



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Université A. MIRA, - Bejaïa -
Faculté de Technologie
Département de Génie Civil

Mémoire

Pour obtenir le titre de Master en Génie Civil
Option : Matériaux et Structure

Thème

ETUDE DE LA REPOSE DES STRUCTURES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS AVEC LA PRISE EN COMPTE DE L'ISS

Encadré par :

M. R.ATTAL

Présenté par

M. LOUASLI Sofiane

Melle. IDIRI Lydia

Melle. AIT CHALALET Siham

MEMBRE DU JURY :

Mme O. SEGHIR

M. MIRIDJA

Promotion juin 2013

Remerciements:

Nous tenons, spécifiquement à manifester nos louages a dieu tout miséricordieux et tout compatissant, veuille t-il nous guider dans le droit chemin

Avant de présenter notre mémoire de fin d'études, nous tenons, à exprimer notre très grande gratitude à notre promoteur Mr .R.ATTAL pour les encouragement et conseils, qui n'a cessé de nous prodiguer , nous saluons aussi sa disponibilité quasi-permanente et sa patience. Nous lui sommes, très reconnaissants de nous avoir inculqué le sens du travail et du devoir bien accompli.

Nous remercions vivement, les membres de jury Mr.N.MERIDJA et Mme O.SEGHIR ,qui ont bien voulu nous honorer en examinant notre travail.

Nous remercions l'ensemble des enseignants pour nous avoir transmis un savoir éternelle et qui passera tout les ages a venir et sans oublier le personnel du département sans oublier HASSIBA qui nous a supporter toutes ses année

Enfin, nous remercions aussi nos familles, pour leur soutien moral et matériel durant tout notre parcours tous nos amis, camarades et collègues qui nous ont soutenu et tous ceux qui ont contribué de près et de loin à la réalisation de ce travail.

Je dédie ce travail à

A Père et mère qui mon encourager pendent toute ces années

A mes sœurs toujours solidaires avec moi

Ama grande mère paternelle

A la mémoire de mes grands pères et grand mère maternelle

A toute ma famille

A tous mes amis qui ont crue en moi pendant toutes ces années

A la famille BASS et notre association ΔF

S.LOUASLI

Je dédie ce travail à :

A mes chers parents.

A mes frères et sœur « *AGHILES, ANIS et YASMINE* ».

A la mémoire de ma grand-mère et ma tante « *MALIKA* ».

A mon mari « *ADEL* » et mes amis « *LILA, WAHIBA* ».

A toute ma famille.

Lydia.

Je dédie ce travail à :

Au bon dieu.

A la mémoire de mon grand père *HAFID*.

A mes parents et toute ma famille.

A mon mari *HALIM*.

A toute mes amis.

Siham.

Sommaire

1. Introduction générale	1
1. Introduction	3
2. Naissance des séismes	3
2.1 Les différents types de tremblement de terre	4
2.1.1 Séismes tectonique.....	4
2.1.2 Séismes volcaniques	5
2.1.3 Séisme d’effondrement	5
3. Echelle de mesure des séismes	6
3.1 Echelle de Mercalli.....	6
3.2 Echelle de Richter	6
3.3 Echelle EMS 92.....	6
4. Propagation des ondes sismiques	6
4.1 Ondes de volume.....	6
4.2 les ondes de surface	7
4.3 Mouvement a la surface du sol	7
4.4 Fonctionnements du sismographe	8
5. Effets particuliers des séismes	8
5.1 Tassement.....	8
5.2 Liquéfaction	9
5.3 Tsunami	9
6. Le chargement sismique	10
6.1 Paramètres sismiques pour l’analyse structurale.....	11
7. Effet des séismes sur les constructions.....	12
8. Zonage du risque sismique « zoning »	13
9. Conclusion	14
Chapitre 02	15
Formulation des équations du mouvement et méthodes de résolutions	15
1. Introduction	15
2. Formulation des équations de mouvement	15
2.1 Principe de Alembert.....	15
2.2 Principes des travaux virtuels	16
2.3 Principe de HAMILTON (Formulation énergétique)	17

2.4 Equation du mouvement d'un système à un degré de liberté soumis a une excitation sismique	18
3. lois de comportement des structures.....	19
3.1 Comportement linéaire	19
3.1.1 Modèle élastique linéaire.....	19
4. Les méthodes de résolutions numériques de l'équation du mouvement	20
4.1 Equations du mouvement	21
4.2 Méthode de résolutions	22
4.2.1 La méthode de superposition modale.....	22
4.2.2 Méthodes d'intégration directe pas à pas.....	25
5. Conclusion	36
Chapitre 03	37
Résolution des problèmes linéaires par la méthode des éléments finis.....	37
1. Introduction	37
2. La méthode des éléments finis.....	37
2.1 Les étapes de la méthode des éléments finis	38
2.2 Formulation de l'élément barre (comportement axial)	39
2.2.1 Equation du comportement dynamique	39
2.2.2 Formulation de l'élément et construction des matrices élémentaires.....	41
2.3 Formulation de l'élément poutre	43
2.3.1 Equation du comportement dynamique :	43
2.3.2 Formulation de l'élément et construction des matrices élémentaires.....	46
2.4 Matrices globales d'une structure en poutres	52
2.4.1 Matrices masse et rigidité initiales.....	52
2.4.2 Matrice d'amortissement.....	52
2.5 Utilisation d'un logiciel éléments finis :	52
2.5.1 Organigramme d'un logiciel éléments finis.....	53
2.6 Formulation des équations de mouvement	55
2.6.1 Brique élémentaire.....	55
2.6.2 Equations d'élasticité linéaires	57
2.6.3 Formulation variationnelle (intégrale)	58
3. Conclusion	60
Chapitre 04	61
Interaction sol-structure.....	61

1. Introduction	32
2. Phénomène d'interaction sol structure :	62
2.1L'interaction cinématique.....	62
2.2L'interaction inertielle	62
3. Les phénomènes qui influent sur l'interaction sol-structure	62
3.1Le tassement.....	63
3.2La liquéfaction des sols :	64
4. Méthodes d'analyse de l'interaction sol-structure.....	65
4.1Méthodes directes.....	65
4.2Méthodes de sous-structures.....	66
4.3Méthodes hybrides.....	67
5. Modelisation de l'interaction sol-structure :.....	68
5.1Modélisation à l'aide de l'impédance de fondation.....	69
6. Méthodes de détermination des raideurs du sol :	70
6.1Méthode de Newmark-Rosenblueth :	70
6.2Méthode de Deleuze	72
6.3Méthode simplifiée de Veletsos	73
7. Conclusion	74
Chapitre 05	76
Applications et études comparatives	76
1. Introduction	76
2. Application 01	76
3. Application 02	83
4. Application 03	86
5. Application 04	91
6. Application 05	103
7. Application 06	110
8. Conclusion.....	120
Conclusion générale	121

Tables des Figure

Figure 1.01. a Faille normale.....	04
Figure 1.01. a Faille inverse.....	04
Figure 1.01. b Décrochement.....	05
Figure 1. 02 Elément caractéristique d'un séism.....	05
Figure 1.03. a Ondes P.....	06
Figure 1.03. b Ondes S.....	07
Figure 1.04. a Ondes L.....	07
Figure.1.04.b Ondes R.....	07
Figure 1.05. Accélérogramme.....	08
Figure1.06 .a Sismographe vertical.....	08
Figure 1.06.b Sismographe horizontal.....	08
Figure 1.07.a. Ce réservoir s'est également incliné. Il s'est avéré que le mouvement était dû à la liquéfaction d'un remblai sableux (Kobe, Japon, 1995).	09
Figure 1.07.b. Le sol s'étant liquéfié, ce bâtiment s'est enfoncé uniformément d'environ 1 m et le sol déplacé a bombé la rue (Izmit, Turquie, 1999).....	09
Figure 1.08 Sumatra 2005.....	10
Figure 1.09. Le tsunami de l'Indonésie 2011.....	10
Figure 1.10 Échelle d'intensité et de magnitude.....	11
Figure 1.11. Zonage du territoire National.....	13
Figure.2.01 Modèle de référence à un degré de liberté.....	19
Figure.2.02 Modèle élastique linéaire.....	20
Figure.2.03 Organigramme du choix du type d'analyse dynamique.....	21
Figure.2.04 Structure soumise à l'accélération du sol.....	21
Figure.2.05 Hypothèse de l'accélération moyenne constante.....	26
Figure.2.06 Hypothèse de l'accélération linéaire.....	28
Figure.3.01 Etapes générales de la MEF.....	39
Figure.3.02 Equilibre élémentaire.....	40.
Figure.3.03 Poutre chargée.....	43
Figure.3.04 Déformation d'une.....	43
Figure.3.05 Répartition des contraintes.....	44
Figure.3.06 Tronçon de poutre en flexion simple.....	45
Figure3.07 Elément poutre à deux nœuds.....	47
Figure.3.08 Organigramme d'un logiciel éléments finis.....	54
Figure.3.09 Brique (volume) élémentaire isolée (translation selon x_1).....	55
Figure.3.10 Le domaine.....	56
Figure.3.11 Tenseur des contraintes.....	56
Figure.4.01 Schématisation de l'interaction sol-structure.....	61
Figure.4.02. a- Séisme de Kobé, 1995.....	63
Figure.4.02.b- Séisme de Kobé, 1995.....	63

Figure.4.03.a- Séisme de Taiwan.....	65
Figure.4.03.b- Séisme d'Alaska 1964.....	65
Figure.4.04 Principe de superposition de KAUSEL.....	66
Figure . 4.05: Types de modèles :a) Encastrement parfait ; b) Ressorts ; c) Eléments finis.....	68
Figure.4.06 a. Modèle sans prise en compte de l'ISS.....	69
Figure.4.06 b. Modèle avec prise en compte de l'ISS.....	69
Figure.4.07 Abaque Les valeurs des coefficients β_x, β_z et β_θ	71
Figure. 4. 08 Modélisation du sol par un système de ressorts :a)Ressorts concentrés ; b) Ressorts répartis.....	72
Figure.5.01 Modèle 01 portique encastéré à la base.....	77
Figure.5.02 Ar TAFT.....	78
Figure.5.03 Ar YERBA.....	79
Figure.5.04 Ar PETROLIA.....	79
Figure.5.05 déplacement de la crête sous Ar TAFT.....	80
Figure.5.06 déplacement de la crête sous Ar YERBA.....	80
Figure.5.07 déplacement de la crête sous Ar PETROLIA.....	81
Figure.5.08 effort tranchant à la base du portique sous Ar TAFT.....	81
Figure.5.09 effort tranchant à la base du portique sous Ar YERBA.....	82
Figure.5.10 effort tranchant à la base du portique sous Ar PETROLIA.....	82
Figure.5.11 Modèle 02 Sol en champ libre.....	83
Figure.5.12 TAFT _{cl}	85
Figure.5.13 YERBA _{cl}	85
Figure.5.14 PETROLIA _{cl}	86
Figure.5.15 déplacement de la crête sous TAFT _{cl}	87
Figure.5.16 déplacement de la crête sous YERBA _{cl}	87
Figure.5.17 déplacement de la crête sous PETROLIA _{cl}	88
Figure.5.18 Effort tranchant à la base sous TAFT _{cl}	89
Figure.5.19 Effort tranchant à la base sous YERBA _{cl}	89
Figure.5.20 Effort tranchant a la base sous PETROLIA _{cl}	89
Figure.5.21 comparaison de la réponse sismique sous (Ar TAFT et AsTAFT _{cl})....	90
Figure.5.22 comparaison de la réponse sismique sous (Ar YERBA et AsYERBA _{cl}).....	91
Figure.5.23 comparaison de la réponse sismique sous (Ar PETROLIA et PETROLIA _{cl}).....	91
Figure.5.24 Modèle 03 Portique à base rigide sur sol.....	92
Figure.5.25 Accélération de la surface du sol a 0.5L sous Ar TAFT.....	94
Figure.5.26 Accélération de la surface du sol a 0.5L sous YERBA.....	94
Figure.5.27 Accélération de la surface du sol a 0.5L sous Ar PETROLIA.....	95
Figure.5.28 Accélération de la surface du sol a 2L sous Ar TAFT.....	95
Figure.5.29 Accélération de la surface du sol a 2L sous Ar YERBA.....	96
Figure.5.30 Accélération de la surface du sol a 2L sous Ar PETROLIA.....	96

Figure.5.31 Comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 03) sous Ar TAFT.....	97
Figure.5.32 Comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 03) sous Ar YERBA.....	97
Figure.5.33 Comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 03) sous Ar PETRO.....	98
Figure.5.34 Modèle 04.....	99
Figure.5.35 Accélération de la surface du sol a 4L sous Ar TAFT.....	99
Figure.5.36 Accélération de la surface du sol a 4L sous Ar YERBA.....	100
Figure.5.37 Accélération de la surface du sol a 4L sous Ar PETROLIA.....	100
Figure.5.38 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar TAFT.....	101
Figure.5.39 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar TAFT (Agrandie).....	101
Figure.5.40 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar YERBA.....	102
Figure.5.41 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar YERBA (Agrandie).....	102
Figure.5.42 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar PETROLIA.....	102
Figure.5.43 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 03) sous Ar PETROLIA (Agrandie).....	103
Fig.5.44 Modèle 04.....	104
Figure.5.45 Déplacement de la crête du modèle 04 sous Ar TAFT..	105
Figure.5.46 Déplacement de la crête du modèle 04 sous Ar YERBA.....	105
Figure.5.47 Déplacement de la crête du modèle 04 sous Ar PETROLIA.....	106
Figure.5.48 Effort tranchant à la base du modèle 04 sous Ar TAFT.....	106
Figure.5.49 Effort tranchant à la base du modèle 04 sous Ar YERBA.....	107
Figure.5.50 Effort tranchant à la base du modèle 04 sous Ar PETROLIA.....	107
Figure.5.51 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (01 et 04) sous Ar TAFT et le modèle 01 sous Acl TAFT.....	108
Figure.5.52 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (01 et 04) sous Ar YERBA et le modèle 01 sous Acl YERBA	108
Figure.5.53 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (01 et 04) sous Ar PETROLIA et le modèle 01 sous Acl PETROLIA.....	109
Fig.5.54. Modèle 05 portique avec ressorts à la base.....	110
Figure.5.55 Déplacement de la crête du modèle 05 sous Ar TAFT.....	112
Figure.5.56 Déplacement de la crête du modèle 05 sous Ar YERBA.....	112
Figure.5.57 Déplacement de la crête du modèle 05 sous Ar PETROLIA.....	113
Figure.5.58 Effort tranchant a la base du modèle 05 Ar TAFT.....	113
Figure.5.59 Effort tranchant a la base du modèle 05 Ar YERBA.....	114
Figure.5.60 Effort tranchant a la base du modèle 05 Ar PETROLIA.....	114

Figure.5.61 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar TAFT et le modèle 01 sous Acl TAFT	115
Figure.5.88 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar TAFT et le modèle 01 sous Acl TAFT (Agrandie).....	115
Figure.5.62 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar TAFT et le modèle 01 sous Acl TAFT (Agrandie).....	115
Figure.5.63 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar YERBA et le modèle 01 sous Acl YERBA.....	115
Figure.5.64 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar PETROLIA et le modèle 01 sous Acl PETROLIA	116
Figure.5.65 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar TAFT.....	117
Figure.5.66 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar TAFT (Agrandie).....	117
Figure.5.67 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar YERBA.....	118
Figure.5.68 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar YERBA (Agrandie).....	118
Figure.5.69 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar PETROLIA.....	119
Figure.5.70 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar PETROLIA(Agrandie).....	119

Introduction générale

Ces dernières années les tremblements de terre, furent la plus grande catastrophe que l'humanité est eue à affronter, en termes de pertes humaines et matériels. Pour faire face à une telle menace il a fallu s'organiser pour limiter les dégâts, en effet les mesures préventives contre les séismes se sont multipliés et se sont divisés en deux principaux axes ; la surveillance et la prévision des séismes d'un coté, et la construction parasismique de l'autre. Malheureusement il n'existe, à ce jour aucun moyen de prévoir où, quand et avec quelle intensité se produira le séisme.

La construction parasismique consiste à trouver de nouvelles techniques permettant à la construction de résister du mieux possible au séisme, pour cela une bonne connaissance du comportement des structures sous sollicitation sismique est très importante.

Les sollicitations sismique se transmettent du sol sur le quel repose la structure, il s'avère donc nécessaire de bien connaitre le fonctionnement de l'ensemble du système sol-structure. En effet non seulement le sol influe sur la structure, mais aussi les structures mise en mouvement induisent des chargements supplémentaires dans le sol, le terme générique décrivant ce phénomène porte le nom d'interaction sol-structure (ISS).

L'ISS se traduit par la perturbation du mouvement sismique initial par le mouvement intrinsèque de la structure. Ce qui induit à une modification du mouvement enregistré au niveau de la structure de contact du sol- structure, par rapport au mouvement en champ libre. De nombreuses études ont montrées que l'ISS s'accroît avec la rigidité de la structure et la déformabilité du sol, et décroît avec la rigidité du sol et la souplesse de la structure.

Ce phénomène d'interaction (ISS) permet d'évaluer de façon réaliste le comportement des structures. Ceci en déterminant l'effet d'action du sol sur la structure principalement les pressions de contact, en fonction de la déformation de la structure, afin de pouvoir assurer que les hypothèses faite sur le comportement du sol sont compatibles avec la réponse de la structure , principalement avec sa déformation, ceci aussi bien a l'état limite de service qu'a l'état limite ultime. A priori, il est difficile de savoir si l'ISS a une influence positive ou négative sur le comportement de la structure. Mais pour des études et analyses très rigoureuse, la prise en compte de l'ISS est plus que nécessaires.

Certains auteurs ont proposé, pour chaque degré de liberté de la fondation, des modèles de sols constitués d'un nombre plus ou moins grand de masses, ressorts et amortisseurs à coefficients indépendants de la fréquence. La manière la plus simple de prendre en compte le sol est de le représenter par des ressorts reliant un ou plusieurs nœuds à une base rigide, à laquelle on impose un mouvement. Dans le cas d'un modèle plan, une semelle sous point d'appui isolé est représentée par deux ressorts agissant à la translation et un ressort à la rotation; sous un radier, le sol est modélisé par un ressort horizontal et un ressort vertical en chaque nœud.

Les méthodes de simulation numérique sont classées selon trois catégories, méthode sous structure, méthode hybride et méthode directe.

Le premier chapitre, aborde la notion de sismologie, des différentes causes, mécaniques de rupture des failles terrestres, des terminologies et ondes sismique, mais aussi de l'échelle de mesure de magnitude

Le deuxième chapitre parle de la formulation de l'équation du mouvement, et des méthodes numérique de résolution de cette dernière, méthodes temporelles et méthode de superposition modale.

Le troisième chapitre aborde la méthode des éléments finis, sa description, ses principales étapes et principalement sur l'élément poutre utilisé pour la modélisation lors de notre application.

Le quatrième chapitre parle de l'interaction sol-structure, des phénomènes qui influe sur cette dernière, et de ces principales méthodes d'analyse.

Le cinquième chapitre est un ensemble d'applications et d'études comparatives qui traitent le problème de l'interaction sol-structure, de la différence qu'il a à considérer la structure encastrée, et de la méthode de la modélisation par impédance.

Ce mémoire est clos par une conclusion générale qui retrace les grandes lignes du travail effectué et souligne les différents résultats obtenus tant du point de vue formulation et modélisation que du point de vue comportement dynamique et réponse sismique des systèmes couplés sol-structure.

Chapitre 01

Généralités

1. Introduction

Pour mieux se protéger contre d'éventuels événements sismiques, il est bien nécessaire de bien comprendre le phénomène des tremblements de terre qui est à l'origine des mouvements forts du sol. Le mouvement sismique a pour effet d'induire dans le sol et les ouvrages des forces d'inertie importantes et rapidement variables. Son action s'exerce donc d'une manière fondamentalement dynamique. Les propriétés des séismes dépendent de nombreux facteurs : la magnitude, le mécanisme au foyer, distance, source, des caractéristiques physiques du sol, géologiques et topographiques.

2. Naissance des séismes

A partir, des lois de comportement classiques, on sait que lorsqu'un matériau rigide subit des contraintes de cisaillement, il commence d'abord à déformer de manière élastique, puis lorsqu'il aura atteint sa limite d'élasticité, il passe à la rupture, en libérant de façon instantanée toute l'énergie qui a accumulé durant la déformation élastique. Ceci peut se passer dans la lithosphère (écorce terrestre) qui est soumise à des contraintes causées le plus souvent par le mouvement des plaques tectoniques : choc inter-plaque ou « *craquements* » intra-plaque.

Sous ces conditions, lorsqu'en certains endroits de la lithosphère, la limite d'élasticité est atteinte, il se produit une ou des ruptures d'équilibres sous la contrainte de l'ébranlement.

La libération brutale de l'énergie potentielle accumulée dans les roches de l'écorce sera dégagée le long des failles donnant lieu ainsi à des séismes plus ou moins destructeurs.

A cause des forces de friction entre les parois d'une faille, les déplacements le long de cette faille ne se font pas de manière continue et uniforme, mais par coups successifs dégageant à chaque fois un séisme. Ils se répartissent sur plusieurs régions du globe principalement là où les plaques tectoniques sont en contact :

- Ceinture de feu dans le pacifique.
- Pourtour méditerranéen.

Il se produit dans le monde des milliers de séismes par an, la plus part ne sont pas ressentis par les populations mais seulement enregistrés par les sismographes, et rares sont ceux qui engendrent des dégâts. [2]

Il est important de savoir qu'un tremblement de terre est pratiquement imprévisible et qu'il est toujours suivi de nombreuses secousses sismiques,

appelées répliques qui peuvent achever de détruire des ouvrages ou des immeubles déjà sérieusement affectés par le choc principal.

Les répliques sont des tremblements de moindre importance succédant au séisme principale. il peut y en avoir plusieurs centaines après un séisme de fortes intensité .ils peuvent être d'une très forte magnitude et d'autant plus destructeurs, on peut citer le séisme de Boumerdes (2003) de magnitude 6.8 les réplique ont atteint une magnitude de 5.8. [1]

2.1 Les différents types de tremblement de terre

2.1.1 Séismes tectonique

Causé par une rupture soudaine des roches, ils sont dus pour l'essentiel a des collisions entre deux plaques tectoniques. Ces plaques sont continuellement en mouvement les unes par rapport aux autres engendrant trois types de failles :

a) Failles normale

Elles résultent d'un mouvement d'étirement entre deux blocs, elles se situent dans un contexte de divergence. Figure (1.01.a).

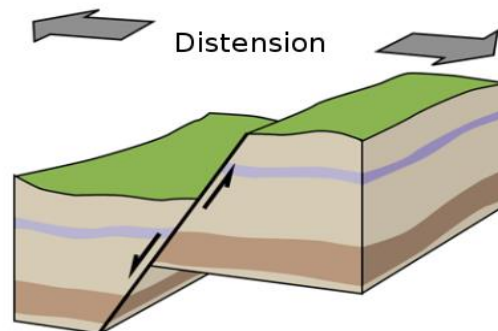


Figure 1.01. a Faille normale

b) Failles inverses

Elles résultent d'un mouvement de compression entre deux blocs, elles se situent dans un contexte de convergence. Figure (1.01.b).

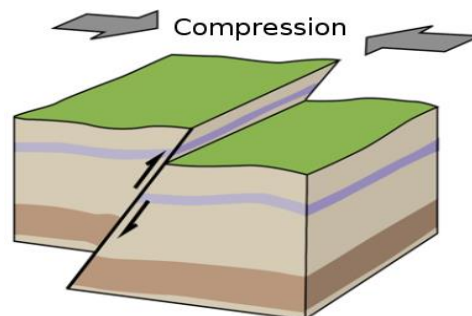


Figure 1.01. b Faille inverse

c) failles de décrochement

Elles résultent du glissement d'un bloc par rapport à l'autre. Figure (1.01.c).

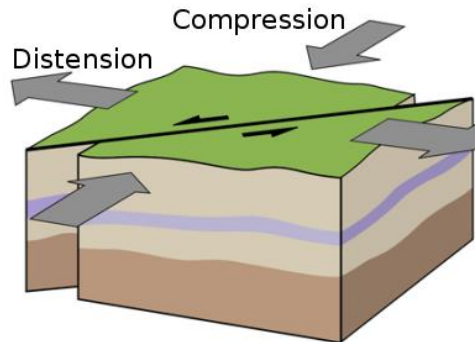


Figure 1.01. c Décrochement

Une faille ou une cassure se produit au niveau des zones de fragilité accrue et s'accompagne d'une libération instantanée de quantités importantes d'énergie élastique lentement accumulée, cette énergie se dissipe sous forme de radiation d'ondes sismiques et d'énergie transformée en chaleur.

Le foyer appelé aussi hypocentre ou source, est l'endroit où se produit la rupture. L'épicentre est le point de la surface du globe à verticale du foyer. La distance entre le lieu d'implantation d'une structure et l'épicentre est appelée distance épacentrale, elle est souvent utilisée pour estimer l'éloignement du site par rapport à la faille ; on distingue des études en champ proche, intermédiaire et lointain. Figure (1.02).

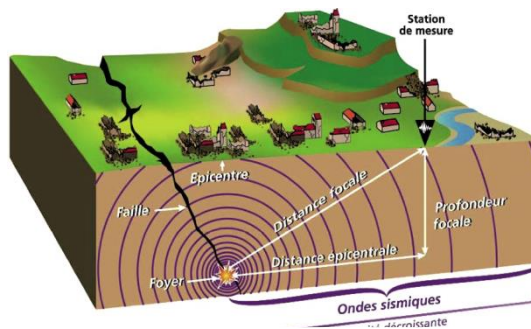


Figure 1. 1 Élément caractéristique d'un séisme

2.1.2 Séismes volcaniques

Fracturation des roches due à l'infiltration du magma, dégazage, oscillation propre du réservoir.

2.1.3 Séisme d'effondrement

Effondrement de cavités dans le gypse ou le calcaire ; effondrement lié à un grand glissement de terrain.

3. Echelle de mesure des séismes

3.1 Echelle de Mercalli

Echelle d'intensité de séisme. L'intensité de d'un séisme est la mesure des secousses du sol évaluée à partir des dégâts subis par les constructions, les modifications de la surface du sol et les impressions des témoins.

3.2 Echelle de Richter

Echelle de référence qui évalue l'énergie des séismes par la valeur de la magnitude.

3.3 Echelle EMS 92

Echelle européenne utilisée par le bureau central sismologique français (BCSF) depuis janvier 1997. [2]

4. Propagation des ondes sismiques

Les ondes sismiques sont des ondes élastique qui se propagent a l'intérieur du globe, elles sont des différents types :

4.1 Ondes de volume

Elles prennent naissance dans le foyer et se propagent a l'intérieur de la terre sous deux formes :

a) Les ondes primaires (ondes p)

Sont de faible amplitude et de courte durée. Le déplacement des particules est parallèle à la direction de propagation de l'onde. Elles se compriment et se dilatent dans le sens de propagation (comme un ressort étiré).

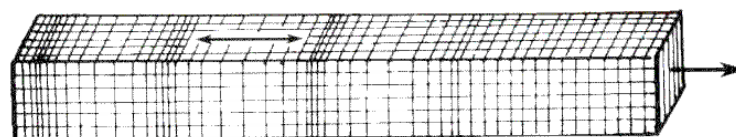


Figure 1.03. a Ondes P

b) les ondes secondaires (onde S)

Sont à grandes amplitudes sur les enregistrements horizontaux. Elles vibrent perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde (comme une onde agitée). Le déplacement des particules est perpendiculaire à la direction de propagation.

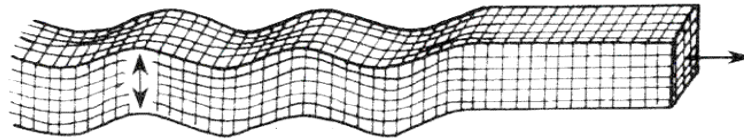


Figure 1.03. b Ondes S

4.2 les ondes de surface

Sont des ondes qui se propagent à la surface du sol, elles sont de deux natures :

a) les ondes de love (ondes L)

Se propagent seulement dans les solides non homogènes, les ondes dont transversales par rapport à la direction de l'onde.

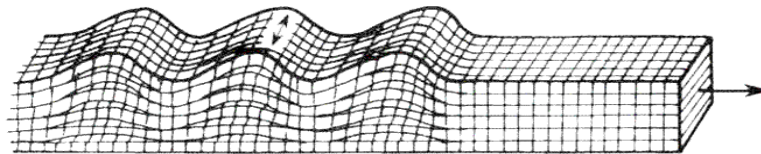


Figure 1.04. a Ondes L

b) Les ondes de Rayleigh (ondes R)

Elles se propagent au voisinage de la surface du milieu homogène et non homogène, ce sont des ondes elliptiques.

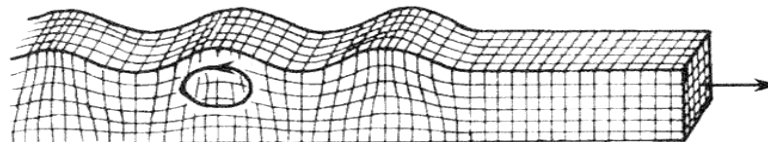


Figure.1.04.b Ondes R

4.3 Mouvement à la surface du sol

Lorsque les ondes et l'énergie qu'elles transportent atteignent un site à la surface de la terre, elles engendrent des vibrations horizontales et verticales. Les enregistrements des accélérations de ces mouvements (les accélérogrammes) dans trois directions (deux horizontales et une verticale) en fonction du temps, s'effectuent à l'aide d'accélérographes. Ces appareils (figure 1.6.a) et (figure 1.6.b) sont communément

utilisés pour l'enregistrement des mouvements forts, liés aux séismes, sur le sol mais aussi sur les structures importantes. Par intégration d'un accélérogramme on peut obtenir les diagrammes de vitesse et de déplacement en fonction du temps. On peut lire sur l'accélérogramme l'accélération maximale du sol (PGA), paramètre important pour la définition du risque sismique.

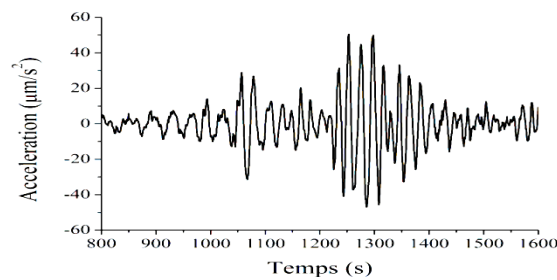


Figure 1.05. Accélérogramme

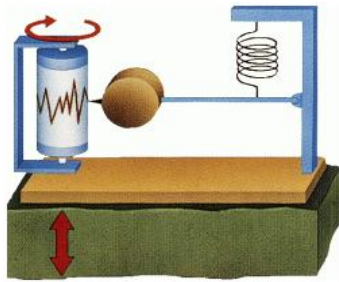


Figure 1.06 .a Sismographe vertical

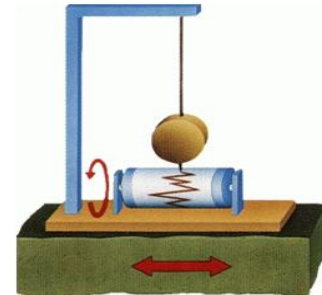


Figure 2.06.b Sismographe horizontal

4.4 Fonctionnements du sismographe

Le sismographe présenté sur les figures (1.06.a et 1.06.b) permet de détecter et d'enregistrer les mouvements d'ondes verticales. Lorsqu'une onde sismique atteint le sismographe, le sol, le cadre et le tambour rotatif vibrent en oscillant verticalement, alors que la masse suspendue par le ressort reste immobile du fait de son inertie. Le stylet relié à la masse trace ainsi une ligne brisée sur le tambour [4].

5. Effets particuliers des séismes

5.1 Tassement

Des sables secs soumis à vibration peuvent subir des tassements importants, qui peuvent être estimés par des mesures des vides du sable. Ces tassements peuvent atteindre

quelques dizaines de cm. Différentiels ou non, ils peuvent être suffisants pour rendre une construction inutilisable.

5.2 Liquéfaction

Les sables fins saturés en eau peuvent être le siège d'un phénomène encore plus spécifique au contexte sismique : la liquéfaction des sols.

L'explication du phénomène est la suivante.

La résistance au cisaillement d'un sol est donnée par la relation :

$$\tau_R = (\sigma - u) \tan \Phi \quad [3]$$

Avec : Φ : angle de frottement interne du sol

$(\sigma - u)$: Pression effective

σ : Pression non déjaugée. u : Pression interstitielle de l'eau contenue dans le sol.

Comme la mise en mouvement du sol entraîne une montée de la pression interstitielle u , il y a réduction de la résistance τ_R du sol, jusqu'à son annulation :

$$\tau_R = (\sigma - u) \tan \Phi = 0$$



Figure 1 .07.a. Ce réservoir s'est également incliné. Il s'est avéré que le mouvement était dû à la liquéfaction d'un remblai sableux (Kobe, Japon, 1995).

Figure 1.07.b. Le sol s'étant liquéfié, ce bâtiment s'est enfoncé uniformément d'environ 1 m et le sol déplacé a bombé la rue (Izmit, Turquie, 1999).

5.3 Tsunami

Lorsque le mouvement relatif des bords de la faille est de type coulissage vertical et qu'il a lieu au fond de la mer, il entraîne soit à une aspiration d'eau (si le fond descend d'un côté de la faille, l'autre côté restant fixe), soit à une poussée appliquée à l'eau (si le fond monte d'un côté de la faille, l'autre côté restant fixe). Ce phénomène provoque une formation d'onde en surface de l'eau (vague); cette vague se propage depuis la zone épiscopale sur des centaines de km ; sa hauteur peut atteindre la dizaine de mètres pour

des séismes majeurs ; le « tsunami » est l'effet du déferlement de cette vague sur la côte : destruction de constructions, entrainement de bateaux à l'intérieur des terres, etc... telle qu'il est représenté sur les figures (1.07) et (1.08).

(Tsunami du Sumatra de longueur des vagues >10m)



Figure 1.08 Sumatra 2005

La figure suivante montre le tsunami qui est arrivée aux cotes philippines et indonésiennes :



Figure 1.09. Le tsunami de l'Indonésie 2011

6. Le chargement sismique

Pour pouvoir réaliser une étude dynamique d'une structure, on doit disposer l'accélérogramme de plusieurs séismes ayant secoué la région d'intérêt ou l'accélérogramme enregistrés dans des régions éloignées du site mais présentant des paramètres sismiques compatibles avec ceux du site ; ou aussi des accélérogrammes générés artificiellement contenant des paramètres sismiques compatibles avec ceux du site [5].

6.1 Paramètres sismiques pour l'analyse structurale

a) Magnitude

Cette notion a été introduite en 1935 par le sismologue Américain Richter. Elle caractérise l'énergie libérée par la rupture de la faille au point de déclenchement du tremblement de terre ou foyer (dans la zone épacentrale). Contrairement à l'intensité qui apparaît comme limitée supérieurement par définition au degré XII figure (1.8), la magnitude peut atteindre théoriquement n'importe quelle valeur. La forme générale servant de base à toutes les échelles de magnitude est la suivante :

$$m = \log A + f(d, h) + C_s + C_R$$

A: est l'amplitude de l'onde sismique mesuré après les corrections liées aux effets des instruments de mesure, $f(d, h)$ est une correction liée a la distance épacentrale (d) et a la profondeur hypo- centrale (h)

C_s : est une correction due aux effets de station.

C_R : est une correction liée aux effets régionaux.

Échelle EMS 1992	Échelle de Richter
I. Séisme non ressenti.	2.5 Enregistré par sismographe.
II. Faiblement ressenti (perçu par un très petit nombre d'individus, à l'intérieur des bâtiments).	3.5 Ressenti, mais n'occasionne pas de dégâts.
III. Ressenti par quelques personnes à l'intérieur des bâtiments.	
IV. Largement ressenti à l'intérieur, très faiblement à l'extérieur.	
V. Ressenti par la plupart des personnes à l'intérieur. Balancement des objets suspendus. Quelques fissures dans le plâtre des habitations.	4.5 Dégâts locaux.
VI. Ressenti par tous à l'intérieur et par la plupart à l'extérieur; de nombreuses personnes se précipitent hors de chez elles. Les meubles bougent, légers dommages (bris de verre, chutes d'objets et de plâtre).	
VII. Fortement ressenti. À l'intérieur beaucoup de personnes perdent l'équilibre et se précipitent au dehors. Les constructions à fondations peu solides sont considérablement endommagées; beaucoup d'autres constructions sont affectées dans leur partie supérieure.	6.0 Séisme destructeur.
VIII. Pertes d'équilibre, même à l'extérieur, scènes de panique. Chutes de meubles. Les édifices spécialement conçus sont légèrement endommagés, beaucoup d'autres s'écroulent en partie.	
IX. Panique générale dans la population. Tous les bâtiments sont endommagés, beaucoup de constructions légères sont détruites. Glissements de terrains et formation de crevasses dans le sol.	7.0 Séisme gravement destructeur.
X. Les édifices spécialement conçus subissent des dommages limités, les autres sont partiellement ou entièrement détruits. Le sol est très crevassé.	8.0 et plus. Séisme dévastateur ou catastrophique
XI. Pratiquement tous les édifices s'écroulent.	
XII. Destruction totale. Changements visibles dans le paysage.	

Figure 1.10 Échelle d'intensité et de magnitude

b) Amplitude du mouvement du sol

Pour définir l'amplitude du séisme dans le calcul pour un site donné. On détermine l'accélération maximale P.G.A (pic Ground d'Accélération). Cependant, ce paramètre ne tient pas compte de l'historique de l'accélération du sol et n'est pas toujours révélateur du potentiel destructeur du séisme.

L'accélération RMS (Root Mean square) quant à elle, représente une moyenne pondérée de l'amplitude de tout l'accélérogramme.[2] elle est calculée par la formule suivante :

$$a_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} a(t)^2 dt} \quad (1.1)$$

Ou t_0 : durée totale de l'enregistrement.

$\alpha(t)$: Accélération du sol.

c) Durée du séisme

La durée de vibration du sol influe aussi sur la performance sismique des structures. Ceci est particulièrement vrai dans le cas des structures ductiles conçues pour supporter des déformations inélastique lorsqu'elles sont soumises à de fort mouvement du sol. La réponse inélastique de telles structures est sensible au nombre de cycle du mouvement fort qu'elles subissent. La durée de vibration est également essentielle dans la stabilité des sols cohérents et la performance des pentes et des remblais.

La durée des mouvements forts apparait comme principalement conditionnée par la magnitude du séisme et, dans une moindre mesure, par la distance du site à la source ; elle augmente lorsque la magnitude du séisme augment. C'est un facteur de destruction important en zone épiscopentrale.

d) le spectre de réponse

Le spectre de réponse est largement utilisé dans la pratique de l'engineering, car il décrit les caractéristiques fréquentielles du mouvement du sol de sorte qu'il soit directement appliqué dans l'analyse et le dimensionnement des structures. Le spectre de réponse de sol est obtenu en appliquant les mouvements du sol à la base d'oscillateurs à un degré de liberté, pour un taux d'amortissement donné, et de représenter sur un graphe la réponse maximale de l'oscillateur en fonction de sa fréquence naturelle ou de sa période naturelle. C'est une représentation utile pour démontrer la période prédominante des mouvements sismiques.

7. Effet des séismes sur les constructions

L'amélioration de la réglementation technique de la construction se base sur une connaissance approfondie du mouvement sismique et de l'interaction sol-structure. On peut avoir trois types d'interactions structures-sollicitations sismiques :

a) construction solide sur un mauvais sol (sol meuble)

La destruction est due dans ce cas au déplacement irréversible du sol.

b) sol solide-épiscopentrale du séisme très proche

Au moment où l'accélération sismique atteint la construction, le sol ainsi que la construction se déplacent rapidement de leur position d'équilibre. Ce qui provoque des forces considérables qui s'exercent surtout au rez-de-chaussée. Si ces forces sont dirigées horizontalement, les supports de construction seront coupés et les étages supérieurs tomberont. Si les forces sont dirigées verticalement, les étages supérieurs pourront se détacher et détruire.

c) Résonance

Si les périodes de la sollicitation et de la construction sont très proches, un phénomène de résonance prendra naissance. La construction commence à se balancer, l'amplitude de vibration augmente, les nœuds se détachent, les murs se fissurent et la construction se détruit. L'endommagement ne dépend pas seulement de l'amplitude mais aussi de la durée de vibrations. Si cette durée est courte la résonance pourra ne pas avoir des effets catastrophiques.

