

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Abderrahmane Mira – Bejaia



**Faculté de Technologie**  
**Département Génie Mécanique**

Mémoire de recherche

En vue de l'obtention de diplôme **Master**

Spécialité : « Fabrication mécanique et productique »

**Préparé par :**

KARED Hicham

BAHLAT Zakia

## **THEME**

**Modélisation et optimisation du procédé de soudage  
par friction d'un alliage d'Aluminium**

**Soutenu le** 02 Juillet 2019

**Devant le jury composé de :**

Mr. HADJOU.

President

Mr. SAHALI M.A.

Rapporteur

Mr. BELAMRI.

Examineur

Année Universitaire 2018-2019

## *REMERCIEMENTS*

*Nous remercions tout d'abord dieu tout puissant de nous avoir donné la force et la puissance pour accomplir une action qui lui plaise.*

*Nous tiendrons à adresser aussi nos gratitudees à notre rapporteur Mr. SAHALI Mohand Akli qui nous a guidés tout au long de cette recherche.*

*Nous ne pouvons pas oublier de remercier tous les fonctionnaires du département génie mécanique et du hall de technologie notamment Mr. ATTOUB Noredine qui nous était très serviable.*

*Nos plus vifs remerciements s'adressent à toute la famille KARED et la famille BAHLAT.*

*Hicham, Zakia.*

# Dédicace

*Je dédie ce modeste travail à celle qui m'a donné la vie, le symbole de tendresse, qui s'est sacrifiée pour mon bonheur et ma réussite, à ma mère Noura.*

*A mon père Mourad, écolle de mon enfance qui a été mon ombre durant toutes les années des études, et qui a veillé tout au long de ma vie à m'encourager, à me donner l'aide et à me protéger.*

*Que dieu les gardes et les protèges.*

*A mes adorables sœurs : Sarah et Marina.*

*A ma belle famille notamment ma fiancée Nadjet qui m'a soutenue et aider pour finaliser ce travail.*

*A toute ma famille*

*A mes très chers amies : Rabah, Ali, Faham, Larebi, Thanina et Idir qui me redonne toujours le courage.*

*A tous ceux qui m'aiment et ceux qui m'aiment pas*

*A tous ceux que j'aime*

*Hicham KARED*



# Dédicace

*Je dédie ce modeste travail*

*A la mémoire de mes grands parents.*

*A mes très chers parents qui m'ont encouragé, qui m'ont soutenu que dieu  
les garde.*

*A mes très chères frères : Manis, Nacer, Farid, et le petit ange Abdenour.*

*A ma chère sœur, mon bijou Alalla.*

*A mes chers petits neveux et nièces: Said, Midi, et mes puces Sadia et  
Inesse.*

*A tous mes ami(e)s : Thanina, Gogo, Ziri, Tamazight, Hanan, Aziza,  
Katia, Thiziri, Hamza, Fateh, Atheman, Moukran, Massi, Nassim.*

*A la personne que j'ai vue une fois dans ma vie, je te souhaite un avenir  
radieux,*

*A toutes les personnes que j'aime.*

*Zakia BAHLAT*

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure I-1:</b> Classement des procédés par friction.	04
<b>Figure I-2:</b> Exemple d'une machine de soudage par friction.	04
<b>Figure I-3 :</b> Principe du soudage par friction.	05
<b>Figure I-4 :</b> Le cycle de soudage par friction.	07
<b>Figure I-5 :</b> Soudage par friction piloté.	09
<b>Figure I-6:</b> Soudage par friction inertielle.	13
<b>Figure I-7 :</b> Torsion des fibres en soudage par friction.	14
<b>Figure II-1 :</b> Représentation de la loi de Fisher-Snedecor.	32
<b>Figure II-2 :</b> Exemple de courbe de résidu.	38
<b>Figure II-3:</b> Méthodes d'optimisation.	40
<b>Figure II-4 :</b> Identification des solutions optimales au sens de Pareto optimal.	41
<b>Figure III-1:</b> Tour conventionnelle type SN 40 C du hall de technologie.	43
<b>Figure III-2 :</b> Dynamomètre de capacité 300N.	44
<b>Figure III-3 :</b> Thermomètres infrarouges.	44
<b>Figure III-4 :</b> Machine d'essai de traction MT3017.	45
<b>Figure III-5 :</b> Dimensions de l'éprouvette.	45
<b>Figure III-6 :</b> Usinage d'une éprouvette.	46
<b>Figure III-7 :</b> Image qui montre la fixation des deux pièces à souder.	46
<b>Figure III-8 :</b> Paramètres entrées/sorties.	47
<b>Figure III-9 :</b> Image montrant de pièces mises en contact l'une à l'autre avec une force de friction $F_1$ .	47
<b>Figure III-10 :</b> Image éprouvette soudée.	48
<b>Figure III-11 :</b> Essais de traction.	48
<b>Figure III-12 :</b> Valeurs observées et valeurs prédites de variable dépendante (température).	51
<b>Figure III-13 :</b> Effet de la vitesse et du temps sur la température.	53
<b>Figure III-14 :</b> Effet de la vitesse et la force sur la température.	53
<b>Figure III-15 :</b> Effet du temps et la force sur la température.	53
<b>Figure III-16 :</b> valeurs observées et valeurs prédites de variable dépendante ( $R_m$ ).	55
<b>Figure III-17 :</b> Effet de la vitesse et du temps sur la résistance à la rupture.	56
<b>Figure III-18 :</b> Effet de la vitesse et la force sur la résistance à la rupture.	56
<b>Figure III-19 :</b> Effet de la vitesse et le temps sur la résistance à la rupture.	56
<b>Figure III-20 :</b> Graphe d'optimisation cas 1 : $T = 6s$ .	58
<b>Figure III-21 :</b> Graphe d'optimisation cas 2 : $T = 15s$ .	58

### LISTE DES TABLEAUX

<b>Tableau I-1</b> : Effet du temps et de l'énergie sur la forme de la soudure.	11
<b>Tableau I-2</b> : Effort de soudage par friction.	12
<b>Tableau I-3</b> : Comparaison sur barres d'acier au carbone entre soudage par friction pilotée et friction inertielle.	15
<b>Tableau I-4</b> : Comparaison des procédés.	16
<b>Tableau I-5</b> : Exemples de préparations de pièces par soudage par friction.	16
<b>Tableau I-6</b> : Soudabilité des métaux et alliages les plus couramment utilisés en soudage par friction.	17
<b>Tableau I-7</b> : Caractéristiques de quelques machines à souder par friction pilotée	18
<b>Tableau II-1</b> : Représentation des résultats de l'analyse de la variance.	33
<b>Tableau II-2</b> : Domaine de variation des facteurs des plans composites centraux.	35
<b>Tableau II-3</b> : Tableau de l'analyse de la variance.	37
<b>Tableau III-1</b> : Quelques caractéristiques de l'aluminium.	43
<b>Tableau III-2</b> : caractéristiques mécaniques de la machine.	44
<b>Tableau III-3</b> : Tableau des résultats obtenus.	49
<b>Tableau III-4</b> : Modèles de régression.	49
<b>Tableau III-5</b> : Régression linéaire multiple (température).	51
<b>Tableau III-6</b> : Analyse de la variance (température).	52
<b>Tableau III-7</b> : Régression linéaire multiple (Résistance à la rupture).	54
<b>Tableau III-8</b> : Analyse de la variance (Résistance à la rupture).	55
<b>Tableau III-9</b> : Les valeurs des constantes utilisées.	57
<b>Tableau III-10</b> : Les valeurs numériques des optima obtenus.	58

## LISTE DES NOTATIONS

---

### LISTE DES NOTATIONS

V: vitesse de rotation (tr /min).

F : force de friction (N).

T : temps de friction (S).

Rm : Résistance à la rupture(KN).

Temp : température (°C).

D : Diamètre de la pièce (mm).

$\beta$  : vecteur de coefficient théorique.

$\hat{\beta}$  : vecteur des coefficients estimés dans la modélisation.

$\beta_i$  : effets moyens relatifs aux facteurs  $x_i$  .

$\beta_{ij}$  : Effets moyens relatifs aux facteurs  $x_i$  et  $x_j$ .

$\varepsilon$  : Vecteur des erreurs de modélisation.

$\sigma$  : Écart type.

$\sigma_y$  : Erreur expérimentale relative à la réponse  $\mathcal{Y}$ .

$\sigma^2$  : Variance expérimentale.

$e$  : Vecteur des erreurs de mesure.

$e_i$  : Valeur de l'erreur de mesure  $i$ .

$E_{Ai}$  : Effet principal du facteur  $A$  au niveau  $i$ .

$\kappa$  : Nombre de facteurs.

$\mathcal{P}$  : Nombre de coefficients du modèle postulé.

N : Nombre d'expériences.

SCE : Somme des carrés des écarts.

X : Matrice du modèle ou matrice des effets.

$X_N$  : Matrice des expériences.

$X^t X$  : Matrice d'information ou matrice de Fisher.

$\mathcal{Y}$  : Vecteur des réponses expérimentales, mesurées.

$\bar{\mathcal{Y}}$  : Moyenne arithmétique des réponses mesurées  $\mathcal{Y}$ .

$\hat{\mathcal{Y}}$  : Vecteur des réponses estimées.

$\mathcal{Y}_i$  : Valeur de la réponse expérimentale  $i$ .

$x_i$  : Valeur du facteur  $i$ .

$x$  : Vecteur des valeurs des facteurs.

$CM_a$  : Carré moyen factoriel.

## LISTE DES NOTATIONS

---

$CMR, CM_r$  : Carrés moyens dus à la régression.

$I_{AiBj}$  : Interaction entre les facteurs  $A$  et  $B$  aux niveaux  $i$  et  $j$ .

ANOVA : Analyse de la variance.

GA : Genetic Algorithm.

DE : Differential Evolution.

ASA: Adaptive Simulated Annealing.

PSO: Particle Swarm Optimization.

## Résumé

La mise en œuvre du procédé de soudage par friction présente toujours un certain nombre d'inconnues telles que la vitesse de rotation, temps et la pression de friction, etc. Les objectifs qu'on a fixés dans ce travail sont d'abord l'identification des paramètres de soudage influents sur la résistance mécanique du joint de soudure et la température aux bords des surfaces à souder, ensuite de modéliser et d'optimiser le processus de soudage en minimisant la température et donc la puissance consommée ainsi que de maximiser la résistance à la rupture.

Afin de répondre aux objectifs cités, nous avons mené une série d'essais sur machine-outil selon la méthodologie des plans d'expériences et une analyse statistique, en utilisant le logiciel STATISTICA™, des variables d'intérêt observées, entre ; la résistance à la rupture et la température dans la zone affectée thermiquement. Les modèles de surfaces de réponses obtenues sont ensuite utilisés pour formuler le problème d'optimisation du procédé. À l'aide d'un programme MATLAB™ nous avons déterminé les paramètres de soudage optimaux permettant une résistance maximale et une température (puissance) minimale.

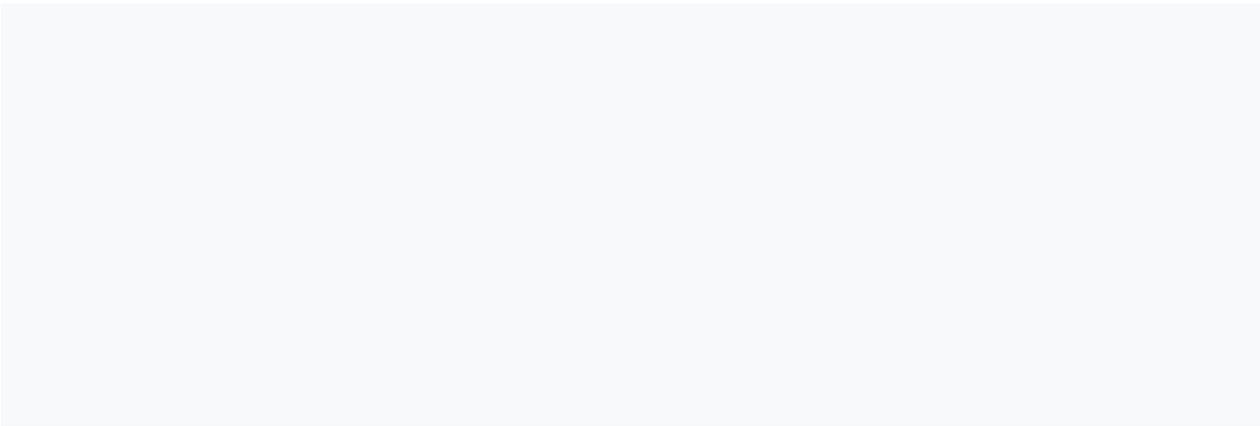
**Mots clés** : Soudage par friction, Plan d'expériences, ANOVA, Modélisation, Optimisation.

## Abstract

The implementation of the friction welding process always has a number of unknowns such as speed of rotation, time and friction pressure, etc. The objectives set in this work are firstly the identification of the welding parameters influencing the mechanical strength of the weld joint and the temperature at the edges of the surfaces to be welded, then to model and optimize the process of welding. Welding by minimizing the temperature and therefore the power consumed as well as maximizing the breaking strength

In order to meet the stated objectives, we conducted a series of machine tool tests according to the experimental design methodology and statistical analysis, using the STATISTICA™ software, observed variables of interest, between; breaking strength and temperature in the heat affected zone. The response surface models obtained are then used to formulate the process optimization problem. Using a MATLAB™ program we have determined the optimal welding parameters for maximum strength and minimum temperature (power).

**Keywords**: Friction welding, Plan of experiences, ANOVA, Modeling, Optimization.



# SOMMAIRE

## SOMMAIRE

<b>Introduction générale</b> .....	01
<b>Chapitre I : Etude bibliographique</b>	
Introduction.....	03
I-1- Soudage par friction.....	03
I-2- Classement des procédés de soudage par friction .....	03
I-3- Procédé de soudage par friction rotative .....	04
I-4- Principe de soudage par friction rotative .....	05
I-5- Les avantages de soudage par friction rotative .....	06
I-6- Les différentes phases de l'opération de soudage par friction rotative .....	06
I-6-1- Phase de friction initiale .....	06
I-6-2- Phase de friction .....	07
I-6-3- Phase de forgeage .....	07
I-6-4- Phase de maintien .....	07
I-7- Cycle de soudage .....	07
I-8- Les différents modes de soudage par friction rotative .....	08
I-8-1- Le soudage par friction pilotée .....	08
I-8-1-1- Principe .....	08
I-8-1-2- Paramètres de soudage .....	10
I-8-2- Le soudage par friction inertielle .....	12
I-8-2-1-Principe .....	12
I-8-2-2- Paramètres de soudage .....	14
I-9- Comparaison des deux procédés .....	15
I-10- Mise en œuvre du soudage par friction .....	16
I-10-1- Préparation de pièces .....	16
I-10-2- Soudabilité .....	17
I-11- Machines à souder .....	17
I-12- Application du soudage par friction .....	18
Conclusion .....	19

# SOMMAIRE

---

## Chapitre II : Méthode de modélisation et d'optimisation

Introduction .....	20
II-1- Démarche méthodologique d'un plan d'expérience .....	20
II-1-1- Définition des objectifs et des réponses .....	21
II-1-2- Choix des facteurs et du domaine expérimental .....	21
II-1-3- Proposition d'un modèle .....	21
II-1-4- Estimation des coefficients du modèle .....	21
II-1-5- Validation du modèle .....	21
II-1-6- Mise en œuvre et suivi .....	22
II-2- Régression linéaire multiple .....	22
II-2-1 Modélisation .....	22
II-2-2- Les hypothèses de la régression multiple .....	24
II-2-3- Différents types de modèles de régression .....	24
II-3-Technique de criblage .....	26
II-3-1- Plan factoriel complet .....	26
II-3-2- Variables codifiées .....	26
II-3-3- Matrice d'expériences .....	27
II-3-4- Construction de la matrice du modèle .....	27
II-3-5- Calcul des effets des facteurs et leurs interactions .....	27
II-4- Analyse des résultats .....	28
II-4-1- Analyse de la variance .....	28
II-4-1-1 Analyse de la variance du modèle .....	29
II-4-1-2- Analyse de la variance résiduelle .....	31
II-4-2- Test de Fisher-Snedecor .....	31
II-4-3- Probabilité .....	32
II-5- La Méthodologie de Surface de Réponse (MSR) .....	33
II-5-1- Plans composites centraux .....	34
II-5-2- Construction de la méthodologie de surface de réponse .....	35
II-5-3- Validation du modèle .....	36
II-5-3-1- Écarts du résidu .....	36
II-5-3-2- Analyse de variance .....	37
II-5-3-3- Coefficients de détermination ( $R^2$ , $R^2$ ajusté) .....	38
II-5-3-4- Analyse des résidus .....	38

# SOMMAIRE

---

II-6- Optimisation .....	39
II-6-1- Optimisation multi-objectif .....	39
II-6-2- Surface de réponse .....	41
Conclusion .....	41
 <b>Chapitre III : Étude de cas de soudage de l'aluminium</b>	
Introduction .....	42
III-1- Généralités sur le matériau .....	42
III-1-1- l'aluminium .....	42
III-1-2- Les caractéristiques de l'aluminium .....	42
III-2- Moyens mis en œuvre .....	43
III-2-1- Moyens d'usinage et de soudage .....	43
III-2-2- Moyen de mesure .....	44
III-2-3- Moyen d'essai .....	45
III-3- Les étapes des opérations de soudage par friction rotative .....	45
III-3-1- Étape 1 Préparation des éprouvettes .....	45
III-3-2- Étape 2 Montage .....	46
III-3-3- Étape 3 Soudage de 12 éprouvettes (aluminium /aluminium) .....	47
III-3-4- Étape 4 Essais de rigidité .....	48
III-4- Résultats et discussion .....	49
III-5- La régression linéaire multiple .....	49
III-6- La régression linéaire et l'analyse de variance (ANOVA) .....	50
III-6-1-1- Les températures de soudage .....	50
III-6-1-2- La résistance à la rupture .....	54
III-7- L'optimisation des résultats.....	57
III-7-1- Formulation du problème d'optimisation bi-objectif.....	57
III-7-2- Les données numériques.....	57
III-7-3- Résultat et discussions.....	58
Conclusion.....	59
<b>Conclusion générale</b> .....	<b>60</b>

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

# INTRODUCTION GENERALE

---

## Introduction générale

Le soudage est une opération de micro-métallurgie consistant à exécuter un cordon fondu liant les bords de deux pièces. Il constitue un moyen d'assemblage privilégié pour toute construction faisant intervenir des matériaux métalliques. Vu son importance, le soudage trouve des applications dans des secteurs d'activité très diversifiés comme la production, la construction, la réparation et la maintenance. Parmi les procédés de soudage les plus appliqués, on trouve le soudage par friction (friction welding). Depuis 1945, le soudage par friction est utilisé pour les matières thermoplastiques et ce n'est qu'en 1956 qu'on a mis au point une méthode de soudage des métaux par friction. Le soudage par friction est un procédé dans lequel l'assemblage est réalisé en frottant les surfaces des deux pièces à assembler l'une contre l'autre, sous une pression contrôlée. Le frottement est obtenu en communiquant un mouvement de rotation à l'une des deux pièces en contact. Après un temps contrôlé, l'ensemble est soumis à un forgeage par un effort axial, ce qui conduit à la formation d'un bourrelet dans le plan de soudure ce qui forme l'assemblage.

La mise en œuvre du procédé de soudage par friction présente toujours un certain nombre d'inconnues en raison de la limitation de la maîtrise des paramètres influents et très complexes tels que la vitesse de rotation, temps et pression de friction etc. Des travaux de modélisation et d'optimisation ont été par le passé, en modélisant l'élévation de température générée par friction et la résistance à la rupture de joint de soudure par des méthodes analytiques. De principales difficultés de la modélisation restent le couplage entre divers problèmes tels que le couplage thermomécanique à haute température, le contact entre les pièces à souder et le changement de phase de matériau à souder.

L'objectif primaire de cette étude est l'identification et la maîtrise des paramètres de soudage influents sur la résistance mécanique du joint de soudure ainsi que la largeur de la zone affectée thermiquement. L'objectif secondaire est d'optimiser ces performances citées et de recommander à l'opérateur une gamme de valeurs pratiques de paramètres optimaux.

Dans ce travail nous souhaitons étudier les effets des paramètres de soudage par friction à savoir : la vitesse de rotation, le temps et pression de friction sur les performances de soudage d'un alliage d'aluminium. Dans le but de déterminer les conditions opératoires conduisant à une qualité de résistance à la rupture de joint de soudure. L'étude débutera par une recherche bibliographique qui nous permettra de situer le travail et de prendre en main le sujet. Pour initier cette étude. Nous mènerons une série d'essais sur machine-outil selon un plan d'expériences bien

# INTRODUCTION GENERALE

---

adapté qu'on a choisi (plan complet factoriel). À partir de ces essais, nous analysons les données en mettant en évidence les effets des paramètres de soudage par friction choisie (vitesse, temps et effort de friction) sur les différentes réponses enregistrées notamment la température et la résistance à la rupture de joint de soudure. Pour cela nous effectuons l'analyse de la variance et régression linéaire, en utilisant le logiciel STATISTICA. Enfin à l'aide de programme MATLAB nous chercherons à minimiser la température et à maximiser la résistance à la rupture de joint du soudure, grâce au programme nous avons résolu les deux problèmes d'optimisation et pu obtenir les variables de décision optimales.

Ce travail se compose de trois chapitres, le premier chapitre est consacré à une recherche bibliographique générale du procédé de soudage par friction. Puis, le second chapitre expose un état de l'art des méthodes d'optimisation et de modélisation expérimentales à savoir ; plans d'expériences, régression linéaire multiple, optimisation mono et multi-objectif. Enfin, le dernier chapitre présente une étude de l'influence des paramètres de soudage sur la température et la résistance mécanique à la rupture des pièces soudées qui est réalisée à travers un cas pratique sur machine-outil au sein de l'atelier de mécanique.

# **CHAPITRE I**

## **RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE**

## Introduction

Le soudage est une technique d'assemblage qui consiste à établir la continuité métallique entre les parties à assembler. Cela implique qu'il n'y a pas de matières non métalliques interposées entre les éléments réunis. Cette technique d'assemblage est différente du rivetage, de l'agrafage ou du collage.

