

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
Et de la recherche scientifique

UNIVERSITE Abderrahmane MIRA BEJAIA
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : ÉNERGÉTIQUE

Par :

HAMADI HAMZA
NASSOU MOURAD

Thème

*Étude d'un écoulement convectif le long d'une surface inclinée
immergée dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide.*

Soutenu le 15 /10/2020 devant le jury composé de :

Mr. NAIT BOUDA Faiçal	Président
Mr. Ali Agha Hamza	Rapporteur
Mr. Amar DJEMA	Examineur

Année Universitaire 2019-2020



Déclaration sur l'honneur

Engagement pour respecter les règles d'authenticité scientifique dans l'élaboration d'un travail de recherche

Arrêté ministériel n° 933 du 28 juillet 2016() fixant les règles relatives à la prévention et la lutte contre le plagiat*

Je soussigné,

Nom :

Prénom :

Matricule :

Spécialité et/ou Option : ÉNERGÉTIQUE

Département: Génie Mécanique

Faculté: Technologie

Année universitaire :2019.../...2020...

Et chargé de préparer un mémoire de (*Licence, Master, Autres à préciser*) : MASTER

Intitulé: Étude d'un écoulement convectif le long d'une surface inclinée immergée dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide.

déclare sur l'honneur, m'engager à respecter les règles scientifiques, méthodologiques, et les normes de déontologie professionnelle et de l'authenticité académique requises dans l'élaboration du projet de fin de cycle cité ci-dessus.

Fait à Béjaïa le

...../...../.....

Signature de l'intéressé

(*) *Lu et approuvé*

.....

Remerciement

Au terme de ce modeste travail, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude et nos vifs remerciements :

- *à notre promoteur Monsieur : ALI AGHA. H d'avoir accepté de nous guider et de nous aider sur le bon chemin dans notre travail.*
- *à nos familles qui nous ont toujours encouragés et soutenus durant toutes nos études.*
- *à nos amis et tous ce qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail particulier, et tous ceux qui nous sont chers.*

Hamza et Mourad

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

A Ma cher famille, mes parents, mes frères et sœurs pour leur soutiens et l'encouragement, qui m'ont offert un climat favorable afin d'aboutir à mes objectifs

A Mes chers amis et leurs amitiés, qui ont contribué à réaliser ce travail.

Mes professeurs qui travaillent davantage pour m'aider dans mon travail, car leurs efforts sont synonymes d'encouragement et de solidarité à l'égard des études supérieures.

Hamadi hamza

Je dédie ce travail :

A mes chers parents, qui méritent tout le bien du monde de m'avoir aidé à surmonter mes obstacles tout le long de mon parcours.

A ma famille et mes amis qui m'ont aidé dans mes études.

Nassou Mourad

Sommaire

Remerciements	i
Dédicaces	ii
Sommaire	iii
Table des figures.....	iv
Liste des tableaux	v
NOMENCLATURE	vii
Introduction Générale.....	1
GENERALITE ET ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	3
I.1. Introduction.....	3
I.1. Introduction.....	3
I.2. Caractérisation d'un milieu poreux.....	3
I.2.1 Définition d'un milieu poreux.....	3
I.2.2 Volume élémentaire représentatif (V.E.R.)	5
I.2.3 Conductivité thermique équivalente).....	6
I.2.4 Porosité.....	6
I.2.5 Perméabilité	8
I.2.6 Viscosité effective.....	9
I.2.7 Conductivité effective.....	9
I.2.8. Modèle des écoulements à travers les milieux poreux.....	9
I.2.8.a Modèle de Darcy	9
I.2.8.b Modèle de Brinkman	10
I.2.8.c Modèle Forchheimer	10
I.2.8.d Modèle général	10
I.2.9. Transfert de chaleur en milieu poreux.....	11
I.2.10. La combinaison du transfert thermique et de matière.....	13
I.3. Notions des Nanofluides.....	13
I.3.1 Propriétés thermo-physiques des nanofluides.....	14
I.3.1.1 Fraction volumique	14
I.3.1.2 Conductivité thermique.....	14
a) Modèle de Maxwell	15
b) Modèle d'Hamilton	15
I.3.1.3. Masse volumique.....	15
I.3.1.4. Chaleur spécifique.....	16
• Xuan and Roetzel	16
• Pak and Cho	16
I.3.1.5 Coefficient d'expansion thermique.....	16
I.3.1.6 Viscosité dynamique.....	17

i. Modèle d'Einstein	17
ii. Modèle de Brinkman	18
iii. Modèle de Batchelor.....	18
I.3.2. Avantages et inconvénients des nanofluides.....	18
I.4. La convection.....	19
I.4.1 Transfert de chaleur par convection.....	19
• Convection forcée.....	19
• Convection naturelle.....	19
• Convection mixte.....	19
I.4.2. Couches limites	19
I.4.2.1. Couche limite thermique	20
I.4.2.2. Couche limite dynamique.....	21
I.4.3. Équations et hypothèses de la couche limite en écoulement laminaire	22
I.5. Synthèse bibliographique.....	24
Problème physique et analyse mathématique.....	31
II.1. Introduction	31
II.2. Problème physique	31
II.3. Formulation mathématique.....	32
II.3.1. Equations de conservations	32
II.3.2. Equations adimensionnelles et solution auto-similaire	34
II.3.3. Conditions aux limites.....	35
II.4. Conclusion	36
METHODE NUMERIQUE.....	37
III.1. Introduction	37
III.1.2. Les Méthodes de calcul.....	37
III.2.1. Méthodes Runge-Kutta	37
III.2.2. Méthode tir	39
III.3. Formulation des équations du problème étudié.....	39
III.3.1 Conditions aux limites.....	39
III.4. Résultats et discussion.....	41
III.4.1 Validation de notre code de calcul.....	41
III.4.2 Profils de vitesses et températures et fraction volumétrique adimensionnelle.....	41
III.4.2.1 Profils de vitesses.....	41
III.4.2.2 Profils de températures.....	43
III.4.2.3 Profils de fraction volumique.....	44
III.4.3 l'effet du taux de transfert de chaleur adimensionnelle et du taux de transfert de masse en fonction des paramètres thermo physique.....	45
III.5. Conclusion.....	46
Conclusion Générale	Erreur ! Signet non défini.
Références Bibliographiques	51
Résumé	54

Liste des figures

Figure (I.1) : Représentation d'un milieu poreux	4
Figure (I.2) : Exemples de milieux poreux naturels	4
Figure (I.3) : Schématisation d'un Volume élémentaire représentatif	6
Figure (I.4) : la couche limite thermique et la couche limite dynamique	20
Figure (I.5) : Développement d'une couche limite dynamique sur une plaque plane	21
Figure (I.6) : Modèle physique de P. Rana et al	24
Figure (I.7) : Configuration du flux	25
Figure (I.8): Modèle physique et système de coordonnées	26
Figure (IV.1) : Profils de vitesse en fonction de λ et Nb	42
Figure (IV.2) : Profils de vitesse en fonction de λ et Nr	42
Figure (IV.3) Profils de la température en fonction de λ et $Nb=Nt$	43
Figure (IV.4) Profils de la température en fonction de λ et angle α	44
Figure (IV.5) Profils de la fraction volumique en fonction de λ et angle α	44
Figure (IV.6) Profils de la fraction volumique en fonction λ et Le	45

Liste des tableaux

Tableau (I.1) : Porosité de quelques matériaux	7
Tableau (I.2) : Perméabilité de quelques matériaux	8
Tableau (I.3) : Conductivité thermique de divers fluides de base et matériaux à 20°C	14
Tableau (I.4) : Avantages et inconvénients des nanofluides	18
Tableau (III.1) : Erreur totale pour la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre	38
Tableau (IV.1) : Comparaison des résultats pour le nombre de Nusselt	41
Tableau (IV.2) : Effets de Nt et Nb sur les taux de transfert de chaleur adimensionnelle $-\theta'(0)$ et les taux de transfert de masse $-\phi'(0)$ Pour $Le = 5, Nb = Nr = 0.5$	46
Tableau (IV.3) : Effets de Nt et Nb sur les taux de transfert de chaleur adimensionnelle $-\theta'(0)$ et les taux de transfert de masse $-\phi'(0)$ Pour $\lambda = 1 ; \alpha = \pi / 6 ; Nt = 0.5$	46

NOMENCLATURE

Symboles	Définition	Unité (SI)
g	Accélération de la pesanteur	$m\ s^{-2}$
K_m	Conductivité thermique	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$
p	Pression	Pa
Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \nu / \alpha$	/
Nr	Rapport de flottabilité	/
Nt	Paramètre de thermophorèse	/
Nu	Nombre de Nusselt	/
Nb	Paramètre de mouvement brownien	/
P	Pression	(Pa)
Le	Nombre de Lewis	/
$\lambda = \frac{Ra_x}{Pe_x}$	Paramètre de convection mixte	
sh	Nombre de Sherwood	/
TW	Température à la plaque	(k)
T_∞	Température ambiante atteinte	(k)
T	Température sur la plaque	(k)
$(x ; y)$	Coordonnées cartésiennes	(m)
qw	Flux de chaleur de la surface de la plaque	W/m^2
U_∞	La vitesse de flux libre	$(m.s^{-1})$
Db	Diffusion brownienne	/
Dt	Coefficient de diffusion thermophorétique	/
Symboles grecques		
α	Angle de la plaque par rapport à la verticale	rad
$(\rho_c)_f$	Capacité calorifique du fluide	$(kg.m^{-3})$
β	Coefficient de dilatation volumétrique du fluide	
θ	La température adimensionnelle	/
ϕ	La fraction volumique	/
ψ	Lignes de courant	/

μ_{nf}	La viscosité dynamique du nanofluide	
μ	La viscosité dynamique du fluide	(kg. $m^{-1}.s^{-1}$)
η	Variable de similarité	/
f	Vitesse adimensionnelle	/
ε	Porosité	
τ	Paramètre défini par $\varepsilon (\rho c)p / (\rho c) f$	

Les indices

w	État sur la plaque
∞	Condition loin de la plaque
F	Fluide -
S	Solide -
n_f	Nanofluide

Introduction Générale

Introduction Générale

Dans le développement simultané de couches limites hydrodynamiques et thermiques, les phénomènes de convection ont un intérêt particulier pour le transport de la chaleur, notamment depuis les travaux de Graetz (1885), Nusselt (1910), Hallman (1958) et leurs contemporains.[1] Ce phénomène physique de la convection est d'une nature complexe en raison du caractère non linéaire de ces équations (équations de Navier-stokes).

Pour traiter ce genre de problèmes, plusieurs voies et approches (expérimentales, analytiques et numériques) sont possibles. La voie expérimentale demeure de loin la plus coûteuse en temps et en argent.

De plus, les solutions analytiques ne sont possibles que pour des cas particuliers. C'est pourquoi, dans ce travail on a recours à des approches numériques en utilisant les méthodes numériques ;

À savoir la méthode de Runge-Kutta et la méthode de tir.

Les équations différentielles qui régissent le problème sont transformées en un ensemble des équations ordinaires, qui sont résolues à l'aide de la méthode de tir.

Dans ce présent travail, nous nous concentrerons sur l'analyse physique à travers la modélisation mathématique du phénomène d'écoulement convectif à travers un milieu poreux rempli d'un nanofluide.

L'objectif est de comprendre les effets de plusieurs paramètres thermophysiques tels que le module de convection mixte, le mouvement Brownien et la thermophorèse de nanoparticules d'un nanofluide sur le comportement dynamique et thermique de l'écoulement.

Nous verrons l'effet de différents nombres adimensionnels. Pour atteindre l'objectif ciblé, on propose les chapitres suivants :

Dans le premier chapitre, on présente les généralités théoriques sur la caractéristique des milieux poreux et les nanofluides, ensuite on a abordé une synthèse bibliographique concernant. Les écoulements des nanofluides dans des enceintes ou sur des parois en milieux poreux.

Dans le deuxième chapitre, nous résolvons les équations Equation de continuité, d'énergie et équation de la concentration avec les simplifications des équations conduisant à l'analyse de notre problème.

Et à propos de troisième chapitre nous présentons la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre associée avec la technique de tir pour résoudre le système d'équations différentielles ordinaire obtenu dans le deuxième et nous faisons une analyse et discussion de différents résultats numériques obtenus pour chaque cas étudié. Enfin des conclusions et des perspectives seront présentées.

Chapitre I

GENERALITES ET ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

GENERALITES ET ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de fournir les connaissances relatives actuelles des milieux poreux et des nanoparticules et de leurs différentes caractéristiques ainsi que de leurs différents modèles trouvés dans la littérature. D'un point de vue théorique, Nous nous intéressons à l'écoulement de la couche limite dynamique et thermique ainsi qu'à la synthèse bibliographique de ce type d'écoulement dans les milieux poreux saturés de nanofluides.

I.2. Caractérisation d'un milieu poreux

I.2.1. Définition d'un milieu poreux

Plusieurs matériaux naturels ou artificiels sont poreux. Un matériau poreux est constitué d'une matrice solide qui comporte des pores distribués plus ou moins dans toute la masse de façon désordonnée et non-uniforme.

Ces espaces vides, peuvent être interconnectés ou déconnectés. Un fluide peut s'écouler à travers un milieu poreux à condition que la plupart des espaces vides soient interconnectés. Lorsque tous les pores sont remplis par la même phase (liquide ou gazeuse), le milieu poreux est dit saturé par le fluide [2].

Au voisinage des grains solides, des forces d'attraction moléculaire existent et créent de fines pellicules d'eau autour des grains.

Cette eau est appelée eau liée ou adsorbée (Figure I.1). En dehors de ces zones d'attraction, le liquide peut circuler librement. Ainsi, les zones de circulation varient selon la distance entre les grains.

Dans notre étude, nous nous restreindrons aux cas d'une matrice solide non déformable, totalement saturée par une seule phase fluide binaire.

De plus, nous adoptons l'hypothèse qu'il n'y a pas d'échange de matière entre la phase fluide et la matrice solide.