8. Zonage du risque sismique « zoning »

Le zonage du risque sismique, c'est – à – dire la division du territoire en « zones de sismicité » à l'intérieur desquelles l'aléa sismique peut être considérée comme uniforme, constitue une base essentielle pour la définition de règles régissant les constructions résistantes aux séismes. Le zonage sismique s'efforce de classer les régions, suivant le niveau de l'aléa. Un grand nombre de pays adoptent la représentation suivante :

1. Zone 0 : Sismicité négligeable.
2. Zone 1 : Sismicité faible.
3. Zone 2 « a » et « b » : Sismicité moyenne.
4. Zone 3 : Sismicité élevée [4]

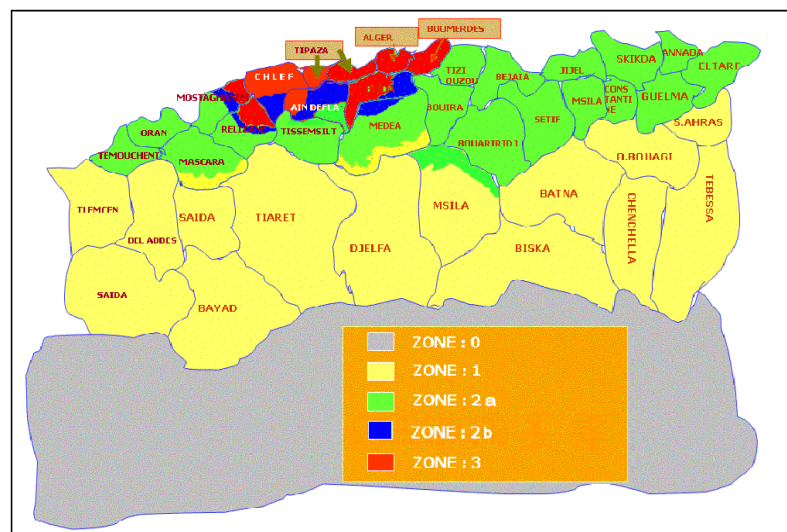


Figure 1.11. Zonage du territoire National

Tableau1.1 Coefficient d'accélération

Groupe	Zone I	Zone IIa	Zone IIb	Zone III	Classification des ouvrages selon leur importance
1A	0.15	0.25	0.30	0.40	Ouvrages d'importance vitale : Sécurité - Hôpitaux
1B	0.12	0.20	0.25	0.30	Ouvrages de grande importance:Scolaire et Culte
2	0.10	0.15	0.20	0.25	Ouvrages courants : Habitations- Bureaux
3	0.07	0.10	0.14	0.18	Ouvrages de faible importance:Hangars

9. Conclusion

Ce chapitre a pour but de clarifier au lecteur comment se produit un séisme, et quels sont les risques de celui-ci sur un ouvrage, ainsi que l'importance de la micro-zonation des zones sujettes à des séismes d'importance moyenne à grande afin de parvenir à une démarche cohérente pour la conception, le calcul et la réalisation de constructions parasismiques.

Chapitre02

Formulation des équations du mouvement et méthodes de résolutions

1. Introduction

En général, les structures ont un comportement élastique tant qu'elles sont soumises à des mouvements de faibles intensités, en revanche il est bien connu que pour les structures destinées à résister à des mouvements majeurs du sol, elles doivent être capables de supporter des déformations inélastiques induisant un comportement non linéaire. Plusieurs modèles hystériques de comportement dynamique non linéaire, variant de modèles relativement simples à des modèles plus compliqués ont été proposés pour prédire la réponse des structures ou d'éléments structuraux soumis à un chargement cyclique [7].

2. Formulation des équations de mouvement

L'objectif initial de l'étude dynamique déterministe d'une structure est la détermination de l'histoire dans le temps des déplacements d'une structure soumise à un chargement donné variable dans le temps. Les expressions mathématiques qui définissent les déplacements dynamiques sont appelées équations du mouvement de la structure ; la résolution de ces équations donne les histoires des déplacements recherchés. La formulation des équations donne les histoires des déplacements recherchés. La formulation des équations du mouvement d'un système dynamique peut fort bien constituer la phase la plus importante de toute l'étude. Pour formuler ces équations quelques méthodes seront présentées :

2.1 Principe de Alembert

Le taux d'accroissement de la quantité de mouvement d'une masse [m] est égal à la force qui lui est appliquée (2^{ème} lois de Newton). Cette relation peut s'exprimer mathématiquement par l'équation différentielle :

$$F(t)_{\Delta t \rightarrow 0} = \frac{\Delta(m\dot{U})}{\Delta t} \quad (2.01)$$

$$F(t) = \frac{d(m\dot{U})}{dt} \quad (2.02)$$

$$F(t) = \frac{m d\dot{U}}{dt} \quad (2.03)$$

$$F(t) = m\ddot{u}$$

$$F(t) - m\ddot{U} = 0 \quad (2.04)$$

Telle qu' $F(t)$ est la résultante de nombreux types de forces agissant sur la masse. Des efforts de contraintes élastiques internes s'opposant aux déplacements ; des forces visqueuses s'opposent aux vitesses ; et de charges extérieures définies de manière indépendante.

$$F(t) = P(t)_{EXT} - P(t)_{INT} \quad (2.05)$$

$$F(t) = P(t) - f_s - f_d \quad (2.06)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} f_s = KU \\ f_d = C\dot{U} \end{cases} \quad (2.07)$$

K et C représentent respectivement la rigidité et le coefficient d'amortissement du système.

Donc :

$$F(t) = P(t) - KU - C\dot{U} \quad (2.08)$$

De (2.4) et (2.7) on a :

$$m\ddot{U} = P(t) - KU - C\dot{U} \quad (2.09)$$

D'où :

$$m\ddot{U} + KU + C\dot{U} = P(t) \quad (2.10)$$

2.2 Principes des travaux virtuels

Si un système en équilibre sous l'action d'un ensemble de forces est soumis à un déplacement virtuel. Alors le travail total de toutes ces forces est nul [6],[7].

$$(f_I + f_D + f_S - P(t))\delta U = 0 \quad (2.11)$$

Avec : $\delta U \neq 0$

Donc :

$$f_I + f_D + f_S = P(t) \quad (2.12)$$

D'où :

$$M\ddot{U} + KU + C\dot{U} = P(t) \quad (2.13)$$

2.3 Principe de HAMILTON (Formulation énergétique)

Cette formulation, à l'opposé de la méthode précédente ne fait intervenir que des grandeurs scalaires désignant par T l'énergie cinétique de système, V son énergie potentielle définie par :

$F_{con} = -gradV$ Où F_{con} représente les forces conservatives, W_{nc} le travail des forces non conservatives. Telles les forces d'amortissement ou les forces extérieures directement appliquées au système ; le principe d'HAMILTON stipule que pour tout intervalle de temps $[t_1, t_2]$ on a :

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - V)dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 \quad (2.14)$$

Où δ désigne la variation arbitraire des quantités T, V . L'énergie cinétique du système est donnée par :

$$T = \frac{1}{2} m\dot{u}^2 \quad (2.15)$$

Son énergie potentielle est donnée par :

$$V = \frac{1}{2} ku^2 \quad (2.16)$$

Le travail des forces non conservatives est égale au travail des forces appliquées et des forces dissipatives :

$$\delta W_{nc} = P(t)\delta u - c\dot{u}\delta u \quad (2.17)$$

Le principe d'HAMILTON s'écrit :

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \left(\frac{1}{2} m\dot{u}^2 - \frac{1}{2} ku^2 \right) dt + \int_{t_1}^{t_2} (P(t)\delta u - c\dot{u}\delta u) dt = 0 \quad (2.18)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} (m\dot{u}\delta\dot{u} - ku\delta u + P(t)\delta u - c\dot{u}\delta u) dt = 0 \quad (2.19)$$

En intégrant par partie le terme $\int_{t_1}^{t_2} m\dot{u}\delta\dot{u} dt$:

$$\delta \dot{u} = \delta \left(\frac{du}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (\delta u) \quad (2.20)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} m \ddot{u} \delta u \, dt = [m \dot{u} \delta u]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} m \dot{u} \delta \dot{u} \, dt = - \int_{t_1}^{t_2} m \dot{u} \delta \dot{u} \, dt \quad (2.21)$$

Il vient :

$$\int_{t_1}^{t_2} [-m \ddot{u} - c \dot{u} - ku + P(t)] \delta u \, dt = 0 \quad (2.22)$$

D'où :

$$M \ddot{U} + KU + C \dot{U} = P(t) \quad (2.23)$$

2.4 Equation du mouvement d'un système à un degré de liberté soumis a une excitation sismique

Dans le cas d'une structure soumise à un séisme, la sollicitation dynamique ne découle pas d'une force explicitement appliqué au système mais d'une force implicite d'inertie causée par le mouvement de la base.

Sur le modèle masse ressort de la figure (2-1) le degré de liberté $U(t)$ représente le déplacement relatif de la masse par rapport à la base. Ainsi la force générée par la rigidité du système est proportionnelle à $U(t)$, la force générée par l'amortissement visqueux du système est proportionnelle à la vitesse relative $dU(t)/dt$, mais la force d'inertie engendrée par la masse du système est proportionnelle à l'accélération totale de celle-ci :

$$\ddot{U}_a(t) = \ddot{U}_{sol}(t) + \ddot{U}(t) \quad (2.24)$$

En appliquant la 2eme loi de Newton :

$$m \ddot{U}_a(t) = -C \dot{U}(t) - KU(t) \quad (2.25)$$

$$m \ddot{U}(t) + m \ddot{U}_{sol}(t) = -C \dot{U}(t) - KU(t) \quad (2.26)$$

$$m \ddot{U}(t) + C \dot{U}(t) + KU(t) = -m \ddot{U}_{sol}(t) \quad (2.27)$$

$$m \ddot{U}(t) + C \dot{U}(t) + KU(t) = P(t) \quad (2.28)$$

Avec :

$$P(t) = -m\ddot{U}_{sol}(t) \quad (2.29)$$

On voit bien que le problème sismique est identique au problème dynamique avec base fixe et une force $P(t)$, tel que $p(t) = -m\ddot{U}_{sol}(t)$.

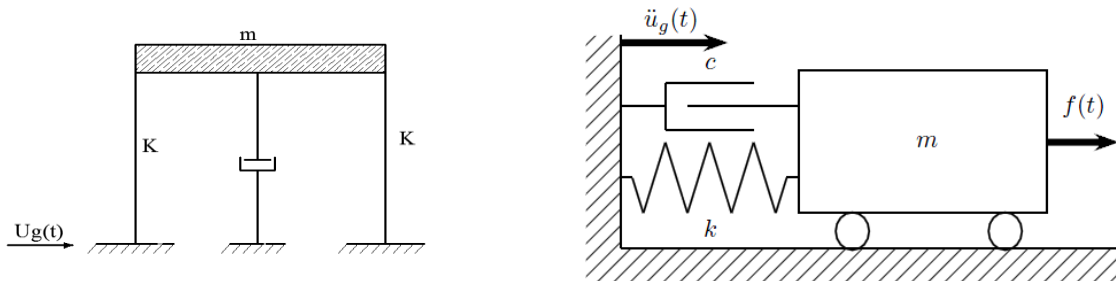


Figure.2.01 Modèle de référence à un degré de liberté

3. lois de comportement des structures

Cette loi de comportement est définie par la relation contraintes – déformation, elle dépend dans le cas le plus général du déplacement $U(t)$ de la structure et de sa vitesse par rapport au support.

3.1 Comportement linéaire

Pour mener avec succès une analyse numérique non linéaire d'une structures, il est toujours lucide de précéder celle-ci par une analyse linéaire puis introduire les sources de non linéarité une à une. En outre, on a souvent recours au modèle linéaire, qui est à la base de l'élaboration des spectres réglementaires. Donc, avant d'entamer la description du comportement non linéaire, on rappellera tout d'abord qu'est ce qu'un comportement linéaire en présentant le modèle élastique linéaire [8].

3.1.1 Modèle élastique linéaire

La relation effort-déplacement du comportement linéaire telle que représentée sur la figure.2.2, est exprimée par :

$$f_S(t) = K \cdot u(t) \quad (2.30)$$

Cette relation est représentée dans le repère (f_S, u) par une droite de pente K égale à la rigidité de la structure.

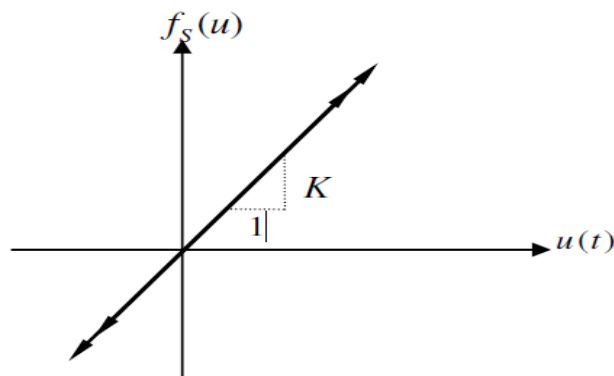


Figure.2.02 Modèle élastique linéaire

Le déplacement relatif atteint sa valeur maximale dans une direction, lorsque la vitesse relative de la structure s'annule. La rigidité étant constante sur l'ensemble de la réponse, tous les points représentatifs du diagramme effort-déplacement appartiennent à la même droite.

4. Les méthodes de résolutions numériques de l'équation du mouvement

On peut concevoir l'étude dynamique comme une extension du calcul statique, moyennant, simplement, l'introduction dans l'équation d'équilibre des forces dynamiques supplémentaires provoquées par le mouvement de l'ouvrage. Ainsi, la relation d'équilibre dynamique s'écrit :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) \quad (2.31)$$

Cette équation comprend en outre les forces de raideur (KU) liées aux déplacements qui caractérisent le problème statique, les forces d'inertie ($M\ddot{U}$) liées au vecteur accélération et les forces d'amortissement ($C\dot{U}$) qui sont associées au vecteur vitesse. La prise en compte de ces forces fonctions du temps, transforme le problème statique posé sous forme d'un système d'équations algébriques en un problème dynamique décrit par un système d'équations différentielles couplées. De ce fait, le calcul dynamique est très différent du calcul statique, et demande bien plus de travail.

L'étude de la réponse dynamique d'une structure dans les zones sièges de secousses sismiques, est synonyme de l'analyse de la réponse sismique. Cette analyse peut être menée en linéaire comme en non linéaire selon que la structure demeure linéaire ou pas.

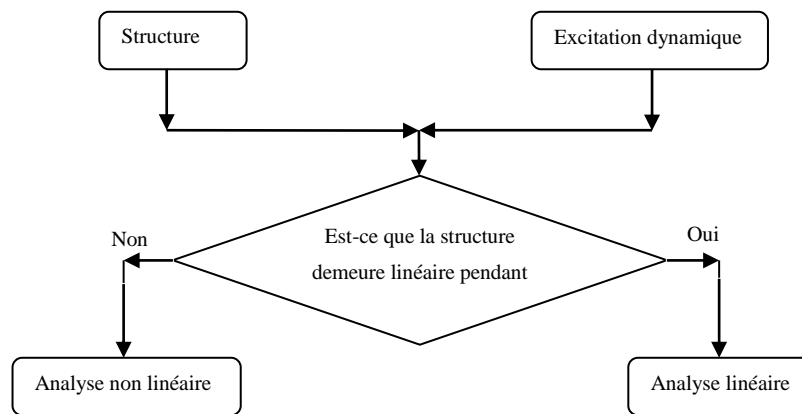


Figure.2.03 Organigramme du choix du type d'analyse dynamique

4.1 Équations du mouvement

On présente à la figure (2.4) une structure soumise à sa base, à l'accélération du sol \ddot{u}_g et dont le Comportement est considéré linéaire.

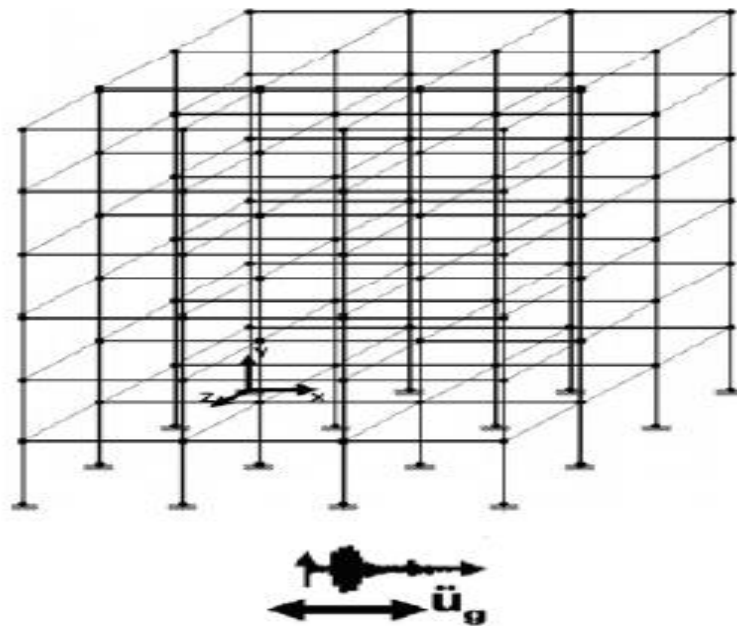


Figure.2.04 Structure soumise à l'accélération du sol

Considérons que la discrétisation spatiale de la structure est faite par éléments finis et que celle-ci est caractérisée par les matrices M, C et K . Ces dernières représentent respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité de l'assemblage d'éléments finis de la structure.

En posant l'hypothèse que le sol de fondation est rigide, on admet que le même mouvement (ou accélération) agit simultanément en tous les points de la fondation de la structure.

L'écriture directe de l'équilibre dynamique du système, donne sous forme matricielle l'ensemble des équations de mouvement de celui-ci :

$$M\ddot{U}_t + C\dot{U} + KU = 0 \quad (2.32)$$

Où :

U : vecteur des déplacements nodaux relatifs par rapport à la base

U_t : Vecteur des déplacements nodaux totaux

0 : Vecteur à N composantes nulles, N le nombre de DDL du système

$M\ddot{U}_t$: forces d'inertie agissant sur le système

$C\dot{U}$: Forces d'amortissement agissant sur le système

KU : forces de rappel élastique agissant sur le système

Par ailleurs, la règle de composition des déplacements permet d'exprimer le déplacement absolu en fonction du déplacement relatif par :

$$U_t = U + ru_g \quad (2.33)$$

Où r est le vecteur de couplage dynamique, qui relie la direction du mouvement à la base avec la direction de chaque degré de liberté.

En tenant compte de l'équation (2.32), l'équation (2.31) devient :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M.r.\ddot{u}_g(t) = P(t) \quad (2.34)$$

Cette dernière équation représente les équations du mouvement d'un système présentant un comportement linéaire sous sollicitation sismique.

La résolution du système (2.33), peut ce faire soit par les méthodes d'intégration directes pas à pas dans le temps, ou par la méthode de superposition modale. C'est cette dernière, qui est généralement utilisé quand il s'agit de la résolution de systèmes linéaires [9].

4.2 Méthode de résolutions

4.2.1 La méthode de superposition modale

La méthode modale ou de superposition modale est une technique très utile pour déterminer la réponse dynamique d'un système linéaire à plusieurs degrés de libertés soumis à un chargement dynamique (ou l'accélération à la base) quelconque. Contrairement à la méthode d'intégration directe où aucune transformation des

équations en quelque autres formes n'est effectuée, dans la méthode modale les équations doivent être découplées, chacune de ces équations ainsi obtenu est intégrée explicitement ou numériquement. La solution cherchée est une combinaison linéaire des solutions d'équations découplées.

La stratégie de base de l'analyse modale consiste à introduire une transformation linéaire des variables, en utilisant la matrice modale $[\Phi]$. Cette transformation convertie les équations différentielles des coordonnées géométriques en un nouveau système de coordonnées généralisées [8,10,11].

$$\{u\} = [\Phi]\{y\} \equiv U = \Phi Y \quad (2.35)$$

où :

U : Vecteur de coordonnées géométriques des déplacements.

Y : Vecteur de coordonnées généralisées des déplacements.

Φ : La matrice modale qui permet de passer des coordonnées généralisées aux coordonnées géométriques.

- Découplage des équations du mouvement

En remplaçant l'équation (2.34) dans l'équation (2.33).

$$M\Phi\ddot{Y} + C\Phi\dot{Y} + K\Phi Y = P(t) \quad (2.36)$$

En pré multipliant l'équation (2.35) par la transposée d'un mode de vibration Φ_L^T :

$$\Phi_i^T M\Phi\ddot{Y} + \Phi_i^T C\Phi\dot{Y} + \Phi_i^T K\Phi Y = \Phi_i^T P(t) \quad (2.37)$$

En utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes de vibration, pour $i \neq j$:

$$\Phi_i^T M\Phi_j = 0 \quad (2.38)$$

$$\Phi_i^T K\Phi_j = 0$$

Et en supposant aussi que la propriété d'orthogonalité s'applique à la matrice d'amortissement C , pour $i \neq j$:

$$\Phi_i^T C\Phi_j = 0 \quad (2.39)$$

Alors une seule relation en y_i de l'équation (2.36) demeure :

$$M_i\ddot{y}_i + C_i\dot{y}_i + K_i y_i = P_i(t) \quad (2.40)$$

Avec :

$M_i = \Phi_i^T [M]\Phi_i$: Masse généralisée du mode i

$C_i = \Phi_i^T [c] \Phi_i$: Amortissement généralisé du mode i

$K_i = \Phi_i^T [K] \Phi_i$: Rigidité généralisée du mode i

$P_i(t) = \Phi_i^T P(t)$: Force généralisée du mode i

En divisant l'équation (2.39) par M_i , on obtient :

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \frac{P_i(t)}{M_i} \quad (2.41)$$

Avec :

$$\omega_i^2 = \frac{K_i}{M_i} \quad (2.42)$$

$$\xi_i = \frac{C_i}{2 \cdot \omega_i \cdot M_i}$$

Où :

ω_i : Pulsation propre du mode de vibration i

ξ_i : Facteur d'amortissement du mode de vibration i

Pour chaque mode considéré i , on peut effectuer la résolution de l'équation (2.40), soit par intégration direct pas à pas, soit en utilisant une décomposition de la sollicitation en série de Fourier, soit en appliquant l'intégrale de Duhamel [8].

La réponse pour le mode i en utilisant l'intégral de Duhamel s'écrit :

$$y_i(t) = \frac{1}{M_i \omega_{D_i}} \int_0^L P_i(\tau) e^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \sin \omega_{D_i} (t - \tau) d\tau \quad (2.43)$$

Où :

$$\omega_{D_i} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (2.44)$$

Avec :

ω_{D_i} : Pulsation des vibrations amortie du mode i

Après avoir trouvé la solution de chacune des coordonnées généralisées y_i , on détermine la réponse de chaque DDL en utilisant la transformation de l'équation (2.34).

La réponse géométrique d'un DDL particulier $U_i(t)$ s'obtient par :

$$U_i(t) = \sum_{j=1}^n \Phi_j^i y_j(t) \quad (2.45)$$

Φ_j^i : Degré de liberté i du mode j ($i^{ème}$ composante du $j^{ème}$ vecteur modal)

4.2.2 Méthodes d'intégration directe pas à pas

Les seules méthodes disponibles pour calculer la réponse de systèmes linéaires et non linéaires sont les méthodes d'intégration directe pas à pas dans le temps [10,11]. Ces méthodes déterminent des valeurs approximatives de la solution pour un ensemble choisi de valeurs de temps. Le principe de ces méthodes se résume à (i) supposer des fonctions décrivant les variations du déplacement, de la vitesse et de l'accélération durant un intervalle de temps et (ii) satisfaire l'équation de mouvement, non pas à tout instant t , mais à une suite discrète de pas de temps séparés par un intervalle commun Δt , soient à $[0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, t - \Delta t, t, t + \Delta t, \dots, t_d]$, ou t_d est la durée totale du chargement [10,11]. Cet intervalle de temps est appelé pas de temps. La précision des résultats, la stabilité de la solution et la durée totale du calcul dépend de la longueur du pas de temps et du choix de la fonction décrivant la variation du déplacement, de la vitesse et de l'accélération.

On distingue l'intégration dans le temps explicite et implicite. Si la méthode de calcul ne dépend uniquement que de la solution à l'étape précédente (c'est-à-dire au temps t), la méthode est dite explicite. Si la solution au temps $t + \Delta t$ dépend non seulement des résultats au temps t , mais aussi des résultats à l'étape courante $t + \Delta t$, la méthode est dite implicite.

Les méthodes d'intégration temporelle qui nécessitent l'utilisation d'un pas de temps Δt plus petit qu'un pas de temps critique Δt_{cr} sont dites conditionnellement stables. Dans le cas contraire, elles sont dites inconditionnellement stables. Toutes les méthodes explicites sont conditionnellement stables. Celle implicites, peuvent être conditionnellement ou inconditionnellement stables.

4.2.2.1 Famille d'algorithmes de Newmark

a) Méthode de l'accélération moyenne constante

L'hypothèse de base de cette méthode soutient que l'accélération relative de chaque DDL est constant durant un pas de temps et que les propriétés du système ne changent pas pendant ce laps de temps.

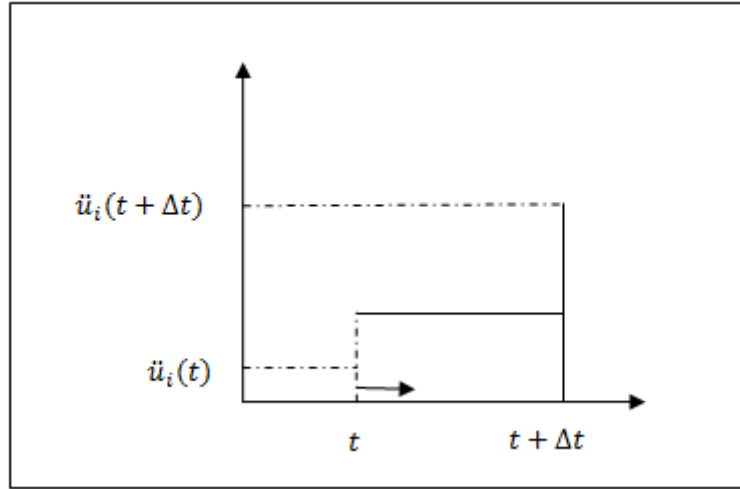


Figure.2.05 Hypothèse de l'accélération moyenne constante

L'accélération relative du DDL i pendant un pas de temps s'écrit comme suit :

$$\ddot{U}_i(\tau) = \frac{1}{2} [\ddot{U}_i(t) + \ddot{U}_i(t + \Delta t)] \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (2.46)$$

On obtient alors la vitesse relative du DDL i pendant un pas de temps en intégrant l'équation (2.45).

$$\dot{u}_i(\tau) = \dot{u}_i(t) + \int_t^\tau \ddot{u}_i(\tau) d\tau \quad (2.47)$$

$$\dot{u}_i(\tau) = \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} (\tau - t) [\ddot{U}_i(t) + \ddot{U}_i(t + \Delta t)] \quad (2.48)$$

La vitesse à la fin du pas de temps s'écrit :

$$\dot{u}_i(t + \Delta t) = \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t [\ddot{U}_i(t) + \ddot{U}_i(t + \Delta t)] \quad (2.49)$$

$$\dot{u}_i(t + \Delta t) = \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t [2\ddot{U}_i(t) + \Delta\ddot{U}_i(t)]$$

L'incrément de vitesse durant le pas de temps est :

$$\Delta\dot{U}_i(t) = \dot{u}_i(t + \Delta t) - \dot{u}_i(t) = \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t [2\ddot{U}_i(t) + \Delta\ddot{U}_i(t)] \quad (2.50)$$

En combinant tous les degrés de liberté, on peut écrire une expression pour le vecteur des incréments de vitesse.

$$\Delta\dot{U}(t) = \frac{1}{2} \Delta t [2\ddot{U}(t) + \Delta\ddot{U}(t)] \quad (2.51)$$

De la même manière, le déplacement relatif du DDL i pendant un pas de temps peut s'écrire comme suit :

$$u_i(\tau) = u_i(t) + \int_t^\tau \dot{u}_i(\tau) d\tau \quad (2.52)$$

On remplace l'équation (2.47) dans l'équation (2.51)

$$u_i(\tau) = u_i(t) + (\tau - t)\dot{u}_i(t) + \frac{1}{4}(\tau - t)^2[\ddot{U}_i(t) + \ddot{U}_i(t + \Delta t)] \quad (2.53)$$

L'incrément de déplacement durant le pas de temps est :

$$\Delta u_i(t) = u_i(t + \Delta t) - u_i(t) + \Delta t \dot{u}_i(t) + (\Delta t)^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}_i(t) + \frac{1}{4} \Delta \ddot{U}_i(t) \right] \quad (2.54)$$

En combinant tous les DDL, on peut écrire une expression pour le vecteur des incréments de déplacements

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + (\Delta t)^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \frac{1}{4} \Delta \ddot{U}(t) \right] \quad (2.55)$$

b) Méthode de l'accélération linéaire

L'hypothèse de base de cette méthode sous-entend que l'accélération relative de chaque DDL varie de façon linéaire durant un pas de temps alors que les propriétés du système demeurent constantes pendant ce laps de temps.

L'accélération relative du DDL i pendant un pas de temps s'écrit comme suit :

$$\ddot{u}_i(\tau) = \ddot{u}_i(t) + \left[\frac{\tau - t}{\Delta t} \right] [\ddot{u}_i(t + \Delta t) - \ddot{u}_i(t)] \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (2.56)$$

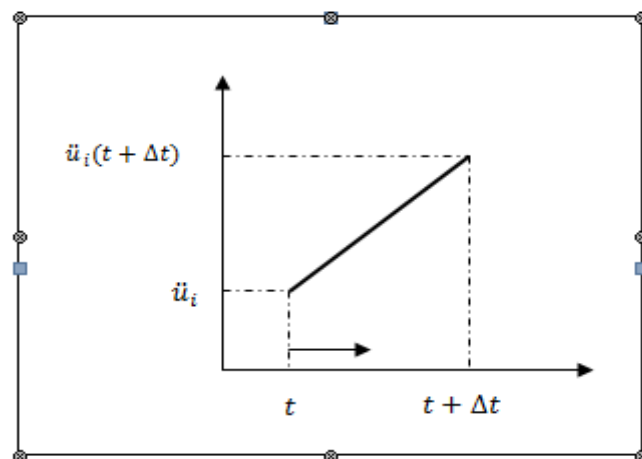


Figure.2.06 Hypothèse de l'accélération linéaire

On obtient la vitesse relative du DDL i pendant un pas de temps en intégrant l'équation (2.57) précédente.

$$\dot{u}_i(\tau) = \dot{u}_i(t) + (\tau - t)\ddot{u}_i(t) + \left[\frac{(\tau - t)^2}{2\Delta t} \right] [\ddot{u}_i(t + \Delta t) - \ddot{u}_i(t)] \quad (2.58)$$

$$t \leq \tau \leq t + \Delta t$$

La vitesse à la fin du pas de temps est :

$$\dot{u}_i(t + \Delta t) = \dot{u}_i(t) + \Delta t \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \ddot{u}_i(t) \quad (2.59)$$

L'incrément de vitesse durant le pas de temps s'écrit :

$$\Delta \dot{u}_i(t) = \Delta t \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \ddot{u}_i(t) \quad (2.60)$$

En combinant tout les DDL, l'expression du vecteur des incréments de vitesses s'écrit :

$$\Delta \dot{U}(t) = \Delta t \ddot{U}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \ddot{U}(t) \quad (2.61)$$

De la même façon, le déplacement relatif du DDL i pendant un pas de temps peut s'écrire :

$$u_i(\tau) = u_i(t) + \dot{u}_i(t)(\tau - t) + \frac{1}{2}(\tau - t)^2 \ddot{u}_i(t) + \left[\frac{(\tau - t)^3}{6\Delta t} \right] \Delta \ddot{u}_i(t) , \quad (2.62)$$

$$t \leq \tau \leq t + \Delta t$$

L'incrément de déplacement durant le pas de temps s'obtient par :

$$\Delta u_i(t) = u_i(t + \Delta t) - u_i(t) = \Delta t \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \left[\ddot{u}_i(t) + \frac{1}{6} \Delta \ddot{u}_i(t) \right] \quad (2.63)$$

En combinant les DDL, on peut écrire une expression pour le vecteur des incréments de déplacement

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \frac{1}{6} \Delta \ddot{U}(t) \right] \quad (2.64)$$

c) Algorithme de Newmark

L'algorithme implicite de Newmark et très utile en programmation, il combine la méthode de l'accélération moyenne constante avec la méthode d'accélération linéaire.

Cet algorithme dépend de deux paramètres γ et β . Le vecteur des incréments de vitesses et de déplacements s'écrivent d'une façon générale.

$$\Delta \dot{U}(t) = \Delta t \ddot{U}(t) + \gamma \Delta t \Delta \ddot{U}(t) \quad (2.65)$$

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \beta \Delta \ddot{U}(t) \right] \quad (2.66)$$

Des choix particuliers de γ et β permettent de retrouver les schémas d'intégration précédents

- Accélération moyenne constante $\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}$

- Accélération linéaire $\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{6}$

4.2.2.2 Intégration des équations de mouvement

Pour résoudre les vecteurs des déplacements, des vitesses et des accélérations à chaque pas de temps, on considère le vecteur des déplacements, $U(t)$ comme variable de base.

On écrit l'équation (2.62) en fonction du vecteur des incréments des accélérations

$$\Delta \ddot{U}(t) = \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \right] \Delta U(t) - \left[\frac{1}{\beta \Delta t} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{1}{2\beta} \right] \ddot{U}(t) \quad (2.67)$$

On remplace l'équation (2.63) dans l'équation (2.61) on obtient :

$$\Delta \dot{U}(t) = \Delta t \ddot{U}(t) + \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right] \Delta U(t) - \left[\frac{\gamma}{\beta} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{\gamma \Delta t}{2\beta} \right] \ddot{U}(t) \quad (2.68)$$

Afin de garder une seule variable au problème, on remplace les équations (2.63) et (2.64) dans les équations incrémentales du mouvement.

$$\begin{aligned} M \left(\left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \right] \Delta U(t) - \left[\frac{1}{\beta \Delta t} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{1}{2\beta} \right] \ddot{U}(t) \right) \\ + C(t) \left(\left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right] \Delta U(t) - \left[\frac{\gamma}{\beta} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right] \ddot{U}(t) \right) K(t) \Delta U(t) \\ = -Mr \Delta \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (2.69)$$

L'équation (2.65) peut se mettre sous la forme :

$$\tilde{K}(t) \Delta U(t) = \Delta \tilde{P}(t) \quad (2.70)$$

Où :

$$\tilde{K}(t) = K(t) + \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \right] M + \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right] C(t) \quad (2.71)$$

$$\Delta \tilde{P}(t) = -Mr \Delta \ddot{u}_g(t) + M \left(\left[\frac{1}{\beta \Delta t} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{1}{2\beta} \right] \ddot{U}(t) \right) + \quad (2.72)$$

$$C(t) \left(\left[\frac{\gamma}{\beta} \right] \Delta \dot{U}(t) - \left[\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right] \Delta \ddot{U}(t) \right)$$

L'équation (2.64) est un système d'équations linéaire que l'on peut résoudre pour obtenir le vecteur des incréments des déplacements. Après, on obtient le vecteur des incréments de vitesse avec l'équation (2.63). Les vecteurs des déplacements et des vitesses au début du prochain pas de temps sont calculés par :

$$U(t + \Delta t) = U(t) + \Delta U(t) \quad (2.73)$$

$$\dot{U}(t + \Delta t) = \dot{U}(t) + \Delta \dot{U}(t)$$

On pourrait résoudre le vecteur des incréments des accélérations à l'aide de l'équation (2.62). Une autre façon de procéder est de calculer le vecteur des accélérations pour le prochain pas d'intégration à l'aide de l'équation du mouvement [12].

$$\ddot{U}(t + \Delta t) = M^{-1} [-M r \ddot{u}_g(t + \Delta t) - F_D(t + \Delta t) - F_s(t + \Delta t)] \quad (2.74)$$

Où :

$$F_D(t + \Delta t) = F_D(t) + C(t) \Delta \dot{U}(t) \quad (2.75)$$

$$F_s(t + \Delta t) = F_s(t) + K(t) \Delta U(t)$$

d) Conditions de stabilité et précision des résultats

Pour un système linéaire, la méthode de l'accélération moyenne constante ($\gamma = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$) est inconditionnellement stable quelque soit le pas d'intégration utilisé. Afin d'obtenir une précision raisonnable pour système non linéaire, on suggère de faire une première passe avec un pas d'intégration qui répond à l'équation [8,12] :

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0.02 \quad (2.76)$$

Où : T_n représente la plus petite période naturelle que l'on désire considérer dans l'analyse.

Dans un système linéaire, la méthode de l'accélération linéaire est conditionnellement stable. La condition de stabilité [8,12] est :

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0.55 \quad (2.77)$$

Dans le cas d'une analyse sismique, le pas d'intégration doit être beaucoup plus petit que la valeur donnée par l'équation, afin de représenter avec précision l'accélérogramme. On peut rendre la méthode de l'accélération linéaire inconditionnellement stable par l'algorithme de Wilson- θ .

4.2.2.3 Méthode de Houbolt

La méthode de Houbolt, est une des méthodes les plus anciennes d'intégration directe des équations du mouvement en dynamique des structures. Développée pour le calcul de la réponse forcée des structures aéronautiques, elle est maintenant surpassée par des méthodes beaucoup plus précises ou ne demandant pas de procédure de départ spéciales.

$$\dot{u}_{n+1} = \frac{1}{6\Delta t} (11u_{n+1} - 18u_n + 9u_{n-1} - 2u_{n-2}) \quad (2.78)$$

$$\ddot{u}_{n+1} = \hat{p}_n \frac{1}{\Delta t^2} (2u_{n+1} - 5u_n + 4u_{n-1} - u_{n-2}) \quad (2.79)$$

La solution au temps t_{n+1} est obtenue en substituant (2.74) et (2.75) dans les équations du mouvement exprimées au temps t_{n+1} .

$$M\ddot{u}_0 + C\dot{u}_0 + Ku_0 = p(t) \quad (2.80)$$

Qui, après réarrangement, s'écrit :

$$\hat{K}u_{n+1} = \hat{p}_{n+1} \quad (2.81)$$

$$\hat{K} = \frac{2}{\Delta t^2} M + \frac{11}{6\Delta t} C \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned} \hat{p}_{n+1} = p_{n+1} + M & \left[\frac{5}{\Delta t^2} u_n - \frac{4}{\Delta t^2} u_{n-1} - \frac{1}{\Delta t^2} u_{n-2} \right] \\ & + C \left[\frac{3}{\Delta t} u_n - \frac{3}{2\Delta t} u_{n-1} + \frac{1}{3\Delta t} u_{n-2} \right] \end{aligned} \quad (2.83)$$

La méthode de Houbolt est une méthode implicite à trois pas u_{n+1} dépend de u_{n-2}, u_{n-1} et u_n inconditionnellement stable avec une précision de second ordre. Les erreurs d'amplitude et de périodicité des solutions ont contribué grandement à

l'abondant de cette méthode qui présente plus un autre inconvénient majeur. En effet, on voit que, d'après l'équation (2.79), que la solution au temps courant u_{n+1} dépend des déplacements u_n, u_{n-1} et u_{n-2} . La connaissance des conditions u_0, \dot{u}_0 et \ddot{u}_0 ne suffit donc pas à démarrer la méthode et il faut avoir recours à une procédure spéciale. En général, on utilise une méthode conditionnellement stable comme la méthode des différences centrées pour calculer les déplacements u_1 et u_2 avant d'enclencher la méthode de Houbolt [11].

4.2.2.4 Méthode de Wilson θ

La méthode Wilson- θ est une extension de la méthode de Newmark avec accélération linéaire afin de la rendre inconditionnellement stable. On suppose que l'accélération varie linéairement dans un intervalle de temps allant de $t_n = n\Delta t$ au temps $t_{n+\theta} = t_n + \theta\Delta t$, où $\theta \geq 1,0$.