Ce chapitre traite le principe de fonctionnement et l'aspect technologique en général des principaux procédés de soudage par friction rotative, entre autres ; le soudage par friction piloté et le soudage par friction inertielle, dont on porte un grand intérêt au 21<sup>ème</sup> siècle en tant que technique émergente permettant l'assemblage des pièces en alliages difficilement soudables par des procédés de soudages classiques ou conventionnels.

### I-1- Soudage par friction

Le soudage par friction est un procédé de soudage multiple et novateur qui trouve de nombreuses applications dans différentes branches de l'industrie. Les avantages du soudage par friction sont des assemblages de haute qualité, la rapidité du procédé par rapport aux procédés de soudage conventionnel et la possibilité d'une automatisation complète du processus de telle sorte qu'une qualité constante est garantie. De plus, ce procédé peut être réalisé sur une machine-outil (tour ou fraiseuse), ce qui lui confère une flexibilité et une disponibilité de mise en œuvre plus large que les autres procédés de fabrication en général [1]. Ce procédé simple et rapide, permet d'obtenir des liaisons comportant une zone thermiquement affectée relativement étroite, du fait qu'il n'est pas nécessaire de passer par l'état liquide [2].

### I-2- Classement des procédés de soudage par friction

Les procédés de soudage basés sur la friction sont très variés (**figure I-1**). La variante la plus utilisée de ce procédé est le soudage par friction rotative. Il peut être mené pour l'assemblage des pièces de révolution ou non [3].

Les exécutions possibles sont le soudage par friction en continu, le soudage par friction via l'énergie emmagasinée dans un volant et le soudage par friction radial. Dans le soudage par friction sans rotation, des pièces non symétriques par rapport à l'axe de rotation peuvent être assemblées l'une à l'autre. Les techniques les plus importantes sont : le soudage par friction-malaxage, le soudage par friction linéaire et le soudage par friction orbital [3].

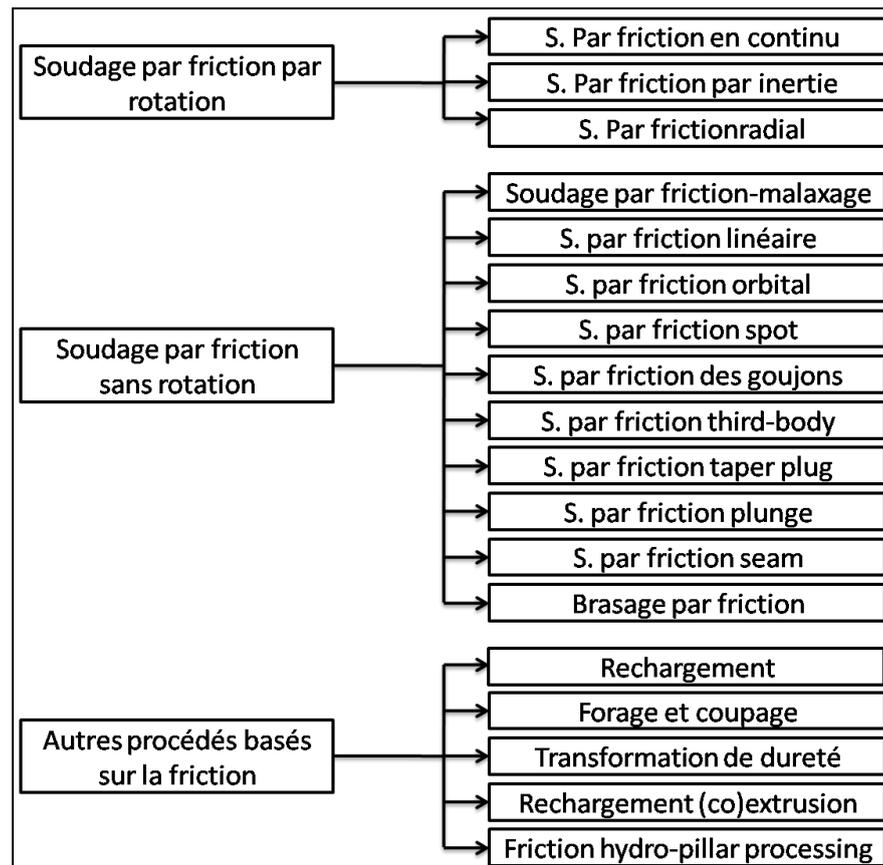


Figure I-1: Classement des procédés par friction [3].

### I-3- Le procédé de Soudage par friction rotative

Il s'agit du type de soudage par friction le plus couramment utilisé, notamment pour des pièces de révolution. La pièce est mise en rotation à grande vitesse et pressée contre l'autre pièce, les deux pièces atteignent alors la température de forgeage au point de contact est sont souder par effet thermique et déformation plastique. La vitesse de rotation, la pression et le temps de rotation sont les paramètres les plus importants à prendre en compte [4].

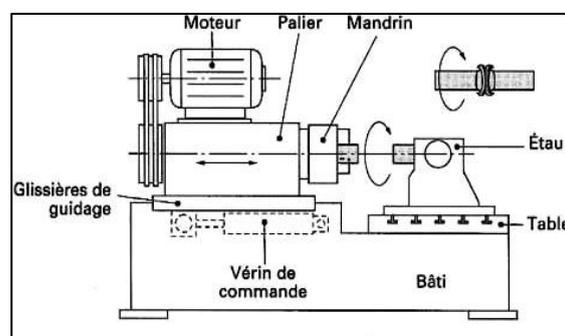


Figure I-2: Exemple d'une machine de soudage par friction [5].

## I-4- Le principe de soudage par friction rotative

Les principales étapes du procédé de soudage par friction rotative sont schématisées dans la **figure (I-3)**. Supposant que deux axes ou deux tubes doivent être soudés bout à bout. Une des pièces est bloquée, tandis que l'autre est mise en rotation contre l'autre à une vitesse constante à l'aide d'un moteur quand les deux pièces sont mises en contact l'une à l'autre, les forces de friction provoquent un couple de résistance [3]. L'énergie qui en résulte est transformée en chaleur dans la surface de contact. La chaleur générée augmente la température en un court laps de temps jusqu'à la température de soudage (température de forgeage). La pièce en rotation est ensuite détachée du mandrin freiné jusqu'à l'arrêt total [3].

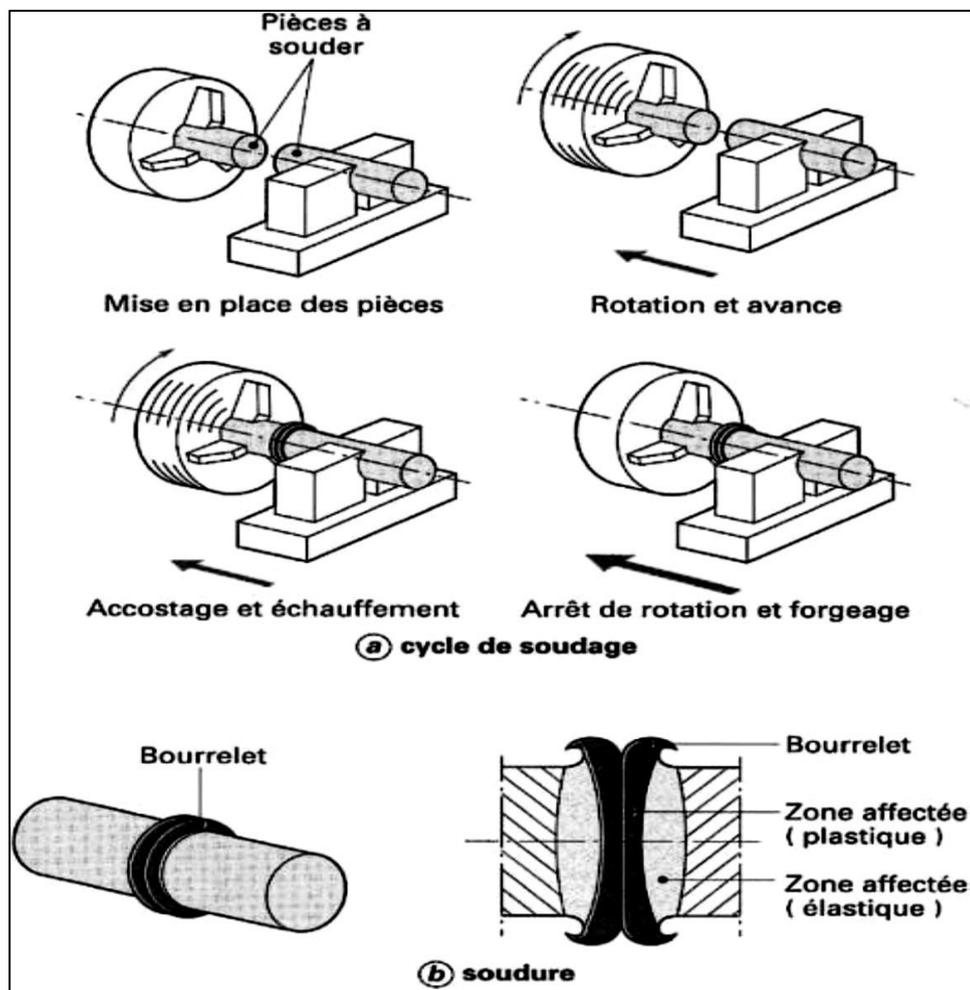


Figure I-3 : Principe du soudage par friction[5].

## I-5- Les avantages du soudage par friction rotative

- Assemblages de haute qualité ayant une bonne structure métallurgique comme le matériau n'est pas porté à fusion ;
- Pas de préparation spéciale des pièces ;
- Le procédé de soudage est beaucoup plus rapide que les procédés de soudage conventionnels ;
- Peu de déformations après soudage en raison des temps de soudage courts et des faibles températures maximales ;
- Possibilité d'assembler des pièces de sections fortement différentes à condition de prendre certaines mesures de précaution ;
- Économique: le soudage par friction permet de réaliser d'importantes économies sur le coût des pièces soudées (économie en temps, en matériau) ;
- Des matériaux dissemblables peuvent être assemblés, comme l'aluminium ou le cuivre à de l'acier ;
- Très bonne reproductibilité et possibilités d'automatisation ;
- Métaux d'apport pas nécessaires ;
- L'élimination des problèmes de fissurations à chaud et de criques ;
- L'équipement utilisé est simple ce qui demande peu de maintenance et peu de qualification pour le fonctionnement ;
- Les matériaux à souder ne doivent pas avoir la propriété d'être lubrifiés à sec (les matériaux contenant ; du graphite du sulfure de fer ,Pb.....Tel que la fonte grise, bronze, letton... etc. Ne peuvent pas être soudés par ce procédé) ;
- Soucieux de l'environnement: pas de gaz de protection, pas de fumées de soudage ou rayonnement ;
- Moins de bruit ;
- Pas de nécessité de soudeurs agréés.

## I-6- Les différentes phases de l'opération de soudage par friction rotative

Le procédé de soudage par friction en rotation se compose de quatre phases essentielles [6].

**I-6-1- Phase de friction initiale:** une pièce est mise en rotation simultanément, l'autre pièce est appuyée contre celle-ci en exerçant une pression définie.

# CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

**I-6-2- Phase de friction:** le mouvement relatif et la pression régulière réchauffent les surfaces en contact.

**I-6-3- Phase de forgeage :** la rotation est terminée et la pression est augmentée encore une fois. Le matériau plastifie peut ainsi être assemblé avec l'autre pièce.

**I-6-4- Phase de maintien :** les deux matériaux sont maintenus sous pression et peuvent ensuite se refroidir lentement.

## I-7- Cycle de soudage

Les paramètres influant sur la qualité de ce type d'assemblage sont :

- Le temps de soudage ;
- La pression exercée entre les pièces ;
- La vitesse de rotation ;
- La consommation de la matière.

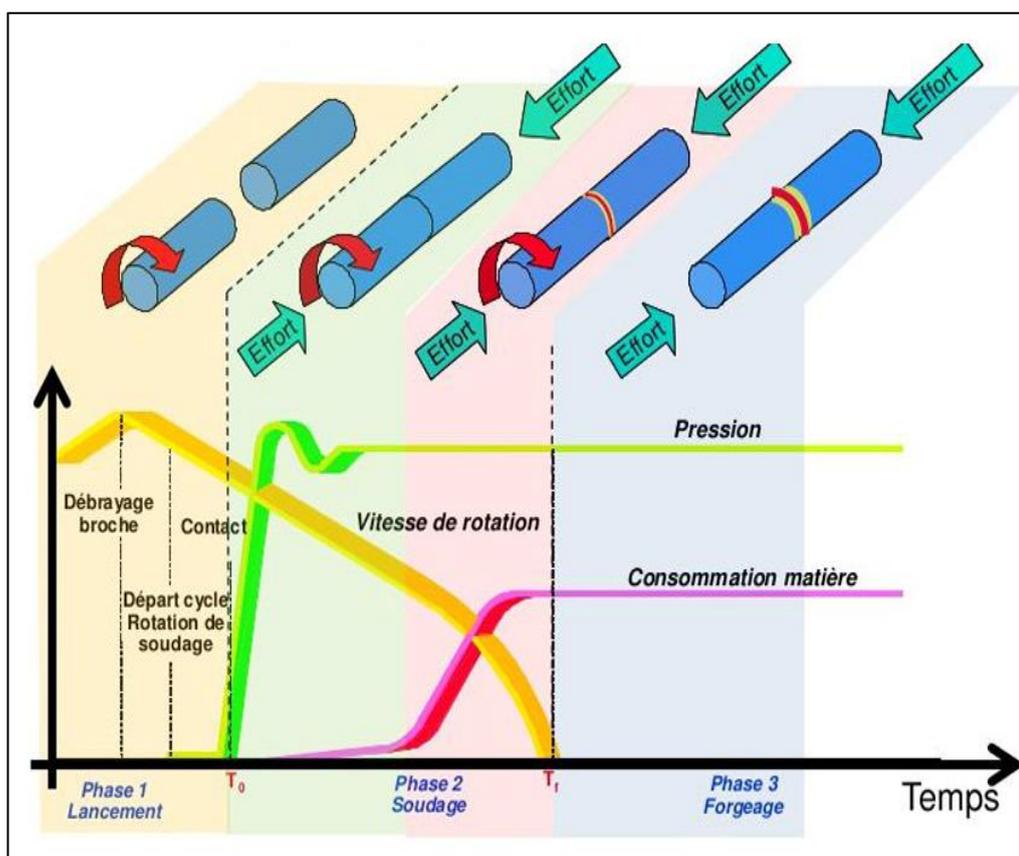


Figure I-4 : Le cycle de soudage par friction [7].

## I-8- Les différents modes de soudage par friction rotative

On distingue deux modes de soudage :

- **Le soudage par friction pilotée(FP)** ou encore par entraînement direct ou conventionnel ;
- **Le soudage par friction inertielle(FI)** ou encore par accumulation d'énergie (une marque de fabrique déposée par son inventeur).

### I-8-1- le soudage par friction pilotée

#### I-8-1-1- Principe

Le principe du soudage par friction pilotée est présenté sur la **figure I-5**. Il consiste à réaliser une soudure sur une machine à entraînement direct, c'est-à-dire dans laquelle le moteur est embrayé avec la pièce et donc fournit directement le couple de friction pendant la phase d'échauffement.

La machine doit comporter les éléments suivants (**figure I-5a**) :

- Un mandrin rotatif fixé sur une broche entraînée par le moteur, par l'intermédiaire d'un embrayage et d'un frein;
- Un mandrin non tournant ou étai, coaxial au premier, associé à une table animée d'un mouvement d'approche et capable d'exercer sur l'assemblage les efforts de friction et de forgeage.

L'opération de soudage passe par les phases suivantes :

- Mise en marche du moteur, la broche étant débrayée et freinée;
- Mise en place des pièces, dans les mandrins et fermetures de ces derniers;
- Démarrage du cycle automatique (**figure I-5b**) qui comprend:
  - L'embrayage de la broche et la mise en rotation de la pièce correspondante ;
  - L'accostage des pièces à vitesse lente et sous effort faible. Pendant cette approche, les pièces viennent en contact par leurs aspérités alors qu'un couple résistant erratique apparaît. Il n'y a pas échauffement, mais égalisation mécanique des surfaces et apparition progressive du couple de friction proprement dite;

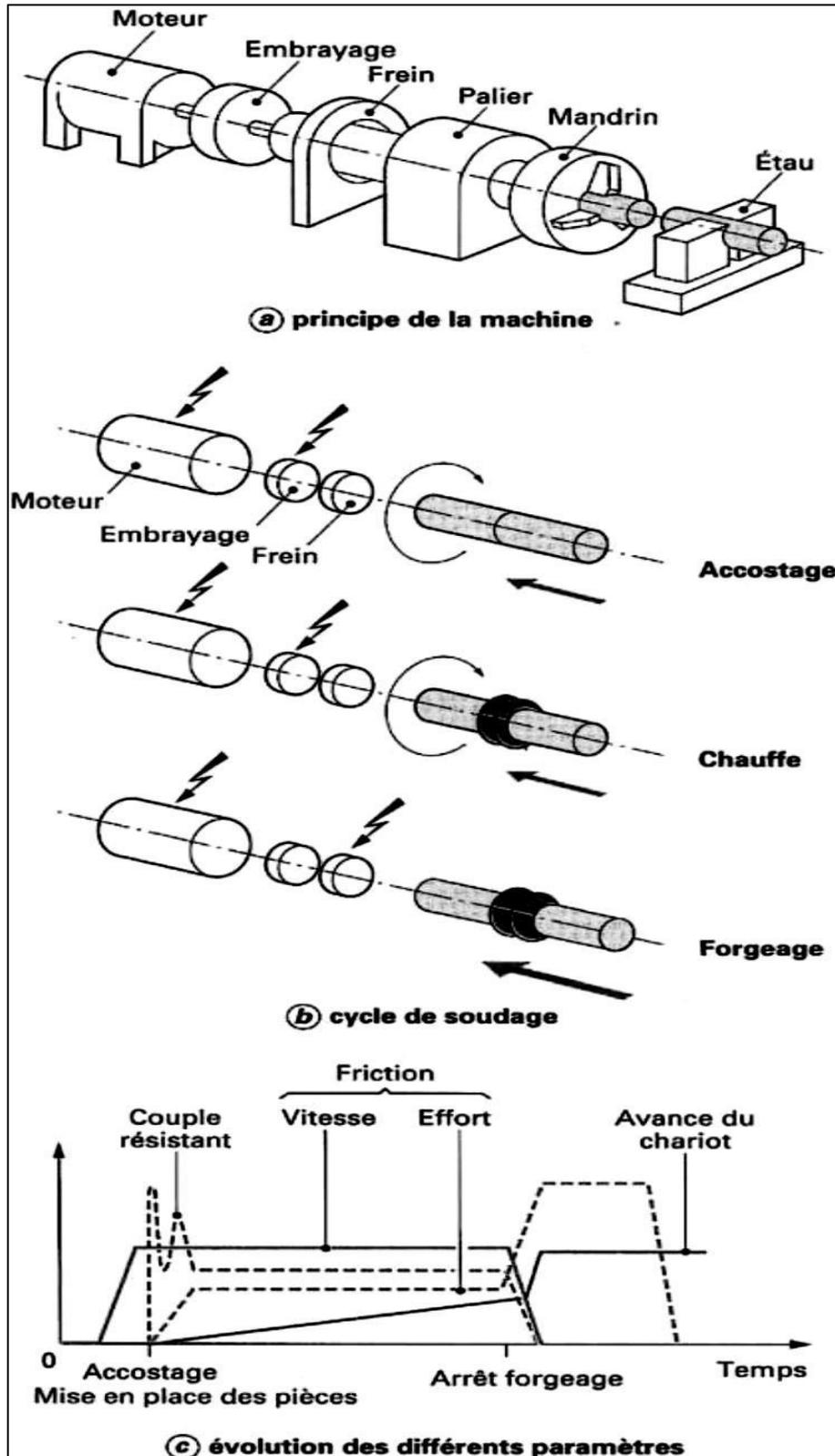


Figure I-5 : Soudage par friction piloté [5].

- Forgeage par application d'un effort approprié après débrayage et freinage simultanés du mandrin tournant. Le bourrelet subit une nouvelle et définitive augmentation de volume;

# CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

---

- Desserrage des mandrins et retrait de l'assemblage.

Dans ce mode piloté, le soudage est obtenu en conditions dites thermiques dans lesquelles les paramètres du forgeage sont définis, en fonction de la nature du matériau, par la température dans la zone soudée et par le temps de refroidissement. La mise au point de la soudure consiste à rechercher les conditions d'échauffement permettant un forgeage optimal et une zone affectée uniforme [5].

## I-8-1-2- Paramètres de soudage

Les paramètres de soudage par friction pilotée se déterminent d'après les caractéristiques des matériaux, leur coefficient de friction et leur section (surface et nature : pleine ou creuse) [5].

Ce sont essentiellement :

- Pour la friction, la vitesse, l'effort et la durée;
- Pour le forgeage, l'effort et la durée d'application de cet effort [5].

**a- Vitesse de friction** : physiquement, pour un matériau et une pression donnés, le couple passe par un maximum en fonction de la vitesse. Ces conditions sont à déterminer dans un essai préalable exécuté sur un assemblage tubulaire de diamètre donné. Ainsi, pour les aciers en général, on obtient une vitesse de (2 m/s) pour un effort de 5 daN/mm<sup>2</sup> [5].

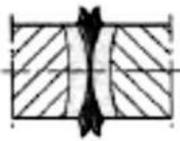
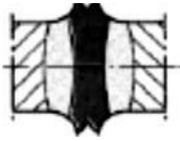
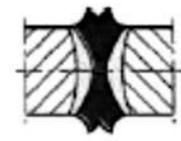
Pour appliquer ces valeurs à une section pleine de diamètres  $D$  pour laquelle les vitesses de friction vont varier de zéro, au centre, au maximum à la périphérie, on choisit un diamètre dit de friction à  $(2 D/3)$ . En pratique, pour une section pleine en acier, la diffusion thermique transversale intervient favorablement dans le temps total de friction. La valeur ci-dessus n'est pas critique et ce la permet de disposer de machine standard dont la vitesse de rotation est fixée par construction ou réglable par paliers pour être globalement en rapport avec la section à souder et la capacité de la machine [5].

