

$$W(\alpha, x, \xi) \Rightarrow \max$$

Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)

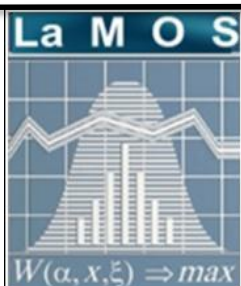
Revue Spécialisée de Mathématiques et Applications

*Compte rendu des séances
2015-2016*



*Professeur Michel Balinski
CNRS et Ecole Polytechnique Paris*

Sous la direction de Pr. Djamil Aïssani et Dr. Kamal Kabyl



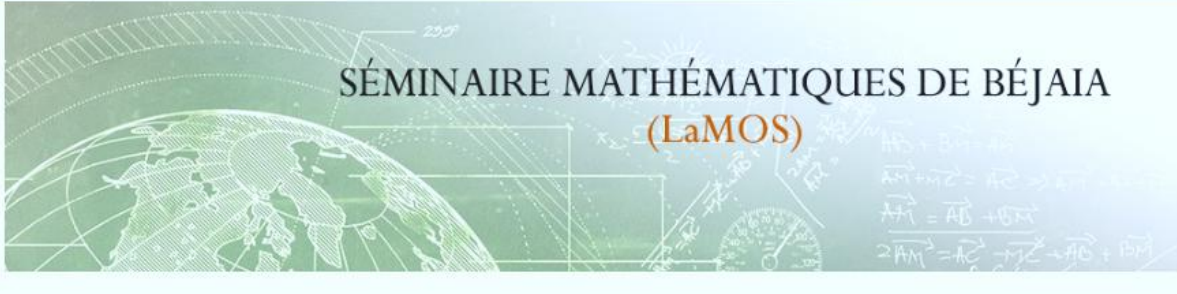
Publication et Edition

LaMOS Research Unit
University of Béjaïa

<http://www.lamos.org>

Volume 15
Béjaïa 2016

ISSN : 1112 - 9433
E – ISSN : 2800 - 1214



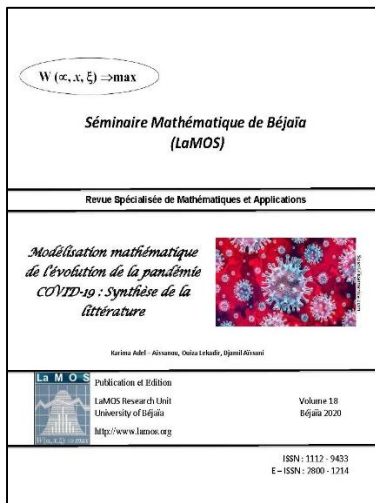
Revue spécialisée de Mathématiques et Applications

ISSN : 1112 – 9433. E – ISSN : 2800 - 1214

La revue «*Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)*» est éditée par l'Unité de Recherche LaMOS – Université de Béjaïa.

University of Bejaia, Targua Ouzamour, 06000, Algeria

E-Mail: lamos_bejaia@hotmail.com



Editor (Directeur de la publication) :

Pr Djamil Aïssani, Director of the Research Unit **LaMOS**

Editorial Board :

Pr Mohamed Saïd Radjef, Chef de la Division, ADRO

Pr Smail Adjabi, Chef de la Division, MS2P

Pr Bibi Mohand Ouamer, Chef de l'équipe OCO

Pr Louiza Bouallouche, Chef de l'équipe EPSIRT

Pr Redouane Laggoune, Chef de l'équipe MSF

Dr Rabah Medjoudj, Chef de l'équipe FSE2

Pr Mohamed Boualem, Chef de l'équipe SR2

Pr Karim Abbas, Chef de l'équipe MAPPS

Dr Fazia Rahmoune, Chef du Département RO

Dr Kamal Kabyl, Responsable du Séminaire SMB

Fondation : année 2002. Dépôt légal : 934 - 2003

Présentation :

La revue «*Séminaire Mathématiques de Béjaïa (LaMOS)*» est une revue spécialisée de mathématiques et applications. Fondée en 2002, elle paraît une fois par an.

Elle édite les Comptes Rendus annuels du Séminaire Hebdomadaire de l'Unité de Recherche **LaMOS**. Elle peut également éditer des Actes de congrès, ou bien des monographies.

Depuis sa parution, près de 200 textes ont été édités. Ainsi, cette année 2020, sont parus un numéro spécial sur les «*modèles mathématiques et évolution de la pandémie COVID-19*» (Volume 18), ainsi que la monographie «*Approximations dans les Modèles Stochastiques*» (245 pages). Les textes sont reviewés par les membres du comité éditorial.

ISSN : 1112 – 9433. E – ISSN : 2800 - 1214

Copyright : Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)

Date : 2018



Séminaire Mathématique de Béjaïa.**Responsable :** Dr KAMAL KABYL.**Adresse :** Unité de Recherche LaMOS (Modélisation et Optimisation des Systèmes).

Université de Béjaïa, Route Targa Ouzamour, 06000 (Algérie).

Tel/Fax : (213) 34 81 37 09.

E-mail : lamos _ Bejaia@hotmail.com

©Publications de l'Unité de Recherche LaMOS, 2016.

Tous droits de traduction, de reproduction
et d'adaptation réservés pour tous les pays.**ISSN :** 1112 - 9433**E - ISSN :** 2800 - 1214**Dépôt légal :** 934 - 2003

Table des matières

partie I Méthodes Cybernétiques et Optimisation

1 Logistique, concurrence oligopolistique et qualité des produits alimentaires <i>L. MEZIANI, A. HAMMOUDI et M.S. RADJEF</i>	3
--	---

partie II Processus Aléatoires et Applications

2 Qualité de l'Approximation des Probabilités de Ruine par l'Approche Processus Régénératifs <i>S. HOCINE</i>	7
3 Strong stability in a queueing system with unknown general distribution <i>A. BARECHE</i>	13

partie III Evaluation de Performances

4 Etat de l'art sur le standard IEEE 802.15.4 <i>C. OUANTEUR, D. AÏSSANI et L. BOUALLOUCHE-MEDJKOUNE</i>	19
5 La gestion de la couverture dans les réseaux véhiculaires à base des réseaux de capteurs sans fil <i>R. SOUADIH</i>	23

partie IV Contrôle Statistique de la Qualité

6 Application des fonctions splines <i>B. CHERFAOUI</i>	29
7 Inférence statistique sans contrainte de stabilité pour des modèles à volatilité linéaire des paramètres <i>N. TOUCHE</i>	31

partie V Index des Auteurs

Index 37

Première partie

Méthodes Cybernétiques et Optimisation

1

Logistique, concurrence oligopolistique et qualité des produits alimentaires

L. MEZIANI, A. HAMMOUDI et M.S. RADJEF

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie
Tél. (213) 34 81 37 08

résumé 1.0.1 *Ce travail s'inscrit dans le contexte des rapports Nord/Sud et de la régulation internationale de la sécurité sanitaire des aliments. Il s'agit d'évaluer l'effet de la logistique ainsi que des contrôles effectués aux frontières des pays développés sur la concurrence et le comportement stratégique des Producteurs/Exportateurs (Ps/Es) des pays en développement et des pays développés, notamment sur l'incitation à investir dans la qualité des pratiques de production afin de se conformer à la norme publique exigée par les pays développés pour protéger la santé des consommateurs. La possibilité d'un soutien des PD à l'amélioration de la logistique des PED est étudiée. Le modèle présenté est un modèle d'économie industrielle. L'amélioration des infrastructures logistiques dans les pays en développement est analysée avec ses effets sur le comportement stratégique de ces derniers, ainsi que sur leurs concurrents, et sur la réduction du risque sanitaire dans le pays importateur.*

Key words: Réglementation publique, Logistique, Système de contrôle, Théorie de l'organisation industrielle, Concurrence internationale.

1.1 Description du modèle

On considère une chaîne d'approvisionnement en un certain produit d'un pays développé (PD) importé à partir de deux catégories de pays indexées par $i = 1, 2$: la première comprend N_1 Pays En Développement (PED) et la seconde N_2 Pays Développés (PD). Chaque pays est représenté par un Producteur/Exportateur (P/E). Les Ps/Es des PED sont de taille q_1 et les Ps/Es des PD sont de taille q_2 .

Ces deux catégories de pays se font concurrence sur leurs niveaux d'investissement pour que leurs produits soient conformes à la norme s , ($s \in [0, 1]$) exigée par le (PD) importateur. La logistique permet de faciliter le respecter des réglementations, c'est-à-dire diminuer le niveau d'investissement pour se conformer à cette dernière, et répondre aux demandes du marché. Comme les PED sont caractérisés par un manque dans les infrastructures logistiques, on suppose

que les PD ont une logistique parfaite, alors que dans les PED la logistique est imparfaite ($\mu_1 \in]0, 1[$ et $\mu_2 = 1$)

1.1.1 Déroutement du jeu

Étape 1 : On suppose que l'état du pays importateur impose initialement le seuil maximal de contamination admis s et fixe le niveau de perfection du système de contrôle frontalier β .

Étape 2 : le PD importateur (dans le cadre bilatéral d'aide au développement) choisit de subventionner l'amélioration de la logistique des PED. Pour cela, le pays choisit un niveau de subvention v qui lui permet de maximiser son bien-être $W(v)$ donné comme suit :

$$W(v) = N_2 \pi_2(v, k_2, \beta) + \frac{1}{2} [Q^I(v, k_1, k_2, \beta)]^2 - \sigma \gamma \frac{Q^C(v, k_1, k_2, \beta)}{Q^I(v, k_1, k_2, \beta)} - N_1 \lambda (v - \mu_1)^2,$$

Étape 3 : Les deux catégories de Ps/Es choisissent simultanément leurs niveaux d'investissement pour se conformer à la norme publique s et maximiser leurs profits individuels définis par :

$$\pi_i(\beta, k_i) = \omega q_i^I(\beta, k_i) - r q_i^R(\beta, k_i) - C_i(k_i), \quad i = 1, 2, \quad (1.1)$$

où

- ω est le prix unitaire d'une unité de produit exportée ;
- $C_i > 0$ est le coût de la mise en conformité de la catégorie $i = 1, 2$ de pays exportateurs ;
- $r > 0$ est le coût associé à chaque unité du produit rejetée ;
- $q_i^I \geq 0$, qui est en fonction de β , (respectivement $q_i^R \geq 0$) représente la quantité du produit qui passe l'inspection (respectivement la quantité du produit rejetée) aux frontières du pays importateur (PD). La quantité q_i^I décroît en β ;
- Q^I est l'offre totale, Q^C est la quantité totale contaminée qui passe l'inspection ;
- σ et γ sont respectivement : le coût marginal lié à des intoxications et la probabilité qu'il y ait intoxication ;
- $\lambda(v - \mu_1)$: le coût de l'aide logistique.

1.1.2 Résolution du jeu

Premièrement, on calcule l'investissement optimal $k_i^*(\omega)$ de chaque producteur i , $i = 1, 2$ en maximisant l'expression du profit (1.1). Le prix ω est obtenu en égalisant l'offre Q^I et la demande $D = a - \omega$. A ce stade, plusieurs résultats ont été obtenus concernant l'effet de l'amélioration de la logistique sur le comportement stratégique des producteurs.

Par la suite, on détermine quel est le niveau de logistique que le PD doit subventionner pour maximiser son bien-être. Dans cette étape, on s'intéresse à l'équilibre parfait du jeu.