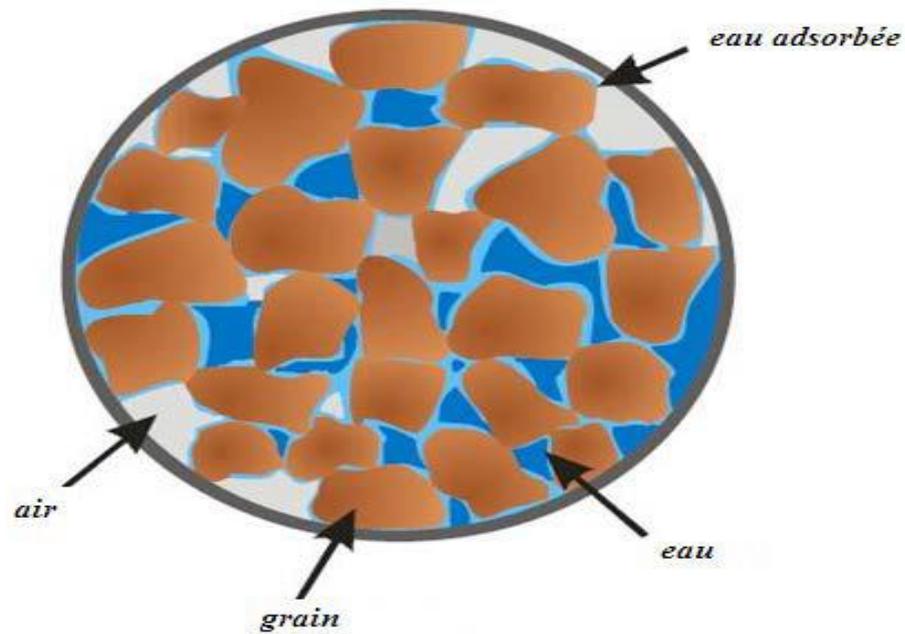


Figure I.1 : Représentation d'un milieu poreux [2]

Il existe de nombreux exemples de milieux poreux dans la nature (Figure I-2) comme le sable (a), les sols (b - pierre), les matériaux de construction (c - chaux), les aliments (d – pain sec), le papier ou le bois (e), les tissus (f - poumon humain).

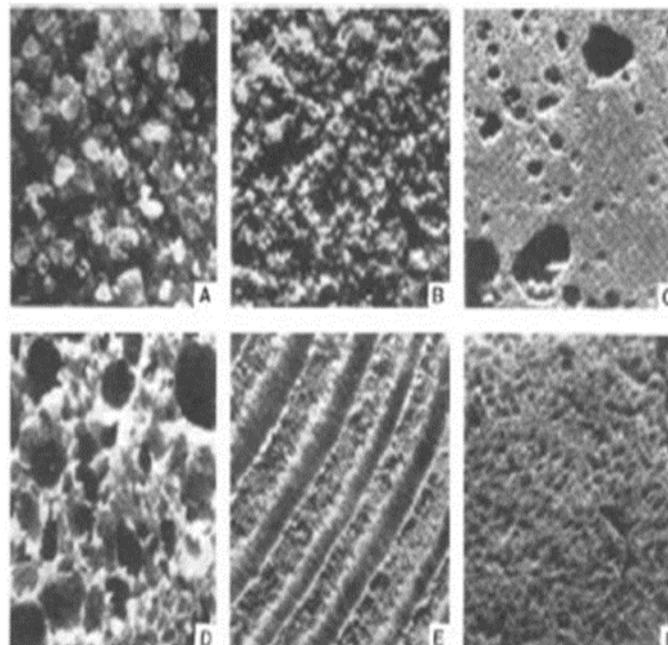


Figure II.2 : Exemples de milieux poreux naturels [2]

D'une très grande variété de structure et de nature, les milieux poreux occupent une large place et jouent un rôle important dans de nombreux secteurs industriels et phénomènes naturels.

On peut notamment citer, comme exemples typiques : le génie pétrolier, le génie chimique, l'hydrogéologie, la géothermie, le génie civil, la médecine ...etc.

Un milieu poreux est caractérisé principalement par deux propriétés macroscopiques liées entre elles qui sont la porosité et la perméabilité.

Du fait que la disposition et la taille de ces pores soient irrégulières, la variation des paramètres régissant cet écoulement, sera-t-elle aussi irrégulière. En pratique, ces paramètres sont mesurés à l'échelle macroscopique moyennée.

La technique utilisée est la méthode spatiale, définie comme étant une moyenne appropriée sur un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) suffisamment large. [3]

Dans ce qui suit, nous définissons les différents paramètres qui apparaissent au niveau des différents modèles empiriques de description macroscopique des écoulements en milieu poreux.

I.2.2. Volume élémentaire représentatif (V.E.R.)

L'étude des écoulements impose la description des phénomènes intervenants dans le milieu poreux saturé.

L'échelle des pores, ou échelle microscopique est associée au diamètre moyen des pores à l'intérieur de cette échelle les grandeurs locales peuvent très largement varier.

A l'échelle du milieu poreux, ou l'échelle macroscopique, la variation des grandeurs physiques est définie en moyenne, sur un certain volume de milieu poreux, appelé volume élémentaire représentatif et noté *V.E.R.*

Cette échelle macroscopique est associée à une dimension géométrique du milieu.

Soit la dimension caractéristique du *V.E.R* (Figure I.2). Cette dimension doit satisfaire à la double inégalité suivante : $d \ll l \ll L$

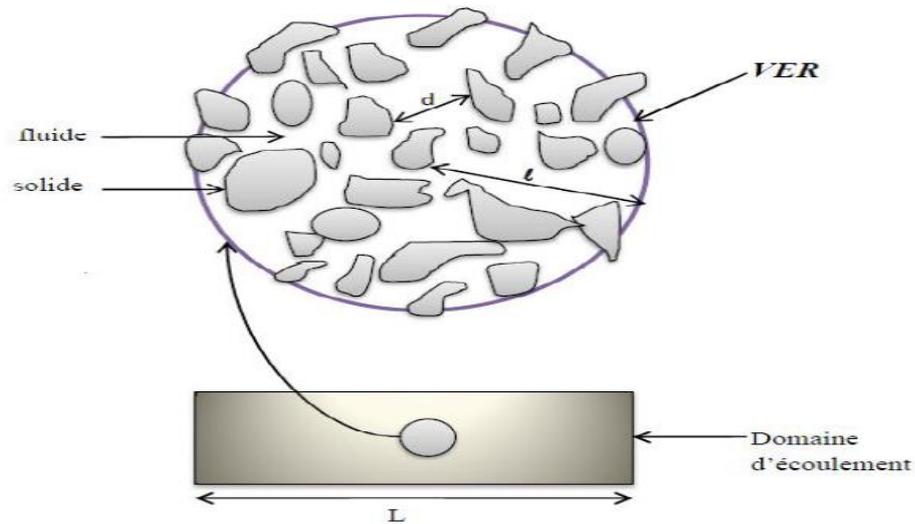


Figure III.2 : Schématisation d'un Volume élémentaire représentatif

La taille du V.E.R est donc choisie de manière théorique, en fonction de la division du milieu, de telle sorte que :

- Le V.E.R soit suffisamment grand pour contenir un grand nombre de pores, de manière à pouvoir y définir une propriété moyenne homogène telle que l'effet de fluctuation d'un interstice à un autre soit négligeable.
- Le V.E.R soit suffisamment petit pour que les variations des propriétés d'un domaine au domaine voisin puissent être approchées par des fonctions continues sans introduire d'erreur décelable par les instruments de mesure à l'échelle macroscopique.

Nous supposons par la suite, l'existence du volume élémentaire représentatif pour obtenir les équations à l'échelle macroscopique par prise de moyenne sur le V.E.R des équations données à l'échelle microscopique, [2].

I.2.3. Conductivité thermique équivalente

La conductivité thermique équivalente est une fonction complexe des conductivités du solide et du fluide. En général, on ne pourrait pas évaluer la valeur exacte de la conductivité. Le moyen efficace est la mesure expérimentale dans les conditions d'utilisation en régime permanent.

I.2.4. Porosité

La plupart des roches et des sols contient un pourcentage de vide qui peut être occupé par de l'eau ou d'autres fluides. C'est ce que nous appelons leur porosité.

Cette grandeur est notée, généralement, ε et définie comme étant le rapport du volume occupé par les espaces vides (pores) V_p au volume total du milieu poreux V_t .

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{pores}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{I. 1})$$

ε varie entre 1 (solide plein) et 0 (volume complètement vide). Puisqu'il s'agit d'un rapport de mêmes propriétés, la porosité n'a pas d'unité et elle est souvent exprimée en pourcentage. Un autre paramètre caractérisant la proportion de pores dans un milieu poreux est l'indice de vides e , qui est défini par le rapport du volume de vides V_v sur celui des solides V_s

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (\text{I. 2})$$

Cette grandeur est plus utilisée en géotechnique, car il permet d'utiliser un volume de référence (celui des solides) qui reste constant, contrairement au volume totale qui peut varier considérablement dans des matériaux compressibles comme les silts et les argiles. La relation entre la porosité et l'indice de vides est exprimée par :

$$\varepsilon = \frac{e}{e+1} \quad (\text{I. 3})$$

La porosité est un concept indépendant de la forme et des connexions entre les pores, elle dépend fortement de l'arrangement et de la taille des grains. Des mesures expérimentales réalisées par Kaviany [3] résumées dans le tableau (I.1) quelques valeurs de la porosité pour différents matériaux.

Matériaux	Porosité ε
Ardoise en poudre	0.57 à 0.66
Brique	0.12 à 0.34
Cuivre en poudre	0.09 à 0.34
Fibre de verre	0.88 à 0.93
Sable	0.37 à 0.50
Grès	0.08 à 0.38
Terre	0.43 à 0.54
Poudre en silice	0.37 à 0.49

Tableau I.1 : Porosité de quelques matériaux

I.2.5. Perméabilité

La perméabilité traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule dans le milieu poreux sous l'effet d'un gradient de pression. Cette perméabilité notée K , dépend uniquement de la porosité et de la géométrie de la matrice solide.

Plusieurs modèles empiriques expriment la perméabilité en fonction de la porosité et d'une dimension caractéristique de la matrice solide à l'échelle du pore. La relation de *Kozeny-Carmen* [3] donne une estimation de la perméabilité K pour un milieu poreux non consolidé constitué d'éléments identiques de géométrie simple comme suit.

$$K = \frac{\varepsilon^3 D^2}{3,6C_0(1-\varepsilon)^2} \quad (I.2)$$

Où C_0 est un coefficient de forme, compris entre 3.6 et 5 et D représente une dimension caractéristique des éléments qui constituent la matrice poreuse.

Le tableau (I.2) ci-dessous, présente la perméabilité de quelques matériaux poreux définis par Nield et Bejan [5].

Matériaux	Perméabilité K (m ²)
Ardoise en poudre	$4.9 \cdot 10^{-14} - 1.2 \cdot 10^{-13}$
Brique	$4.18 \cdot 10^{-15} - 2.2 \cdot 10^{-13}$
Cuivre en poudre	$3.3 \cdot 10^{-11} - 1.5 \cdot 10^{-9}$
Fibre de verre	/
Sable	$2 \cdot 10^{-11} - 1.8 \cdot 10^{-10}$
Grès	/
Terre	$2.9 \cdot 10^{-13} - 1.4 \cdot 10^{-11}$
Poudre en silice	$1.3 \cdot 10^{-14} - 4.1 \cdot 10^{-14}$

Tableau I.2 : Perméabilité de quelques matériaux

I.2.6. Viscosité effective

La notion de viscosité effective a été initialement introduite par Brinkman (1947) afin de traiter la discontinuité des contraintes aux interfaces fluides poreuses. Il a suggéré de prendre la viscosité effective égale à la viscosité du fluide [1].

I.2.7. Conductivité effective

La complexité de la structure géométrique du milieu poreux, ainsi que la présence de deux phases (solide et fluide) et leurs propriétés thermiques différentes, fait que la notion de la conductivité thermique effective soit introduite.

$$\lambda_{eff} = \lambda_d + \lambda_\tau \quad (I.5)$$

λ_d : Conductivité thermique statique (W/m.K).

λ_τ : Conductivité thermique de dispersion (W/m.K).

La conductivité thermique statique dépend de celle du fluide et celle de solide. Par contre, la conductivité thermique de dispersion représente l'interaction entre le champ de vitesse à l'échelle des pores.

I.2.8. Modèle des écoulements à travers les milieux poreux

En raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, l'approche de la mécanique des milieux continus pour établir les modèles de conservation de la quantité du mouvement et de l'énergie, ne peut être appliquée qu'après passage à une échelle macroscopique qui permet d'établir une équivalence entre le milieu réel dispersé et un milieu continu fictif.

Le premier modèle a été proposé par Darcy (1856) et depuis pour tenir compte de certains effets négligés par ce dernier [1].

a) Modèle de Darcy

Pour l'étude de la convection en milieu poreux, la grande majorité des études utilise la formulation classique de Darcy. Qui exprime la proportionnalité entre les variations de pression Δp et le débit Q lié à la vitesse de filtration v .

Ceci se traduit pour un échantillon de longueur L et de section S , par la relation suivante [3] :

$$Q = \frac{K}{\mu_f} S \frac{\Delta p}{L} \quad (I.6)$$

μ_f : Viscosité dynamique du fluide (Pa.s)

K : Perméabilité (m²)

b) Modèle de Brinkman

Brinkman a introduit dans la loi de Darcy, un terme équivalent au terme de dissipation visqueuse dans la loi de Stokes. Sa formule est donnée par :

$$\vec{\nabla}_p = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{V}_{fu} - \mu_{ff} \vec{V}_{fu} \nabla^2 \quad (I.7)$$

μ_f : Viscosité dynamique du fluide (Pa.s)

K : Perméabilité (m²)

$\mu_{eff} = \mu [1 + 2.5(1 - \varepsilon)]$: représente la viscosité effective du milieu poreux.