Dans le cas de pièce tubulaire, la vitesse doit être déterminée de façon plus précisée en fonction du diamètre moyen. [5]

**b- Durée de friction** : elle est déterminée expérimentalement et mise en évidence par le **Tableau I-1**. Un temps trop court fournit une zone affectée thermiquement irrégulière ; en revanche, un temps trop long entraîne une consommation de métal surabondante [5].

# CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

**Tableau I-1** : Effet du temps et de l'énergie sur la forme de la soudure [5].

Durée de friction	Énergie		
	Faible énergie	Énergie moyenne	Forte énergie
2 à 3 s			
7 à 8 s			

✓ **Faible énergie** : grande vitesse de 3 m/s, faible pression de 2 daN/mm<sup>2</sup> et avance du chariot de 1 mm/s.

✓ **Énergie moyenne** : vitesse optimale de 2 m/s, pression normale de 5 daN/mm<sup>2</sup> et avance du chariot de 3 mm/s.

✓ **Forte énergie** : faible vitesse de 1 m/s, forte pression de 10 daN/mm<sup>2</sup> et avance du chariot de 7 mm/s.

**c- Effort de friction:** pour une vitesse donnée, le couple résistant passe également par un maximum en fonction de l'effort appliqué. Le réglage de l'effort permet donc d'optimiser le flux de chaleur et par suite l'efficacité de l'échauffement dont la durée est finalement raccourcie. Sous un effort trop faible, le métal trop plastique n'est pas expulsé et, sous un effort élevé, l'expulsion est surabondante et le métal reste froid. Dans les deux cas, le rendement est faible [5].

Le **tableau I-2** donne des ordres de grandeur d'efforts de friction en fonction du matériau [5].

# CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

**Tableau I-2 :** Pression de soudage par friction [5].

Matériaux	Pression unitaire de friction (daN/mm <sup>2</sup> )	Pression unitaire de Forgeage (daN/mm <sup>2</sup> )	Pression maximal pour barre de Ø 20mm (daN)
Acier doux	3,5 à 6	8 à 12	3 800
Acier mi-dur	5 à 8	10 à 20	6 300
Aciers rapides et spéciaux	8 à 16	20 à 35	11 000
Aciers inoxydables et réfractaires	8 à 12	20 à 40	12 500
Alliage d'aluminium	1 à 3	3 à 6	2000

**d- Pression et durée de forgeage:** ils n'ont rien à voir avec la friction et ne dépendent que des conditions métallurgiques relevant de la nature des matériaux. On admet ainsi pour les aciers courants des valeurs de 8 à 12 daN/mm<sup>2</sup>, et des valeurs plus élevées pour des aciers à haute résistance (**tableau I-2**) [5].

## **I-8-2- le soudage par friction inertielle**

### **I-8-2-1-Principe**

Le soudage par friction inertielle a été développé plus tard et diffusé au départ sous le nom de « Inertiawelding ». Elle vient de l'idée d'opérer en temps courts en vue d'accroître les caractéristiques des soudures de certains métaux à haute résistance et à faible diffusivité thermique.

Le principe découle des observations suivantes :

➤ Si l'on veut obtenir, sur un assemblage de deux barreaux pleins, des conditions de friction et d'échauffement uniformes sur toute la section, il faut faire varier la vitesse de rotation depuis une vitesse élevée, efficace près de l'axe, jusqu'à une vitesse plus basse, efficace en périphérie. On obtient cela de façon simple en utilisant un volant d'inertie préalablement accélérée et dont on va ensuite libérer l'énergie par le freinage dû à la friction sous pression élevée. Cette libération s'accompagne d'une diminution de la vitesse jusqu'à l'arrêt. On observe alors que la consommation de métal commence à se produire après un temps de rotation non négligeable au bout duquel l'échauffement s'est étendu à toute la section;

➤ Lors de l'arrêt naturel, la force de friction devient la force de forgeage sans aucun laps de temps préjudiciable à la formation de la liaison obtenue ainsi dans des conditions thermiques notablement réduites [5].

## CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Le principe de la machine à souder inertielle est donné sur la **figure I-6a**. Dans une telle machine, le mandrin tournant est conçu pour recevoir divers volants d'inertie dont la conjugaison permet d'ajuster la masse inertielle et par suite l'énergie engagée par accumulation.

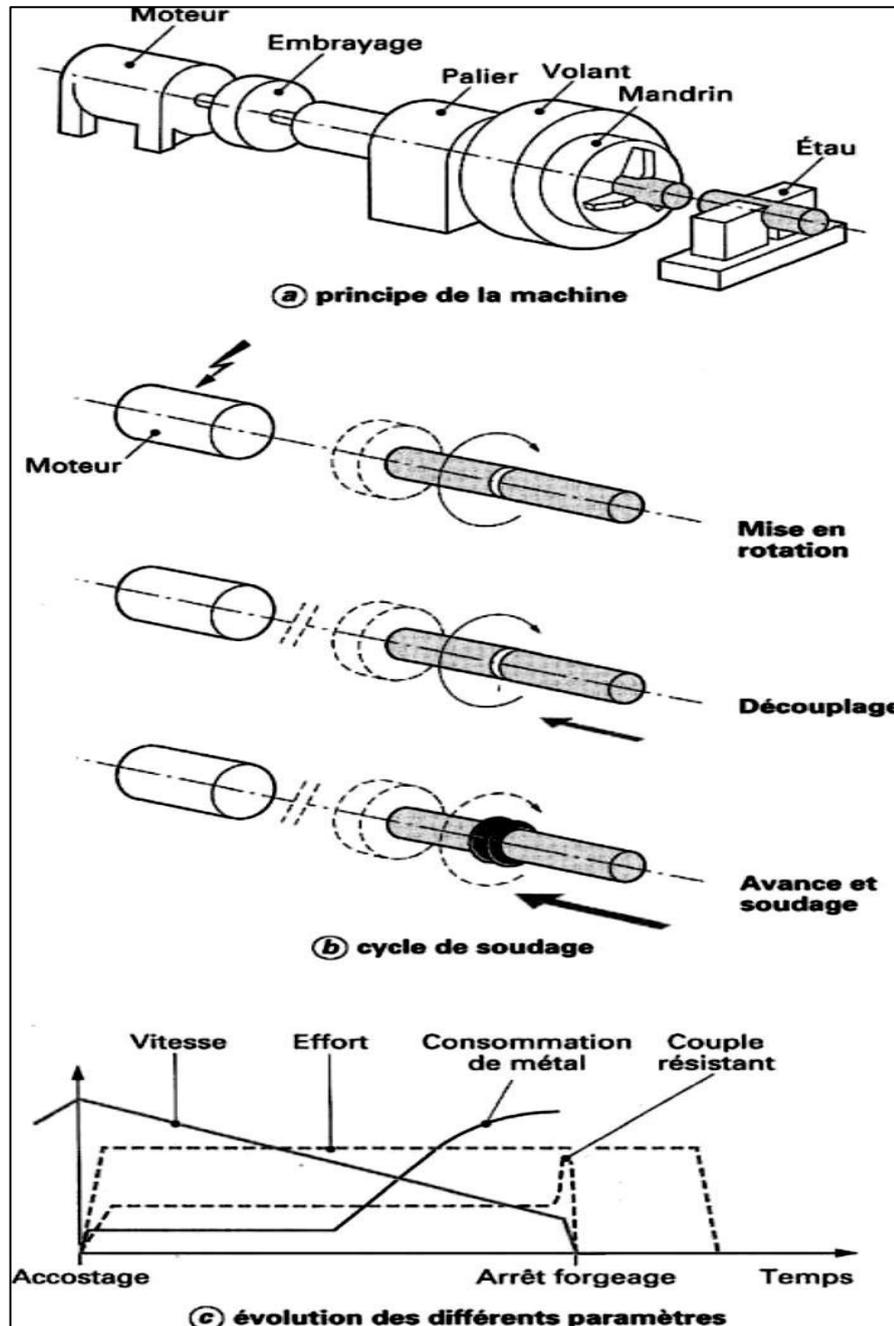


Figure I-6: Soudage par friction inertielle [5].

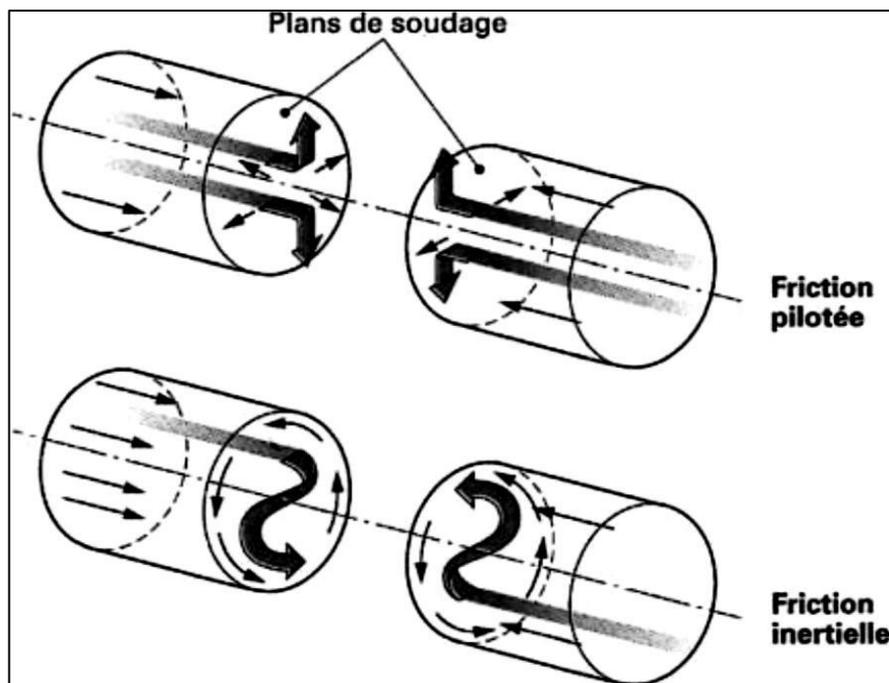
Les différentes phases d'une opération sont les suivantes :

- Mise en place des pièces dans les mandrins et fermeture de ces derniers;
- Démarrage du cycle automatique (**figure I-6b**) qui comprend;

## CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

- La mise en marche du moteur, la broche étant embrayée et le volant entraîné jusqu'à la vitesse de régime à vide réglée en conséquence ;
- Le découplage ;
- L'accostage sous effort faible ;
- Application de l'effort de friction avec apparition du couple résistant, jusqu'à l'arrêt;
- Desserrage des mandrins et retrait de l'assemblage.

Le mandrin s'arrête rapidement sous l'effet de la force appliquée, lorsque la vitesse est suffisamment basse. Cette force exerce un forgeage élevé et à relativement faible température. Dans cette variante, la liaison résulte de deux effets mécaniques, l'un axial et l'autre radial (**figure I-7**), ce dernier donnant lieu à une rotation de fibres métalliques.



**Figure I-7** : Torsion des fibres en soudage par friction [5]

### I-8-2-2- Paramètres de soudage

Les paramètres essentiels dans ce mode sont :

- La masse (et les dimensions) du volant;
- La vitesse de lancement ou vitesse de départ du cycle;
- L'effort de friction et de forgeage;
- Le temps de forgeage à l'arrêt.

## CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Pour mettre au point l'opération de soudage, il est nécessaire de déterminer les valeurs de la masse du volant d'inertie, de sa vitesse de lancement et de l'effort de friction (freinage du volant) dont les effets sont très liés. Ils déterminent en effet la puissance de friction et, compte tenu de l'énergie accumulée, la durée du processus nécessaire à l'obtention d'une liaison complète satisfaisante.

### I-9- Comparaison des deux procédés

Les **tableaux I-3** et **I-4** donnent une comparaison paramétrique des procédés par friction pilotée et par friction inertielle [5].

**Tableau I-3 :** Comparaison sur barres d'acier au carbone entre soudage par friction pilotée et friction inertielle [5].

Type de soudage	Friction pilotée	Friction inertielle
<b>Diamètre des pièces à souder : Ø 20 à 60 mm</b>		
Temps de cycle (non compris le chargement et le déchargement) .....(s)	5 à 25	8
Vitesse de broche ..... (tr/min)	1 500	4 800
Effort de poussée ..... (kN)	410	726
Puissance motrice ..... (kW)	29,5	73,6
Masse de la machine ..... (kg)	4 550	15 650
<b>Diamètre des pièces à souder : Ø 50 à 100 mm</b>		
Temps de cycle (non compris le chargement et le déchargement) .....(s)	20 à 40	18
Vitesse de broche ..... (tr/min)	1 000	3 000
Effort de poussée ..... (kN)	1 000	2 427
Puissance motrice ..... (kW)	110	184
Masse de la machine ..... (kg)	9 700	47 600

# CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

**Tableau I-4** : Comparaison des procédés [5]

	<b>Friction pilotée</b>	<b>Friction inertielle</b>
<b>Avantages</b>	Temps de soudage court ; Zone affectée thermiquement faible ; Bonne tenue en fatigue des assemblages.	Facilité de réglage ; Excellente reproductibilité ; Larges tolérances des longueurs avant soudage.
<b>Inconvénients</b>	Centre peu chauffé ; Réglages pointus ; Duretés dans le cordon ; Tolérances serrées des pièces avant soudage.	Temps de soudage longs ; Zone affectée thermiquement forte.

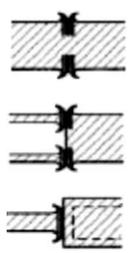
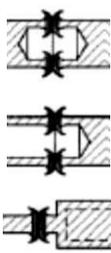
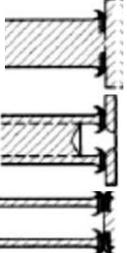
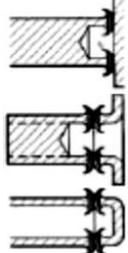
## I-10- Mise en œuvre du soudage par friction

### I-10-1- Préparation de pièces

Du point de vue strict de la géométrie, tous les assemblages de révolution sont réalisables par friction.

Selon l'assemblage qu'on désire réaliser, et les possibilités de la machine utilisée, ainsi que le choix de procédé de soudage on trouve dans le **tableau I-5** quelques principes de base utilisés couramment pour la préparation de pièces.

**Tableau I-5** : Exemples de préparations de pièces par soudage par friction [5]

<b>Assemblage souhaité</b>	<b>Préparation Facilitant l'assemblage</b>	<b>Assemblage souhaité</b>	<b>Préparation facilitant l'assemblage</b>
			

# CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

## I-10-2- Soudabilité

Le procédé de soudage par friction s'applique à un grand nombre de matériaux semblables et dissemblables ainsi que le montre le **tableau I-6**. Il présente, de ce fait, par rapport aux soudages par étincelage et à l'arc, un avantage capital.

**Tableau I-6** : Soudabilité des métaux et alliages les plus couramment utilisés en soudage par friction [5]

Métaux et alliages	Aluminium	Alliages d'aluminium	Bronze	Cuivre	Magnésium	Monel	Nickel	Nimonic	Aciers	Aciers coulés	Aciers spéciaux	Aciers inoxydables	Titane
Aluminium	■	■	□	■	□	□	■	□	■	□	□	■	■
Alliages d'Al	■	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
Bronze	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
Cuivre	■	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	■	□
Magnésium	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
Monel	□	□	□	□	□	■	□	□	□	■	□	■	□
Nickel	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■
Nimonic	□	□	□	□	□	□	□	■	■	■	□	■	□
Aciers	■	□	□	■	□	□	□	■	■	■	■	■	□
Aciers coulés	□	□	□	□	□	■	□	■	■	■	■	■	□
Aciers spéciaux	□	□	□	□	□	□	□	□	■	■	■	■	□
Aciers inoxydables	■	□	□	■	□	■	□	■	■	■	■	■	□
Titane	■	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□	■

- Bonne soudabilité
- Soudabilité
- Soudure délicate
- Impossible

## I-11- Machines à souder

En général, une machine de soudage par friction se caractérise en première approche par l'effort maximal qu'elle peut produire au forgeage. Ce paramètre fournit, en effet, une indication de la taille de la machine ainsi que de sa capacité. On admet que, en soudage d'aciers peu alliés,

# CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

pression moyenne de forgeage est de 8 à 12 daN/mm<sup>2</sup> (**tableau I-2**).

Cela permet de déduire :

- La section maximale pleine ou tubulaire soudable par la machine.
- La puissance et la vitesse de broche pour une section pleine correspondante.

Le **tableau I-7** fournit les caractéristiques de quelques machines à souder par friction pilotée. Il existe actuellement sur le marché des équipements allant de quelques centaines de newtons à 200 000 daN et plus.

**Tableau I-7** : caractéristiques de quelques machines à souder par friction pilotée [5]

<b>Effort maximal en forgeage (daN)</b>	3000	6000	12000	25000	50000	100000	200000
<b>Capacité maximale sur acier mi-dur(*) (mm<sup>2</sup>)</b>	200	400	800	1600	3200	6400	13000
<b>Diamètre de barre correspondant (mm)</b>	16	22,5	32	46	64	90	129
<b>Vitesse de rotation nominale de broche (**) (tr/min)</b>	3000 et 1500	3000 et 1500	2200 et 1100	1460 et 730	1200 et 900	1000 et 500	350 et 700
<b>Puissance du moteur de broche (kW)</b>	11	14,7	22	29,5	51,5	73,6	89

(\*) La capacité minimale (effort minimal et vitesse maximale) peut être 1/10 ou 1/20 de la capacité maximale.

(\*\*) Sur machines de production, la vitesse est ajustable par modification du rapport d'entraînement.

On considère :

- les machines d'emploi général;
- les machines spécifiques adaptées à un travail particulier.

Dans chacun de ces domaines, les machines peuvent se distinguer par leur cinématique de principe et par la disposition relative de leurs éléments.

Une machine à friction combine essentiellement une broche tournante et une commande d'avance produisant un effort, l'ensemble étant supporté par le bâti.

## I-12- Application du soudage par friction

En raison de ses larges possibilités d'applications, il n'est pas étonnant que le soudage par friction soit souvent utilisé dans des secteurs divergents.

- Les domaines d'application sont entre autres l'industrie aéronautique et la

## CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

---

pétrochimie (soudage de brides ou de tubes de forage). Le soudage par friction est fortement utilisé lors de la production de pièces pour camions et engins agricoles .

- Une nette économie peut être réalisée en remplaçant des pièces complètement forgées par de plus petites pièces forgées soudées à des produits standard comme des barres ou des tubes.
- Le soudage par friction est également utilisé pour la production de pièces dans l'industrie automobile comme des stabilisateurs, des soupapes, des arbres de transmission,
- Le grand avantage de cette technique de soudage réside dans le fait que certaines combinaisons de matériaux peuvent être soudées, alors qu'elles ne le sont pas avec des techniques de soudage traditionnelles.

### **Conclusion**

Le soudage par friction est un procédé multiple et innovateur qui a de nombreuses applications dans différentes branches de l'industrie, permet d'assembler des pièces avec une facilité de mise en œuvre remarquable et de matériaux ne pouvant être assemblés avec des procédés conventionnels.

Ce procédé mérite donc d'être étudié de près et optimiser si possible afin de satisfaire des critères modernes de production aussi bien économique que technologique.

# **CHAPITRE II**

## **METHODE DE MODELISATION ET D'OPTMISATION**

## Introduction

L'objectif exposé dans ces travaux réside dans l'optimisation et le choix des paramètres de soudage lors du soudage d'un aluminium, ce travail nous a amené à modéliser plusieurs phénomènes qui apparaissent lors de soudage de ce matériau. Pour effectuer cette modélisation, nous avons opté pour une méthode empirique, celle des plans d'expérience.

Ce chapitre présente une étude détaillée de cette méthode. Pour optimiser l'organisation des expériences et exploiter efficacement les résultats obtenus, on peut avoir intérêt à utiliser des méthodes telles que les plans d'expérience. Le principe général des plans d'expérience consiste à n'étudier que certains points du domaine expérimental, tout en appréhendant le phénomène physique étudié sur l'ensemble du domaine considéré. Un plan d'expérience peut être défini comme une organisation raisonnée d'essais. Une difficulté importante de la méthodologie réside alors dans la manière de choisir les points d'études de façon optimale. D'une part, l'utilisation de cette méthode aide à l'amélioration de la qualité des produits et des procédés, et d'autre part à la réduction des temps et coûts de développement. La méthode des plans d'expérience permet en effet d'obtenir un maximum d'informations à un coût minimal. En résumé, les avantages les plus reconnus des plans d'expérience sont :

- l'apport économique, car seules les expériences indispensables sont réalisées,
- l'exactitude : pour un effort expérimental donné, la plus grande exactitude possible sera atteinte,
- les interactions existantes entre les différents paramètres étudiés sont identifiées et mieux comprises.

D'une manière générale, un plan d'expérience consiste à mettre en évidence et à quantifier l'influence existant entre deux types de variables :

- le facteur : une variable, ou un état, qui agit sur le système étudié,
- la réponse : une grandeur mesurée, afin de connaître les effets des facteurs sur le système.

## II-1- Démarche méthodologique d'un plan d'expérience

Toute expérience doit être l'objet d'une planification précise qui se concrétise sous la forme d'un plan d'expérience ou protocole expérimental. La démarche méthodologique d'un plan d'expérience peut être décomposée en différentes étapes [8].

### II-1-1- Définition des objectifs et des réponses

En tenant compte des objectifs à atteindre, il est d'abord nécessaire de faire la liste des réponses expérimentales qui peuvent être étudiées.

### II-1-2- Choix des facteurs et du domaine expérimental

C'est de loin l'étape la plus importante dans la conduite d'un PE. Il faut :

- Sélectionner les paramètres, choisir les modalités et les interactions à étudier.
- Recenser les paramètres pouvant influencer la réponse.
- Identifier les interactions susceptibles d'être recherchées.
- Dissocier les facteurs principaux des facteurs bruits.
- Fixer le domaine d'étude pour chacun des facteurs.