Soit τ la variable d'intégration qui varie de 0 à $\theta\Delta t$, c'est-à-dire $0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$. L'hypothèse d'une variation linéaire de l'accélération s'exprime :

$$\ddot{u}(t_n + \tau) = \ddot{u}_n + \frac{\tau}{\theta\Delta t}(\ddot{u}_{n+\theta} - \ddot{u}_n) \quad (2.84)$$

Après intégration de (2.80), nous obtenons l'expression de la vitesse :

$$\dot{u}(t_n + \tau) = \dot{u}_n + \ddot{u}_n\tau + \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t}(\ddot{u}_{n+\theta} - \ddot{u}_n) \quad (2.85)$$

Et, après une seconde intégration, nous obtenons le déplacement :

$$u(t_n + \tau) = u_n + \dot{u}_n\tau + \frac{\tau^2}{2}\ddot{u}_n + \frac{\tau^3}{6\theta\Delta t}(\ddot{u}_{n+\theta} - \ddot{u}_n) \quad (2.86)$$

D'après les équations (2.81) et (2.82), la vitesse et le déplacement évalués au temps $t_{n+1} = t_n + \theta\Delta t$, soit $\tau = \theta\Delta t$, s'expriment :

$$\dot{u}(t_n + \tau) = \dot{u}_n + \frac{\theta\Delta t}{2}(\ddot{u}_{n+\theta} - \ddot{u}_n) \quad (2.87)$$

$$u_{n+\theta} = u_n + \theta\Delta t\dot{u}_n + \frac{\theta\Delta t^2}{6}(\ddot{u}_{n+\theta} - 2\ddot{u}_n) \quad (2.88)$$

Où l'on voit que la méthode est implicite car la vitesse et le déplacement évalués à $t_{n+\theta}$ dépend de l'accélération à $t_{n+\theta}$. La transformation de la méthode Wilson- θ à une forme directe est similaire à la même transformation pour les méthodes de Newmark. Des équations (2.83) et (2.84), on peut déduire $\ddot{u}_{n+\theta}$ et $\dot{u}_{n+\theta}$ en fonction de $u_{n+\theta}$ soit :

$$\ddot{u}_{n+\theta} = \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}(u_{n+\theta} - u_n) - \frac{6}{\theta\Delta t}\dot{u}_n - 2\ddot{u}_n \quad (2.89)$$

$$\dot{u}_{n+\theta} = \frac{3}{\theta\Delta t}(u_{n+\theta} - u_n) - 2\dot{u}_n - \frac{\theta\Delta t}{2}\ddot{u}_n \quad (2.90)$$

Pour calculer le déplacement, la vitesse et l'accélération au temps $t_{n+\theta}$, écrivons l'équation d'équilibre dynamique au temps $t_{n+\theta}$:

$$M\ddot{u}_{n+\theta} + C\dot{u}_{n+\theta} + Ku_{n+\theta} = \hat{p}_{n+\theta} \quad (2.91)$$

Où $\hat{p}_{n+\theta}$ n'est pas connu. Puisqu'on suppose que les accélérations varient linéairement, on utilisera une projection linéaire du vecteur de chargement au temps $t_{n+\theta}$, qu'on exprime :

$$\hat{p}_{n+\theta} = p_n + \theta(p_{n+1} - p_n) \quad (2.92)$$

Après avoir remplacé (2.85) et (2.86) dans (2.87), nous obtenons :

$$\hat{K}u_{n+\theta} = \hat{p}_{n+\theta} \quad (2.93)$$

Où :

$$\hat{K} = K + \frac{6}{\theta\Delta t^2}M + \frac{3}{\theta\Delta t}C \quad (2.94)$$

Et :

$$\begin{aligned} \hat{p}_{n+\theta} = p_n + \theta(p_{n+1} - p_n) + M \left(\frac{6}{\theta\Delta t^2}u_n + \frac{6}{\theta\Delta t}\dot{u}_n + 2\ddot{u}_n \right) \\ + C \left(\frac{3}{\theta\Delta t}u_n + 2\dot{u}_n + \frac{\theta\Delta t}{2}\ddot{u}_n \right) \end{aligned} \quad (2.95)$$

Après avoir déterminé $u_{n+\theta}$ de (2.88), on calcule $\dot{u}_{n+\theta}$ et $\ddot{u}_{n+\theta}$ de (2.83) et (2.84). On calcule ensuite \dot{u}_{n+1} , \ddot{u}_{n+1} et u_{n+1} en évaluant les équations (2.89), (2.80) et (2.81) à $\tau = \Delta t$; on obtient donc :

$$\ddot{u}_{n+1} = \ddot{u}_n + \frac{1}{\theta} \left[\frac{6}{(\theta\Delta t)^2}(u_{n+\theta} - u_n) - \frac{6}{\theta\Delta t}\dot{u}_n - 3\ddot{u}_n \right] \quad (2.96)$$

$$\dot{u}_{n+\theta} = \dot{u}_n + \frac{\Delta t}{2} [\ddot{u}_{n+1} + \ddot{u}_n] \quad (2.97)$$

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t\dot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{6} [\ddot{u}_{n+1} + 2\ddot{u}_n] \quad (2.98)$$

On montre que la méthode de Wilson θ est inconditionnellement stable pour $\theta \geq 1,37$. On utilise généralement $\theta = 1,40$ [11].

4.2.2.5 Méthode de collocation

Les méthodes de collocation permettent d'unifier les trois méthodes précédentes. Dans ces méthodes, on aura recours à un point de collocation situé à l'extérieur de l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$ pour évaluer la force externe ainsi que les réponses en accélération, vitesse et déplacement avant d'obtenir leurs valeurs à $t_{n+1} = t_n + \Delta t$.

L'équation d'équilibre à $t_{n+\theta} = t_n + \theta\Delta t$ s'écrit :

$$M\ddot{u}_{n+\theta} + C\dot{u}_{n+\theta} + Ku_{n+\theta} = p_{n+\theta} \quad (2.99)$$

Où $\theta \geq 1$ est le paramètre de collocation. Les vecteurs des accélérations, des vitesses et des déplacements évalués à $t_{n+\theta}$ s'expriment :

$$\ddot{u}_{n+1} = (1 + \theta) \ddot{u}_n + \theta \ddot{u}_{n+\theta} \quad (2.100)$$

$$\dot{u}_{n+\theta} = \dot{u}_n + \theta\Delta t(1 - \gamma)\ddot{u}_n + \theta\Delta t\gamma\ddot{u}_{n+\theta} \quad (2.101)$$

$$u_{n+1} = u_n + \theta\Delta t\dot{u}_n + (\theta\Delta t)^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_n + (\theta\Delta t)^2 \beta \ddot{u}_{n+\theta} \quad (2.102)$$

Le vecteur de force s'écrit :

$$p_{n+\theta} = (1 + \theta)p_n + \theta p_{n+1} \quad (2.103)$$

Le vecteur des accélérations s'obtient de (2.95) et revient à une extrapolation linéaire ; les vecteurs des vitesses et des déplacements au temps t_{n+1} s'obtiennent des formules standard de Newmark en remplaçant $\theta = 1$ dans (2.96) et (2.97).

$$\ddot{u}_{n+1} = \ddot{u}_n + \frac{1}{\theta} (\ddot{u}_{n+\theta} - \ddot{u}_n) \quad (2.104)$$

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t(1 - \gamma)\ddot{u}_n + \Delta t\gamma\ddot{u}_{n+1} \quad (2.105)$$

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t\dot{u}_n + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_n + \Delta t^2 \beta \ddot{u}_{n+1} \quad (2.106)$$

Pour $\theta = 1$, $\gamma = 1/2$ et $\beta = 1/4$, on a la méthode de l'accélération moyenne. Pour $\theta = 1$, $\gamma = 1/2$ et $\beta = 1/6$, on a la méthode de l'accélération linéaire. Pour $\theta > 1$, $\gamma = 1/2$ et $\beta = 1/6$, on a la méthode Wilson- θ . Une précision du deuxième ordre est obtenue avec $\gamma = 1/2$. La stabilité inconditionnelle est assurée pour :

$$\gamma = 1/2, \quad \theta \geq 1, \quad \frac{2\theta^2 - 1}{4(2\theta^3 - 1)} \leq \beta \leq \frac{\theta}{2(\theta + 1)} \quad (2.107)$$

4.2.2.6 Méthode de HHT- α

Il est nécessaire de filtrer les hautes fréquences parasites qui sont des artefacts de la modélisation par éléments finis. En fait une certaine dose d'amortissement numérique permet de contrôler ces vibrations parasites.

On verra que l'erreur locale de troncature de la méthode de Newmark est de la forme $\tau(t) = O(\Delta t^m)$ où m est le taux de convergence. Pour la méthode de Newmark, pour $\gamma = 1/2$, on a $m = 2$, on dit qu'on a une précision du second ordre et $m = 1$, la précision est du premier ordre, pour toute autre valeur de γ . On verra aussi que la méthode de Newmark ne présente pas d'amortissement numérique pour $\gamma = 1/2$. L'introduction d'amortissement numérique dégrade donc la précision de la méthode de Newmark. Hilbert, Hughes et Taylor, on propose ici une méthode qui produit un amortissement numérique des modes supérieurs tout en gardant un taux de convergence du second ordre, sans souffrir des problèmes de sur estimation de la réponse des méthodes de collocation. Cette méthode est connue sous le nom de méthode de α . Mais nous l'appellerons méthode HHT- α . Elle garde les équations aux différences de Newmark et modifie les équations d'équilibre dynamique comme suit :

$$\begin{aligned} M\ddot{u}_{n+1} + (1 + \alpha)C\dot{u}_{n+1} - \alpha C\dot{u}_n + (1 + \alpha)Ku_{n+1} - \alpha Ku_n \\ = (1 + \alpha)p_{n+1} + \alpha p_n \end{aligned} \quad (2.108)$$

La mise en œuvre de ce schéma d'intégration se fait de façon similaire aux schémas de Newmark. Après substitution on obtient :

$$\hat{K}u_{n+1} = \hat{p}_{n+1} \quad (2.109)$$

Dans laquelle ;

$$\hat{K} = (1 + \alpha)K + (1 + \alpha)\frac{\gamma}{\beta\Delta t}C + \frac{1}{\beta\Delta t^2}M \quad (2.110)$$

$$\begin{aligned} \hat{p}_{n+1} = (1 + \alpha)p_{n+1} - \alpha p_n + M \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2}u_n + \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_n + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_n \right] + \\ C \left[(1 + \alpha)\frac{\gamma}{\beta\Delta t}u_n + (1 + \alpha)\left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\dot{u}_n \right. \\ \left. + (1 + \alpha)\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\Delta t\ddot{u}_n \right] \end{aligned} \quad (2.111)$$

Où l'on constate que, pour $\alpha = 0$, la méthode HHT- α se réduit à la méthode de Newmark. Si l'on choisit $\alpha \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right]$, $\gamma = (1 - 2\alpha)/2$ et $\beta = (1 - \alpha)^2/4$, on obtient un schéma d'intégration inconditionnellement stable de second ordre. Une diminution de α , qui est un terme négatif, entraîne une augmentation de la dissipation numérique d'énergie. L'algorithme de la méthode HHT- α est similaire à la méthode de Newmark.

5. Conclusion

Au long de ce chapitre, on a essayé d'exposer les quelques méthodes de résolutions rencontrées au cours de notre recherche bibliographique et citer par des références, ces méthodes peuvent être séparées en deux ensembles, les méthodes qui traitent les problèmes linéaires et les méthodes dédiées aux problèmes non linéaires.

Chapitre 03

Résolution des problèmes linéaires par la méthode des éléments finis

1. Introduction

La méthode des éléments finis est communément utilisée aujourd'hui pour l'analyse des structures dans de nombreux domaines de l'industrie: aérospatial, nucléaire, génie civil, construction navale, mécanique, techniques off-shore, etc....

Les barres comme les poutres, forment généralement l'ossature de la majorité des structures, l'étude de ces structures est basée donc sur ces éléments.

Comme notre étude se portera sur les structures portantes formées spécialement par des éléments poutre. Ce présent chapitre est consacré à la formulation en éléments finis de l'élément poutre pour un comportement flexionnel et axial.

2. La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est apparue vers 1955, en même temps que les ordinateurs puissants. D'abord appliquée au calcul des structures et solides, elle a pris, dès 1965, une extension fantastique, lorsqu'on a réalisé qu'elle représentait, en fait, une méthode générale de résolution numérique des problèmes aux limites. Tout phénomène physique, dont la modélisation conduit à des équations différentielles avec des conditions aux limites, lui devenait accessible: structure, solide, chaleur, fluide, combustion, électromagnétique, acoustique...etc. [13].

Le succès initial et actuel de la méthode des éléments finis auprès des ingénieurs confrontés au calcul des structures tient aussi du point de vue physique qu'on peut en donner. Cet aspect essentiel de la méthode est étroitement lié à ses premiers développements, qui s'inspirent directement du calcul des structures en barres et en poutres par la méthode des déplacements, d'une part, et d'un procédé de découpage-assemblage familier aux ingénieurs, d'autre part [13]. Le principe de base de la méthode consiste à discrétiser le domaine physique à traiter en plusieurs sous domaines simples appelés éléments finis à dimensions non infinitésimales, et utiliser l'approximation nodale sur chaque élément, puis à assembler pour reconstituer le domaine original.

Sans pour autant d'écrire en détail la résolution d'un problème physique par la méthode des éléments finis qui est bien connue [13,14], en résumé celle-ci suit généralement les étapes suivantes

2.1 Les étapes de la méthode des éléments finis

Étape 1 : Formulation des équations gouvernantes et des conditions aux limites.

La majorité des problèmes d'ingénierie sont décrits par des équations différentielles aux dérivées partielles associées à des conditions aux limites définies sur un domaine et son contour. L'application de la MEF exige une réécriture de ces équations sous forme intégrale. La formulation faible est souvent utilisée pour inclure les conditions aux limites.

Étape 2 : Division du domaine en sous domaines.

Cette étape consiste à discrétiser le domaine en éléments et calculer les connectivités de chacun ainsi que les coordonnées de ses nœuds. Elle constitue ainsi la phase de préparation des données géométriques.

Étape 3 : Approximation sur un élément.

Dans chaque élément la variable tel que le déplacement, la pression, la température, est approximée par une simple fonction linéaire, polynomiale ou autre. Le degré du polynôme d'interpolation est relié au nombre de nœuds de l'élément. L'approximation nodale est appropriée. C'est dans cette étape que se fait la construction des matrices élémentaires.

Étape 4 : Assemblage et application des conditions aux limites.

Toutes les propriétés de l'élément (masse, rigidité,...) doivent être assemblées afin de former le système algébrique pour les valeurs nodales des variables physiques.

C'est à ce niveau qu'on utilise les connectivités calculées à l'étape 2 pour construire les matrices globales à partir des matrices élémentaires.

Étape 5 : Résolution du système global.

Le système global peut être linéaire ou non linéaire. Il peut définir soit un problème d'équilibre, de valeurs critiques ou de propagation.

Le problème d'équilibre concerne les cas statiques et les cas stationnaires. Dans un problème de valeurs critiques, on s'intéresse aux fréquences et aux modes propres de vibrations du système physique étudié. Les problèmes de propagations, concernent les cas transitoires dans lesquels sont déterminées les variations dans le temps des variables physiques. Les méthodes d'intégration pas à pas conviennent mieux pour ce type de problème. Les plus utilisées sont : méthode des différences finies centrales, méthode de Newmark, méthode de Wilson.

A ces méthodes doivent être associées des techniques d'itération pour traiter le cas non linéaire. La plus fréquente est la méthode de Newton Raphson. [14]

Et on résume toute ces étapes sur la figure si dessous :

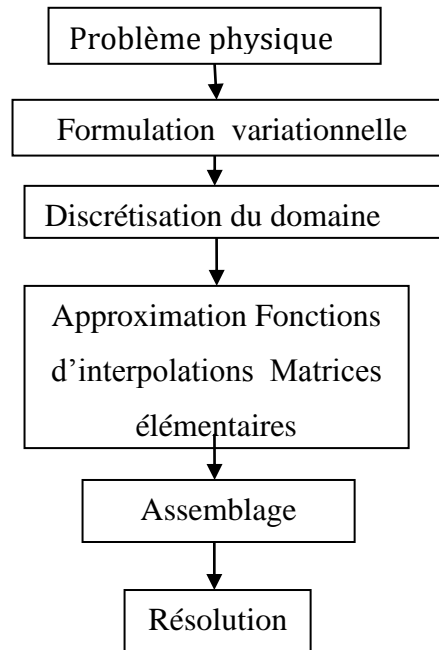


Figure.3.01 Etapes générales de la MEF

2.2 Formulation de l'élément barre (comportement axial)

L'élément barre est utilisé dans les assemblages de barres ou de tiges travaillant en traction ou compression. On les trouve surtout en charpente métallique et dans les systèmes à treillis.

2.2.1 Equation du comportement dynamique

Pour formuler cet élément, on considère une barre de section A , de longueur L soumise à une traction $P(x)$ variant de P_0 à P_L représenté à la figure (3.02)

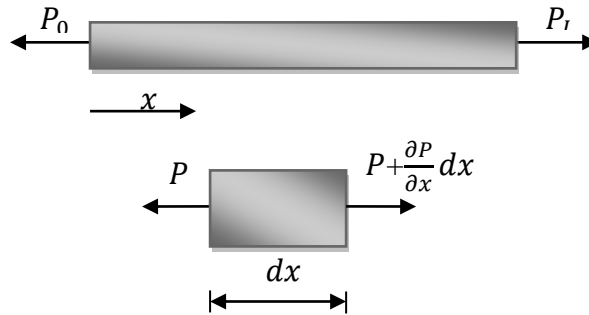


Figure.3.02 Equilibre élémentaire

Une portion infinitésimale de longueur dx située à la coordonnée x le long de la barre, est en équilibre dynamique sous le système de forces suivant:

$$\sum f = m\gamma$$

$$\left[P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right] - P = (\rho A dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.29)$$

Dans cette expression u désigne le déplacement longitudinal, x est la coordonnée et t le temps. Si on désigne par E le module d'élasticité du matériau avec lequel est faite la barre, la loi de Hooke

Donne la contrainte axiale en fonction de la déformation longitudinale :

$$\frac{P}{A} = \sigma_x = E \varepsilon_x \quad (3.30)$$

La déformation est liée au déplacement par la dérivée par rapport à x :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.31)$$

En substituant (3.31) dans (3.30), on obtient l'expression de la traction P en fonction du déplacement u :

$$P = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.32)$$

D'où l'équation différentielle de l'équilibre de l'élément dx qui s'obtient en remplaçant (3.32) dans (3.29) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.33)$$

2.2.2 Formulation de l'élément et construction des matrices élémentaires

En prenant δu comme fonction de pondération, la formulation variationnelle forte de l'équation (3.33) s'écrit:

$$\int_0^L \left[\delta u \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] - \delta u \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right] dx \quad (3.34)$$

La formulation faible s'écrit en prenant l'intégration par parties du premier terme:

$$\int_0^L \delta \frac{\partial u}{\partial x} EA \frac{\partial u}{\partial x} dx + \int_0^L \delta u \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx - \left[\delta u EA \frac{\partial u}{\partial x} \right]_0^L \quad (3.35)$$

Le dernier terme n'est que la différence des forces appliquées aux extrémités de la barre

$$\delta u|_{x=L} P_L - \delta u|_{x=0} P.$$

Pour la discrétisation de (3-7), on prend des fonctions de forme linéaires avec $X_1=0$ et $X_2=L$. Les Expressions de ces fonctions et leurs dérivées sont :

$$N(x) = \left\langle \frac{x-L}{0-L}, \frac{x-0}{L-0} \right\rangle = \frac{1}{L} \langle L-x, x \rangle; \quad dN(x) = \frac{1}{L} \langle -1, 1 \rangle \quad (3.36)$$

Ainsi en remplaçant pour les différents opérateurs on obtient :

$$\delta u = \langle \delta u_0 \delta u_L \rangle \begin{Bmatrix} (L-x)/L \\ x/L \end{Bmatrix} \quad \delta \frac{\partial u}{\partial x} = \langle \delta u_0 \delta u_L \rangle \begin{Bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{Bmatrix} \quad (3.37a)$$

$$\delta u|_{x=0} = \langle \delta u_0 \delta u_L \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \delta u|_{x=L} = \langle \delta u_0 \delta u_L \rangle \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.37b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \langle -1/L \ 1/L \rangle \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_L \end{Bmatrix} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{L} \langle L-xx \rangle \begin{Bmatrix} \ddot{u}_0 \\ \ddot{u}_L \end{Bmatrix} \quad (3.37c)$$

Où : \ddot{u} représente la seconde dérivée par rapport au temps des déplacements ; c'est-à-dire L'accélération.

Avec ces expressions l'équation intégrale faible (3.35) devient après simplification de $\langle \delta u_0 \delta u_L \rangle$

$$\int_0^L \begin{Bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{Bmatrix} EA \langle -1/L \ 1/L \rangle dx \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_L \end{Bmatrix} + \int_0^L \frac{1}{L} \begin{Bmatrix} L-x \\ x \end{Bmatrix} \rho A \frac{1}{L} \langle L-x \ x \rangle dx \begin{Bmatrix} \ddot{u}_0 \\ \ddot{u}_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_0 \\ P_L \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

Que l'on peut obtenir directement en utilisant le polynôme de Lagrange : $N_i(x) = \prod_{j \neq i} \frac{x-x_j}{x_i-x_j}$

Soit sous forme matricielle : $K_e U_e + M_e \ddot{U} = F_e$, avec :

$$K_e = \int_0^L \begin{Bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{Bmatrix} EA \langle -1/L \ 1/L \rangle dx = \frac{1}{L^2} \int_0^L EA \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} dx = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$M_e = \int_0^L \frac{1}{L} \begin{Bmatrix} L-x \\ x \end{Bmatrix} \rho A \frac{1}{L} \langle L-x \ x \rangle dx = \frac{\rho A}{L^2} \int_0^L \begin{bmatrix} (L-x)^2 & x(L-x) \\ x(L-x) & x^2 \end{bmatrix} dx = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$F_e = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} P_L - \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} P_0 = \begin{Bmatrix} -P_0 \\ P_L \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

Les matrices élémentaires K_e et M_e sont appelées respectivement matrice de rigidité et matrice masse. F_e est le vecteur chargement de l'élément. L'expression de la matrice masse telle qu'elle est obtenue en (3.40) est appelée masse cohérente ou répartie ; il est possible de concentrer la masse de l'élément en ses extrémités. En attribuant à chacun des deux nœuds la moitié de la masse totale de l'élément soit :

$$M_e^c = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

2.3 Formulation de l'élément poutre

L'élément poutre est utilisé pour reprendre, en plus de l'effort axial comme l'élément barre, un chargement perpendiculaire à son axe. On considère comme poutres les pièces élancées (en béton armé ou en acier), qui ont une dimension très grande par rapport aux deux autres et qui travaillent généralement en flexion.

2.3.1 Equation du comportement dynamique :

La formulation de l'élément poutre peut être obtenue en se basant sur la théorie de la résistance des matériaux; on considère une poutre de section A et de longueur L soumise à un chargement $q(x)$ variant le long de son axe longitudinal tel que montrer sur la figure.3.03.

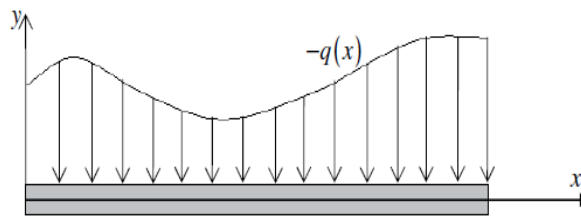


Figure.3.03 Poutre chargée

Sous l'effet du chargement, la poutre fléchit et se déplace verticalement d'un déplacement $v(x)$. On suppose qu'après déformation, les sections droites restent planes et perpendiculaires à la ligne moyenne; elles subissent de ce fait une rotation d'angle θ dans son plan [14].

Considérons un élément dx de la poutre délimité par de sections voisines, l'une droite et l'autre inclinée figure (3.32). La rotation de la section déformée est la tangente de la ligne moyenne courbée :

$$\theta = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.43)$$

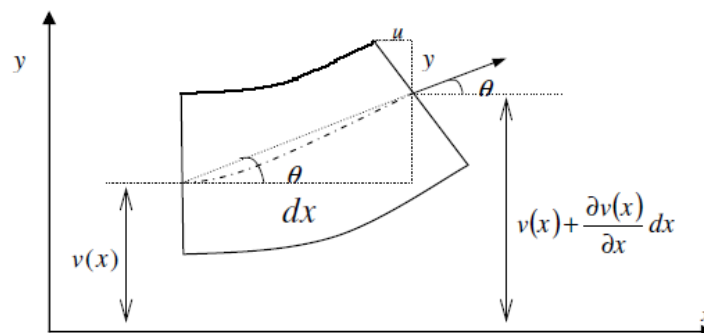


Figure.3.04 Déformation d'une

Sous l'effet de la rotation, la section subit un déplacement horizontal u variant linéairement de la fibre inférieure à la fibre supérieure. En un point de la section ce déplacement vaut :

$$u = -\theta y = -y \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.44)$$

Où y est la distance à partir de la ligne moyenne.

Dans le cadre de l'hypothèse de petites déformations, la déformation axiale suivant x le long de la section s'écrit :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.45)$$

Si on désigne par E le module d'élasticité du matériau de la poutre, d'après la loi de Hooke, la répartition des contraintes le long de la section est :

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = E \frac{\partial u}{\partial x} = -E y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (3.46)$$

Le moment créé par ces contraintes doit équilibrer le moment de flexion M créé par le chargement extérieur :

$$M - \int_A \sigma \cdot y \cdot dA = M - E \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \int_A y^2 dA \quad (3.47)$$

$$\Rightarrow M = E \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \int_A y^2 dA$$

En posant I_z le moment d'inertie par rapport à l'axe z perpendiculaire au plan (x, y) $I = I_z = \int_A y^2 dA$, l'expression du moment devient :

$$M = E \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} I \quad (3.48)$$

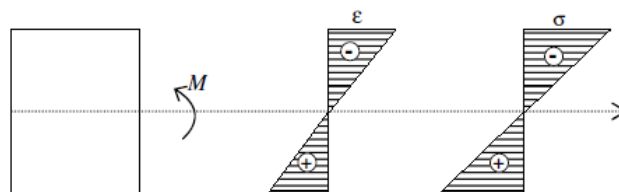


Figure.3.05 Répartition des contraintes

Considérons un tronçon de poutre en flexion simple de longueur Δx :

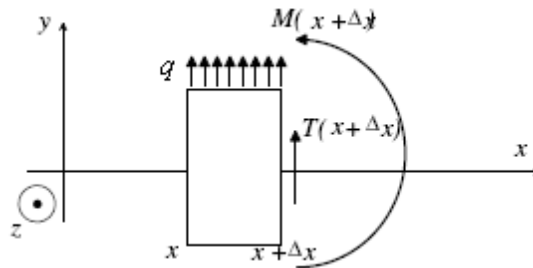


Figure.3.06 Tronçon de poutre en flexion simple

L'expression de l'équilibre dynamique de rotation par rapport à un point O sur l'axe neutre de la section de gauche pour un chargement positif dans le sens de l'axe y donne :

$$M(x + \Delta x) - M(x) + T(x + \Delta x)\Delta x + q(x)\Delta x \frac{\Delta x}{2} = J_{Ezz} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (3.49)$$

Où J_{Ezz} désigne le moment d'inertie mécanique équatorial du tronçon et t le temps. Si on néglige les effets d'inertie dus à la rotation on aboutit à l'expression suivante :

$$\frac{M(x + \Delta x) - M(x)}{\Delta x} + T(x + \Delta x) + q(x) \frac{\Delta x}{2} = 0 \quad (3.50)$$

En faisant tendre $\Delta x \rightarrow 0$, on aboutit à la relation effort tranchant et moment fléchissant :

$$\frac{\partial M(x)}{\partial x} + T(x) = 0 \quad (3.51)$$

En tenant compte de l'équation (3-48) dans (3-51) on aboutit à la relation :

$$T(x) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \quad (3.52)$$

L'équation d'équilibre dynamique de translation de ce tronçon suivant l'axe y pour un chargement positif dans le sens de l'axe y s'écrit :

$$T(x + \Delta x) - T(x) + q(x)\Delta x = \Delta x \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.53)$$

Avec : ρ est la masse volumique du matériau de la poutre.

En divisant par Δx et en faisant tendre $\Delta x \rightarrow 0$, on obtient l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial x} + q(x) = \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3.54)$$

En considérant l'expression de l'effort tranchant de l'équation (3.52), on aboutit à l'équation d'équilibre dynamique de la poutre en flexion :

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) = q(x) \quad (3.55)$$

2.3.2 Formulation de l'élément et construction des matrices élémentaires

2.3.2.1 Formulation variationnelle

En désignant par L la longueur de la poutre et en prenant δv la fonction poids, la formulation variationnelle forte associée à l'équation (3.55) s'écrit :

$$\int_0^L \delta v \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx + \int_0^L \delta v \rho \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx = \int_0^L \delta v q(x) dx \quad (3.56)$$

La forme intégrale faible s'obtient avec deux intégrations par partie de la deuxième partie du premier terme de l'équation comme suit :

$$\begin{aligned} \int_0^L \delta v \rho \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx \\ = - \int_0^L \frac{\partial \delta v}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx + \left[\delta v \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \right]_0^L \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\int_0^L \frac{\partial \delta v}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx = - \int_0^L \frac{\partial^2 \delta v}{\partial x^2} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx + \left[\frac{\partial \delta v}{\partial x} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]_0^L \quad (3.58)$$

Compte tenu des expressions (3.48), (3.52), les seconds termes représentent la différence des chargements en forces (T_0, T_L) et en moment (M_0, M_L), appliqués aux extrémités de la poutre. De plus, on peut remplacer la dérivée des perturbations des déplacements par une perturbation des rotations : $\theta = \frac{\partial v}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial \delta v}{\partial x}$

On écrit ainsi les conditions aux limites comme suit :

$$\left[\frac{\partial \delta v}{\partial x} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]_0^L = \delta \theta|_{x=0} M_0 - \delta \theta|_{x=L} M_L \quad (3.59)$$

$$\left[\delta v \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \right]_0^L = \delta V|_{x=L} T_L - \delta v|_{x=0} T_0 \quad (3.60)$$

En substituant (3.58) dans (3.57) et le résultat dans (3.56) on obtient l'expression de forme variationnelle faible :

$$\int_0^L \delta v \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx + \int_0^L \frac{\partial^2 \delta v}{\partial x^2} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx + \delta \theta|_{x=L} M_L + \delta V|_{x=L} T_L - \delta v|_{x=0} T_0 - \delta \theta|_{x=0} M_0 = \int_0^L \delta v q(x) dx \quad (3.61)$$

Pour discrétiser correctement le comportement d'une poutre en flexion, il faut utiliser un élément qui assure la continuité du champ de déplacement et celle du champ de rotation. Nous utilisons donc un élément à deux nœuds avec comme variables nodales la flèche et la rotation. Ce qui nous permet d'identifier nos quatre variables nodales avec une approximation polynomiale cubique.

Considérons un élément poutre à deux nœuds, numérotés localement 1 et 2 sur la figure (3.35). Le repère local orthonormé lié à l'élément, a pour direction x l'axe de la poutre orienté de 1 vers 2, et pour direction y un vecteur du plan principal d'inertie de la section droite. Le vecteur des variables nodales s'écrit donc comme suit :

$$U_n = \langle v_1 \theta_1 v_2 \theta_2 \rangle \quad (3.62)$$

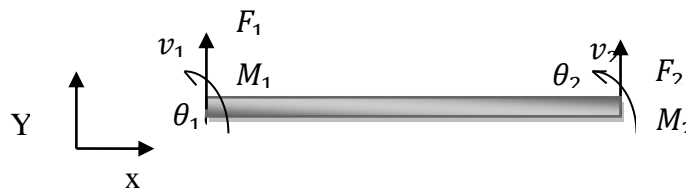


Figure3.07 Élément poutre à deux nœuds

Les déplacements et les rotations le long de la poutre sont approximés par :

$$v(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \quad (3.63a)$$

$$\theta(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 \quad (3.63b)$$

L'évaluation de ces polynômes aux nœuds donne :

$$v(0) = a_0 = v_1 \quad \theta(0) = a_1 = \theta_1 \quad (3.64a)$$

$$v(L) = v_2 = v_1 + \theta_1 L + a_2 L^2 + a_3 L^3 \quad \theta(L) = \theta_2 = \theta_1 + 2a_2 L + 3a_3 L^2 \quad (3.64b)$$

La résolution de (3.64b) pour a_2 et a_3 donne :

$$a_2 = \frac{3}{L^2}(v_2 - v_1) - \frac{1}{L}(2\theta_1 + \theta_2) \quad ; a_3 = \frac{2}{L^3}(v_1 - v_2) - \frac{1}{L^2}(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.65)$$

En remplace ces paramètres dans l'équation (3.64a) et après arrangement des termes, on écrit l'interpolation nodale des déplacements sous la forme :

$$v(x) = N_1(x)v_1 + N_2(x)\theta_1 + N_3(x)v_2 + N_4(x)\theta_2 \quad (3.66)$$

Les fonctions de forme N_i sont appelées polynômes d'Hermite, leurs expressions sont :

$$\begin{aligned} N_1(x) &= 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} ; & N_2(x) &= x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ N_3(x) &= \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} ; & N_4(x) &= -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{aligned} \quad (3.67)$$

2.3.2.2 Matrices élémentaires

En remplaçant dans la forme variationnelle faible (3.61) le déplacement v par son expression (3.66), on obtient pour les perturbations :

$$\delta v = \delta U_n^T N^T ; \delta \theta = \delta U_n^T \frac{dN^T}{dx} ; \text{avec } \delta U_n^T = \langle \delta v_1 \delta \theta_1 \delta v_2 \delta \theta_2 \rangle \quad (3.68)$$

Les dérivées deviennent :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{d^2 N}{dx^2} U_n ; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = N \frac{d^2 U_n}{dt^2} = N \ddot{U}_n \quad (3.69)$$

Avec :

$$\frac{d^2 N}{dx^2}(x) = \frac{1}{L^3} \langle 12x - 6L, 6Lx - 4L^2, 6L - 12x, 6Lx - 2L^2 \rangle \quad (3.70)$$

Compte tenu des valeurs des fonctions N et dN aux nœuds, les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{aligned} \delta v|_{x=L} T_L - \delta v|_{x=0} T &= \delta U_n^T (\langle 0 \ 0 \ 1 \ 0 \rangle^T T_L - \langle 1 \ 0 \ 0 \ 0 \rangle^T T_0) \\ &= \delta U_n^T \langle -T_0 \ 0 \ T_L \ 0 \rangle^T \end{aligned} \quad (3.71)$$

$$\begin{aligned} \delta \theta|_{x=L} M_L - \delta \theta|_{x=0} M_0 \\ &= \delta U_n^T (\langle 0 \ 0 \ 0 \ 1 \rangle^T M_L - \langle 0 \ 1 \ 0 \ 0 \rangle^T M_0) \\ &= \delta U_n^T \langle 0 \ M_0 \ 0 \ M_L \rangle^T \end{aligned} \quad (3.72)$$

Ces conditions correspondent au chargement extérieur appliqué aux nœuds. Le vecteur élémentaire F_n des forces et des moments concentrés aux nœuds s'écrit :

$$F_n = \langle -T_0 \ M_0 \ T_L \ M_L \rangle^T \quad (3.73)$$

Le second terme de la forme variationnelle (3.61) correspond à la charge Fe répartie sur l'élément poutre :

$$\int_0^L \delta v q(x) dx = \delta U_n^T \int_0^L N^T q(x) dx \Rightarrow F_e = \int_0^L N^T q(x) dx \quad (3.74)$$

La discrétisation des deux intégrales restantes dans l'équation (3.61) nous donne les deux matrices masse Me et rigidité Ke comme suit :

$$\int_0^L \frac{\partial^2 \delta v}{\partial x^2} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx = \int_0^L \delta U_n^T \frac{d^2 N^T}{dx^2} EI \frac{d^2 N}{dx^2} U_n^T dx = \delta U_n^T K_e \quad (3.75)$$

$$\int_0^L \delta v \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx = \int_0^L \delta U_n^T N^T \rho N \ddot{U}_n dx = \delta U_n^T M_e$$

D'où :

$$K_e = \int_0^L \frac{d^2 N^T}{dx^2} EI \frac{d^2 N}{dx^2} dx \quad (3.76)$$

$$M_e = \int_0^L N^T \rho A N dx \quad (3.77)$$

Dans le cas où la poutre est faite d'un même matériau homogène et de même section, l'expression explicite des matrices élémentaires s'écrivent comme suit :

$$K_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}; \quad (3.78)$$

$$M_e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

La même remarque concernant la matrice masse de l'élément barre peut être faite pour l'élément poutre. On associe la moitié de la masse totale de l'élément aux degrés de liberté de translation de chaque nœud. La matrice masse concentrée s'écrit donc :

$$M_e = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Les matrices élémentaires de masse (concentrée et répartie) et de rigidité d'un élément présentant un assemblage entre le comportement axial (barre) et flexionnel (poutre) dans le plan, sont données comme suit :

$$M_e = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

$$M_e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Pour des éléments destinés à avoir un comportement élasto-plastique non linéaire, la matrice de rigidité élémentaire K_e définie précédemment est la matrice de *rigidité élémentaire initiale*

2.4 Matrices globales d'une structure en poutres

2.4.1 Matrices masse et rigidité initiales

Les matrices totales de masse et de rigidité initiale d'une structure, sont obtenues par assemblage des matrices élémentaire de tous les éléments de la structure, en prenant les degrés dans un ordre bien défini et en tenant compte des liaisons avec le milieu extérieur.

2.4.2 Matrice d'amortissement

Si on admet que l'amortissement ne dépend que de la vitesse, c'est-à-dire qu'il est du type visqueux, les forces d'amortissement s'expriment au moyen de coefficients d'influences appelés coefficients d'amortissement C_{ij} liant les vitesses de chaque degré de liberté à la résultante correspondant des forces d'amortissement.

C_{ij} : Force correspondant à la coordonnée i causé par une vitesse unité à la coordonnée j .

Dans ce contexte, l'amortissement de Rayleigh qui exprime la matrice d'amortissement C sous forme d'une combinaison linéaire de la matrice masse M et de rigidité K est communément utilisé.

$$C = \alpha M + \beta K \quad (3.83)$$

α, β : sont des coefficients satisfaisant la condition d'orthogonalité de C dans la base modale. Ils peuvent être déterminés à partir de l'analyse modale de la structure en prenant deux pulsations propres de deux modes distincts ; ceux qui participent significativement à la réponse.

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_n} \begin{Bmatrix} \omega_1, \omega_n \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.84)$$

Où :

ω_1 : Pulsation propre du premier mode

ω_n : Pulsation propre d'un mode supérieure

ξ : Taux d'amortissement critique

2.5 Utilisation d'un logiciel éléments finis :

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte.

Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels : NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, SAP2000, ROBOT, etc. Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

- Analyse linéaire ou non d'un système physique continu;
- Analyse statique ou dynamique;
- Prise en compte de lois de comportement complexes;
- Prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement...) pouvant être couplés;
- Problèmes d'optimisation, etc.

L'utilisation de tels programmes nécessite une formation de base minimale.

2.5.1 Organigramme d'un logiciel éléments finis

Tout logiciel de calcul par la méthode des éléments finis contient les étapes caractéristiques ou blocs fonctionnels décrits sur la figure 3.08 [15].

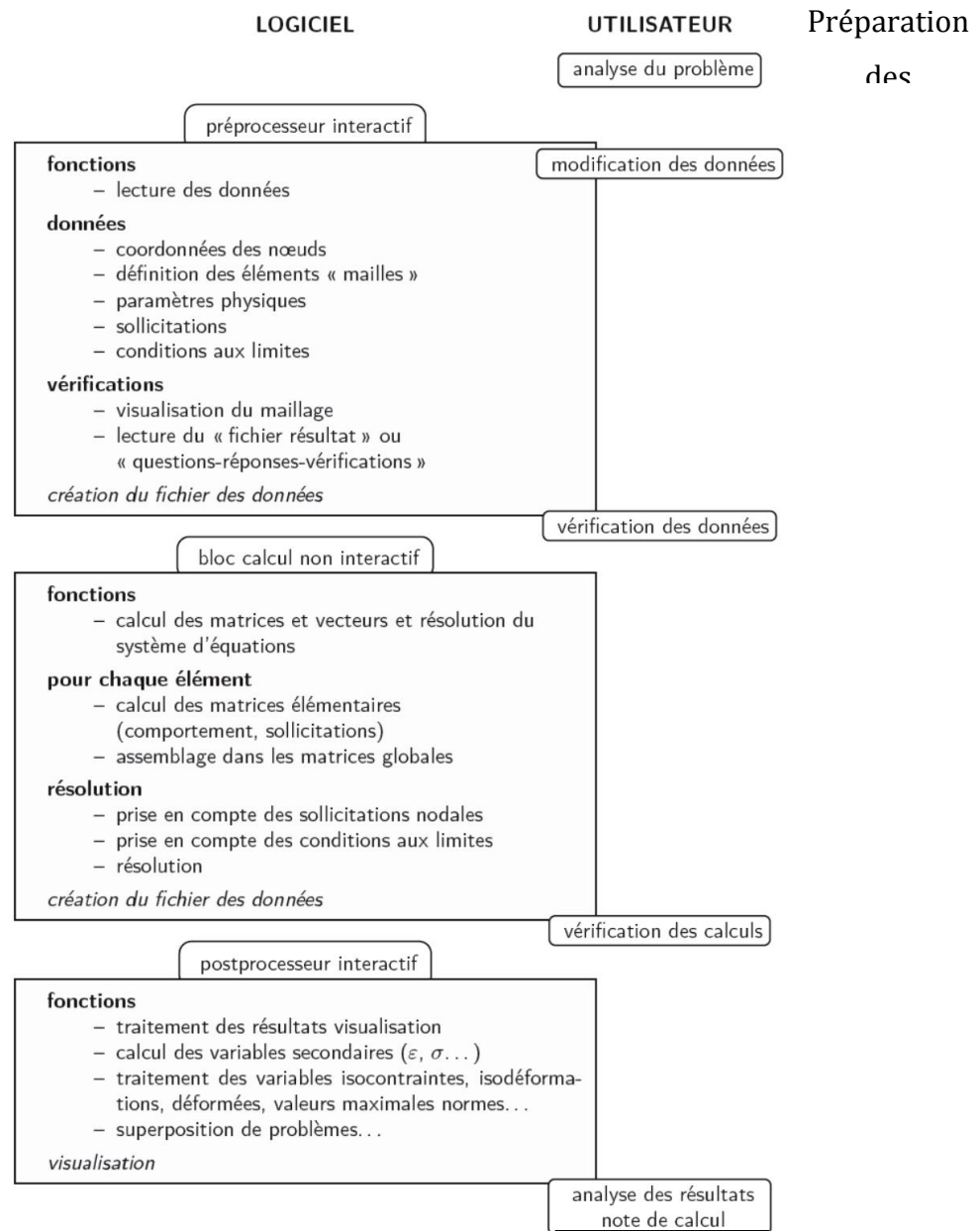


Figure.3.08 Organigramme d'un logiciel éléments finis

Dans les paragraphes précédents nous avons présenté les différentes étapes, conditions et outils nécessaires à la résolution d'un problème physique convenablement posé par la méthode des éléments finis. Désormais, nous passerons à l'application de la méthode au problème traité.