\vec{V}_{fu} : Vitesse de filtration

c) Modèle Forchheimer

Lorsque la vitesse débitante augmente, les forces d'inertie ne sont plus négligeables. Dans ce cas, on montre expérimentalement pour un gradient de pression fixe, le débit mesuré est plus petit qu'il ne le serait avec la loi de Darcy. Forchheimer a proposé une modification empirique de la loi de Darcy en ajoutant une relation non linéaire du second ordre entre le gradient de pression et la vitesse de filtration.

$$\vec{\nabla} P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} - F \frac{\rho_f C_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V} + \rho_f \vec{g} \quad (I.8)$$

F : Paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux

C_f : Coefficient de Forchheimer,

d) Modèle général

On généralise les trois modèles en introduisant un terme transitoire et le terme convectif $(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}$ ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\rho_f \partial \vec{V}}{\varepsilon \partial t} + \frac{\rho_f}{\varepsilon} (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\vec{\nabla} p + \rho_f \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} + \frac{C_f \rho_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V} + \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V} \quad (I.9)$$

Avec :

\vec{V} : vecteur de vitesse à travers un volume élémentaire

$\frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho_f}{\varepsilon} (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}$: Forces inertielles macroscopiques.

$-\vec{\nabla} p$: Gradient de pression.

$\rho_f \vec{g}$: Forces de volumes.

$-\frac{\mu}{K} \vec{V}$: Terme de Darcy.

$\frac{c_f \rho_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V}$: Terme de Forchheimer (Forces inertielles microscopiques)

$\mu_{eff} \nabla^2 \vec{V}$: Terme visqueux de Brinkman.

I.2.9. Transfert de chaleur en milieu poreux

Tout comme l'équation de Darcy décrivant l'écoulement du fluide au sein du milieu poreux, l'équation de l'énergie, traduisant le transfert de chaleur dans le milieu poreux fait appel au concept de milieu continu fictif, équivalent au milieu poreux réel. [3]

Pour établir l'équation de transfert de chaleur, la démarche est la suivante :

Formulation des équations microscopiques à l'échelle du pore. Prises de moyennes effectuées sur les équations microscopiques qui permettent le passage de l'échelle du pore à celle du milieu homogène.

Avant de formuler ces équations de description du transfert de chaleur nous précisons les hypothèses adoptées :

- Les termes de dissipation visqueuse sont supposés négligeables, hypothèse justifiée si les vitesses de filtration restent relativement faibles.

- Les caractéristiques thermiques des phases solide et fluide telles que les capacités calorifiques volumiques et les conductivités thermiques, sont supposées constantes et donc indépendantes de la température.

A l'échelle du pore, le système décrivant le transfert de chaleur est le suivant :

En tout point M du milieu poreux, à l'exception de la surface de contact entre le solide et le fluide.

La loi de Fourier s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)_i T_i] + \vec{V} \cdot [(\rho c)_i T_i \vec{V}_i] = \vec{V} \cdot (\lambda_i \vec{\nabla} T_i) \quad (\text{I.10})$$

Où $i = f$ si M appartient à la phase fluide et $i = s$ s'il appartient à la phase solide. On a donc

$V_s = 0$ et V_f désigne la vitesse locale du fluide à l'échelle du pore. Les conditions aux limites associées à l'interface solide-fluide, sont les suivantes :

$$\begin{aligned} T_s &= T_f \\ (\lambda_s \vec{\nabla} T_s) \cdot \vec{n} &= (\lambda_f \vec{\nabla} T_f) \cdot \vec{n} \\ \vec{V}_f &= 0 \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

Où n désigne le vecteur normal à l'interface, λ_i la conductivité thermique de la phase i et

$(\rho c)_i$ la capacité calorifique volumique de la phase i .

La prise de moyenne sur un volume élémentaire (V.E.R) donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)^* T] + \vec{V} \cdot [(\rho c)_f T \vec{V}] = \vec{V} \cdot (\lambda^* \vec{\nabla} T) \quad (\text{I.12})$$

Où \vec{V} est la vitesse de filtration.

$$(\rho c)^* = \varepsilon(\rho c)_f + (1 - \varepsilon)(\rho c)_s$$

$(\rho c)^*$: est la capacité calorifique volumique du milieu poreux équivalent.

λ^* : est la conductivité thermique globale, elle dépend, de manière complexe, des conductivités

Des phases solide et fluide et de la texture du milieu poreux. De nombreux modèles de Conductivité thermique ont été développés qui permettent l'estimation de λ^* , tels que :

$$\lambda^* = \varepsilon \lambda_f + (1 - \varepsilon) \lambda_s \quad \text{Ou} \quad \frac{1}{\lambda^*} = \frac{\varepsilon}{\lambda_f} + \frac{(1-\varepsilon)}{\lambda_s} \quad (\text{I.13})$$

Dans le cas de milieux poreux constitués par des éléments très réguliers tels que des sphères, par exemple. Mais il est généralement indispensable de recourir à la détermination expérimentale pour une évaluation précise de λ^* . [4]

I.2.10. La combinaison du transfert thermique et de matière

Dans la convection mixte bidiffusive, le couplage du transfert de chaleur et de matière est nécessaire parce que la densité du mélange de fluide dépend de la température et de la concentration. On a approximativement :

$$\rho_f(T, C) = \rho_f(T_r, C_r)[1 - \beta_T(T - T_r) - \beta_C(C - C_r)] \quad (\text{I. 14})$$

Où : $\rho_f(T, C)$: est la masse volumique à la température T_r et à la concentration C_r .

β_T et β_C sont présentées respectivement comme suit :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{PC} \quad (\text{I. 15})$$

$$\beta_C = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{PT} \quad (\text{I. 16})$$

β_T : Le coefficient d'expansion volumique thermique.

I.3. Notion des Nanofluides

Les fluides caloporteurs de base, souvent utilisés dans les applications de refroidissement ou de chauffage, ont des conductivités thermiques très faibles qui limitent parfois leur capacité de transfert de chaleur.

L'idée alors d'améliorer leurs propriétés thermophysiques est venue par l'introduction de particules solides de très bonnes caractéristiques thermiques et de taille nanométrique au sein de ces fluides de base.

Cette nouvelle génération de fluides porte le nom de « Nanofluides ». Ce terme a été introduit par Choi pour désigner la suspension des nanoparticules solides dans un liquide de base. [7]

Les liquides de base généralement utilisés dans la préparation des nanofluides sont ceux d'usage commun dans les applications de transfert de chaleur tels que l'eau, l'éthylène glycol, l'huile de moteur, etc.

Les nanoparticules peuvent être à base de métaux, d'oxydes, de Carbures, de nitrures ou de carbone.

Élément	Élément Conductivité thermique λ (W/m.K)
Eau	0,599
50% eau + 50% éthylène glycol	0,41
Ethylène glycol	0,25
Huile de moteur	0,14
Nanotube de carbone	3000-6000
Diamant	1000-2600
Alumine (Al ₂ O ₃)	40
Nickel (métal pur)	237
Cuivre (métal pur)	401

Tableau I.3 : Conductivité thermique de divers fluides de base et matériaux à 20°C

I.3.1 Propriétés thermo-physiques des nanofluides

De nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été menées lors de ces dernières décennies en vue de mieux caractériser les propriétés thermo-physiques des nanofluides mais cette caractérisation est encore loin d'être satisfaisante.

Dans ce qui suit nous donnerons un petit aperçu sur les différents modèles utilisés pour le calcul de la viscosité dynamique et la conductivité thermique d'un nanofluide.[8]

I.3.1.1 Fraction volumique

La fraction volumique est le rapport entre le volume du solide (nanoparticules) et le volume total (nanoparticules plus fluides de base) sa valeur est variée entre 0 et 1. [9]

$$\phi = \frac{V_s}{V_s + V_f} \quad (I.17)$$

V_s : volume de particule solide (m^3)

V_f : Volume du fluide de base (m^3)

I.3.1.2 Conductivité thermique

La conductivité thermique est une propriété très importante dans notre étude parce qu'elle joue un rôle essentiel dans le phénomène de transfert de chaleur, elle dépend de la température et aussi elle varie en fonction de la fraction volumique.

On peut calculer la conductivité thermique avec deux modèles différents :

i) Modèle de Maxwell

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s + \lambda_f - 2\varphi(\lambda_f - \lambda_s)}{\lambda_s + \lambda_f + 2\varphi(\lambda_f - \lambda_s)} \quad (\text{I. 18})$$

Avec :

λ_{nf} : La conductivité thermique du nanofluide.

λ_f : La conductivité thermique du fluide de base.

λ_s : La conductivité thermique de la particule solide.

ii) Modèle d'Hamilton

Est une extension du modèle de Maxwell. Il concerne les particules de forme quelconque défini comme suit :

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s + (n-1)\lambda_f - (n-1)(\lambda_f - \lambda_s)\varphi}{\lambda_s + (n-1)\lambda_f + \varphi(\lambda_f - \lambda_s)} \quad (\text{I. 19})$$

Avec $n = \frac{3}{\Psi}$ et Ψ Facteur de forme empirique faisant référence à la géométrie sphérique. Ce coefficient est défini comme étant le rapport de l'aire d'une sphère de même volume que la particule sur l'aire de cette même particule ($n = 3$ pour les particules sphériques et $n = 6$ pour les particules cylindriques).

I.3.1.3 Masse volumique

Pour calculer la masse volumique d'un nanofluide que nous supposons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide de base) en fonction de la fraction volumique (φ) à une température T donnée. La masse volumique de ce mélange est définie comme suite :

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V}\right)_{nf} = \left(\frac{m_s + m_f}{V_s + V_f}\right) = \frac{\rho_s V_s + \rho_f V_f}{V_s + V_f} \quad (\text{I. 20})$$

La fraction volumique des nanoparticules (φ) désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + solide).

$$\varphi_{nf} = \frac{\text{Volumesolide}}{\text{Volumetotaledunanofluide}} = \frac{v_s}{v_s + v_f} \quad (\text{I. 21})$$

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (I.22)$$

Avec

ρ_{nf} : La masse volumique du nanofluide

ρ_f : La masse volumique du fluide de base.

ρ_s : La masse volumique des nanoparticules solides.

I.3.1.4 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un system homogène $C_p = dQ / mdT$. La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour Élever la température de l'unité de substance de 1 K lors de la transformation considérée. Pour la Détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on a les des deux relations suivantes

- **Xuan and Roetzel** : ont utilisé

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s \quad (I.23)$$

- **Pak and Cho** [13] : ont utilisé :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(C_p)_f + \varphi(C_p)_s \quad (I.24)$$

Avec :

$(C_p)_{nf}$: Chaleurs spécifique du nanofluide.

$(C_p)_f$: Chaleurs spécifique du fluide de base.

$(C_p)_s$: Chaleurs spécifique des nanoparticules

I.3.1.5 Coefficient d'expansion thermique

La variation de la masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (I.25)$$

β_T : Coefficient de dilatabilité.

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (I.14).

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \quad (I.26)$$

I.3.1.6 Viscosité dynamique

La viscosité caractérise l'aptitude d'un fluide à s'écouler. Sa connaissance est fondamentale pour toutes les applications impliquant le transport de fluides.

L'ajout des nanoparticules

Permet d'augmenter et d'améliorer la conductivité thermique du nanofluide, mais cela peut aussi conduire à une augmentation défavorable de la viscosité dynamique. Ainsi, ces deux

Propriétés sont étroitement corrélées, et doivent être maîtrisées en vue d'une exploitation de ce type de fluides dans des échangeurs. [10]

La viscosité relative est le rapport de la viscosité du nanofluide sur celle du fluide de base

$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$: On a plusieurs modèles de la viscosité dynamique d'un nanofluide Plusieurs modèles théoriques ont été développés pour prédire l'évolution de la viscosité Dynamique des suspensions sous certaines conditions.

Dans cette partie, nous nous Intéresserons aux modèles les plus utilisés dans le cas des nanofluides

➤ Modèle d'Einstein

Pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante

$$\mu_{nf} = (1 - 2.5\varphi)\mu_f \quad (I.27)$$

μ_{nf} : La viscosité dynamique du nanofluide.

μ_f : La viscosité dynamique du fluide de base.

φ : La fraction volumique des nanoparticules.

➤ **Modèle de Brinkman**

A étendu la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations volumiques.

$$\mu_{n_f} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (\text{I. 28})$$

➤ **Modèle de Batchelor**

A montré que la viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de φ , comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de φ

$$\mu_{n_f} = \mu_f(2.6\varphi^2 - 2.5\varphi + 1) \quad (\text{I. 29})$$

D'autres relations ont été proposées dans la littérature, limitées à des applications bien précises.

I.3.2 Avantages et inconvénients des nanofluides

Avantages	Inconvénients
-Une grande surface de transfert de chaleur entre les particules et les fluides.	-Difficultés dans le processus de production.
-Haute dispersion et stabilité avec prédominance du mouvement Brownien des particules.	-Viscosité supérieure, chaleur spécifique basse.
-Particules réduites de colmatage par rapport aux boues conventionnelles, favorisant ainsi la minimisation du système.	-Le coût élevé des nanofluides.

Tableau I.4 : Avantages et inconvénients des nanofluides

I.4. Convection thermique

I.4.1 Transfert de chaleur par convection

La convection est un mode de transfert de chaleur dû à une différence de température qui engendre un déplacement de matière dans un milieu fluide (liquide ou gaz). Dans ce mode de transfert, on distingue trois mécanismes qui sont : la convection naturelle, la convection forcée et la convection mixte.[11]

- **Convection forcée**

Le phénomène de convection forcée apparaît quand le mouvement du fluide est imposé par une cause mécanique extérieure (pompe, ventilateur, ...) au système

- **Convection naturelle**

Le phénomène de convection naturelle thermique apparaît spontanément, sous le seul effet des différences de masse volumique résultantes des différences de températures sur les frontières et d'un champ de forces extérieures (le champ gravitationnel, ...)