### II-1-3- Proposition d'un modèle

Le plan le plus adapté à la situation sera retenu. Le plan doit présenter les propriétés suivantes :

- Bien représenter la réponse expérimentale étudiée dans le domaine expérimental d'intérêt.
- Aboutir pour la valeur de la réponse étudiée à une estimation de qualité acceptable.

### II-1-4- Estimation des coefficients du modèle

La valeur de la réponse expérimentale doit pouvoir être estimée avec une qualité acceptable en n'importe quel point du domaine expérimental d'intérêt.

### II-1-5- Validation du modèle

Deux possibilités existent :

- Soit le modèle est validé, ce qui signifie qu'il représente suffisamment bien le phénomène étudié dans le domaine expérimental et dans ce cas, les objectifs sont atteints : nous pouvons utiliser ce modèle pour faire de la prévision en n'importe quel point du domaine expérimental.
- Soit le modèle n'est pas validé et alors son utilisation n'est pas possible. Il faut donc s'acheminer vers la proposition d'un modèle différent.

### II-1-6- Mise en œuvre et suivi

- Le calcul de la réponse est possible en tout point du domaine expérimental.
- A partir du modèle calculé, nous pouvons prédire les résultats correspondant à la configuration optimale du produit ou du processus.

### II-2- Régression linéaire multiple

En l'absence de modèle analytique éprouvé, la prédiction du comportement des systèmes complexes nécessite une étude multiparamétrique expérimentale. Les problèmes expérimentaux peuvent être synthétisés comme suit :

- en entrée, des facteurs susceptibles d'influer sur les réponses, jouant le rôle de causes potentielles;
- en sortie, un certain nombre de réponses assimilables à des conséquences.

L'approche des plans d'expérience présente souvent un intérêt majeur dans l'étude d'un système complexe à plusieurs paramètres. Le but consiste à modéliser le comportement des procédés et/ou des produits afin de mieux prévoir et accroître leurs performances. La modélisation expérimentale doit permettre de définir les conditions d'utilisation optimale et de déterminer les facteurs à contrôler ou à piloter afin de maîtriser le procédé. Lors de la mise au point d'un procédé de fabrication, l'optimisation du fonctionnement d'un système complexe nécessite la construction d'un modèle expérimental.

#### II-2-1 Modélisation

L'objectif est la mise en forme d'un modèle, le plus souvent polynomial, décrivant les variations de la fonction réponse  $y$  prenant les valeurs  $y_1, y_2, \dots, y_N$  relativement aux valeurs de  $k$  facteurs  $x_1, x_2, \dots, x_k$  :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

Avec :

- $N$  : le nombre d'expériences;
- $k$  : le nombre de facteurs;
- $y$  : le vecteur colonne des réponses expérimentales  $y_i, y^t = [y_1, y_2, \dots, y_N]$ .

La méthode de la régression multi-linéaire est l'outil statistique le plus habituellement mise en œuvre pour l'étude de données multi-dimensionnelles. Une variable quantitative  $y$  dite à expliquer est mise en relation avec  $k$  variables quantitatives  $x_1, x_2, \dots, x_k$  dites explicatives.

## CHAPITRE II : METHODE DE MODELISATION ET D'OPTIMISATION

X: La matrice  $N \times \mathcal{P}$ , appelée matrice du modèle ou matrice des effets.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{1,\mathcal{P}-1} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{2,\mathcal{P}-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{N,\mathcal{P}-1} \end{bmatrix}$$

$\mathcal{P}$ : le nombre de coefficients du modèle postulé;  $\beta$ : le vecteur colonne des paramètres à estimer  $\beta_i$ ,  $[\beta^t = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N]]$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_N \end{bmatrix}$$

$e$ : le vecteur colonne des erreurs expérimentales aléatoires  $e_i$ ,  $[e^t = [e_1, e_2, \dots, e_N]]$

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_N \end{bmatrix}$$

Le modèle matriciel s'écrit sous la forme classique suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{1,\mathcal{P}-1} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{2,\mathcal{P}-1} \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{N,\mathcal{P}-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_N \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Les réponses calculées par les modèles utilisés ne sont généralement pas exactement égales aux réponses mesurées expérimentalement. Pour chaque expérience existe alors un écart dit de modélisation. Le vecteur  $\varepsilon$  représentera ces écarts.

$$y = X \cdot \beta + \varepsilon \quad (2.2)$$

Mathématiquement, le vecteur  $\varepsilon$  des résidus se définit comme suit :

$$\varepsilon = y - \hat{y}$$

L'objectif est donc le calcul du vecteur  $\hat{\beta}$ , valeur estimée du vecteur  $\beta$ .

### II-2-2- Les hypothèses de la régression multiple

Le calcul des coefficients des facteurs n'est possible qu'à la condition de faire les hypothèses suivantes :

- La réponse est la somme d'une quantité non aléatoire et d'une quantité aléatoire ;
- Les paramètres inconnus  $\beta_0, \dots, \beta_{p-1}$  sont supposés constants ;
- Les écarts dits de modélisation ( $\varepsilon$ ) sont purement aléatoires et ne contiennent pas d'erreurs systématiques ;
- Les écarts ne sont pas corrélés entre eux ;
- Les écarts sont normalement distribués ;
- Les écarts (ou résidus) ont une moyenne nulle :  $\text{esp}(\varepsilon_i) = 0$ , où  $\text{esp}$  représente l'espérance ou la fonction moyenne arithmétique ;
- Les écarts sont issus d'une seule et même population et sont identiquement distribués. Ceci peut se traduire par l'équation :  $\text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2 I$ , où  $\text{Var}$  représente la fonction variance,  $\sigma$  l'écart type et  $I$  la matrice identité. La variance d'une variable est une mesure de la dispersion de ses valeurs autour de sa valeur moyenne ;
- La distribution des écarts ne dépend pas des niveaux des facteurs.

### II-2-3-Différents types de modèles de régression

Il convient que la forme générale du modèle empirique soit adaptée aux objectifs de l'étude. Trois types de modèles sont envisageables [9] :

#### a) Modèle additif sans couplage (ou des facteurs principaux)

Lorsque l'objectif consiste à hiérarchiser les effets moyens des facteurs à partir d'une étude de criblage, la forme générale suivante, appelée modèle additif sans couplage, peut être adoptée :

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j \cdot x_j + \varepsilon \quad (2.3)$$

Le coefficient  $\beta_0$  représente la moyenne arithmétique des réponses mesurées à partir des  $N$  expériences du plan :

$$\beta_0 = \bar{y} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.4)$$

### b) Modèle additif avec couplage (ou avec interactions)

Lorsque l'on veut préciser l'effet moyen des facteurs par des interactions d'ordre une (interaction entre deux facteurs), la forme générale suivante, appelée modèle additif avec couplage, est envisageable :

$$Y = \beta_0 \sum_{i=1}^{\kappa} \beta_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^{\kappa} \sum_{j=i+1}^{\kappa} \beta_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \varepsilon \quad (2.5)$$

Les termes  $\beta_0$  et  $\beta_{ij}$  symbolisent respectivement les effets moyens des facteurs  $x_i$  et les interactions d'ordre un entre les effets des facteurs  $x_i$  et  $x_j$ .

### c) Modèle polynomial (ou du second ordre avec interactions)

Lorsqu'un optimum doit être trouvé la forme générale suivante, qui présente des termes du second degré, pourra être retenue :

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{\kappa} \beta_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^{\kappa} \beta_{ii} \cdot x_i^2 + \sum_{i=1}^{\kappa} \sum_{j=i+1}^{\kappa} \beta_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \varepsilon \quad (2.6)$$

A chacune des formes générales précédentes est associée une équation permettant d'estimer le nombre d'inconnues, noté  $\mathcal{P}$ :

- Pour un modèle additif sans couplage (2.11), le nombre d'inconnues à estimer est défini à partir de la relation suivante :

$$\mathcal{P} = 1 + \sum_{i=1}^{\kappa} (m_i - 1)$$

Avec  $m_i$  : nombre de modalités du facteur  $x_i$ .

- Pour un modèle additif avec couplage (2.4), le nombre d'inconnues à estimer est défini à partir de la relation suivante :

$$\mathcal{P} = 1 + \sum_{i=1}^{\kappa} (m_i - 1) + \sum_{i \neq j} (m_i - 1) (m_j - 1)$$

- Pour un modèle polynomial du second degré (2.6), le nombre d'inconnues est donné par :

$$\mathcal{P} = \frac{(\kappa + 1)(\kappa + 2)}{2}$$

$\kappa$ : Nombre de facteur.

### II-3-Technique de criblage

La technique de criblage (screening design) permet d'étudier les facteurs les plus influents affectant une variable de réponse.

Cette technique permet de répondre aux questions suivantes :

- Quel est l'effet d'un facteur sur la réponse observée?
- Comment comparer les effets de plusieurs facteurs?
- Les effets d'un facteur sont-ils indépendants des autres facteurs?

De façon plus générale, des tests statistiques qui permettent de classer les facteurs entre eux, relativement à leur influence propre, sont effectués. Cela permet ainsi de rejeter ou non l'hypothèse selon laquelle le facteur n'induit pas de variation sur réponse étudiée.

#### II-3-1- Plan factoriel complet

L'étude d'un plan d'expérience complet consiste à étudier toutes les combinaisons possibles des facteurs pris en considération dans l'expérience. On note ce plan  $X^\kappa$ , ce qui signifie que cette expérimentation concerne un système comportant  $\kappa$  facteurs à  $X$  niveaux. Le principal inconvénient d'une telle méthode réside dans le nombre d'expériences nécessaires lorsque  $\kappa$  devient important. Cependant, son grand avantage est qu'aucun facteur n'introduit de biais dans le calcul des effets des autres facteurs (effets indépendants) [10].

Pour étudier une réponse  $y$  en fonction de  $k$  facteurs, les expériences correspondant à toutes les combinaisons possibles de facteurs, sont réalisées. Si chaque facteur  $A_i$  possède  $N_{ni}$  niveaux, alors le nombre d'essais  $N$  à accomplir est donné par :

$$N = \prod_{i=1}^{\kappa} N_{ni} \quad (2.7)$$

Par exemple, pour trois facteurs à trois niveaux, le nombre de combinaisons possibles entraîne  $3^3 = 27$  configurations. Dans le cas d'un plan comportant des facteurs ayant des niveaux différents, le calcul du nombre d'expériences du plan complet est effectué de manière similaire. Par exemple, pour un plan complet de 3 facteurs à 2 niveaux et 2 facteurs à 4 niveaux,  $2^3 \times 4^2 = 128$  expériences sont nécessaires.

#### II-3-2- Variables codifiées

Il est nécessaire de transformer les variables afin de comparer les influences des facteurs entre elles. Si l'on veut mesurer l'influence d'un facteur  $A$ , en introduisant dans le modèle

linéaire la variable variables  $x$  prenant la valeur du facteur, l'influence estimée correspondante dépend fortement des unités utilisées, et ne peut donc pas être comparée à l'influence d'un autre facteur. La solution est alors d'adimensionner les valeurs prises par les facteurs quantitatifs en utilisant les variables centrées réduites [11]. Toutes les variables  $x$  varient alors dans un intervalle compris entre -1 et +1.

### II-3-3- Matrice d'expériences

La matrice des expériences ( $X_N$ ) est une entité mathématique présentée sous forme de tableau comportant autant de colonnes que de facteurs ( $k$ ), et autant de lignes que de combinaisons ( $N$ ) de niveaux ou de modalités retenues dans le plan d'expérience. La matrice s'exprime sous forme codée (au moyen des nombres -1 et +1). Ainsi, pour le plan factoriel complet  $2^2$ , la matrice des expériences s'écrit :

$$X_N = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ +1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & +1 \end{bmatrix}$$

### II-3-4- Construction de la matrice du modèle

La matrice  $X$  des effets, servant au calcul des coefficients du modèle, s'obtient en ajoutant à gauche de la matrice des expériences une colonne ne contenant que des 1. Fisher et Yates ont montré qu'une matrice orthogonale, telle que la matrice  $X$ , conduit à l'indépendance des estimations des coefficients du modèle [10].

Un arrangement orthogonal est un ensemble de combinaisons de traitements tel que pour chaque paire de facteurs, chaque combinaison de traitements survient un même nombre de fois pour tous les niveaux possibles des facteurs. Un dispositif expérimental orthogonal est facile à construire, à partir de simples règles de permutation circulaire, car il offre une incertitude minimale pour l'estimation des inconnues d'un problème, en particulier parce que les combinaisons retenues dans sa structure sont parfaitement équilibrées. Toutes les modalités apparaissent un même nombre de fois pour chacun des facteurs [12].

### II-3-5- Calcul des effets des facteurs et leurs interactions

Les facteurs qui pourraient avoir une influence sur la réponse choisie doivent être recherchés. La connaissance de leurs effets permet alors d'écrire la relation liant la réponse  $y$  aux valeurs des facteurs  $x$  [8].

L'effet principal du facteur  $A$  au niveau  $i$ , noté  $E_{Ai}$ , est calculé de la manière suivante:

$E_{Ai}$  = Moyenne des réponses lorsque A est au niveau  $i$  – Moyenne générale

L'effet moyen d'un facteur est défini comme étant la moitié de l'effet global. On distingue :

- L'effet moyen :  $(y_2 - y_1)/2$ .
- L'effet global :  $y_2 - y_1$ .

### a) Interaction des facteurs

Lorsque l'effet d'un facteur A dépend de la valeur prise par un autre facteur B, cela se traduit par une interaction entre les deux facteurs AB. On appelle interaction d'ordre  $n$  une interaction entre  $n$  facteurs. L'interaction est recherchée à partir des résultats moyens des essais réalisés lorsque le facteur A se trouve au niveau  $i$  et le facteur B au niveau  $j$ .

Dans tous ces essais, l'effet  $E_{Ai}$  joue sur la réponse, de même que l'effet  $E_{Bj}$ . Si  $M$  est la moyenne générale des essais, il est possible d'écrire :

$$I_{AiBj} = \text{Moyenne des réponses lorsque } (A = i, B = j) - M - E_{Ai} - E_{Bj}$$

La présence d'une interaction apparaît sur le graphe des interactions lorsque les deux droites ne sont pas parallèles

### b) Degrés de liberté d'un modèle

Le nombre de degrés de liberté (*ddl*) d'un modèle correspond au nombre de variables indépendantes qui le composent. Ainsi, le nombre de degrés de liberté d'un modèle à  $\kappa$  variables est de  $\kappa + 1$  ( $\kappa$  *ddl* associés aux variables plus un *ddl* associé à la constante  $\beta_0$  du modèle qui est la moyenne arithmétique des réponses). La régression linéaire n'est possible que si le nombre de *ddl* du modèle est inférieur ou égal au nombre d'essais.

## II-4- Analyse des résultats

### II-4-1- Analyse de la variance

Les valeurs des réponses doivent être analysées afin de mesurer l'influence des facteurs et des interactions sur la variation constatée de la réponse. La principale méthode statistique répondant à cet objectif est l'analyse de la variance. L'analyse de la variance (en anglais : Analysis Of Variance, ANOVA) nous permet de déterminer à partir de quel seuil un effet peut-être considéré comme significatif. Pour ce faire, il faut comparer la variation d'un facteur pris en compte dans le modèle avec la variance résiduelle. Lorsque le facteur n'est pas pris en compte dans le modèle, l'effet du facteur est alors contenu dans la variance résiduelle.

La variation de la variance résiduelle permet de déterminer si globalement le facteur a une influence significative sur la réponse, c'est-à-dire si au moins une des variables associées à chacun des niveaux des facteurs a un effet non nul. La contribution de la variable  $x_i$  à la variation de  $y$  se détermine de différentes manières :

### II-4-1-1- Analyse de la variance du modèle

La variance est une mesure de dispersion qui est la somme des carrés des écarts (SCE) des observations par rapport à leur moyenne, divisée par un nombre égal au nombre d'observations moins un (nombre de degrés de liberté  $ddl$ ). La variance de l'échantillon est un estimateur sans biais de la variance de la population [12].

«D'une façon générale, en matière de régression, le principe de l'analyse de la variance est de subdiviser la variation totale en une composante factorielle relative à l'équation de régression ou au modèle utilisé, et en une composante résiduelle, la première devant être testée par rapport à la deuxième » [13]. Supposons que nous disposions de  $N$  observations désignées par  $Y_{ijk}$  ( $i = 1, \dots, P; j = 1, \dots, q; k = 1, \dots, n$ ). Les deux premiers indices concernent les deux facteurs contrôlés (avec respectivement  $P$  et  $q$  modalités, et donc un nombre total d'objets égal à  $P \times q$ ). Le troisième indice concerne les répétitions ( $n$  répétitions de chacun des  $P \times q$  objets). Dans ces conditions, nous pouvons calculer  $P \times q$  moyennes  $Y_{ij}$  relatives aux différents objets,  $P$  moyennes  $Y_{i..}$  relatives aux différentes modalités du premier facteur,  $q$  moyennes  $Y_{.j}$  relatives aux différentes modalités du deuxième facteur, et une moyenne générale  $Y_{...}$ . Les étapes d'analyse sont les suivantes :

#### a) Le modèle observé

$$\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{...} = (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij.}) \quad (2.8)$$

Cette relation indique que les écarts entre les observations individuelles et la moyenne générale peuvent être considérés comme constitués d'une part d'une composante relative aux différences entre les moyennes observées pour les différentes modalités et la moyenne générale, et d'autre part d'une composante relative aux écarts entre les observations initiales et observées pour les différentes modalités.

#### b) Les nombres de degrés de liberté

Le nombre de degrés de liberté associé à un facteur  $x_i$  est le nombre de niveaux  $N_{ni}$  qu'il prend lors de la réalisation du plan, minoré de 1. Les nombres de degrés de liberté sont additifs :

$$N_{ni} - 1 = \mathcal{P}qn - 1 = (\mathcal{P} - 1) + (q - 1) + (\mathcal{P} - 1)(q - 1) + \mathcal{P}q(n - 1)$$

### c) L'équation de l'analyse de la variance

En élevant au carré les deux membres de la relation (2.8) et en sommant pour toutes les observations, on obtient l'équation de l'analyse de la variance :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\mathcal{P}} \sum_{j=1}^q \sum_{\kappa=1}^n (y_{ij\kappa} - \bar{y}_{...})^2 &= qn \sum_{i=1}^{\mathcal{P}} (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 + \mathcal{P}n \sum_{j=1}^q (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 \\ + n \sum_{i=1}^{\mathcal{P}} \sum_{j=1}^q ((\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...}))^2 &+ \sum_{i=1}^{\mathcal{P}} \sum_{j=1}^q \sum_{\kappa=1}^n (\bar{y}_{ij\kappa} - \bar{y}_{ij.})^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

En utilisant l'indice  $a$  pour le premier facteur et l'indice  $b$  pour le deuxième facteur, l'équation (2.9) s'écrit :

$$SCE_t = SCE_a + SCE_b + SCE_{ab} + SCE_r$$

Avec :

- ✓  $SCE_t$  : la somme des carrés des écarts totale ;
- ✓  $SCE_a$  : la somme des carrés des écarts factoriels  $a$  ;
- ✓  $SCE_b$  : la somme des carrés des écarts factoriels  $b$  ;
- ✓  $SCE_{ab}$  : la somme des carrés des écarts de l'interaction  $a \times b$  ;
- ✓  $SCE_r$  : la somme des carrés des écarts des écarts résiduels.

Enfin, en divisant les sommes des carrés des écarts par leurs nombres de degrés de liberté, on définit les carrés moyens, à savoir :

- ✓ Le carré moyen total :  $CM_t = \frac{SCE_t}{(\mathcal{P}qn-1)}$
- ✓ Le carré moyen factoriel :  $CM_a = \frac{SCE_a}{(\mathcal{P}-1)}$
- ✓ La carré moyen relatif à l'interaction :  $CM_{ab} = \frac{SCE_{ab}}{(\mathcal{P}-1)(q-1)}$
- ✓ Le carré moyen résiduel :  $CM_r = \frac{SCE_r}{\mathcal{P}q(n-1)}$

Ces quantités sont des mesures, respectivement, de la dispersion de l'ensemble des observations (variation totale), de l'importance des différences existant entre les moyennes

relatives aux différentes modalités (variation factorielle), et de l'importance des variations apparaissant à l'intérieur des différentes modalités (variation résiduelle).

### II-4-1-2- Analyse de la variance résiduelle

La variance résiduelle est liée aux écarts entre les réponses mesurées et les réponses estimées. Elle permet de juger de la qualité du modèle linéaire indépendamment du nombre d'essais réalisés. L'analyse de la variance permet de déterminer l'aptitude du modèle à décrire les variations de la réponse en comparant les variations expliquées et celles non expliquées par le modèle :

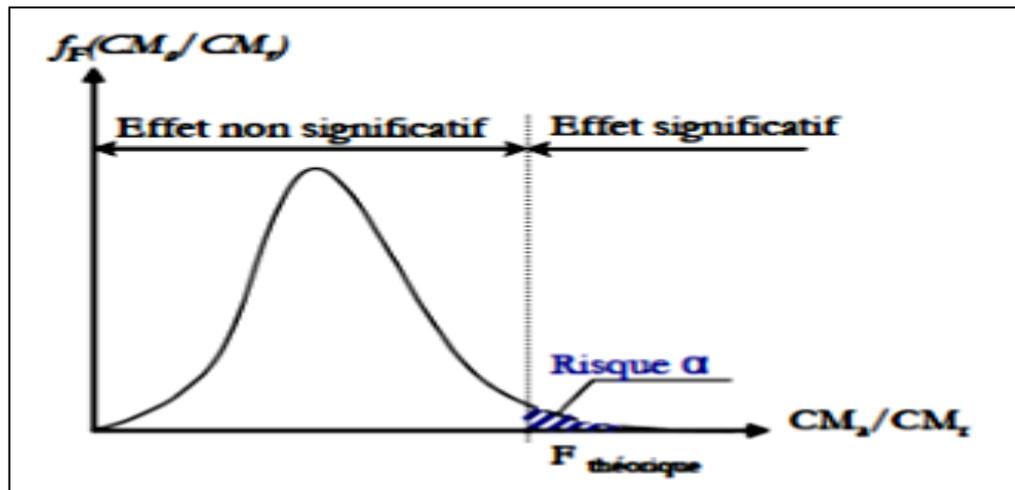
- La variation expliquée de la réponse correspond à la variance induite par les facteurs et les interactions.
- La variation inexpliquée de la réponse correspond à la variation résiduelle. La variance résiduelle  $\sigma^2$  peut être décomposée en deux sources de variabilité :
  1. La variabilité intrinsèque du système étudié ;
  2. La variabilité due à des facteurs aléatoires non contrôlés au cours des essais.

