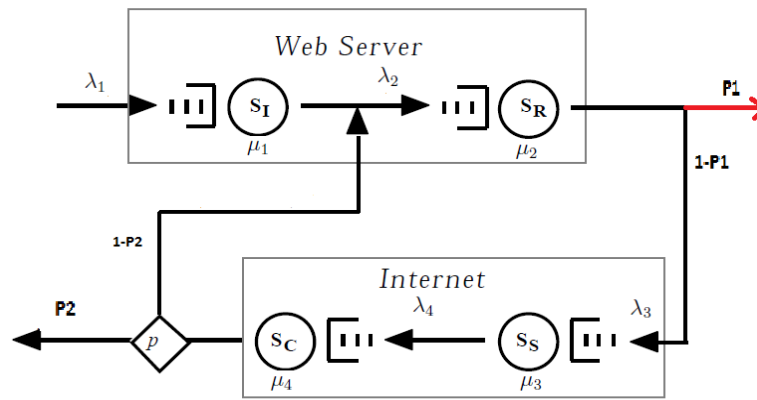


FIGURE 1.3. Le modèle idéal.

Les probabilités de transition sont donnés par les formules suivantes :

$$P_n^i = (1 - \frac{L_i}{\mu_i})(\frac{L_i}{\mu_i})^n, \quad i = \overline{1, 3}$$

Avec,  $L_i < \mu_i$

$$L_1 = \lambda_1 + x$$

$$L_2 = \lambda_1 + x$$

$$L_3 = \frac{\lambda_2 + (1 - p_1)\lambda_1}{p_1}$$

$$x = (1 - p_2) \frac{\lambda_2 + (1 - p_1 \lambda_1)}{p_1}$$

$$P_n = \prod_{i=1}^3 P_n^i$$

La durée moyenne de séjour :

$$V = \sum_{i=1}^3 V_i$$

$$V_i = \frac{1}{\mu_i - L_i}, \quad i = \overline{1, 3}$$

Et l'application numérique nous donne :

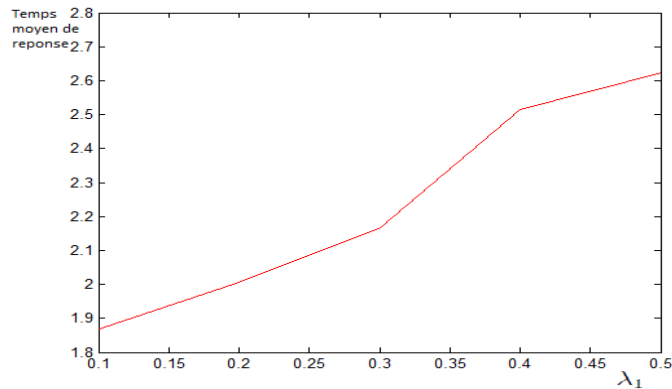


FIGURE 1.4. Temps moyen de réponse en fonction de  $\lambda_1$ .

## 1.2 Conclusion

Dans ce papier, on a modélisé le système des Web services, et évaluer ces performances. Dans les futurs travaux, on va essayer d'évaluer les performances de ce système avec d'autres hypothèses.

## Références

1. H. Kadima. *"Les Web services"*, Edition Eyrolles, 2003.
2. B . Medjahed, A. Bouguettaya, and A. K. Elmagarmid *"Composing Web services on the Semantic Web"*, The VLDB Journal, 12 (4), 2003.
3. H. Nacer, D. Aissani, N. Boudjlida *"Les Web services complexes"*, Edition europeenne, 2011.
4. A. Aissani *" Modèles stochastiques de la théorie de fiabilité "*, Office de publications Universitaires, Alger, 1992.
5. M. Ettl, G. E. Feigin *"A Supply Network Model with Base- Stock Control and Service Requirements"*, Operations Research, vol. 48, n° 2, pp. 216-232, 2000.
6. C. E. Riddalls, S. Bennett *" The stability of supply chains"*, International Journal of Production Research, vol. 40, n° 2, pp. 459-475, 2002.
7. A. Koubaa *"Introduction à l'évaluation de performances des systèmes informatiques et de communication"*, Rapport de recherche, University of Minnesota, [www.amazon.com/Performance Evaluation of Computer and Communication Systems/3540](http://www.amazon.com/Performance-Evaluation-of-Computer-and-Communication-Systems/3540), Janvier 2004.



## **Routing with QoS in Vehicular Ad Hoc Networks (VANETs)**

S. LAHLAH et L. BOUALLOUCHE

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 81 37 08

### **2.1 Introduction**

Mobile ad hoc network (MANET) is formed by mobile nodes that are connected in a self-organized way without an underlying hierarchical infrastructure. The MANET is called a vehicular ad hoc network (VANET) in the special case where the mobile nodes are embedded in vehicles. This kind of networks form the core of an Intelligent Transport System (ITS) whose main objective is to improve road safety by taking advantage of the emergence of communication technology and the decreasing cost of wireless devices. Indeed, thanks to sensors installed in vehicles, or at the board of roads, communications vehicular allow drivers to be aware early enough of potential dangers and situations that they cannot see. In addition, these networks no longer be satisfied to improve road safety only, but will also offer new services to road users making the road more enjoyable.

### **2.2 Architecture, Characteristics and Standards of VANETs**

#### **2.2.1 Architecture**

There are two types of communications in VANETs : V2V and V2I

- Vehicle-to-Vehicle (V2V), in which vehicles transport data between each other. It can be used to provide information about traffic conditions and/or vehicle accidents based on wireless inter-vehicle communication. In V2V communication environments, vehicles are wirelessly connected using multi-hop communication without access to any fixed infrastructure.

- Vehicle-to-Infrastructure (V2I), in which vehicles send and receive data to/from Road Side Unit (RSU) that is a fixed wired network with access points. It can provide real-time information on road traffic conditions, weather, and basic Internet service via communication with backbone networks.

### 2.2.2 Characteristics

- *High Dynamic Topology* : Since vehicles are moving at high speed, topology formed by a VANET is always changing.
- *Frequently disconnected network* : The highly dynamic topology results in frequently disconnected network. This problem is also caused by changing node density.
- *Potential support from infrastructure* : Unlike common MANETs, VANETs can actually take advantage of infrastructure. This property has to be considered to improve protocols and schemes for VANETs.
- *Abundant energy and storage* : The VANET nodes have abundant energy and computation resources, since nodes are vehicles instead of small handheld devices.
- *Mobility Modeling* : The mobility pattern of vehicles depends on traffic environment, roads structure, the speed of vehicles, driver's driving behavior and so on.

### 2.2.3 Standards

#### ***DSRC – WAVE – IEEE 802.11p***

##### ***DSRC*** : Dedicated Short Range Communication

- 75 MHz spectrum set aside for Vehicular Communication (VC)

##### ***WAVE*** : Wireless Access in Vehicular Environments

- Set of standards (incl. 802.11p) for VC

##### ***IEEE 802.11p*** : 802.11a modification for VC

- V2V : Vehicle-to-Vehicle Communication
- V2I : Vehicle-to-Infrastructure Communication

The WAVE standard (Wireless Access in Vehicular Environment) describes the set of standards IEEE 1609.x (.1/.2/.3/.4) deployed at the MAC layer (Layer 2) and network layer (level 3) of the OSI model. At the physical layer (level 1), the IEEE 802.11p standard is used. The set WAVE and IEEE 802.11p, form DSRC standard (Dedicated Short Range Communication).

DSRC is actually considered as the most appropriate standard for wireless communications in vehicular ad hoc networks. With the DSRC standard, it is possible to establish a vehicle-to-vehicle (V2V) communication and a vehicle-to-infrastructure (V2I) communication.

DSRC characteristics are :

- (i) it supports a vehicle speed exceeding 200 km / h,



- (ii) it offers a wireless range between 300 and 1000 meters,
- (iii) it provides a theoretical throughput (bandwidth) up to 6 Mbps.

## 2.3 Application categories

We classify these applications into two main categories :

- **Safety Related** : Applications like collision alert, road conditions warning, merge assistance, deceleration warning, etc. will be classified under safety related applications where the main emphasis is on timely dissemination of safety critical alerts to nearby vehicles.
- **Internet Connectivity Related (User)** : Accessing emails, web browsing, audio and video streaming are some of the connectivity related applications where the emphasis is on the availability of high bandwidth stable internet connectivity.

Each application has its own QoS requirement. QoS is defined as a set of service requirements that needs to be met by the network while transporting a packet stream from a source to its destination. For example safety warning applications should have minimum End to End (E2E) delay, because if a warning message receives at destination with high delay, that message could not be helpful for preventing an accident. Accordingly, packet loss and throughput are two other QoS factors that are very important in active safety applications.

## 2.4 Routing protocols classification

Routing is the core of the vehicular ad hoc networks and several routing protocols have been proposed to compete with sudden changes that may arise due to the nature of VANET. We have two main classes of routing protocols :

**Topology-based routing** - the IP addresses are used to identify the nodes and setup the routes, using the information about the links that exist in the network to identify the best path to forward data. This kind are grouped into three categories of proactive, reactive and hybrid routing.

**Position-based routing** - instead of using the IP addresses, position-based routing relies on the knowledge of the geographical position of the nodes to select the best path to forward data to a destination. Thus, when using position-based routing each node must be able to determine its own location and a source node must be aware of the location of the destination node.

In the last years many routing protocols proposals have been made considering the particular VANET characteristics. From the many proposals that came up, the protocols based on the vehicles positions were found to be the most adequate to VANETs due to their resilience to handling the nodes position variation. For these reason we have emphasis on position-based (geographic) routing. Geographical forwarding is one of the best solutions for VANET routing because it maintains only local information of neighbors rather than per-destination routing entries.

### 2.4.1 Position-based routing

The functionality of a position-based routing protocol may be split in three different aspects :

1. Path selection
2. Forwarding
3. Recovery

#### 1. Path selection

In position-based routing it is not mandatory to use a path selection, but one can use a path selection algorithm if it brings an advantage to the routing protocol. Two of the most commonly used path selection strategies are :

##### *Full path using Dijkstra*

Based on the well known Dijkstra algorithm, in which a path between a pair of nodes (source, destination) is computed at the source node. When using this strategy, each packet carries the position of all junctions to be traversed. Different metrics can be used to compute the cost of the paths. Some routing solutions consider that the cost of each road is the distance (GSR, 2003), whilst others use more attributes to weight the cost, this is the case of the protocol A-STAR.(2004), that uses the information of the number of bus lines to weight the paths.

It has two main problems : overhead and reduced availability. It has a big overhead since each packet needs to carry information about the entire path (the various junctions it traverse). It also has reduced availability due to many disconnection problems that might happen, since the vehicles have a high mobility.

##### *Next junction selection*

Select at each junction, which road to follow next (GPCR, 2005 ; GyTAR, 2007). Thus, each time a packet arrives at a junction the node who carries it selects which of the surrounding roads is the best to follow and selects a node that uses that road. This can be done using different metrics, the most commonly used is a combination between the progress toward the destination

and the vehicle density of that road. Each of the metrics can have a different weight as suggested in (GyTAR, 2007). The weight of each metric can be set depending on what is more important.