- **Convection mixte**

La Convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcée) quand les vitesses d'écoulement, fictives, dues aux deux types de convections sont considérées séparément, du même ordre de grandeur.[11]

I.4.2. Couches limites

Considérons un écoulement fluide à vitesse U_{1e} et à température T_e à la température constante. Au voisinage de la paroi, les valeurs de la vitesse et de la température sont différentes de celles de l'écoulement potentiel loin de la paroi et varient en fonction de la distance à la paroi, x_2 . Cette zone de gradients de vitesse et de température est appelée couche limite. Elle résulte d'échanges de quantité de mouvement et de chaleur entre le fluide et la paroi. Son épaisseur est généralement petite par rapport à l'ensemble de l'écoulement. On distingue deux types de couche limite : la couche limite thermique et la couche limite dynamique

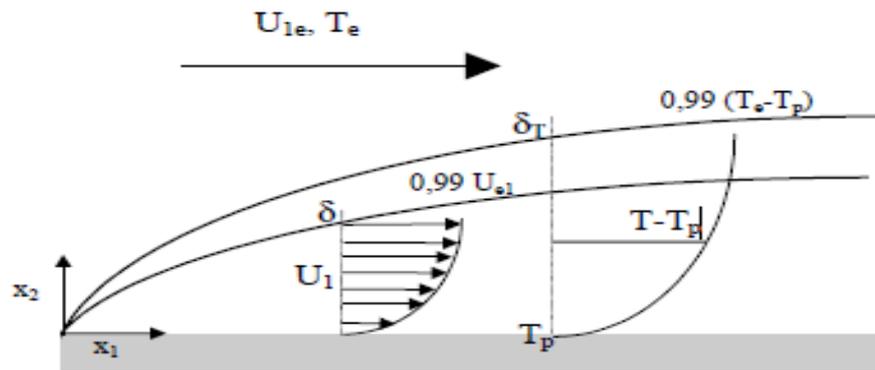


Figure I.4 : la couche limite thermique et la couche limite dynamique

I.4.2.1 Couche limite thermique

Lorsque le fluide, à température T_e , s'écoule sur la paroi à température T_w , des échanges thermiques s'établissent. Les particules du fluide s'échauffent ou se refroidissent au contact de la plaque. Ces particules échangent de la chaleur de proche en proche avec leurs voisines et un gradient thermique se forme. Par convention, l'épaisseur de la couche limite ($x_2 = \delta T$) correspond à la frontière où T_{fluide}

$$(x_2) = 0,99 (T_e - T_p) + T_p \quad (\text{I.30})$$

La température trouvée dans une solution non visqueuse. A mesure que l'on s'éloigne du bord d'attaque, les effets du transfert de chaleur se font sentir plus profondément dans le flux et la couche limite thermique se développe.[13]

Le rapport entre ces deux épaisseurs (vitesse et de couches limites thermiques) est régi par le nombre de Prandtl, qui est défini comme le rapport de la dynamique diffusivité de la diffusivité thermique. Un nombre de Prandtl d'unité indique que l'impulsion et la diffusivité thermique sont comparables et que les couches limites de vitesse et thermiques coïncident presque. Si le nombre de Prandtl est :

$Pr \ll 1$ Dans ce cas la chaleur se diffuse plus rapidement que la quantité de mouvement donc l'épaisseur de la couche limite thermique sera plus grande que celle de la couche limite dynamique $\delta \ll \delta_t$

$Pr \gg 1$ Dans ce cas l'écoulement se caractérise par une diffusion de la quantité de mouvement beaucoup plus importante que la diffusion de la chaleur $\delta_t \ll \delta$

$Pr \approx 1$ Les deux épaisseurs sont du même ordre de grandeur.

I.4.2.2 Couche limite dynamique

Lorsqu'un fluide se déplace sur un obstacle, les champs de vitesse et de pression sont perturbés par ce dernier. La couche limite est la zone de fluide contiguë à la paroi (ou bien, on peut dire qu'il s'agit d'une zone d'interface entre le corps et le fluide), dans laquelle se produit l'accommodation entre la vitesse nulle en paroi et la pleine vitesse locale du fluide libre.

De nombreuses propriétés de l'écoulement (frottement, transfert thermique et présence éventuelle de décollements) dépendent de cette couche limite. [14]

❖ Couche limite laminaire

La couche limite laminaire est caractérisée par le fait que tous les vecteurs vitesses sont parallèles à un même plan, l'écoulement se présente alors sous la forme de lames de fluide glissant les unes sur les autres. Ces lames restent rectilignes sur une certaine longueur, puis s'estompent. On observe une telle couche limite vers le bord d'attaque d'un profil.

On appelle conventionnellement l'épaisseur δ de la couche limite la distance à la paroi à partir de laquelle la vitesse U est telle que : $U = 0.99 U_{\infty}$

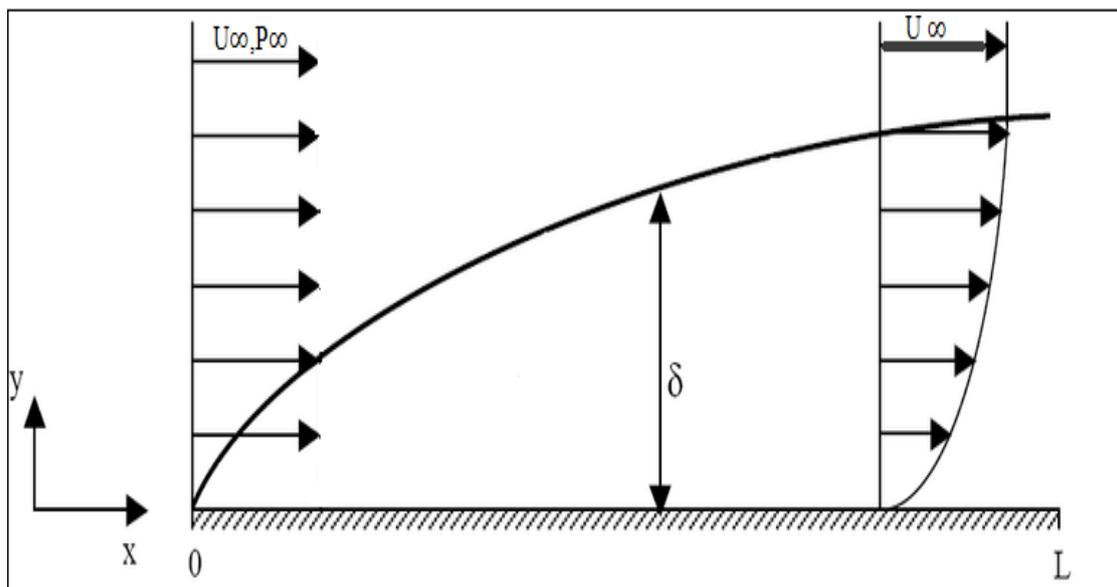


Figure I.5 : Développement d'une couche limite dynamique sur une plaque plane.

En fait assez rapidement les lames disparaissent et la couche limite n'est plus dite laminaire mais turbulente.

1.4.3. Équations et hypothèses de la couche limite en écoulement laminaire

On considère une paroi verticale, et un fluide immobile et isotherme au loin ; mais nous n'imposerons pas de restrictions particulières à la température de paroi T_w , qui pourra donc dépendre de x . Voyons alors ce que deviennent les équations générales :

$$\text{div}\vec{V}=0 \quad (\text{I. 31})$$

$$\vec{V} \cdot \overline{\text{grad}}(T) = \alpha \Delta T \quad (\text{I. 32})$$

$$\vec{V} \cdot \overline{\text{grad}}(\vec{V}) = -\beta(T - T_\infty)\vec{g} - \frac{1}{\rho_\infty} \cdot \overline{\text{grad}}(p^*) + \nu \Delta \vec{V} \quad (\text{I. 33})$$

Et, en nous limitant ici à la zone d'écoulement laminaire.

• Les caractéristiques observées de l'écoulement à proximité de la paroi autorisent à conserver les approximations de la couche limite dynamique, à savoir :

$$v \ll u \text{ et } \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{I. 34})$$

Par contre, on prendra garde au fait que $\frac{\partial u}{\partial x}$ n'est pas toujours négligeable devant $\frac{\partial u}{\partial y}$: au voisinage du maximum U_m on a en effets $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial u}{\partial x} \neq 0$. Le même problème se rencontre d'ailleurs dans les jets pariétaux ou dans les zones de décollement. Quoiqu'il en soit, il résulte de (I.33) que l'équation de continuité est inchangée, et que dans l'équation de quantité de mouvement selon x , le terme $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ disparaît.

En ce qui concerne la pression, vu la lenteur de l'écoulement on admettra que les gradients de pression induits par le champ de vitesse sont faibles. Autrement dit, la pression motrice p^* obéit à la loi de la statique, comme dans le fluide au loin, ce qui s'exprime par :

$$\text{grad}(p^*) \approx 0 \quad (\text{I. 35})$$

Enfin, dans la couche limite thermique :

$$\frac{\partial T}{\partial x} \ll \frac{\partial T}{\partial y} \text{ et } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{I. 36})$$

Ce qui se traduit simplement par la disparition du terme $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ dans l'équation d'énergie.

Le regroupement des conditions précédentes va nous conduire aux équations de couche limite en convection libre laminaire. Si on se trouve dans le cas $T_w > T_\infty$, l'écoulement se fait vers le haut.

On choisit alors pour x la même direction (fig. I.4), de sorte que $g = -g_x$ (la pesanteur est dirigée vers le bas) et le terme en g devient $+\beta (T - T_\infty) g$. Au contraire, avec $T_w < T_\infty$, l'écoulement descendant, et on préfère encore prendre x , dans le sens du mouvement. Cette fois $g = +g_x$, et le terme en g s'écrit $-\beta (T - T_\infty) g$

Finalement les équations (I.31), (I.32), (I.33) et deviennent donc :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \Delta \vec{V} \cdot \overline{\text{grad}}(\vec{T}) = \alpha \Delta T \quad (\text{I.37})$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \pm g \beta (T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{I.38})$$

(+) si direction x vers le haut, (-) si direction x vers le bas

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{I.39})$$

Rappelons que dans le terme de couplage $g \beta (T - T_\infty)$ la dilatabilité β du fluide est égale à $(1/T)$ pour un gaz à température T (y compris la vapeur d'eau). Avec les liquides, on se reportera aux tables de données thermophysiques.

A titre d'exemple $\beta = 2106.10^{-4} K^{-1}$ Pour l'eau à 20 °C, et augmente fortement avec T . Mais quel que soit le fluide, il est recommandé d'évaluer β à T_m (température du mélange) ou T_f (température du film) pour tenir compte partiellement de sa variation avec T .

D'autre part, en ce qui concerne l'alternative \pm dans (I.38), on observera ceci :

- soit x est dirigé vers le haut, et $T > T_\infty$

- soit x est dirigé vers le bas, et $T < T_\infty$

Donc, en regroupant les deux cas : si x est dirigé dans le sens de l'écoulement alors on a la propriété :

$$\pm g \beta (T - T_\infty) = g \beta |T - T_\infty| > 0 \quad (\text{I.40})$$

1.5. Synthèse bibliographique

Dans cette partie, nous présentons une recherche bibliographique sur L'écoulement convectif sur une long surface immergée dans un milieu poreux d'un nanofluide. On a fait plusieurs études théoriques et expérimentales. Parmi lesquelles nous présentons quelque unes que nous avons jugé proches de notre cas.

P. Rana et al. [12] ont étudié l'écoulement de convection mixte d'une couche limite d'un nanofluide incompressible le long d'une plaque inclinée d'un angle α dans un milieu poreux. Les équations gouvernantes non linéaires résultantes avec les conditions aux limites associées sont résolues en utilisant la méthode des éléments finis (FEM) et la méthode des différences finies (FDM) avec une transformation locale non similaire. Leurs résultats montrent que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de mouvements browniens (Nb) ou du nombre de thermophorèse (Nt), alors qu'il augmente avec l'augmentation de l'angle α . De plus, le nombre local de Sherwood augmente avec l'augmentation de Nt, tandis qu'il diminue avec une augmentation de Nb et d'angle α . Les effets du nombre de Lewis, du coefficient de flottabilité et du paramètre de convection mixte sur la température. Les distributions de température et de concentration sont également examinées en détail.

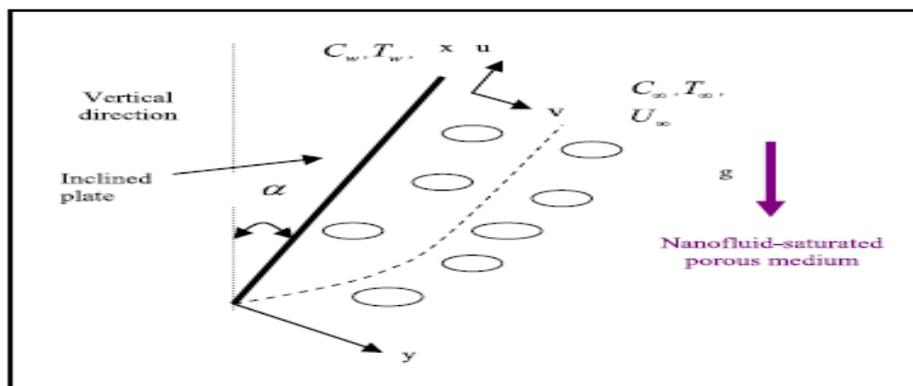


Figure I.5 : Modèle physique de P. Rana et al. [12].

CHattopadhyay et al. [13] ont traité numériquement la convection mixte dans une cavité Poreuse chauffée sinusoïdalement avec les parois latérales mobiles, en utilisant le modèle de Brinkman pour simuler l'écoulement dans un milieu poreux en variant les paramètres tel que, le nombre de Richardson Ri, nombre de Darcy, Grashof et l'amplitude de la température. Leur résultat montre que les caractéristiques de l'écoulement fortement effectuées par la présence du milieu poreux.