References

- [1] C. Grazia, A. Hammoudi and O. Hamza : Sanitary and Phytosanitary standards : Does consumers' health protection justify developing countries' producers' exclusion ? The French Development Agency (AFD) Research Department. (2011).
- [2] A. Hammoudi, R. Hoffmann and Y. Surry : Food safety standards and agri-food supply chains : an introductory overview. European Review of Agricultural Economics. **36**(4.), (2009).
- [3] E. Giraud-Heraud, A. Hammoudi, R. Hoffmann and L-G Soler : Joint Private Safety Standards and Vertical Relationships in Food Retailing. Journal of Economics and Management Strategy. **21**(1.). (2012).

1. la détermination d'un tel prix de marché se fait conformément à une procédure classique d'équilibre dans un marché concurrentiel (voir Pierre Picard, "Éléments de microéconomie : Tome 1, Théorie et applications, Chapitre 7, Editions Montchrestien, 2011).

Deuxième partie

Processus Aléatoires et Applications

Qualité de l'Approximation des Probabilités de Ruine par l'Approche Processus Régénératifs

S. HOCINE

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie
Tél. (213) 34 81 37 08

résumé 2.0.1 *L'objectif de ce travail est d'illustrer numériquement la borne de stabilité de la déviation des probabilités de ruine établies par Kalachnikov en utilisant l'approche basée sur la théorie des processus régénératifs, et d'étudier la sensibilité de cette borne pour différentes distributions des montants des réclamations.*

Mots-clés. Modèles de Risque, Stabilité, Probabilité de Ruine, Distribution Heavy Tailed, Réclamations Large.

2.1 Introduction

En assurance, la théorie du risque a pour objectif l'analyse mathématique des fluctuations aléatoires dans les opérations d'assurance. On qualifie de risque, la probabilité que la réserve d'une compagnie d'assurance, qui est la différence entre le total des primes reçues et le total des montants des réclamations payées, devienne négative à un certain temps. A ce moment-là, on dit que la ruine apparaît, du fait d'un mauvais calcul du taux de cotisation des assurés ou de sinistres trop importants à couvrir.

Le but premier de la théorie de la ruine a donc été de modéliser l'évolution de la richesse de la compagnie par un processus stochastique, dévaluer la probabilité de ruine, c'est-à-dire la probabilité que le scénario traduisant un échec se réalise, et d'estimer le niveau de réserve initiale pour rendre cette probabilité de ruine suffisamment faible.

En actuariat, on qualifie de risque la probabilité que la réserve d'une compagnie d'assurance, devient négative à un certain temps. A ce moment-là, on dit que la ruine apparaît ou la compagnie est en état d'insolvabilité.

Dans la théorie de la ruine, le problème de stabilité a été développé dans Beirlant and Rachev (1987) [4]. Par la suite, plusieurs travaux ont été réalisés dans ce sens. Nous citons le travail de V. Kalashnikov "*Continuity of ruin probability*" en 1997 [10] où les estimations de la continuité des probabilités de ruine sont données en fonction des métriques de probabilité.

En particulier, la méthode de stabilité forte (Aïssani and Kartashov (1983) [2], Kartashov (1996)[12]) connaît un large champs d'application après le travail de Kalashnikov "The Stability concept for stochastic risk models (2000)" [11]. Il a obtenu de nouvelles bornes de stabilité des probabilités de ruine en utilisant l'approche de stabilité forte, basée sur l'analyse de la stabilité des distributions limite des chaînes de Markov générales [2] [12] et une autre approche basée sur la théorie des processus régénératifs [11]. Nous avons également le travail de D. Rusaityte [17] pour un modèle de risque avec investissement. Dans le cas des modèles de risque semi-markovien, la méthode de stabilité forte a été étudiée par Enikeeva et al. dans [9] pour un modèle semi-markovien sans investissement et Rusaityte dans [18] pour plusieurs modèles semi-markoviens avec investissement.

Les distributions Heavy tailed jouent un rôle important dans l'analyse de plusieurs systèmes stochastiques. Elles ont été acceptées comme des modèles réalistes de divers phénomènes : le trafic Web (taille des requêtes, le temps de service,...), les réclamations dans l'assurance et de la finance (réclamations large),... etc. Beaucoup de références traitent des distributions heavy tailed (Consulter [1, 6, 7, 8, 14, 19]). Des exemples typiques des distributions heavy tailed : la distribution de pareto (et d'autres essentiellement en loi puissance), la distribution log-normal, la loi de Weibull, loi de Cauchy,... . La plupart des distributions heavy tailed utilisées dans la pratique appartiennent à l'une de ces familles.

L'objectif de ce travail est d'illustrer numériquement la borne de stabilité de la probabilité de ruine établies par Kalachnikov en utilisant l'approche basée sur la théorie des processus régénératifs [11], et d'étudier la sensibilité de cette borne en ce qui concerne les différentes distributions des montants des réclamations.

2.2 Modèle de Cramér-Lundberg

2.2.1 Description du modèle

Le modèle classique de la théorie de ruine représente l'évolution du résultat d'une compagnie d'assurances au cours du temps. Ce modèle est représenté par le processus de risque ou de réserve $\{R(t); t \geq 0\}$ donné par :

$$R(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i, \quad t \geq 0 \quad (2.1)$$

avec $u \geq 0$ est le capital initial, $c > 0$ est le taux de primes constant par unité de temps, $\{X_i\}_{i \geq 1}$ est une séquence de variables aléatoires non-négatives, indépendantes et identiquement distribuées des montants des réclamations et $\{N(t), t \geq 0\}$ est un processus de Poisson de paramètre $\lambda > 0$ modélisant le nombre de réclamations jusqu'au temps t .

Le processus de surplus de sinistres est défini par :

$$S(t) = u - R(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i - ct. \quad (2.2)$$

Le temps de ruine

$$\tau(u) = \inf\{t \geq 0 : R(t) < 0\} = \inf\{t \geq 0 : S(t) > u\}. \quad (2.3)$$

est le premier instant où le processus de réserve devient négatif ou de manière équivalente le processus de surplus excède le niveau u .

Les probabilités de ruine en fonction de temps de ruine sont :

– En temps infini

$$\forall u \geq 0, \Psi(u, \infty) = \mathbb{P}(\exists s \geq 0 / R(s) < 0) \quad (2.4)$$

– En temps fini t , la fonction donnée par

$$\forall u \geq 0, \Psi(u, t) = \mathbb{P}(\exists s \in [0, t] / R(s) < 0) \quad (2.5)$$

Les probabilités de non-ruine (ou de survie) correspondantes sont notées :

$$\varphi(u, t) = 1 - \Psi(u, t) \quad \text{et} \quad \varphi(u) = 1 - \Psi(u) \quad (2.6)$$

On appelle chargement ou coefficient de sécurité, la quantité définie par :

$$\eta = c - \lambda m \quad (2.7)$$

– Si $\eta > 0$, l'activité est dite "rentable".

– Si $\eta < 0$, la ruine est certaine

$$\Psi(u) = 1.$$

Généralement, nous ferons l'hypothèse que l'activité est rentable.

Notons par $\{V_n\}_{n \geq 0}$ le processus inversé associé au modèle de risque. L'approche de stabilité consiste à identifier la probabilité de ruine $\Psi(u)$ associé au modèle de risque régie par un vecteur de paramètres $a = (c, \lambda, m)$, avec la distribution stationnaire du processus inverse $\{V_n\}_{n \geq 0}$, i.e.

$$\Psi(u) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(V_n > u),$$

où u est la réserve initiale.

2.3 Stabilité dans les modèles de risque

C'est l'académicien Kalashnikov qui, le premier, a appliqué la méthode de stabilité forte (Aïssani and Kartashov (1983)[2]) au modèle de risque[11]. En particulier il a obtenu des bornes de stabilité de la probabilité de ruine dans le modèle de risque classique avec un calcul explicite des constantes, en utilisant l'approche de stabilité forte, basée sur l'analyse de la stabilité des distributions limite des chaînes de Markov générales [2, 12] et une autre approche basée sur la théorie des processus régénératifs [11]. Dans cette section on s'intéresse à l'inégalité de stabilité obtenue par l'approche basée sur la théorie des processus régénératifs, résumée dans le théorème suivant :

Théorème 2.1 (Kalashnikov 2000) [11]

soit $\Psi_n(u)$ et $\Psi'_n(u)$ les probabilités de ruine associées aux processus inversés $\{V_n\}_{n \geq 0}$ and $\{V'_n\}_{n \geq 0}$ respectivement. Alors, pour $v(u) = e^{eu}$, $u \geq 0$ et $\epsilon > 0$,

Si

$$\mathbb{E} \exp(\epsilon(Z - c\theta)) \leq \rho < 1 \quad (2.8)$$

$$\mathbb{E} \exp(\epsilon Z) \leq \beta(\epsilon) < \infty. \quad (2.9)$$

Alors, l'inégalité de stabilité de la déviation des probabilités de ruine est donnée par :

$$\sup_{n \geq 0} |\Psi_n - \Psi'_n|_v = \sup_n |G_n - G'_n|_v \leq \frac{\gamma(\epsilon) \mu}{1 - \rho} \quad (2.10)$$

avec

$$\gamma(\epsilon) = \sup_n \mathbb{E} e^{\epsilon V_n} < \infty.$$

et

$$\mu = \sup_{-\infty < x < \infty} e^{\epsilon x} |F_\xi - F_{\xi'}|(x)$$

2.4 Qualité de l'approximation des Probabilités de ruine "Approche par processus régénératifs

2.4.1 Construction de l'algorithme

Nous voulons étudier la qualité et la sensibilité de la borne de stabilité de la probabilité de ruine définie dans la formule (2.10) du théorème 1 pour différentes distributions des montants de réclamation. Pour ce faire, nous avons élaboré l'algorithme suivant :

Algorithm 1 Approche Processus Régénératifs

Etape 1 Introduction des paramètres : (c, λ, m) du modèle idéal et (c', λ', m') du modèle perturbé.

Etape 2 Vérifier la positivité des chargements de sécurité relatifs η et η'

Si oui aller à l'étape 3

Sinon aller à l'étape 1

Etape 3 Générer une valeur de ϵ pour que $0 < \rho < 1$ et Γ_{PR} soit minimale.

Etape 4 Calculer la borne Γ_{PR} de la déviation $|\Psi_n - \Psi'_n|_v$ donnée par :

$$\sup_{n \geq 0} |\Psi_n - \Psi'_n|_v \leq \frac{\gamma(\epsilon) \mu}{1 - \rho} = \Gamma_{PR}.$$

Afficher les résultats.

La construction des étapes de cet algorithme est basée sur la vérification des conditions du critère de la stabilité ainsi que la positivité du chargement de sécurité afin d'éviter une ruine certaine. Son implémentation nous permettra de calculer la borne supérieure Γ_{PR} donnée par (2.10).

2.4.2 Distributions des montants des réclamations

Les distributions suivantes sont définies à dépendre de leurs paramètres, c'est-à-dire qu'ils peuvent être soit dans la classe des distributions à queue légère, moyenne ou lourde, selon leurs paramètres.