At each moment the packet would only carry two positions : the position of the destination and the position of the next junction. This solution does not increase the overhead as much as the full path using Dijkstra since only one location (the next junction) is needed beside the position of the destination.

## 2. Forwarding

In spite of having a path selected or not, every position-based routing protocol needs a forwarding strategy either to forward to the destination or to forward between junctions in the selected path. Some of the most used approaches are :

### A. The greedy forwarding

Which is used by Karp and Kung (GPSR, 2000). In this approach the sending node sends the packet to the neighbour that is closer to the destination.

### B. Greedy along the path

As the name suggests, is the greedy approach but considering only the nodes that are on the selected path or road to next junction. This is the approach used by Jerbi and al. (GyTAR, 2007). In this protocol no path from source to destination is constructed. In each junction the forwarding node calculates which is the best next junction taking into account the number of vehicles between them and the progress towards the destination in terms of distance.

### C. Restricted greedy

There are also a couple of greedy approaches with some restrictions (GPCR, 2005).

## 3. Recovery

In order to escape from a local optimum a repair strategy may be used. The general aim of a repair strategy is to forward the packet to a node which is closer to the destination than the node where the packet encountered the local optimum.

One of the recovery-mode strategies widely used is the right-hand rule (GPSR, GPCR,...) to traverse graphs. The rule says that if node  $n$  receives the packet from edge  $E_1$ , it sends the packet through its next edge counter clockwise about  $n$ . The routing protocols switches back to forwarding mode once the forwarding node is closer to the destination than the node that triggers the recovery strategy.

Other approach used is the carry-and-forward (VADD, 2008). As the name suggests, when the local maximum occurs the node carries the packet until a eligible neighbour appears.

Instead of using a recovery strategy, some algorithms recalculate the path when the local maximum occur (A-STAR, 2004).

## **2.5 Conclusion**

We have presented the Vehicular Ad Hoc Network which is a subclass of ad hoc network , we have been focusing on routing problem especially on geographic routing protocole classe considering the most robuste for supporting a high changement in the topologie and high mobility of the nodes.

### 3

---

## **La Théorie des Jeux pour la Clusterisation, l'Énergie et la Sécurité des Réseaux Ad hoc**

M. BOUHADDI et S. M. RADJEF

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 81 37 08

Les réseaux Ad hoc connaissent un engouement de plus en plus important dans le domaine de la recherche, du fait notamment de leur extensibilité par rapport aux réseaux avec infrastructures [2]. Les réseaux mobiles Ad hoc, ou bien appelés MANET (Mobile Ad hoc NETWORK), sont définis comme un ensemble de nœuds mobiles et autonomes qui sont interconnectés par des liens de communication sans fils [1].

Ces réseaux constituent une technologie émergente offrant à leurs utilisateurs de nombreux avantages en termes de coût et de facilité d'utilisation, ce qui a popularisé leurs domaines d'application [2]. Nous les retrouvons aussi bien dans des applications militaires, commerciales, le travail collaboratif, mais aussi dans les services d'urgence et les réseaux de capteurs.

### **Position du problème**

Reste que si les perspectives sont prometteuses, les contraintes en sont à la hauteur. En effet, ces réseaux sont caractérisés par des ressources limitées en énergie. La conservation de cette dernière s'avère donc être un facteur primordial pour la durée de vie du réseau.

Ajouté à cela, la présence de nœuds refusant la participation aux fonctionnalités du réseau, comme la retransmission, la sécurité ou même être délégués avec comme objectif de maximiser leur propre bénéfice tout en minimisant leur propre contribution au profit des autres nœuds du réseau et sont appelés nœuds égoïstes.

Ces réseaux sont également, par nature, plus vulnérables et plus difficiles à protéger que les réseaux filaires en raison de leur caractère spontané, ces derniers ne peuvent bénéficier des mécanismes de sécurité s'appuyant sur l'infrastructure, comme un pare-feu ou un serveur d'authentification. En conséquence, chaque nœud constitue un point de vulnérabilité qui ne peut compter que sur ses propres ressources et ses services pour se protéger.

## Etat de l'art

Il existe différents travaux dans la littérature qui ont traité de ces problématiques définies, la gestion de l'énergie [5], le problème d'égoïsme [3] et de sécurité [7].

Une méthode efficace pour réduire les dépenses des nœuds en énergie, qui constitue une denrée rare, est une technique de regroupement connu sous le nom de clusterisation. Elle consiste à structurer le réseau en groupes d'entités appelés clusters donnant ainsi au réseau une structure hiérarchique.

Chaque cluster est représenté par un nœud particulier appelé cluster-head. Un nœud est élu cluster-head selon une métrique telle que le degré, la mobilité, l'identité des nœuds, ou bien sur la base d'une combinaison de ces paramètres.

Parmi les algorithmes de clusterisation les plus connus, on retrouve l'algorithme **LEECH**, qui se base sur une sélection aléatoire des cluster-heads et se fait en rotation afin d'équilibrer la consommation d'énergie. L'algorithme **HEED** qui sélectionne le cluster-head sur la base de l'énergie consommée et ne fait aucune hypothèse sur l'emplacement des nœuds. L'algorithme **ILBH** qui est utilisé pour équilibrer la consommation des nœuds, deux paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont utilisés tels que  $\alpha < \beta$ . Lorsque l'énergie d'un nœud diminue jusqu'à atteindre un seuil  $\alpha$ , il réduit sa puissance de transmission et passe à l'état sommeil et ne change d'état qu'une fois que son niveau de batterie ré-atteint le seuil  $\beta$ , et il ne sera pas élu cluster-head pendant cette période de temps. Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont choisis avec soin de manière à ce que tous les nœuds ne se mettent pas en veille en même temps. Les résultats de la simulation ont montré que pour atteindre un résultat optimal, l'écart entre  $\alpha$  et  $\beta$  ne doit pas dépasser 0.1.

Nous remarquons que dans ces algorithmes que nous venons de citer, aucun ne traite de la question des nœuds égoïstes.

Le problème de l'égoïsme des nœuds, est défini dans le cadre de cette recherche comme la non-collaboration du nœud dans le processus de sécurité et cela dans le but de conserver l'énergie. Les mécanismes d'incitation se distinguent par la manière dont les nœuds sont incités à coopérer. Nous retrouvons les mécanismes basés sur les crédits et ceux basés sur la réputation.

- Mécanismes basés sur les crédits : l'idée de base de ce système est d'utiliser les crédits pour récompenser les nœuds qui participent aux services du réseau. Ces crédits agissent comme une compensation pour les coûts liés aux dépenses énergétiques, ils peuvent être par la suite utilisés par les nœuds pour bénéficier eux aussi des services du réseau.
- Mécanismes basés sur la réputation : la réputation d'un nœud est une quantité dynamique qui est formée et mise à jour en utilisant des observations directes ou des informations fournies par les autres membres du réseau. Si la réputation est inférieure à un seuil pré-défini, il sera considéré comme égoïste et donc sera écarté du réseau pour une certaine période appelée "phase de punition".

## Modèle proposé

L'idée proposée pour une gestion efficace du réseau en terme d'énergie et de sécurité, est de clusteriser le réseau en utilisant le jeu de clustering. Cette technique de clusterisation, à la différence des autres techniques :

- Induit moins de messages à envoyer et donc moins de dépenses en énergie,
- Equilibre la consommation en énergie, car la sélection du cluster-heads se fait en rotation,
- La procédure de clusterisation sera basée sur l'incitation naturelle des nœuds à participer au processus d'élection et donc à la coopération.

Le modèle présenté, viendra améliorer les travaux [4]. En effet, en plus de considérer le voisinage des nœuds et le rayon de transmission lors du déroulement du jeu, on considérera également l'impact de la présence d'un mécanisme de sécurité dans le déroulement du jeu mais également, l'énergie résiduelle dans la sélection du cluster-head. Pour la sécurisation des données du réseau, on installera un système de détection d'intrusions (IDS) sur chaque nœud du réseau qui analysera le trafic circulant sur le support sans fil pour détecter les activités malveillantes. A des fins de conservation d'énergie, on n'activera ces IDSs uniquement sur les cluster-heads. Par la suite, on s'intéressera au problème d'égoïsme des cluster-heads dans leur participation à la sécurisation de leurs membres afin de conserver leur énergie. Dans le but d'inciter les cluster-heads à garder leur IDS actif pour sécuriser le trafic entrant et sortant de son cluster, on introduira un système de réputation qui mesurera la participation des cluster-heads dans la sécurité suivant le taux de détection, ainsi cette valeur se mettra à jour à chaque tour. Dans la dernière étape du modèle, on considérera l'interaction existant entre un nœud intrus dans le type n'est pas connu et le cluster-head qui veillera à la sécurité de ses membres en attribuant plus d'attention aux nœuds dans la valeur de réputation est plus élevée. Cette partie du travail, viendra améliorer les travaux [6].

## Références

- [1] D.P. Agrawal, Q.A. Zeng (2003). Introduction to wireless and mobile systems, Ad Hoc and Sensor Networks. Brooks/Cole-Thomson Learning pp. 297-348.
- [2] A. Deodhar, R. Gujarathi (2003), "A Cluster Based Intrusion Detection System for Mobile Ad Hoc Networks".
- [3] D. J. Goodman and N. B. Mandayam (2000), "Power control for wireless data", IEEE Person. Comm., Vol. 7, No. 2, pp. 48–54.
- [4] G. Koltsidas, F-N. Pavlidou (2011), "A game theoretical approach to clustering of ad-hoc and sensor networks", Telecommunication Systems, Volume 47, Issue 1-2, pp 81-93.
- [5] S. Lasaulce, Y. Hayel, R. El Azouzi and M. Debbah (2009), "Introducing hierarchy in energy games", IEEE Trans. on Wireless Comm., Vol. 8, No. 7, pp. 3833–3843.
- [6] H. Otrok, N. Mohammed, L. Wang, M. Debbabi, P. Bhattacharya (2007), "A game-theoretic intrusion detection model for mobile ad hoc networks", Computer Communications 31, 708–721.
- [7] Yi Ping, Jiang Xinghao, Wu Yue, Liu Ning (2000), Distributed intrusion detection for mobile ad hoc networks, Journal of Systems Engineering and Electronics Vol. 19, No. 4, pp.851–859.