D. Pal et G. Mandal [14] se sont intéressés aux effets du rayonnement thermique de l'écoulement de couche limite de la convection mixte vers un écoulement de point de stagnation sur un étirement / retrait noyé dans un milieu poreux remplie d'un nanofluide avec présence de génération de chaleur et de dissipation visqueuse. Les équations de base sont résolues numériquement en utilisant la méthode de Runge – Kutta – Fehlberg avec technique de tir. Leur résultat montre que le paramètre d'aspiration diminue les profils de vitesse et de température pour l'étirement de la feuille, tandis que la tendance inverse s'obtient pour le rétrécissement de la feuille. On constate également que l'épaisseur de la couche limite pour la deuxième solution est supérieure à la première solution pour les trois types de nanofluide pour la contraction de la feuille. De plus, ils ont constaté que l'ajout des nanoparticules dans le fluide de base entraîne une augmentation du frottement de surface.

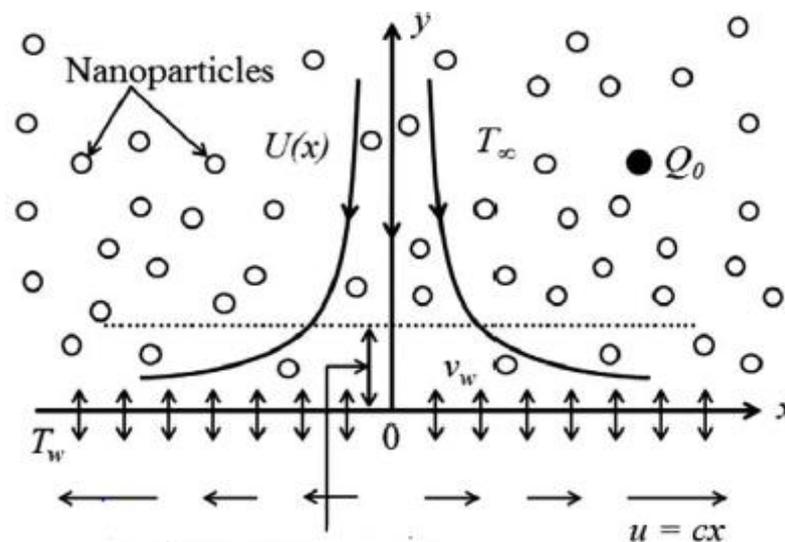


Figure I.6 : Configuration du flux [14]

M.A.A. Hamad [15] a examiné le flux convectif et le transfert de chaleur d'un nanofluide visqueux incompressible passé feuille d'étirement verticale semi-infinie en présence d'un champ magnétique. Les équations aux dérivées partielles déterminantes avec les conditions auxiliaires sont réduites aux équations différentielles ordinaires avec les conditions correspondantes via des transformations de mise à l'échelle. Les solutions analytiques des ODE résultantes sont obtenues et à partir desquelles sont présentées les solutions analytiques du problème initial.

L'influence de paramètres pertinents tels que le paramètre magnétique, la fraction volumique solide de nanoparticules et le type de nanofluide sur le flux, le transfert de chaleur, le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement avec la surface est discutée.

A.V. Rosca et al. [16] ont numériquement analysé le problème de l'écoulement de la convection mixte d'une couche limite sur une plaque plane horizontale imperméable encastrée dans un milieu poreux saturé par un nanofluide. La surface de la plaque est maintenue à une température constante et à une fraction volumique de nanoparticules constante. Les équations différentielles partielles gouvernantes résultantes sont transformées en un ensemble de deux équations ordinaires (similaires), qui sont résolues à l'aide de la fonction `bvp4c` de Matlab. Une comparaison est faite avec les résultats disponibles dans la littérature et un ensemble représentatif de résultats numériques pour le transfert de chaleur réduit de la plaque, des profils de vitesse et de température sans dimension sont présentés graphiquement et sous forme de tableau. En outre, les principales caractéristiques des résultats sont analysées et discutées.

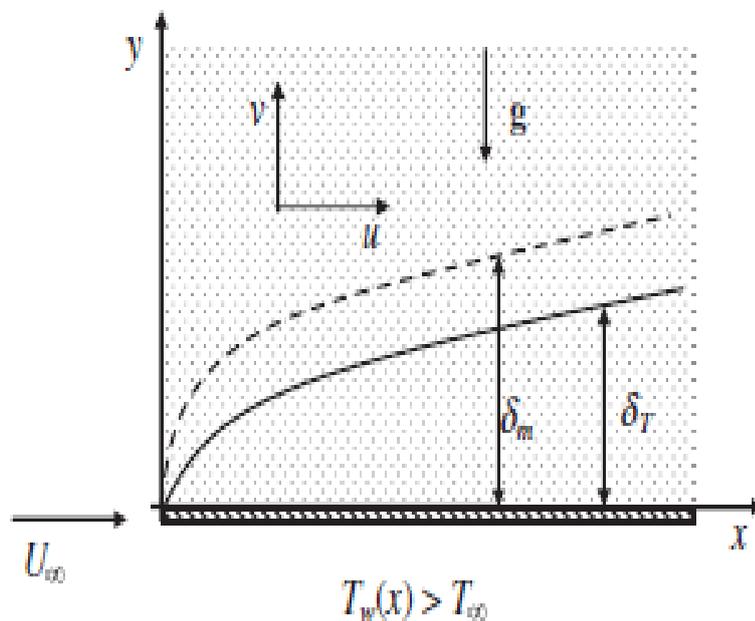


Figure I.7 : Modèle physique et système de coordonnées [16]

Al-Sanea [17] a traité le cas de la convection mixte le long d'une plaque isotherme verticale mobile avec aspiration ou injection. L'écoulement est considéré laminaire en régime permanent avec des propriétés constantes sauf dans le terme de gravité où l'hypothèse de Boussinesq est adoptée, la dissipation visqueuse est négligeable. Les équations sont discrétisées et résolues à l'aide de la méthode des volumes finis. Il a étudié les effets du nombre de Prandtl, la force de flottabilité et l'aspiration ou l'injection sur les coefficients de frottement et de transfert thermique.

Shenoy [18] a étudié la convection mixte en régime permanent d'une couche limite sur une plaque plane isotherme et inclinée mais dans le cas d'un fluide non-newtonien. Le travail a été axé sur les effets, d'une part, de l'inclinaison de la surface et du nombre de Richardson sur le nombre de Nusselt..

L'étude entreprise par **Guo T. et al. [19]** a porté sur l'influence de la convection naturelle sur la convection forcée au-dessus d'une surface plane verticale soumise à un flux de rayonnement thermique. Ils ont considéré un plan vertical semi-infini dont une face est soumise au rayonnement tandis que l'autre est léchée par un fluide en écoulement, parallèlement à sa surface. L'échauffement du plan par le rayonnement, donne naissance à une convection naturelle dans le fluide qui perturbe l'écoulement forcé. Ces auteurs ont axé leur dans le calcul, en régime laminaire et permanent, des distributions des vitesses et de la température, dans la couche limite qui se développe sur le plan à partir de son bord d'attaque.

Gladés Bachir [20] : Il est étudié l'influence de la concentration en nanoparticules (Al_2O_3 , CuO, Cu, Ag and Au) dispersées dans un fluide de base sur le transfert de chaleur par conduction et convection en configuration de

Rayleigh-Bénard. Les relations donnant la chaleur spécifique et le coefficient d'expansion thermique des nanofluides, utilisées ce travail, déduites à partir des lois de la thermodynamique diffèrent de celles approchées retenues dans la littérature. Il montre que pour une cellule expérimentale donnée et à une différence de température fixée l'ajout de nanoparticules dans un fluide porteur conduit à une diminution du nombre de Rayleigh dans le nanofluide obtenu comparé à celui dans le fluide porteur seul.

L'apparition de la convection est donc retardée dans le nanofluide. Il s'ensuit que contrairement à ce qui a été obtenu antérieurement par de nombreux auteurs, il est montré que la présence des Nanoparticules solides dans un fluide porteur peut réduire le transfert de chaleur au lieu de l'augmenter.

Saeid [21] : a étudié l'écoulement en convection mixte, laminaire le long d'une plaque verticale a une température en régime d'oscillation périodique. Le fluide est newtonien et incompressible avec des propriétés constantes sauf dans le terme de gravité où il adopte l'hypothèse de Boussinesq et néglige la dissipation visqueuse. L'écoulement est laminaire et en régime transitoire. Les équations du bilan dynamique et thermique sont approchées par des couches limites bidimensionnelles. Les équations sont discrétisées et résolues à l'aide de la méthode numérique aux différences finies. Le calcul est effectué pour l'air ($Pr=0.72$) et l'eau

($Pr=7.0$). La comparaison du nombre de Nusselt et le coefficient de frottement, avec des résultats antérieurs sont satisfaisants. Les variations périodiques du nombre de Nusselt et du coefficient de frottement sont effectuées pour différentes amplitudes et fréquences de la température de plaque.

Ali et Al-yousef [22] : ont étudié l'écoulement d'une couche limite laminaire, en convection mixte, sur une surface verticale présentant une perméabilité linéaire en mouvement. L'investigation traite les cas d'une poussée thermique qui aide ou s'oppose à l'écoulement. Les solutions locales de similitude sont obtenues par les équations de la couche limite. Comme conditions aux limites, ces auteurs ont supposé que les variations de la température et de la vitesse suivent une loi en puissance. L'étude a porté sur l'effet de divers paramètres régissant l'écoulement, tels que le nombre de Prandtl Pr , le paramètre d'injection ou aspiration d et le nombre de Richardson sur les distributions de vitesse, de température et du coefficient de transfert thermique. Des valeurs critiques ont été trouvées et qui sont vérifiées par la solution analytique de l'équation d'énergie.

D.srinivasa et G.swamy [25] ont étudié le transfert chaleur par convection mixte et le transfert de masse le long d'une plaque verticale encastré dans une loi de puissance, milieu poreux de Darcy saturé d'un fluide en présence d'une réaction chimique sous l'effet de rayonnement. Les équations différentielles partielles sont transformées en équations ordinaires en utilisant les transformations de similitude, puis elles ont résolues numériquement avec la méthode de Rung-kutta technique de tir.

Hsiao-Tsung et al. [26] ont étudié la convection mixte en régime permanent de couche limite laminaire sur une plaque isotherme, horizontale et en mouvement parallèle à l'écoulement du fluide. Le système d'équations est résolu numériquement par la méthode de Keller's Box, avec un schéma implicite. Les solutions numériques précises et des corrélations complètes sont présentées pour une large gamme de fluides $0.01 \leq Pr \leq 10000$ et dans tout le domaine de la convection mixte. L'étude engendre n'importe quelle vitesse relative entre la plaque et l'écoulement potentiel. Les effets de la poussée thermique et de la vitesse relative sur le champ d'écoulement, le frottement, le champ de température et le taux de transfert thermique sont illustrés pour une plaque se déplaçant parallèlement en co-courant ou en contre-courant de l'écoulement potentiel et ceci pour les cas: (i); l'écoulement potentiel et la poussé thermique dans le même sens et (ii); l'écoulement potentiel et la poussée thermique dans le sens inverse.

Wickern [27] a étudié la couche limite laminaire sur une plaque plane semi-infinie arbitrairement inclinée, chauffée et refroidie, pour déterminer l'influence des forces de frottement sur l'écoulement forcé de base. Le fluide étudié est newtonien et incompressible avec des propriétés constantes sauf dans le terme de gravité où l'hypothèse de Boussinesq est adoptée. Dans son travail, la dissipation visqueuse est négligeable, et en considérant un domaine de variation de l'angle d'inclinaison de la plaque assez large en incluant les cas particuliers de la plaque horizontale et verticale où il a pris en compte, à la fois, les composantes du vecteur gravité, normale et parallèle à la surface. La variation systématique des paramètres libres (inclinaison, Prandtl, etc...) est faite en étudiant différentes conditions aux limites thermiques et différents nombres de Prandtl. Un résultat remarquable qui découle de cette étude est que lorsque les forces de frottement sont en opposition aux forces dynamiques il peut apparaître un comportement régulier aussi bien que singulier dans le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement.

Abbasian Arani et al [28] ont étudié la convection mixte dans une cavité carrée remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules de Cu, avec deux parois horizontales adiabatiques, et un chauffage sinusoïdal pour les parois latérales, les résultats montrent que le transfert thermique influencé par les nanoparticules de Cu, le nombre de Richardson, et le chauffage sinusoïdal.

Elhajjar et al. [29] ont étudié l'influence des nanoparticules sur le transfert de chaleur.

Contrairement à ce que de nombreux auteurs ont obtenus, Ils ont montré que dans la configuration de Rayleigh-Bénard, après l'apparition de la convection, le transfert de chaleur est plus élevé dans le fluide de base par rapport au nanofluide. Le nombre de Rayleigh dans les nanofluides diminue avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. Ainsi, les nanoparticules en suspension dans l'eau vont retarder l'apparition de la convection dans ce dernier

Une étude expérimentale proposé par **salma Halelfadl [30]** sur les propriétés

thermophysiques des nanofluides testés (conductivité thermique, viscosité dynamique, masse volumique) et sur les performances thermiques dans un échangeur de chaleur. Il a présenté également une analyse des résultats de façon à étudier l'influence des paramètres évoqués.

Les résultats obtenus sont comparés et discutés vis-à-vis des modèles classiques existants, il propose des améliorations et des interprétations selon les tendances obtenues. Les résultats prometteurs de cette étude sont très encourageants et montrent que l'utilisation des nanofluides à base de nanotubes de carbone offre clairement une amélioration des performances thermiques

par rapport aux fluides de base classiques. Les nanofluides à base de NTC peuvent constituer ainsi un débouché prometteur des transferts thermiques et présentent de bonnes perspectives et développement.

G. Aaiza et al. [31] ont étudié le transfert d'énergie de la convection

Mixte magnétohydrodynamique (MHD) d'un nanofluide incompressible à l'intérieur d'un canal rempli de milieu poreux saturé. Le canal aux parois non uniformes dont la température est prise dans une direction verticale sous l'influence d'un champ magnétique transversal, trois situations d'écoulement différentes sont discutées. Quatre formes différentes de nanoparticules d'égale fraction volumique sont utilisées dans les fluides de base conventionnels, l'éthylène glycol (EG) ($C_2H_6O_2$) et l'eau (H_2O). Des solutions pour la vitesse et la température sont obtenues, discutées graphiquement dans divers graphiques. Leur résultat montre que la viscosité et la conductivité thermique sont les paramètres les plus importants responsables des différentes variations de la vitesse et de la température. D'autre part, le $C_2H_6O_2$ est considéré comme un meilleur fluide de base par rapport aux autres fluides de base.