Deux estimateurs de la variance  $\sigma^2$  :

1. l'erreur de répétabilité : c'est la dispersion des résultats obtenus avec la même méthode de mesure, le même observateur, les mêmes instruments de mesure, le même lieu, les mêmes conditions d'utilisation, en effectuant les répétitions sur une courte période de temps ;
2. l'erreur de reproductibilité: c'est la dispersion des résultats observée en faisant varier à chaque répétition les méthodes de mesure, les observateurs, les instruments de mesure, les conditions d'utilisation, dans différents lieux et en échelonnant les mesures dans le temps, les répétitions.

### II-4-2- Test de Fisher-Snedecor

Le test Fisher-Snedecor est un test qui permet de comparer les variances de deux échantillons statistiques. Cette loi a été tabulée par M. Snedecor qui lui a donné le nom de loi de Fisher-Snedecor en l'honneur du statisticien Fisher. Pour conclure que l'effet d'un facteur  $a$ , par exemple, est significatif, nous cherchons à montrer que  $CM_a$  est supérieure à  $CM_r$ . L'hypothèse  $H_0$ , appelée hypothèse nulle, consiste à vérifier l'absence d'influence du facteur étudié.



**Figure II-1** : Représentation de la loi de Fisher-Snedecor [14]

La **Figure II-1** nous montre que dans le cadre de l'hypothèse nulle (où le facteur n'est pas influent), le rapport peut être égal à l'infini. Cependant, la probabilité est très faible.

Pour conclure sur un effet, il faut donc prendre le risque de conclure que cet effet est significatif alors que nous sommes dans le cadre de l'hypothèse nulle. Nous le noterons risque  $\alpha$ . Il est généralement fixé à 5%. En fonction du risque  $\alpha$ , la loi de Fisher-Snedecor détermine un seuil de refus de l'hypothèse nulle que l'on appellera  $F_{théorique}$ .

Ce test consiste donc à comparer le rapport entre  $CM_a$  et  $CM_r$ , noté ( $F_{obs}$ ) avec la valeur  $F_{théorique}$  que nous trouvons dans le tableau lié à la loi de Fisher-Snedecor, en fonction:

- ✓ de  $ddl_a$  et  $ddl_r$  degrés de liberté du facteur étudié et de la résiduelle
- ✓ du risque  $\alpha$  que l'on choisit.

### II-4-3- Probabilité

La Probabilité ou « p-valeur » est la probabilité d'obtenir la même valeur (ou une valeur encore plus extrême) du test si l'hypothèse nulle était vraie. Si cette valeur p est inférieure à la valeur du seuil préalablement défini (traditionnellement 5%), on rejette l'hypothèse nulle [15]. En d'autres termes, la valeur p est la probabilité de commettre une erreur de première espèce, c'est-à-dire de rejeter à tort l'hypothèse nulle et donc d'obtenir un faux positif.

Elle peut être utilisée comme repère de la confiance qu'on peut avoir dans un résultat particulier. Beaucoup de chercheurs utilisent une « p-valeur » de moins de 0.05 comme limite de significativité statistique, ce qui revient à dire que le résultat observé dans une étude peut se produire par hasard moins d'une fois en vingt études différentes. La « valeur p » peut seulement prendre des valeurs comprises entre 0 et 1. Si elle est inférieure à 0.05, on conclut que l'effet est

## CHAPITRE II : METHODE DE MODELISATION ET D'OPTIMISATION

significatif et si elle est inférieure à 0.01, il est possible de conclure que le facteur est hautement significatif.

Les résultats de l'analyse de la variance des PE sont généralement présentés sous la forme du tableau suivant :

**Tableau II-1** : Représentation des résultats de l'analyse de la variance.

Source	<i>ddl.</i>	<i>SCE</i>	<i>CM</i>	<i>F<sub>obs</sub></i>	<i>F<sub>théo</sub></i>	p-valeur
<i>a</i>	$\mathcal{P} - 1$	$SCE_a$	$CM_a$	$CM_a/CM_r$	$F_{(\mathcal{P}-1; \mathcal{P}q(n-1))}$	$F_{ddl_a, ddl_r, 1-\alpha}$
<i>b</i>	$q - 1$	$SCE_b$	$CM_b$	$CM_b/CM_r$	$F_{(q-1; \mathcal{P}q(n-1))}$	$F_{ddl_b, ddl_r, 1-\alpha}$
.						
.						
.						
<i>ab</i>	$((\mathcal{P} - 1) \times (q - 1))$	$SCE_{ab}$	$CM_{ab}$	$CM_{ab}/CM_r$	$F_{(\mathcal{P}-1)(q-1); \mathcal{P}q(n-1)}$	$F_{ddl_{ab}, ddl_r, 1-\alpha}$
.						
.						
.						
Erreur	$\mathcal{P}q(n - 1)$	$SCE_r$	$CM_r$			
Totale	$\mathcal{P}qn - 1$	$SCE_t$				

### II-5- La Méthodologie de Surface de Réponse (MSR)

La méthodologie de surface de réponse (MSR) (en anglais : Response Surface Methodology) est une combinaison des techniques statistiques et mathématiques utiles pour le développement, l'amélioration et l'optimisation des processus [16].

Elle est largement utilisée dans le monde industriel, particulièrement lorsque plusieurs variables d'entrée influencent les résultats (les variables de sortie). La méthodologie de surface de réponse est connue sous d'autres noms, par exemple « modèle de régression polynomiale » ou « modèle polynomial ».

Dans la suite de cette section, on présente la construction du modèle, puis ses méthodes de validation. Dans cette méthodologie, les modélisations de la fonction réponse peuvent également servir de base à la recherche de conditions optimales. On parle alors d'optimisation

indirecte. L'optimisation d'une réponse ou la recherche d'un compromis entre plusieurs réponses consiste à définir un réglage des facteurs permettant de satisfaire au mieux les exigences énoncées en termes de réponse. La modélisation d'une surface de réponse s'appuie sur l'analyse de la variation des résultats d'essais obtenus suite à un plan d'expérience.

### II-5-1- Plans composites centraux

Les plans composites centraux sont un bon complément des plans orthogonaux, de par leurs propriétés statistiques, mais aussi parce qu'ils sont meilleurs que les plans orthogonaux pour certains problèmes. Ils sont développés, en particulier, dans la méthodologie de surface de réponse, et ils permettent l'étude d'un modèle quadratique, dans la plupart des cas des phénomènes non linéaires. Tous les facteurs pour lesquels on souhaite tester l'influence quadratique auront 5 niveaux. Les plans composites centraux sont constitués de trois parties, ce qui permet une démarche séquentielle :

Le plan d'expérience est constitué de trois parties :

1. Le point au centre du domaine expérimental, usuellement noté par 0 répété plusieurs ( $n_0$ ) fois pour estimer la variance de répétabilité.
2. Un plan orthogonal en  $n_f$  essais, qui est le plus souvent un plan factoriel ou un plan de Box-Hunter, et qui combine des facteurs à 2 niveaux usuellement notés +1 et -1.
3. Les points en étoile  $n_\delta$  essais. Ces points représentent 2 essais par facteur, usuellement notés + $\delta$  et - $\delta$ .

Pour respecter le critère de presque orthogonalité, la valeur de  $\delta$  doit vérifier par

l'équation ci-dessous [14] :

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{n_f(\sqrt{n} - \sqrt{n_f})^2}{4}} \quad (2.10)$$

où  $n = n_0 + n_\delta + n_f$ .

Le domaine de variation des facteurs est ramené à  $[-\delta; +\delta]$ . Ainsi, un facteur variant dans l'intervalle [Min; Max] sera découpé en 5 niveaux :  $-\delta$ , -1, 0, +1, + $\delta$  calculés selon le tableau :

**Tableau II-2** : le domaine de variation des facteurs des plans composites centraux.

Niveau	Valeurs réelles
$-\delta$	<i>Min</i>
-1	$\frac{Min + Max}{2} - \frac{1}{\delta} \left( Max - \left( \frac{Min + Max}{2} \right) \right)$
0	$\frac{Min + Max}{2}$
+1	$\frac{Min + Max}{2} + \frac{1}{\delta} \left( Max - \frac{Min + Max}{2} \right)$
$+\varepsilon$	<i>Max</i>

### II-5-2- Construction de la méthodologie de surface de réponse

La méthodologie de surface de réponse consiste à représenter une réponse  $\mathcal{Y}$  comme la somme d'un métamodèle polynomial de faible degré (ordre un ou deux) et d'un terme d'erreur  $\varepsilon$  ayant une distribution normale avec une moyenne nulle ( $\varepsilon = 0$ ).

Avec la condition liée aux degrés de liberté  $N=p$  ( $N$  le nombre d'expériences et  $p$  le nombre de coefficients du modèle), et pour les situations les plus courantes  $N > p$ , les modèles utilisés ne passent pas exactement par les points d'expériences. Les coefficients des polynômes modélisateurs sont alors calculés par l'équation 2.11 :

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (2.11)$$

L'estimation  $\hat{\beta}$  du vecteur  $\beta$  doit être réalisée de telle façon que l'erreur de modélisation soit minimale. Le critère des moindres carrés traduit cette exigence par un objectif équivalent : Minimisation des carrés des écarts ou encore, en supposant la normalité de la valeur d'erreur  $\varepsilon(N(0, \sigma^2))$ .

$$\|\varepsilon\|^2 = \|\mathcal{Y} - X\hat{\beta}\|^2 \quad (2.12)$$

Minimal tel que :

$$\frac{\partial \varepsilon^t \varepsilon}{\partial \hat{\varepsilon}} = 0 \quad (2.13)$$

L'expression à minimiser sur  $\beta$  s'écrit :

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}\|^2 = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta})^t (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) = \mathbf{y}^t \mathbf{y} - 2\beta^t \mathbf{X}^t \mathbf{y} + \beta^t \mathbf{X}^t \mathbf{X} \hat{\beta}$$

Par dérivation matricielle de la dernière équation, on obtient les "équations normales" dont la solution correspond bien à un minimum :

$$\mathbf{X}^t \mathbf{y} - \mathbf{X}^t \mathbf{X} \hat{\beta} = 0 \quad (2.15)$$

Nous faisons l'hypothèse supplémentaire que la matrice  $\mathbf{X}^t \mathbf{X}$  est inversible. Alors, l'estimation des paramètres  $\beta$  est donnée par :

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{y} \quad (2.16)$$

Les valeurs ajustées (ou estimées, prédites) de  $y$  ont pour expression :

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X} \hat{\beta} = \mathbf{X} (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{y} \quad (2.17)$$

On note  $\varepsilon$  le vecteur des résidus :

$$\varepsilon = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{X} \hat{\beta} = (\mathbf{I} - \mathbf{X} (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t) \mathbf{y} \quad (2.18)$$

### II-5-3- Validation du modèle

Les valeurs expérimentales introduites dans le modèle présentent des erreurs expérimentales (grandeurs aléatoires) qui se transmettent aux coefficients  $\beta$  du modèle \*  $\hat{\beta} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{y}$ , puis aux valeurs calculées ( $\hat{\mathbf{y}}$ ). Des tests statistiques permettent d'évaluer la qualité du modèle et la significativité des coefficients.

#### II-5-3-1- Écarts du résidu

On distingue trois types d'écarts différents :

1. L'écart entre une réponse mesurée et la moyenne des réponses mesurées au même point expérimental (avec  $\mathbf{y}_{x,1}$  et  $\mathbf{y}_{x,2}$  deux réponses mesurées dont la moyenne est  $\mathbf{y}_x$ ). Il s'agit donc de l'erreur expérimentale, notée  $\sigma_y$ .

$$\sigma_{y,1} = \mathbf{y}_{i,1} - \bar{\mathbf{y}}_i, \text{ et } \sigma_{y,2} = \mathbf{y}_{i,2} - \bar{\mathbf{y}}_i \quad (2.19)$$

## CHAPITRE II : METHODE DE MODELISATION ET D'OPTIMISATION

2. L'écart entre la moyenne des réponses et la réponse prédite. Cette différence caractérise le manque d'ajustement. Elle est notée  $\Delta_i$  :

$$\Delta_i = \mathcal{Y}_{i,1} - \mathcal{Y}_i \quad (2.20)$$

3. L'écart entre chacune des réponses mesurées et prédites. Il s'agit donc de la somme des deux écarts précédents: liés au manque d'ajustement et à l'erreur expérimentale. Cet écart est le résidu et il a été noté  $\varepsilon_i$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{\mathcal{Y},i} + \Delta_i \quad (2.21)$$

### II-5-3-2- Analyse de variance

Posons :

- ✓  $SCT$ : la Somme des Carrés Totaux;  $SCT = SCE + SCR$  et  $SCR = \mathcal{Y}^t \mathcal{Y}$
- ✓  $SCE$  : la Somme des carrés des écarts;  $SCE = (\mathcal{Y} - X\hat{\beta})^t (\mathcal{Y} - X\hat{\beta})$
- ✓  $SCR$  : la Somme des Carrés due à la Régression;  $SCR = \hat{\mathcal{Y}}^t \hat{\mathcal{Y}}$

Nous déduisons les carrés moyens en divisant les sommes de carrés ainsi définies par les degrés de liberté correspondants :

- ✓ Les carrés moyens  $CMR$  dus à la régression sont :  $CMR = \frac{SCR}{\mathcal{P}}$
  - ✓ les carrés moyens  $CME$  associés aux écarts valent :  $CME = \frac{SCE}{N - \mathcal{P}}$
- $CME$  est une estimation non biaisée de la variance expérimentale  $\sigma^2$

Le nombre de degrés de liberté total est  $(N - \mathcal{P}) + \mathcal{P} = N$ , qui correspond au nombre d'expériences.

On effectue alors le test de Fisher-Snedecor.  $F_{obs}$  est une valeur observée d'une variable  $F$  de Fisher-Snedecor, à  $\mathcal{P}$  et  $(N - \mathcal{P})$  degrés de liberté. On calcule le ratio :  $F_{obs} = \frac{CMR}{CME}$

On utilise ensuite le tableau d'analyse de la variance pour réunir ces informations :

**Tableau II-3** : le tableau de l'analyse de la variance.

Source de variation	<i>d. d. l</i>	<i>SCE</i>	<i>CM</i>	$F_{obs}$	$F_{théo}$
Régression (modèle)	$\mathcal{P}$	<i>SCR</i>	<i>CMR</i>	$CMR/CME$	$F(\mathcal{P}; N - \mathcal{P})$
Résidus	$N - \mathcal{P}$	<i>SCE</i>	<i>CME</i>		
Total	$N$	<i>SCT</i>			

### II-5-3-3- Coefficients de détermination ( $R^2$ , $R^2$ ajusté)

Le coefficient de détermination  $R^2$  est à la fois la fraction des variations de la réponse expliquée par le modèle seul et un indice de la qualité de la régression, il est calculé par l'équation 2.22 :

$$R^2 = \frac{\hat{y}^t \cdot \hat{y} - \bar{y}^t \cdot \bar{y}}{y^t \cdot y - \bar{y}^t \cdot \bar{y}} \quad (2.22)$$

Le coefficient  $R^2$  peut s'interpréter comme le quotient de la variance expliquée par la variance des réponses mesurées. D'après la formule, ce rapport  $R^2$  varie entre 0 et 1. Une valeur proche de 1 correspond à un modèle prédictif.

Le coefficient de détermination ajusté  $R_a^2$  est défini de façon analogue, comme étant la fraction des variations de la réponse expliquée par le modèle seul, relativement aux degrés de liberté correspondants :

$$R_a^2 = \frac{\varepsilon^t \cdot \varepsilon / d d l_r}{y^t \cdot y - \bar{y}^t \cdot \bar{y} / d d l_m} \quad (2.23)$$

### II-5-3-4- Analyse des résidus

La représentation graphique des résidus permet de constater visuellement s'il reste encore de l'information à extraire de l'ensemble des résidus. On observe si les résidus sont distribués aléatoirement ou non.

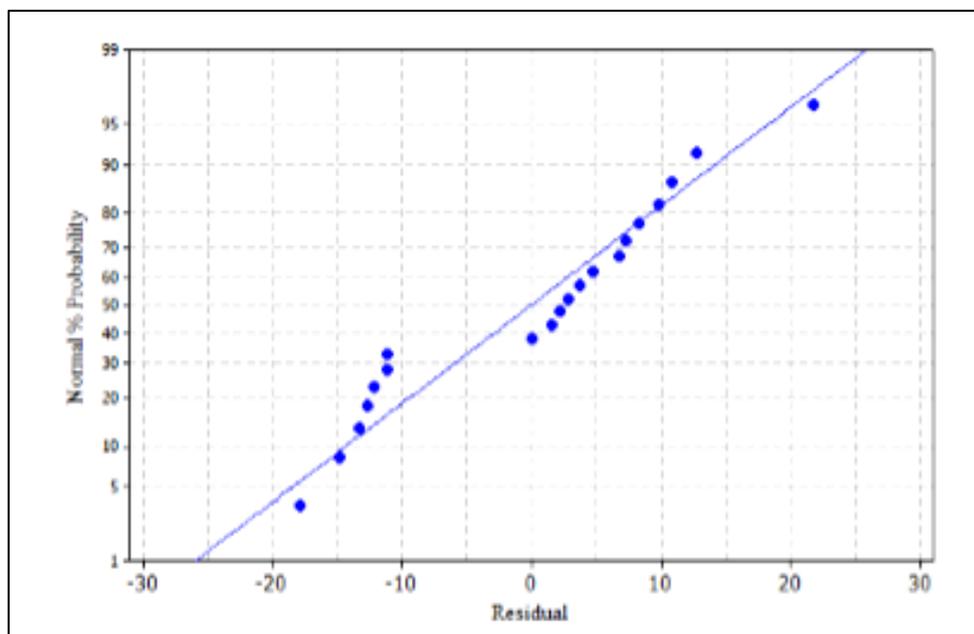


Figure II-2 : Exemple de courbe de résidu

### II-6- Optimisation

La résolution de problèmes d'optimisation est devenue un sujet central dans l'étude de la plupart des processus, le nombre de problèmes d'aide à la décision pouvant être formalisé sous la forme d'un problème d'optimisation étant en forte croissance.

Ce chapitre présente un état de l'art des méthodes d'optimisation aussi bien pour les problèmes mono-objectifs que pour les problèmes multi-objectifs. Un intérêt particulier est apporté à quelques méthodes d'optimisation mentionnées en rouge dans la **Figure II-3** qui constituent la partie principale de ce travail.

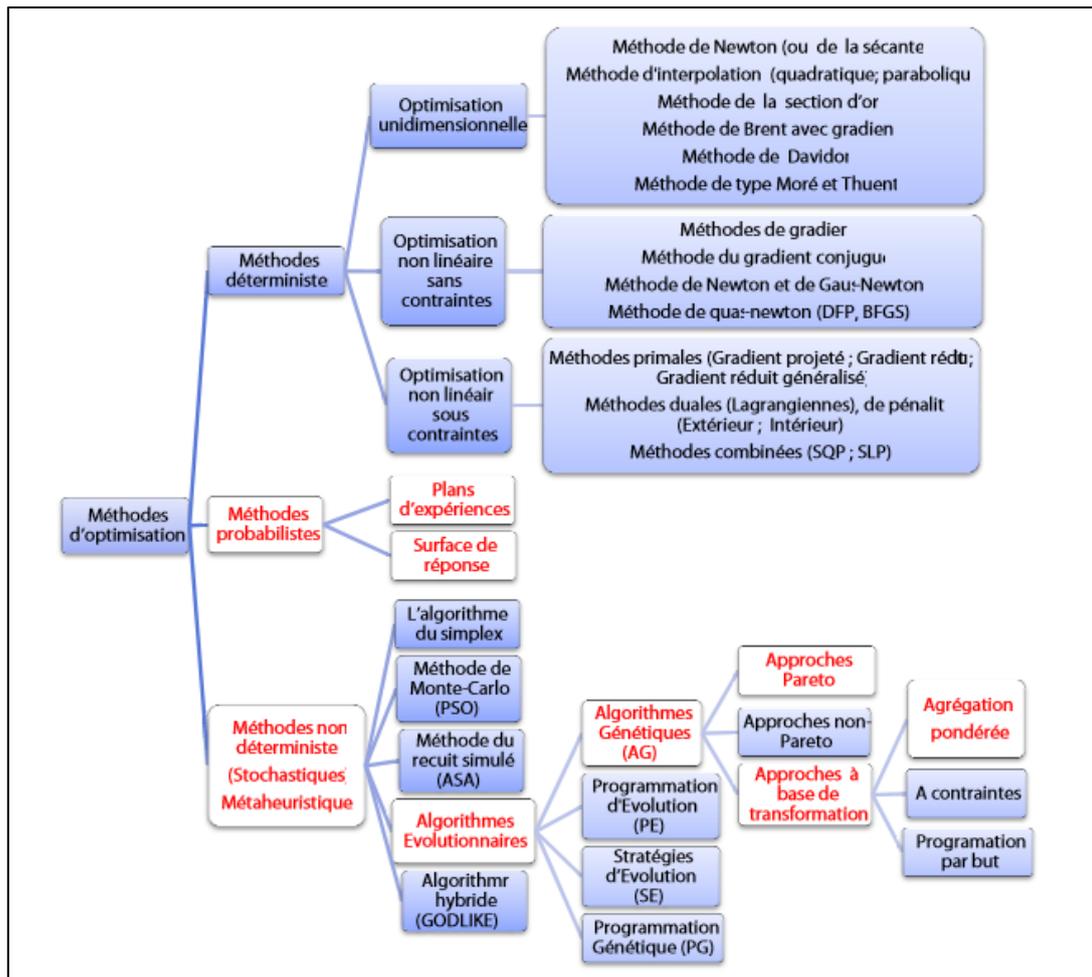
L'optimisation consiste à trouver le maximum ou le minimum d'une fonction, c'est-à-dire la valeur de  $x$  qui produit la plus grande (ou la plus petite) valeur de  $y=f(x)$ . Ici,  $y= f(x)$  est appelée fonction objectif. Cette fonction peut être contrainte, c'est-à-dire sujette à une autre fonction qui limite ses arguments.