## **Deuxième partie**

---

### **Processus Aléatoires et Applications**



## 4

---

# Processus régénératifs dans quelques modèles de files d'attente

S. HOCINE

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 81 37 08

**résumé 4.0.1** *Les Processus régénératifs jouent un rôle majeur dans l'application des probabilités. Dans la théorie des files d'attente, les événements régénératifs sont souvent liés à une file vide, ou l'arrivée des clients à un système vide. L'objectif de ce travail, est de présenter une construction des points de régénération pour les deux modèles de files d'attente à serveur unique (GI/GI/1) et multiserveurs (GI/GI/N), en se basant sur le travail de Foss and V. Kalashnikov (Regeneration and renovation in queues).*

**Mots-clés.** *Régénération, Renouvellement, Système de file d'attente, le système multiserveur, temps d'attente.*

## 4.1 Introduction

La notion de régénération est très importante dans la théorie des probabilités en général et en théorie des files d'attente en particulier. Elle est utilisée pour l'analyse qualitative des systèmes d'attente (Ergodicité, stabilité, la convergence en régime stationnaire) et pour l'estimation quantitative, y compris la simulation (caractéristiques stationnaires, l'estimation de la stabilité et le taux de convergence). Étant introduit par W.L. Smith cette notion a été généralisée par Thorisson [10] et Asmussen [1] de telle sorte que ils ont permis la dépendance entre les cycles de régénération. Cette généralisation est très importante pour la théorie des files d'attente car elle conserve tous les résultats importants et conduit à la possibilité d'étudier une grande classe de files d'attente (en comparaison avec la régénération de Smith).

Ces deux approches permettent de construire des événements régénératifs pour d'autres systèmes d'attente (files d'attente multiserveurs et multi-phases). Une fois que les points de régénération sont construits, il est possible d'appliquer tous résultats connus pour les processus de régénération (estimations du taux de convergence, estimations de la stabilité) afin d'étudier le modèle de file d'attente correspondant. Un exemple d'une telle étude figure dans Asmussen et Foss [2] où la construction générale proposée est utilisée pour l'obtention des résultats

d'ergodicité.

Les événements régénératifs dans la théorie des files d'attente sont souvent liés à une file vide, ou l'arrivée des clients à un système vide.

## 4.2 File d'attente à serveur unique

Considérons la file d'attente  $GI/GI/1/\infty$  qui satisfait l'équation de Lindley :

$$w_{n+1} = (w_n + s_n - e_n)_+, \quad n \geq 0, \quad (4.1)$$

Où  $(\cdot)_+ = \max(0, \cdot)_+$ , et  $\{s_n\}, \{e_n\}$  représentent respectivement les durées de service et l'inter-arrivées des clients, constituées de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, et  $\{w_n\}$  représente la durée d'attente.

Initialisons la durée de service et l'inter-arrivée à 0.

Alors

$$A_n = \{w_n = 0\} \quad (4.2)$$

est un événement régénératif.

Notons par  $R(k)$  l'instant d'occurrence du  $k^{\text{ème}}$  événement régénératif,

$$\theta_k = R(k) - R(k-1), \quad k \geq 1, R(0) = 0.$$

Si

$$Es_0 < Ee_0 \quad (4.3)$$

Alors l'événement  $\{A_n\}$  est récurrent positif. Cela signifie que, sous la condition (4.3) la relation suivante est vraie

$$E\theta_k \leq c < \infty, \quad k \geq 1, \quad (4.4)$$

où la constante  $c$  dépend des fonctions de distribution de  $s_0$  et  $e_0$  en général. Notons que l'inégalité (4.3) découle de

$$\mathbb{P}(s_0 < e_0) > 0, \quad (4.5)$$

Cet exemple montre que le processus  $\{w_n\}$  est régénératif dans le sens de Smith, c'est-à-dire, les cycles de régénération sont indépendants.

### 4.3 File d'attente multiserveurs

Considérons un système de files d'attente  $GI/GI/N$  (avec  $N$  serveurs), pour la description de ce système on utilise les équations Kiefer-Wolfowitz :

$$w_{n+1} = V(w_n + \delta s_n - I e_n)_+, \quad n \geq 0, \quad (4.6)$$

Là aussi,  $\{s_n\}$  et  $\{e_n\}$  représentent respectivement les durées de service et l'inter-arrivées des clients, et  $w_n = (w_{n1}, \dots, w_{nN})$  est un vecteur des durées d'attente par rapport au  $n^{\text{ème}}$  client.  $w_{n1} \leq \dots \leq w_{nN}$ , et  $V(\cdot)$  est un opérateur qui ordonne les éléments de  $(\cdot)$  dans l'ordre croissant,  $\delta = (1, 0, \dots, 0)$ ,  $I = (1, 1, \dots, 1)$ .

Si  $\{s_n\}$ ,  $\{e_n\}$  se composent de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, alors il est possible de définir des événements régénératifs pour ce système. Très souvent, on tente d'élargir la construction précédente pour le cas multiserveur de la manière suivante :

Soit

$$A_n = \{w_n = (0, 0, \dots, 0)\} \quad (4.7)$$

Evidemment, il s'agit d'un événement régénératif au sens de Smith. Pour que ces événements soient récurrents positifs, nous devons imposer la condition d'ergodicité :

$$E s_0 < N E e_0 \quad (4.8)$$

Mais, en général, cette condition n'est pas suffisante. Nous devons exiger de plus que

$$\mathbb{P}(s_0 < e_0) > 0 \quad (4.9)$$

Notons qu'il est possible de démontrer que sous les conditions (4.8) et (4.9) les événements  $\{A_n\}$  construits par la formule (4.7) sont récurrents positifs [6].

Cette construction n'est pas intéressante car elle exige une condition supplémentaire (4.9).

Il est bien connu (voir Borovkov [3], Kalashnikov [8], Foss [5], et Kalashnikov Rachev [9]) qu'il est possible d'éliminer condition (4.9) si l'on utilise la régénération dans le sens de S. Asmussen et H. Thorisson.

Fixons un entier  $L > 0$  et considérons les événements

$$B_n(\Delta, \sigma, \varepsilon) = \{s_j - N e_j \leq -\Delta, s_j \leq \sigma, e_j \geq \varepsilon, n - L \leq j < n\} \quad (4.10)$$

$$C_n(u) = \{w_{nN} \leq u\} \quad (4.11)$$

Où  $\Delta, \sigma, \varepsilon$  et  $u$  sont des constantes positives. Il est possible de démontré qu'il existe un nombre entier  $L > 0$  tel que les valeurs de  $w_n (n \geq L)$  calculées à l'aide de l'équation (4.6) ne dépend pas de  $w_0, \dots, w_{n-L}$ , (mais uniquement de  $e_{n-L}, \dots, e_{n-1}$  et de  $s_{n-L}, \dots, s_{n-1}$  [6], dans un sens algébrique étant donné la réalisation de l'événement

$$A_n = C_{n-L}(u) \cap B_n(\Delta, \sigma, \varepsilon) \quad (4.12)$$

En fait, il s'agit d'une conséquence de l'équation Kiefer-Wolfowitz. évidemment la constante  $L$  dépend de  $u, \Delta, \sigma$  et  $\varepsilon$ , et il est possible de donner une estimation correspondant (voir Kalachnikov et Rachev [9]).

Il est convenable de nommer  $A$  un "événement renouvelable". Ecrivons

$$I(A) = \begin{cases} 1 & \text{si l'événement A survient, et} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.13)$$

Si on prend

$$R(0) = 0$$

,

$$R(1) = \min\{k : I(A_k) = 1\}, \quad (4.14)$$

$$R(n+1) = \min\{k : k > R(n) + L, I(A_k) = 1\}. \quad (4.15)$$

Alors la suite  $R(n)$ , "des instants de renouvellement" est un processus de renouvellement, c'est à dire les variables aléatoires  $\theta_n = R(n) - R(n-1)$  sont indépendantes et identiquement distribuées ( $\forall n > 1$ ). Par ailleurs, la condition d'ergodicité (refsafeq8) implique que  $E\theta_1 < \infty$ . Donc, nous sommes parvenus à éliminer la condition (4.9) et nous avons obtenu un processus régénératif sans elle.

## 4.4 Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté une construction des points de régénération pour les deux modèles de files d'attente à serveur unique ( $GI/GI/1$ ) et multiserveurs ( $GI/GI/N$ ). Pour le modèle  $GI/GI/1$  les durées d'attente forment un processus régénératif avec l'indépendance entre les cycles de régénération. Par contre pour le deuxième modèle, il existe une dépendance entre les cycles de régénération, le processus régénératif est obtenu alors, on utilisant la généralisation de S. Asmussen et H. Thorisson.

## Bibliographie

- [1] S. Asmussen, *Applied Probability and Queues* (Wiley, 1987).
- [2] S. Asmussen and S. Foss, *Renovation, regeneration and coupling in multiserver queues in continuous time*, Preprint No. 1990-2, Dept. of Math., Chalmers Univ. of Technology, The University of Göteborg (1990), to appear in Ann. Appl. Prob.
- [3] A. Borovkov, *Asymptotic Methods in Queueing Theory* (Nauka, Moscow, 1980) (in Russian). (English translation : Wiley, 1984).
- [4] A. Borovkov, *Limit theorems for queueing networks I*, Theory Prob. Appl. 31 (1986) 474-490.
- [5] S. Foss, *The method of renovation events and its applications in queueing theory, Semi-Markov Models. Theory and Application*, Proc. 1-st Int. Symp. on Semi-Markov Processes, Brussel (1984) (Plenum, 1986) pp. 337-350.
- [6] S.G. Foss and V. Kalashnikov, *Regeneration and renovation in queues*, Queueing Systems 8 (1991) 211-224.
- [7] V. Kalashnikov, *Qualitative Analysis of Complex Systems Behaviour by Test Functions Method* (Nauka, Moscow, 1978) (in Russian).
- [8] V. Kalashnikov, *Stability estimates for renovative processes*, Eng. Cybern. 17 (1980) 85-89.
- [9] V. Kalashnikov and S. Rachev, *Mathematical Methods for Construction of Queueing Models* (Wadsworth and Brooks/Cole, 1990).
- [10] H. Thorisson, *The coupling of regenerative processes*, Adv. Appl. Prob. 15 (1983) 531-561.





## La Forme Produit des Réseaux de Petri Stochastiques

L. IKHLEF, D. AISSANI et O. LEKADIR

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 81 37 08

**résumé 5.0.1** *Dans cet exposé, il s'agit de présenter quelques résultats concernant la caractérisation (structurelle) et l'analyser certain classes de réseaux de Petri stochastiques ayant une distribution stationnaire à forme produit. Une distribution stationnaire est dite à forme produit si elle peut être factorisée en termes qui ne dépendent que des paramètres locaux. Pour les réseaux Markoviens, avoir une solution à forme produit est une propriété très importante. Elle donne la possibilité de déterminer la distribution stationnaire sans avoir à calculer tous les états du système, donc permet de simplifier les calculs de performances de ce dernier.*

### 5.1 Introduction

L'évolution technologique de ces dernières années a induit une complexité des systèmes dans différents domaines, qui devient de plus en plus difficile à gérer. Cette évolution s'est accompagnée d'un développement et d'une diversification des outils permettant de faire une analyse qualitative et quantitative de ces systèmes, nous citons : les réseaux de files d'attente ( $QN$ ), Les algèbres de processus ( $MPA$ ), les réseaux de Petri stochastique ( $SPN$ ,  $GSPN$ ,  $DSPN$ ,...).

### 5.2 Réseaux de Petri Stochastiques ( $SPN$ )

Les réseaux de Petri ( $PN$ ) sont des outils graphiques et mathématiques permettant de modéliser le comportement dynamique des systèmes à événements discrets et continus comme les systèmes manufacturiers, les systèmes de télécommunication, les réseaux de transport, etc.