1. Distribution de la loi Lognormal

$$f(t, \alpha, \beta) = \frac{1}{t\beta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log(t) - \alpha)^2}{2\beta^2}}, \quad t \geq 0. \quad (2.11)$$

2. Distribution de la loi de Weibull

$$f(t, \alpha, \beta) = \beta \alpha^{-\beta} t^{\beta-1} e^{-(\frac{t}{\alpha})^\beta}, \quad t \geq 0. \quad (2.12)$$

3. Distribution de la loi Logistic tronquée

$$f(t) = \frac{2}{\beta} e^{\frac{t-\alpha}{\beta}} (1 + e^{\frac{t-\alpha}{\beta}})^{-2}, \quad t \geq \alpha. \quad (2.13)$$

4. Distribution de la loi de Exponentielle

$$f(t) = \frac{1}{\mu} t^{-\frac{t}{\mu}}, \quad t \geq 0. \quad (2.14)$$

Mean	Exp λ	Weibull (α, β)	LogNormal (α, β)	Logistic (α, β)
2.0000	2.0000	(2.2397, 3.0000)	(0.6131, 0.4000)	(1.0000, 0.7213)
2.1000	2.1000	(2.3517, 3.0000)	(0.6619, 0.4000)	(1.1000, 0.7213)
2.2000	2.2000	(2.4637, 3.0000)	(0.7085, 0.4000)	(1.2000, 0.7213)
2.3000	2.3000	(2.5756, 3.0000)	(0.7529, 0.4000)	(1.3000, 0.7213)
2.4000	2.4000	(2.6876, 3.0000)	(0.7955, 0.4000)	(1.4000, 0.7213)
2.5000	2.5000	(2.7996, 3.0000)	(0.8363, 0.4000)	(1.5000, 0.7213)
2.6000	2.6000	(2.9116, 3.0000)	(0.8755, 0.4000)	(1.6000, 0.7213)
2.7000	2.7000	(3.0236, 3.0000)	(0.9133, 0.4000)	(1.7000, 0.7213)
2.8000	2.8000	(3.1356, 3.0000)	(0.9496, 0.4000)	(1.8000, 0.7213)
2.9000	2.9000	(3.2476, 3.0000)	(0.9847, 0.4000)	(1.9000, 0.7213)
3.0000	3.0000	(3.3595, 3.0000)	(1.0186, 0.4000)	(2.0000, 0.7213)

TABLE 2.1. Paramètres des distributions des montants des réclamations

2.4.3 Implémentation de l'algorithme et interprétation des résultats

Cette section est consacrée à présenter les différents résultats numériques et graphiques obtenus lors de l'étude de l'influence des distributions à queue lourde sur la stabilité d'un modèle de risque, en tenant compte des distributions définies dans la section précédent.

ϵ	Mean	Exp	Weibull	LogNormal	Logistic
-0.5	2.0000	0.2052	0.5662	1.3842	0.6168
-0.4	2.1000	0.1610	0.4474	1.0864	0.5003
-0.3	2.2000	0.1185	0.3307	0.7975	0.3793
-0.2	2.3000	0.0776	0.2173	0.5211	0.2549
-0.1	2.4000	0.0381	0.1070	0.2548	0.1280
0	2.5000	0	0	0	0
0.1	2.6000	0.0368	0.1034	0.2439	0.1289
0.2	2.7000	0.0725	0.2030	0.4775	0.2582
0.3	2.8000	0.1069	0.2993	0.7002	0.3879
0.4	2.9000	0.1404	0.3914	0.9131	0.5172
0.5	3.0000	0.1729	0.4804	1.1163	0.6465

TABLE 2.2. Borne de stabilité Γ_{PR}

D'après le Tableau (2.2) et à la figure (2.1), nous remarquons que l'erreur due à l'approximation est proportionnelle à la perturbation du montant moyen des réclamations. Autrement dit, la borne de stabilité augmente avec l'augmentation de la perturbation. Même en prenant des distributions ayant la même moyenne que celle exponentielle, on obtient des bornes

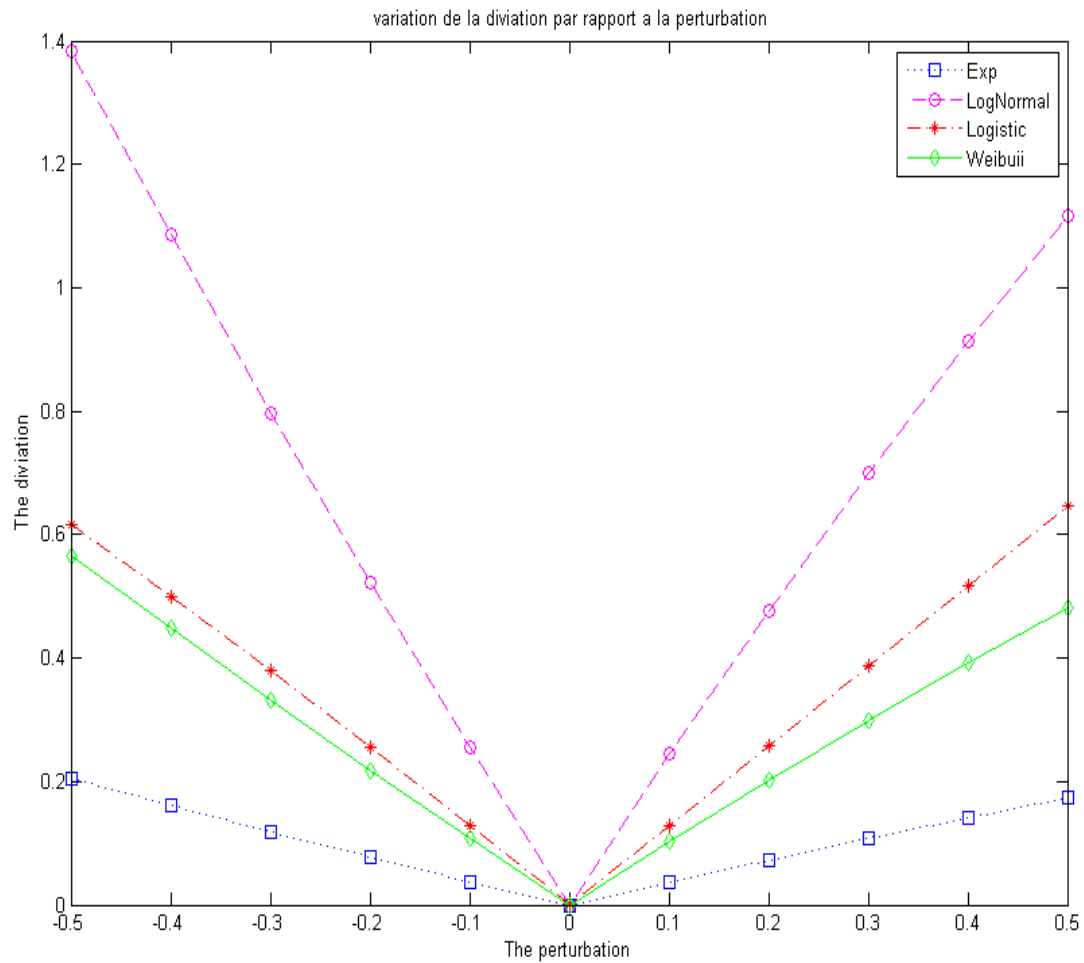


FIGURE 2.1. Variation de la borne de stabilité Γ_{PR}

relativement éloignées de celles d'une exponentielle. Ceci peut être expliqué par l'influence du poids des queues des différentes distributions prises en compte.

En comparaison avec les autres distributions, nous notons que la borne de stabilité de la distribution Weibull est plus proche de celle de la distribution exponentielle, par contre la borne de stabilité de la distribution LogNormal est la plus loin de celle de la distribution exponentielle. Cette différence est due peut-être au choix particulier des paramètres de ces distributions, sachant que la distribution Weibull de paramètres $(\alpha, \beta \geq 1)$ est classée comme distribution à queue légère, et la distribution LogNormal est classée comme une distribution heavy tailed.

2.5 Conclusion

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à l'approximation de la probabilité de ruine d'un modèle de risque classique par l'approche processus régénératifs dans le cas des réclamations large. Nous avons étudié l'impact de certaines réclamations large (distributions heavy tailed) sur la qualité de cette approximation.

Les résultats obtenus montrent que dans certaines situations, l'approximation des caractéristiques d'un modèle de risque avec une distribution heavy tailed par un modèle classique (avec des montants de réclamations distribués suivant une loi exponentielle) est possible.

Références

1. R. J. Adler, R. E. Feldman, and M. S. Taqqu (eds). A Practical Guide to Heavy Tails. Statistical Techniques and Applications. Birkhäuser, Boston, 1998.
2. D. Aïssani and N. V. Kartashov. Ergodicity and stability of Markov chains with respect to operator topology in the space of transition kernels. *Compte Rendu Academy of Sciences U. S. S. R, ser. A, 11*. 3–5, 1983.
3. Asmussen S. Ruin probabilities. World scientific. *Singapore, 2000*.
4. J. Beirlant and S. T. Rachev. The problems of stability in insurance mathematics. *Insurance : Mathematics and Economics* 6. 179–188, 1987.
5. T. Buch-Larsen, J.P. Nielsen, M. Guillen and C. Bolancé. Kernel density estimation for heavy-tailed distribution using the Champernowne transformation. *Statistics* 6, 503–518, 2005.
6. S. Coles An Introduction to Statistical Modelling of Extreme Values. Springer, Berlin, 2001.
7. P. Embrechts, C. Klüppelberg, and T. Mikosch. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. Springer, Berlin, 1997.
8. P. Embrechts, N. Veraverbeke. Estimates for the probability of ruin with special emphasis on the possibility of large claims. *Insurance :Math. Econom.* 1, 55–72, 1982.
9. F. Enikeeva, V. Kalashnikov and D. Rusaityte. Continuity estimates for ruin probabilities. *Scandinavian Actuarial Journal*. 18-39, vol 10, 2001.
10. V. Kalashnikov. Continuity of Ruin Probabilities. Laboratory of Actuarial Mathematics, University of Copenhagen, Working Paper Nr 141, March 1997.
11. V. Kalashnikov. The Stability concept for stochastic risk models. *Working Paper Nr 166. Lab. of Actuarial Mathematics. University of Copenhagen, 2000*.
12. N. V. Kartashov. Strong Stable Markov Chains. VSP, Utrecht, 1996.
13. D.G. Konstantinidis. Risk models with extremal subexponentiality. *Brazilian Journal of Probability and Statistics, Brazilian Statistical Association* 21, 63–83, 2007.
14. D.G. Konstantinidis. Comparison of ruin probability estimates in the presence of heavy tails. *Journal Mathem* 93, 552–562, 1999.
15. H.H. Panjer and G.E. Willmot. Insurance Risk Models. The Society of Actuaries. 1992.
16. S.I. Resnick. Heavy-Tail Phenomena. Probabilistic and Statistical Modeling. Springer, New York, 2006.
17. D. Rusaityte. Continuity of the ruin probability in a model with borrowing and investments. Laboratory of Actuarial Mathematics, University of Copenhagen. Working Paper Nr. 172, 2001.
18. D. Rusaityte. Stability bounds for ruin probabilities in a Markov modulated risk model with investments. Laboratory of Actuarial Mathematics, University of Copenhagen. Working Paper Nr. 178, 2001.
19. G. Tsitsiashvili, D.G. Konstantinides. Supertails in risk theory. *Far Eastern Mathem. J.* 2, 68–76, 2001.