2.6 Formulation des équations de mouvement

2.6.1 Brique élémentaire

Soit un élément de volume élémentaire (parallélépipède rectangulaire) ou brique, élémentaire de cotés dx_i parallèle aux axes x_i (fig.3.1), isolée d'un corps solide. Sur ce volume élémentaire isolé, agissent des tractions de surface sur les six faces et deux efforts de volume. La figure ne montre que les composante parallèles à x_1 .

En respectant les conventions de signe de la (fig.31), la somme des forces suivant x_1 après simplification s'écrit :

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} + f_1 = \rho \gamma_1 \quad (3.85)$$

On trouve deux équations semblables selon x_2 et x_3 ; l'ensemble de ces trois équations aux dérivées partielle s'écrit :

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_i} + f_j = \rho \gamma_j \quad (3.86)$$

Contenu de la symétrie du tenseur des contraintes $\sigma_{ji} = \sigma_{ij}$, l'équation (0.2) devient :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i = \rho \gamma_i \quad (3.87)$$

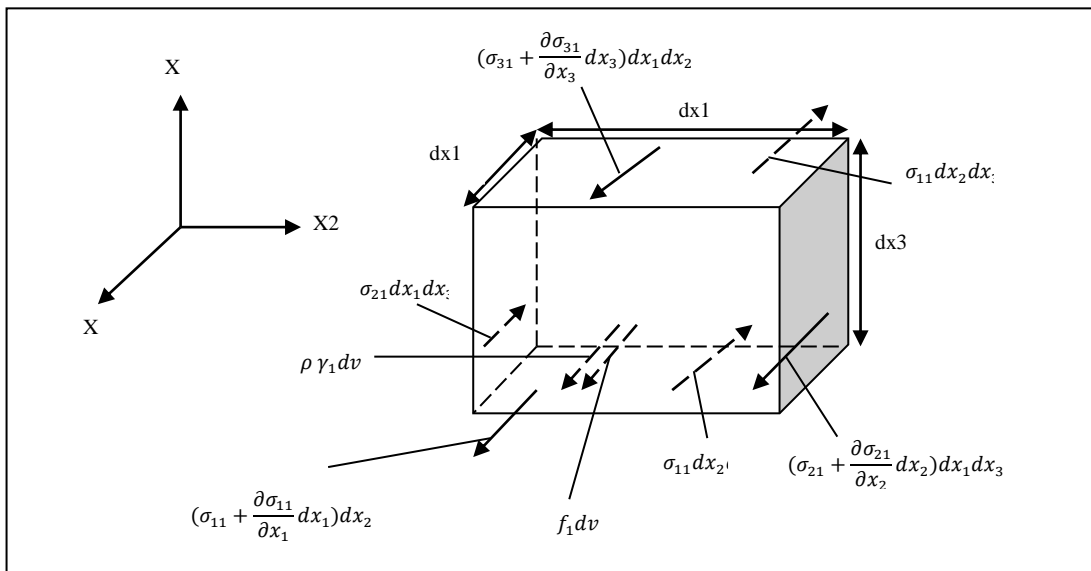


Figure.3.09 Brique (volume) élémentaire isolée (translation selon x_1)

Qui s'écrit en notation indicielle comme suit :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \gamma_i \tag{3.88}$$

- Formation par le théorème de divergence (méthode intégrale)

Une seconde manière qui permet de reformuler l'équation (0.4) consiste à considérer un élémentaire de volume infinitésimal $d\Omega$ en équilibre, l'égalité des forces s'écrit :

$$\sum F_V + \sum F_S = m\gamma$$

$$\int_{\Omega} \gamma \, dm = \int_{\Omega} f_v \, d\Omega + \int_{\tau} T \, d\tau \tag{3.89}$$

D'où :

f_v : Forces de volume

T : Efforts extérieur de cohésion

γ : Accélération de la partie $d\Omega$ ayant la masse dm

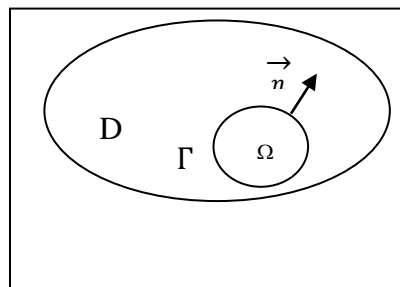


Figure.3.10 Le domaine

L'effort intérieur de cohésion s'exprime par : figure.3.11a

$$T = \sigma_{ij}n_j \quad (i, j = 1,2,3) \tag{3.90}$$

Avec σ_{ij} : tenseur des contraintes (figure.3.11b) [19].

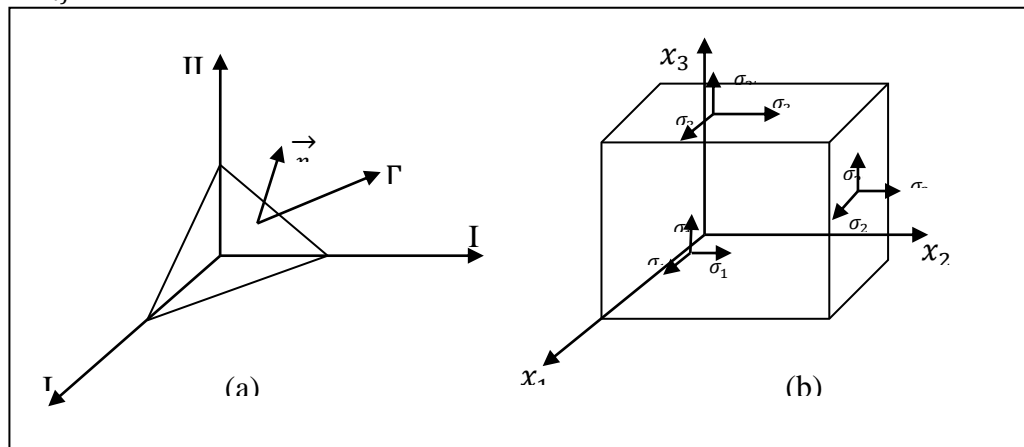


Figure.3.11 Tenseur des contraintes

$$\int_{\Omega} \gamma \, dm = \int_{\Omega} \rho \gamma_i \, d\Omega \quad ; \quad dm = \rho d\Omega \quad (3.91)$$

$$\int_{\Omega} f_v \, d\Omega = \int_{\tau} f_i \, d\Omega \quad (3.92)$$

$$\int_{\tau} T \, d\tau = \int_{\Gamma} \sigma_{ij} n_j \, d\Gamma = \int_{\Omega} \sigma_{ij,j} \, d\Omega \quad (3.93)$$

L'expression d'équilibre s'exprime par :

$$\int_{\Omega} \rho \gamma_i \, d\Omega = \int_{\Omega} \sigma_{ij,j} \, d\Omega + \int_{\Omega} f_i \, d\Omega \quad (3.94)$$

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij,j} + f_i - \rho \gamma_i \, d\Omega = 0 \quad (3.95)$$

Donc l'équation du mouvement s'écrit :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \gamma_i \quad (3.96)$$

2.6.2 Equations d'élasticité linéaires

Ce sont les relations et les équations usuelles d'un milieu élastique continu (relation déformations-déplacements, relation contraintes-déformations), qui seront rappelées ci-après :

Les déformations s'écrivent en fonction des déplacements par :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (3.97)$$

Avec : U_i le déplacement suivant la direction x_i

Les contraintes sont reliées aux déformations par la loi de Hook généralisée :

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (3.98)$$

Avec : D_{ijkl} le tenseur d'élasticité linéaire d'ordre quatre.

- Expression pour l'élasticité à deux dimensions :

Vu la symétrie des tenseurs et dans le but d'alléger les écritures, la notation vectorielle est souvent adoptée :

Le tenseur des contraintes s'écrit en élasticité plane :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.99)$$

Le tenseur des déformations s'écrit :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2} \gamma_{xy} \\ \frac{1}{2} \gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.100)$$

Les déplacements : $U = \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$ (3.101)

D'où : $\varepsilon = \begin{Bmatrix} u_{i,i} \\ u_{j,j} \\ u_{i,j} + u_{j,i} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix}$ (3.102)

$$\varepsilon = [S]\{U\} = S U \quad (3.103)$$

Et :

$$\sigma = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & 0 \\ d_2 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \varepsilon = D S U \quad (3.104)$$

Avec D : la matrice d'élasticité dont les éléments sont donnés par le tableau suivant :

	Déformations planes :	Contraintes planes :
d_1	$\frac{E \cdot (1 - \nu)}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}$	$\frac{E}{(1 - \nu^2)}$
d_2	$\frac{\nu}{(1 - \nu)} d_1$	$\nu \cdot d_1$
d_3		$\frac{1}{2}(d_1 + d_2)$

E et ν sont respectivement le module d'élasticité et le coefficient de poisson du matériau considéré.

2.6.3 Formulation variationnelle (intégrale)

Enoncé du principe des travaux virtuels

Un solide déformable est en équilibre si le travail virtuel extérieur est égal au travail virtuel intérieur pour tout champ de déplacement virtuel compatible [14,19].

L'expression du principe des travaux virtuels peut être obtenue par l'application de la formulation variationnelle aux équations de mouvements.

$$W = \int_{\Omega} \delta U_i (\sigma_{ij,j} + f_i - \rho \gamma_i) d\Omega \quad (3.105)$$

$$W = \int_{\Omega} \delta U_i \sigma_{ij,j} d\Omega + \int_{\Omega} \delta U_i f_i d\Omega - \int_{\Omega} \delta U_i \rho \gamma_i d\Omega \quad (3.106)$$

$$W = I_1 + I_2 + I_3$$

Le premier terme :

$$I_1 = \int_{\Omega} \delta U_i \sigma_{ij,j} d\Omega = \int_{\Omega} (\delta U_i \sigma_{ij})_{,j} d\Omega - \int_{\Omega} \delta U_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega \quad (3.107)$$

$$I_{11} + I_{12}$$

$$I_{11} = \int_{\Omega} (\delta U_i \sigma_{ij})_{,j} d\Omega = \int_{\Gamma} \delta U_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma \quad (\text{théorème de divergence}) \quad (3.108)$$

$$I_{12} = - \int_{\Omega} \delta U_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega = - \int_{\Omega} \delta \varepsilon_{ij} \sigma_{ij} d\Omega = - \int_{\Omega} \varepsilon^T \sigma d\Omega \quad (3.109)$$

σ Et ε sont donnés par (3.20) et (3.19)

En tout :

$$W = - \int_{\Omega} \varepsilon^T \sigma d\Omega + \int_{\Gamma} \delta U_i \sigma_{ij} \vec{n} d\Gamma + \int_{\Omega} \delta U f d\Omega - \int_{\Omega} \delta U \rho \ddot{U} d\Omega = 0 \quad (3.110)$$

On obtient alors l'expression des travaux virtuels dont la quelle on a :

$$W_{\text{int}} = \int_{\Omega} \varepsilon^T \sigma d\Omega \quad : \text{Travail virtuel intérieur} \quad (3.111)$$

$$\left. \begin{aligned}
 W_s &= \int_{\Gamma} \delta U_i \sigma_{ij} \vec{n} \, d\Gamma : \text{Travail virtuel des forces de surface} \\
 W_v &= \int_{\Omega} \delta U f \, d\Omega : \text{Travail virtuel des forces de volume} \\
 W_i &= \int_{\Omega} \delta U \rho \ddot{U} \, d\Omega : \text{Travail virtuel des forces d'inertie}
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Travail} \\ \text{virtuel} \\ \text{extérieur} \end{array} \quad (3.112)$$

3. Conclusion

La méthode des éléments finis est utilisée généralement pour la modélisation du comportement dynamique d'une structure. Cette technique numérique permet de prédire le comportement mécanique d'une structure soumise à des sollicitations dynamiques telles que celles générées par une secousse sismique. Elle est particulièrement adaptée au stade de la conception, alors que la structure n'existe qu'à l'état de plans de définition ou d'ébauche, et peut être encore modifiée. Elle délivre les informations essentielles aux concepteurs sur les contraintes, les efforts d'ancrage et les déformations de la structure dues à l'excitation sismique.

Interaction sol-structure

1. Introduction

Dans le calcul sismique des structures, l'excitation est définie par un ou plusieurs enregistrements d'accélération souvent mesurés à la surface du sol en l'absence de toute construction. Ces enregistrements donnent les accélérogrammes en champs libre. En présence d'un bâtiment ou d'une quelconque autre construction, les mouvements au voisinage des fondations peuvent différer de ceux existant en champ libre. En effet, les forces au contact entre la structure et sa fondation perturbent le mouvement du sol, et le moment d'encastrement à la base provoque la rotation de celle-ci. Ce phénomène est désigné par "Interaction Sol - Structure" ou "ISS et ce terme est utilisé aujourd'hui pour caractériser les situations où le comportement d'une structure qui ne peut pas être évalué de façon précise sans considérer aussi le comportement du sol en contact et de leur interface. [16]

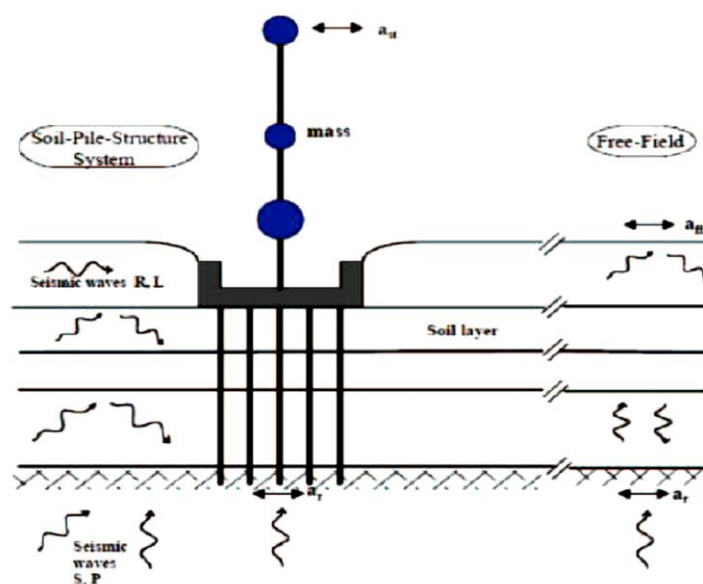


Figure.4.01 Schématisation de l'interaction sol-structure

2. Phénomène d'interaction sol structure :

Dans une région dénommée le champ libre, situé loin de la fondation, les couche de sol sont traversées par des ondes sismique (les ondes de volumes et les ondes de surface qui sont définies précédemment). Ces dernières induisent les déformations dans le sol qui

seront transmises à la fondation engendrant ainsi un mouvement de la supère structure.[8] il est classique de distinguer deux formes de l'interaction sol-structure :

2.1 L'interaction cinématique

Correspond aux modifications du champs d'ondes incident (mouvement en champ libre) du fait de la présence de la fondation, en tenant compte de la forme et de la rigidité de celle-ci, mais en considérant que sa masse est nulle.[17]

2.2 L'interaction inertielle

Correspond aux effets des forces d'inertie associées, au mouvement résultant de la prise en compte de l'interaction cinématique et aux masses réelle de la fondation et de la superstructure.

3. Les phénomènes qui influent sur l'interaction sol-structure

L'interaction sol-structure est souvent négligée par les ingénieurs lors de l'analyse et du design d'un bâtiment. Pourtant, ce phénomène a beaucoup d'influence lors de l'étude du comportement d'un bâtiment. Le premier aspect est la sécurité, puisque la répartition des efforts dans les membrures peut être différente suite à une analyse qui tient compte de l'interaction sol-structure. De plus, l'utilisation normale peut aussi être affectée par des problèmes de fissurations causées par les tassements différentiels, les phénomènes de liquéfaction..., etc.

C'est pour cela, qu'il est primordial de vérifier les éventuels problèmes, que le sol est susceptible d'avoir avant chaque construction, comme par exemple :

- Zones de failles
- Sols susceptibles de tasser
- Cas des sols potentiellement liquéfiables
- Instabilité des pentes

Identification des caractéristiques dynamiques des sols : En plus des phénomènes induits destructeurs, failles actives, liquéfaction, instabilité des pentes, l'aléa local est modifié (souvent aggravé) par certaines caractéristiques topographiques et géologiques du site. Les effets de site qui sont susceptibles d'augmenter la réponse spectrale de certains ouvrages: bord de falaise, rupture de pente, vallée encaissée, hétérogénéité géologique, sols meubles de grande épaisseur. [20]

3.1 Le tassement

La variabilité spatiale des sols est l'une des sources principales d'endommagement et de dysfonctionnement des ouvrages. Elle résulte des processus de dépôt des sols, que ces processus soient naturels ou anthropiques. La variation spatiale de la rigidité du sol provoque des tassements et des tassements différentiels, qui induisent des contraintes parasites et des déplacements dans les ouvrages (ossatures, réseaux enterrés, dallages, chaussées), et parfois leur fissuration. Une prédiction satisfaisante de ces conséquences structurelle requiert:

- L'identification, la quantification et la modélisation de la source de variabilité, par exemple de la rigidité des terrains,
- L'analyse de la réponse de l'ouvrage reposant sur ce sol. [24]

Le tassement (s) d'une structure est le résultat des déformations du sol qui la supporte, il dépend des facteurs suivants:

- . Déformations élastiques immédiates.
- . Déformations volumétriques de consolidation primaire, liées au temps.
- . Déformations volumétriques de consolidation secondaire, liées au temps. [21]

Les tassements peuvent être instantanés ou de consolidation par exemple :

- Dans les sols sablonneux, les tassements sont essentiellement instantanés. Il faut donc estimer les tassements différentiels que pourrait causer la charge totale maximale (incluant la charge vive maximale) car ils ne doivent pas excéder une certaine limite prescrite par le concepteur. (D'après Terzaghi et Peck, cette limite est de l'ordre de 20 mm au-delà des tassements causés par la charge totale normale Q_{total} .
- Dans les sols fins, il est impératif de calculer les tassements de consolidation en plus des tassements élastiques.



Figure.4.02. a- Séisme de Kobé, 1995



b- Séisme de Kobé, 1995 [21]

3.2 La liquéfaction des sols :

La liquéfaction est un mécanisme de rupture extrême qui advient dans des sols peu consistants saturés et pendant des mouvements sismiques forts.

La liquéfaction d'un sol saturé et lâche constitue la situation ultime de son comportement mécanique où, en présence de contraintes de cisaillement et suite à l'accumulation de pressions interstitielles, le sol s'effondre et perd toute sa résistance, le chargement peut être statique ou dynamique.

Il faut savoir que tous les sols ne sont pas liquéfiables. Les conditions de la liquéfaction font intervenir à la fois :

- La nature du sol, à dominante sableuse et effondrable,
- L'état du sol, saturé et de faible densité (sol lâche),
- Une faible résistance en présence de pressions interstitielles,
- La puissance et la durée de la sollicitation sismique par rapport à la résistance du sol.

En matière de comportement mécanique, la liquéfaction des sols se décline en termes de sensibilité et de résistance cyclique.

Dans le domaine sismique, la liquéfaction ne constitue qu'un aspect du comportement dynamique des sols, car de nombreux problèmes appellent à connaître aussi les propriétés :

- De déformabilité des sols,
- D'amortissement,

C'est à dire: comment le sol se déforme, et comment il dissipe de l'énergie, pendant le mouvement sismique ?

La liquéfaction d'un sol saturé sans cohésion pendant le mouvement sismique conduit à:

- La diminution de la rigidité du sol,
- Et/ou la diminution de sa résistance au cisaillement, dû à l'augmentation de la pression de l'eau interstitielle et susceptible de produire :
- Des déformations permanentes significatives (tassements, glissements),
- voire une quasi-annulation des contraintes effectives (étalements).

La liquéfaction concerne surtout des sites en milieu côtier et des sols sableux qui constituent des dépôts récents. Elle concerne aussi tous les types de constructions :

- . Fondations : habitations, ouvrages d'art
- . Ouvrages en terre : soutènements, barrages, remblais, digues, quais,

Etc. [22]



Figure.4.03 b- Séisme d'Alaska 1964

a- Séisme de Taiwan [21]

4. Méthodes d'analyse de l'interaction sol-structure

Pour prendre en compte l'effet de l'interaction sol-structure, nous distinguons trois catégories de méthodes qui sont respectivement les méthodes directes, les méthodes de sous-structures et les méthodes hybrides. Les méthodes sont décrites et détaillées dans de nombreux ouvrages , et aussi dans les différentes thèses .Voici chacun de ces trois types de méthodes.

4.1 Méthodes directes

Les méthodes directes, appelées aussi méthodes globales, traitent le problème de l'interaction sol-structure dans sa globalité de façon à obtenir les réponses du sol et de la structure simultanément. Elles consistent à résoudre directement l'équation du mouvement dans l'ensemble du système sol-structure :

$$M\ddot{U} + K\dot{U} + CU = F \quad (4.01)$$

Où M , C et K désignent respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur du système, U représente le vecteur de déplacement du système, \dot{U} sa dérivée par rapport au temps dynamique, et F est le vecteur de charge appliquée à la frontière extérieure du système.

La résolution directe de ce système d'équation est tellement complexe que le recours aux méthodes numériques, comme les méthodes des éléments finis et des différences finies, est pratiquement inéluctable. L'un des avantages principaux des méthodes directes est leur capacité d'intégrer dans le modèle numérique les hétérogénéités matérielles du sol et de la structure, les singularités géométriques du problème, et les lois de comportement bien adaptées pour la prise en compte des non linéarités dans le sol ou à l'interface sol-fondation du système. Ces méthodes requièrent une

discrétisation plus étendue du massif de sol supportant la fondation afin de minimiser la réflexion numérique sur la frontière qui sollicite une nouvelle fois la structure. A ce propos, des frontières absorbantes peuvent être introduites aux limites du massif de sol pour modéliser l'amortissement radiatif qui, hormis le frottement interne des matériaux, dissipe une partie d'énergie de la structure et du sol, lors de la propagation d'ondes vers l'infini dans la réalité. De plus, la taille maximale des éléments est limitée de manière à modéliser correctement la propagation d'ondes de hautes fréquences. En conséquence, la mise en œuvre de ces méthodes reste une opération généralement coûteuse du point de vue numérique, surtout pour les problèmes tridimensionnels. [25]

On distingue trois variantes de cette méthode qui sont rapportées dans les sections suivantes :

- Méthode à déconvolution du mouvement sismique
- Méthode de déplacement uniforme ajouté
- Méthode de réduction de domaine

Qui sont très bien expliqués et définies dans [16]

4.2 Méthodes de sous-structures

Les méthodes de sous-structures, contrairement aux méthodes directes, se basent sur la décomposition du problème global en plusieurs sous-problèmes plus simples à traiter avant de faire appel au principe de superposition afin d'obtenir les résultats globaux. Il est à noter que ces méthodes, comme tout problème de superposition, ne sont applicables que pour des problèmes entièrement linéaires.

L'approche, en utilisant le principe de superposition de [Kausel 1978] illustré dans la figure 4.04 pour le cas des fondations rigides, consiste en trois étapes successives.

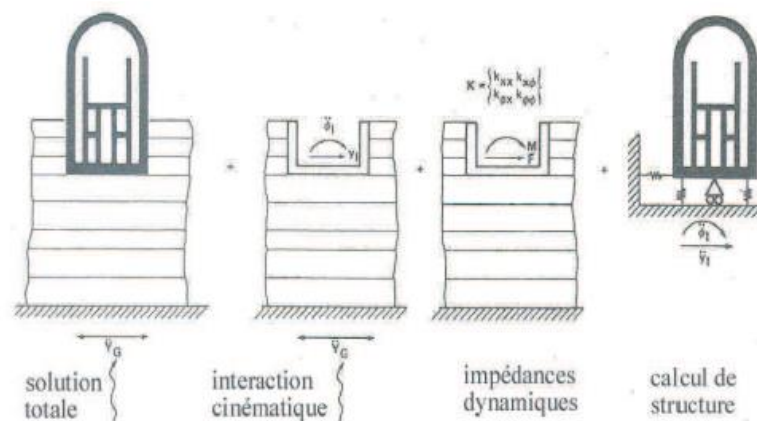


Figure.4.04 Principe de superposition de KAUSEL [25]

Premièrement, on effectue une analyse de l'interaction cinématique. Nous considérons la sous-structure comportant le massif de sol et la fondation rigide sans masse. A partir du mouvement sismique à la base du massif de sol, nous déduisons l'accélération au niveau de l'interface sol-fondation. De nombreuses études ont été effectuées dans la

littérature proposant des méthodes analytiques et numériques notamment celle des équations intégrales ([Aubry, 1986]) afin de résoudre ce premier problème.

Deuxièmement, nous réalisons une analyse de l'interaction inertielle de façon à déterminer l'impédance dynamique de la fondation. Cette impédance caractérise les efforts dynamiques imposés à la fondation sans masse lorsqu'elle est soumise à une sollicitation harmonique d'amplitude unitaire. Les fonctions d'impédances complexes qui dépendent de la fréquence de la sollicitation appliquée sont calculées pour chacun des six degrés de liberté (trois translations et trois rotations) de la fondation. La partie réelle correspond à la raideur du système sol-fondation, alors que la partie imaginaire représente l'amortissement radiatif. Des méthodes et des résultats pour la détermination des impédances dynamiques pour tout type de fondations sont recueillis dans [Pecker, 1984], [Gazetas, 1991] ou encore [Sieffert et Ceavaer, 1992].

Troisièmement, on détermine la réponse dynamique de la structure reliée au massif de sol par l'intermédiaire des ressorts d'impédances calculés dans la deuxième étape et soumise à la sollicitation sismique déduite de la première étape. La résolution de ce problème reste classique et utilise souvent la méthode des éléments finis.

Bien que les méthodes de sous-structures soient limitées aux problèmes linéaires, de nombreux travaux montrent qu'elles donnent de très bons résultats ([Pitilakis et al, 2008]).

Un problème important afférent à cette méthode réside dans la mise en œuvre du chargement sismique à appliquer au modèle numérique. [25]

4.3 Méthodes hybrides

Les méthodes hybrides constituent une troisième famille de méthodes qui réunissent les avantages des méthodes directes et des méthodes de sous-structures. Elles ont pour objectif de diviser le système en deux sous-domaines : un champ lointain et un champ proche.

Le champ lointain reste suffisamment éloigné de la fondation pour qu'il ne soit pas influencé par l'interaction sol-structure, et donc qu'il puisse être considéré comme élastique. Il peut être modélisé par des méthodes adaptées aux problèmes linéaires, par exemple, les impédances dynamiques.

Le champ proche, à proximité de la fondation, inclut toutes les hétérogénéités et non linéarités du système. Il s'intègre dans le modèle de la superstructure et peut être traité par une méthode directe, par exemple la méthode des éléments finis.

Hormis la méthode classique des éléments finis, une nouvelle méthode basée sur le concept de macroélément a été développée depuis trois décennies de manière à reproduire les non-linéarités dans le champ proche. Le concept de macroélément a été développé pour la première fois par [Nova et Montrasio, 1991] dans le domaine géo mécanique. Dans le cas d'une fondation superficielle reposant sur un massif de sol, il consiste à considérer la fondation et le sol dans un domaine fini (champ proche) en un

élément. Cet élément permet de prendre en compte toutes les non-linéarités du système d'une manière globale. Les chargements agissant sur la fondation ainsi que ses déplacements sont modélisés en variables généralisées et concentrés en un point représentatif. A partir des déplacements appliqués au système, nous calculons les efforts associés en prenant en compte les non-linéarités. Ainsi le concept de macroélément permet une conception de structures basée sur les déplacements.

Depuis sa première parution, les modèles de macroélément ont été développés par de nombreux auteurs [25]

5. Modelisation de l'interaction sol-structure :

La manière la plus simple pour la modelisation de l'interaction sol-structure ,est de supposée que la structure est fondée en surface sur un sol homogene (solide et elastique) ayant une stratification horizontale , avec des propriétés mécaniques connues au cours du séisme, ce sol est représenté soit par des ressorts ou des élément finis Figure 4.05.

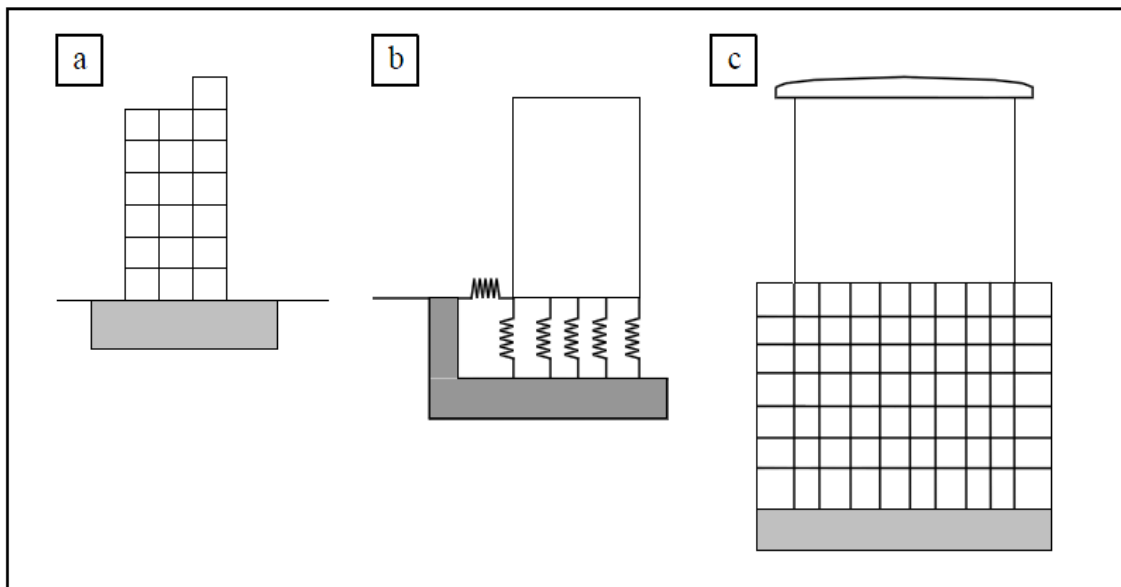


Figure . 4.05 : Types de modèles :
a) Encastrement parfait ; b) Ressorts ; c) Eléments finis

En réalité, le substratum présente parfois un certain pendage, le sol est hétérogène, ses caractéristiques dynamiques varient au cours du séisme, la structure peut être soumise à des ondes de surface et la fondation est disposée à une certaine profondeur. La difficulté essentielle de la prise en compte de l'iss est liée au caractère non borné du domaine du sol par rapport à la fondation ainsi qu'à son comportement non linéaire.

Toutes ces incertitudes font que le calcul de l'interaction sol-structure reste encore approximatif et donc une certaine prudence s'impose dans l'exploitation des résultats obtenus.[18]

5.1 Modélisation à l'aide de l'impédance de fondation

La manière la plus simple de prendre en compte le sol dans les modèles de calcul des structures est de le représenter par des ressorts reliant un ou plusieurs nœuds à une base rigide à laquelle on impose le mouvement. Dans le cas d'un modèle plan et d'une fondation de surface, l'interaction avec une semelle isolée peut être représentée par deux ressorts agissant en translation et un ressort en rotation.

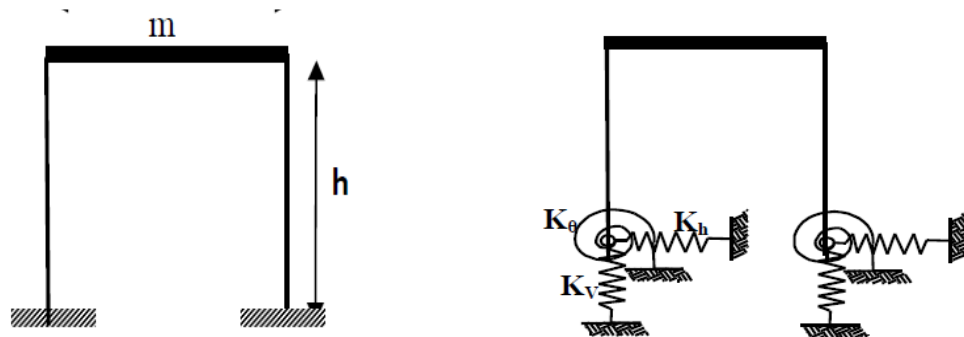


Figure.4.06 a. Modèle sans prise en compte de l'ISS **b.** Modèle avec prise en compte de l'ISS [23]

Dans le cas d'une fondation rigide, si le mouvement est quelconque, la fondation peut être représentée par la relation entre le torseur des efforts appliqués (trois composantes de réaction et trois composantes de moments) et les composantes des déplacements de corps rigide de la fondation. Dans le cas d'un comportement du sol linéaire (élastique ou viscoélastique), cette relation est caractérisée par une matrice 6x6 dite "impédance de la fondation". Cette impédance est complexe en raison de l'amortissement radiatif et matériel et dépend généralement de la fréquence. Sous une semelle filante ou un radier, il est également possible de modéliser le sol par une série de ressorts et d'amortisseurs horizontaux et verticaux placés en un ensemble de nœuds constituant les points de calcul ou de discrétisation. La raideur de ces ressorts est généralement calculée de façon à reproduire l'impédance de la fondation lorsque celle-ci se comporte de façon rigide. Les propriétés dynamiques du sol étant en général mal connues, on emploie souvent des hypothèses simplificatrices pour évaluer les impédances de la fondation à partir des données expérimentales. On peut ainsi assimiler le sol à un milieu viscoélastique infini caractérisé par un module d'élasticité E et un coefficient de Poisson ν , et la construction à un disque rigide de rayon r_0 . Les expressions des coefficients de raideur sont disponibles dans la plus part des ouvrages de dynamiques des sols et des structures. Ces expressions permettent d'estimer la limite "basse fréquence" de certains termes de

l'impédance de fondation. A ces termes, il convient d'ajouter la partie imaginaire de l'impédance de fondation caractérisant l'amortissement (combinaison de l'amortissement radiatif produit par la radiation des ondes élastiques à partir de la fondation et de l'amortissement intrinsèque du sol) ainsi qu'une variation de la partie réelle en fonction de la fréquence. [16]

6. Méthodes de détermination des raideurs du sol :

6.1 Méthode de Newmark-Rosenblueth :

Cette méthode est indépendante de la fréquence, donc avec des coefficients constants. Elle permet d'estimer et de contrôler les valeurs des raideurs, des amortissements du sol et des fréquences propres de la structure, qu'on peut calculer d'une manière plus précise avec d'autres méthodes (par exemple la méthode de Deleuse,

Pour obtenir un meilleur ajustement dans la bande des basses et moyennes fréquences, qui sont celles présentant le plus d'intérêt dans le cas des séismes. Resembluth a introduit une masse virtuelle de sol, liée à la fondation du bâtiment. [18]

On obtient les quatre raideurs à partir du Tableau 4.02 [18]

Tableau.4.01. Raideurs du sol :

Mouvement	Raideur K	
	Fondation Circulaire	Fondation rectangulaire
Vertical	$k_v = \frac{4GR}{1-\nu}$	$k_v = \frac{G}{1-\nu} \beta_z \sqrt{BL}$
Horizontal	$k_h = \frac{32(1-\nu)GR}{7-8\nu}$	$k_h = 2(1+\nu)G\beta_x \sqrt{BL}$
Balancement	$k_\theta = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$	$k_\theta = \frac{G}{1-\nu} \beta_\theta L^2 B$
Rotation autour de l'axe Vertical	$k_\phi = \frac{16GR^3}{3}$	$k_\phi = \frac{1+\nu}{4} G\beta_x (a^2 + b^2) \sqrt{BL}$

Notation :

A : Aire de la fondation, a : dimension parallèle à la direction du séisme,

R : Rayon d'une fondation circulaire, ν : coefficient de poisson,

G : Module de cisaillement dynamique du sol, $G = \rho V_s^2$

Les expressions du tableau précédant sont valables uniquement pour des petites déformations, elles doivent être utilisées en tenant compte d'une valeur de glissement à ne pas dépasser. En général, selon Dowrick, si on désigne par k_0 la valeur de l'une des raideurs du tableau calculée aux faibles déformations, alors des valeurs de raideur de translation entre $0.5k_0$ et k_0 peuvent être utilisées dans les études paramétriques. Cet intervalle augmente lorsqu'il s'agit de la raideur de renversement qui peut varier entre $0.3k_0$ à k_0 . Inversement, les termes de raideur augmentent si le sol est inhomogène avec une couche plus raide à une distance du niveau de fondation de l'ordre des dimensions de la fondation. [16]

V_s Est précisés dans le chapitre 03 du RPA99_V2003, Comme indiqués dans le tableau suivant :

Tableau 4.02 Valeurs de la vitesse d'onde de cisaillement en fonction de la catégorie du site :

Catégorie de site :	Description :	Vitesse d'onde de cisaillement :
S_1	Rocheux	$V_s \geq 800$
S_2	Ferme	$400 \leq V_s < 800$
S_3	Meuble	$200 \leq V_s < 400$
S_4	Très meuble	$100 \leq V_s < 200$

Les valeurs des coefficients β_x, β_z et β_θ sont tirés d'abaque figure 4.07. Ils sont en fonction du rapport des dimensions de la fondation et de l'action sismique considérée.

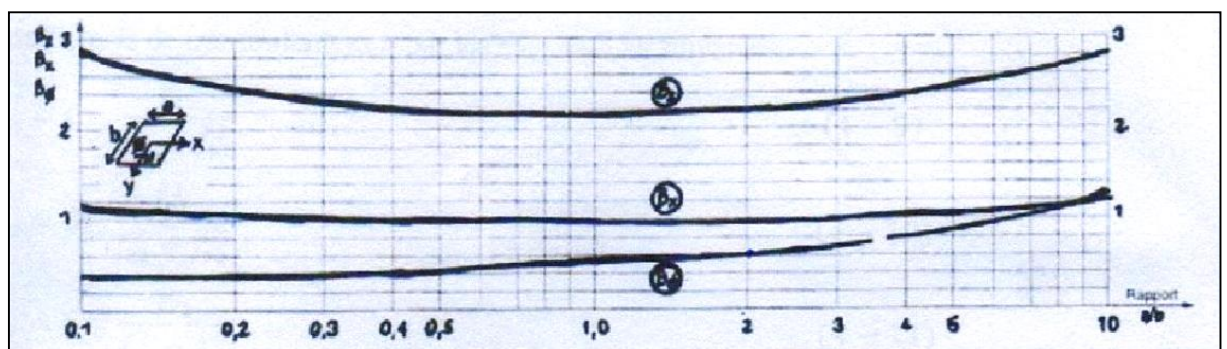


Figure.4.07 Abaque Les valeurs des coefficients β_x, β_z et β_θ

Exemples des valeurs des coefficients β_x, β_z et β_θ

$L/B = 1$ et ($\beta_x = 1, \beta_z = 2.16, \beta_\theta = 0.5$);

$L/B = 2$ et ($\beta_x = 0.94, \beta_z = 2.2, \beta_\theta = 0.6$);

$L/B = 4$ et ($\beta_x = 1, \beta_z = 2.4, \beta_\theta = 0.79$).

6.2 Méthode de Deleuze

Cette méthode est appliquée dans le cas où les fondations, circulaires ou assimilées, peuvent être considérées comme superficiel et suffisamment rigides.

Le sol est représenté par un système de ressorts reliant les nœuds représentatifs de la fondation de l'ouvrage Figure 4.08 au repère en champ libre. [18]

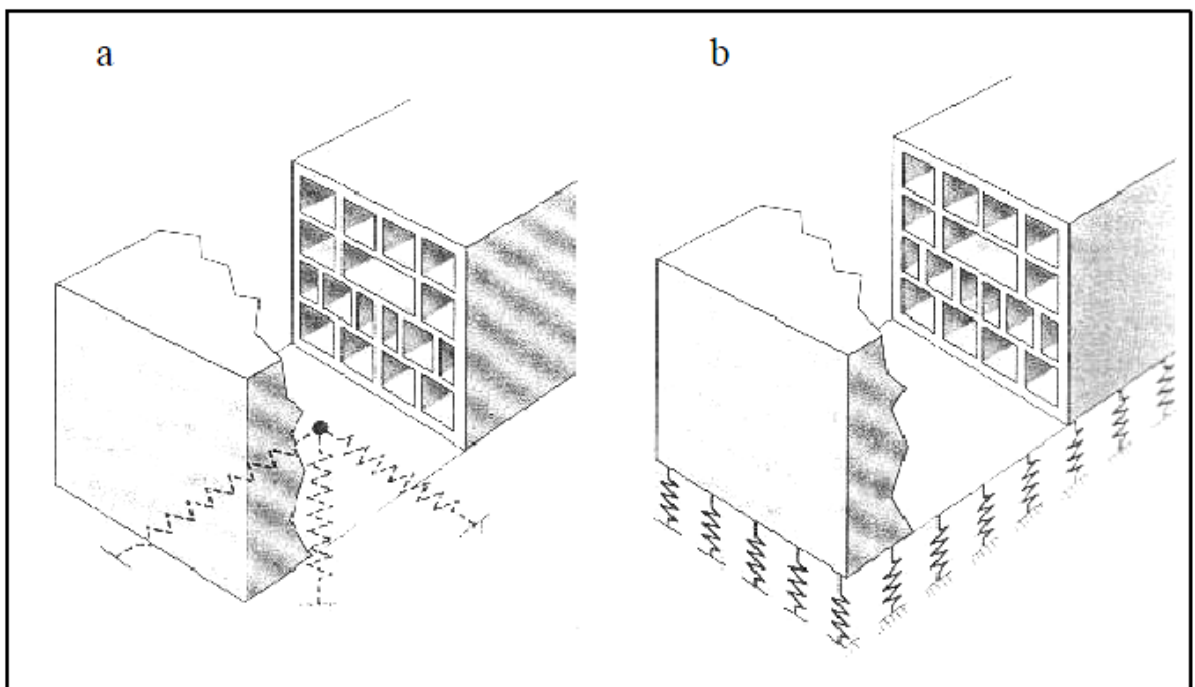


Figure. 4.08 Modélisation du sol par un système de ressorts :

a) Ressorts concentrés ; b) Ressorts répartis

Chaque ressort est caractérisé par sa raideur et son amortissement réduit, ils se répartissent suivant trois types :

- Translation verticale K_V .
- Translation horizontale K_h .
- Rotation autour d'un axe horizontal (balancement) K_θ .