S.R. Mishra et al. [32] ont étudié un transfert thermique convectif naturel d'un fluide micropolaire le long d'une plaque plane immergée dans un milieu poreux en présence d'une source de chaleur volumétrique et d'une réaction chimique de premier ordre. La technique de similarité est utilisée pour transformer les équations différentielles partielles en équation ordinaire. Les résultats ont montré que, le profil de la vitesse réduit en raison de l'augmentation de paramètre magnétique et à la fois la présence et l'absence de la matrice poreuse, l'effet de la porosité du milieu combine à l'inertie donne lieu à une compression transversale produisant une couche limite plus mince, la flottabilité thermique améliore considérablement la distribution de la vitesse. La température du fluide augmente avec l'augmentation de coefficient d'inertie, le coefficient de la réaction chimique et du champ magnétique réduit la couche limite massique.

Chapitre II

Problème physique et analyse mathématique

Problème physique et analyse mathématique

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle physique et les hypothèses simplificatrices. Nous formulons le problème physique qui régit le phénomène de convection mixte sur une surface inclinée. En précisant toutes les hypothèses simplificatrices adoptées ainsi que les conditions aux limites sous forme adimensionnelle permettant le calcul des solutions.

II.2. Problème physique

On considère dans cette partie un écoulement en convection mixte de couche limite laminaire permanent, d'un nanofluide incompressible devant une plaque inclinée d'un angle (α) par rapport à la verticale, immergée dans un milieu poreux Darcéen, comme illustré à la Fig. II.1. Le système de coordonnées est de telle sorte que x mesure la distance le long de la plaque et y mesure la distance normalement dans le fluide.

La surface de la plaque est maintenue à une température et une concentration uniforme, respectivement T_w et C_w , et ces valeurs sont supposées être supérieures que la température et la concentration ambiantes, T_∞ et C_∞ . Les approximations d'Oberbeck- Boussinesq et de la couche limite pour le nanofluide sont supposées validées. L'équilibre thermique local dans le milieu poreux homogène est également supposé.

On suppose aussi que les propriétés thermophysiques du fluide (μ , C_p , et k) sont constantes comme mentionné précédemment, il y'a uniquement l'effet du mouvement Brownien et la thermophorèse qui interviennent dans cette configuration.

On néglige le rayonnement thermique et la dissipation visqueuse. Sous ces hypothèses, les équations gouvernantes de couches limites hydrodynamique, thermique et massique peuvent être écrites sous la forme dimensionnelle.

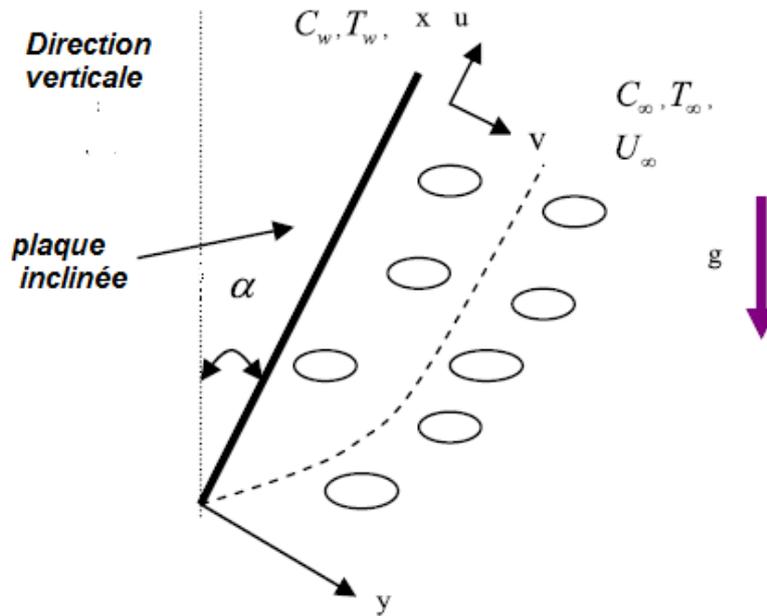


Figure IV.1 : Représentation schématique du modèle physique

II.3. Formulation mathématique

II.3.1 Equations de conservations

Le système d'équations qui gouverne l'écoulement laminaire en convection mixte et le transfert de chaleur en coordonnées cartésiennes, Les quatre équations de champ suivantes incarnent la conservation de masse, quantité de mouvement, énergie et nanoparticules, respectivement :

Equation de continuité

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Equations de quantité de mouvement

$$0 = -\nabla p - \frac{\mu}{K} \vec{V} + \rho_f \vec{g} \quad (\text{II.2})$$

Equation d'énergie

$$(\rho c)_f \vec{V} \cdot \nabla T = k_m \nabla^2 T + \varepsilon (\rho c)_p \left[D_B \nabla C \cdot \nabla T + \left(\frac{D_T}{D_{\infty}} \right) \nabla T \cdot \nabla T \right] \quad (\text{II.3})$$

Equation de fraction volumique

$$\frac{1}{\varepsilon} \vec{V} \cdot \nabla C = D_B \nabla^2 C + \left(\frac{D_T}{D\infty} \right) \nabla^2 T \quad (\text{II.4})$$

Avec :

ρ_f , μ et β sont la masse volumique, la viscosité et le coefficient de dilatation volumétrique volumique du fluide, ρ_p est la masse volumique des particules, $\mathbf{V} = (u, v)$ est le vecteur de vitesse bidimensionnel et l'accélération gravitationnelle est notée g .

Les équations (II.1) - (II.4) sont basées sur le modèle antérieur de Nield et Kuznetsov [9], avec une modification incluse pour l'inclinaison de la plaque. Nous avons introduit la capacité thermique effective $(\rho c)_m$ et la conductivité thermique effective k_m du milieu poreux. Les coefficients qui apparaissent dans les équations (II.3) et (II.4) sont le coefficient de diffusion Brownien (D_B) et la diffusion thermophorétique coefficient (D_T).

Les conditions aux limites sont prescrites comme

$$v = 0, T = T_w, C = C_w ; y \rightarrow 0 \quad (\text{II.5a})$$

$$u = U_\infty, T \rightarrow T_\infty, C \rightarrow C_\infty ; y \rightarrow \infty \quad (\text{II.5b})$$

Suivant l'approximation d'Oberbeck – Boussinesq et l'hypothèse que la concentration en nanoparticules est diluée, l'équation d'impulsion est linéarisée et l'équation (II.2) peut s'écrire comme suit :

$$0 = -\nabla p - \frac{\mu}{k} u + g [-(\rho_p - \rho_{f\infty})(C - C_\infty) + (1 - C_\infty)\rho_{f\infty}\beta(T - T_\infty)] \cos(\alpha) \quad (\text{II.6})$$

Nous faisons maintenant l'approximation standard de la couche limite, basée sur une analyse d'échelle, et écrivons les équations gouvernantes comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{\mu}{k} + g [-(\rho_p - \rho_{f\infty})(C - C_\infty) + (1 - C_\infty)\rho_{f\infty}\beta(T - T_\infty)] \cos(\alpha) \quad (\text{II.8})$$

$$\frac{dP}{dy} = 0 \quad (\text{II.9})$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha m \nabla^2 T + \tau \left[D_B \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + \left(\frac{D_T}{D\infty} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \right) = DB \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(\frac{D_T}{D_\infty} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{II. 11})$$

Avec :

$$a_m = \frac{k_m}{(\rho c)_f} \quad (\text{II. 12a})$$

$$\tau = \frac{(\rho c)_P}{(\rho c)_f} \quad (\text{II. 12b})$$

P peut être éliminé des équations. (II.8) et (II.9) par différenciation croisée. En même temps, nous introduisons une fonction de flux ψ définies par

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} ; v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Où, ψ est la fonction de courant

II.3.2 Equations adimensionnelles et solution auto-similaire

Pour résoudre le système d'équations on cherche une solution de type auto-similaire étant donné qu'il s'agit d'un écoulement de couche limite.

Ainsi, on introduit les expressions suivantes

$$\psi = (\alpha_m \cdot U_\infty x)^{1/2} f(\eta) \quad (\text{II. 13a})$$

$$\eta = \left(\frac{U_\infty x}{\alpha_m} \right)^{1/2} \frac{x}{y} \quad (\text{II. 13b})$$

$$Pe_x = \frac{U_\infty x}{\alpha_m} \quad (\text{II. 13c})$$

$$\theta(\eta) = \frac{(T - T_\infty)}{(T_w - T_\infty)} \quad (\text{II. 13d})$$

$$\phi(\eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty} \quad (\text{II. 13e})$$

On va remplacer u et v dans l'équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie, équation de la concentration on obtient :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \left[\frac{(1 - C_\infty) \rho_{f\infty} \beta g k}{\mu} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{(\rho_P - \rho_{f\infty}) g k}{\mu} \frac{\partial C}{\partial y} \right] \cos(\alpha) \quad (\text{II. 15})$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial y} = a_m \nabla^2 T + \tau \left[D_B \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \left(\frac{D_T}{B_\infty} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{II. 16})$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = D_B \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(\frac{D_T}{D_\infty} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{II. 17})$$

Les composantes de la vitesse peuvent être exprimées comme suit :

$$U = \frac{a_m}{x^2} P e_x^2 f'' \quad (\text{II. 18a})$$

$$V = -\frac{1}{2} \frac{a_m}{x} P e_x [2f - \eta f'] \quad (\text{II. 18b})$$

Les équations précédentes (II.15, II.16 et II.17) sont transformées aux équations différentielles ordinaires :

Equations de quantité de mouvement

$$f'' = \frac{R a_x}{P e_x} (\theta' - N_r \phi) \cos(\alpha) \quad (\text{II. 19})$$

Equation d'énergie

$$\theta'' + \frac{1}{2} f \theta' + N b \theta' \phi' + N t (\theta')^2 = 0 \quad (\text{II. 20})$$

Equation de la concentration

$$\phi'' + \frac{1}{2} L e f \phi' + \frac{N t}{N b \theta''} = 0 \quad (\text{II. 21})$$

II.3.3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites correspondantes est :

$$\eta = 0 ; f = 0 ; \theta = 1 ; \phi = 1 \quad (\text{II. 22a})$$

$$\eta \rightarrow \infty ; f' = 1 ; \theta = 0 ; \phi = 0 \quad (\text{II. 22b})$$

Où désigne la différenciation par rapport à η , et les paramètres thermophysiques clés dictant la dynamique de l'écoulement sont Défini par

$$N r = \frac{(\rho_P - \rho_{f\infty})(C_w - C_\infty)}{\rho_{f\infty} \beta (T_w - T_\infty)(1 - C_\infty)}$$

$$N b = \frac{\varepsilon(\rho_c)_p D_B (C_w - C_\infty)}{a_m (\rho_c)_f}$$

$$N t = \frac{\varepsilon(\rho_c)_p D_T (T_w - T_\infty)}{a_m (\rho_c)_f T_\infty}$$

$$R a_x = \frac{(1 - C_\infty) \beta g k (T_w - T_\infty) x}{a_m \rho_{f\infty} \mu}$$

$$P e_x = \frac{U_\infty x}{a_m}$$

$$L e = \frac{a_m}{\varepsilon D_B}$$

$$\lambda = \frac{R a_x}{P e_x}$$

Le nombre de Nusselt local correspondant au transfert de la chaleur sensible Nu_x et le nombre de Sherwood Sh_x sont déterminés en appliquant les relations suivantes :

$$Nu_x = \frac{xq_w}{k(T_w - T_\infty)} \quad (\text{II. 23a})$$

$$Sh_x = \frac{xq_w}{D_m(C_w - C_\infty)} \quad (\text{II. 23b})$$

D'après les équations précédentes on obtient :

$$(Pe_x)^{-\frac{1}{2}} Nu_x = -\theta'(0) \quad (\text{II. 24a})$$

$$(Pe_x)^{-\frac{1}{2}} Sh_x = -\phi'(0) \quad (\text{II. 24b})$$

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les différentes équations de conservations en milieu poreux saturé de fluide binaire, avec la description du problème physique. Par analyse d'échelle de la couche limite, nous avons pu faire une formulation mathématique des équations en forme bidimensionnelle adaptées à la situation physique, avec les conditions aux limites associées.

Chapitre III

METHODE NUMERIQUE

METHODE NUMERIQUE

III.1. Introduction

Pour donner une vue d'ensemble physique du problème étudié, des calculs numériques complets de diverses équations différentielles ordinaires ont été effectués. Les équations soumises aux conditions aux limites, nous présentons la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre associée avec la technique de tir pour résoudre le système

La tolérance relative a été fixée à 10^{-8} . Les résultats obtenus sont présentés pour plusieurs valeurs des paramètres régissant dans certains tableaux et figures.

III.2. Les Méthodes de calcul

III.2.1. Méthodes Runge-Kutta

La méthode de Runge-Kutta est une méthode d'analyse numérique d'approximation de solutions d'équations différentielles ordinaires. Elle a été nommée ainsi en l'honneur des mathématiciens Carl Runge et Martin Wilhelm Kutta lesquels élaborèrent la méthode en 1901.

Cette méthode très utilisée qui a l'avantage d'être faciles à programmer, et surtout d'être stable (peu d'erreurs) et d'une grande précision [24].

Son schéma numérique est basé sur :

$$y_{i+1} = y_i + \Gamma(y_i, t_i, \Delta t) \cdot \Delta t \quad (\text{III. 1})$$

Avec Γ , la fonction incrément, qui s'écrit :

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n a_i k_i \quad (\text{III. 2})$$

a_i étant des constantes, et les k_i sont définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = f(y_1, t_1) \\ k_2 = f(y_i + q_{1,1}k_1\Delta t, t_i + p_1\Delta t) \\ k_3 = f(y_i + q_{2,1}k_1\Delta t + q_{2,2}k_2\Delta t, t_i + p_2\Delta t) \\ \vdots \\ k_n = f(y_i + q_{n-1,1}k_1\Delta t + q_{n-1,2}k_2\Delta t + \dots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}\Delta t, t_i + p_{n-1}\Delta t) \end{array} \right. \quad (\text{III. 3})$$

Avec « n » l'ordre désire de la méthode de Runge-Kutta qui sera explicitement déterminé une fois que les constantes $a_j, p_j, q_{j,k}$ seront connues.