3

Strong stability in a queueing system with unknown general distribution

A. BARECHE

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie
Tél. (213) 34 81 37 08

3.1 Introduction

The aim of this work is to show the applicability of the strong stability method [1, 2, 7] to precise the proximity of the characteristics of two systems, when at least one of the distributions governing one of the systems is general and unknown so its density function must be estimated by using the kernel density estimation method [9, 8].

The strong stability method states that the perturbation done must be small, in the sense that the general law G of arrivals (resp. service times) must be close but not equal to the Poisson (resp. exponential) one. Consequently, the density function of the law G must be close to the density function of the exponential law which is defined on a bounded support $[0, \infty[$. Thus, the boundary effects must be taken in consideration when using the kernel density method [10, 6].

3.2 Kernel density estimation method

Let X_1, \dots, X_n be a sample coming from a random variable X of density function f and distribution F . The Parzen-Rosenblatt kernel estimate [9, 8] of the density $f(x)$ for each point $x \in \mathbb{R}$ is given by :

$$f_n(x) = \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^n K\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right) \quad (3.1)$$

K is a symmetric density function called kernel and h_n is called bandwidth.

3.2.1 Boundary effects

Several results are known in the literature when the density function is defined on the real line \mathbb{R} [8, 9]. In the case of a density function defined on a bounded support, the boundary effects are present. To resolve this problem, many recent methods have been elaborated [10, 6].

Schuster estimator ("mirror image")

Schuster [10] suggests to create the mirror image of the data in the other side of the boundary and then apply the estimator (3.1) for the set of the initial data and their reflection. $f(x)$ is then estimated, for $x \geq 0$, as follows :

$$\tilde{f}_n(x) = \frac{1}{nh_n} \sum_{j=1}^n \left[K\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right) + K\left(\frac{x + X_j}{h_n}\right) \right] \quad (3.2)$$

Asymmetric kernel estimators

A simple idea to avoid boundary effects, is the use of a flexible kernel, which never assign a weight out of the support of the density function and which correct automatically and implicitly the boundary effects. We can cite the asymmetric kernels [6] given by :

$$\hat{f}_b(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K(x, b)(X_i), \quad (3.3)$$

where b is the bandwidth and the asymmetric kernel K can be taken as a Gamma density K_G with parameters $(x/b + 1, b)$, given by :

$$K_G\left(\frac{x}{b} + 1, b\right)(t) = \frac{t^{x/b} e^{-t/b}}{b^{x/b+1} \Gamma(x/b + 1)}, \quad (3.4)$$

3.3 Strong stability in $M/M/1$ system after perturbation of arrival flow

Théorème 3.1 [4]

Suppose that the charge $\left(\frac{\lambda}{\gamma}\right)$ of the $M/M/1$ system is smaller than 1. Therefore, for all β such that $1 < \beta < \frac{\gamma}{\lambda}$, the imbedded Markov chain X_n is v -strongly stable, after a small perturbation of the inter-arrival times, for $v(k) = \beta^k$, and $\|P^* - P\|_v \leq (1 + \beta)w$.

In addition, if $w < \frac{(1-\rho)(\gamma-\lambda\beta)}{(1+\beta)(2\gamma-\lambda(1+\beta))}$, we have :

$$\begin{aligned} Err &= \|\pi^* - \pi\|_v & (3.5) \\ &\leq \frac{(1 + \beta)(2\gamma - \lambda(1 + \beta))(\gamma - \lambda)w}{\frac{(\beta-1)(\gamma-\lambda\beta)^3}{(\beta-1)\gamma+\lambda\beta} - (2\gamma - \lambda(1 + \beta))(1 + \beta)(\gamma - \lambda\beta)w} \end{aligned}$$

$$w = w(H, E_\lambda) = \int_0^\infty |H - E_\lambda|(dt) \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} \pi_k^* = \lim_{n \rightarrow \infty} Pr(X_n^* = k), k = 0, 1, 2, \dots, \\ \pi_k = \lim_{n \rightarrow \infty} Pr(X_n = k), k = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\rho = \beta \frac{\lambda}{\gamma - \frac{\lambda}{\beta} + \lambda}.$$

3.4 Strong stability in $M/M/1$ system after perturbation of service times

Théorème 3.2 [5]

Suppose that the charge $\frac{\lambda}{\mu}$ of the $M/M/1$ system is smaller than 1. Then, for all β such that $1 < \beta < \frac{\mu}{\lambda}$, the imbedded Markov chain X_n is v -strongly stable, after a small perturbation of the service times, for $v(k) = \beta^k$.

Suppose that $\int_0^{+\infty} t|F - E_\mu|(dt) \leq \frac{w'}{\lambda}$, then : $\|P - P'\|_v \leq \beta_0 w'$.

In addition, if $w' \leq \frac{(1-\rho)}{C\beta_0}$, we have :

$$Err' = \|\pi - \pi'\|_v \leq \beta_0 w' C C' (1 - \rho - C\beta_0 w')^{-1} \quad (3.8)$$

$$w' = w'(F, E_\mu) = \int_0^{+\infty} |F - E_\mu|(dt) \quad (3.9)$$

$$\rho = \frac{\mu}{\beta(\mu + \lambda - \beta\lambda)} < 1, C' = \frac{\mu - \lambda}{\mu - \lambda\beta}, C = \frac{2\mu - \lambda(1 + \beta)}{\mu - \lambda\beta}.$$

$$\beta_0 = \max \left\{ \beta : 1 < \beta < \frac{\mu}{\lambda} \text{ and } \int_0^{+\infty} e^{\lambda(\beta-1)t} |F - E_\mu(t)|(dt) < \beta w' \right\}$$

3.5 Kernel density method for the approximation of the $G/M/1$ system by the $M/M/1$ system using the strong stability method

We want to apply the kernel density method to estimate numerically the proximity of the $G/M/1$ and $M/M/1$ systems, by evaluating the variation distance w defined in (3.6) and the error Err defined in (3.5) between the stationary distributions of the tow according systems when applying the strong stability method.

We apply the same steps of the algorithm given in [4, 5]. The programming is done with Matlab 6.5 environment.

3.5.1 Simulation study 1

First case : Consider a $G/M/1$ system such that the density function of the general law G is given by :

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x} + e^{-2x}, & \text{if } x \geq 0; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.10)$$

By generating a sample coming from the general law G with the density function $g(x)$ defined in (3.10), we use the kernel density method to estimate this latter by using the different estimators given in the three following cases :

Second case : We use the density function $g_n(x)$ found by applying the Parzen-Rosenblatt estimator defined in (3.1).

Third case : We use the density function $\tilde{g}_n(x)$ found by applying the Schuster estimator defined in (3.2).

Fourth case : We use the density function $\hat{g}_n(x)$ found by applying the asymmetric kernel estimator defined in (3.3) with the Gamma kernel given in (3.4).

For the last three cases, we take : the sample size $n = 200$, the number of simulations $R = 100$. In all the cases, we introduce the service mean rate $\gamma = 10$.

We obtain the results in Table 3.1 :

TABLE 3.1. w and Err measures for different estimators

	$g(x)$	$g_n(x)$	$\tilde{g}_n(x)$	$\hat{g}_n(x)$
Variation distance	0.0711	0.2104	0.0985	0.0820
w				
Error Err	0.21		0.35	0.26

3.6 Kernel density method for the approximation of the $M/G/1$ system by the $M/M/1$ system using the strong stability method

We want to apply the kernel density method to estimate numerically the proximity of the $M/G/1$ and $M/M/1$ systems, by evaluating the variation distance w' defined in (3.9) and the error Err' defined in (3.8) between the stationary distributions of the tow according systems when applying the strong stability method.

3.6.1 Simulation study 2

We follow the same process used in the simulation study 1.

Consider an $M/Cox2/1$ system such that the law of inter-arrivals is assumed to be exponential with parameter λ and the service law is effectuated in two steps, it's density function is given by :

$$g(x) = \begin{cases} (1-a)\mu_1 e^{-\mu_1 x} + \frac{a\mu_2}{\mu_2-\mu_1}\mu_1 e^{-\mu_1 x} + \frac{a\mu_1}{\mu_1-\mu_2}\mu_2 e^{-\mu_2 x}, & \text{if } x \geq 0 \text{ and } \mu_1 \neq \mu_2; \\ (1-a)\mu_1 e^{-\mu_1 x} + a\mu_1 e^{-\mu_1 x}(\mu_1 x), & \text{if } x \geq 0 \text{ and } \mu_1 = \mu_2; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

We take the parameters of the law Cox2 : $\mu_1 = 3$, $\mu_2 = 10$, $a = 0.005$. In all the cases, we introduce the inter-arrivals mean rate : $\lambda = 0.5$. We obtain the results in Table 3.2 :

3.7 Perspectives

1. For the same work done in [3], apply the algorithm in [4, 5] to determine W^* and the error on the stationary distributions, with no restriction of conditions.
2. Apply it again with the different estimators of kernel density method.
3. Apply the discrete event simulation and the Student test to determine the proximity of the characteristics of the two systems using the different estimators.

TABLE 3.2. w' and Err' measures for different estimators

	$g(x)$	$g_n(x)$	$\tilde{g}_n(x)$	$\hat{g}_b(x)$
Service mean rate μ	2.9955	2.9690	2.9846	2.9937
Charge of the system $\frac{\lambda}{\mu}$	0.1669	0.1684	0.1675	0.1670
stability domain $(1 < \beta < \frac{\mu}{\lambda})$]1, 5.99105[]1, 5.9379[]1, 5.9692[]1, 5.9874[
Variation distance w'	0.0012	0.2361	0.0289	0.0097
Error Err'	0.0435		0.0713	0.0587

3.8 conclusion

In this paper, we show the applicability of the strong stability method to evaluate the proximity of the characteristics of tow systems when at least one of the distributions governing one of the systems is general and unknown so its density function must be estimated by the means of the kernel density estimation method.

We show the interest of taking into consideration the correction of the boundary effects when using the kernel density method for the study of the strong stability of a queueing system with general unknown distribution, in order to substitute the characteristics of a complicated real system by those of a simpler classical system.

Références

1. D. Aissani, and N.V. Kartashov. Ergodicity and stability of Markov chains with respect to operator topology in the space of transition kernels. Dokl. Akad. Nauk. Ukr. SSR, ser., A 11 :3–5, 1983.
2. D. Aissani, and N.V. Kartashov. Strong stability of the imbedded Markov chain in an $M/G/1$ system. International Journal Theory of Probability and Mathematical Statistics., American Mathematical Society., 29 :1–5, 1984.
3. M. Benaouicha, and D. Aissani. Strong stability in a $G/M/1$ queueing system. International Journal Theory of Probability and Mathematical Statistics, American Mathematical Society., 71 :25–36, 2005.
4. L. Bouallouche, and D. Aissani. Measurement and Performance of the Strong Stability Method. International Journal Theory of Probability and Mathematical Statistics, American Mathematical Society., 72 :1–9, 2005.
5. L. Bouallouche, and D. Aissani. Performance Analysis Approximation in a Queueing System of Type $M/G/1$. International journal MMOR (Mathematical Method of Operations Research), Vol. 63, issue 2, pp. 341–356, 2006.
6. T. Bouezmarni, and O. Scaillet. Consistency of Asymmetric Kernel Density Estimators and Smoothed Histograms with Application to Income Data. Econometric Theory., 21 :390–412, 2005.
7. N.V. Kartashov. *Strong Stable Markov chains*. TbiMC Scientific Publishers, VSPV, Utrecht., 1996.
8. E. Parzen. On estimation of a probability density function and mode. Ann. Math. Stat., 33 :1065–1076, 1962.
9. M. Rosenblatt. Remarks on some nonparametric estimates of a density function. Ann. Math. Statist., 27 : 832–837, 1956.
10. E.F. Schuster. Incorporating support constraints into nonparametric estimation of densities. Commun. Statist. Theory Meth., 14 :1123–1136, 1985.