Pour explorer les différentes méthodes d'optimisation, nous considérons le cas d'une optimisation mono-objectif. Nous distinguons trois familles de méthodes d'optimisation mono-objectif :

- ✓ Les méthodes déterministes ;
- ✓ Les méthodes probabilistes ;
- ✓ Les méthodes non déterministes.

#### II-6-1- Optimisation multi-objectif

L'optimisation multi-objectif cherche à optimiser plusieurs composants d'un vecteur de fonctions coût. Contrairement à l'optimisation uni-objectif, la solution d'un problème multi-objectif (PMO) n'est pas une solution unique, mais un ensemble de solutions, connu comme l'ensemble des solutions Pareto optimales (PO). Toute solution de cet ensemble est optimale dans le sens qu'aucune amélioration ne peut être faite sur un composant du vecteur sans dégradation d'au moins un autre composant du vecteur. Le premier but dans la résolution d'un problème multi-objectif est d'obtenir l'ensemble des solutions Pareto optimales ou bien échantillonner des solutions diversifiées dans l'ensemble PO. La détermination de l'ensemble PO est la première phase dans la résolution pratique de PMO, qui peut être suivie dans un deuxième temps du choix d'une solution à partir de cet ensemble suivant des préférences choisies par le décideur. Le choix d'une solution par rapport à une autre nécessite la connaissance du problème et de nombreux facteurs liés au problème.



**Figure II-3:** Méthodes d'optimisation

Généralement, un problème d'optimisation multi-objectif s'écrit sous la forme suivante:

Minimiser :

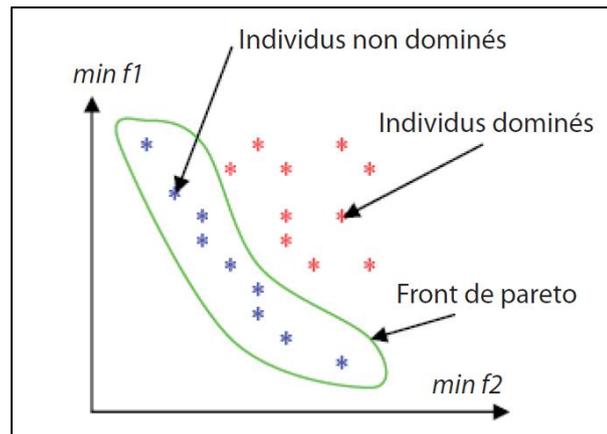
$$f(x); f \in R; \text{ avec } f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]$$

Telle que les contraintes :

$$h_j(x) \leq 0; j = 1, \dots, m; x \in S \subset R^n \quad (2.24)$$

Soient satisfaites.

Le vecteur  $x \in R^n$  a pour composantes  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  qui sont les inconnues du problème, et  $S$  : représente l'ensemble des solutions de  $x$  dans  $R^n$ . La fonction  $f(x)$  est appelée fonction objectif (ou fonction économique) et l'ensemble des conditions  $h_j(x) \leq 0 (j = 1, \dots, m)$  sont les contraintes du problème.



**Figure II-4** : Identification des solutions optimales au sens de Pareto optimal

La **Figure II-4** présente le cas d'optimisation multi-objectif de deux fonctions  $f_1$  et  $f_2$  dans le but de leurs minimisations : le front de Pareto est l'ensemble des points non dominés qui constituent les solutions optimales au sens de Pareto optimal.

### II-6-2- Surface de réponse

Les courbes d'iso-réponse sont créées en ajustant une fonction de surface de réponse en 3D à un nuage de points en 3D; les courbes d'iso-réponse obtenues sont ensuite projetées sur le plan X-Y. Comme pour les surfaces de réponse, les courbes d'iso-réponse nous permettent d'examiner la relation entre trois variables dans un tracé. Un tracé de courbes d'iso-réponses superposées va projeter plusieurs tracés de courbes d'iso-réponse en 3D sur un même plan X-Y. Ce type de tracé est important dans les paramétrages industriels pour visualiser les résultats d'une expérience avec plusieurs réponses.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une revue de littérature sur les plans d'expérience, les modèles de régression linéaire et l'analyse de la variance, des méthodes d'optimisation en général, nous avons exposé les plus utiles d'entre elles qui nous serviront par la suite dans le chapitre 3 pour l'analyse des résultats et former les différents problèmes d'optimisations.

# **CHAPITRE III**

## **ETUDE DE CAS DE SOUDAGE DE L'ALUMINIUM**

### Introduction

La mise en œuvre du procédé de soudage par friction présente toujours un certain nombre d'inconnues en raison de la limitation de la maîtrise des paramètres influents et très complexes tels que la fréquence de rotation de la pièce, le temps de friction et de forgeage, les pressions de friction et de forgeage etc.

Des travaux de modélisation et d'optimisation ont été publiés par le passé, en modélisant l'élévation de température générée par friction à l'interface par des méthodes analytiques.

La principale difficulté de la modélisation reste le couplage entre divers problèmes tels que: le couplage thermomécanique à haute température, le contact entre les pièces à souder, le changement de phase du matériau à souder.

Par conséquent, la complexité de la modélisation de ce procédé exige et justifie en même temps l'utilisation de l'approche expérimentale à travers la méthodologie des plans d'expériences. Dans cette section, une étude de cas pratique de soudage par friction pilotée de deux pièces cylindriques en aluminium est menée, visant à modéliser la température sur la zone affectée thermiquement et la résistance mécanique à la rupture des pièces soudées. Notre choix s'est porté sur l'aluminium d'une part pour sa large utilisation industrielle à l'état pure ou alliage et d'autre part à cause d'autres limitations telle que la puissance mécanique disponible sur le mandrin et donc de la quantité de chaleur à générer par friction.

### III-1- Le matériau considéré

#### III-1-1- l'aluminium

L'aluminium est un élément du troisième groupe de classification de Mendéléiev, dont le nombre atomique est 13. Les nombreux attributs et qualités de l'aluminium expliquent sa popularité croissante ; en effet ce métal est malléable, de couleur argentée.

L'Aluminium est le plus utilisé des métaux non ferreux et ceci est dû à ses propriétés intéressantes. Il est utilisé dans différent domaine tel que l'automobile, aéronautique et spatiale, armement, Construction électrique... etc.

#### III-1-2- Les caractéristiques de l'aluminium

Le **tableau III-1** Ci-dessous montre les valeurs et la symbolisation des propriétés principales de l'aluminium.

**Tableau III-1:** Quelques caractéristiques de l'aluminium [19].

Propriété	Symbole	Valeur
Symbole chimique	Al	
Température de fusion	$\theta_f$	660°C
Masse volumique	$\rho$	2700 kg.m <sup>-3</sup>
Coefficient de poisson	$\nu$	0.33
Module de Young	E	70 GPa
Limite d'élasticité	Re	10 à 20 MPa
Conductivité thermique	$\Lambda$	237W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Allongement %	A%	50 60%
Capacité calorifique	C	9.10 <sup>2</sup> J.kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
Résistance maximale à la Traction	Rm	70 à 80 MPa

### III-2- Moyens mis en œuvre

Les principaux moyens mis en œuvre sont présentés ci-dessous par catégorie.

**III-2-1-Moyens d'usinage et de soudage :** Tour parallèle de modèle SN 40 C, pour l'usinage et soudage des éprouvettes comme la montre la **figure III-1**



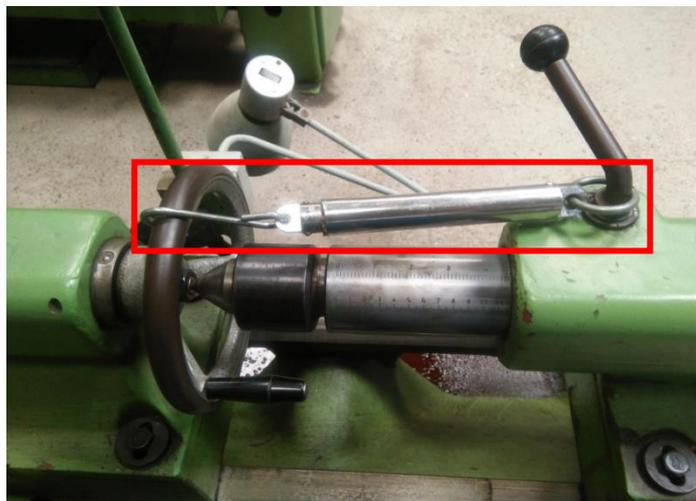
**Figure III-1:** Tour conventionnelle type SN 40 C du hall de technologie.

## CHAPITRE III : ETUDE DE CAS DE SOUDAGE DE L'ALUMINIUM

**Tableau III-2:** caractéristiques mécaniques de la machine [20]

<b>Espace machine</b>	Tour parallèle
<b>Type</b>	SN 40 C
<b>Poids de la machine</b>	1620 kg
<b>La vitesse de rotation minimum</b>	224 tr/min
<b>La vitesse de rotation maximum</b>	2000 tr/min

**III-2-2- Moyen de mesure :** On a utilisé un dynamomètre pour contrôler la force  $F$  exercé sur les deux pièces comme la montre la **figure III-2**



**Figure III-2 :** un dynamomètre de capacité 300N.

Pour mesurer la température on a utilise thermomètre infrarouge comme le montre la **figure III-3**



**Figure III-3 :** Thermomètres infrarouges

## CHAPITRE III : ETUDE DE CAS DE SOUDAGE DE L'ALUMINIUM

**III-2-3- moyen d'essai :** Les essais ont été réalisés au sein du laboratoire de génie mécanique sur une Machine hydraulique d'essais de traction modèle : MT3017 TERCO d'une capacité de 20 kN; équipée de tous les moyens nécessaires à l'essai des éprouvettes. La **Figure III-4** montre la machine d'essai de traction MT3017.

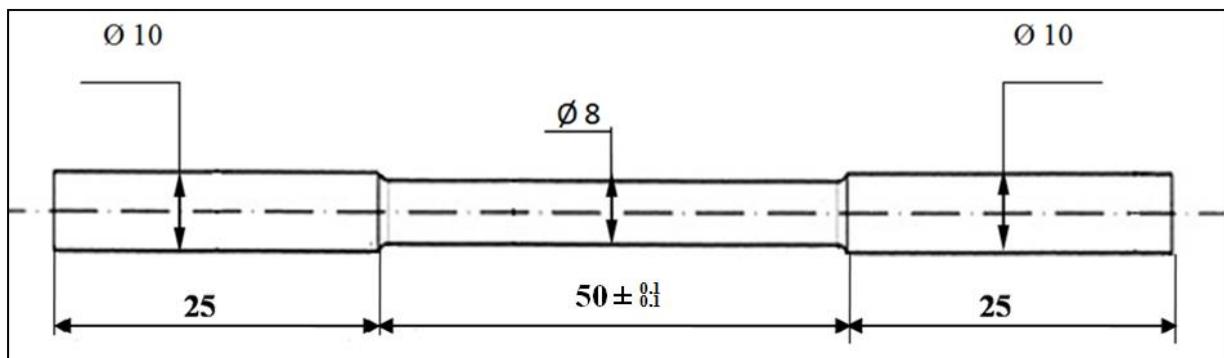


**Figure III-4 :** machine d'essai de traction MT3017.

### III-3- Les étapes des opérations de soudage par friction rotative

#### III-3-1- Étape 1 préparation des éprouvettes

Usinage de 12 éprouvettes en aluminium de même diamètre et de même forme comme le montre la **figure III-5**



**Figure III-5 :** dimensions de l'éprouvette

## CHAPITRE III : ETUDE DE CAS DE SOUDAGE DE L'ALUMINIUM

---

L'usinage des éprouvettes a été réalisé comme suit :

**Phase 10** : obtention du brute.

**Phase 20** : dressage des faces phase 30 : chariotage  $\varnothing 10$ .

**Phase 40** : chariotage  $\varnothing 8$ .

**Phase 50** : contrôle final des dimensions.

La **figure III-6** montre l'opération d'usinage d'une éprouvette.



**Figure III-6** : Usinage d'une éprouvette

### III-3-2- Étape 2 montage

La pièce mobile est placée sur le mandrin du tour, alors que la pièce fixe est placée au niveau de la poupée comme le montre la **figure III-7** ci-dessous

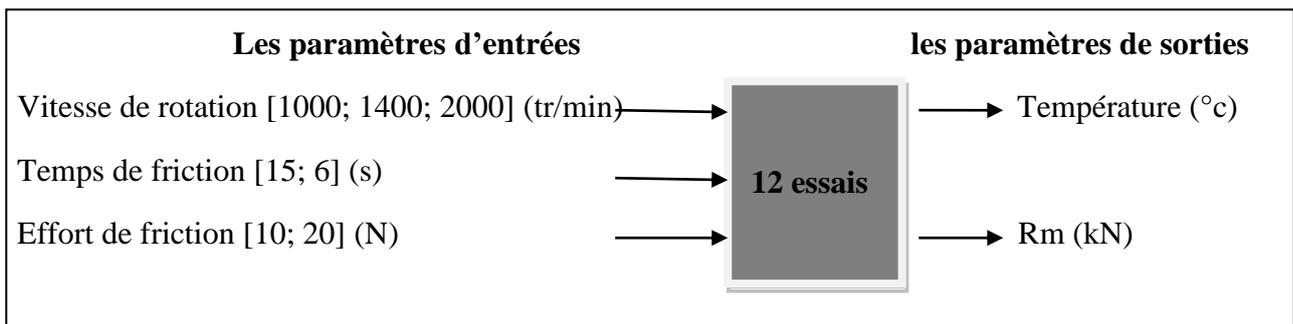


**Figure III-7** : Image qui montre la fixation des deux pièces à souder

### III-3-3- Étape 3 Soudage des éprouvettes (aluminium /aluminium)

Un plan d'expérience factoriel complet de 12 essais a été choisi de telle manière à assurer une meilleure précision des résultats. Les trois facteurs d'étude sont les suivants :

- Vitesse de rotation (tr /min) ;
- Temps de friction (s) ;
- Effort de friction (N).



**Figure III-8** : Paramètres entrée/sortie

Le processus du soudage par friction est présenté sur la **figure III-9** suivante. La zone très lumineuse correspond au plan de joint des deux pièces.



**Figure III-9** : Image Montrant deux pièces mises en contact l'une à l'autre avec une force de friction  $F_1$ .

L'énergie qui en résulte est transformée en chaleur dans la surface de contact. La chaleur générée augmente la température en un court laps de temps jusqu'à la température de fusion (température de forgeage). Ensuite le mandrin est stoppé presque immédiatement.

Une force de forgeage axiale est exercée afin de réaliser une soudure entre les deux pièces. Durant la phase d'échauffement et la phase de soudage, une quantité de métal plastique est

## CHAPITRE III : ETUDE DE CAS DE SOUDAGE DE L'ALUMINIUM

refoulée, sous l'action de la force de pression axiale de telle sorte que l'ébarbure caractéristique du soudage par friction se forme comme le montre **la figure III-10**.



**Figure III-10** : Éprouvette soudée.

Difficultés et anomalies lors du processus de soudage :

- Manque de moyen ;
- Le non-alignement des axes des pièces soudées par défauts de la machine ;
- Une liaison incomplète entre les deux pièces soudées dues au manque de frein direct du mandrin.

### III-3-4- Étape 4 Essais de rigidité

Des essais de traction, des éprouvettes soudées, sont ensuite réalisés sur une machine de traction d'une capacité de 20 kN (**figure III-11**). La résistance à la rupture de ce matériau, pour la section considérée, correspond à 21 kN. En partant du principe que la soudure ne peut être parfaite et donc avec une résistance maximale toujours inférieure à 21 kN, la machine est donc suffisante.



**Figure III-11** : Essais de traction sur les pièces soudées

## III-3- Résultats et discussion

Les réponses mesurées pour chacune des combinaisons du plan sont présentées sur le **tableau III-3**.

**Tableau III-3:** Plan d'expériences et réponses observées.

N° Essai	Variables d'entrée (facteurs)			Variables de sortie (réponses)	
	Vitesse [tr/min]	Temps de friction [s]	effort de friction [N]	Température [°C]	Rm [KN]
1	1000	15	10	320	8
2	1000	15	20	330	12.5
3	1000	6	10	290	12
4	1000	6	20	330	11.75
5	1400	15	10	370	9.5
6	1400	15	20	400	7
7	1400	6	10	350	11
8	1400	6	20	380	8.5
9	2000	15	10	570	11
10	2000	15	20	620	5
11	2000	6	10	380	12.5
12	2000	6	20	410	11.5

## III-5- La régression linéaire multiple

Sur la base des résultats d'investigations menées, la régression linéaire multiple a été utilisée afin déterminer les coefficients des modèles de surface de réponses (Température, Résistance à la rupture).

**Le tableau III.4** montre les modèles de régression pour chaque sortie selon les trois types de modélisation, à savoir ; avec les facteurs principaux (partie linéaire), avec tous les facteurs (interactions et partie non linéaire) et avec les facteurs influents seulement.

**Tableau III-4 :** Les modèles de régression

Modèles empiriques		R <sup>2</sup> aju
Avec facteurs principaux	$Température = 0.177 \times V + 8.593 \times T + 3.039 \times F$	0.984

## CHAPITRE III : ETUDE DE CAS DE SOUDAGE DE L'ALUMINIUM

	$Rm = 4.074 \times V + 29.976 \times T + 210.877 \times F$	0.842
Avec tous les facteurs	$\begin{aligned} \text{Température} &= 0.290 \times V + 42.955 \times T - 5.247 \times F \\ &- 0.065 \times V \times T - 0.014 \times V \times F - 0.578 \times T \times F \\ &- 0.00013 \times V^2 + 0.00003 \times V^2 \times T \\ &+ 0.00001 \times V^2 \times F + 0.00038 \times V \times T \times F \end{aligned}$	0.999
	$\begin{aligned} Rm &= 26.18 \times V - 2508.23 \times T + 1892.71 \times F + 1.94 \times V \times T \\ &- 3.39 \times V \times F + 143.73 \times T \times F - 0.01 \times V^2 \\ &- 0.00024 \times V^2 \times T - 0.0012 \times V^2 \times F \\ &+ 0.099 \times V \times T \times F \end{aligned}$	0.996
Avec facteurs significatifs (backward stepwise)	$\begin{aligned} \text{température} &= 0.46 \times V + 27.298 \times T - 0.050 \times V \times T \\ &+ 0.00211 \times V \times F - 0.00018 \times V^2 \\ &+ 0.00002 \times V^2 \times T \end{aligned}$	0.973
	$\begin{aligned} Rm &= 27.04 \times V - 2076.01 \times T + 1565.61 \times F + 1.25 \times V \times T \\ &- 2.98 \times V \times F + 148.95 \times T \times F - 0.01 \times V^2 \\ &- 0.0011 \times V^2 \times F - 0.10 \times V \times T \times F \end{aligned}$	0.996

Par la suite, un résumé de la régression linéaire multiple et de l'ANOVA, des modèles empiriques considérées les plus fidèles aux réponses observées (avec facteurs significatifs), et donc sélectionnés pour la prédiction et l'optimisation, seront présentées pour chacune des variables de sortie.

### III-6- la régression linéaire et l'analyse de la variance (ANOVA)

#### III-6-1- les températures de soudage

Le tableau III-5 ci-dessous montre la valeur du coefficient de détermination  $R^2$  de ce modèle est égale à 0.999. Cela signifie que 99.9% des variations de température sont expliquées par ce modèle et que 0.1% restent par conséquent inexpliquées. La valeur du coefficient de détermination ajusté de ce modèle  $R^2$  ajusté est égale à 99.9%. Il représente une correction du  $R^2$  qui permet de prendre en compte le nombre de variables utilisées dans le modèle. Ces deux coefficients montrent une bonne corrélation de ce modèle avec les facteurs significatifs seulement.

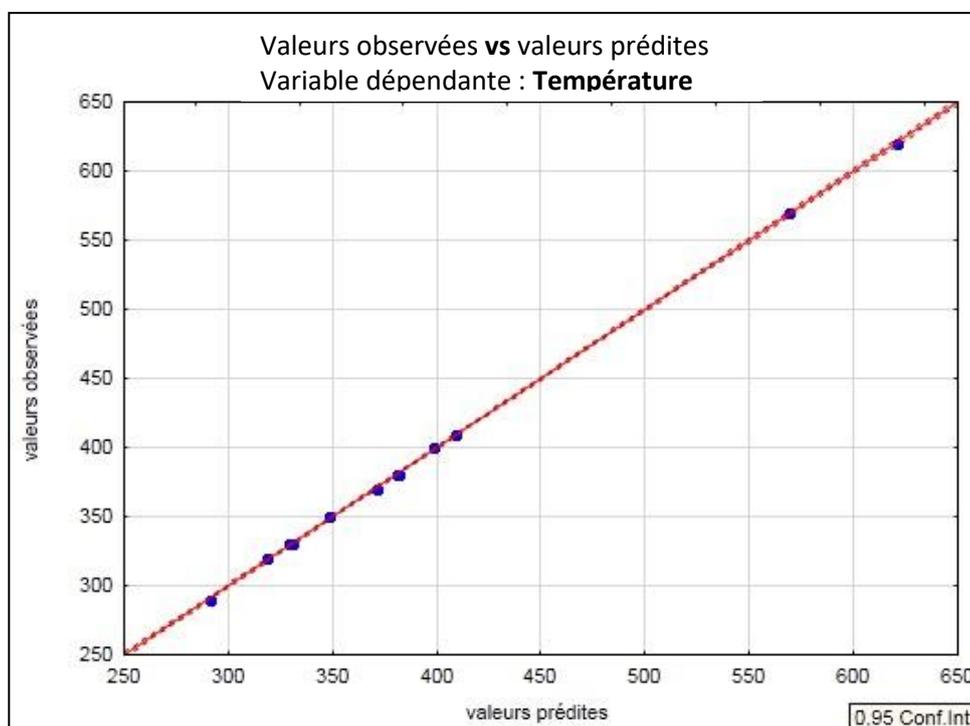
On remarque que, le p-value est égal à 0,0000000002, ce qui est bien inférieur à 0.05. Dans ce cas toutes les combinaisons sont significatives.