Pour intégrer numériquement un système différentiel, la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, part d'un état initial $x(t_0)$, le pas d'intégration Δt étant donné, elle calcule itérativement les quantités suivantes :

$$x(t_0 + \Delta t), x(t_0 + 2\Delta t), x(t_0 + 3\Delta t) \dots \dots \dots x(t_0 + k\Delta t)$$

En sollicitant la fonction (x), quatre fois à chaque pas Δt . Elle est précise quand Δt est suffisamment petit, puisque l'erreur cumulée entre deux valeurs

(t) fixées est approximativement proportionnelle à la puissance 4 de Δt , mais la méthode diverge si Δt est trop grand. Pour donner une idée sur l'ordre de grandeur de l'erreur commise en appliquant la méthode de Runge-kutta d'ordre quatre avec technique de tir, à voir le tableau (III.1). En considérant un micro-ordinateur IBM ayant une erreur arithmétique en 10^{-16} , l'erreur totale commise est donnée par [26] :

$$\text{erreur total} = \frac{\text{l'erreur arit hmetique}}{\Delta t_0} + (\Delta t_0)^n$$

Le second membre de l'expression (III.1) est l'erreur de troncature.

N	Δt_0	Erreur totale
1	1.5×10^{-8}	1.5×10^{-8}
2	6.1×10^{-6}	3.7×10^{-11}
3	1.2×10^{-4}	1.8×10^{-12}
4	7.4×10^{-4}	3.0×10^{-12}
5	2.4×10^{-3}	9.0×10^{-14}

Tableau II.1 : Erreur totale pour la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre [26]

III.2.2. Méthode tir

La méthode de tir est une méthode pour résoudre un problème de valeur limite en le réduisant au système d'un problème de valeur initiale, nous avons seulement considéré les solutions des équations différentielles pour lesquelles les conditions initiales sont connues.

Cependant, beaucoup d'applications dans les sciences physiques n'ont pas des conditions initiales, mais plutôt des conceptions aux limites.

La méthode de tir consiste à remplacer le problème de conditions aux limites par un problème de conditions initiales. Elle est basée sur les quatre étapes itératives suivantes :

- On choisit une condition initiale $X(t_0)$ qui peut être la vitesse initiale par exemple.
- On résout alors le problème aux conditions initiales par l'une des méthodes précédemment exposées, telle que la méthode de Runge Kutta d'ordre quatre. [21]
- On calcule la valeur de la condition aux limites.
- Si la valeur finale n'est pas atteinte, on modifie la valeur initiale, et on réitère les étapes précédentes jusqu'à l'obtention de la valeur finale souhaitée.

III.3. Formulation des équations du problème étudié

Les équations gouvernantes sont connues, et ont été présentées dans le chapitre précédent, le système d'équations différentielles ordinaire obtenu est :

Equations de quantité de mouvement

$$f'' = \frac{Ra_x}{Pe_x} (\theta' - N_r \phi) \cdot \cos(\alpha) \quad (\text{III. 4})$$

Equation d'énergie

$$\theta'' = -\frac{1}{2} f \theta' - Nb \cdot \theta' \phi' - Nt (\theta')^2 \quad (\text{III. 5})$$

Equation de la concentration

$$\phi'' = -\frac{1}{2} Le f \phi' - Nt \cdot Nb \theta'' \quad (\text{III. 6})$$

III.3.1 Conditions aux limites

Les conditions aux limites correspondantes sont :

$$\eta = 0 ; f = 0 ; \theta = 1 ; \phi = 1 \quad (\text{III. 7a})$$

$$\eta \rightarrow \infty ; f' = 1 ; \theta = 0 ; \phi = 0 \quad (\text{III. 7b})$$

III.4. Résultats et discussion

III.4.1 Validation de notre code de calcul

Afin d'obtenir l'exactitude de nos résultats, la validation préalable de notre code de calcul est nécessaire, car elle permet de lui donner plus de crédibilité. Le code numérique a été validé avec les résultats numériques de **Cheng** [23]

$\lambda = \frac{Ra_x}{Pe_x}$	Présent travail	P. Rana et al. [12]	Cheng [23]
0.0	0.5668	0.5641	0.5641
0.5	0.6258	0.6474	0.6473
1.0	0.6797	0.7199	0.7205
3.0	0.8619	0.9571	0.9574

Tableau III.2 : Comparaison des résultats pour le nombre de Nusselt,

$$(Nr = Nb = Nt = 0, \alpha = \pi/4, Le = 5)$$

Une comparaison a été faite pour des valeurs de Nusselt local en fonction du paramètre de convection mixte. Le tableau IV.1 montre qu'une bonne corrélation a été obtenue avec les résultats précédents de Cheng [26] et P. Rana et al. [12]

Pour le nombre de Nusselt local $(Nux / Pex^{1/2}) = -\theta' (0)$ en négligeant Nb, Nt (fluide pur).

III.4.2 Profils de vitesses et températures et fraction volumétrique adimensionnelle

Le système des équations différentielles ordinaires. (III.4), (III.5) et (III.6) qui sont soumis aux conditions aux limites (III.7a) et (III.7b) a été résolu en utilisant le logiciel Matlab. La tolérance relative a été fixée à 10^{-8} . Les résultats obtenus sont présentés pour plusieurs valeurs de paramètres régissant dans certaines figures.

III.4.2.1 Profils de vitesses :

Les figures (IV.1) et (IV.2) présentent la vitesse adimensionnelle $f(\eta)$ pour :

- Pour : $Nr=Nt= 0.5, le=10, \alpha = \pi/6$ avec la variation λ et Nb.

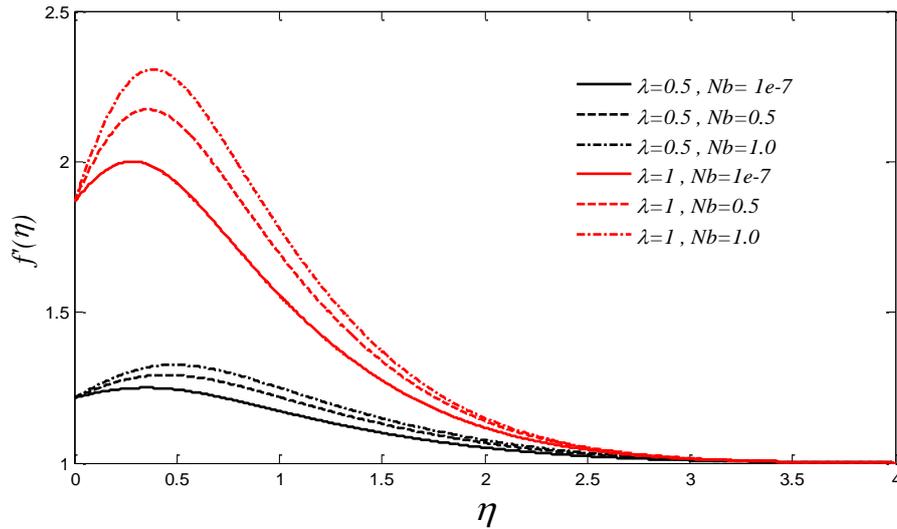


Figure.V.1 : Profils de vitesse en fonction de λ et Nb.

La figure au-dessus présente la variation de la vitesse adimensionnelle avec différentes valeurs de paramètre de convection mixte et mouvement brownien, on constate que la vitesse adimensionnelle $f(\eta)$ augmente Avec augmentation de paramètre de convection mixte (λ) et mouvement brownien Nb.

➤ Pour : Nb=Nt= 0.5, le=10, $\alpha = \pi/6$ avec la variation λ et Nr.

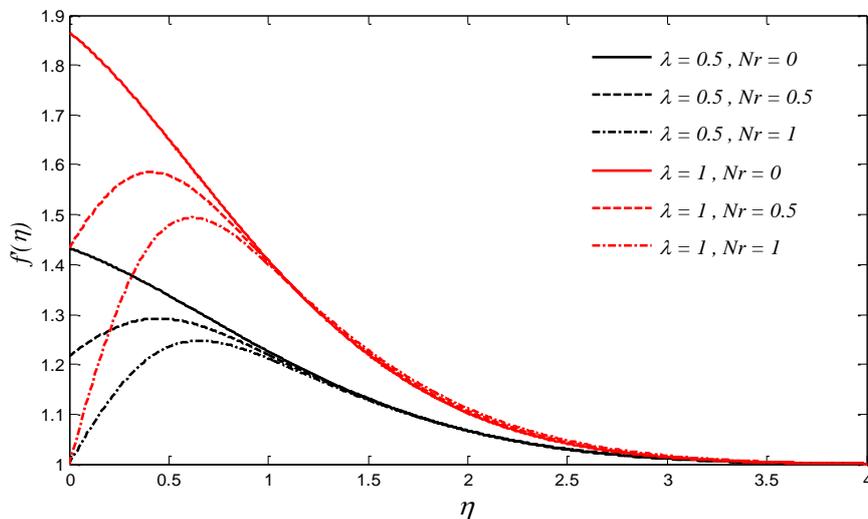


Figure IV.2 : Profils de vitesse en fonction de λ et Nr

La figure au-dessus présente la variation de la vitesse adimensionnelle avec différentes valeurs de paramètre de convection mixte et le rapport de flottabilité, On constate que la vitesse adimensionnelle $f(\eta)$ Diminue lorsque le rapport de flottabilité (Nr) augmente

III.4.2.2 Profils de températures

Les figures (IV.3) et (IV.4) présentent les températures adimensionnelles $\theta(\eta)$ pour :

- Pour : $Nr=0.5$, $le=10$, $\alpha = \pi/6$ avec la variation λ et $Nb=Nt$.

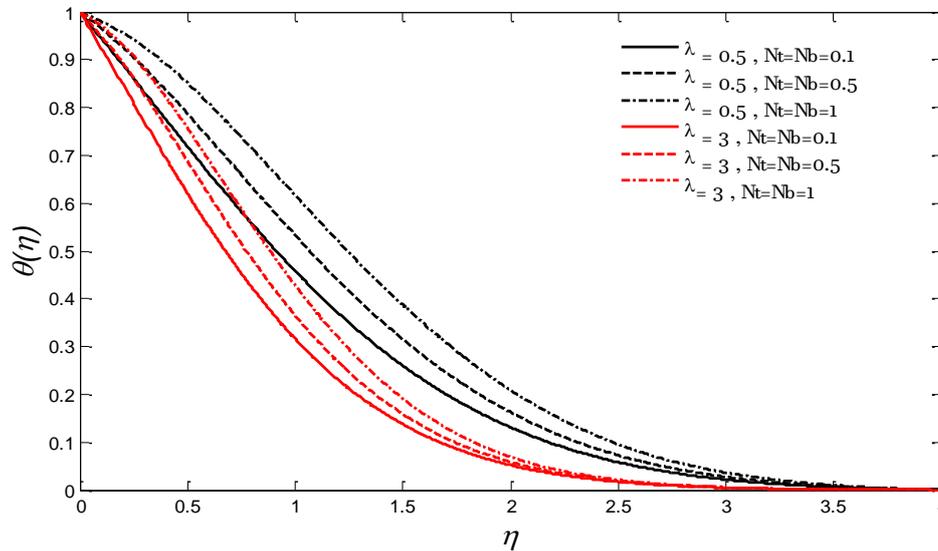


Figure.IV.3 : Profils de la température en fonction de λ et $Nb=Nt$.

La figure au-dessus présente la variation de la température adimensionnelle avec différents Valeurs de paramètre de convection mixte, Nombre de mouvement brownien (Nb), et nombre de thermophorèse (Nt), On constate : L'augmentation à la fois le nombre de thermophorèse (Nt) et le nombre de mouvement brownien (Nb) augmente la température.

- Pour : $Nb=Nt=Nr=0.5$, $le=10$, avec la variation λ et angle α

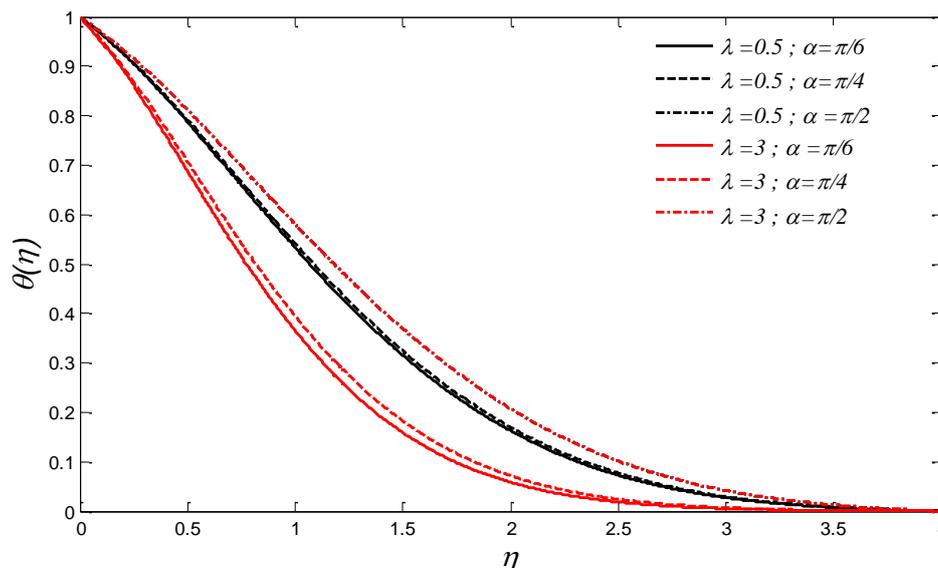


Figure. IV.4 : Profils de la température en fonction de λ et angle α

La figure au-dessus présente la variation de la température adimensionnelle avec différentes valeurs de paramètre de convection mixte et angle α , on constate que l'augmentation de l'angle d'inclinaison (α) augmente la température.