Troisième partie

Evaluation de Performances

Etat de l'art sur le standard IEEE 802.15.4

C. OUANTEUR, D. AÏSSANI et L. BOUALLOUCHE-MEDJKOUNE

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie
Tél. (213) 34 81 37 08

Résumé La modélisation analytique par Chaîne de Markov et l'analyse de performances de la norme IEEE 802.15.4 a été le sujet de recherche de plusieurs articles publiés dans la littérature. Les modèles s'inspirent principalement des modèles de la norme IEEE 802.11 qui suppose que le canal de transmission est idéal, ou que le canal est sujet à des perturbations et ne peut pas être idéal à tout moment. La sous-couche MAC qui assure le contrôle d'accès à un canal partagé utilise le protocole CSMA / CA, cependant, un état de l'art sur les modèles analytiques de ce mécanisme de la norme IEEE 802.15.4 semble être manquant.

4.1 Introduction

La norme IEEE 802.15.4 est récente, elle concerne uniquement les deux premières couches du modèle OSI, à savoir la couche physique et la couche liaison de données adaptées aux réseaux sans fil à faible débit. C'est la sous-couche MAC qui assure le contrôle d'accès à un canal partagé et une transmission des données fiable. L'IEEE 802.15.4 définit deux modes de fonctionnement différents, à savoir [2]

- Le mode sans BEACON : les nœuds utilisent le protocole CSMA / CA non slotté pour accéder au canal et transmettre leurs paquets. L'algorithme est implémenté en utilisant des unités de temps appelées périodes backoff.
- Le mode avec BEACON : l'accès au canal est géré par une super-trame.

Le mécanisme CSMA/CA dans 802.15.4 est similaire à la norme 802.11 utilisant BeB, sauf que contrairement à 802.11, la valeur du compteur du backoff dans IEEE 802.15.4 diminue sans faire de pause, peu importe les conditions du canal [3].

4.1.1 Algorithme CSMA/CA avec BEACON

L'algorithme se base sur une unité de temps appelée période de backoff, une période de backoff est égale à $aUnitBackoffPeriod = 80bits$ (soit 20 symboles) [?]. L'algorithme de CSMA/CA slotté est une variante de CSMA/CA qui exploite une synchronisation précise pour se dispenser de surveiller en permanence l'occupation du canal, ce qui consomme beaucoup d'énergie. Il est basé sur trois variables essentiels : NB, BE et CW tel que

- NB : Nombre d'essais d'accès au canal pour la transmission en cours, initialisé à zéro ;
- BE : Backoff Exponent initialisé à $MacMinBE = 3$ par défaut ;
- CW : représente le nombre d'unités de temps après le temps Backoff où le canal doit être libre avant transmission

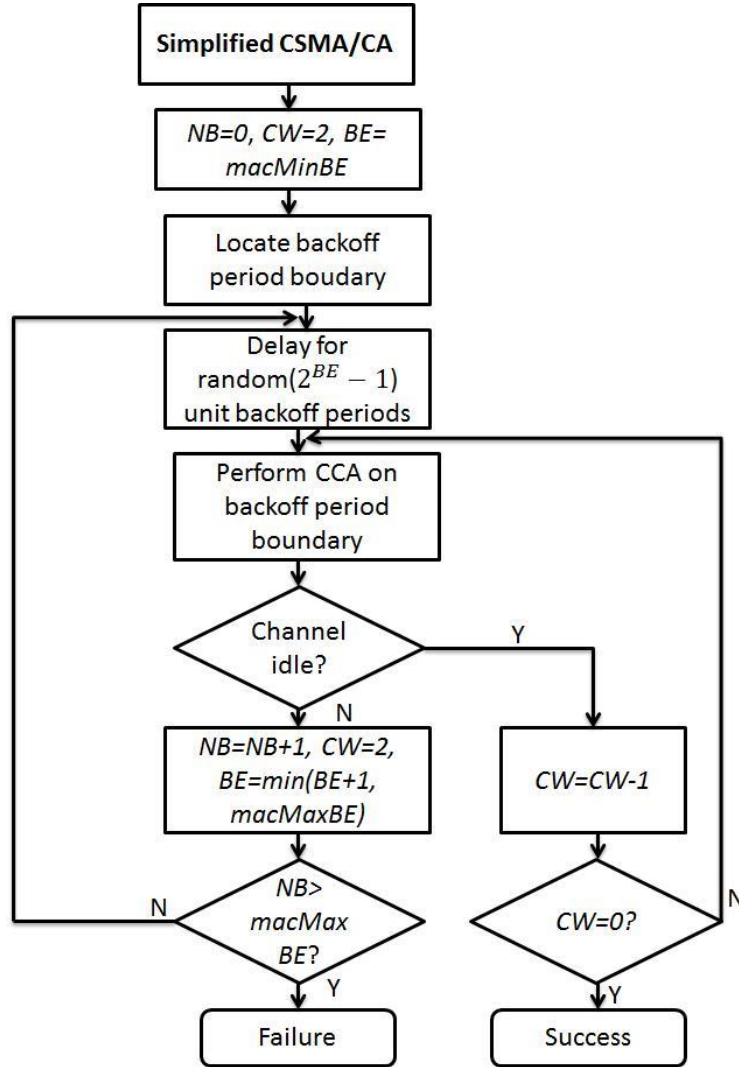


FIGURE 4.1. Algorithme du mécanisme CSMA/CA slotté

- Etape 1 Initialisation des paramètres : $NB=0, CW=2$;
- Etape 2 Vérifier si le coordinateur PAN veut faire fonctionner le réseau en mode BLE(Battery life Extension) pour économiser d'avantage l'énergie ;
Si BLE= 0 (Faux) **alors** BE= MacMinBE= 3 par défaut,
Sinon (si BLE=1) BE= Min(2, MacMinBE) ;
- Etape 3 Trouver le début de la trame Beacon : Les frontières des périodes de backoff de CSMA/CA pour chaque nœud sont alignées avec les frontières des slots de la supertrame. Le début de la première période de backoff est le début du premier slot de la CAP (début de la transmission du beacon) ;
- Etape 4 la couche MAC va retarder toutes les activités d'un nombre aléatoire de périodes Backoff dans l'intervalle $[0, \dots, 2^{BE} - 1]$: Si la durée du backoff tirée est plus longue que le nombre restant de périodes de backoff dans la CAP, l'algorithme consomme le backoff jusqu'à la fin de la CAP et reporte ce qui lui reste pour la CAP de la supertrame suivante ;
- Etape 5 Effectuer un CCA
- Etape 6 **Si** le canal est détecté idle **alors** aller à étape 10,
Sinon aller à étape 7 ;
- Etape 7 Initialiser : $CW=2, NB= NB+1$ et $BE= \text{Min}(BE+1, \text{MacMaxBE})$;
- Etape 8 **Si** $NB \geq \text{macMaxBackoff}$ **alors** aller à étape 9,
Sinon aller à étape 4 ;
- Etape 9 Echec ;

Etape 10 $CW \leftarrow CW-1$;

Etape 11 **Si** $CW=0$ **alors** aller à étape 12,
Sinon aller à étape 5 ;

Etape 12 Succes : le nœud est prêt à transmettre la trame.

4.2 Synthèse sur les travaux existants

Le modèle de BIANCHI pour la modélisation analytique, du protocole IEEE 802.11, est considéré comme un modèle de référence à base duquel se sont construits la plupart des modèles qui existent dans la littérature. Les auteurs de [1] élargissent le modèle de Bianchi et calcule de débit et la consommation d'énergie dans les conditions de saturation. Dans [3], les auteurs proposent un modèle de CM à 2D dans des conditions non saturé pour le mécanisme CSMA/CA slotté du protocole IEEE 802.15.4. En calculant la probabilité de distribution stationnaire de la chaîne de Markov, ils obtiennent une formule d'évaluation pour le débit, la consommation d'énergie, et de la latence d'accès. Le modèle proposé à été validé par le simulateur NS2. Les auteurs de [4] ont établi une analyse comparative du protocole 802.15.4 (MAC) en terme de fiabilité, délai et de consommation énergétique. Ils proposent un modèle analytique généralisant le mécanisme CSMA/CA slotté en tenant compte des tentatives limitées de retransmission et de l'ACK sous un trafic non saturé, la topologie du réseau est en étoile avec un coordinateur PAN. Ils ont étudié le comportement d'un seul nœud en utilisant un modèle de markov tridimensionnel. Ils ont ainsi proposé des approximations de la fiabilité, le délai et la consommation d'énergie et démontré que la distribution du délai dépend principalement des paramètres MAC et des probabilités de collision. Dans [5], les auteurs ont étudié la stabilité du débit, le délai moyen de la file d'attente ainsi que la problématique d'énergie de la couche MAC du protocole IEEE 802.15.4. Le réseau à été modélisé par un système d'attente avec plusieurs files et à un seul serveur, la distribution du temps de service de l'entête des paquets est obtenu à partir de la chaine de markov du BEACON dans un trafic non saturé.

Deux types de transmission du trafic ont été considérés, la transmission avec et sans ACK. Les auteurs de [6] ont analysé les performances de la periode de contention CAP spécifiée dans le standard IEEE 802.15.4 en utilisant les CM 3D à temps discret pour les états du noeud et du canal. Afin de résoudre le problème de collision les auteurs ont défini une nouvelle unité de temps pour modifier les points de démarrage de l'algorithme CSMA/CA. Les auteurs de [7] ont proposé quand à eux un nouveau modèle de CM à 4 D qui est une extension du modèle existant 3D (Packet loss analysis of the IEEE 802.15.4 MAC without acknowledgements) qui capture l'état de l'ensemble du réseau en étoile, plutôt que l'état de chaque noeud individuel. La nouveauté c'est l'ajout d'un paramètre t qui capture le fait qu'un noeud ne peut pas rester dans l'état backoff pour plus de 2^{BE} slots, ils ont également introduit une technique analytique pour calculer le pdf(probability distribution function) et le nombre moyen de timeslots nécessaire pour compléter toutes les transmissions, lorsque un ensemble de noeuds sont en contention du canal au début de la supertrame.

4.3 Conclusion

Il existe donc un grand nombre de modèles analytiques pour analyser le mécanisme d'accès du protocole IEEE 802.15.4, Les auteurs ont considéré différents paramètres pour les améliorer, la modification apportée par les auteurs a amélioré considérablement le système en terme des paramètres considérés, mais La plupart voire tous les modèles assument des conditions que le canal de transmission radio est idéal. Or cette hypothèse n'est pas valable dans un réseau sans fil, la majorité des modèles s'inspirent principalement du modèle de Bianchi [1] qui suppose un canal de communication idéal, or des modèles de propagation des ondes électromagnétiques et le rapport signal sur bruit prouvent que la qualité du signal est fortement affaiblie et perturbée à la réception par l'augmentation du taux d'erreur par paquet. Pour cela, nous allons prendre en considération l'état du canal qui n'est pas toujours idéal. pour ce faire on aura recours à la modélisation par Chaîne de Markov.