Les réseaux de Petri ont été introduits par Carl Adam Petri dans sa thèse *Kommunikation mit Automaten* au début des années soixante.

Un  $PN$  est un **graphe** biparti orienté constitué de **places**, de **transitions** et d'**arcs** qui relie les transitions aux places (**input arc**) et les places aux transitions (**output arc**). Les transitions noté par des rectangles, les places par des cercles et les arcs par des flèches. Des **jetons** (marques) associé aux places noté par des point ou des nombre à l'intérieur d'une place. Des entier positif appelé **poinds** associé aux arcs. L'état d'un  $PN$  est définie par le nombre de marques dans chaque places, représenté par le vecteur  $M(m(p_1), m(p_2), \dots, m(p_n))$  appelé

**marquage** d'un  $PN$ . Une transition  $t$  est **sensibilisée** si le nombre de jetons dans chaque place d'entrée à  $t$  est supérieur ou égal au poids de l'arc joignant cette place à  $t$ . Le **franchissement** (le tir) de  $t$  consiste à retirer dans les places d'entrée de  $t$ , le nombre de jetons indiqué sur les arcs entrants de  $t$  et en déposant ensuite, à chaque place de sortie le nombre de jetons correspond au poids indiqué sur l'arc sortant de  $t$ . Il est possible d'obtenir l'ensemble des suites finies ou infinies dévolution du système à partir du **marquage initial**  $M_0$ , cette suite d'ensemble définit l'ensemble des marquages accessibles. Le graphe des marquages d'un  $PN$  noté  $R(PN, M_0)$  est un graphe dont ses nœuds sont les marquages accessibles reliant par des arcs orientés définis par la relation d'accessibilité directe et étiquetés par les transitions de réseau correspondant. Les ouvrages [1, 2, 3] constituent de bons outils pour un état de l'art sur la théorie des  $PN$ .

Les réseaux de Petri stochastiques (SPN) ont été suggérés par Molloy, Florin, Natkin 1985 [1]. Ils ont introduit la notion de temps pour répondre aux exigences de certain type des systèmes. Un  $SPN$  est obtenu à partir du  $PN$  classique, en associant une fonction de distribution de probabilité pour le délai de franchissement de chaque transition. Depuis ce travail plusieurs extensions ont été apparues comme (GSPN, DSPN,...).

### 5.3 Avantage des $SPN$

- Puissance d'expression (Synchronisation - Concurrence - Blocage,...).
- Combiner l'analyse qualitative et quantitative.
- Offre un moyen riche et efficace d'expression des indices de performance et la génération de CMTC
- Plusieurs logiciels dédiés aux  $PN$  (Time Net, GreatSPN,...)

### 5.4 La forme produit ( $PF - SPN$ )

L'analyse d'un  $CTMC$  lié à un  $GSPN$  peut être très dure en raison du problème d'explosion de l'espace d'état (explosion combinatoire). La taille de graphe de marquage d'un  $SPN$  ( $GSPN$ ) augmente de façon exponentielle avec à la fois le nombre de jetons dans le marquage initial et avec le nombre de places dans le réseau. Récemment certains classes des  $SPN$  et  $GSPN$  ont été découverts, qui sont caractérisés par la distribution de probabilité à l'état stationnaire de leurs marquage qui peut être factorisé ce qui donne la "**Forme Produit**". Plusieurs efforts de recherche ont été consacrés pour identifier les conditions d'existence de la forme produit des  $SPN$  et  $GSPN$ , nous pouvons récapituler ces résultats en identifiant trois classes de la forme produit :

- La Classe Boucherie ("A.A.Lazar et T.G.Robbertazzi 1987"- "Boucherie R.J 1994" - "Matteo Sereno" );

- La classe Coleman et al ("W.Henderson, P.Lucic et P.G.Taylor 1989 J.L.Coleman , W.Henderson et P.G.Taylor 1995" - "S.Haddad , P.Moreaux , M.Sereno , M.Silva" - "Matteo Sereno Gearfranco Balbo 1997");
- La Classe Balbo et al ("G.Balbo et al 2002"- "G.Blabo et al 2003"[4]- "Marco Gribaudo, Matteo Sereno 1998")

### 5.5 Exemple

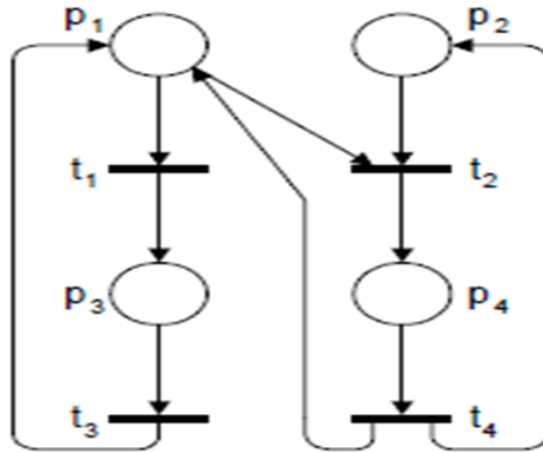


FIGURE 5.1. Stochastique Petri net (SPN)

La matrice d'incidence associé au SPN (Fig.5.1) est donné par :

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Après la résolution de système :  $Cx^T = 0$  , On voie bien que ce réseau admit deux T-semi-flows  $x_1 = (1, 0, 1, 0)$  et  $x_2 = (0, 1, 0, 1)$ ,  $\|x_1\| = \{t_1, t_3\}$  et  $\|x_2\| = \{t_2, t_4\}$  et les transitions  $t_1, t_2, t_3, t_4$  sont couvertes par les deux T-semi-flows donc d'après la classe de Coloman ce PN est un  $\pi$ -net sa distribution stationnaire est donné par :

$$\pi(m) = \frac{1}{G} \left(\frac{\mu_1}{\mu_3}\right)^{m_2} \left(\frac{\mu_2}{\mu_4}\right)^{m_4}$$

tels que :

$\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  : Respectivement sont les taux de franchissement des transitions  $t_1, t_2, t_3, t_4$ .

$m_2, m_4$  : Sont le nombre de jeton dans la place  $p_2$  et  $p_4$ .

$G$  : Constante de normalisation.

## 5.6 Conclusion

Notre futur travail pourrait être :

- L'application de la technique décrite par Coleman pour dériver d'autres nouveaux résultats de  $PF - QN$ .
- Une autre direction de recherche est la dérivation d'autres techniques qui permettent de transformer un  $GSPN$  associé à un  $NPF - QN$  à un  $GSPN$  à forme produit.

## Références

1. M.K.Molloy" Performance analysis using stochastic Petri nets". IEEE September 1982.
2. N.Gharbi et M.Ioualalen,"Performance evaluation of multi-server queues with station and server vacations". In International Industrial Simulation Conference397-401, Malaga, Spain, June 2004.
3. S.Kishor, C.Oliver," Stochastic Petri net analysis of finite population vacation queueing systems", Queuing systems 8(1991)111-118.
4. G.Balbo, S.C.Bruell et M.Sereno,"Product form solution for Generalized Stochastic Petri Nets", IEEE Transactions on software engineering, Vol.28, NO. 10, October 2002.

## 6

---

# Analysis of poverty dynamics in Mozambique by Markov chains and pseudo panels

B. RABTA

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 81 37 08

**résumé 6.0.1** *In this paper, we explore household poverty dynamics in Mozambique. We construct a pseudo-panel from recurrent cross-section surveys based on a matching procedure with respect to time invariant characteristics. To describe the poverty dynamics in the pseudo-panel we use continuous time Markov-chain theory. It appears a powerful tool to estimate poverty measures beyond the commonly reported transition probabilities. The added measures include the stationary situation, the sojourn time in a certain poverty state and an index of mobility. We also provide probit regression results identifying the factors that influence the movements between poverty states.*

**Keywords :** *Poverty dynamics ; pseudo panel data, continuous time Markov chain ; stationary measures, Mozambique*

## 6.1 Introduction

Several studies have observed that certain populations are characterized by considerable rates of transitions between poverty states over time (see, e.g. [13, 7]). Therefore poverty must be regarded as a dynamic phenomenon and one needs to complement the static perspective with a dynamic perspective that distinguishes between chronic and transitory poverty [9, 16] since chronic poverty can be expected to have a much larger affect on wellbeing (e.g., [5]). Accordingly, studies of poverty nowadays focus on the improvement of the well-being of the households who are currently poor but also on preventing others from falling into poverty [3].

Poverty dynamics are commonly analyzed in the framework of transition tables between subsequent poverty states [15, 6]. Those transition probabilities are best estimated from household panel data where poverty indicators are measured at multiple points in time. Unfortunately, true panel data are rare and, when available, they only represent part of the population. Furthermore, potential concerns with panel data include the attrition of the movers and the over-representation of those with rather stable conditions.

Several studies propose the use of repeated cross sectional (RCS) data to construct pseudo panels as an alternative to true panel data (e.g. [15, 6]). For instance, Dang et al. [6] used repea-

ted cross sectional data to study poverty mobility and showed based on comparison with true panel estimates that the procedure performs well and provides reliable results. For many countries, a series of representative cross sections is available and contain a wealth of information on the evolution of poverty.

In this paper, we construct a pseudo-panel from two survey rounds in Mozambique. We analyze the transitions between poverty classes based on a continuous-time Markov chain approach. By applying the results of the theory of Markov chains (see, e.g. [8]) one can expand the common analysis beyond the description of the transitions between poverty states and derive a set of additional measures of interest. In a second step, we attempt to understand the determinants of poverty dynamics via probit regression and conditional analysis.

## 6.2 The Markov chain approach to poverty dynamics

Our model of the poverty dynamics of the households is a continuous time homogenous Markov chain  $X_t$  with infinitesimal generator  $Q$  on a set of poverty classes  $S = \{s_0 = \text{poor}; s_1 = \text{non poor}\}$ . Assumptions of the model imply that the transition probabilities are independent from the history of the household given its present state and that they remain constant over time.

When the chain is observed at regular time intervals of length  $\delta$ , the obtained transition matrix equals  $P(\delta) = e^{\delta Q}$  corresponding to the discrete-time embedded Markov chain ( $\delta$ -skeleton)  $X_n$ , where  $X_n$  is the household poverty status at observation date  $t_n$  with  $t_n - t_{n-1} = \delta, \forall n > 1$ . Given two survey rounds, the transition matrix  $P = P(\delta)$  is estimated using maximum likelihood method (e.g., [2]). The infinitesimal generator  $Q$  is obtained from  $P$  under the conditions that ensure the embedability of the discrete chain in the continuous-time process. A stochastic 2 by 2 matrix  $P$  is embeddable if and only if  $\det(P) > 0$  or equivalently  $\text{trace}(P) > 1$  [12].

If the Markov chain is irreducible then it admits a unique stationary vector  $v = (v_i)_{i \in S}$  where  $v_i$  represents the probability of a household to be in state  $i$  after a sufficiently long time irrespective of its initial state (also the stationary proportion of households in state  $i$ ). Other measures that can be derived include the mean sojourn time in each poverty state.