## CHAPITRE III : ETUDE DE CAS DE SOUDAGE DE L'ALUMINIUM

**Tableau III-5:** Régression linéaire multiple (Température)

Résumé de régression pour la variable dépendante : température				
$R^2_{aju} = 0,99940927$				
$F(6,6) = 3384.7$ $p < 0,0000000002$ Erreur d'estimation: 4,0555				
Variable N12	Coefficient de modèle b	Erreur de Coefficient de modèle b	Test de student	p-value
V	0,46027	0,022195	20,7381	0,000001
T	27,29885	4,821696	5,6617	0,001305
V×T	-0,05056	0,006990	-7,2327	0,000354
V×F	0,00211	0,000375	5,6298	0,001344
V <sup>2</sup>	-0,00018	0,000012	-14,4700	0,000007
V <sup>2</sup> × T	0,00002	0,000002	9,8104	0,000065

**Figure III-12 :** la figure ci-dessous représente les valeurs observées et les valeurs prédites des variables dépendantes (température). On constate que les valeurs prédites forme une droite qui passe par l'origine [250-650] est les valeurs observées sont dans l'intervalle de confiance des valeurs prédites.



**Figure III-12 :** Valeurs observées et valeurs prédites de variable dépendante (température)

## CHAPITRE III : ETUDE DE CAS DE SOUDAGE DE L'ALUMINIUM

➤ **Analyse de la variance de variable dépendante : température.**

**Tableau III-6 :** Analyse de la variance (température)

<b>Source</b>	<b>Somme des carrés</b>	<b>Df</b>	<b>Moyenne des carrés</b>	<b>F</b>	<b>P-value</b>
<b>Régression</b>	1989312	6	331552.04	3384.651	0,0000000002
<b>Résidu</b>	588	6	98		
<b>Total</b>	1989900				

L'analyse de la variance a été réalisée avec intervalle de confiance de 95% ( $\alpha = 5\%$ ). Le test de Fisher (F) est calculé pour le modèle est sa valeur est :  $F = 3384.561$  cela signifie que la part de la variance expliquée par le modèle est 3384.561 fois plus importante que la part de la variance qui reste inexpliquée. Comme indiqué dans le **tableau III-6**, le p-value est de 0.0000000002. Cela signifie que le risque de la non-signification de modèle est quasiment nul (00%), ce qui est négligeable. En conclusion l'analyse de la variance a permis de qualifier le modèle retenu.

➤ Les effets moyens des paramètres d'entrées (V, T, F) sur la température.

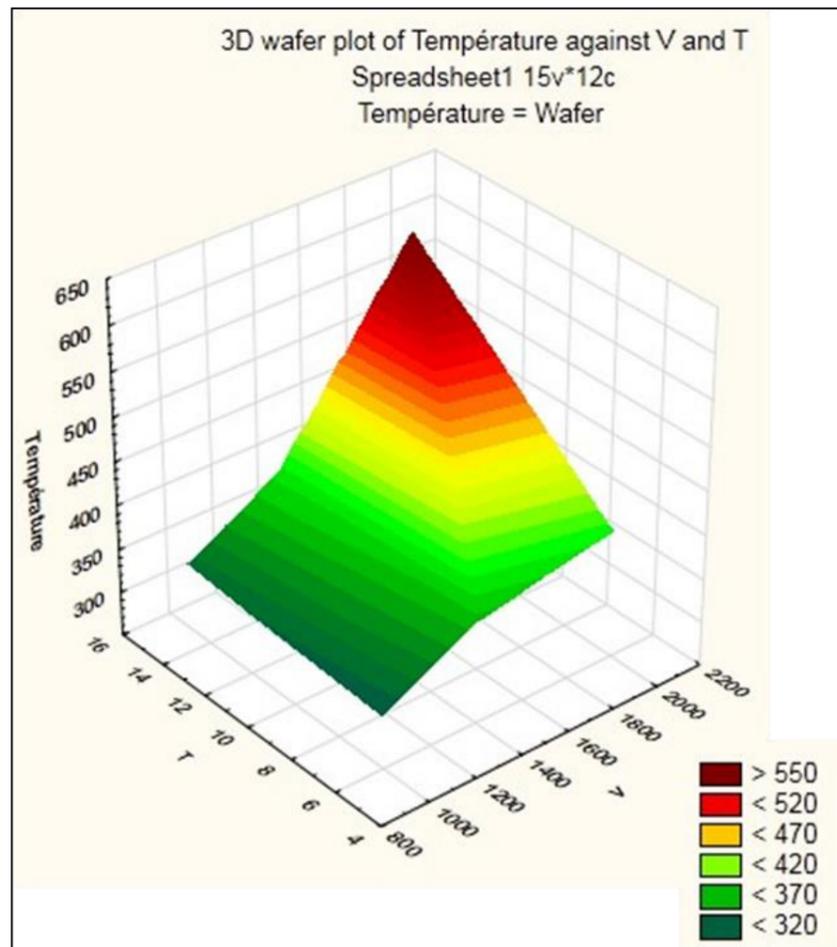


Figure III-13 : L'effet de la vitesse et le temps sur la température.

Les résultats de la **figure III-13** montre que l'interaction entre la vitesse et le temps donne une température plus élevée, les chiffres nous montrent qu'à une combinaison d'une vitesse de 2000 tr/min et un temps de 15 s la température peut atteindre un niveau >550°C. Enfin, cela nous amène à comprendre que l'augmentation de la vitesse de rotation et le temps de friction augmentent la température.

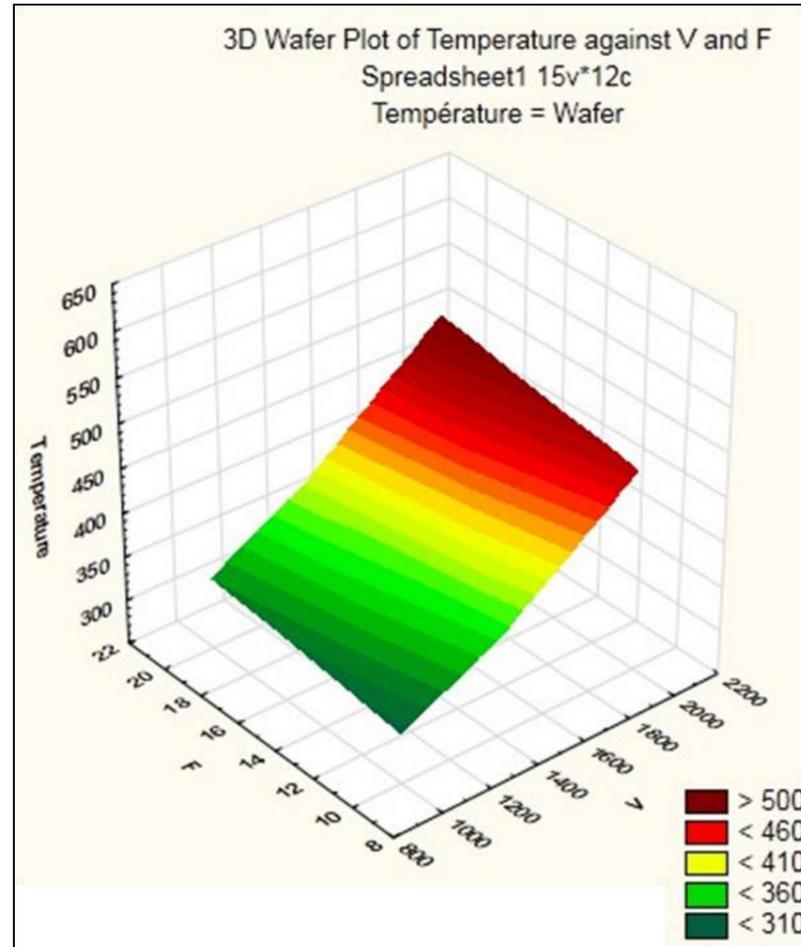


Figure III-14 : L'effet de la vitesse et la force sur la température.

Les résultats de la **figure III-14** montre que la température, est plus sensible à la vitesse de friction qu'à l'effort de friction et l'interaction entre les deux paramètres est négligeable voir nulle.

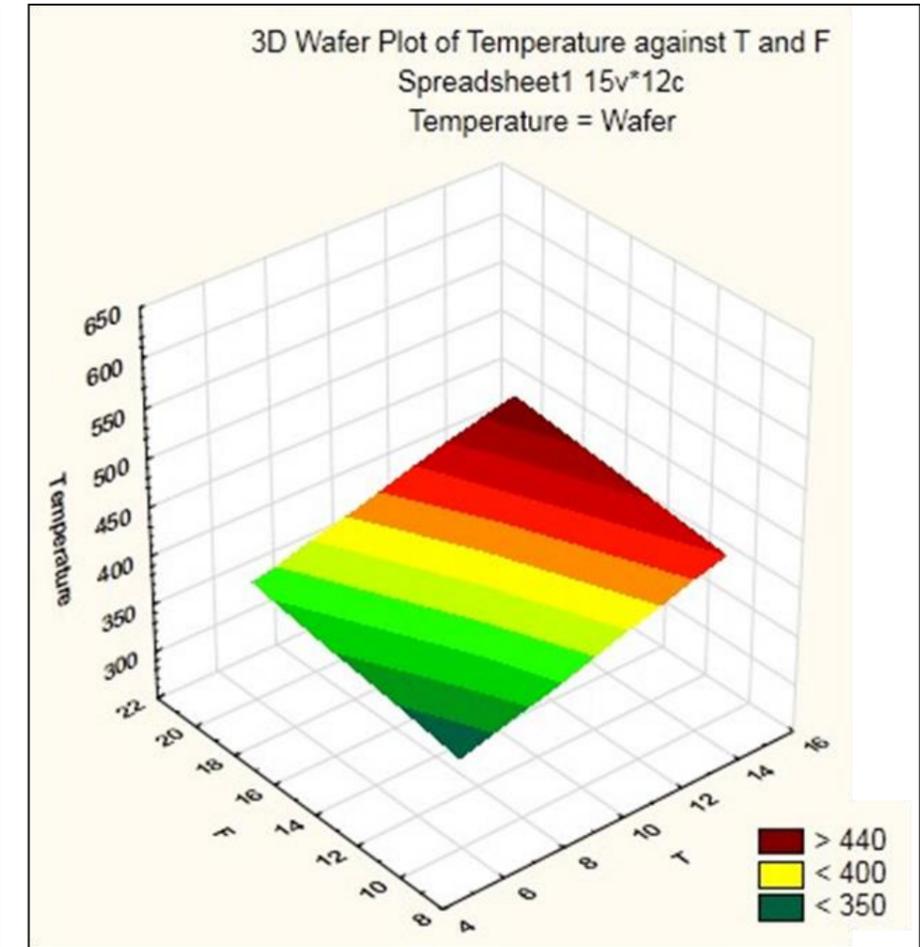


Figure III-15 : L'effet de temps et la force sur la température.

Les résultats obtenus de la **figure III-15** indiquent que l'effet moyen de temps et d'effort de friction sur la température est faible avec une pente réduite de la surface de réponse. Également l'interaction entre les deux paramètres est négligeable. Les températures observées dépassent 440 °C.

Enfin, nous constatons que les températures observées sont plus sensibles à la vitesse de friction et à l'interaction entre la vitesse et le temps de friction.

## III-6-2- la résistance à la rupture

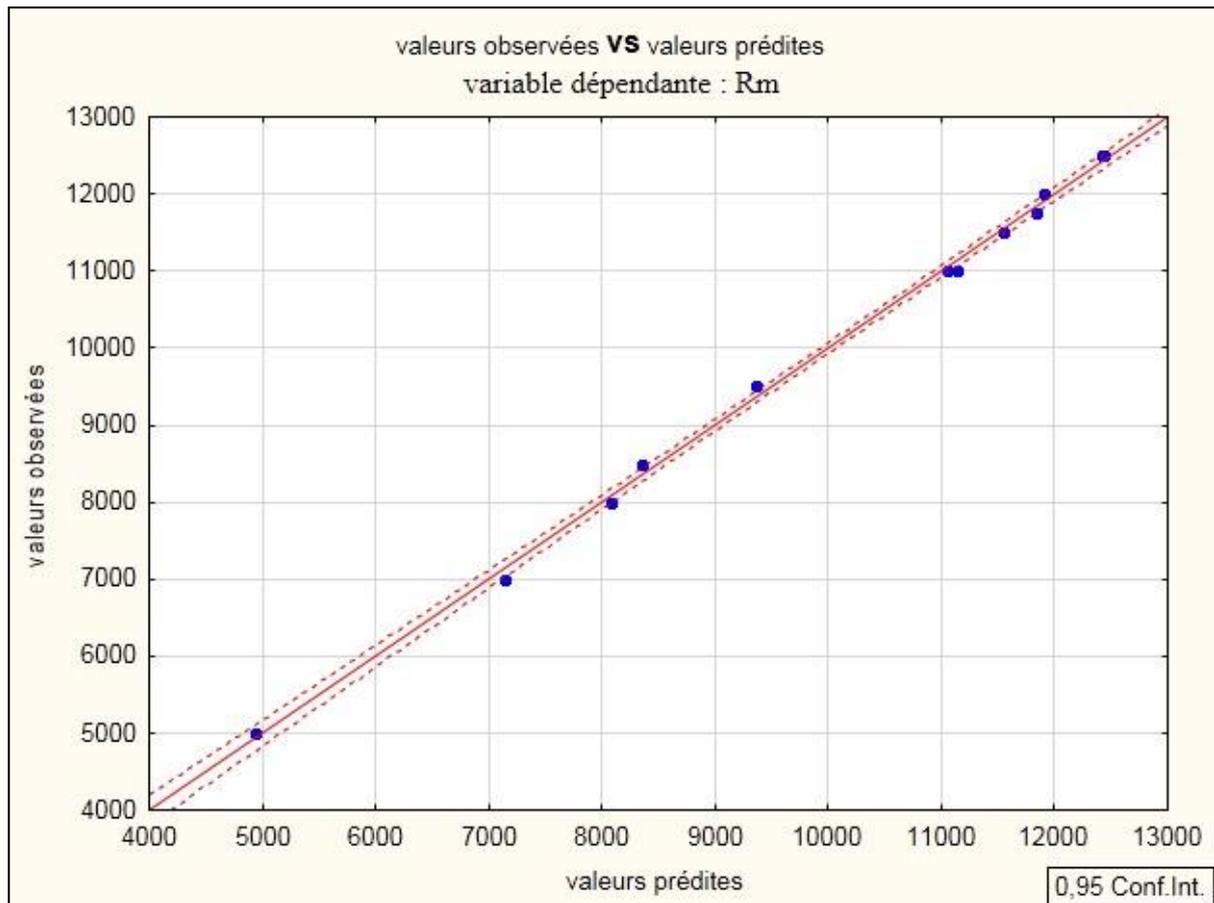
Le **tableau III-7** ci-dessous montre La valeur du coefficient de détermination  $R^2$  de ce modèle est égale à 0.999. Cela signifie que 99.9% des variations de température sont expliquées par ce modèle et que 0.1% restent par conséquent inexpliquées. La valeur du coefficient de détermination ajusté de ce modèle  $R^2$  ajusté est égale à 99.6%. Il représente une correction du  $R^2$  qui permet de prendre en compte le nombre de variables utilisées dans le modèle. Ces deux coefficients montrent une bonne corrélation de se modèle.

En remarque que le p-value est égal à 0,00018, ce qui est bien inférieur à 0.05. Dans ce cas toutes les combinaisons sont significatives.

**Tableau III-7 : Régression linéaire (Résistance à la rupture)**

Résumé de régression pour la variable dépendante : Rm				
R <sup>2</sup> aju= 0,99675124				
F(9,3)=410.08 p<0,00018 Erreur d'estimation: 586.21				
Variable N12	Coefficient de modèle b	Erreur de Coefficient de modèle b	Test de student	p-value
V	27,04	3,6871	7,33349	0,005238
T	-2076,01	402,1425	-5,16236	0,014098
F	1565,61	226,1419	6,92315	0,006178
V×T	1,25	0,2659	4,70379	0,018181
V×F	-2,98	0,3697	-8,05794	0,003992
T×F	148,95	25,6884	5,79820	0,010208
V <sup>2</sup>	-0,01	0,0021	-5,11951	0,014426
V <sup>2</sup> ×F	0,0011	0,0002	7,29736	0,005313
V×T×F	-0,10	0,0170	-6,04121	0,009096

**Figure III-16 :** ci-dessous représente des valeurs observées et variables prédites des variables dépendantes (résistance a la rupture). On constate que les valeurs prédites forme une droite qui passe par l'origine [4000-13000] est la valeur observée sont dans l'intervalle des valeurs prédites.



**Figure III-16 :** valeurs observées et valeurs prédites de variable dépendante (Rm)

➤ **Analyse de la variance de variable dépendante résistance à la rupture**

**Tableau III-8 :** Analyse de la variance (résistance a la rupture).

Source	Somme des carrés	Df	Moyenne des carrés	F	P-value
<b>Régression</b>	1,268282E+09	9	140920175	410,0800	0,000179
<b>Résidu</b>	1,030922E+06	3	343641		
<b>Total</b>	1,269312E+09				

L'analyse de la variance a été réalisée avec intervalle de confiance de 95% ( $\alpha = 5\%$ ). Le test de Fisher (F) est calculé pour le modèle est sa valeur est :  $F = 410.08$  cela signifie que la part de la variance expliquée par le modèle est 410.08 fois plus importante que la part de la variance qui reste inexpliquée. Comme indiqué dans le tableau III.10, le p-value est de 0.00017. Cela signifie que le risque de la non-signification de modèle est de 0.01%, ce qui est négligeable. En conclusion l'analyse de la variance a permis de qualifier le modèle retenu.

➤ Les effets moyens des paramètres d'entrées (V, T, F) sur la résistance à la rupture.

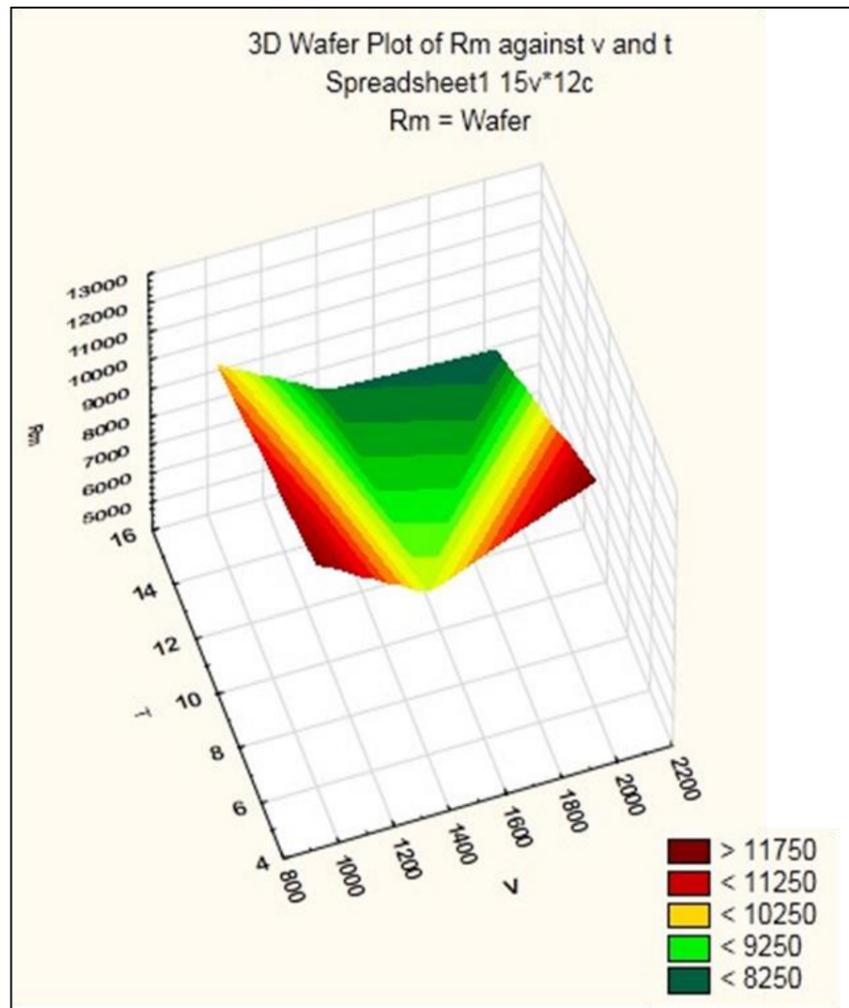


Figure III-17 : L'effet de la vitesse et le temps sur la résistance à la rupture.

On constate que l'effet de du temps de friction sur la résistance a la rupture est négatif pour toutes les vitesses de friction. Par contre, pour un temps de fiction réduit, la résistance a la rupture est élevée pour des vitesses minimales et maximale (1000 tr/min et 2000 tr/min) et elle est faible pour des vitesse moyennes (1400 tr/min) (figure III-17).