Références

1. G. Bianchi, "Performance Analysis of the IEEE 802.11 Distributed Coordination Function", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 3. 2000.
2. C. Buratti and M. Martalò and R. Verdone and G. Ferrari, "Sensor Networks with IEEE 802.15.4 systems", ISignals and Communication Technology, Springer 2011.
3. H. Wen and Z. J. Chen and E. Dutkiewicz, "An Improved Markov Model for IEEE 802.15.4 Slotted CSMA/CA Mechanism", COMPUTER SCIENCE AND TECHNOLOGY, pp. 495-504, 2009.
4. P. Park and P. Di Marco and P. Soldati and C. Fischione, K. H. Johansson, "A Generalized Markov Chain Model for Effective Analysis of Slotted IEEE 802.15.4", Mobile Adhoc and Sensor Systems, 2009. MASS '09. IEEE 6th International Conference on, 2009.

5. D. Yin and T. T. Lee, "Performance analysis of markov modulated IEEE 802.15.4 beacon-enable mode", *Wireless Networks*, 2013.
6. F. Wang and D. Li and Y. Zhao, "On Analysis of the Contention Access Period of IEEE 802.15.4 MAC and its Improvement", *Wireless Pers Commun*, 2012.
7. X. Li and D. K. Hunter, "Four-dimensional Markov chain model of single-hop data aggregation with IEEE 802.15.4 in wireless sensor networks", *Wireless Networks*, 2012.

5

La gestion de la couverture dans les réseaux véhiculaires à base des réseaux de capteurs sans fil

R. SOUADIH

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie
Tél. (213) 34 81 37 08

La sécurité routière reste un problème important et la première cause de mortalité dans le monde. Chaque année, selon les statistiques, plus d'un million de personnes meurent sur les accidents de la route dans le monde entier. De manière générale, beaucoup d'accidents mortels sont causés par les erreurs de conduite. Il est cependant difficile pour un conducteur d'être à chaque instant vigilant et conscient du contexte de la route. Par conséquent, des efforts considérables pour améliorer la sécurité routière ont été menés. Parmi eux, la technologie la plus prometteuse est le réseau ad hoc de véhicules.

5.1 Réseaux Ad hoc de véhicules

Le réseau Ad hoc de véhicules ou "Vehicular Ad hoc Network"(VANET) [1] est composé de véhicules à forte mobilité et de stations déployés au bord de la route d'une manière éparse, chacun d'eux est équipé de dispositifs de communication sans fil et éventuellement de dispositifs de détection. La communication sans fil peut se dérouler entre les véhicules et/ou entre les véhicules et les stations au bord de la route.

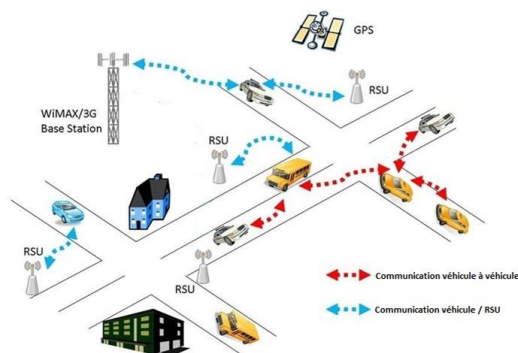


FIGURE 5.1. Réseau Ad hoc de véhicules

Ces systèmes aident parfois dans la prévention des accidents, mais ils ne sont pas toujours efficaces, puisque le VANET peut ne pas garantir une détection en temps réel des conditions routières ou maintenir la connectivité de communication en raison de la forte mobilité des véhicules. Pour résoudre ces problèmes, une nouvelle approche a été récemment proposée. Elle repose sur un réseau hybride combinant le réseau de capteurs sans fil ou "Wireless Sensor Network" (WSN) [2] et le VANET, nommé réseau véhiculaire à base du réseau de capteurs sans fil ou "Hybrid Sensor-Vehicular Network" (HSVN) [3].

5.2 Réseau véhiculaire à base du réseau de capteurs sans fil

Le réseau véhiculaire à base du réseau de capteurs sans fil intègre le WSN avec le VANET afin que chaque type du réseau puisse bénéficier des avantages de l'autre tout en compensant ses faiblesses. Dans les HSVN, les nœuds capteurs sont déployés le long de la route pour détecter les conditions routières et communiquer en permanence les données capturées aux véhicules.

5.3 Architecture d'un réseau véhiculaire à base d'un réseau de capteurs sans fil

Le tableau ci-dessous résume l'architecture du réseau véhiculaire à base du réseau de capteurs sans fil :

Réseau	Rôle	Principe
VANET	Propagation de données à longue portée	Diffusion géographique : Dissémination des données entre les véhicules
WSN	Détection des événements	Utilisation des capteurs adéquats Agrégation de données Arbres couvrants pour la collecte de données
Combinaison VANET & WSN (HSVN)	Recueillir l'information du WSN Stocker l'information au sein du WSN	Déploiement des passerelles entre le WSN et le VANET

TABLE 5.1. Architecture du réseau véhiculaire à base du réseau de capteurs sans fil

5.4 Architectures de communication dans les HSVN

Plusieurs architectures de communication ont été proposées pour les HSVN. Dans ce qui suit, nous présentons quelques unes de ces architectures.

5.4.1 A Prototype Study on Hybrid Sensor-Vehicular Networks

E.Weingrtnr et F. Kargl [3], ont proposé un prototype pour les HSVN où ils ont abordé les différents types de communication qui peuvent exister dans tels systèmes.

- **Distribution de l'information au sein du WSN** : détecter et signaler les événements détectés aux passerelles.
- **Transition des données du WSN au VANET** : prévenir les véhicules des événements arrivés sur la route.
- **Dissémination de l'information au sein du VANET** : assure une propagation à longue distance de l'information routière.
- **Injection des données du VANET au WSN** : permet de notifier les véhicules qui passent plus tard, quand il n'y a pas de véhicules à leur portée de communication.
- **Transport des données physiques** : exploiter la mobilité des véhicules pour le transport des données.

Critiques

Les auteurs ont présenté quelques idées clés pour la conception d'un HSVN. Leur travail peut être considéré comme une première analyse pour les HSVN. Cependant, aucune solution n'est donnée pour résoudre les différentes questions existantes dans les HSVN en termes de fiabilité, de faible délai et d'efficacité énergétique.

5.4.2 An Integrated Network of Roadside Sensors and Vehicles for Driving Safety : Concept, Design and Experiments

Qin *et al.* [4], ont proposé une architecture de communication qui repose sur la détection passive du véhicule. Afin d'économiser l'énergie, tous les capteurs sont inactifs. À l'approche d'un cluster de véhicules, la passerelle active les capteurs le long de la direction du déplacement de ce cluster. La passerelle peut communiquer l'information routière uniquement au véhicule en tête du cluster.

Critiques

Les critiques qu'on peut soulever à cette architecture est la diffusion périodique de la balise par la passerelle, ce qui conduit à l'épuisement rapide de son énergie et certains événements dangereux qui peuvent survenir pendant que les capteurs sont en mode sommeil ne peuvent pas être détectés. En outre, les données sont envoyées exclusivement à la tête du cluster de véhicules, ce qui peut compromettre la sécurité des conducteurs si un événement est détecté après que la tête du cluster a quitté la portée de transmission de la passerelle.

5.4.3 A Framework for Efficient Communication in Hybrid Sensor and Vehicular Networks

Djahel *et al.* [5], ont proposé une architecture qui repose sur la détection active du véhicule. Afin d'économiser l'énergie, la passerelle active les capteurs en fonction du niveau du danger évalué de la zone autour d'eux et peut communiquer l'information à tout véhicule se trouvant dans sa portée de transmission.

Critiques

Cette architecture peut ne pas détecter tous les événements, car il peut y avoir un danger qui arrive soudainement dans des zones qui connaissent une faible fréquence de dangers. Les requêtes du réveil sont envoyées par la passerelle, ce qui peut conduire à l'épuisement de son énergie lorsque le nombre de noeuds à réveiller est grand. Le protocole proposé pour la communication entre les capteurs ne supporte pas la tolérance aux pannes où une déconnexion d'un capteur met en cause le fonctionnement du WSN ainsi une perte de connexion avec le VANET.

5.5 Conclusion

L'objectif principal du HSVN est de garantir une détection en temps réel des conditions routières et aider à connecter les segments partitionnés du VANET. Jusqu'ici, un certain nombre d'architectures et de protocoles de communication pour les HSVN ont été proposés. L'étude de ces architectures et de ces protocoles nous a amené à dégager quelques perspectives tels que : la proposition d'un framework de communication fiable pour les HSVN permettant la détection de la majorité des événements, qui conserve de l'énergie et qui ne se dégrade pas en présence de nœuds défaillants.

Références

1. E. Hossain, G. Chow, V.C.M. Leung, R.D. McLeod, J. Miic, V.W.S. Wong and O. Yang, "Vehicular telematics over heterogeneous wireless networks : A survey", *Computer Communications*, vol. 33, no. 7, pp. 775-793. Elsevier 2010.
2. I.F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, and E. Cayirci, "Wireless sensor networks : a survey", *Computer Networks*, vol. 38, no. 4, pp. 393-422, 2002.
3. E. Weingartner and F. Kargl, "A Prototype Study on Hybrid Sensor-Vehicular Networks", *KuVS Fachgespräch Sensornetze*, RWTH- Aachen Technical Report, no. AIB 2007-1, Aachen, Germany, 2007.
4. H. Qin, Z. L. Y. Wang, X. Lu, W. Zhang, "An Integrated Network of Roadside Sensors and Vehicles for Driving Safety : Concept, Design and Experiments", In *Proc. of IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications, (PerCom)*, Mannheim, Germany, 2010.
5. S. Djahel, Y. Ghamri-Doudane, "A Framework for Efficient Communication in Hybrid Sensor and Vehicular Networks", *International Journal of Computer Applications (0975 – 8887)*, Volume 14– No.2, 2011.

Quatrième partie

Contrôle Statistique de la Qualité

6

Application des fonctions splines

B. CHERFAOUI

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie
Tél. (213) 34 81 37 08

6.1 Introduction

Tout système passe par plusieurs états intermédiaires entre le fonctionnement nominal et la panne. Ces états sont appelés niveaux de dégradation. En effet, afin de connaître le niveau de dégradation du système à chaque instant, nous devons effectuer des contrôles et des inspections. Plusieurs travaux ont été réalisés sur ce sujet, on peut citer le travail de Laggoune et al.[1] où les auteurs ont modélisé la dégradation du système, subissant une inspection périodique, ils ont considéré la disponibilité comme critère d'optimisation. Alors que Deloux et al.[2] ont modélisé la dégradation par un processus gaussien basé sur une inspection périodique afin de minimiser les coûts de maintenance. Dans ce travail, l'idée est de dégager des conclusions sur l'impact des différents paramètres d'un système sur la politique inspection/remplacement optimale au sens économiques lorsque le processus de dégradation est modélisé par le processus gamma homogène.