A mobility measure that is commonly reported is the Shorrocks mobility index [17]. In its normalized form it writes for a given observation period

$$SMI(P) = 1 - \text{Trace}(P)/N, \text{ where } N = \text{card}(S).$$

## 6.3 Empirical results and discussion

We use two frames of a recurring household survey in Mozambique covering the years 2003 and 2009 [10, 11]. The data are used to construct a pseudo panel by means of a matching procedure based on time-invariant characteristics such as language, religion, and ethnicity and

also sex, education, year of birth, place of birth, area of residence and education of the household head.

### 6.3.1 Results

The total number of households in the 2003 survey is 8678 of which 8560 have been matched. The poverty status of households in both surveys is calculated based on a national poverty line methodology [4, 1, 14].

The estimated transition matrix  $P$  of the observed discrete chain between two survey frames is  $P = \begin{pmatrix} 0.5651 & 0.4349 \\ 0.3591 & 0.6409 \end{pmatrix}$  from which we also calculate  $Q$ . Their common stationary vector is given by  $v = (0.4522, 0.5478)'$ .

The off-diagonal elements of  $P$  as well as the Shorrocks mobility index (0.3970) show that the proportion of movers is considerable. The poverty prevalence will be around 45% in the long run. On average, a poor household stays 6.9 years in this status before moving, while the non-poor households stay a bit longer in their class (8.4 years).

*Probit regression for factors influencing the transitions :*

Probit regression results show some of the factors that have significant influence on the transition probabilities. For the poor class, these factors include household head literacy status, the presence of elderly, residence area (urban/rural) and household size. At the same time, the contribution of the age of the head of the household is small.

For the non-poor, the sex and the literacy status of the household head, the presence of elderly, residence area and the number of children are the most influential factors.

*Conditional transition probabilities*

Having identified some of the factors influencing the transition probabilities, we draw special attention to the duration of poverty and non-poverty spells in sub-groups of the population. Particular conditions are examined in the following :

1. *Residence area (urban/rural) :* Rural households have a high probability to stay in poverty if they are poor (0.63) or to slip into poverty if they are not (0.50). They spend in average 7 years in poverty state but less (5.1 years) in non-poverty state. At the opposite, poor urban households have higher probability to get out of poverty (0.6) and they stay shorter in poverty state (4.3 years). The non-poor urban households have probability 0.74 to remain and they stay 9.9 years in non-poverty state on average. In the long run, only 30% of the households in the urban area will be poor as opposed to 58% of the households in the rural area.

2. *Literacy status of the household head :* Households with a literate head have higher probability to move out of poverty and lower probability to slip into it as compared to households with an illiterate head. They also spend in average less time in poverty state and more time in non poverty state. In the long run, 38% of households with literate head will be in poverty state as compared to 55% in the opposite group.

3. *Sex of the household head* : The results don't show much influence of the sex of the household head on the poverty dynamics measures, though male headed households seem at a slight disadvantage.

4. *Residence is rural area and illiteracy of the household head* : Under these conditions the probability to be poor in the long run is 0.59 and the main sojourn time is 7.5 years in poverty state and 5.2 years in non-poverty state.

## 6.4 Conclusion

This paper tries to contribute to the debate on poverty dynamics in Mozambique between 2003 and 2009. To achieve this aim, we construct a pseudo panel using a matching technique then we construct a continuous Markov chain model. This approach expands the analysis beyond the estimation of transition probabilities and provides a set of useful measures such as the long run poverty prevalence and the mean time spent in each poverty state.

Empirically, the results show that poverty in Mozambique is high and persistent. Mobility in and out of poverty is considerable. Rural households are more severely hit by poverty while education is consistently among the factors that can reduce poverty in Mozambique.

## Références

1. Alfani, F.; Azzarri, C.; d'Errico, M.; Molini, V.; (2012) Poverty in Mozambique : New evidence from recent household surveys. Policy Research Working Paper 6217 Washington D.C. : The World Bank.
2. Anderson, T.W.; Goodman, L.A.; (1957) Statistical inference about Markov chains, *The Annals of Mathematical Statistics*, 28, 89-110.
3. Baulch, B. (ed.) (2011) *Why Poverty Persists : Poverty Dynamics in Asia and Africa*. Cheltenham and Northampton, Mass. : Edward Elgar Publishing.
4. Boom, B. van den; Halsema, A.; Molini, V.; Dade, S.; (2012) Does the context-specific cost-of-basic-needs hit the mark? Theory and evidence from Mozambique. Working paper, WP-12-02, Centre for World Food Studies, Amsterdam.
5. Brooks-Gunn, J.; Duncan, G.J.; (1997) The Effects of Poverty on Children. *Children and Poverty*, Vol.7, No 2, 55-71.
6. Dang, H.A.; Lanjouw, P.; Luoto, J.; McKenzie, D.; (2011) Using repeated cross-sections to explore movements in and out of poverty, Policy Research Working Paper Series 5550, The World Bank.
7. Dercon, S.; Porter, C.; (2011) A poor life? Chronic poverty and downward mobility in rural Ethiopia, 1994 to 2004. In Bob Baulch (ed.) *Why Poverty Persists : Poverty Dynamics in Asia and Africa*. Cheltenham and Northampton, Mass. : Edward Elgar Publishing.
8. Kemeny, J.G.; Snell, J.L.; (1960) Finite Markov chains. Van Nostrand, Princeton, NJ.
9. Hodonou, A.; Mededji, D.; Gninanfon A.; Totin, A. (2010) Poverty dynamics in Benin : A Markovian process approach, Poverty and economic policy research network, Working paper 2010-01.
10. INE (2004) Inquérito Nacional aos Agregados Familiares Sobre Orçamento Familiar 2002/2003. Maputo : Instituto Nacional de Estatística.
11. INE (2010) Inquérito Sobre Orçamento Familiar 2008/2009. Maputo : Instituto Nacional de Estatística.
12. Kingman, J.F.C.; (1962) The imbedding problem for Finite Markov chains, *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, 1, 14-24.
13. Lawson, D.; McKay, A.; Okidi, J. (2006) Poverty Persistence and Transitions in Uganda : A Combined Qualitative and Quantitative Analysis. *Journal of Development Studies*, 42(7), 1225-1251.
14. MPD-DNEAP (2010) *Poverty and Wellbeing in Mozambique : Third National Poverty Assessment*. Maputo : Ministério da Planificação e Desenvolvimento - Direcção Nacional de Estudos e Análise de Políticas.



15. Pelzer, B. ; Eisinga, R. ; Franses, P.H. ; (2001) Estimating transition probabilities from a time series of independent cross sections, *Statistica Neerlandica*, 55(2), 249-262.
16. Rahman, M ; Matsui, N. ; Ikemoto, Y. ; (2013) *Dynamics of Poverty in Rural Bangladesh*, Springer-Verlag.
17. Shorrocks, A.F. ; (1978) The measurement of mobility, *Econometrica*, 46, 1013-1024.



## **Troisième partie**

---

### **Contrôle Statistique de la Qualité**



## **Estimation non paramétrique dans la stabilité des chaînes de Markov. (Méthode du noyau et stabilité forte.)**

M. CHERFAOUI, D. AISSANI et S.ADJABI

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 81 37 08

### **7.1 Introduction**

Ces dernières années, un cycle de recherche a été initié pour prouver l'efficacité de la méthode de stabilité forte pour l'évaluation des performances de divers systèmes modélisés par une chaîne de Markov. En particulier, Barèche et Aïssani [2] ont montré que quand les lois du système sont inconnues ( $M/GI/1$ ,  $GI/M/1$  et  $G/G/1$ ) alors on peut appliquer la méthode du noyau pour estimer les distributions en question.

L'objectif du présent travail est d'approfondir ces questions, en élargissant le domaine d'investigation pour pouvoir considérer certaines familles des systèmes d'attente. Il s'agira d'estimation non paramétrique de la chaîne de Markov modélisant les systèmes appropriés (par la méthode du noyau). En effet, l'idée est d'étudier l'influence de l'estimation non paramétrique, sur les conditions et l'erreur d'approximation de certains systèmes d'attente lorsque une ou plusieurs distributions définissant le système considéré sont remplacées par leurs estimateurs à noyau. Autrement dit, on va élaborer de nouvelles bornes de  $\nu$ -stabilité des systèmes d'attente dans un milieu non paramétrique.

### **7.2 L'estimation à noyau dans les chaînes de Markov**

Les méthodes de l'estimation paramétrique d'un opérateur de transition associé à une chaîne de Markov, ont l'avantage d'être simple à utiliser, mais il est bien difficile d'estimer avec précision des opérateurs de transition modélisant des phénomènes complexes. Pour palier à ces situations difficiles, on fait souvent appel aux méthodes d'estimation non paramétrique. Rousas (1969) [8] est le premier à aborder la question de l'estimation fonctionnelle en utilisant des observations markoviennes. L'auteur a établi la convergence de l'estimateur à noyau de la densité de la loi de transition au sens de  $L^2$ . Les résultats obtenus par ce dernier ont été complétés dans Masry et Györfi (1987) [7], Basu et Sahoo (1998) [3]. Plus tard, Laksaci et Yousfate (2002) [6] s'intéressent à la construction et aux propriétés d'un estimateur fonctionnel de la densité de l'opérateur de transition.

Par exemple si on considère un processus de Markov homogène et ergodique  $(X_t)_{t \in \mathbb{N}}$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . La probabilité de passage de  $(X_t)_{t \in \mathbb{N}}$ , ainsi que la loi initiale, sont supposées absolument continues par rapport à la mesure de Lebesgue noter  $\mu$ . La densité de la loi de transition de  $t$  à  $t + s$  sachant  $x$  au point  $y$  est notée  $p(x, s, y)$ .

Parmi les estimateurs fonctionnel de  $p(x, s, y)$  on à :

$$P_n(x, s, y) = \frac{1}{h_n} \frac{\sum_{i=0}^n K((x - X_i)/h_n) K((y - X_{i+s})/h_n)}{\sum_{i=0}^n K((x - X_i)/h_n)} \quad (7.1)$$

où  $K$  est un noyau positif.