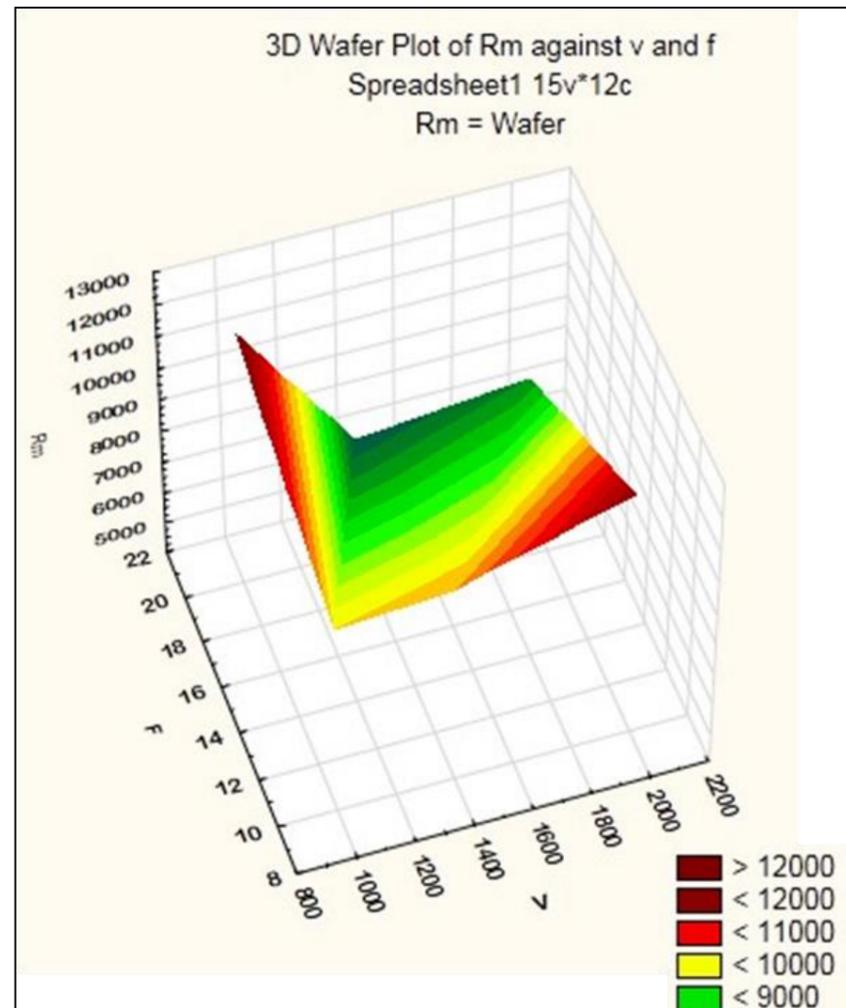


Figure III-18 : L'effet de la vitesse et la force sur la résistance à la rupture.

On remarque le même effet de la vitesse de friction que celui sur la figure III-17sauf que, l'effort contribue considérablement à l'augmentation de la résistance à la rupture, dès lors on peut parler d'interaction vitesse/effort. Une résistance maximale (>12000N) est alors possible pour une vitesse de rotation faible et un effort élevé (figure III-18).

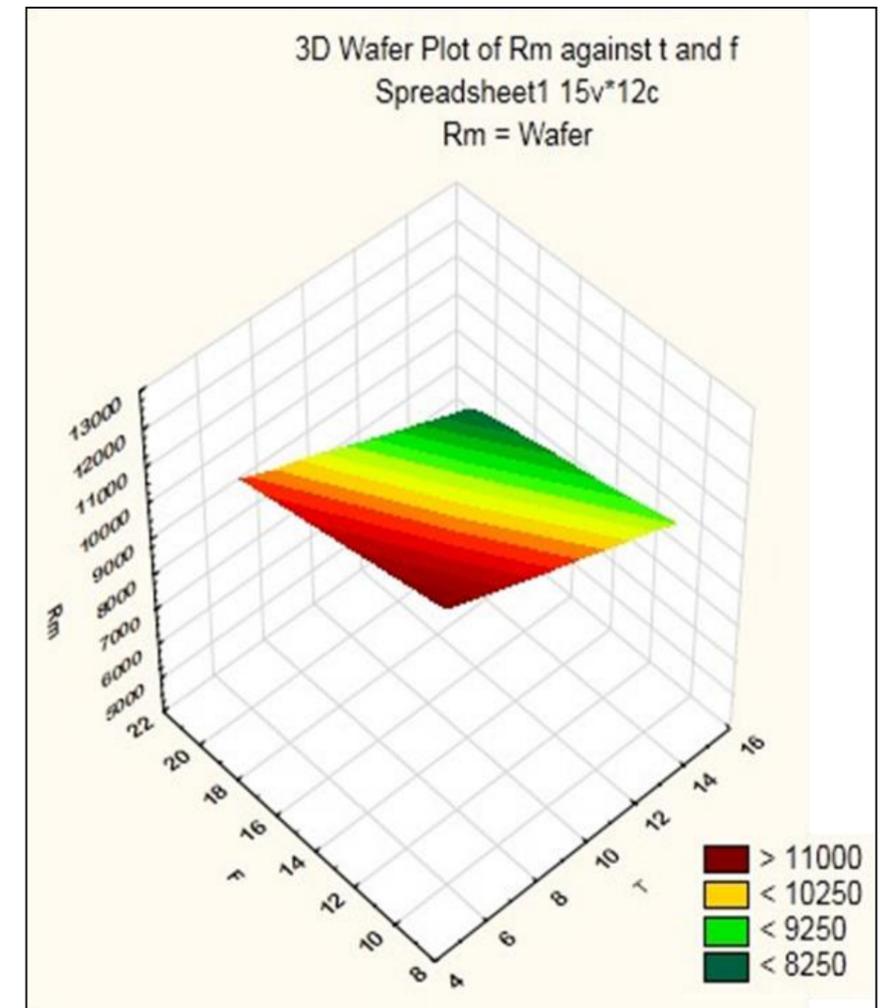


Figure III-19 : L'effet de la force et le temps sur la résistance à la rupture.

Sur la figure III-19 on voit que la résistance à la rupture du joint soudé par friction augmente au fur et à mesure qu'on diminue le temps et la force. Les chiffres montrent qu'à une force et un temps réduits, cela implique une résistance à la rupture supérieure à 11000N.

Selon l'interprétation des résultats obtenus de ses trois figures, nous avons constaté que l'interaction entre la vitesse et la force a plus d'effet que les autres interactions sur la résistance à la rupture de joint soudé par friction.

### III-7- L'optimisation des résultats

Dans cette partie, nous traiterons un problème bi-objectif sans contrainte. Pour cela, nous aurons à utiliser deux modèles en relation à la résistance à la rupture et la température. En premier lieu, nous visons à déterminer les conditions opératoires optimales du soudage conduisant au maximum de résistance à la rupture tout en minimisons la température.

La résolution du problème posé sera fait a l'aide du langage de programmation **MATLAB**. Notre choix s'est porté sur cette technique d'optimisation du fait de sa rapidité dans la convergence vers l'optimum global notamment de sa facilité de mise en œuvre et également de sa précision. Cet algorithme à la particularité de traiter des problèmes multi-objectif efficacement et offre une représentation pratique.

#### III-7-1-Formulation du problème d'optimisation bi-objectif

Pour optimiser le processus de soudage, on se base sur les critères de maximum de résistance a la rupture et le minimum de puissance consommée donc de température minimale sur le bord du joint de soudure. Le problème d'optimisation est donc formulé comme tel :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximiser } R_m (T, F, V) \\ \text{Minimiser } \text{Temp} (T, F, V) \\ \text{Tel que} \\ 6 \leq T \leq 15 \\ 10 \leq F \leq 20 \\ 1000 \leq V \leq 2000 \end{array} \right.$$

#### III-7-2- Les données numériques

L'espace de recherche est délimité par les valeurs numériques des variables de décision données dans le tableau ci-dessous :

**Tableau III-9 :** Les valeurs des constantes utilisées

$V_{\min} = 1000 \text{ tr/min}$	$V_{\max} = 2000 \text{ tr/min}$
$F_{\min} = 10 \text{ N}$	$F_{\max} = 20 \text{ N}$
$T_{\min} = 6 \text{ s}$	$T_{\max} = 15 \text{ s}$

III-7-3- Résultats et discussions

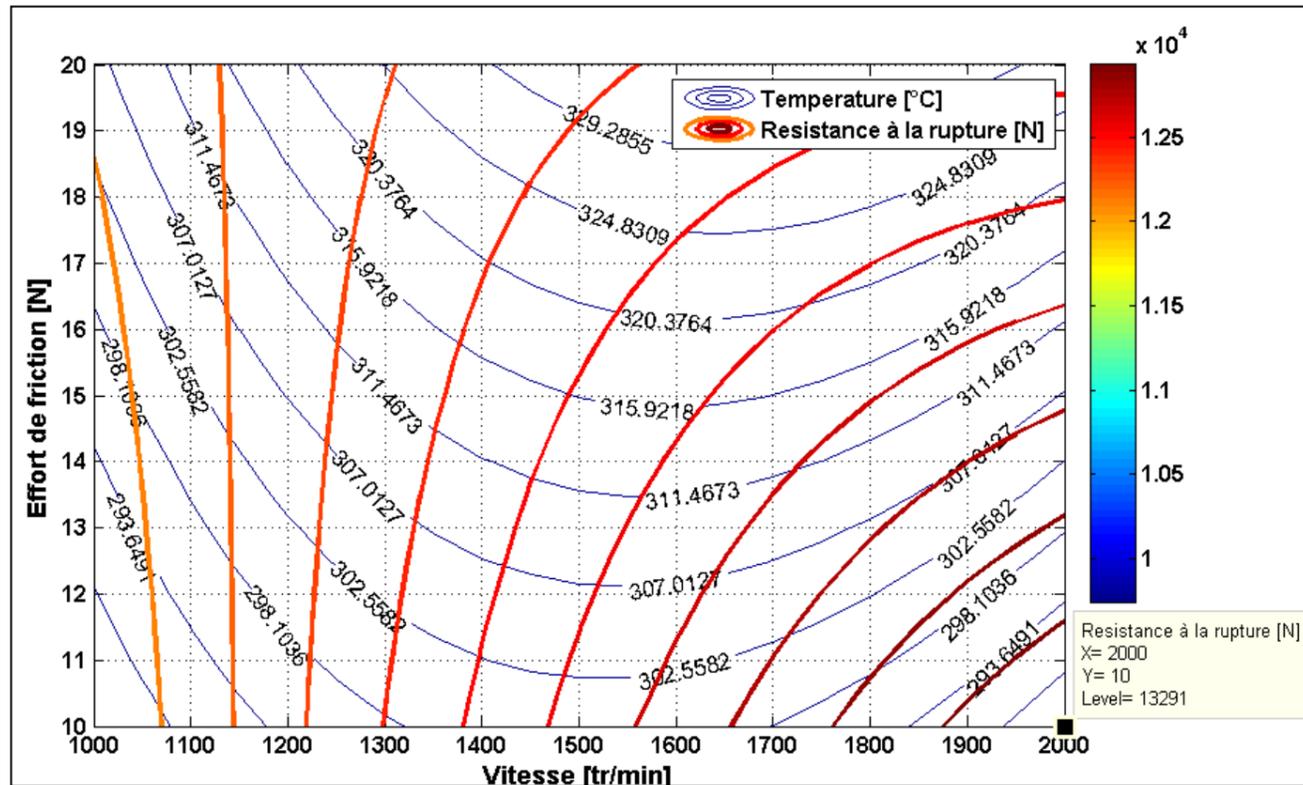


Figure III-20 : Graphe d'optimisation cas 1 : T = 6s.

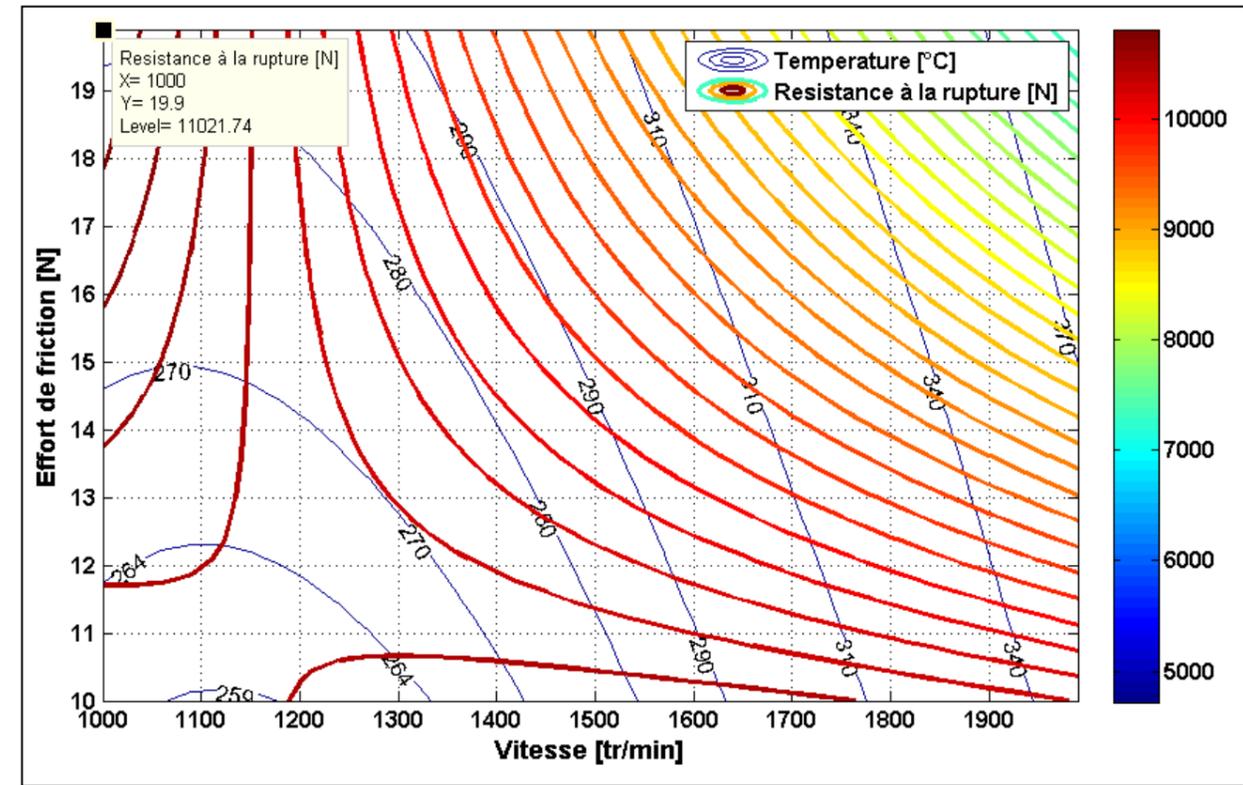


Figure III-21 : Graphe d'optimisation cas 2 : T = 15s.

Les solutions au problème bi-objectif sans contrainte sur la résistance à la rupture du joint de soudure sont présentés les figures 20 et 21.

Dans le tableau ci contre, nous avons pris les solutions les plus favorables sur l'ensemble des solutions présentées sur les graphes ci-dessus.

Pour les deux solutions, la température varie légèrement contrairement à la résistance à la rupture. La meilleure résistance est obtenue pour une force minimum (10 N) et une vitesse de rotation maximum (2000 tr/ min).

Tableau III-10 : les valeurs numériques des optima obtenus

Les cas	Variable de décision	Objectif Rm [N]	Objectif température [°C]
Niveau 1 T= 6 s	$V_{max} = 2000$ tr/min	13 291	290
	$F_{min} = 10$ N		
Niveau 2 T= 15 s	$V_{min}=1000$ tr/min	11 102	285
	$F_{max} = 20$ N		

### Conclusion

Dans cette section, une campagne d'essais, se basant sur un plan d'expérience factoriel complet, a été menée. Les valeurs observées ont été analysées statistiquement, à l'aide de l'analyse de la variance, qui a mis en exergue les facteurs réellement influents sur les températures au bord du joint de soudure et la résistance à la rupture des pièces soudées, et par la même occasion d'éliminer les facteurs à très faibles influence. Cela bien sûr s'inscrit dans une stratégie de débroussaillage, permettant de lever le voile sur le processus de soudage par friction et ainsi une meilleure compréhension des relations entre les facteurs étudiés et les variables d'intérêt.

La régression linéaire et l'analyse de la variance ont permis d'évaluer les résultats obtenus de la campagne d'essais et par conséquent de construire divers modèles mathématiques suffisamment fiables. Les meilleurs de ces modèles, dont le coefficient de détermination est le plus élevé (proche de 1), ont été retenus pour être utilisés dans la prédiction et l'optimisation du processus de soudage par friction pilotée.

# CONCLUSION GÉNÉRALE

# CONCLUSION GENERALE

---

## Conclusion générale

Le procédé de soudage par friction rotative s'avère bénéfique pour le soudage d'alliages d'aluminium et il est exposé à un avenir très prometteur dans divers domaines d'application. Cependant, bien que cette technique existe depuis plus d'une vingtaine d'années, plusieurs phénomènes sont encore incompris tels que les paramètres d'utilisation. D'ailleurs, la plupart des études visant à améliorer le procédé de soudage sont encore faites de façon expérimentale.

Le travail présenté dans ce manuscrit a porté sur la mise en place d'une modélisation et optimisation bi-objectif des paramètres de soudage par friction. Dès le début de l'étude, une recherche bibliographique s'est avérée nécessaire afin de tracer les contours de l'étude et d'apprécier sa faisabilité au regard des objectifs fixés : détermination des paramètres de soudage optimal réduisant la température, réduisant la dureté et maximisant la résistance de joint de soudure. Dans cette étude nous avons proposé une opération de soudage par friction rotative sur des barres en aluminium qui ont le même diamètre, cette opération de soudage est réalisée sur un tour parallèle. Une technique d'optimisation à recherche aléatoire a été utilisée pour sélectionner les conditions de soudage optimales (température, résistance à la rupture).

Ce mémoire nous a permis l'étude de comportement mécanique de joint soudé par friction rotative sur l'aluminium. Ce qui nous a permis de définir quelques paramètres qui influent sur le soudage par friction (vitesse de friction, temps de friction et force de friction) et de déterminer quelque avantage et inconvénient de ce procédé.

Parmi les avantages que nous avons soulevés dans notre recherche on y retrouve un assemblage de haute qualité et le soudage par friction est plus rapide que le soudage conventionnel n'y a pas une nécessité de métaux d'apport et il n'est pas nuisible à l'environnement pas de gaz ni de fumées de soudage. Et comme toute recherche nous avons fait face à quelques entraves une liaison incomplète entre les deux pièces soudées, le non-alignement des axes des pièces soudées et l'apparition de phase fragile.

Les opérations de soudage ont nécessité la mise en place d'un dispositif pratique pour le soudage par friction (tour parallèle, système de fixation avec centrage des pièces à assembler).

Cette étude a montré la très grande influence des paramètres de soudage par friction sur la température et la résistance au rupteur de joint soudé.

## CONCLUSION GENERALE

---

Enfin, cette étude pourrait être considérée comme une simple introduction à l'étude de ce type de soudage, et il peut être utilisé comme un nouveau procédé d'assemblage dans les TP de soudage et en faire profiter les étudiants de cette manipulation avec tous les avantages constructifs de ce type de soudage.

**REFERENCES**  
**BIBLIOGRAPHIQUES**

# RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

## RÉFÉRENCE BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] : **Dr.IR. KOEN FAES** : « *Institut Belge de la soudure* » asbl joining your futur.
- [2] : Article soudage par friction « *Le soudage par friction* », mis à jour mercredi ; 28 mars 2012.
- [3] : **Dr.IR. KOEN FAES** : « *Le soudage par friction, un procédé de soudage multiple et innovateur* ».
- [4] : **KLASWEMAN**, « *Livre procédés de soudage* », page 158,159, Dunod, paris, ISBN 978-2-10-057810-8 ; 2012.
- [5] : Article soudage par friction, « *technique de l'ingénieur* », traité génie mécanique B7745 ;2010.
- [6] : **KUKA** : « *Friction Welding* » ; 1966.
- [7] : **Pichot, F., & Corpacce, F.** Dialogue essais/simulation dans le cas de soudages TIG, laser et par friction inertielle. « *Matériaux & Techniques* », 102(4), 406 ; 2014.
- [8] : **PILLET, M.** « *Introduction aux plans d'expériences par la méthode Taguch* » i, Paris : Editions d'Organisation, c1992 ISBN : 2-7081-1442-5; 1992.
- [9] : **LOUVET, F. et DELPLANQUE, L.** Témoignage de l'association Expérimentique « *Design of experiments : une approche pragmatique et illustrée : the French touch* », Orléans, ISBN :2-9525126-0-4 ; 2005.
- [10] : **SOULIER, B.** la modélisation expérimentale en mécanique « *Précision, optimisation et applications industrielles* » Thèse doctorat E.N.S. de Cachan ; 1994.
- [11] : **GOUPY, J.** « *Plans d'expériences pour surfaces de réponse* ».Paris: Dunod, ISBN:2-10-003993-8 ; 1999.
- [12]: **CHIBANE, H.** « *contribution à l'optimisation multi-objectif des paramètres de coupe en usinage et apport de l'analyse vibratoire, application aux matériaux métallique et composites* » Université François Rabelais De Tours ; 2013.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

[13]: **DROESBEKE, J.J, FINE, J. et Saporta, G.** « *Plans d'expériences: applications en entreprise* » l'Association pour la statistique et ses utilisations et la Société statistique de France; Paris : Éd. Technip, ISBN: 2-7108-0733-5 ; 1997.

[14] : **GOUPY J.** « *Pratiquer les plans d'expériences* ». Dunod, Paris.

[15]: **WASSERMAN, L.** « All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference, New York, Springer-Verlag ». (ISBN 978-0387402727); 2004.

[16]: **BOX, G.E.P., HUNTER, W.G et Stuart HUNTER, J.** « *Statistics for experimenters an introduction to design data analysis and model building. New York* »: J. WILEY and SONS, ISBN : 0-471-09315-71978.

[17]: **SRINIVAS, N. et DEB, K.** « *Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms* ». Evolutionary Computation, 221-248; 1994.

[18]: **OLDENHUIS, R.P.S** Godlike: « *Global optimum determination by linking and interchanging kindred evaluators* ». Delft University of Technology, Departement of Astrodynamic and Satellite Systems; 2010.

[19]: **Michel DEQUATREMARE et Thierry DEVERS,** « *Precis Desmateria* », paris, DUNOD ; 2012.

[20] : « *Manuel d'instructions du tour parallèle SN 40 C* », Atelier de mécanique, Université de Bejaia.