Les coefficients de raideur sont calculés pour chaque direction sismique en fonction des coefficients de transmittances f par les expressions suivantes :

$$K_h = GR \frac{f_{h1}}{f_{h1}^2 + f_{h2}^2} \quad (4.02)$$

$$K_V = GR \frac{f_{V1}^2}{f_{V1}^2 + f_{V2}^2} \quad (4.03)$$

$$K_r = GR^3 \frac{f_{r1}}{f_{r1}^2 + f_{r2}^2} \quad (4.04)$$

Avec :

G : Module de cisaillement dynamique du sol,

R : Rayon d'une fondation circulaire.

f_{Vi}, f_{hi}, f_{ri} : sont des coefficients de transmittance, et peuvent être tirés de tableaux spécifiques. [18]

6.3 Méthode simplifiée de Veletsos

Cette approche de la méthode simplifiée de Veletsos s'applique aux structures relativement régulières avec des fondations de type radié ou semelles isolées. [18]

a. Principe de la méthode

Étant donné la relative complexité de la prise en compte de l'ISS et la nécessité de disposer des caractéristiques dynamiques des sols, dans la plus part des cas et sauf exigence particulière, les structures sont considérées comme parfaitement encastées au niveau des fondations.

Dans le cas de sol de moyenne ou faible résistance mécanique la méthode prend en compte l'effet de balancement afin de déterminer une période équivalente T^* et un amortissement équivalent ξ^* .

b. calcul de la période équivalente

Veletsos et al (1974,1975) et Bielak(1975) étaient les premiers à proposer des formules pour la détermination de la période fondamentale de structure en considérant la flexibilité de la fondation.

La formulation générale de la période équivalente à pour expression : [18]

$$\frac{T^*}{T} = \sqrt{1 + \frac{k}{k_h} \left[1 + \frac{k_h}{k_\theta} H_e^2 \right]} \quad (4.05)$$

Avec :

T : période propre de la structure avec base encastée.

T^* : Période fondamentale de la structure avec base flexible.

K : Raideur de la structure encastrée à la base,

k_h : Raideur horizontale de la fondation.

k_θ : Raideur de balancement de la fondation.

H : la hauteur totale de la structure.

H_e : La hauteur efficace du bâtiment = $0.7H$.

c. Détermination de l'amortissement équivalent (ξ^*)

D'après Velesos, l'amortissement équivalent est donné par l'expression suivante :

$$\xi^* = \xi_0 + \xi \left(\frac{r}{T^*} \right)^3 \quad (4.06)$$

Avec :

ξ^* : Amortissement équivalent du système sol-structure.

ξ_0 : Amortissement du sol qui est égal à la somme de l'amortissement géométrique et l'amortissement interne de frottement du sol.

L'amortissement géométrique dépend de la fondation, des propriétés du sol et de la fréquence du mouvement.

- Remarque :

Nous avons étudié l'effet de l'ISS sans prendre en compte d'amortissement du sol.

Nous savons que l'amortissement équivalent du système sol-structure dépasse largement celui de la structure, est égale à 5%, ce qui mène à surestimer la réponse, chose bénéfique du côté de la sécurité mais pas dans celui de l'économie.

7. Conclusion

La prise en compte des phénomènes d'interaction sol-structure, peuvent modifier de façon considérable la réponse dynamique d'ouvrages massifs et la modélisation la plus fréquente de l'interaction sol-structure suppose que la structure soit fondée en surface sur un sol homogène et horizontal, ce sol est représenté soit par des ressort ou par des élément finis.

Chapitre 05

Applications et études comparatives

1. Introduction

La construction parasismique consiste à trouver des techniques de génie civil permettant aux habitations de résister au mieux aux tremblements de terre. Pour cela, une bonne connaissance du comportement des structures sous sollicitations sismiques est très importante. Les structures étant fondées sur les sols par lesquels sont transmises des sollicitations sismiques, il s'avère en conséquence essentiel de connaître le fonctionnement de l'ensemble du système sol-structure en cas de séisme. En effet, non seulement la nature des sols a une influence sur le comportement des structures, mais les structures mises en mouvement induisent aussi des chargements supplémentaires dans les sols qui modifieront à leur tour les composantes des sollicitations. Le terme générique décrivant l'étude de ces phénomènes porte le nom d'Interaction Sol-Structure.

L'interaction sol-structure contribue le plus fréquemment à diminuer la réponse de la structure étudiée. Qui elle-même, sont influencées par la répartition des efforts découlant de l'interaction sol-structure. Cette interaction dépend de l'ensemble des rigidités du sol et de la structure.

2. Application 01

Cas d'un portique encastré à sa base

En premier lieu on a modélisé un portique encastré à sa base, au quel on a appliqué quatre accélérogrammes (séismes) enregistrer au rocher (à titre comparatif), ce qui nous a permis de déterminer les déplacements à la crête, l'effort tranchant à la base et les périodes de vibrations engendrés par chaque accélérogrammes. Le chargement sismique se différencie des autres chargements par son application à la base des structures.

La modélisation s'est effectuée par des éléments poutre, avec trois degrés de liberté par nœuds.

- Présentation du modèle

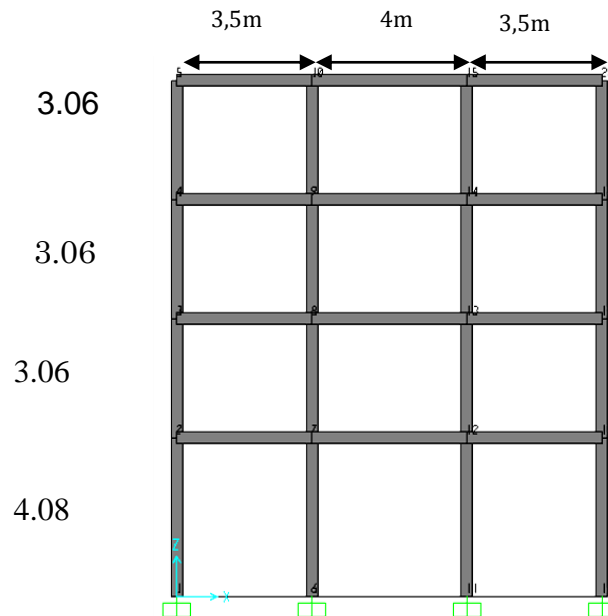
Dans ce qui suit, on s'est intéressé au cas d'un portique R+3, encastré à sa base, d'une hauteur totale de 13.26m, et de 11m longueur, comme le montre la figure (5.1), les caractéristiques géométriques et matérielles sont présentées dans les tableaux suivants :

Tableau.5.1 Propriétés matérielles du portique encastré

Propriétés matérielles :			
E_b (MPa)	ν_b	ρ_b (kN /m ³)	f_{c28} (Mpa)
$30 \cdot 10^3$	0,2	24	25

Tableau.5.2 Propriétés géométrique du portique encastré

propriétés géométriques (m) :					
Poteau (m ²)	Poutre(m ²)	Hauteur		Travée	
(0.30 x 0.30)	(0.30 x 0.25)	h_{rc}	h_e	T_r	T_i
		4.08	3.06	3.5	4

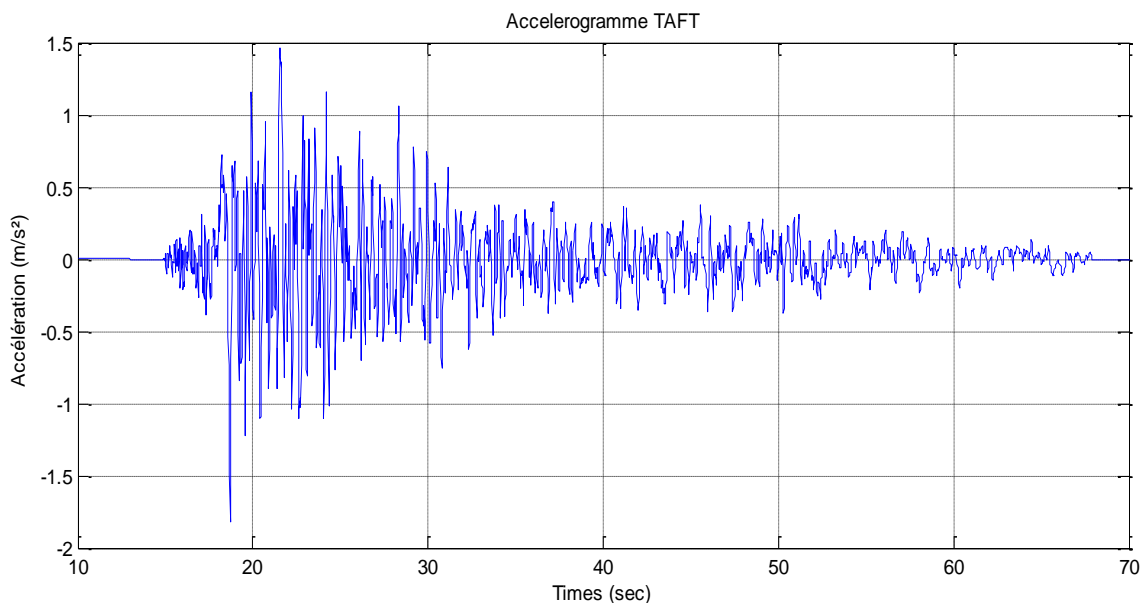
**Figure.5.01** Modèle 01 portique encastré à la base

Les périodes propres du modèle 01 (portique encastré à la base) sont relatées dans le tableau suivant :

Tableau.5.3 Les périodes propres du modèle 01

	Numéro du mode	Périodes (sec)
Mode	1	0,367932
Mode	2	0,115487
Mode	3	0,063297
Mode	4	0,043328
Mode	5	0,022591
Mode	6	0,021896
Mode	7	0,018898
Mode	8	0,018856
Mode	9	0,011357
Mode	10	0,010859
Mode	11	0,010626
Mode	12	0,008986

Les figures suivantes montrent les accélérogrammes utilisés (TAFT, YERBA, PERTOLIA) : ses enregistrements on été pris au roché.

**Figure.5.02** Ar TAFT

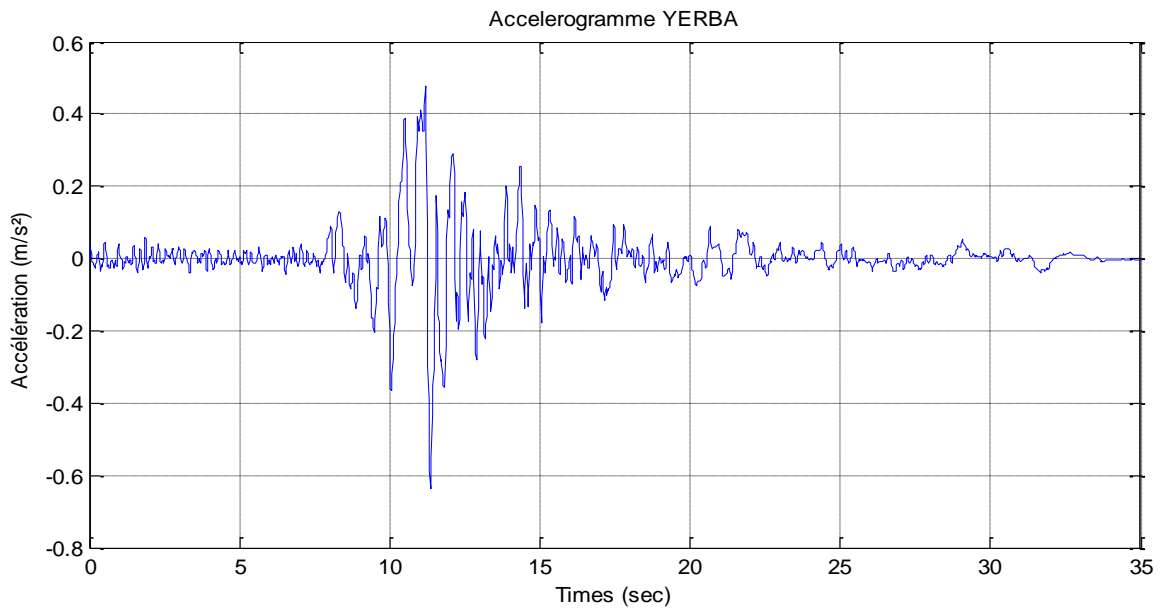


Figure.5.03 Ar YERBA

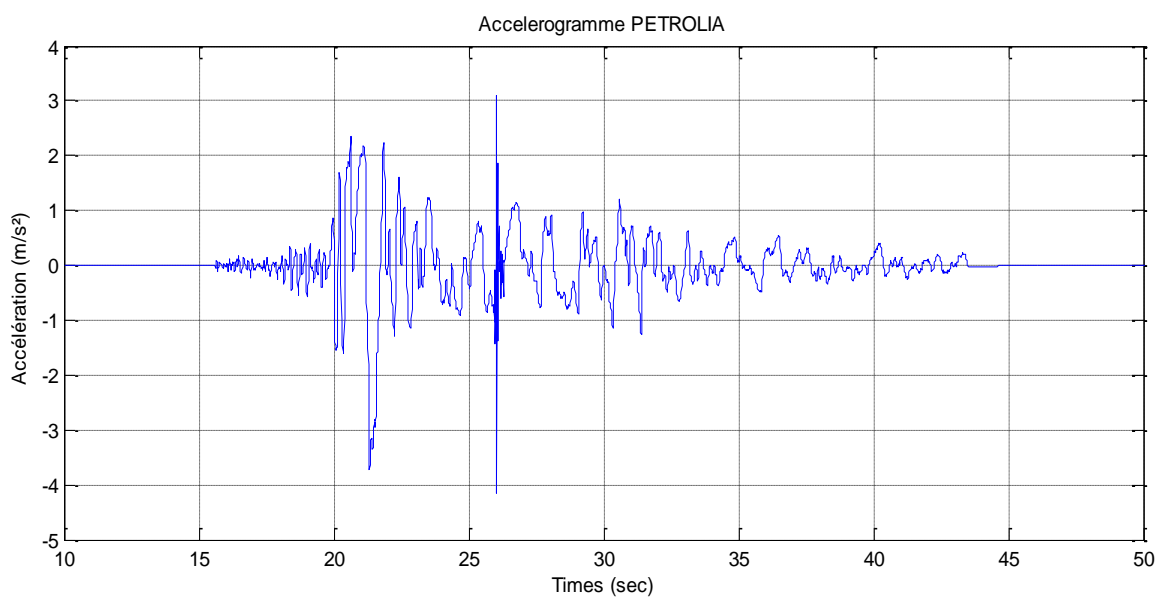


Figure.5.04 Ar PETROLIA

Les réponses en déplacement de la structure encastree à la base (modèle 01) sont présentées dans les figures ci-dessous :

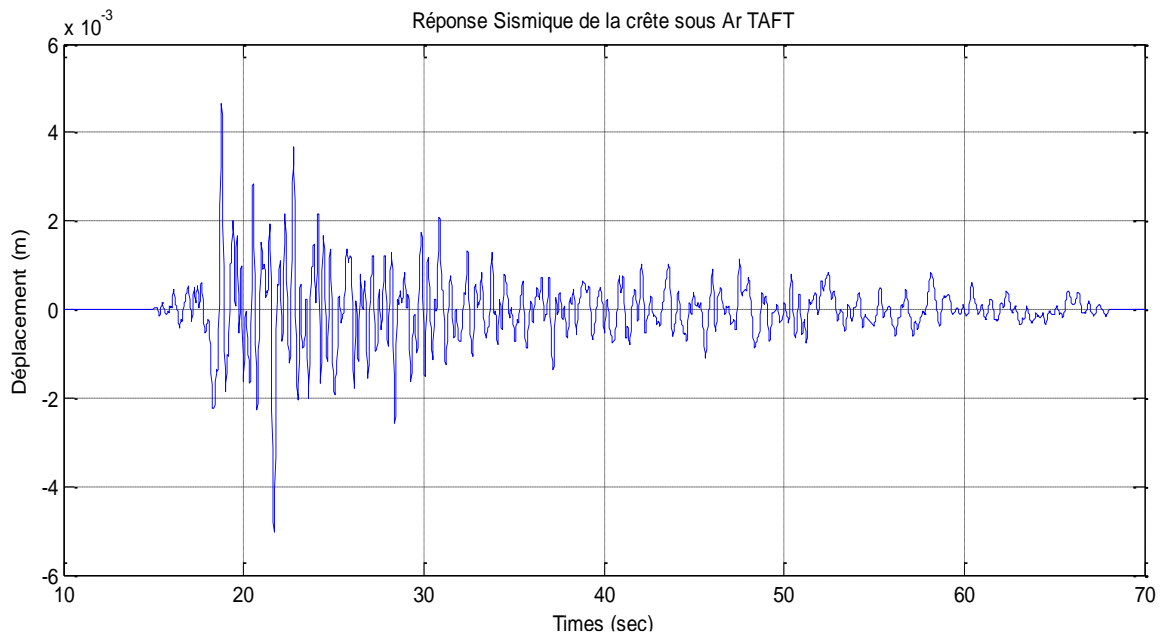


Figure.5.05 déplacement de la crête sous Ar TAFT

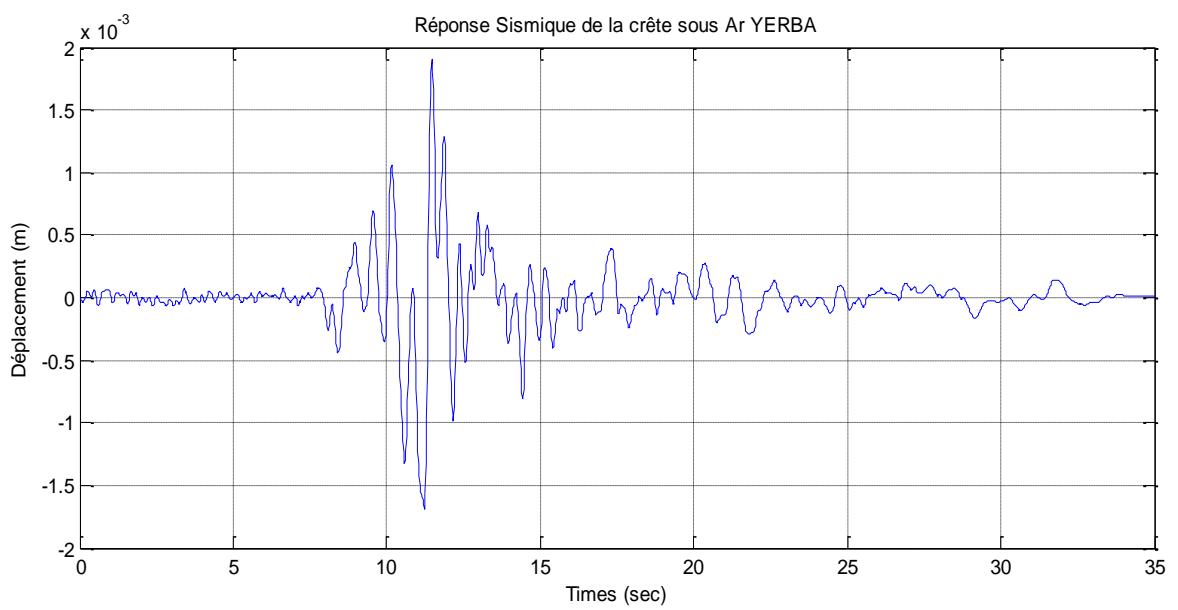


Figure.5.06 déplacement de la crête sous Ar YERBA

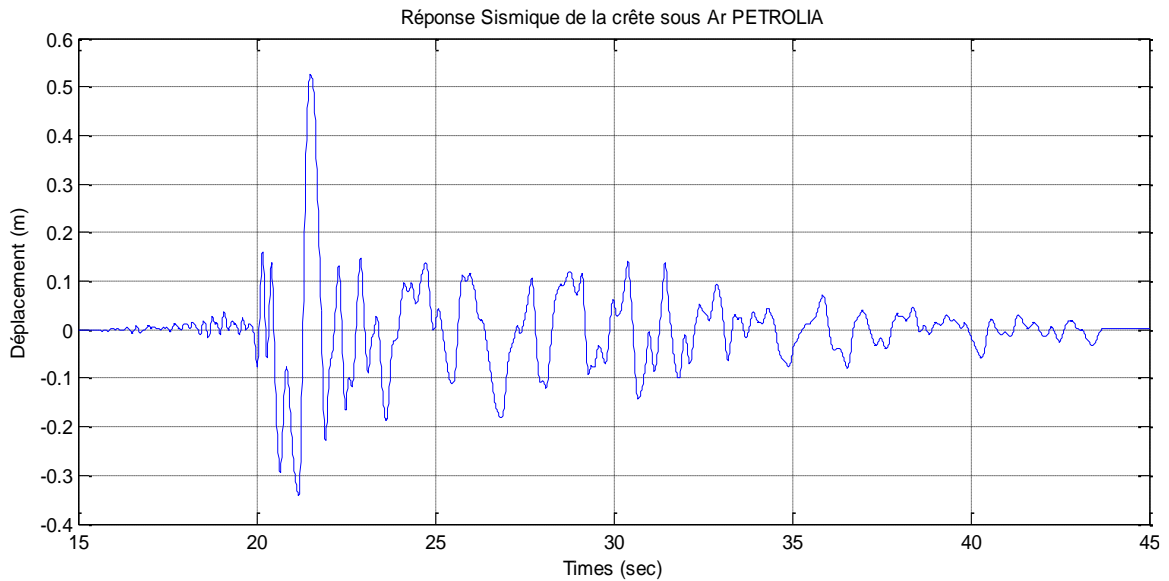


Figure.5.07 déplacement de la crête sous Ar PETROLIA

- Remarque

- On remarque que le déplacement vibre au tour de zéro et cela est causé par le comportement linéaire de la structure
- On voit que les déplacements maximaux à la crête ont le même intervalle que les accélérations maximales des accélérogrammes injectés au portique sauf pour le déplacement à la crête sous Ar PETROLIA où le déplacement maximal $\in [20, 25] \text{ sec}$, et l'accélération maximale $\in [25, 30] \text{ sec}$ et on suppose que cela est due au phénomène de la résonance.

Les figures qui présentent les efforts tranchants repris par le portique encastré à la base, provoqué par chaque accélérogramme Ar sont présentées dans ce qui suit :

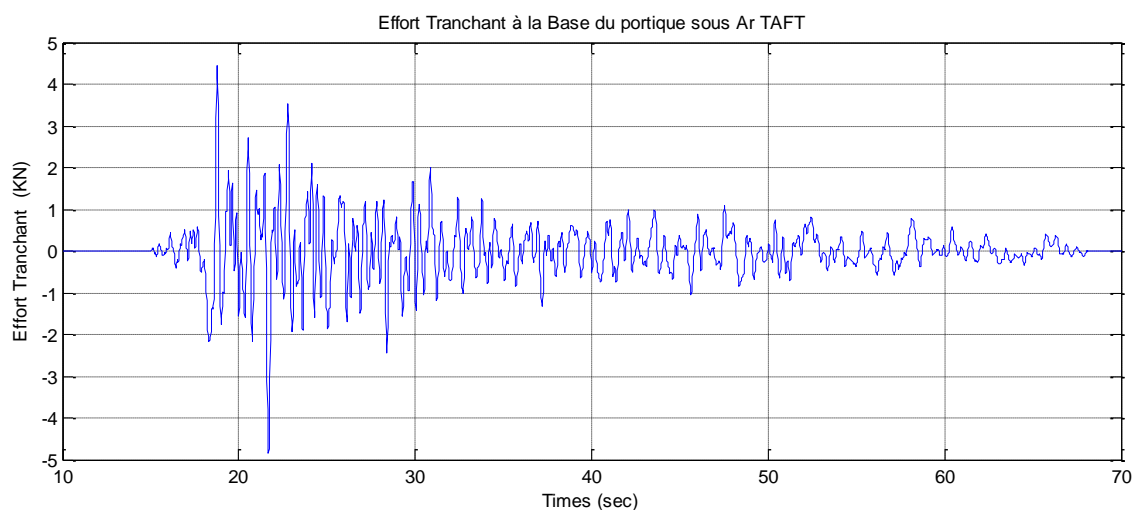


Figure.5.08 effort tranchant à la base du portique sous Ar TAFT

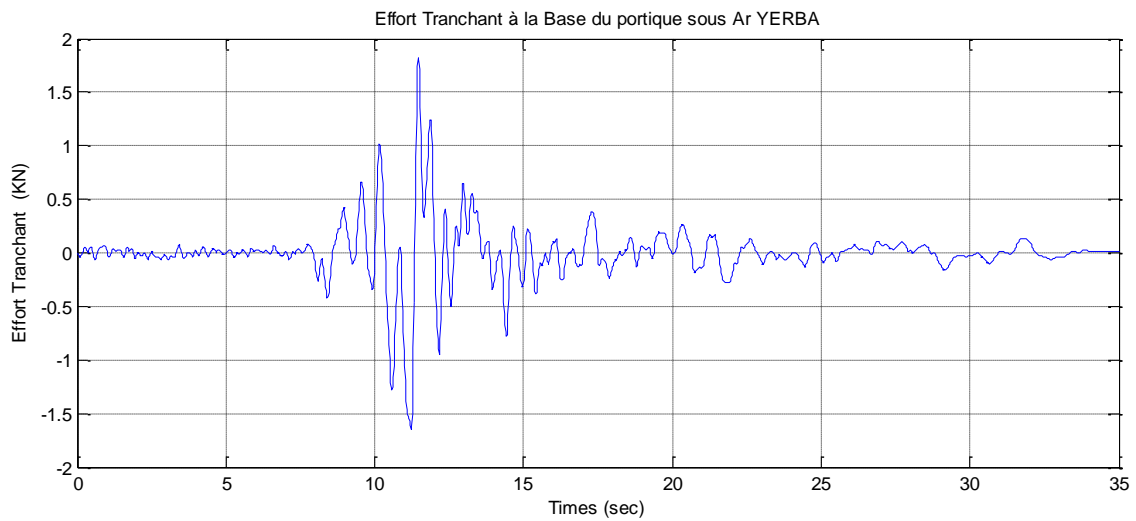


Figure.5.09 effort tranchant à la base du portique sous Ar YERBA

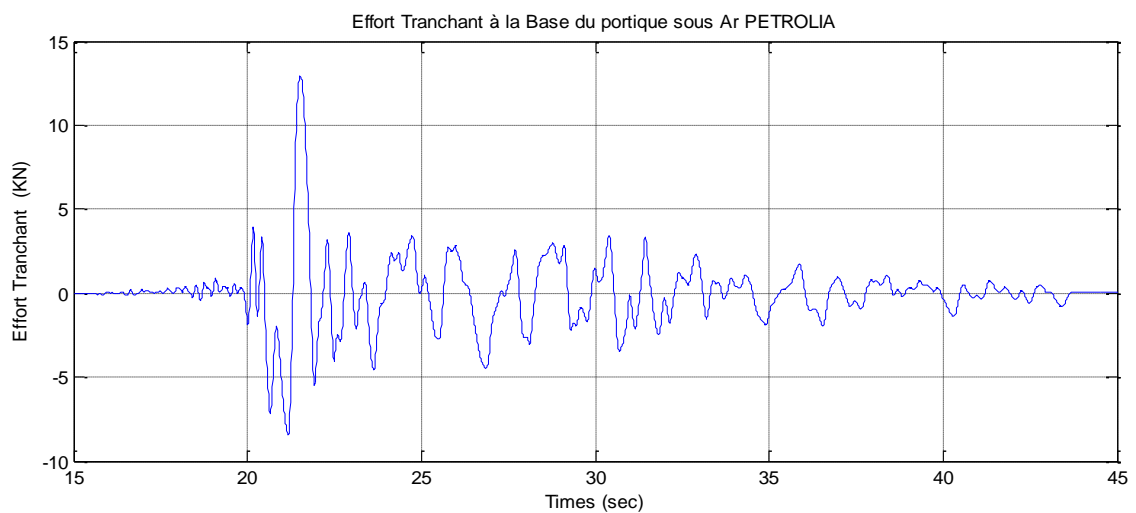


Figure.5.10 effort tranchant à la base du portique sous Ar PETROLIA

- Remarque

On remarque que les figures de l'effort tranchant à la base ont la même allure que celles du déplacement et que l'effort tranchant maximal est dans le même intervalle de temps que le déplacement maximal.

3. Application 02

Cas d'un profil de sol

- présentation du modèle

Le sol considéré isotrope et homogène, et dont la hauteur et la longueur sont $H = L = 13.26\text{m}$. Ces caractéristiques sont décrites dans le tableau (5.4).

Tableau.5.04 Caractéristiques mécaniques du sol :

$E_{sol}(MPa)$	ν_{sol}	$\rho_{sol}(KN/m^3)$	$V_s(m/s)$	$G(MPa)$
496.8	0.38	20	300	180

Le sol, est modélisé en déformation plane avec un maillage de $(0.75 \times 0.75)m^2$, le modèle représenté par la figure (5.2), est considéré encasté à sa base, avec des appuis simples selon l'axe (oz) , des deux côtés.

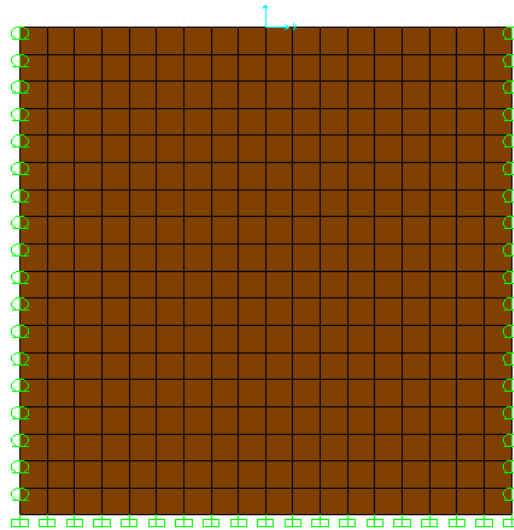


Figure.5.11 Modèle 02 Sol en champ libre

Les périodes propres, obtenus par le modèle élément fini sont relatés dans le tableau suivant :

Tableau.5.05 Les périodes propres du modèle 02 :

	Numéro du mode	Période (sec)
Mode	1	0,178591
Mode	2	0,079659
Mode	3	0,059682
Mode	4	0,049366
Mode	5	0,047128
Mode	6	0,035992
Mode	7	0,035576
Mode	8	0,034517
Mode	9	0,033298
Mode	10	0,031964
Mode	11	0,027059
Mode	12	0,026938

- Remarque :

On a utilisé pour la vérification des périodes la même formule proposé dans [16] $T = 4H/(2n - 1)V_s$ et on a trouvé que notre première période est compatible avec la période trouvé par cette formule.

On a appliqué les mêmes accélérogrammes A_r appliqués précédemment au premier modèle, afin de déterminer les accélérogrammes à la surface du profile de sol. Les figures suivantes montrent les accélérogrammes enregistrés à la surface A_{cl} .

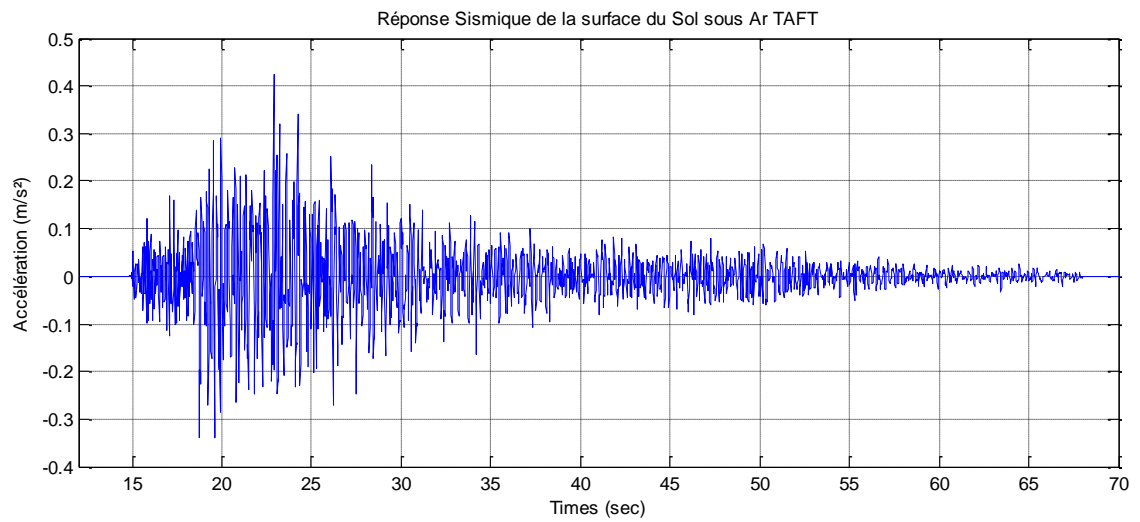


Figure.5.12 TAFT_{cl}

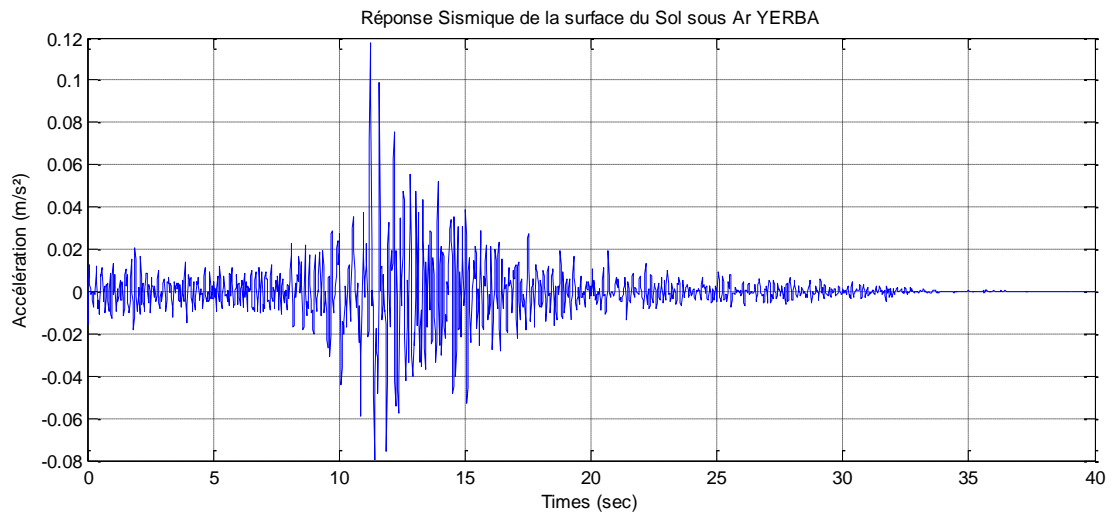


Figure.5.13 YERBA_{cl}

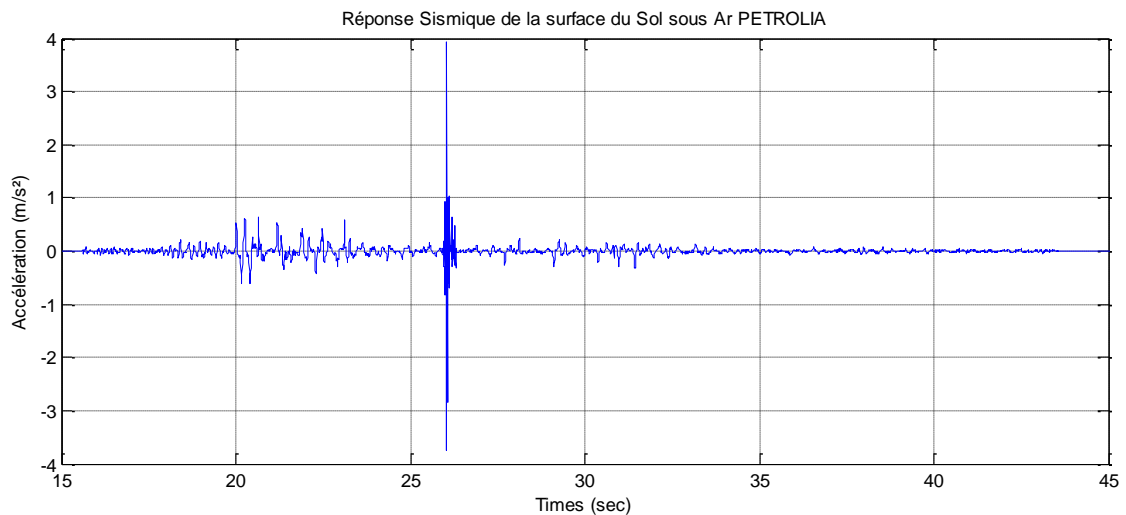


Figure.5.14 PETROLIA_{cl}

Remarque

- Pour l'accélérogramme PETROLIA_{cl}, on remarque un pic dans l'accélération sismique on suppose que cela est due au phénomène de résonance.