Cet estimateur a été utilisé par Youndjé (1996) [9] pour estimer la densité conditionnelle en utilisant un  $n$ -échantillon *i.i.d.*

## 7.3 Stabilité du système $M/M/1$ et les Noyaux gamma

### 7.3.1 Stabilité du système $M/M/1$

Considérons le modèle d'attente  $GI/M/1$  ( $FIFO, \infty$ ). Nous supposons que les temps d'inter-arrivées sont *i.i.d.* issue d'une variables aléatoires de fonction de répartition  $G(t)$  de moyenne  $1/\lambda$ , et les durées de service sont *i.i.d* issues d'une distribution exponentielle de paramètre  $\mu$ . Inter-arrivées sont indépendantes de temps de service. La chaîne de Markov induite modélisant ce système s'écrit comme suite :

$$X_{n+1} = X_n - D_n + 1, \quad (7.2)$$

Les probabilités de transition de  $X_n$  s'écrivent comme suite :

$$P_{ij} = \begin{cases} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\mu t} (\mu t)^{i-j+1}}{(i-j+1)!} g(t) dt & \text{si } 1 \leq j \leq i+1, \\ 1 - \sum_{j=1}^{i+1} P_{ij} & \text{si } j = 0, \\ 0 & \text{si non.} \end{cases} \quad (7.3)$$

Considérons aussi le système  $M/M/1$  ( $FIFO, \infty$ ), où les clients arrivent selon un processus de Poisson de paramètre  $\lambda$  et de la même distribution de service que le système précédent.

$$P_{ij}^* = \left\{ \int_0^{\infty} \frac{e^{-\mu t} (\mu t)^{i-j+1}}{(i-j+1)!} E_{\lambda} dt \text{ si } 1 \leq j \leq i+1; 1 - \sum_{j=1}^{i+1} P_{ij}^* \text{ si } j = 0 \text{ et } 0 \text{ si non} \right\}.$$

L'étude de stabilité du système  $M/M/1$  lorsque ce dernier est sujet à des petites perturbations au niveau de la distribution des temps des inter-arrivées avait été réalisé par Bouallouche et Aïssani(2005) [4]. Les conditions et les inégalités de stabilité obtenues par les auteurs sont résumées dans les théorèmes suivants :

**Théorème 7.1** *Supposons que dans le système  $M/M/1$  la charge  $\lambda/\mu < 1$ . Alors, pour tout  $\beta$  tel que  $1 < \beta < \lambda/\mu$ , la chaîne de Markov  $X_n$  est fortement stable, après une petite perturbation de la distribution des temps des inter-arrivées, pour  $v(k) = \beta^k$ .*

**Théorème 7.2** *Soit  $P$  (resp.  $P^*$ ) l'opérateur de transition de la chaîne de Markov induite associée au système  $M/M/1$  (resp.  $GI/M/1$ ). Alors, pour tout  $\beta$  tel que  $1 < \beta < \lambda/\mu$ , nous avons :*

$$\|P^* - P\| \leq (1 + \beta)w \quad (\text{avec } w = \int_0^\infty d|G - E|(t))$$

**Théorème 7.3** *Supposons que dans un système  $M/M/1$ , la chaîne de Markov  $X_n$  est fortement stable, et*

$$w < \frac{(1 - \rho)(\mu - \lambda\beta)}{(1 + \beta)(2\mu - \lambda(1 + \beta))}.$$

Alors,

$$\|\pi^* - \pi\| \leq \frac{(1 + \beta)(2\mu - \lambda(1 + \beta))(\mu - \lambda)w}{\frac{(\beta-1)(\mu-\lambda)^3}{(\beta-1)\mu+\lambda\beta}} - (2\mu - \lambda(1 + \beta))(1 + \beta)(\mu - \lambda\beta)w$$

pour tout  $\beta$  tel que  $1 < \beta < \lambda/\mu$ , où  $\rho = \beta \frac{\lambda}{\mu - (\mu/\beta) + \lambda}$ .

### 7.3.2 Méthode du noyau et Stabilité du système $M/M/1$

Supposons que ne nous disposons que d'un  $n$ -échantillon  $T_1, T_2, \dots, T_n$  qui représente les durées des inter-arrivées, ayant comme densité de probabilité inconnue  $g$ , dans le système  $GI/M/1$ . L'estimateur de la matrice de transition,  $\mathbb{P}$ , de la chaîne de Markov induite associée au système est donné par :

$$\hat{P}_{ij} = \begin{cases} \int_0^\infty \frac{e^{-\mu t} (\mu t)^{i-j+1}}{(i-j+1)!} g_h(t) dt & \text{si } 1 \leq j \leq i+1, \\ 1 - \sum_{j=1}^{i+1} \hat{P}_{ij} & \text{si } j = 0, \\ 0 & \text{si non.} \end{cases}$$

où  $g_h(t)$  est l'estimateur à noyau Gamma de  $g(t)$ , proposé par Chen [5], défini comme suit :

$$g_h(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{T_i^{(t/h)} e^{-(T_i/h)}}{h^{(t/h)+1} \Gamma((t/h) + 1)}, \quad \text{avec } h \text{ est le paramètre de lissage.} \quad (7.4)$$

$$\begin{aligned} \|\hat{P} - \tilde{P}\|_v &= \sup_{k \geq 0} \frac{1}{\beta^k} \sum_{j \geq 0} \beta^j |\hat{P}_{kj} - \tilde{P}_{kj}| = \sup_{k \geq 0} \frac{1}{\beta^k} |P_{k0} - \tilde{P}_{k0}| + \sum_{j \geq 1} \beta^j |\hat{P}_{kj} - \tilde{P}_{kj}| \\ &= \sup_{k \geq 0} \frac{1}{\beta^k} |P_{k0} - \tilde{P}_{k0}| + \sum_{j \geq 1} \beta^j \left| \int_0^\infty \frac{e^{-\mu t} (\mu t)^{i-j+1}}{(i-j+1)!} (g_h(t) - E_\lambda(t)) dt \right|. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\|\hat{P} - \tilde{P}\|_v &= \sup_{k \geq 0} \frac{1}{\beta^k} |P_{k0} - \tilde{P}_{k0}| + \sum_{j \geq 1} \beta^j \left| \int_0^\infty \frac{e^{-\mu t} (\mu t)^{i-j+1}}{(i-j+1)!} (E(g_h(t)) - E_\lambda(t)) dt \right| \\
&= \sup_{k \geq 0} \frac{1}{\beta^k} |P_{k0} - \tilde{P}_{k0}| + \sum_{j \geq 1} \beta^j \left| \int_0^\infty \frac{e^{-\mu t} (\mu t)^{i-j+1}}{(i-j+1)!} \text{Biais}\{g_h(t)\} dt \right|; \\
\text{Biais}\{g_h(t)\} &= h\{E'_\lambda(t) + \frac{t}{2}E''_\lambda(t)\} + o(h). \tag{7.5}
\end{aligned}$$

### 7.3.3 Analyse du biais ou stabilité d'un système ?

on a

$$\|E(\hat{P}) - \tilde{P}\|_v = \|\text{biais}(\hat{P})\|_v = \sup_{k \geq 0} \frac{1}{\beta^k} \sum_{j \geq 0} \beta^j \left| \text{Biais}\{\hat{P}_{kj}\} \right|;$$

et

$$\|E(\hat{\pi}) - \tilde{\pi}\|_v = \|\text{biais}(\hat{\pi})\|_v$$

On constate clairement que, l'avantage de la présente technique réside dans le fait que :

- 1) Les biais des estimateurs existent dans la littérature, sous leurs formes explicite d'où les quantités  $\|\text{biais}(\hat{P})\|_v$  et  $\|\text{biais}(\hat{\pi})\|_v$  peuvent être estimer facilement.
- 2) Moins coûteuse au sens de temps de calcul par rapport à la technique classique aborder dans [2].
- 3) On peut considérer la perturbation de plusieurs paramètres simultanément (ex :  $GI/GI/1$  avec vacances  $\rightsquigarrow M/M/1$ ,  $GI/M/1$  avec vacances et pannes  $\rightsquigarrow GI/M/1, \dots$ ).

## 7.4 Conclusion et Perspectives

Dans cet exposé, nous avons présenté une idée sur la généralisation de l'application et de l'adaptation des estimateurs à noyaux dans l'étude de la stabilité des chaînes de Markov par la méthode stabilité forte.

Afin de concrétiser cette idée, il est nécessaire de quantifier les différentes quantités présentées, c'est-à-dire d'élaborées leurs formes explicites. Il sera intéressant de prendre en considération le cas la qualité des bornes de stabilité en fonction du choix de l'estimateur, du noyau et de la procédure de sélection du paramètre de lissage. De plus, on doit appuyer nos résultats par une application numérique où nous considérons la variation du paramètre perturbé, la taille de l'échantillon,...

## Références

1. Aïssani, D. and Kartashov, N.V., (1983) Ergodicity and stability of Markov chains with respect to operator topology in the space of transition kernels. *Doklady Akademii Nauk Ukrainskoi S.S.R. seriya A* 11, 3-5.



2. Bareche, A. et Aïssani, D. (2008), Kernel density in the study of the strong stability of the M/M/1 queueing system, *Operations Research Letters*, 36, 535–538.
3. Basu, A. K. et Sahoo, D.K. (1998), On Berry–Esseen theorem for nonparametric density estimation in Markov sequences, *Bull. Inform. Cybernet.*, 30, 25–39.
4. Bouallouche-Medjkoune, L. and Aïssani, D. (2005) Measurement and performance of the strong stability method, *Theor. Probab. Math. Stat.* 72, 1–9.
5. Chen, S. (2000), Probability Density Functions Estimation Using Gamma Kernels, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 52, 471–480.
6. Laksaci, A. et Yousfate, A. (2002), *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I*, 334, 1035–1038.
7. Masry, E. et Györfi, L. (1987), Strong consistency and rates for recursive probability density estimators of stationary processes, *J. Multivariate Anal.*, 22, 79–93.
8. Roussas, G.G. (1969) Nonparametric estimation in Markov processes, *Ann. Inst. Statist. Math.*, 21, 73–87.
9. Youndjé, E. (1996) Propriétés de convergence de l'estimateur à noyau de la densité conditionnelle, *Rev. Roumaine Math. Pures Appl.* 41, (7-8) 535–566.



## 8

---

# Optimisation de la maintenance des Systèmes complexes par les réseaux bayésiens

El H. AIT MOKHTAR et R. LAGGOUNE

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)  
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie  
Tél. (213) 34 81 37 08

**résumé 8.0.1** *Les méthodes d'optimisation de la maintenance existantes dans la littérature sont souvent réservées aux systèmes simples. On trouve très peu de méthode qui traitent l'optimisation de la maintenance des systèmes configurés en réseaux (systèmes complexes), où il est très délicat de prendre en considération les différents liens et facteurs qui influent sur la fiabilité de ce genre de systèmes. Le but de ce travail est de proposer un plan de maintenance optimal pour un système complexe, nous commençons d'abord, par une optimisation classique (individuelle) suivant la politique de maintenance préventive périodique avec réparation minimale à la défaillance. En suite, nous utilisons ces résultats pour le calcul de disponibilité des différents composant du système étudié et les introduire dans un réseau bayésien pour la création des tables de probabilité conditionnelle, nous étudions essentiellement l'évaluation de la disponibilité d'un système configuré en réseau. Cet outil (réseaux bayésiens) permet l'évaluation de la disponibilité du réseau de distribution d'eau potable de la ville de Bejaïa, en tenant compte des différentes interactions entre les nœuds (les stations de pompage) du réseau.*

## 8.1 Introduction

Dans la plupart des travaux existants en littérature, l'optimisation de la maintenance est souvent limitée aux composants et aux systèmes simples (dont la configuration est souvent en série ou en parallèle). Or, pour la plupart des systèmes industriels, la configuration de leurs composants est loin d'être aussi simple. On les trouve souvent configurés en réseaux. Il est donc très difficile de modéliser et de prendre en compte les différents liens et interactions entre les composants de ces systèmes. Donc, c'est ce qui justifie la rareté des méthodes (ou outils) utilisés pour l'optimisation de la maintenance de ce genre de systèmes. L'objectif principal de ce travail est l'optimisation de la maintenance préventive d'un système complexe. Dans ce cadre, les réseaux bayésiens (bayesian networks) sont révélés très utiles puisque ils permettent une représentation à la fois qualitative et quantitative des différentes relations entre les composants du modèle. La structure du réseau traduit les indépendances conditionnelles entre les variables, tandis que les probabilités conditionnelles permettent de les quantifier. Dans la première partie

de ce travail nous allons optimiser les périodicités de maintenance préventive (PM) pour chaque composant en utilisant une fonction de coûts comme fonction objective suivant la politique de PM périodique avec réparation minimale à la défaillance. À partir de ces résultats nous calculons les disponibilités de chaque composant. En suite, nous utilisons ses disponibilités pour la création des tables de probabilités conditionnelles du réseau bayésien. Lors de création de ces tables de probabilité, nous introduisant le facteur d'indisponibilité dû aux interventions de maintenance corrective pour le calcul de la disponibilité d'un nœud (composant ou sous système) sachant l'état de son nœud parent. En dernier lieu, nous calculons la disponibilité totale de notre réseau grâce aux inférences bayésiennes (en utilisant la méthode de l'arbre de jonction), et donc déterminer le meilleur plan de PM possible qui nous garantira une meilleure disponibilité pour notre système ou bien celui qui minimisera les coûts de maintenance par unité de temps.