6.2 Modèle de dégradation DTS(Degradation threshold shock)

Considérant un système sujet à une dégradation continue monotone et subissant en même temps des chocs. La dégradation passe par deux niveaux essentiels à savoir le niveau L qui est le seuil critique qui entraîne l'arrêt de système et le niveau B qui est le seuil de remplacement préventif. Afin de modéliser ces deux phénomènes nous optons pour le modèle proposé par Huynh et al.[3] appelé modèle DTS. Pour cela, nous considérons la variable aléatoire x_t représentant le niveau de dégradation du système à l'instant t et on note $x_t \geq 0$ le processus de dégradation, qui est un processus gamma. Le processus de choc est quant à lui modélisé par un processus de poisson non homogène noté N_t . La fonction de survie de dégradation et de choc est donnée par les équations 1 et 2 respectivement

$$R_{\tau_B}(t) = 1 - F_{\tau_B}(t) = 1 - P(\tau_B \leq t) = 1 - P(x_t \geq B) = 1 - \frac{\Gamma(\alpha t, A\beta)}{\Gamma(\alpha t)}, \quad (6.1)$$

$$R_s(t) = P(x_t < B_s, N_t = 0) + P(x_t \geq B_s, N_t = 0) \quad (6.2)$$

Où B_s est le niveau de changement d'intensité de choc, $\Gamma(\alpha t, \beta)$ la loi Gamma de paramètre de forme α et de paramètre d'échelle β .

6.3 Politique d'inspection périodique ($\Delta T, B$)

La politique $(\Delta T, B)$ est une politique d'inspection/remplacement conditionnelle périodique. La règle de décision à une inspection $T_i = i\Delta T (i = 1, 2, \dots, n)$ est conditionnée par l'état du système et le niveau de dégradation inspecté x_{T_i} . Nous proposons ici de minimiser le coût global par unité de temps engendré par non seulement les coûts de maintenance, mais aussi la perte engendrée par l'indisponibilité du système et cela en fonction de la politique $(\Delta T, B)$ adoptée. Notons que ce coût est calculé de la manière suivante :

$$C_{\infty}^{\Delta T, B}(\Delta T, B) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{\Delta T, B}(t)}{t} \quad (6.3)$$

où $C^{\Delta T, B}(t)$ est le coût de maintenance cumulé au temps t .

6.3.1 Résultats et Discussions

L'exécution de programme implémenté sur Matlab nous a fourni les résultats suivants : Concernant le cas réel nous constatons qu'il faut faire une inspection générale sur le système chaque 2 mois, et un remplacement préventif si le système atteint 60 de sa dégradation. Pour la deuxième application nous avons présenté plusieurs situations où dans chaque situation on varie un paramètre et on fixe les autres pour voir l'impact de chaque paramètre sur le couple $(\Delta T_{opt}, B_{opt})$ et le coût de la maintenance. A partir des résultats numériques obtenus, on constate que :

- La totalité des paramètres de modèle traités ont un impact sur la politique optimale. et bien évidemment sur le coût qui lui est associé.
- L'augmentation de certains paramètres $(\alpha et \beta)$, entraîne une variation considérable de coût de maintenance et de couple $(\Delta T_{opt}, B_{opt})$, tandis que l'augmentation des autres $(L et B_S)$ n'engendre qu'une légère variation de couple $(\Delta T_{opt}, B_{opt})$, et des coûts de maintenance.

6.4 Conclusion

L'idée de ce travail est de clarifier l'influence des paramètres d'un système en dégradation continue monotone sur une politique d'inspection/remplacement lorsque sa dégradation est modélisée par un processus Gamma homogène. Quoique l'application numérique réalisée, sur des données réelles, nous a fourni des résultats réalistes et elle a mis en évidence le lien entre les différents paramètres du système avec ses caractéristiques.

Références

1. Laggoune, R., Cherfaoui, B., Abbas, S., Abloui, F. (October 2016) Preventive maintenance optimization for multi-state deteriorating systems. Maintenance and Life Cycle Assessment of Structures and Industrial Systems. In proceeding of the 51st ESReDA Seminar, Clermont-Ferrand, France.
2. Deloux, E., Castanier B., C. Berenguer. (2009) Predictive maintenance policy for a gradually deteriorating system subject to stress. Reliability Engineering and System Safety 94 :418- 431.
3. Huynh K. T., Barros A., Berenguer C., and Castro I. (2013). A periodic inspection and replacement policy for systems subject to competing failure modes due to degradation and traumatic events. Reliability Engineering & System Safety, 96(4) :497-508,

Inférence statistique sans contrainte de stabilité pour des modèles à volatilité linéaire des paramètres

N. TOUCHE

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes (LAMOS)
Université de Béjaïa, Béjaïa 06000, Algérie
Tél. (213) 34 81 37 08

7.1 Introduction

Le modèle *ARCH* à seuil en puissance (δ -*TARCH*) proposé par Hwang et Kim (2004) a connu un intérêt particulier cette dernière décennie en raison de son aptitude à représenter adéquatement certains traits de séries financières, notamment l'effet de levier, l'effet de Taylor, la persistance dans la volatilité et les distributions marginales à queues lourdes. Sous la condition de stationnarité stricte, Pan et al (2008) ont établi consistence et normalité asymptotique (*CAN*) de l'estimateur du quasi-maximum de vraisemblance (*QMLE*) du modèle δ -*TGARCH*, extension *GARCH* du modèle δ -*TARCH*. Hamadeh et Zakoain (2011) ont obtenu le même résultat sous des hypothèses plus faibles, mais en imposant toujours la stationnarité stricte. En outre, Hamadeh et Zakoain (2011) ont obtenu la propriété *CAN* pour deux variantes de l'estimateur des moindres carrés ordinaire (*LS*) d'un modèle δ -*TARCH* sous l'hypothèse d'existence du $2\delta^{\text{ème}}$ moment du processus observé. Plus récemment, Francq et Zakoian (2013) ont étendu la théorie du *QMLE* pour le modèle δ -*TGARCH* même dans le domaine de non stationnarité.

Bien que le *QMLE* possède de bonnes propriétés statistiques, il présente toutefois quelques inconvénients qui s'accroissent particulièrement pour des innovations à queues lourdes. En particulier, le *QMLE* n'est pas convergent pour des innovations à variance infinie et présente de mauvaises performances pour de petites puissances δ (Hamadeh et Zakoain, 2011). Pour y remédier, nous proposons dans ce travail un estimateur des moindres carrés pondérés en deux étapes (*2SWLSE*) pour le modèle δ -*TARCH*(q). La pondération est le carré inversé de la variance conditionnelle du processus, arbitrairement évaluée dans la première étape et estimée dans la seconde. Outre sa simplicité, l'estimateur *2SWLSE* s'avère consistant et asymptotiquement Gaussien sous des hypothèses très faibles, en particulier sans aucune contrainte sur les moments du processus observé et même sans imposer l'hypothèse de stationnarité stricte. De surcroît, nous montrons que les variances asymptotiques de *2SWLSE* et *QMLE* sont proportionnelles et même égales lorsque $\delta = 2$. En particulier, le *2WLSE* en est plus asymptotiquement efficace pour des innovations dont la distribution est à queues lourdes et peut converger même pour des innovations à variance infinie. Nous montrons également que le *2SWLSE* est plus efficace que l'estimateur des moindres carrés ordinaire *LS*. Une application de la théorie *2WLSE* aux tests de stationnarité stricte et d'asymétrie du modèle δ -*TARCH* est proposée. Enfin, la théorie est confirmée en échantillons finis à travers des séries simulées et réelles.

7.2 Présentation du modèle δ -*TARCH* (q)

Considérons un processus δ -*TARCH* (q), $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{N}\}$, donné par l'équation stochastique suivante :

$$\begin{cases} \varepsilon_t = h_t^{\frac{1}{\delta}}(\theta) \eta_t \\ h_t(\theta) = \omega + \sum_{j=1}^q \alpha_{+,j} (\varepsilon_{t-j}^+)^{\delta} + \alpha_{-,j} (\varepsilon_{t-j}^-)^{\delta} \end{cases}, \quad t \in \mathbb{N}^* = \{1, 2, \dots\}, \quad (2.1)$$

où $q \in \mathbb{N}^*$, δ est une constante positive connue, $\varepsilon_0 = h_0^{\frac{1}{\delta}} \eta_0$ pour une certaine variable aléatoire non négative h_0 , $x^+ = \max(x, 0)$, $x^- = -\min(x, 0)$ et

$$\begin{aligned} \{\eta_t, t \in \mathbb{N}\} \text{ est un processus indépendant et identiquement distribué (iid) avec} \\ E(\eta_1) = 0, E(|\eta_1|^{\delta}) = 1, P(|\eta_1|^{\delta} = 1) < 1. \end{aligned} \quad (\text{bfA1})$$

Le vecteur des paramètres $\theta = (\omega, \alpha_{+,1}, \alpha_{-,1}, \dots, \alpha_{+,q}, \alpha_{-,q})' \in \Theta \subset \mathbb{R}^{2q+1}$ est tel que $\omega > 0$, $\alpha_{+,j} \geq 0$, $\alpha_{-,j} \geq 0$, ($1 \leq j \leq q$). Pour le cas spécial $q = 1$ que nous considérerons en particulier dans le cas de non stationnarité, le paramètre θ est simplement écrit $\theta = (\omega, \beta')'$ avec $\beta = (\alpha_+, \alpha_-)'$. Soit $u_t = |\varepsilon_t|^{\delta} - h_t(\theta) = h_t(\theta)(|\eta_t|^{\delta} - 1)$ et

$\mathcal{Y}_{t-1} = (1, (\varepsilon_{t-1}^+)^{\delta}, (\varepsilon_{t-1}^-)^{\delta}, \dots, (\varepsilon_{t-q}^+)^{\delta}, (\varepsilon_{t-q}^-)^{\delta})'$, où l'on peut remarquer que $h_t(\theta) = \theta' \mathcal{Y}_{t-1}$. Alors, le modèle (2.1) peut être écrit sous la forme d'autorégression suivante :

$$|\varepsilon_t|^{\delta} = \mathcal{Y}'_{t-1} \theta + u_t \quad t \in \mathbb{N}^*, \quad (2.2)$$

laquelle est régie par la différence de martingale, $\{u_t, t \in \mathbb{N}\}$, associée à $\{t, t \in \mathbb{N}\}$, avec $E(u_t/t-1) = 0$ et $Var(u_t/t-1) = (\mathcal{Y}'_{t-1} \theta)^2 Var(|\eta_t|^{\delta})$. Soit γ l'exposant de Lyapunov associé au modèle (2.1) (voir, Pan et al, 2008 ; Hamadeh et Zakoïan, 2011 ; Gonçalves et Mendes-Lopes, 2012 pour l'expression de γ). Une condition nécessaire et suffisante pour que le modèle (2.1) soit stable est que $\gamma < 0$. Dans le cas contraire le modèle est dit instable, auquel cas $|\varepsilon_t|^{\delta}$ diverge (presque sûrement quand $\gamma > 0$ et en probabilité quand $\gamma = 0$) vers l'infini quand $t \rightarrow \infty$ (voir aussi Francq et Zakoïan, 2013).