4. Application 03

Portique encastré soumis aux accélérogrammes A_{cl}

Dans cette troisième application, nous avons pris notre portique (modèle 01), auquel on a appliqué les accélérogrammes de surface enregistrés en champ libre A_{cl} (modèle 02), puis on a déterminé les déplacements à la crête causés par chaque accélérogramme de surface. Les résultats sont relatés dans les figures suivantes :

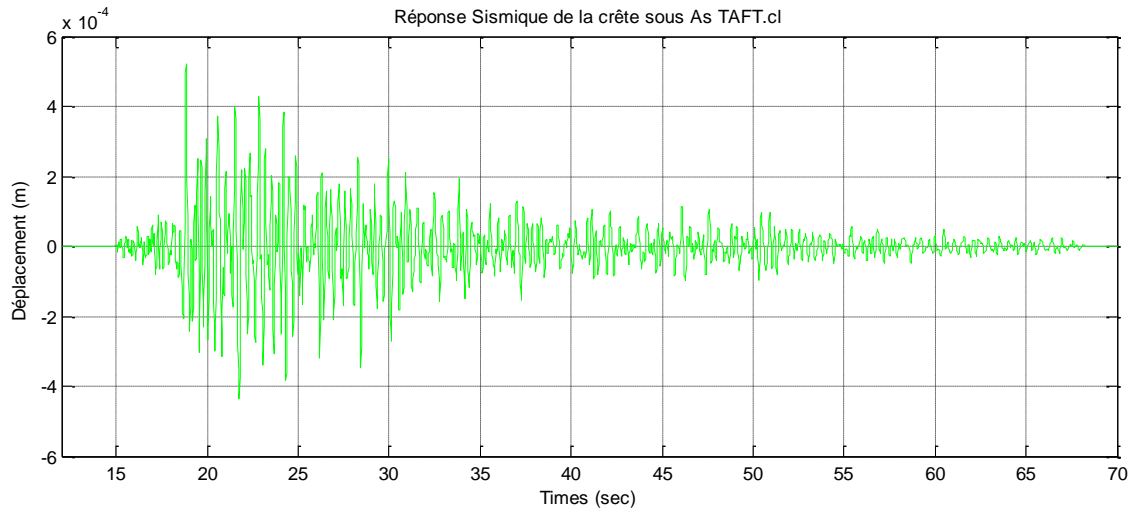


Figure.5.15 déplacement de la crête sous TAFT_{cl}

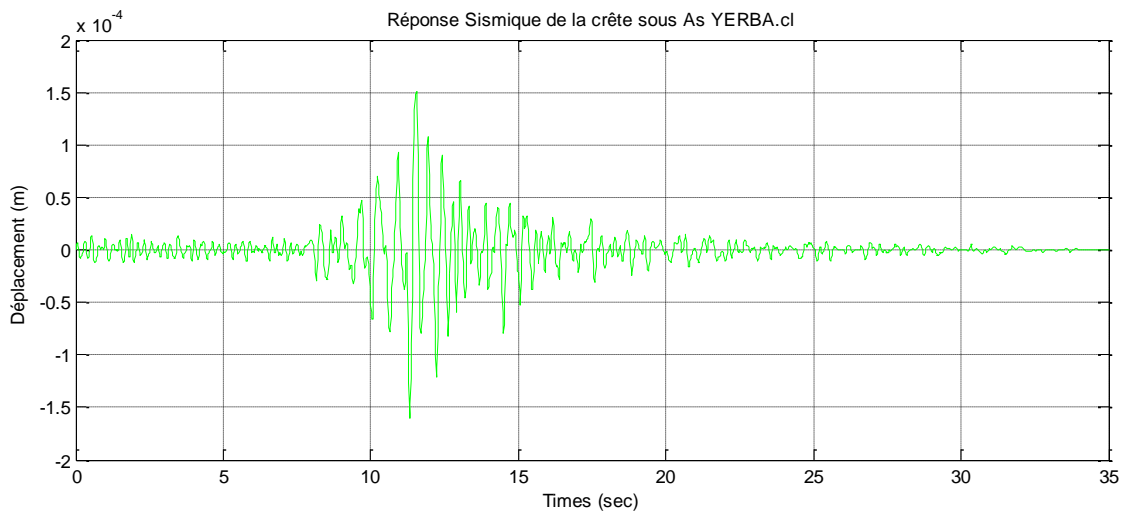


Figure.5.16 déplacement de la crête sous YERBA_{cl}

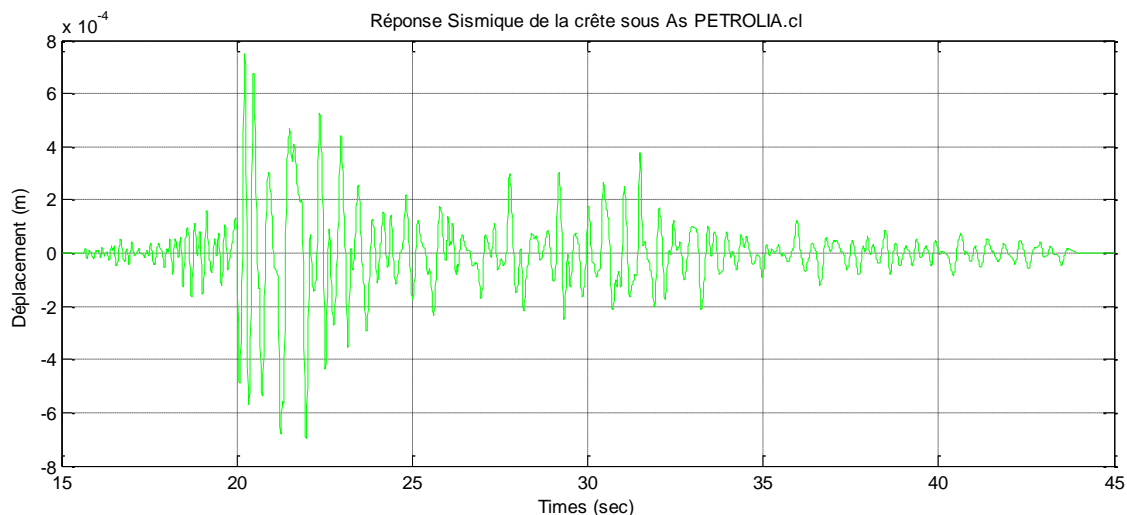


Figure.5.17 déplacement de la crête sous PETROLIA_{cl}

- Remarque

On remarque que la réponse sismique de la crête sous A_{cl} a la même allure que celle sous A_r mais de faible intensité et que la réponse maximale sous A_{cl} est dans le même intervalle que celle sous A_r .

Les efforts tranchants repris par le portique sous les accélérogrammes A_{cl} sont présentés dans les figures suivantes :

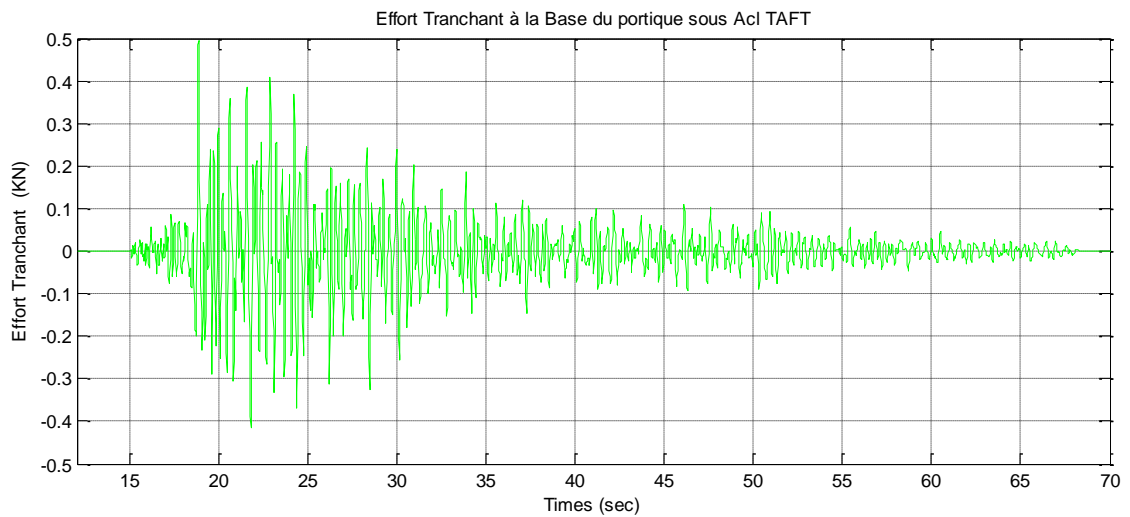


Figure.5.18 Effort tranchant à la base sous TAFT_{cl}

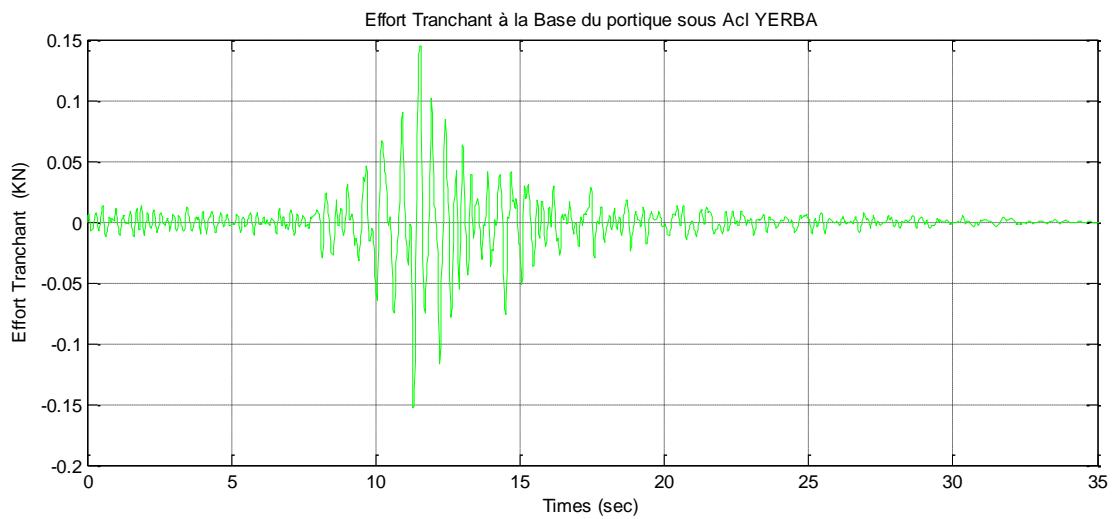


Figure.5.19 Effort tranchant à la base sous YERBA_{cl}

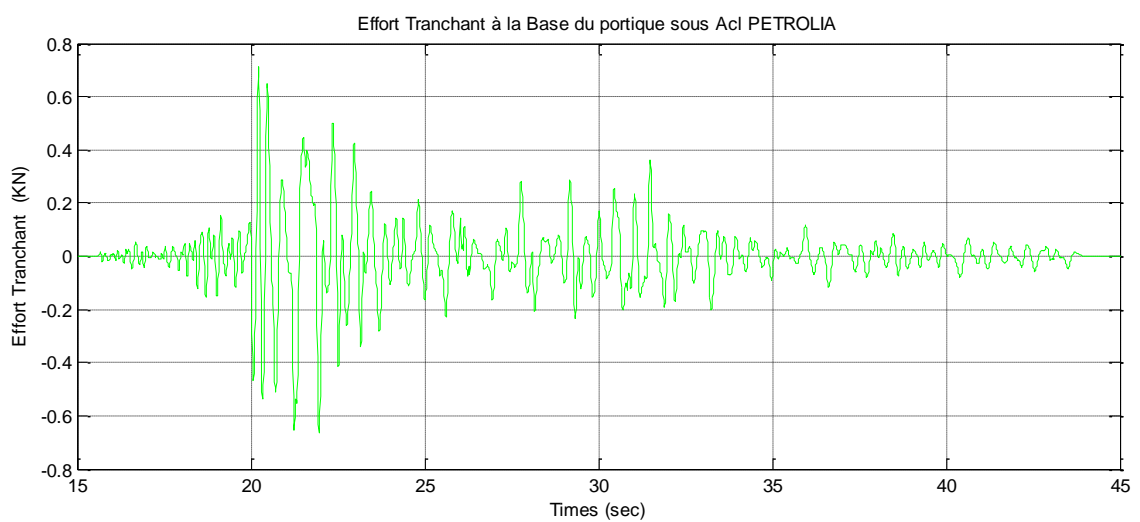


Figure.5.20 Effort tranchant a la base sous PETROLIA_{cl}

- Remarque :

On voit que les figure des efforts tranchants à la base sous A_{cl} a la même allure que celle sous A_r mais de faible intensité

- Comparaison du mouvement à la crête du portique sous A_r et A_{cl} :

Les déplacements considérés sont des réponses sismiques, dus aux accélérogrammes enregistré au roché A_r (en bleu), appliqués directement à la base de la structure (modèle 01), tandis que les autres réponses sismiques (en vert) sont celles dus aux accélérogrammes retrouvée à la surface du profile de sol en champ libre (modèle 02) A_{cl} , et par suite appliqué à la structure.

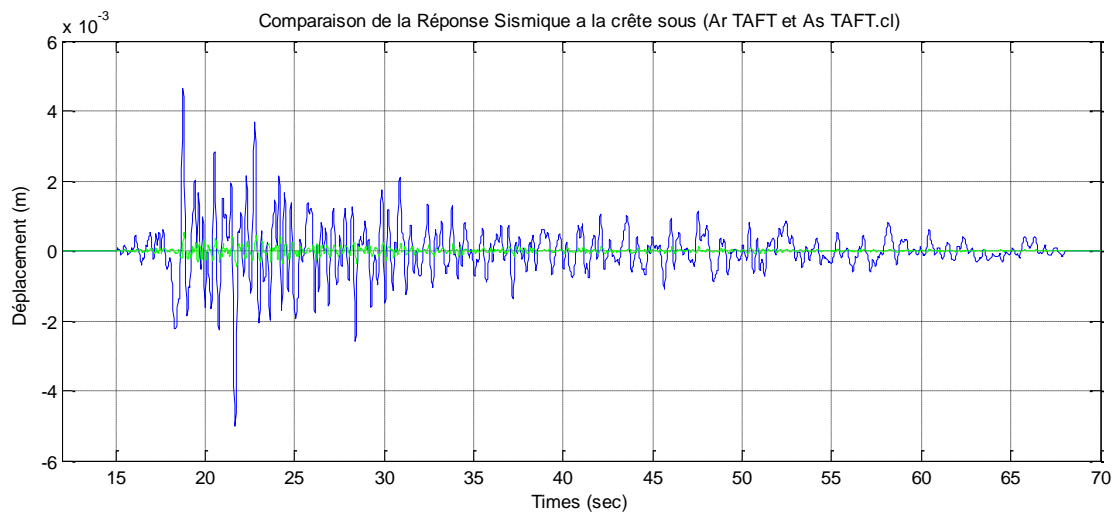


Figure.5.21 comparaison de la réponse sismique sous (A_r TAFT et A_{cl} TAFT)

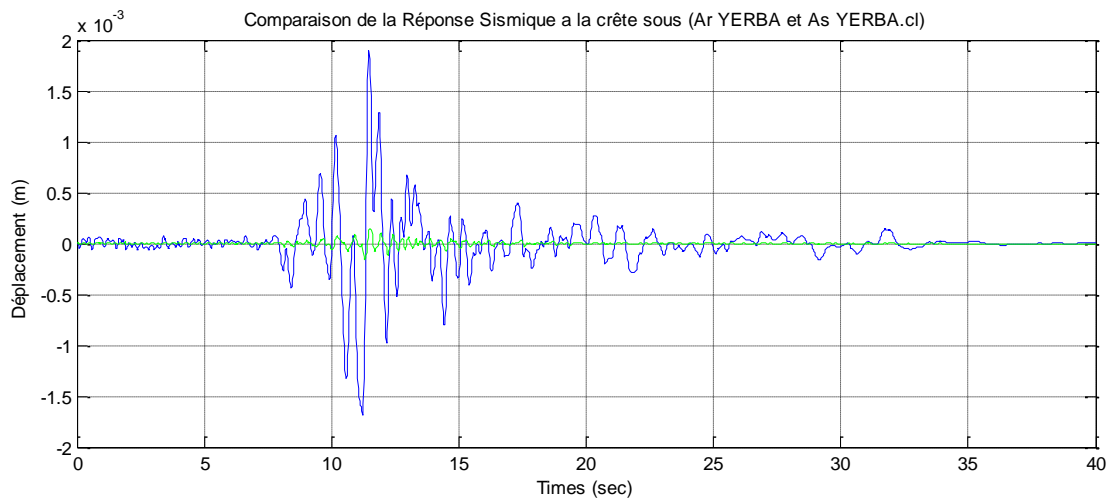


Figure.5.22 comparaison de la réponse sismique sous (Ar YERBA et AsYERBA_{cl})

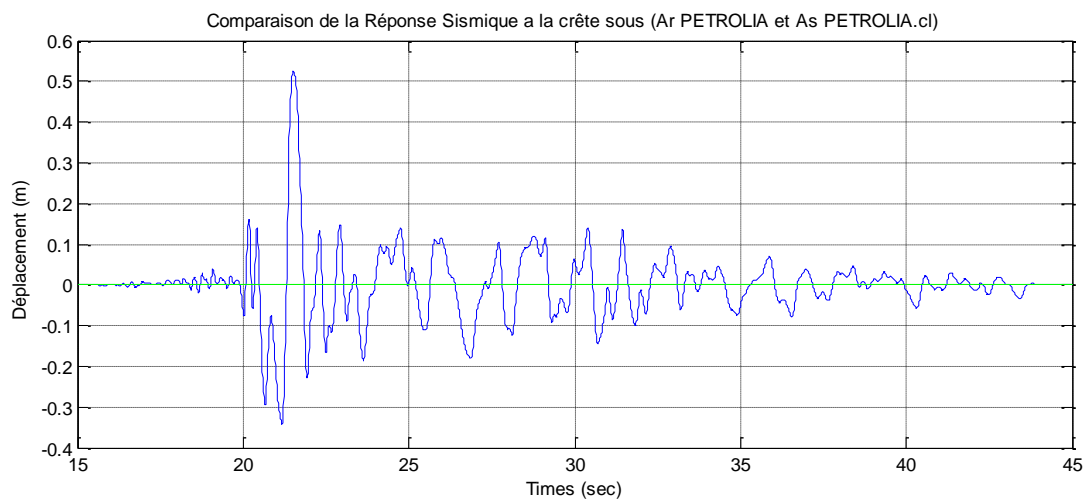


Figure.5.23 comparaison de la réponse sismique sous (Ar PETROLIA et PETROLIA_{cl})

- Remarque :

On remarque que les déplacements a la crête $U_{A_{cl}} < U_{A_r}$, on suppose que cela veut dire que le sol a atténué le mouvement sismique de la structure.

5. Application 04

Détermination de la limite du domaine du champ libre

- Présentation du modèle

Dans ce présent modèle nous avons représenté le portique (modèle 01) pourvu d'une base très rigide, qu'on a modélisé en élément poutre, dont les caractéristiques sont relaté dans le tableau (5.8), représenté sur un sol présentant les même caractéristiques que le deuxième modèle, de longueur $5L$ et de hauteur H , avec un maillage de $(0.5 \times 0.5)m^2$ sous la structure sur une longueur $2L$, et de $(0.75 \times 0.75)m^2$ de part et d'autre de la longueur du sol restante ($1.5L$ de chaque côté) comme décrit dans la figure suivante :

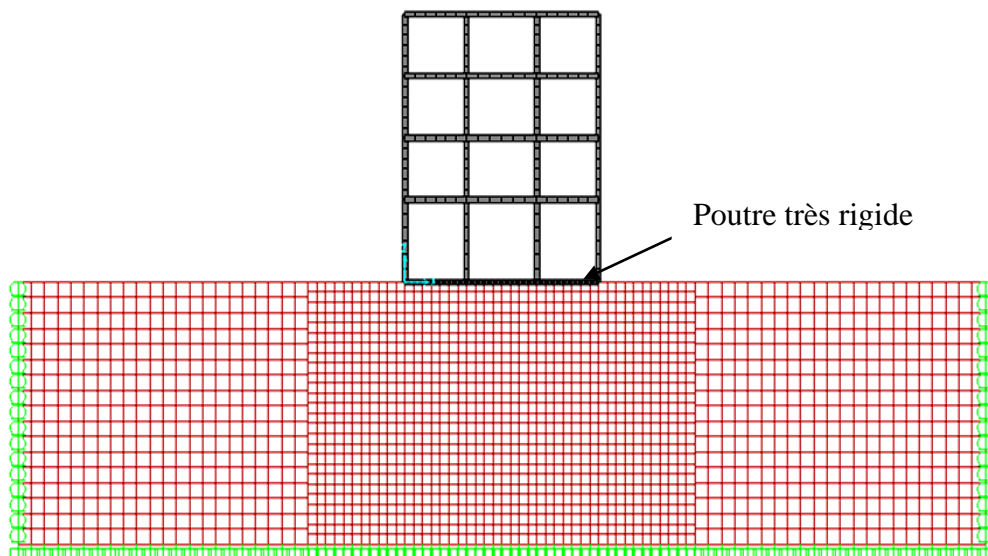


Figure.5.24 Modèle 03 Portique à base rigide sur sol

Tableau.5.6 Caractéristique matérielles de la base rigide :

$E_p(MPa)$	$\rho_p(KN/m^3)$	ν_p	$f_{c28}(MPa)$
3×10^{17}	24	0.2	25

Les périodes propres sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau.5.7. Les périodes propres du modèle 03 :

	Numéro du mode	Période (sec)
Mode	1	0,464373
Mode	2	0,1947
Mode	3	0,174924
Mode	4	0,163946
Mode	5	0,137378
Mode	6	0,116489
Mode	7	0,099862
Mode	8	0,091745
Mode	9	0,091355
Mode	10	0,073868
Mode	11	0,073749
Mode	12	0,070587

- Remarque :

- Pour la poutre rigide on a trouvé que la valeur limite du module de young E dans le logiciel sap (2000 version 14) est à l'échelle de $10^{17} MPa$ au delà de cette valeur les résultats sont erronés.
- On constate que les périodes de vibration du sol+structure (modèle 03) ont augmentées par rapport à celles de la structure encastree à la base (modèle 01).

Nous avons appliqué au présent modèle les quatre accélérogrammes A_r (TAFT, YERBA, PETROLIA), pour avoir les accélérations à la surface du sol avec la présence du portique à base très rigide, qu'on a ensuite comparé avec les accélérogrammes trouvés à la surface du profile de sol en champ libre A_{cl} (modèle 02).

Les accélérogrammes retrouvés à la surface du sol du modèle 03 à 0.5 L du portique, sont présentés dans les figures suivantes :

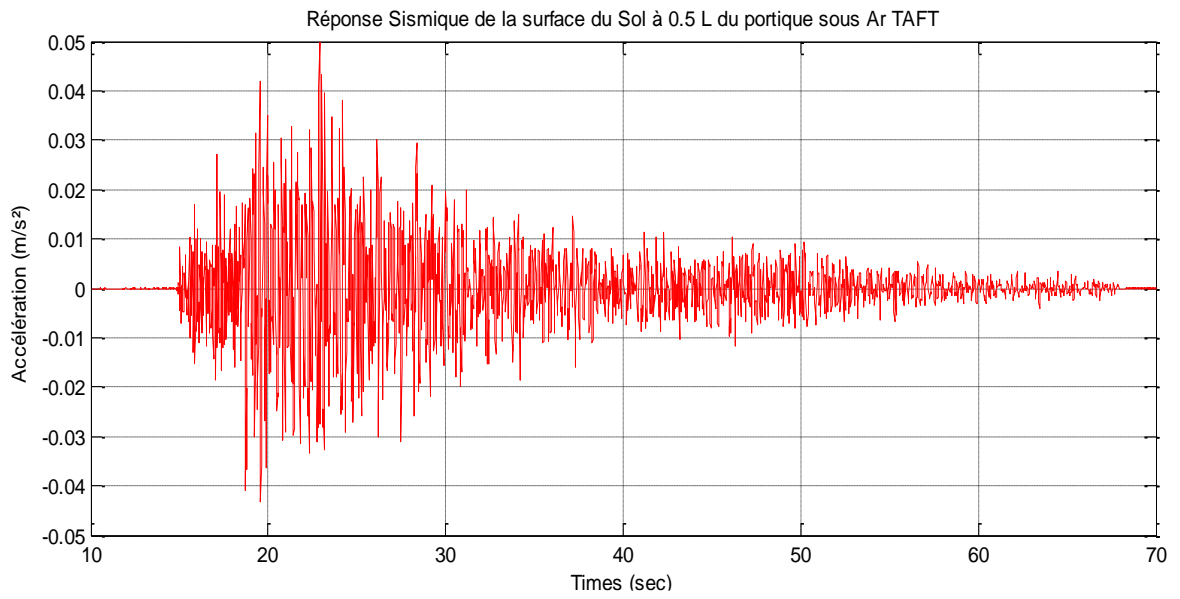


Figure.5.25 Accélération de la surface du sol a 0.5L sous Ar TAFT

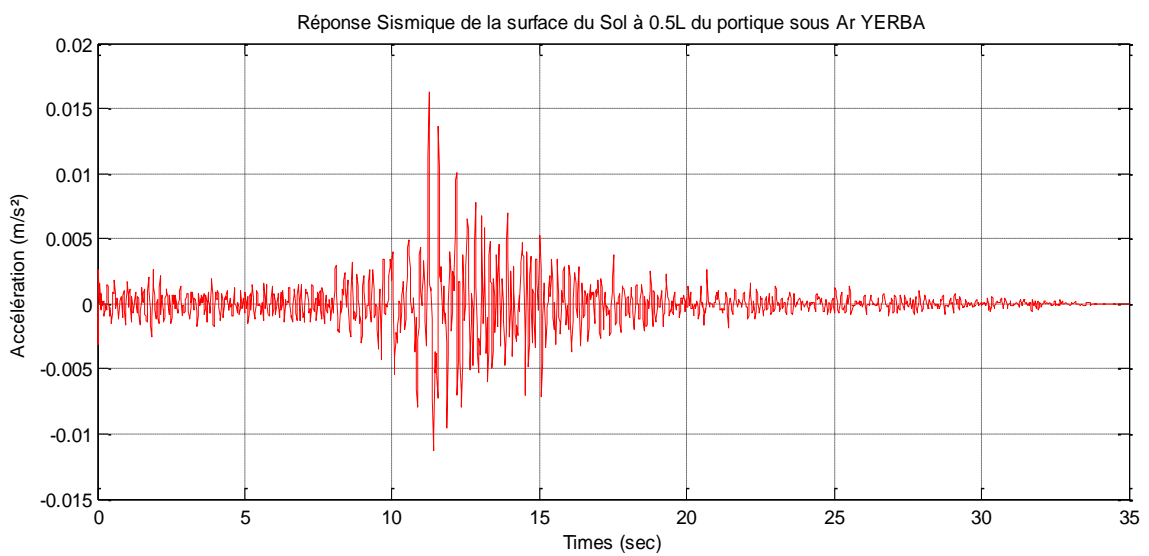


Figure.5.26 Accélération de la surface du sol a 0.5L sous YERBA

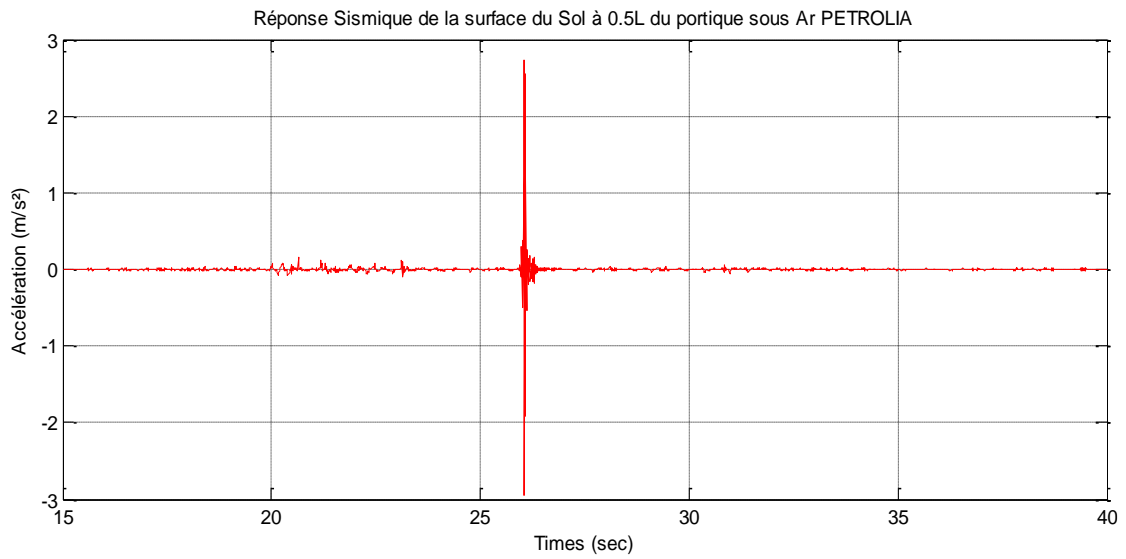


Figure.5.27 Accélération de la surface du sol a 0.5L sous Ar PETROLIA

Les accélérogrammes retrouvés à la surface du sol du modele 03 a 2 L du portique , sont présentés dans les figures suivantes :

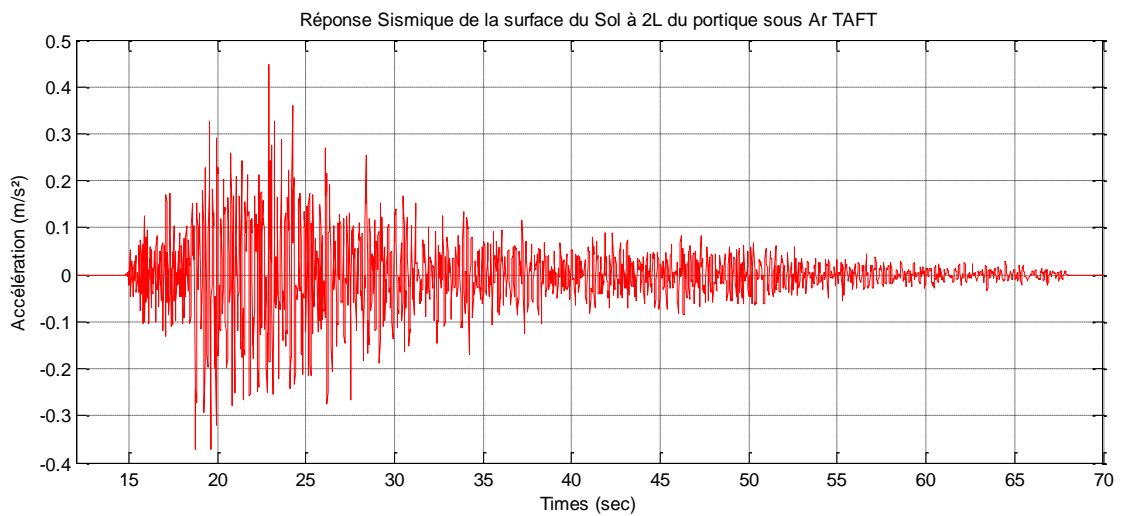


Figure.5.28 Accélération de la surface du sol a 2L sous Ar TAFT

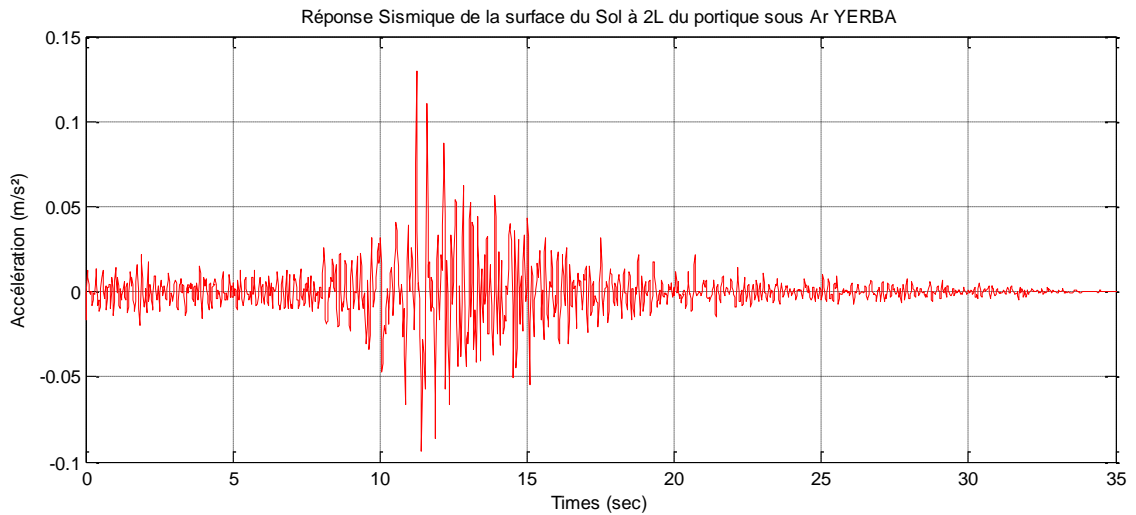


Figure.5.29 Accélération de la surface du sol a 2L sous Ar YERBA

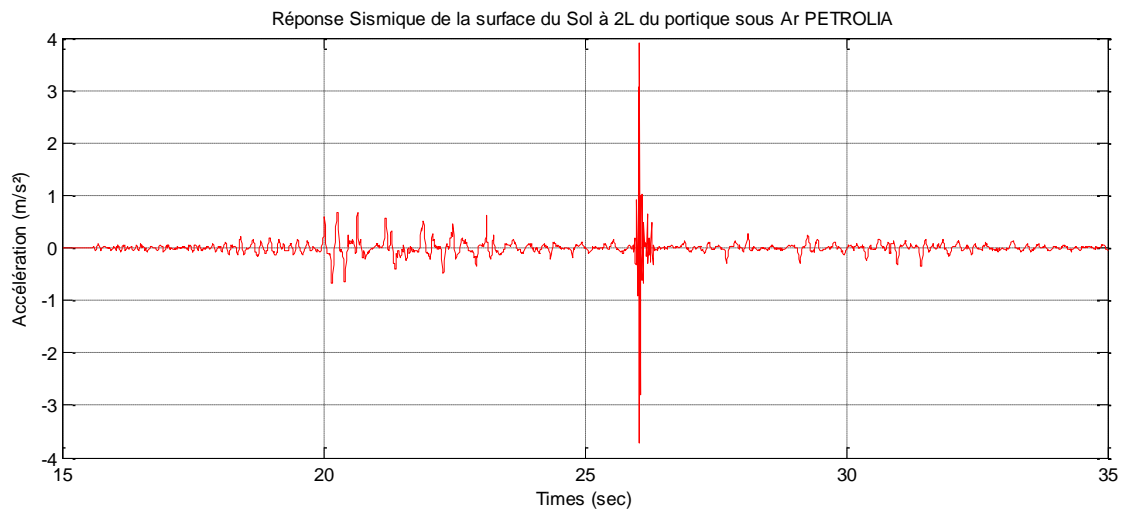


Figure.5.30 Accélération de la surface du sol a 2L sous Ar PETROLIA

- Remarque

On constate qu'au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la structure, la réponse sismique en accélération à la surface du sol diminue car elle est plus importante à côté de la structure qu'à son extrémité.

- Comparaison entre A_{cl} et A_s

On a comparé entre les accélérogrammes A_{cl} retrouvé dans le modèle 02(profile de sol en champ libre) et les accélérogrammes retrouvé à la surface du sol A_s a 2L du modèle 03 (sol+structure).

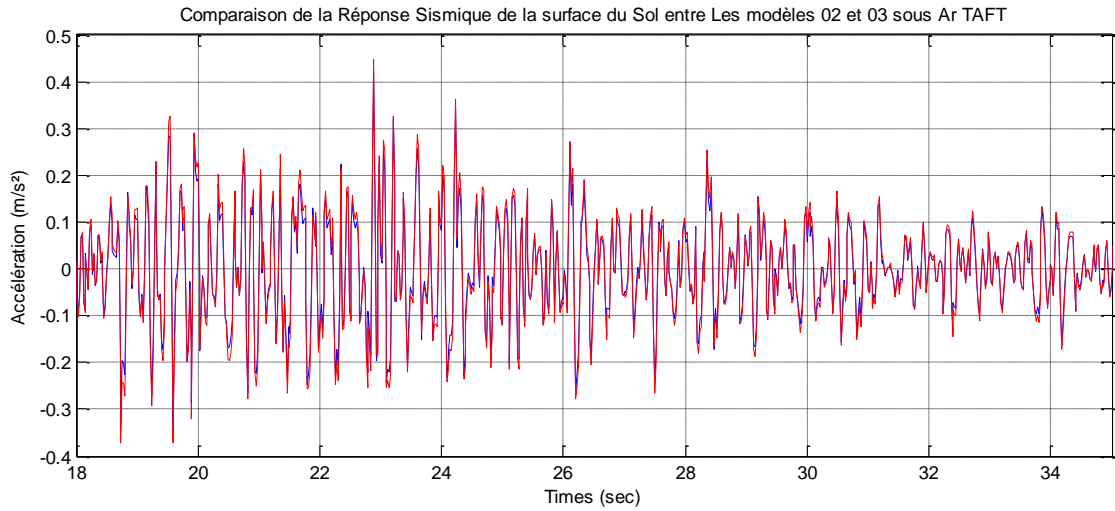


Figure.5.31 Comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 03) sous Ar TAFT

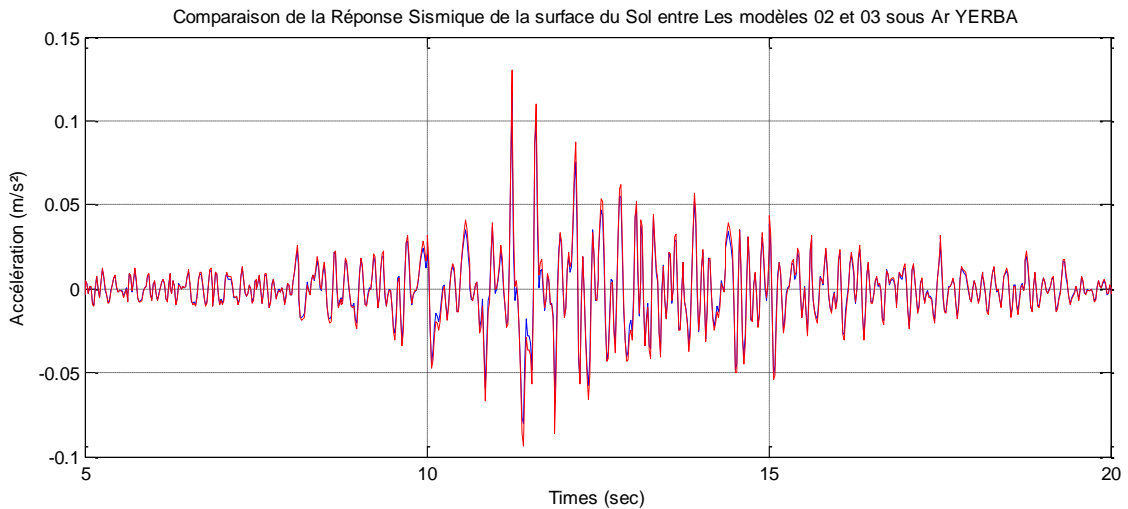


Figure.5.32 Comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 03) sous Ar YERBA

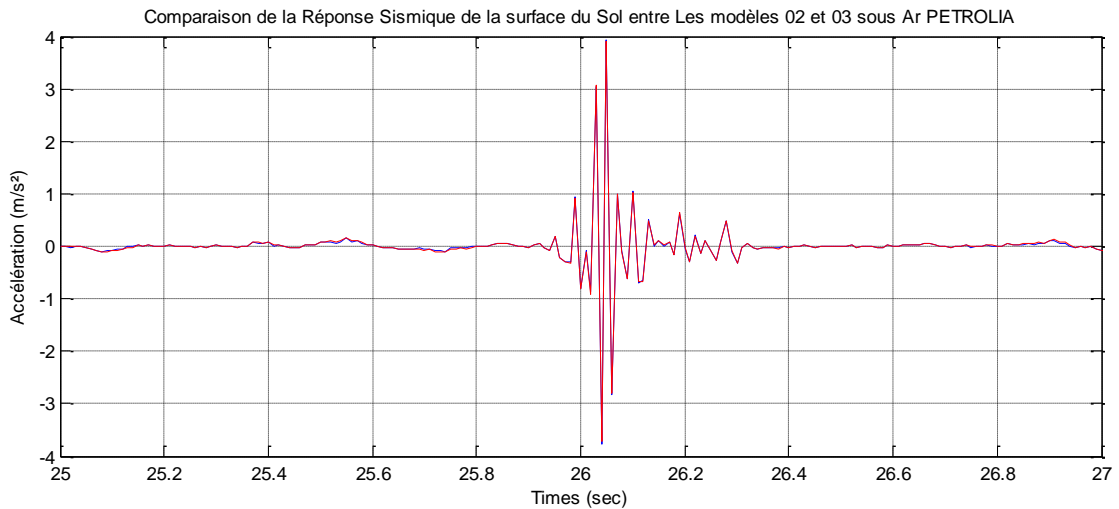


Figure.5.33 Comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 03) sous Ar PETROLIA

- Remarque :

On constate lors de la comparaison, que l'accélerogramme du modele 03 enveloppe celui du modele 02 ce qui veut dire qu'on a pas encors atteint l'accélération enregistré dans le modele 02 qui est inferieure a celle du modele 03 et c'est pour cela qu'on a continué nos recherche on Augmentons le champ libre pour trouver où les deux acceleroigrammes seront iddentique.

Après avoir effectué plusieurs itération, on a trouvé qu'à une distance de $4L$, le graphe de la réponse sismique en accélération retrouvé la surface du sol du modèle 03 (sol +structure), devenait similaire a celui enregistré au préalable a la surface du profile de sol (modèle 02) Acl. Pour que les deux graphes soit le plus identique possible, on a bloqué notre modèle au modèle 04, comme présenté dans la figure (5.44).