## 8.2 Les réseaux bayésiens en sureté de fonctionnement

### 8.2.1 Définition d'un réseau bayésien

Un réseau bayésien est un graphe dans lequel les nœuds représentent des variables aléatoires, et les arcs les influences entre ces variables. Nous associons la variable aléatoire  $X$  à ses différentes modalités ( $X=x_1 ; X=x_2 ; \dots ; X=x_n$  si  $X$  peut prendre  $n$  valeurs). Quant aux arcs, ce sont les relations de causalité qui peuvent être à caractère déterministe ou probabiliste. Pour un arc reliant le fait  $A$  au fait  $B$ , il y aura une pondération qui sera la probabilité conditionnelle notée  $p(A/B)$ . De manière générale, les réseaux bayésiens sont donc des graphes orientés et essentiellement sans circuit, c'est-à-dire sans boucles. D'où l'appellation DAGs (Directed Acyclic Graphs).

### 8.2.2 Théorème de Bayes

Les réseaux bayésiens s'appuient sur Le théorème de Bayes. C'est un résultat de base en théorie des probabilités, issu des travaux de Thomas Bayes (1702-1761).

$$P(A/B) = \frac{P(A/B) \cdot P(A)}{P(B)} \quad (8.1)$$

Les réseaux bayésiens s'appuient sur Le théorème de Bayes. C'est un résultat de base en théorie des probabilités, issu des travaux de Thomas Bayes (1702-1761).

### 8.2.3 Construction des réseaux bayésiens

Dans la littérature, on trouve un nombre important de papiers qui parlent sur les méthodes de construction des RBs. Pour la modélisation des systèmes complexes, en vue d'optimiser la maintenance ou d'évaluer la fiabilité de ces systèmes, deux sources d'information sont généralement utilisées ; les avis d'experts et les données statistiques de retour d'expérience. Mais il

est important de préciser que cette tâche est difficile et à la fois coûteuse (nécessité d'un temps d'étude important). Les étapes de construction d'un réseau bayésien sont :

1. préciser ce que nous voulons modéliser : Bien cerner les limites de ce qu'il faut inclure dans le modèle et ce qu'il ne faut pas inclure.
2. Définition des variables : Sélectionner les variables importantes et spécifier les modalités de chaque nœud pour les variables discrètes et les rangs pour les variables continues.
3. Partie quantitative : Créer les tables de probabilité à priori pour les nœuds racine (nœuds sans parents) et les tables de probabilité conditionnelle pour les autres nœuds. Ces données sont recueillies à partir des données de retour d'expérience ou à partir d'avis d'experts. (Ces valeurs doivent être normalisées ; les valeurs doivent être comprises entre 0 et 1 et leurs sommes doivent être égales à l'unité).
4. Partie qualitative : Définir la structure graphique du réseau pour établir les dépendances entre les variables (nœuds).
5. Vérification : cette étape se fait généralement par analyse de sensibilité et des essais de comportement du modèle en effectuant des scénarios connus.

**Remarque :** Pour faciliter la détermination des différentes interactions et dépendances entre les nœuds du réseau, [11] ont fait appel à l'analyse AMDEC (Analyse de modes de défaillances, de leurs effets et leurs criticités). Ou encore les chaînes de Markov et les arbres de défaillance.

#### 8.2.4 Les réseaux bayésien et l'optimisation de la maintenance

Les réseaux bayésiens sont originaires de l'intelligence artificielle, ils ont été utilisés comme cadre efficace pour raisonner avec des connaissances incertaines [7], sa modélisation est sous forme d'un (graphe dirigé sans circuit) et pas un arbre lui fournit de puissants formalismes mathématiques pour modéliser les processus stochastiques complexes. Ils permettent donc le calcul exact des influences sur la fiabilité des composants ou événements dépendants contrairement aux autres méthodes tel que les arbres de défaillances [9].

Afin d'optimiser la maintenance, l'estimation de la fiabilité ou la disponibilité est nécessaire. De nombreux travaux ont proposé des méthodes d'estimation de fiabilité et de disponibilité des systèmes complexes en utilisant une démarche bayésienne. Dans [9] les auteurs ont combiné la théorie de l'évidence avec les réseaux bayésiens dans le but de former un outil efficace pour le calcul de la fiabilité en tenant en compte des incertitudes aléatoires. Donc dans leurs travail, ils ont étudié un système complexe (composé d'éléments disposés en série et en parallèle). Le réseau bayésien correspondant à ce système comporte des nœuds logique (*et* ou) puisque il a été obtenu grâce à l'arbre de défaillance de ce système. Le calcul de fiabilité de ce système est fait en introduisant le principe de " Dempster Shafer ", cette théorie consiste à allouer un nombre compris entre 0 et 1 pour indiquer le degré de croyance sur une proposition donnée, cette allocation est appelée masse de croyance et ne doit pas être considérée comme une probabilité.

Cette méthode a permis d'obtenir des résultats similaires en utilisant les chaînes de Markov. Dans [8], le système étudié est composé de deux sous-systèmes disposés en parallèle et chaque sous-système est composé de deux composants en série, ils ont pris comme données les temps à la défaillance, sachant que deux composants suivent la loi de Weibull et les deux autres suivent la loi exponentielle et comme variable de sortie la fiabilité du système. Les résultats de simulation peuvent être mis à jour après obtention de nouvelles observations en ajoutant des nœuds binaires (*oui/non*) qui décrivent l'état du système dans un temps donné (évidence). Dans [5], les auteurs ont étudié un cas réel, système de filtration dans une usine de fabrication de carbone noir dans le but de proposer un plan de maintenance préventive pour ce système. Pour modéliser l'arrêt du système il a introduit 04 nœuds, la défaillance d'un équipement, comportement de l'opérateur, âge du filtre et la température de fonctionnement. A partir de ces données il a estimé la fiabilité du système et l'intégrer dans un modèle de maintenance pour dégager un plan de maintenance préventive. Les réseaux bayésiens peuvent aussi être utilisés pour l'estimation de la disponibilité des systèmes, dans [3], les auteurs ont choisi d'étudier la disponibilité d'un système par les réseaux bayésiens hybrides (deux types de variables, continues et discrètes) puisque selon eux les principales causes qui influent directement sur le calcul de la disponibilité d'un système industriel sont les temps de réparation, les retards logistiques, les temps de maintenance programmées et les temps à la défaillance et toutes ses variables sont continues, d'où l'utilisation des réseaux bayésiens hybrides. Les DOOBN (réseaux bayésiens dynamique orientés objet) est une autre variante des réseaux bayésiens est aussi utilisée en sûreté de fonctionnement des systèmes complexes, on la trouve par exemple dans [11] pour l'analyse des influences induites par les pannes sur le système. Le modèle qu'ils ont proposé dans cet article permet aussi de simuler des scénarios de pannes de différents composants du système dans le but de prévoir l'impact de ces défaillances sur le fonctionnement du système et aussi, estimer la fiabilité du système. Dans [1] et toujours dans le cas de simulation des scénarios, les auteurs de cet article ont estimé la fiabilité d'un système complexe suivant quatre scénarios différents, dans le premier cas les tables de probabilités conditionnelles sont connues, dans le deuxième cas ces tables sont inconnues, le troisième cas montre l'apport de l'ajout de données supplémentaires, quand au dernier cas il a estimé la fiabilité sachant que les données sont collectées au fil du temps et ajoutées au fur et à mesure. On trouve aussi les réseaux bayésiens dans l'analyse des risques puisque ils permettent l'analyse des événements de basses fréquences tel que les accidents, et en maintenance un tel événement est très important puisque il arrive rarement mais avec de lourdes conséquences [10], dans [6] les réseaux bayésiens sont utilisés pour l'estimation d'occurrence d'accidents avec mise à jour après obtention de nouvelles données. Il est à noter aussi que les réseaux bayésiens sont aussi utilisés pour les systèmes redondants et permettent aussi d'apporter des améliorations pour la modélisation de ces systèmes [7] puisque il nous permet de tenir en compte les facteurs de couverture (coverage factors), ce facteur est défini comme étant la probabilité qu'une défaillance simple d'un système redondant entraîne une défaillance

du système complet. Ce facteur peut être modélisé dans les arbres de défaillance [2]. Mais selon [7] il trouve une application naturelle dans les réseaux bayésiens.

### 8.3 Application

Nous avons choisi d'étudier le réseau de distribution d'eau potable de la ville de Bejaia, les différentes étapes de cette étude sont illustrées ci-dessous.

#### 8.3.1 Construction du réseau bayésien

Pour la modélisation du système étudié sous forme d'un réseau bayésien, nous avons utilisé trois types de données : le schéma de disposition des différentes stations de pompage du système et les avis d'experts pour la construction de la structure du réseau. Nous avons aussi utilisé les données statistiques de retour d'expérience et les avis d'experts pour la création des tables de probabilité du réseau. Sur la figure 1 et la figure 2 sont représentés le schéma de distribution d'eau potable de la ville de Béjaia et son réseau bayésien correspondant.

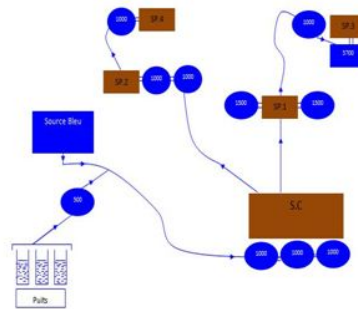


FIGURE 8.1. Schéma du réseau de distribution d'eau

#### 8.3.2 Détermination des périodicités de PMs pour chaque nœud

Le but de cette partie est de déterminer les périodicités optimales des maintenances préventives pour chaque nœud afin de les utiliser dans les étapes suivantes. Pour cela nous avons opté pour le choix de la politique de PM périodique avec réparation minimale à la défaillance. Cette politique est basée sur les hypothèses suivantes :

- Le système reçoit des actions de PM dans des périodes distinctes et successives dans le temps.
- Après chaque défaillance une réparation (maintenance corrective (CM)) minimale est effectuée, le système après CM est remis à son état juste avant la défaillance.