7.3 Principaux résultats

Pour une série $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ générée à partir de (2.1), nous proposons pour θ un estimateur des moindres carrés pondérés en deux étapes, $(\hat{\theta}_{1WLS}, \hat{\theta}_{2WLS})$, donné conditionnellement à ε_0 par

$$i) \hat{\theta}_{1WLS} = \left(\sum_{t=1}^n \frac{\mathcal{Y}_{t-1} \mathcal{Y}'_{t-1}}{h_t^2(\tilde{\theta})} \right)^{-1} \sum_{t=1}^n \frac{\mathcal{Y}_{t-1} |\varepsilon_t|^{\delta}}{h_t^2(\tilde{\theta})}, \quad ii) \hat{\theta}_{2WLS} = \left(\sum_{t=1}^n \frac{\mathcal{Y}_{t-1} \mathcal{Y}'_{t-1}}{h_t^2(\hat{\theta}_{1WLS})} \right)^{-1} \sum_{t=1}^n \frac{\mathcal{Y}_{t-1} |\varepsilon_t|^{\delta}}{h_t^2(\hat{\theta}_{1WLS})}, \quad (3.1)$$

où $\tilde{\theta} = (\tilde{\omega}, \tilde{\alpha}_{+,1}, \tilde{\alpha}_{-,1}, \dots, \tilde{\alpha}_{+,q}, \tilde{\alpha}_{-,q})' = (\tilde{\omega}, \tilde{\beta}')'$ est un vecteur de constantes positives connues. Un estimateur similaire a été étudié par Aknouche (2012) dans le cadre d'un modèle $ARCH(1)$ correspondant à $q = 1$, $\delta = 2$ et $\alpha_{+,1} = \alpha_{-,1}$. Posons

$$H(\tilde{\theta}, \theta) = E_{\infty} \left(\frac{1}{h_t^2(\tilde{\theta})} \mathcal{Y}_{t-1} \mathcal{Y}'_{t-1} \right), \quad \Gamma(\tilde{\theta}, \theta) = E_{\infty} \left(\frac{h_t^2(\theta)}{h_t^2(\tilde{\theta})} \mathcal{Y}_{t-1} \mathcal{Y}'_{t-1} \right), \quad \Pi(\theta) = E_{\infty} \left(\frac{1}{h_t^2(\theta)} \mathcal{Y}_{t-1} \mathcal{Y}'_{t-1} \right), \quad (3.2)$$

et lorsque $q = 1$,

$$\begin{aligned} \zeta_{t-1} &= ((\eta_{t-1}^+)^{\delta}, (\eta_{t-1}^-)^{\delta})', \quad \Delta(\tilde{\beta}, \beta) = E \left(\frac{1}{(\zeta_{t-1} \tilde{\beta})^2} \zeta_{t-1} \zeta'_{t-1} \right), \\ \Omega(\tilde{\beta}, \beta) &= E \left(\frac{(\zeta_{t-1} \tilde{\beta})^2}{(\zeta_{t-1} \beta)^4} \zeta_{t-1} \zeta'_{t-1} \right), \quad \Sigma(\beta) = E \left(\frac{1}{(\zeta_{t-1} \beta)^2} \zeta_{t-1} \zeta'_{t-1} \right), \end{aligned} \quad (3.3)$$

où pour un processus asymptotiquement $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$ stationnaire la notation $E_{\infty}(X_t) = \lim_{t \rightarrow \infty} E(X_t)$ est utilisée. Le résultat suivant donne les propriétés asymptotiques des estimateurs $\hat{\theta}_{1WLS}$ et $\hat{\theta}_{2WLS}$ aussi bien dans la région de stabilité que dans la région d'instabilité. Pour cela nous avons besoin de l'hypothèse suivante proposée par Francq et Zakoïan ($2E((1 + X_1 + \dots + X_1 \dots X_{t-1})^{-1}) = o(\frac{1}{\sqrt{t}})$ quand $t \rightarrow \infty$, avec $X_t = \alpha_+(\eta_t^+)^{\delta} + \alpha_-(\eta_t^-)^{\delta}$.(7.1)013) :

Théorème i) Cas de stabilité (avec $q \in \mathbb{N}^*$) :

Sous **(A1)** et $\gamma < 0$,

$$\hat{\theta}_{1WLS} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p.s.} \theta, \quad \text{et} \quad \hat{\theta}_{2WLS} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p.s.} \theta. \quad (3.4)$$

Si de plus $E(|\eta_1|^{2\delta}) < \infty$ alors,

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_{1WLS} - \theta) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{L} N \left(0, Var \left(|\eta_1|^{\delta} \right) H^{-1}(\tilde{\theta}, \theta) \Gamma(\tilde{\theta}, \theta) H^{-1}(\tilde{\theta}, \theta) \right). \quad (7.2)$$

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_{2WLS} - \theta) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{L} N \left(0, Var \left(|\eta_1|^{\delta} \right) \Pi^{-1}(\theta) \right). \quad (7.3)$$

ii) *Cas d'instabilité stricte (avec $q = 1$) :* Sous $\gamma > 0$, **(A1)**, la compacité de Θ , $E(|\log(|\eta_1|^{\delta})|) < \infty$, et $P(\eta_1 = 0) = 0$,

$$a) \hat{\beta}_{1WLS} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p.s.} \beta, \quad \text{et} \quad b) \hat{\beta}_{2WLS} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p.s.} \beta, \quad (3.7)$$

où $\hat{\beta}_{1WLS}$ et $\hat{\beta}_{2WLS}$ sont les composantes de $\hat{\theta}_{1WLS}$ et $\hat{\theta}_{2WLS}$ respectivement correspondant à $\beta = (\alpha_+, \alpha_-)'$. Si de plus $E(|\eta_1|^{2\delta}) < \infty$ alors,

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}_{1WLS} - \beta) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{L} N \left(0, Var \left(|\eta_1|^{\delta} \right) \Delta^{-1}(\tilde{\beta}, \beta) \Omega(\tilde{\beta}, \beta) \Delta^{-1}(\tilde{\beta}, \beta) \right). \quad (7.4)$$

$$\sqrt{n}(\hat{\beta}_{2WLS} - \beta) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{L} N \left(0, Var \left(|\eta_1|^{\delta} \right) \Sigma^{-1}(\beta) \right). \quad (7.5)$$

iii) *Cas d'instabilité (avec $q = 1$) :* Sous **(A1)**, $\gamma = 0$, $E(|\log(|\eta_1|^{\delta})|) < \infty$, la compacité de Θ et $P(\eta_1 = 0) = 0$,

$$a) \hat{\beta}_{1WLS} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p} \beta, \quad \text{et} \quad b) \hat{\beta}_{2WLS} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p} \beta. \quad (3.10)$$

Si de plus $E(|\eta_1|^{2\delta}) < \infty$ et (A2) est vérifiée alors (3.8) et (3.9) restent vraies.

Dans le cas instable, $\gamma \geq 0$, il apparaît que $\hat{\omega}_{1WLS}$ et $\hat{\omega}_{2WLS}$ ne sont pas consistants. On peut constater par ailleurs que l'estimateur de la seconde étape $\hat{\theta}_{2WLS}$ est plus efficace que celui de la première, $\hat{\theta}_{1WLS}$. Comparant l'efficacité asymptotique relative entre $\hat{\theta}_{2WLS}$ et le *QMLE*, $\hat{\theta}_{QML}$ (ex. Hamadeh et Zakoïan, 2011), nous avons conclu que les variances asymptotiques de $\hat{\theta}_{QML}$ et $\hat{\theta}_{2WLS}$ sont proportionnelles et sont égales pour $\delta = 2$. Une condition nécessaire et suffisante pour que $\hat{\theta}_{2WLS}$ soit plus efficace que $\hat{\theta}_{QML}$ est donnée en terme des moments de l'innovation. Nous avons constaté que pour des innovations Gaussiennes ($\eta_t \sim N(0, 1)$) le *QMLE* est plus efficace que le *2SWLSE* quand $\delta \neq 2$. Cependant, la supériorité de *2SWLSE* est de plus en plus évidente que l'innovation est à queues lourdes comme pour la loi de Student ou le mélange de lois normales. Cela a été même confirmé en échantillons finis. En effet, nous avons comparé les propriétés finies de *2SWLSE* et *QMLE* ($\hat{\theta}_{QML}$) sous la stabilité du modèle en se basant sur 1000 réplifications d'un δ -*TARCH*(1).

Bibliographie

- [1] Aknouche, A. (2012). Multi-stage weighted least squares estimation of *ARCH* processes in the stable and unstable cases. *Statistical Inference for Stochastic Processes*, **15**, 241-256.
- [2] Francq, C. et Zakoïan, J.M. (2013). Inference in nonstationary asymmetric *GARCH* models. *Annals of Statistics*, **41**, 1970-1998.
- [3] Gonçalves, E. et Mendes-Lopes, N. (2012). On the structure of generalized threshold *ARCH* processes. *Statistics and Probability Letters*, **80**, 573-580.
- [4] Hamadeh, T. et Zakoïan, J.M. (2011). Asymptotic properties of *LS* and *QML* estimators for a class of nonlinear *GARCH* processes. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **141**, 488-507.
- [5] Hwang, S.Y. et Kim, T.Y. (2004). Power transformation and threshold modeling for *ARCH* innovations with applications to test for *ARCH* structure. *Stochastic Processes and Their Applications*, **110**, 295-314.
- [6] Pan, J., Wang, H. et Tong, H. (2008). Estimation and tests for power-transformed and threshold *GARCH* models. *Journal of Econometrics*, **142**, 352-378.

Cinquième partie

Index des Auteurs

Index

Aïssani D., 19

Barèche A., 13

Bouallouche-Medjkoune L., 19

Cherfaoui B., 29

Hammoudi A., 3

Hocine S., 7

Meziani L., 3

Ouanteur C., 19

Radjef M.S., 3

Souadiah R., 23

Touche N., 31

Lamos Edition, 2016.

L'ouvrage :

Ce volume contient la plupart des exposés faits en 2015/2016 au Séminaire Mathématique de Béjaïa. Ils sont centrés autour des domaines d'intérêt des chercheurs de l'Unité de Recherche LaMOS (Modèles déterministes et stochastiques de la Recherche Opérationnelle, Probabilités et statistiques, Optimisation, Evaluation de Performances, ...) avec une attrayante dispersion vers des domaines lointains.

Séminaire Mathématique de Bejaia (LaMOS). ISSN : 1112 – 9433. E – ISSN : 2800 – 1214.



Le premier exposé à Bejaia a été présenté en 1987 par Rachid Senoussi (alors enseignant à l'Université de Constantine), à l'époque du projet de création de l'Unité de Recherche en Statistiques Appliquées (1985). Le Séminaire a atteint son rythme de croisière en 1991/1992, après la création du Département des Sciences Exactes (22 exposés programmés). Depuis 1995, il est lié à la Post-Graduation Modélisation Mathématique et Techniques de Décision" (cf. Bulletin de la S.M.A.I. Société Française de Mathématiques Appliquées et Industrielles N°49, 1997, pp. 50).

Parmi les conférenciers de l'années 2015 – 2016 : Michel Balinski, Lakhdar Sais, Lhouari Nourine, Lamia Meziani, Safia Hocine, Aïcha Barèche, Bachir Cherfaoui, Nassim Touche, Celia Ouanteur, Rebiha Souadiah , ...

Pour citer ce volume : Revue « *Séminaire Mathématique de Béjaïa (LaMOS)* », Volume 15, 2016, 41 pages. ISSN : 1112 – 9433. E – ISSN : 2800 – 1214.

ISSN : 1112 - 9433
E – ISSN : 2800 - 1214
Dépôt légal : 934 - 2003