- Présentation du modèle

Dans ce présent modèle nous avons représenté le portique (modèle 01) pourvu d'une base très rigide, qu'on a modélisé en élément poutre, dont les caractéristiques sont relaté dans le tableau (5.8), représenté sur un sol présentant les même caractéristiques que le deuxième modèle, de longueur $10L$ et de hauteur H , avec un maillage de $(0.5 \times 0.5)m^2$

sous la structure sur une longueur $2L$, et de $(0.75 \times 0.75) \text{m}^2$ de part et d'autre de la longueur du sol restante ($4L$ de chaque côté) comme décrit dans la figure suivante :

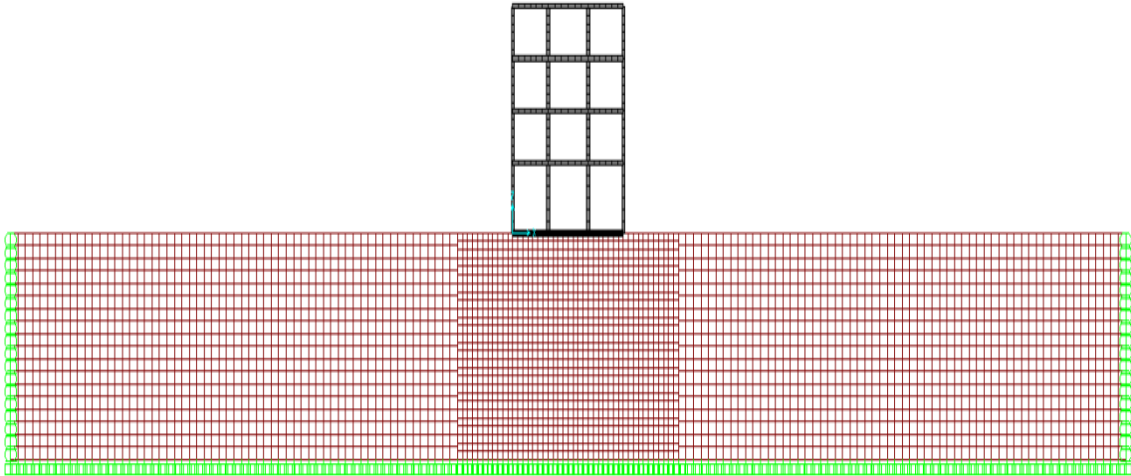


Figure.5.34 Modèle 04

Les acélérogrammes retrouvés à la surface du sol du modele 04 à une distance de $4L$ du portique , sont présentés dans les figures suivantes :

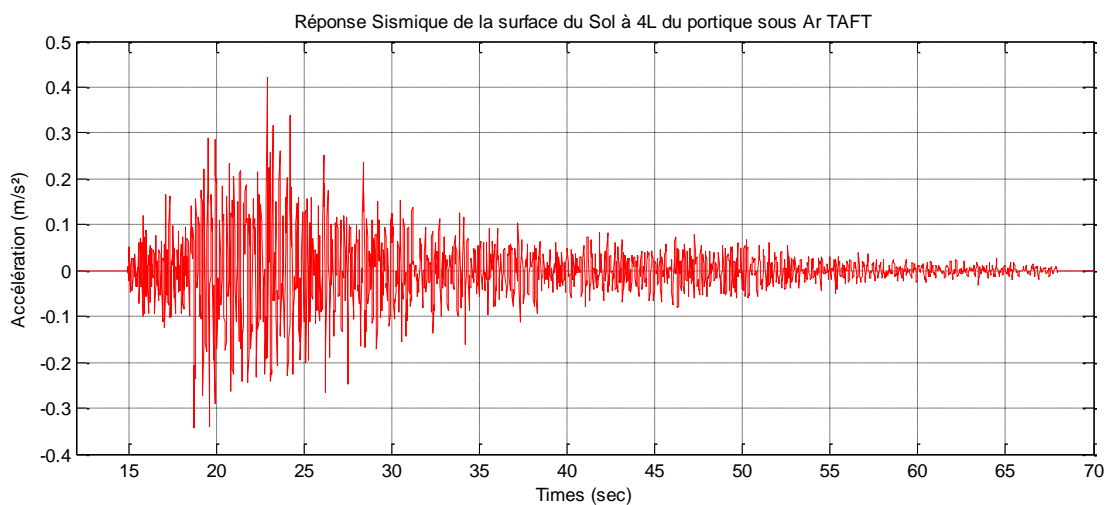


Figure.5.35 Accélération de la surface du sol a 4L sous Ar TAFT

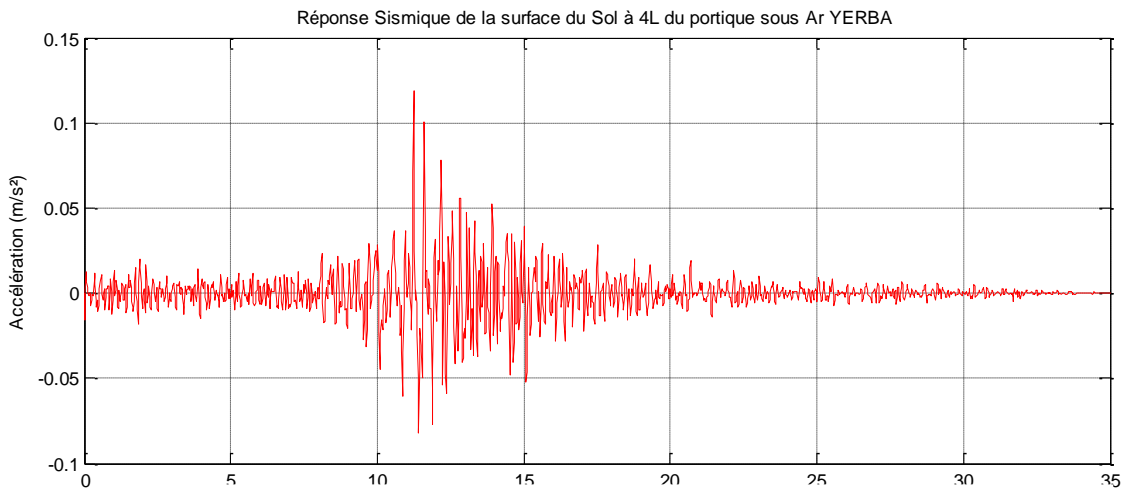


Figure.5.36 Accélération de la surface du sol a 4L sous Ar YERBA

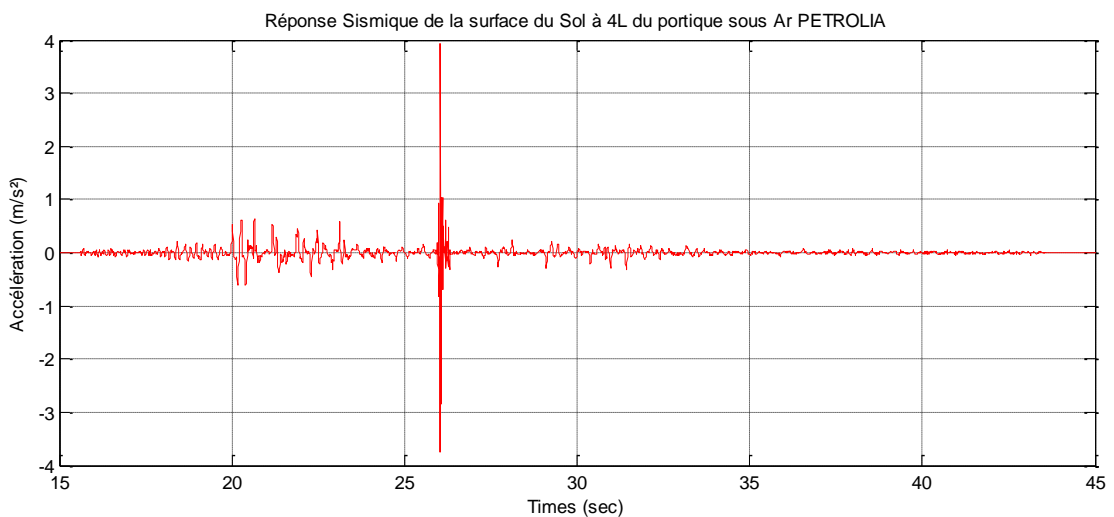


Figure.5.37 Accélération de la surface du sol a 4L sous Ar PETROLIA

- Comparaison de la réponse sismique entre le modèle 02 et le modèle 04

On a comparé entre les accélérogrammes A_{cl} retrouvés dans le modèle 02 (profile de sol en champ libre) et les accélérogrammes retrouver à la surface du sol A_s a 4L du modèle 04 (sol+structure).

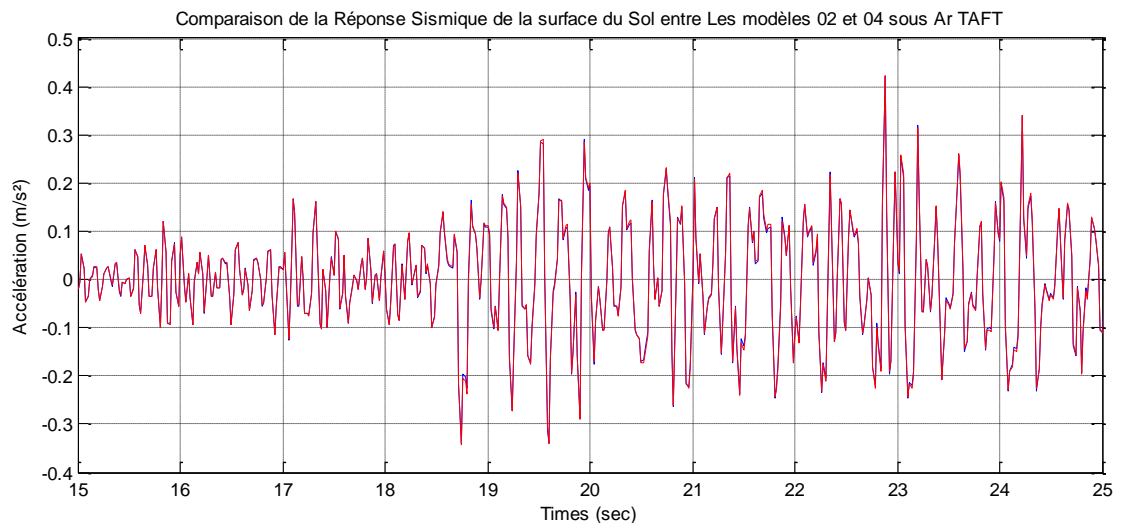


Figure.5.38 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar TAFT

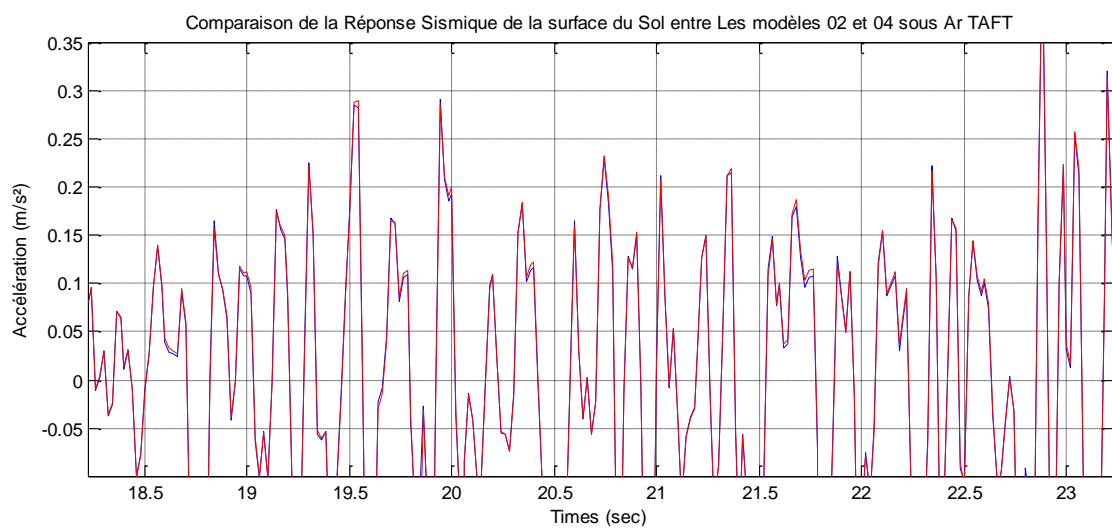


Figure.5.39 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar TAFT (Agrandie)

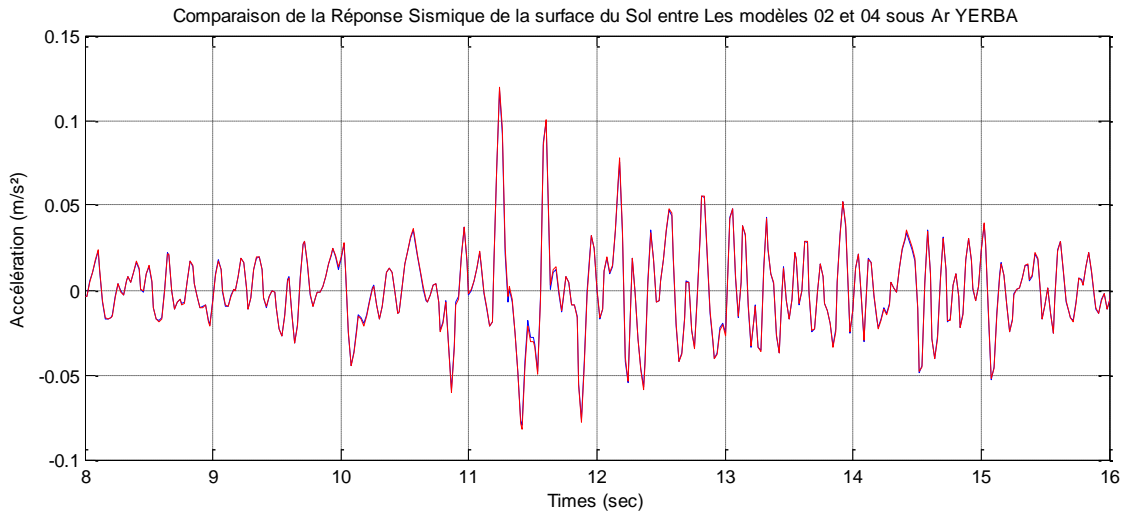


Figure.5.40 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar YERBA

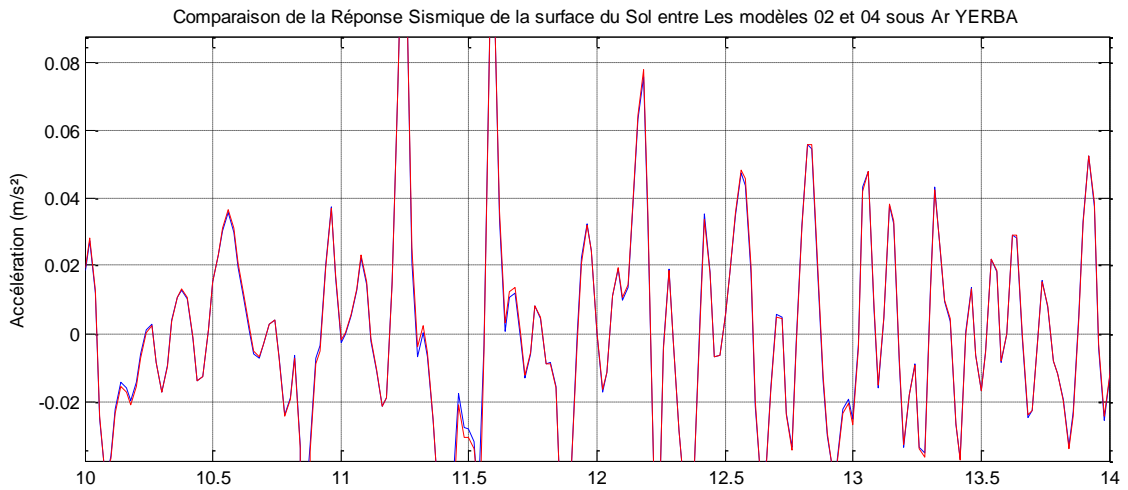


Figure.5.41 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar YERBA (Agrandie)

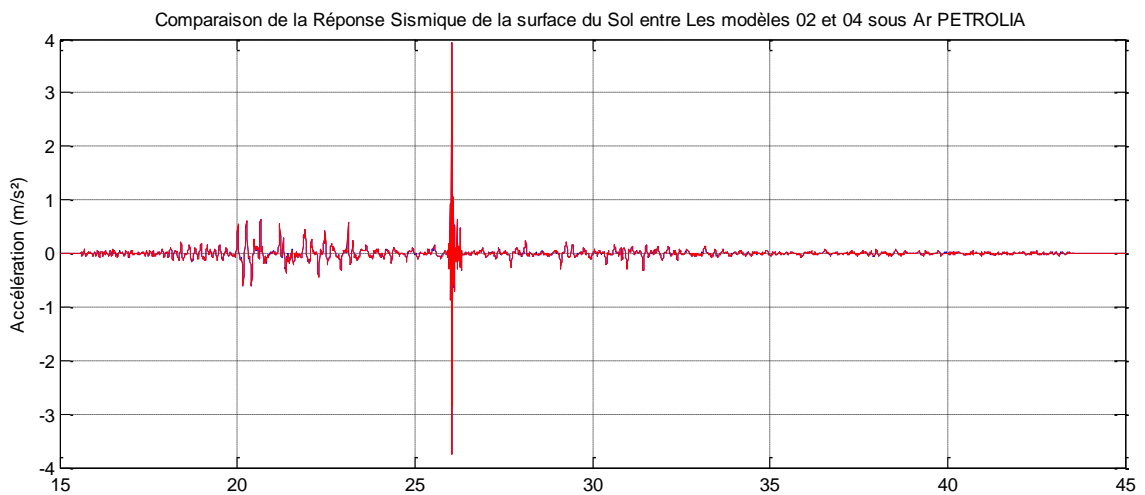


Figure.5.42 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 04) sous Ar PETROLIA

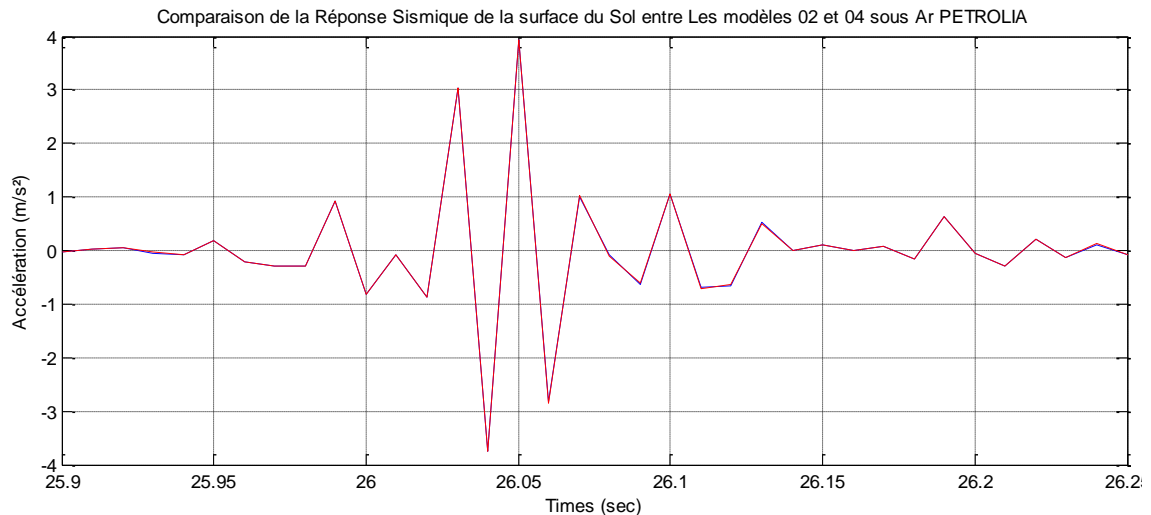


Figure.5.43 comparaison de l'accélération de la surface du sol entre le modèle (02 et 03) sous Ar PETROLIA (Agrandie)

- Remarque

On voit que les deux accélérogramme sont identiques.

6. Application 05

Prise en compte de l'interaction sol structure

Pour mettre en évidence l'importance d'introduire la notion de l'interaction sol-structure lors de la conception des bâtiments, on a pris le précédent modèle (modèle 04), auquel on a appliqué les accélérogrammes précédents, enregistrés au roché Ar (TAFT, YERBA, PETROLIA), les résultats recensés ont ensuite été comparé avec ceux retrouvé au préalable pour le modèle 01 (portique encastré), soumis à Ar et Acl.

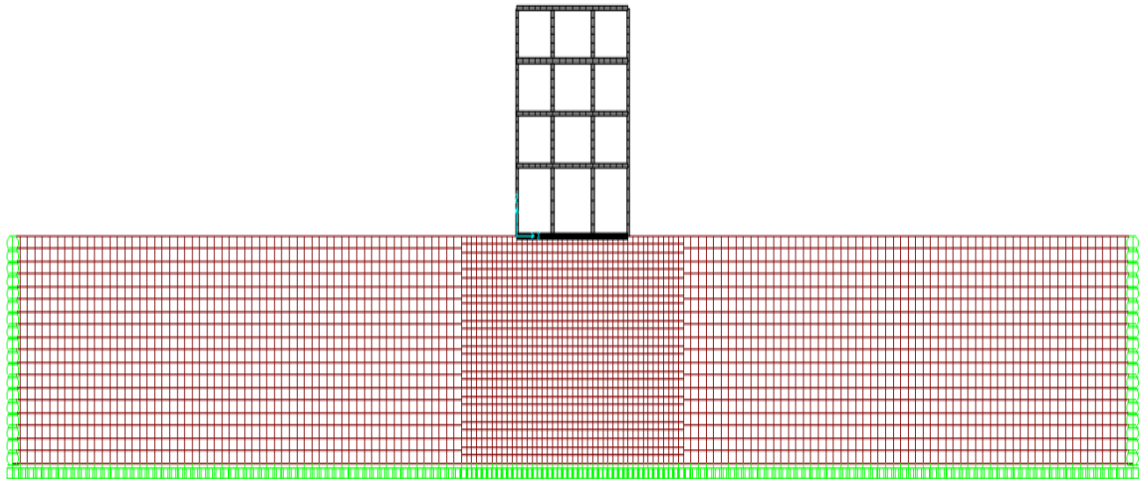


Fig.5.44 Modèle 04

Tableau.5.8. Les périodes propres du modèle 04 :

	Numéro du mode	Période (sec)
Mode	1	0.463888
Mode	2	0.189038
Mode	3	0.175009
Mode	4	0.169091
Mode	5	0.137392
Mode	6	0.12219
Mode	7	0.121901
Mode	8	0.116379
Mode	9	0.099808
Mode	10	0.09343
Mode	11	0.09324
Mode	12	0.08647

- Remarque

On remarque une légère diminution des périodes de vibration du modèle 04 par rapport à celles du modèle 03.

La réponse sismique de la crête en déplacement de la structure du modèle 04 sous les accélérogrammes précédents Ar (TAFT, YERBA, PETROLIA) sont présentées dans les figures ci-dessous :

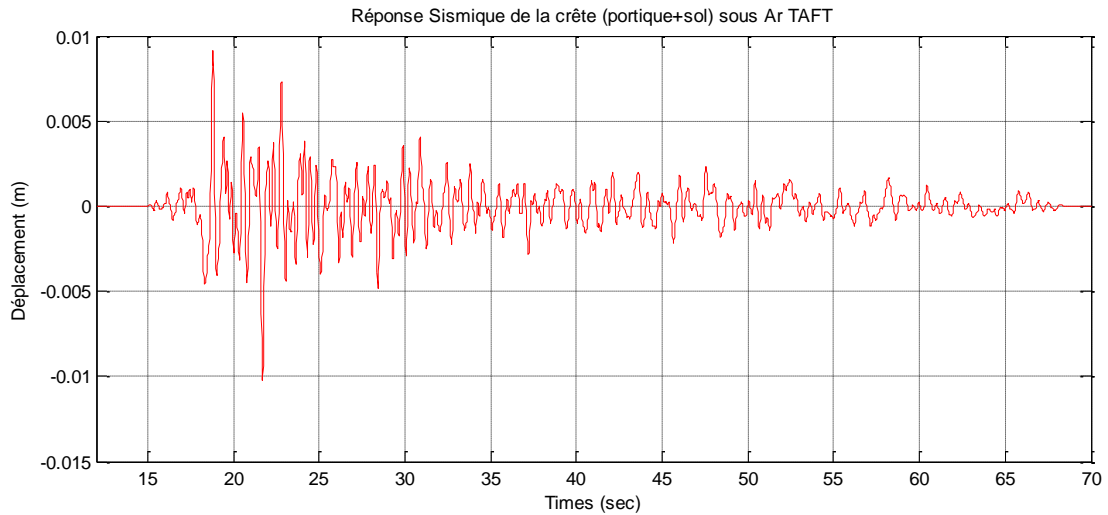


Figure.5.45 Déplacement de la crête du modèle 04 sous Ar TAFT

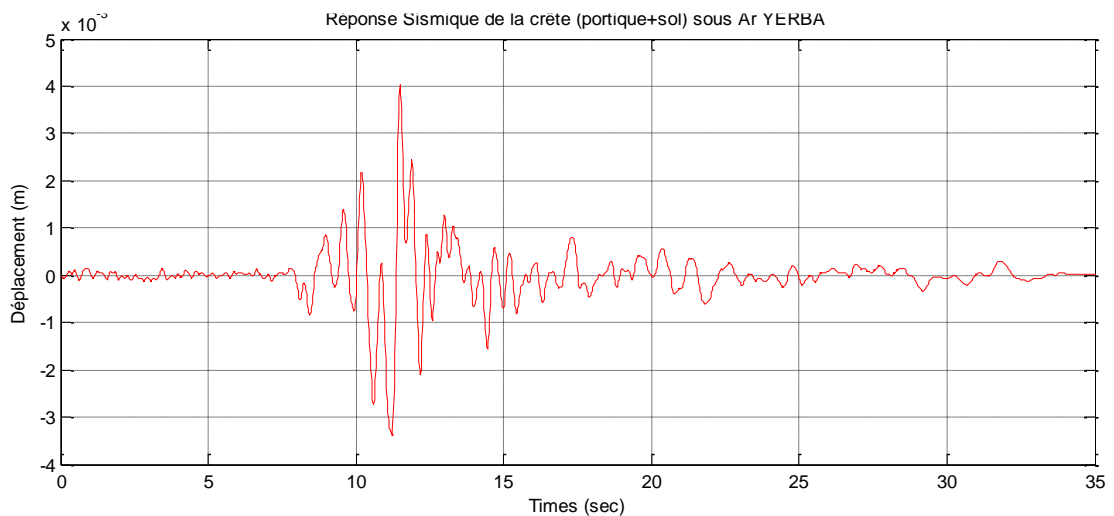


Figure.5.46 Déplacement de la crête du modèle 04 sous Ar YERBA

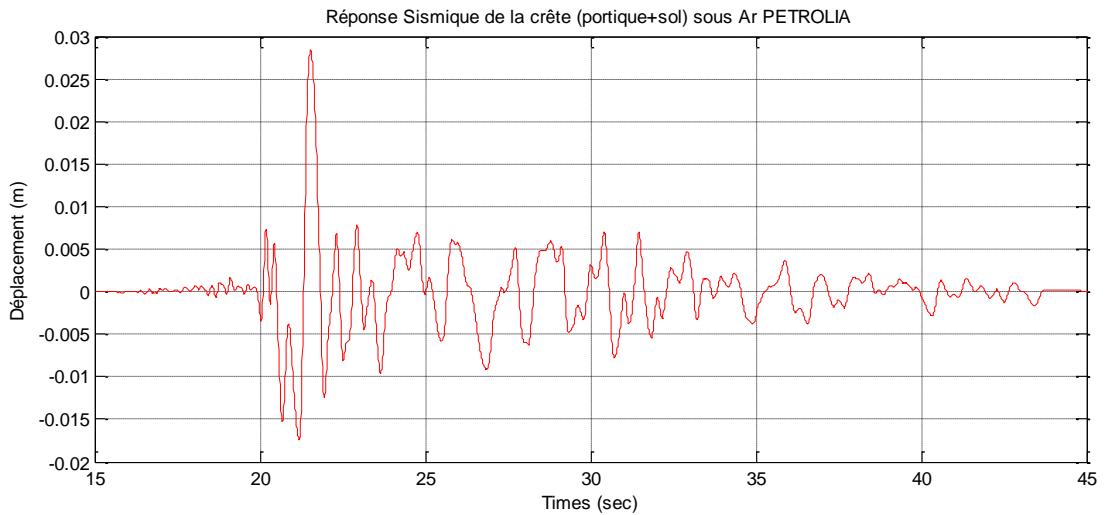


Figure.5.47 Déplacement de la crête du modèle 04 sous Ar PETROLIA

Les figures qui présentent les efforts tranchants repris par le portique du modèle 04, provoqué par chaque accélérogramme Ar sont présentées dans ce qui suit :

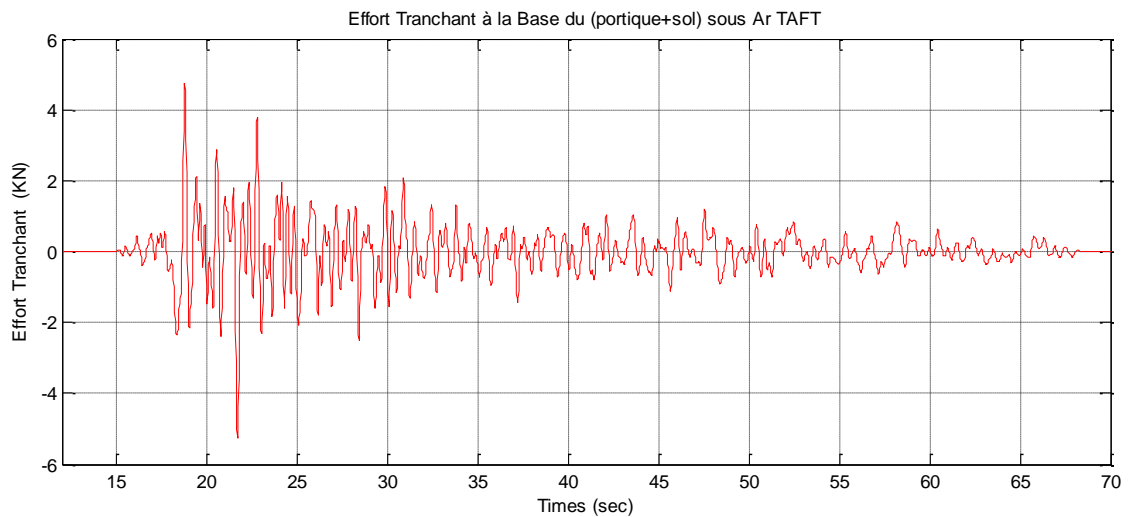


Figure.5.48 Effort tranchant à la base du modèle 04 sous Ar TAFT

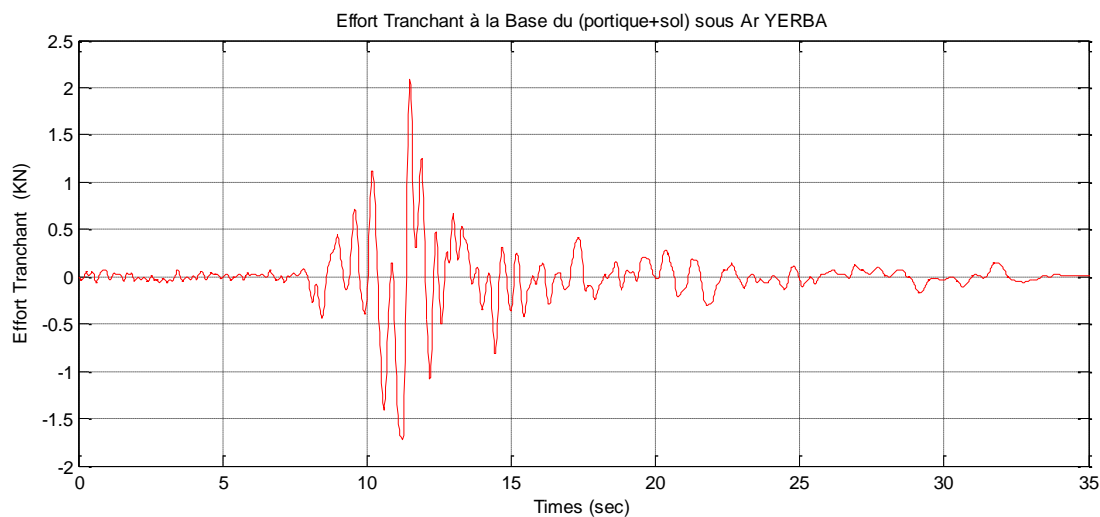


Figure.5.49 Effort tranchant à la base du modèle 04 sous Ar YERBA

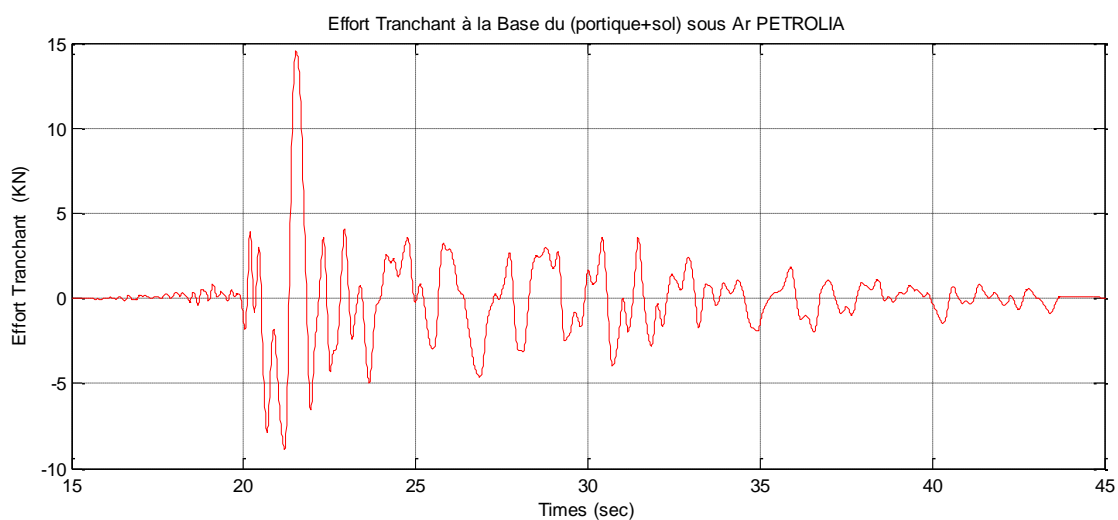


Figure.5.50 Effort tranchant à la base du modèle 04 sous Ar PETROLIA

- Comparaison de la réponse sismique déplacement enregistré à la crête du portique entre les modèles 04 et 01 sous Ar et le modèle 01 sous Acl :

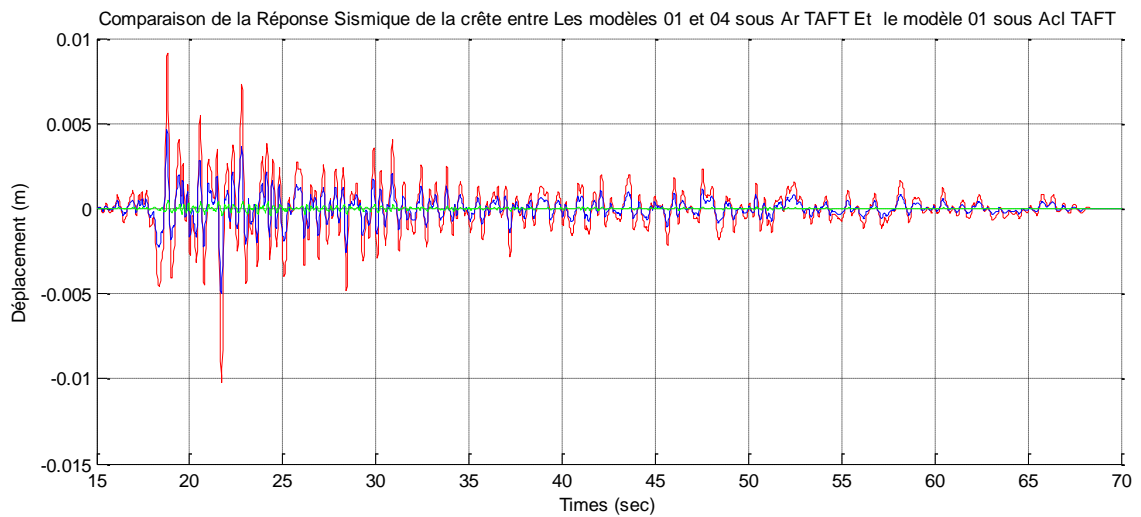


Figure.5.51 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (01 et 04) sous Ar TAFT et le modèle 01 sous Acl TAFT

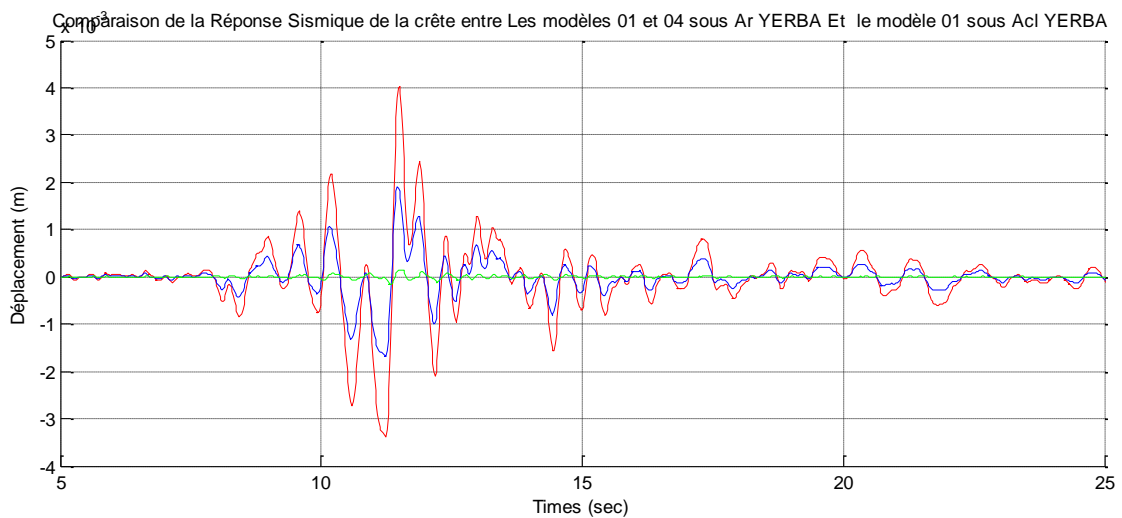


Figure.5.52 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (01 et 04) sous Ar YERBA et le modèle 01 sous Acl YERBA

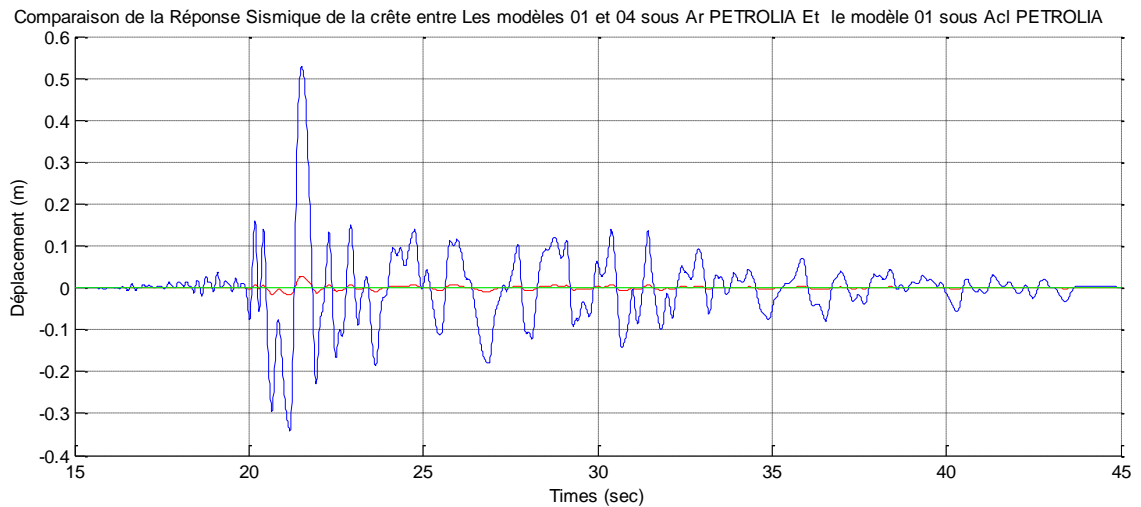


Figure.5.53 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (01 et 04) sous Ar PETROLIA et le modèle 01 sous Acl PETROLIA

- Remarque

- On constate que la réponse sismique en déplacement à la crête du portique du modèle 04 (ISS) sous Ar est plus grande que celle du modèle 01 (portique encastré à la base) soumis aux mêmes accélérogrammes Ar et que la réponse sismique de ce dernier sous Acl est très minime par rapport aux autres.
- On remarque aussi que le déplacement à la crête du portique du modèle 01, sous Ar PETROLIA, est très important par rapport à celui du modèle 04, on suppose alors que c'est due au phénomène de résonance, contrairement à celui du modèle 04 où on ne trouve pas sa trace.

7. Application 06

Portique avec ressorts à la base

- Présentation du modèle :

Dans ce qui suit, nous avons pris le précédent portique (structure R+3), sauf qu'on a remplacé l'encastrement par des ressorts (vertical, horizontal et de translation)

K_v , K_h et K_θ Sont respectivement les rigidités de ces ressorts (vertical, horizontal et de translation), leurs valeur sont retranscrites dans le tableau 5.10, pour déterminer les valeurs de ces dernières, nous avons utilisé les formules du tableau citées en détail dans le chapitre 04.

Les fondations, sont des semelles isolées, de forme rectangulaire de dimension $B=1.8$ et $L=1.5$, la hauteur a été calculer par la formule suivante: $h = B - b/4 + 0.05$, tel que « a » et « b » sont les dimensions du poteau. Le modèle est présenté dans la figure suivante :

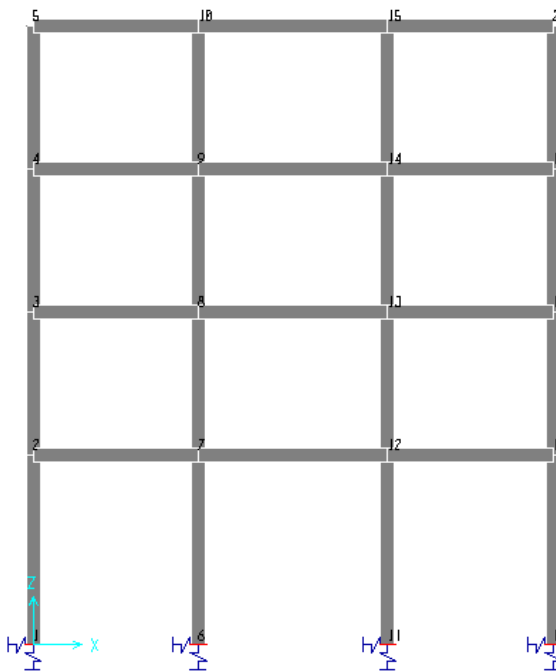


Fig.5.54. Modèle 05 portique avec ressorts à la base

Tableau.5.9. Caractéristiques et coefficients des formules de rigidités :

Caractéristiques :			Coefficients :		
$E_{sol}(MPa)$	ν_{sol}	$G (MPa)$	β_z	β_x	β_θ
496.8	0.38	180	2.16	1	0.5

β_z, β_x et β_θ sont des coefficients de forme fonction du rapport L/B.