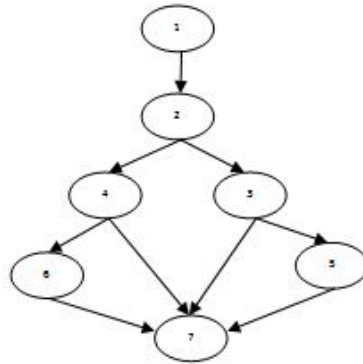


FIGURE 8.2. Réseau Bayésien de la fig 1

- Le processus de défaillance du système est le processus de poisson non homogène (NHPP). Nous supposons qu’après chaque action de PM l’intensité de défaillance du système est réduite d’une quantité fixe  $\delta$  ; Après la  $i^{me}$  action de PM, la fonction d’intensité de défaillance du système s’écrit :

$$\lambda(t_i) = \lambda(t) - (i.\delta) \tag{8.2}$$

- Après k actions de PM le système reçoit une révision générale (GR).
- Le coût d’une PM est noté  $C_P$
- Le coût d’une CM est noté  $C_D$
- Le coût d’une GR est noté  $C_R$

La fonction des coûts par unité de temps de ce modèle s’écrit :

$$C(T) = \left[ \frac{(k - 1)C_P + C_R}{kT} \right] + \frac{C_D}{kT} \left[ \left( \frac{T(k - 1)}{\eta} \right)^\beta - (k - 1)^2 \frac{\delta k T}{2} \right] \tag{8.3}$$

A partir des données de retour d’expérience des différentes stations du réseau, nous calculons les temps optimaux qui minimisent la fonction des coûts pour chaque station et pour différentes valeurs de k (de 4 à 10).

### 8.3.3 Calcul des disponibilités des nœuds

La disponibilité d’un système est donnée par le rapport du temps de bon fonctionnement sur l’ensemble du temps où le système est sollicité. Pour notre cas, le temps de sollicitation est le temps à une GR. Quand au temps de bon fonctionnement, il est égal au temps total de sollicitation moins le temps d’arrêt. En supposant que les temps entre l’arrivée des défaillances et leurs interventions correctives respectives sont négligeables. Le temps d’indisponibilité (d’arrêt) d’un système dans un intervalle de temps  $kT$  est :



$$T_a = T_R + T_P \cdot (k - 1) + T_C \cdot \int \lambda(u) \cdot d(u) \quad (8.4)$$

Avec  $T_R$ ,  $T_P$  et  $T_D$  sont respectivement le temps d'une GR, le temps d'une PM et le temps d'une CM. La fonction de disponibilité s'écrit donc :

$$A(T) = 1 - 1 / \left[ \frac{(k - 1)C_P + C_R}{kT} \right] + \frac{C_D}{kT} \left[ \left( \frac{T(k - 1)}{\eta} \right)^\beta - (k - 1)^2 \frac{\delta k T}{2} \right] \quad (8.5)$$

Pour le calcul de disponibilité d'un nœud sachant que son nœud parent est non disponible, nous multiplions sa disponibilité par un facteur  $P_{yx}$ . Ce facteur représente le pourcentage de pannes du nœud parent  $y$  dont leurs temps d'arrêt est supérieur au temps de vidange de ce nœud  $x$ . Il est donné par la formule suivante :

$$P_{yx} = 1 - \frac{TID_{yx}}{T - TID_x} \quad (8.6)$$

Où  $T$  est la période d'inspection.

$TID_x$  est le temps d'indisponibilité du nœud  $x$  dû à ses arrêts.

$TID_{yx}$  est le temps d'indisponibilité du nœud  $x$  dû aux arrêts de son nœud parent  $y$ .

### 8.3.4 Détermination du plan de PM du système

Cette partie consiste à essayer de combiner entre les différents plans de PM de tous les nœuds du réseau de façon à avoir la meilleure disponibilité possible du nœud client en tenant en compte des différentes interactions entre les nœuds du réseau, pour cela, nous déterminons les temps de PMs optimales de chaque nœud en variant le  $k$  (nombre de PM avant la GR) en utilisant la politique de PM périodique avec réparation minimale à la défaillance. Ces temps optimaux vont être, ensuite, utilisés pour le calcul de la disponibilité correspondante à chaque nœud et pour chaque  $k$  en utilisant la formule (5). En suite, utiliser ces disponibilités pour le calcul de la disponibilité du nœud client, en essayant toutes les combinaisons possibles des disponibilités entre les nœuds du réseau.

La disponibilité totale du réseau est obtenue en utilisant les inférences bayésiennes (calcul des probabilités marginales d'événements reliés les un aux autres par des relations de cause à effet). Pour se faire, nous utilisons l'algorithme de l'arbre de jonction (junction tree) de Jensen [4] programmé sous MATLAB.

## 8.4 Conclusion

Les réseaux bayésiens s'avèrent un outil très intéressant pour la modélisation des systèmes configurés en réseau. Dans ce travail nous avons présenté une nouvelle méthode d'évaluation

de la disponibilité des systèmes complexes, elle nous a permis de calculer la disponibilité d'un système configuré en réseau, et cela en tenant compte des interactions entre les composants de ce système. A partir des résultats obtenus, nous avons pu proposer un plan de maintenance qui maximise la disponibilité de ce système. Le choix de ce plan c'est fait manuellement. Donc, en perspective, nous souhaitons améliorer la méthode de choix du plan de maintenance en proposant une procédure d'optimisation qui permet de coordonner entre les interventions de maintenance préventive en garantissant une meilleure disponibilité ou en minimisant les coûts de maintenance.

## Références

1. Alyson G, Wilson, Aparna V, Huzurbazar *Bayesian networks for multilevel system reliability* , Reliability Engineering and System Safety 92, 1413-1420 2007
2. Amari S, Dugan JB, Misra R *A separable method for incorporating imperfect fault-coverage into combinatorial models* , IEEE Transactions on Reliability 48, 267-74. 1999
3. Bobbio A, Portinale L, Minichino M and Ciancamerla E, *Improving the analysis of dependable systems by mapping fault trees into Bayesian networks* , Reliability Engineering and System Safety 71 (3), 249-260. 2001
4. Jensen F, Lauritzen S, Olesen K, *Bayesian updating in recursive graphical models by local computations* , Computational Statistical Quarterly 4, 269-282 1990
5. Jones B, Jenkinson I, Yang Z, Wang J, *The use of Bayesian network modelling for maintenance planning in a manufacturing industry* , Reliability Engineering and System Safety 95, 267-277. 2010.
6. Khakzad N, Khan F, Amyotte P, *Safety analysis in process facilities Comparison of fault tree and Bayesian network approaches*, Reliability Engineering and System Safety 96, 925-932. 2011
7. Langseth H, Portinale L, *Bayesian networks in reliability.* , Reliability Engineering and System Safety 92, 92-108. 2007.
8. Marquez D, Neil M, Fenton N, *Improved reliability modeling using Bayesian networks and dynamic discretization*, Reliability Engineering and System Safety 95, 412-425. 2010.
9. Simona C, Weber P, Evsukoff A, . *Bayesian networks inference algorithm to implement Dempster Shafer theory in reliability analysis*, Reliability Engineering and System Safety 93, 950-963. 2008.
10. Weber P, Medina-Oliva G, Simon C, Iung B , *Overview on Bayesian networks applications for dependability risk analysis and maintenance areas* , Engineering Applications of Artificial Intelligence 25, 671-682. 2012
11. Weber P, Jouffe L , *Complex system reliability modelling with Dynamic Object Oriented Bayesian Networks (DOOBN)* , Reliability Engineering and System Safety 91, 149-162. 2006.

## **Quatrième partie**

---

### **Index des Auteurs**



---

# Index

Aïssani D., 3, 27, 39  
Adjabi S., 39  
Ait Mokhtar El H., 45

Bernine N., 3  
Bouallouche L., 9  
Bouhaddi M., 15

Cherfaoui M., 39

Hocine S., 21

Ikhlef L., 27

Laggoune R., 45  
Lahlah S., 9  
Lekadir D., 27

Rabta B., 31  
Radjef M.S., 15



**Lamos Edition, 2015.**



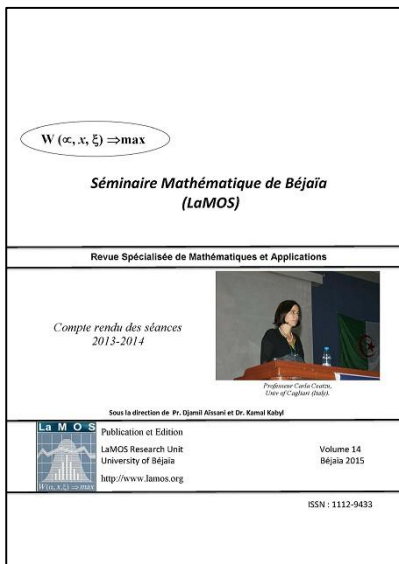




## L'ouvrage :

Ce volume contient certains des exposés faits en 2013/2014 au Séminaire Mathématique de Béjaïa. Ils sont centrés autour des domaines d'intérêt des chercheurs de l'Unité de Recherche LaMOS (Modèles déterministes et stochastiques de la Recherche Opérationnelle, Probabilités et statistiques, Optimisation, Evaluation des Performances, ...) avec une attrayante dispersion vers des domaines lointains.

**Séminaire Mathématique de Bejaia (LaMOS). ISSN : 1112 – 9433. E – ISSN : 2800 - 1214**



Le premier exposé à Bejaia a été présenté en 1987 par Rachid Senoussi (alors enseignant à l'Université de Constantine), à l'époque du projet de création de l'Unité de Recherche en Statistiques Appliquées (1985). Le Séminaire a atteint son rythme de croisière en 1991/1992, après la création du Département des Sciences Exactes (22 exposés programmés). Depuis 1995, il est lié à la Post-Graduation Modélisation Mathématique et Techniques de Décision" (cf. Bulletin de la S.M.A.I. Société Française de Mathématiques Appliquées et Industrielles N°49, 1997, pp. 50).

Parmi les conférenciers de l'année 2013 – 2014 : Carla Ceatzu, Kamel Barkaoui, Sadek Bensalem, Nassima Bernine, Souad Lahlah, Mirya Bouhadi, Celia Ouanteur, Safia Hocine, Lyes Ikhlef, Boualem Rabta, Mouloud Cherfaoui, El Hassene Ait Mokhtar...

**Pour citer ce volume :** Revue « *Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)* », Volume 14, 2015, 61 pages. **ISSN : 1112 – 9433. E – ISSN : 2800 - 1214**

**ISSN : 1112 – 9433**  
**E – ISSN : 2800 - 1214**  
**Dépôt légal : 934 - 2003**