Tableau.5.10. Formules rigidités des ressorts du modèle 05 :

Direction :	Rigidités :	Valeurs (KN/m) :
Verticale	$k_v = \frac{\beta_z}{(1-\nu)} G\sqrt{BL}$	1030425.7
Horizontale	$k_h = 2\beta_x(1-\nu)G\sqrt{BL}$	816325.7
Renversement	$k_\theta = \frac{\beta_\theta}{(1-\nu)} GBL^2$	587903.2

Tableau.5.11. Les périodes propres du modèle 05 :

	Numéro du mode	Période (sec)
Mode	1	0.59799
Mode	2	0.136057
Mode	3	0.066745
Mode	4	0.043911
Mode	5	0.026325
Mode	6	0.025293
Mode	7	0.022067
Mode	8	0.021981
Mode	9	0.011402
Mode	10	0.010862
Mode	11	0.010631
Mode	12	0.008986

- Remarque

On voit que la période du modèle 05 a augmenté par rapport au modèle 04 et le modèle 01.

Les déplacements enregistrés à la crête du portique du présent modèle sont relaté dans les figures suivantes :

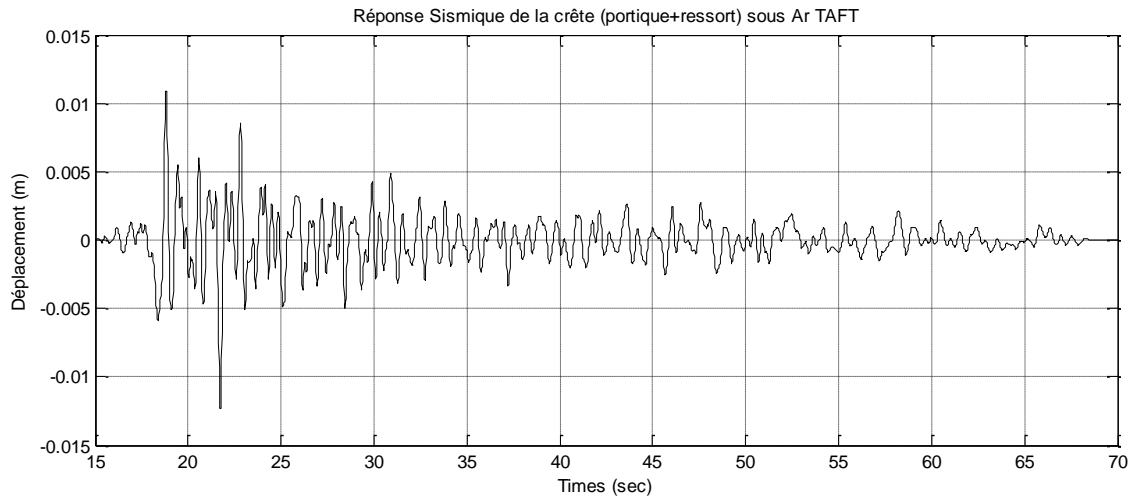


Figure.5.55 Déplacement de la crête du modèle 05 sous Ar TAFT

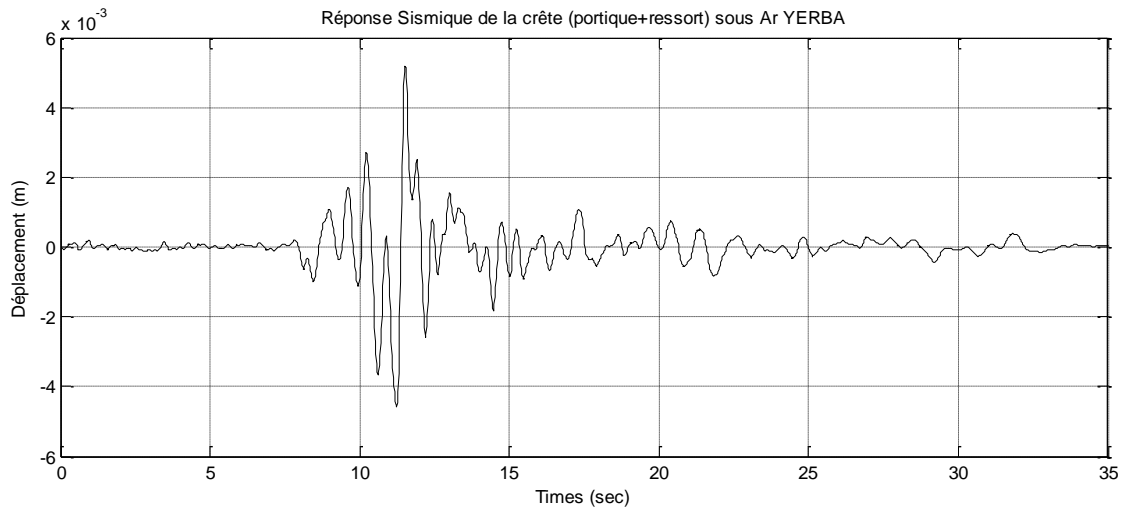


Figure.5.56 Déplacement de la crête du modèle 05 sous Ar YERBA

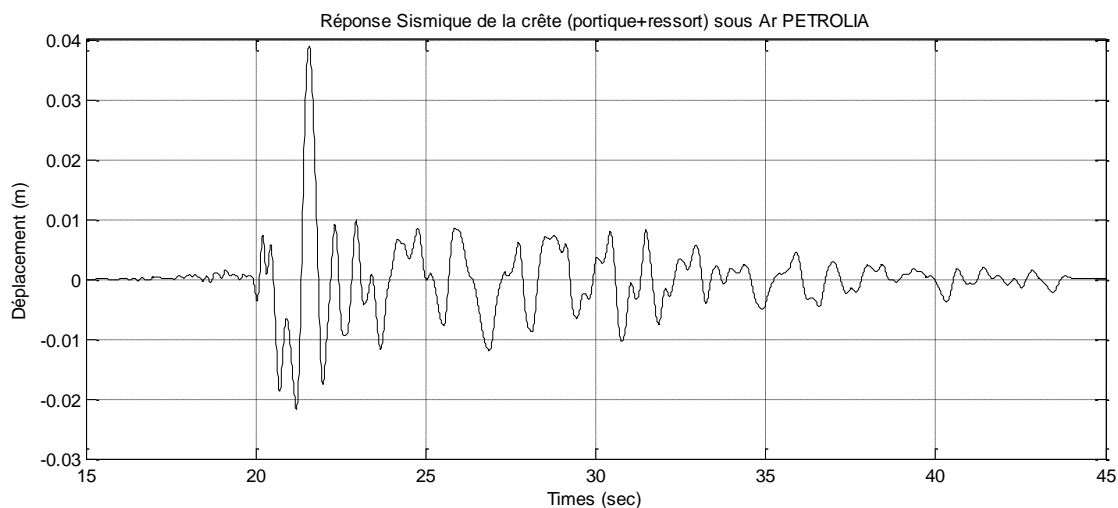


Figure.5.57 Déplacement de la crête du modèle 05 sous Ar PETROLIA

Les efforts tranchants retrouvés à la base du (portique+ressort) modèle 05 sont représentés dans les figures suivantes :

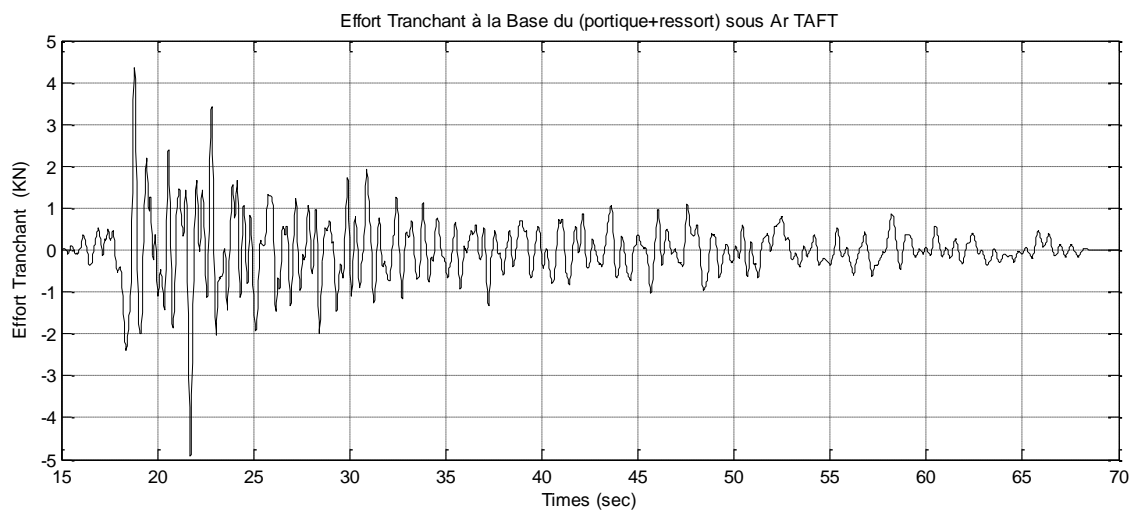


Figure.5.58 Effort tranchant a la base du modèle 05 Ar TAFT

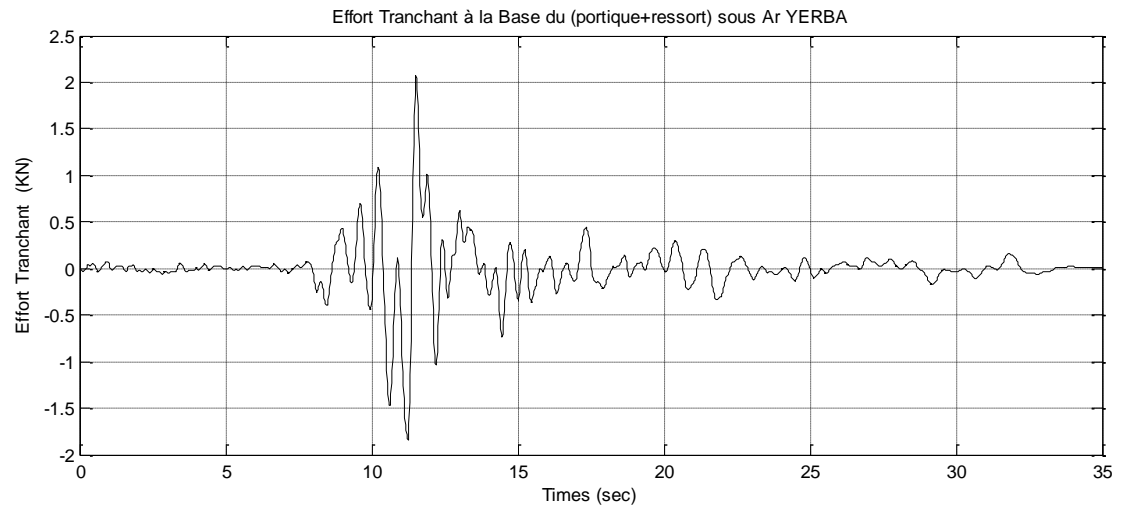


Figure.5.59 Effort tranchant a la base du modèle 05 Ar YERBA

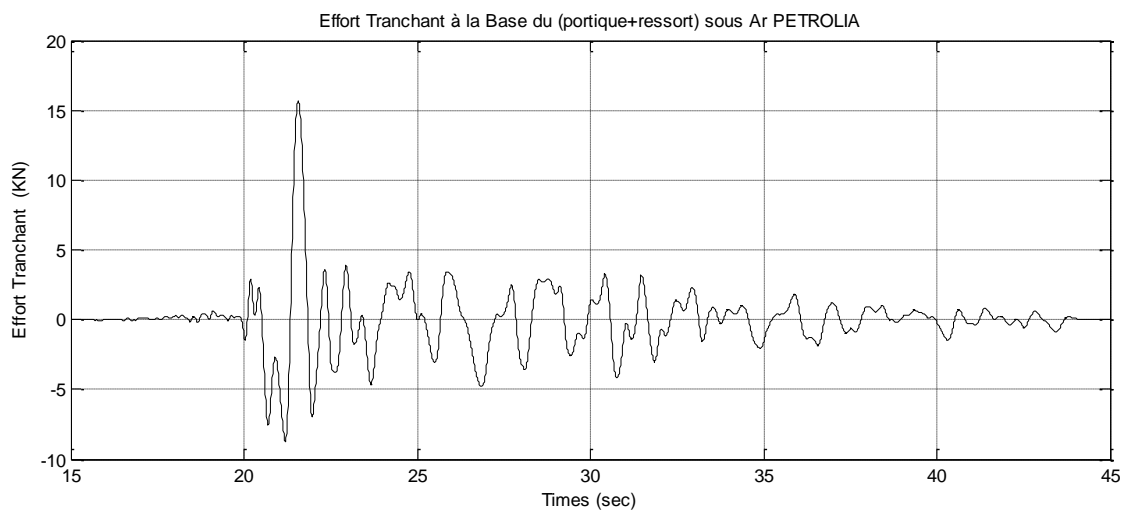


Figure.5.60 Effort tranchant a la base du modèle 05 Ar PETROLIA

- Comparaison des déplacements entre les modèles 04, 05 sous Ar et du modèle 01 sous Acl

On a comparé entre les réponses sismiques en déplacement enregistrées à la crête des portiques des modèles 04 et 05 sous Ar et celui enregistré à la crête du portique du modèle 01 sous Acl. Les résultats sont relatés dans les figures suivantes :

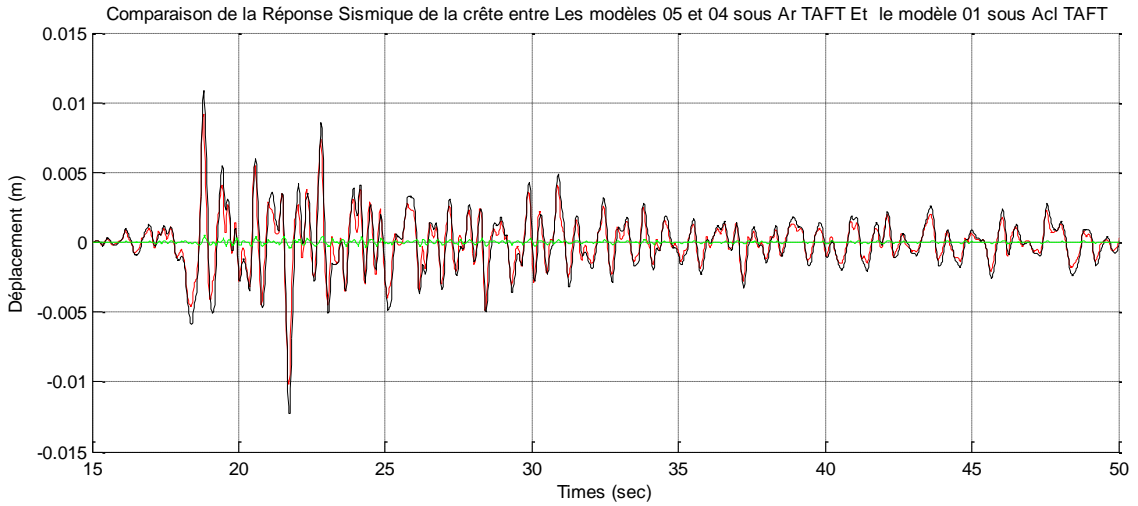


Figure.5.61 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar TAFT et le modèle 01 sous Acl TAFT

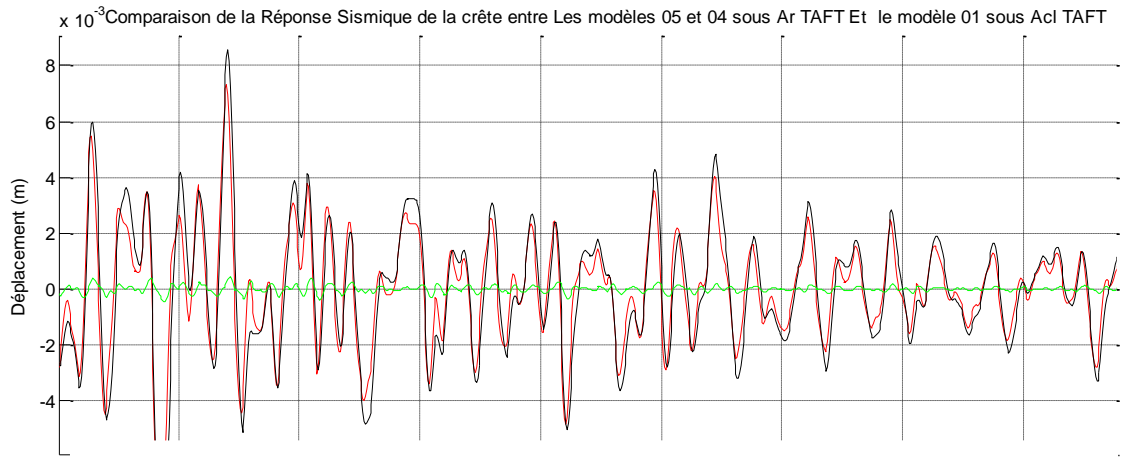


Figure.5.62 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar TAFT et le modèle 01 sous Acl TAFT (Agrandie)

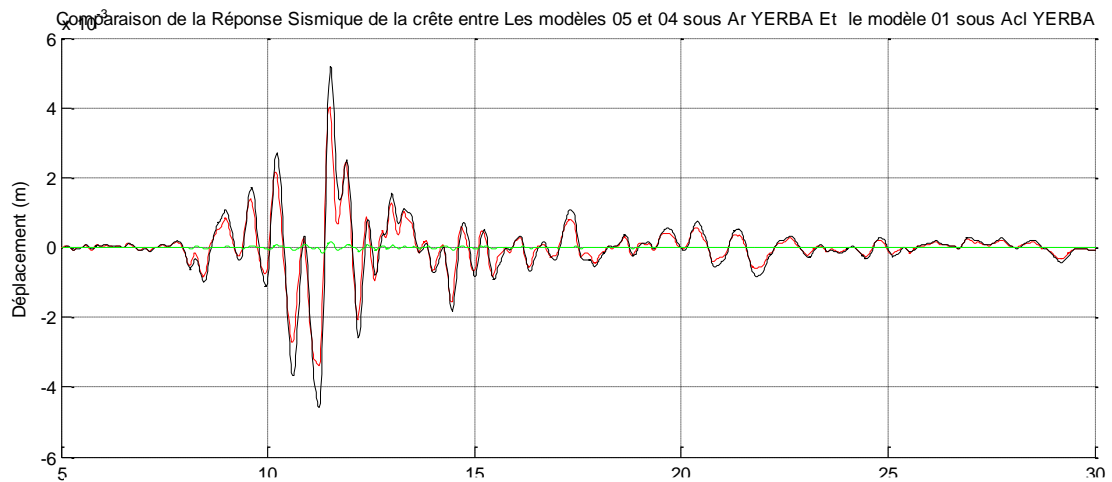


Figure.5.63 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar YERBA et le modèle 01 sous Acl YERBA

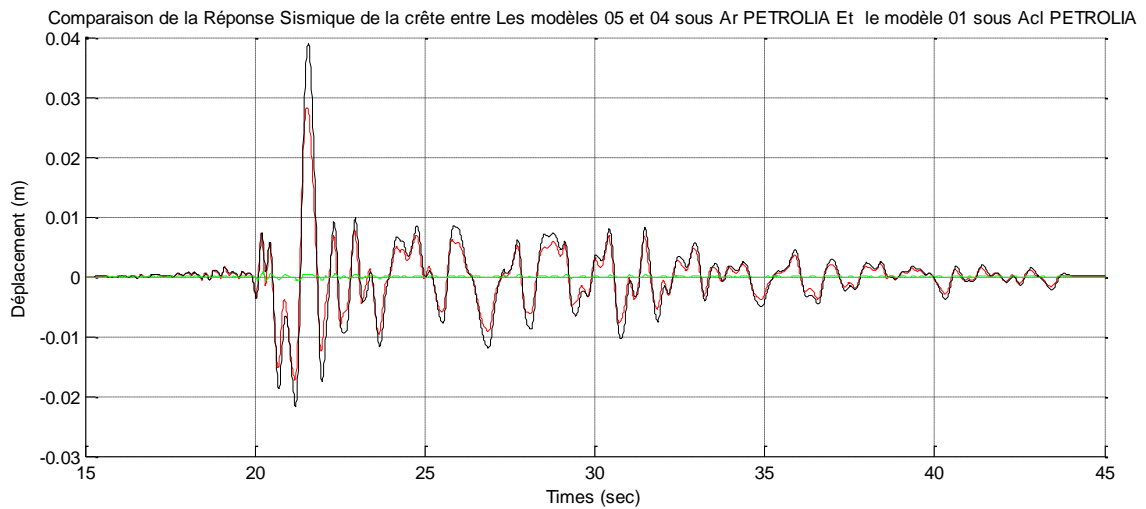


Figure.5.64 Comparaison du Déplacement de la crête entre les modèles (05 et 04) sous Ar PETROLIA et le modèle 01 sous Acl PETROLIA

- Remarque

- On voit que les réponses sismiques de la crête du portique des modèles 05 et 04 sont presque identiques sauf que les déplacements du modèle 05 sont légèrement plus grands que celles du modèle 04.
- On constate aussi que la réponse sismique de la crête du modèle 05 sous PETROLIA est presque la même que celle du modèle 04 appart qu'il ya une légère différence déjà évoquer et on remarque que le phénomène de résonance constaté au préalable a disparu.

- Comparaison des effort tranchant a la base entre le modèle 05 et 04

On a comparé entre les efforts tranchants enregistrés à la base des portiques des modèles 04 et 05 sous Ar. Les résultats sont présentés dans les figures suivantes :

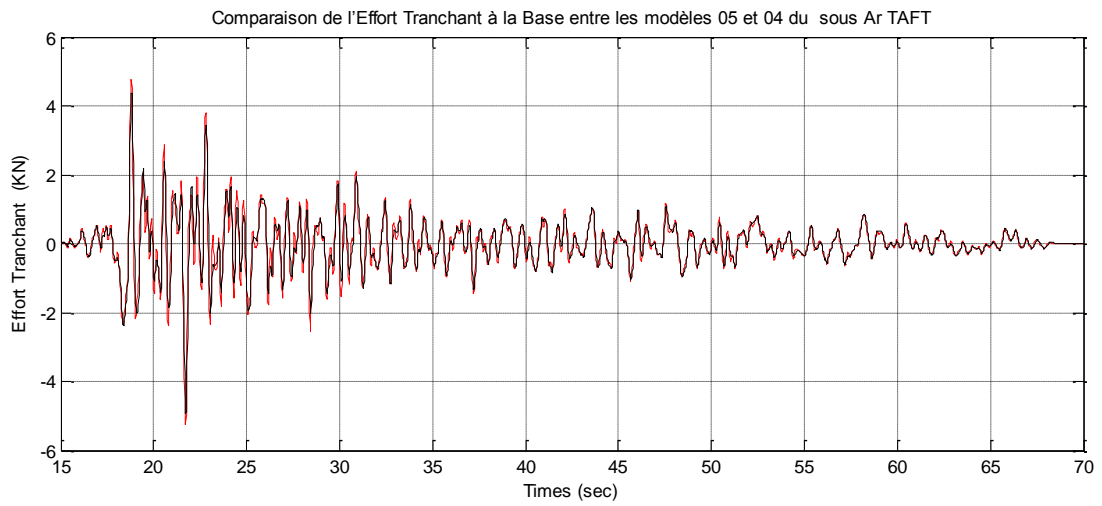


Figure.5.65 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar TAFT

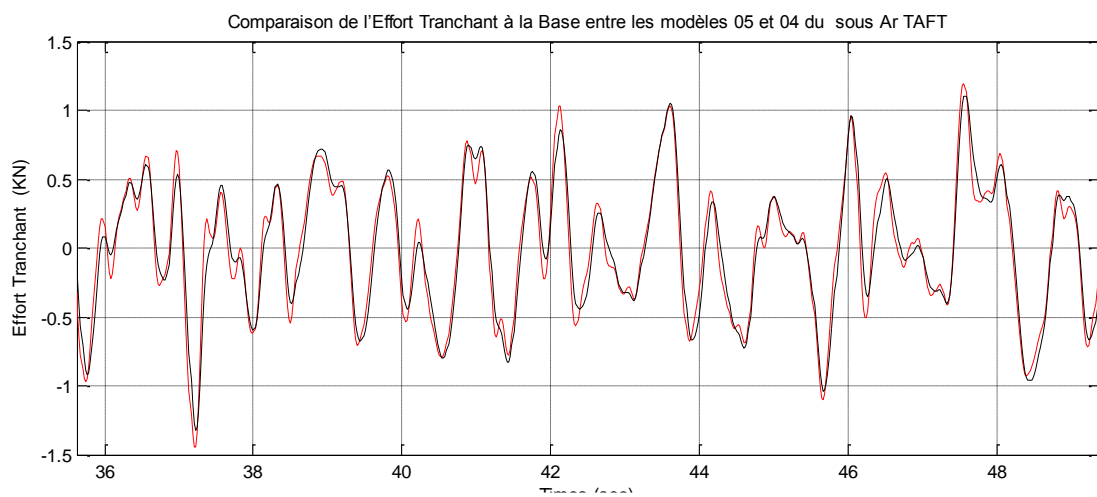


Figure.5.66 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar TAFT (Agrandie)

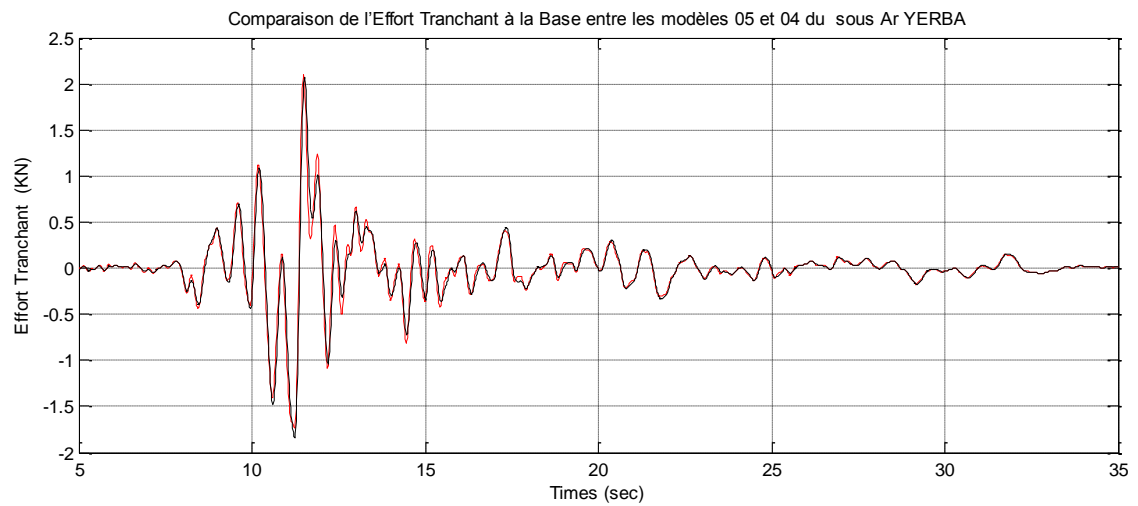


Figure.5.67 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar YERBA

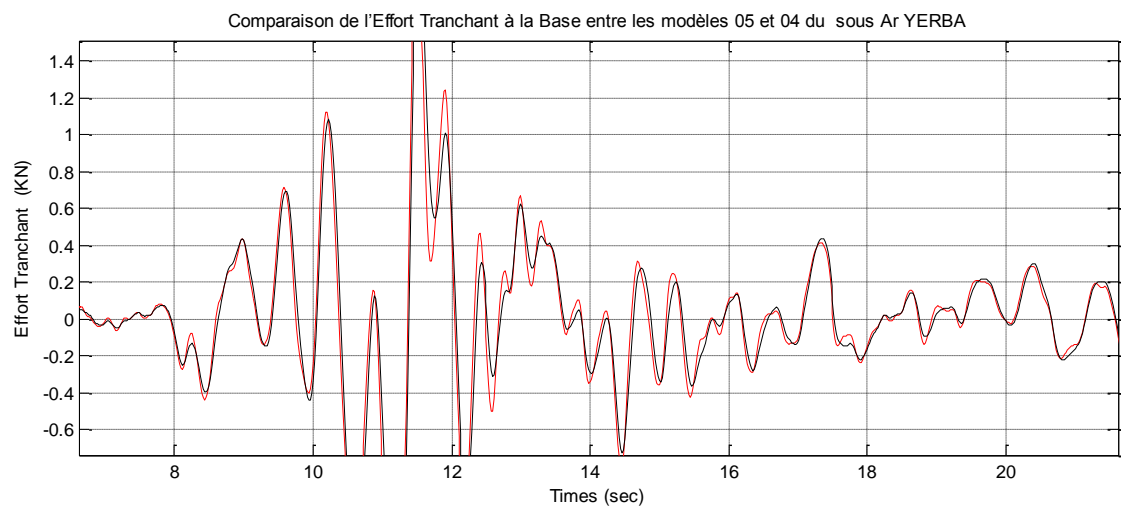


Figure.5.68 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar YERBA (Agrandie)

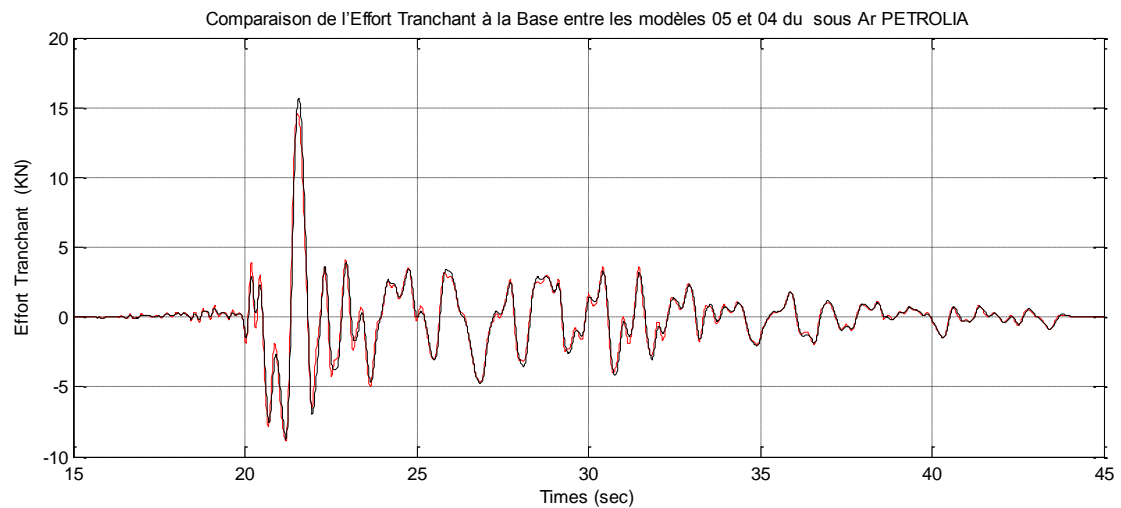


Figure.5.69 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar PETROLIA

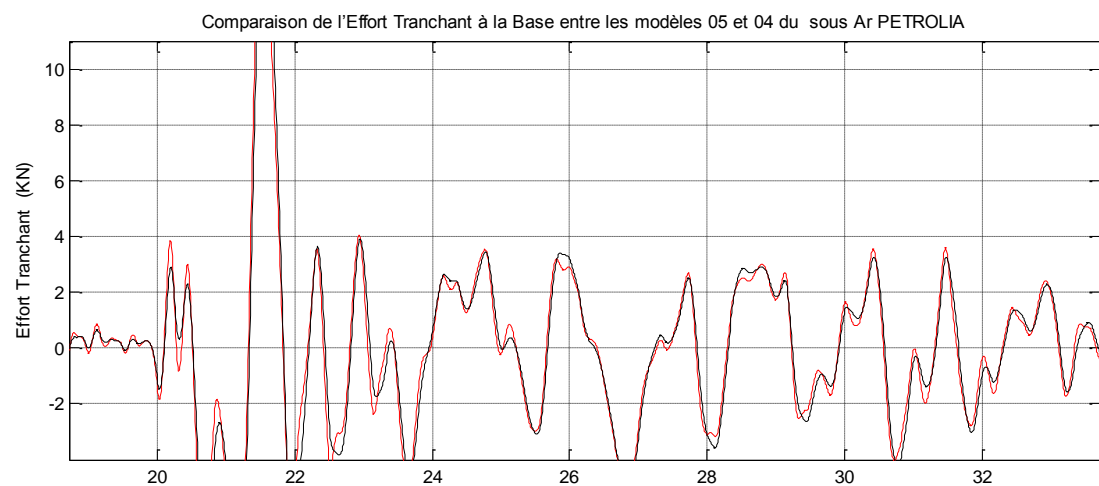


Figure.5.70 comparaison de l'Effort tranchant a la base entre les modèles 04 et 05 sous Ar PETROLIA (Agrandie)

- Remarque

On constate que les efforts tranchants la base du portique des modèles 05 et 04 sont presque identiques sauf que ceux du modèle 04 sont légèrement plus grands que ceux du modèle 05.

8. Conclusion

On a voulu à travers ce chapitre, mettre en évidence l'intérêt de prendre en compte l'ISS dans la conception parasismique, et pour ce on s'est basé sur les résultats obtenus lors de nos différentes expérimentations, celles-ci nous ont permis d'arriver à la conclusion que lorsqu'on modélise une structure par impédance on a obtenu des résultats similaire à ceux retrouvés en tenant compte de l'interaction sol-structure, donc on peut sans aucun doute dire que c'est une méthode fiable d'analyse de l'ISS.

On a démontré aussi que le profil de sol utilisé lors de notre application a atténué le mouvement sismique, on peut donc supposer qu'un sol possédant les mêmes caractéristiques serait susceptible d'avoir le même comportement, c'est-à-dire dans le cas présent amortir le mouvement sismique. Mais la principale information retenue est que la structure mise en mouvement provoque des mouvements supplémentaires dans le sol qui à leurs tours provoque des sollicitations supplémentaires.

Conclusion générale

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire, nous a permis d'étudier l'effet de l'interaction sol-structure, on a tout d'abord, exposé les quelques méthodes de résolutions rencontrées au cours de notre recherche bibliographique, ces méthodes peuvent être séparées en deux ensembles, les méthodes qui traitent les problèmes linéaires et les méthodes dédiées au problème non linéaire.

La méthode des éléments finis est utilisée généralement pour la modélisation du comportement dynamique des structures. Cette technique numérique permet de prévoir le comportement mécanique d'une structure soumise à des sollicitations sismique. Elle délivre les informations essentielles aux concepteurs sur les contraintes, les efforts d'ancrage et les déformations de la structure dues à l'excitation sismique. Laquelle on a utilisé pour modéliser une structure (portique R+3) en 2D, et un profil de sol avec des caractéristiques données. A cet effet on a comparé entre un modèle encasté à la base, un modèle sol+structure et un modèle modélisé par impédance, l'examen des réponses de ces modèles sous chargement sismique a montré que :

- La prise en compte de l'ISS allonge les périodes de vibration, ceci est du à la contribution de la masse du sol.
- La nature du sol influe sur le mouvement sismique de la structure, tel qu'un sol procédant les mêmes caractéristiques que celui de notre présente étude, serait susceptible d'amortir le mouvement sismique.
- De plus, la structure mise en mouvement, influe également à son tour sur le comportement du sol tel qu'elle provoque des mouvements supplémentaires, qui à leurs tours accroîtront les sollicitations à la base.
- Il existe plusieurs méthodes pour l'analyse de l'ISS, on a pu constater que la modélisation par impédance donnait des résultats similaires à ceux de l'ISS.
- Lors de la modélisation par impédance la période de vibration augmente comparé à une structure considérée encasté à sa base.
- Deux structures qui l'une reposant directement sur le roché et l'autre reposant sur un profil de sol se comportent de manière complètement différente sous chargement sismique, le cas de la structure reposant sur un profil de sol, dont les périodes propres s'avèrent plus importantes que celle encastée dans un rocher, il se peut que des déplacements plus amplifiés apparaissent.

On peut conclure que l'analyse de l'interaction sol-structure est très sensible aux paramètres utilisés, c'est pour cela qu'on doit être extrêmement prudent lorsqu'on effectue cette analyse.

Référence Bibliographique

- [1] Centre national de recherche appliquée en génie civil parasismique, résultats préliminaire sur la caractérisation du séisme de boumerdes du 21 mai 2003,
www.gecotecdz.com/caracterisation.htm
- [2] Fiches-Reflexes, tremblement de terre, cellule de nielle sur la sécurité des français a l'étranger
- [3] André PLUMIER « CONSTRUCTIONS EN ZONE SISMIQUE » université de liège
Edition 2006 **Document téléchargeable sur le site du Département ArGenCo :**
ww.ArGenCo.ULg.ac.be
- [4] Y.AGRI : « L'EFFET DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE SUR LA REPOSE DES STRUCTURES » thèses magistère de l'université de Batna
- [5] Alain. Pecker « Dynamique des sols presses » de l'école nationale des ponts et chaussée
- [6] H.BOLTON SEED, I.M.IDRISS, Ground and liquefaction during earthquakes, term peper,
www.ce.jhu.edu.2002.
- [6] Maurice. Petyt « Introduction to finite element vibration analysis » Professor of Structural Dynamics, Institute of Sound and Vibration Research, PUBLISHED BY THE PRESS SYNDICATE OF THE UNIVERSITY OF CAMBRIDGE The Pitt Building, Trumpington Street, Cambridge CB2 1RP, United Kingdom
- [7] R.ATTAL Réponse dynamique des structures a comportement non linéaire thèse d'ingénieur d'état université de Bejaia
- [8] A. Pecker, «*Dynamique des structures et des ouvrages*».Ecole des ponts et chaussées, Edition 2006. www.enpc.fr/fr/formationd/ecole.vite/cours/Pecker.
- [9]N.Belhamdi «Etude de la réponse sismique non linéaire» doctorant à l'université A/MIRA-Bejaia
- [10]A.K. Chopra, «*Dynamics of structures a primer* », University of California, Berkely, published by The Earthquake Engeering Research Institute.
- [11] P. Paultre, «*Dynamique des structures. Application aux ouvrages de génie civil* ». Publications hermes sciences.www.hermes-science.com, ©LAVOISIER 2005
- [12] A. Filiatrault, «*Eléments de génie parasismique et de calcul dynamique des Structures* », Edition de l'école polytechnique de Montréal, 1996.
- [13] F. Frey & J. Jirousek, «*Analyse des structures et milieux continue, Méthode des Éléments finis*», Traité de génie civil de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.volume 6.

- [14] A. Seghir, *Cours « Méthode des éléments finis » Département de Génie Civil, Université A. Mira de Bejaia*
- [15] G. Dhatt and G. Touzot. *Une présentation de la méthode des éléments finis*. Les presses de l'Université Laval, Québec, 1981
- [16] A. Seghir, « Contribution à la modélisation numérique de la réponse sismique des ouvrages avec interaction sol-structure et interaction fluide-structure Application à l'étude des barrages poids en béton » THESE Préparée dans le cadre de convention de co-tutelle pour l'obtention du diplôme de Docteur en Sciences de l'Université de Bejaia Spécialité : Génie - Civil. Option : Matériaux et Structures et de Docteur de l'Université Paris-Est, Marne-la-Vallée Spécialité : Génie – Civil
- [17] J.P.TOURET, Impédance des fondations superficielles, cours d'interaction sol-structure, mastère de génie parasismique, 2005
- [18] H.RABAHI et S.MESSAOUDENE « Modélisation des effets d'interaction sol-structure en trois dimensions » diplôme d'ingénieur d'état en génie civil université de Bejaia.
- [19] N.BELHAMEDI et A.BOUROUBA « Etude de la réponse sismique des barrages poids en béton par la méthode des élément finis » diplôme d'ingénieur d'état université A. Mira de Bejaia
- [20] « LE SEISME, LES SOLS ET LES FONDATIONS » Document d'information à l'usage du constructeur - VOLUME 2 *Conçu par Mme Patricia BALANDIER*.
- [21] Denis Lefebvre ing, M.Sc.A, Stéphane Thérout ing, M.Ing. « INTERACTION SOL-STRUCTURE POUR LE DESIGN DE BÂTIMENTS SUR FONDATIONS SUPERFICIELLES ».
- [22] Journées Techniques organisées avec l'appui du Sétra et sous l'égide de la CoTITA PRISE EN COMPTE DU RISQUE SISMIQUE « Effets induits par les séismes (1/2) : La liquéfaction des sols ».
- [23] M. TAMAHOULT* et T. BRANCI* « INFLUENCE DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE SUR LA REPOSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES DES BATIMENTS ».
- [24] Christian La Borderie et Denys Breysse « Étude du Tassement Différentiel Sur Sols Hétérogènes ».
- [25] Mr. Xiangwei ZHANG « Modélisation physique et numérique des interactions sol-structure sous sollicitations dynamiques transverses »