III.4.2.3 Profils de fraction volumique

Les figures (IV.5) et (IV.6) présentent la fraction volumique adimensionnelle $\phi(\eta)$ pour :

- Pour : $Nb=Nt= Nr=0.5$, $le=10$, avec la variation λ et angle α .

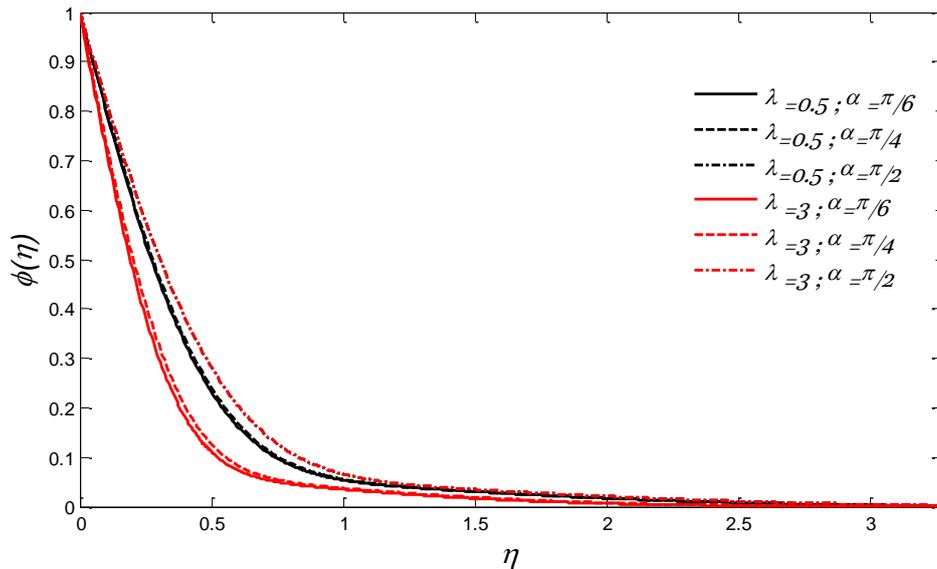


Figure. IV.5 : Profils de la fraction volumique en fonction de λ et angle α .

La figure au-dessus présente la variation de la fraction volumique $\phi(\eta)$ adimensionnelle avec différentes valeurs de paramètre de convection mixte λ et angle α ,

On constate que l'augmentation de l'angle d'inclinaison (α) augmente la fraction volumique $\phi(\eta)$.

- Pour : $Nb=Nt= Nr=0.5$, $\alpha = \pi/6$, avec la variation λ et le .

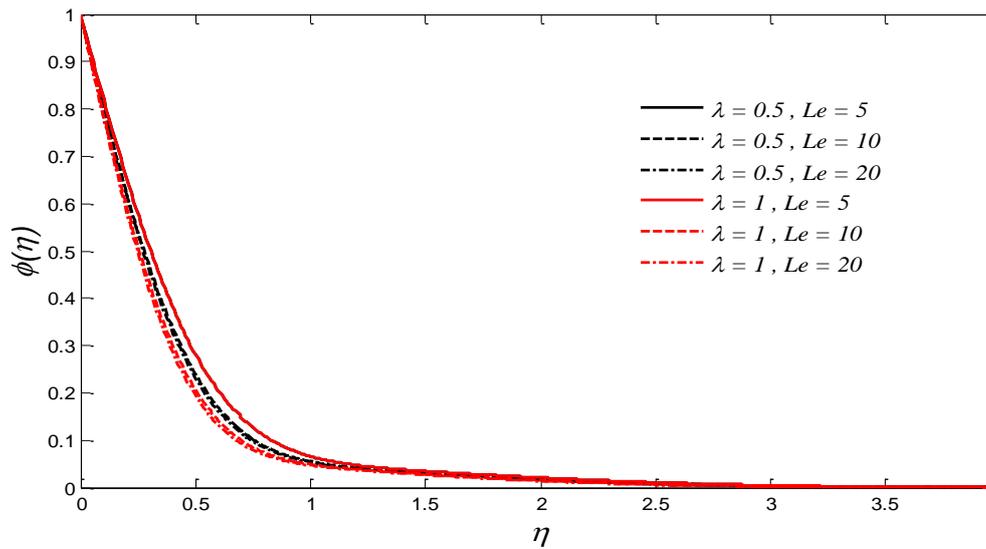


Figure. IV.6 : Profils de la fraction volumique en fonction λ et Le

La figure au-dessus présente la variation de la fraction volumique $\phi(\eta)$ adimensionnelle avec différentes valeurs de paramètre de convection mixte λ et nombre de Lewis,

On constate que l'augmentation de nombre de Lewis diminue la fraction volumique $\phi(\eta)$.

III.4.3 l'effet du taux de transfert de chaleur adimensionnelle et du taux de transfert de masse en fonction des paramètres thermo physique

Pour ($Le = 5, Nb = Nr = 0.5$).

λ	α	$Nu_x / Pe_x^{1/2}$			$Sh_x / Pe_x^{1/2}$		
		$Nt=0.0$	$Nt=0.5$	$Nt=1.0$	$Nt=0.0$	$Nt=0.5$	$Nt=1.0$
1.0		0.4593	0.3713	0.3046	1.5268	1.5259	1.5912
3.0	$\pi/6$	0.5760	0.4682	0.3867	1.9551	1.9473	2.0215
8.0		0.7968	0.6502	0.5396	2.7509	2.7307	2.8231
	$\pi/8$	0.5865	0.4768	0.3940	1.9931	1.9846	2.0597
3.0	$\pi/4$	0.5463	0.4436	0.3659	1.8469	1.8408	1.9127
	$\pi/2$	0.3891	0.3124	0.2539	1.2616	1.2650	1.3261

Tableau III.4: Effets de Nt et Nb sur les taux de transfert de chaleur adimensionnelle

$-\theta'(0)$ et les taux de transfert de masse $-\phi'(0)$ Pour ($Le = 5, Nb = Nr = 0.5$).

Ce tableau représente l'effet du taux de transfert de chaleur adimensionnelle et du taux de transfert de masse, avec l'angle d'inclinaison (α) et paramètre thermophorétique (Nt), Pour $Le = 5$, $Nb = Nr = 0.5$. Il est évident que le taux de transfert de chaleur et la masse adimensionnelle, la vitesse de transfert diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison α .

Nr	Le	$Nu_x / Pe_x^{1/2}$			$Sh_x / Pe_x^{1/2}$		
		Nb=0.1	Nb=0.5	Nb=1.0	Nb=0.10	Nb=0.5	Nb=1.0
0.1		0.5171	0.3734	0.2442	1.9752	2.3826	2.4210
0.5	10	0.4914	0.3605	0.2366	1.8489	2.2308	2.2676
0.9		0.4640	0.3464	0.2284	1.7124	2.0663	2.1014
	5	0.4862	0.3713	0.2519	0.9801	1.5259	1.5855
0.5	10	0.4914	0.3605	0.2366	1.8489	2.2308	2.2676
	20	0.4953	0.3532	0.2265	2.9421	3.1971	3.2163

Tableau IV.3 : Effets de Nt et Nb sur les taux de transfert de chaleur adimensionnelle

$-\theta'(0)$ et les taux de transfert de masse $-\phi'(0)$ Pour ($\lambda = 1$; $\alpha = \pi/6$; $Nt = 0.5$)

Ce tableau Représente l'effet du taux de transfert de chaleur adimensionnelle et du taux de transfert de masse, avec $\lambda = 1$; $\alpha = \pi/6$; $Nt = 0.5$.

Il est évident que le taux de transfert de chaleur diminue avec l'augmentation à la fois le nombre de thermophorèse (Nt) et le rapport de flottabilité (Nr), mais pour le taux de transferts de masse adimensionnelle Augmente avec l'augmentation à la fois le nombre de thermophorèse (Nt), le rapport de flottabilité (Nr) et nombre de Lewis. (Le).

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié le problème de la convection mixte. Dans le développement simultané de couches limites hydrodynamiques et thermiques, tourne dans une longue surface inclinée d'un angle α par rapport à la verticale immergée dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide, on a évalué les variations de la vitesse et la température et la fraction volumique en fonction adimensionnelle avec différentes valeurs :

Paramétré de convection mixte (λ), Nombre de mouvement brownien (Nb), Nombre de thermophorèse (Nt), Paramètre de rapport de flottabilité (Nr),

Angle d'inclinaison (α) Lewis (Le).

A la fin de l'étude, on peut conclure que :

1. l'augmentations du nombre de mouvement brownien (Nb) et le paramètre de convection mixte (Rax / Pex) augmente la vitesse.
2. l'Augmentions du rapport de flottabilité (Nr) diminue la vitesse.
3. L'augmentation à la fois le nombre de thermophorèse (Nt) et le nombre de mouvement brownien (Nb) augmente la température.
4. l'augmentation de l'angle d'inclinaison (α) augmente la température et la fraction volumique.
5. L'augmentation du nombre de Lewis (Le) diminue la fraction volumique.
6. L'augmentation du nombre de mouvement brownien (Nb), et de l'angle d'inclinaison (α) réduit le taux de transfert de chaleur local (nombre de Nusselt local).
7. Les taux de transfert de masse adimensionnelle diminuent avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison (α). Et augmente avec l'augmentation paramètre de convection mixte (Rax / Pex).

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Le travail, présenté dans le cadre du présent mémoire, est relatif aux l'écoulement dans un système de convection mixte. Dans le développement simultané de couches limites hydrodynamiques et thermiques, tourne dans une longue surface inclinée immergée dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide en utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement l'énergie et la concentration. Après l'obtention des équations différentielles ordinaires non linéaires en utilisent la méthode de Runge-Kutta associée à la méthode de tir pour la résolution numérique.

Dans notre étude on varie six paramètres

La dynamique d'écoulement du régime est contrôlé par le nombre de Lewis (Le),

Nombre de mouvement brownien (Nb), nombre de thermophorèse (Nt), paramètre de rapport de flottabilité (Nr), angle d'inclinaison (α) et paramètre de convection mixte (Rax / Pex).

Résultats numériques pour le nombre de Nusselt local (taux de transfert de chaleur de la paroi) et Le nombre de Sherwood (taux de transfert de masse de paroi) est indiqué dans les tableaux, ainsi que la vitesse (f), la température (θ) et la fraction volumique (ϕ) sont présentées graphiquement pour diverses conditions des paramètres.

L'analyse des résultats auxquelles nous avons abouti conduisent à ces conclusions :

1. l'augmentations du nombre de mouvement brownien (Nb) et le paramètre de conviction mixte (Rax / Pex) augmente la vitesse.
2. l'Augmentions du rapport de flottabilité (Nr) diminue la vitesse.
3. L'augmentation à la fois le nombre de thermophorèse (Nt) et le nombre de mouvement brownien (Nb) augmente la température.
4. l'augmentation de l'angle d'inclinaison (α) augmente la température et la fraction volumique.
5. L'augmentation du nombre de Lewis (Le) diminue la fraction volumique.
6. L'augmentation du nombre de mouvement brownien (Nb), et de l'angle d'inclinaison (α) réduit le taux de transfert de chaleur local (nombre de Nusselt local).
7. Les taux de transfert de masse adimensionnelle diminuent avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison (α). Et augmente avec l'augmentation paramètre de convection mixte (Rax/Pe)

Pour ce faire, on a présenté d'abord une introduction générale aux équations différentielles car la modélisation d'un système de contrôle peut avoir recours à des équations différentielles, et on a abordé deux méthodes de résolutions (la méthode de tir et Runge-Kutta d'ordre 4 pour des équations différentielles avec conditions aux limites) que nous avons développées dans ce mémoire.

Les perspectives de recherche dans ce domaine sont larges et prometteuses et nous invitons les étudiants chercheurs à investir dans le domaine de l'amélioration à travers les différentes applications de cette théorie.

Puisque notre étude s'est concentrée sur la problématique en régime permanent, il sera intéressant pour les travaux futurs d'explorer les régimes dynamiques afin de compléter cette étude.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1] **R. Makhnache, Z. Belmihoub** « Effet de dispersion thermique dans un milieu poreux non darcéen en convection mixte et de masse simultanée », 2017, Bejaia.
- [2] **R. Bazizi .S.Hamimi** « analyse numérique d'un écoulement en convection mixte d'un nanofluide dans un milieu poreux avec le modèle de buongiorno en présence d'une réaction chimique »2016, Bejaia.
- [3]-**Salazar G.**, "Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable : prise en compte de la pression du liquide", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure D'arts et Métiers (2006).
- [4]-**M. Kaviany**, « Principles of heat transfer in porous media ». Springer, (1995).
- [5]-**E. Scheidegger**, « The Physics of flow through porous media ». 3rd Edition, University of Toronto Press, (1974).
- [6]-**Kalla L.**, "Convection naturelle au sein d'une couche horizontale poreuse soumis à des flux de chaleur uniforme", Thèse de Maîtrise Es sciences Appliquées (1999).
- [7]-**Delache A.** "Etude analytique et numérique des instabilités spitions temporelles des écoulements de convection mixte en milieux poreux : comparaison avec l'expérience", Thèse de doctorat, Mention Mécanique (2005).
- [8] **B. Ouattara** « Prise en compte des caractéristiques thermophysiques des parois dans le processus de séparation des constituants d'un mélange binaire ou d'un nanofluide par diffusion thermo gravitationnelle en milieu poreux », Novembre 2012, TOULOUSE
- [9] **S. Fohanno.et al** « Nanofluid et transfert de chaleur par convection naturelle11 », 2012, Paris.
- [10] **Helel. D et al** « effet des couches limites dynamique thermique et massique sur les mécanismes des transferts de chaleur et de masse au sein d'un milieu poreux soumis à une convection forcée laminaire », 2005, Paris.
- [11] **Helel. D et al** « effet des couches limites dynamique thermique et massique sur les mécanismes des transferts de chaleur et de masse au sein d'un milieu poreux soumis à une convection forcée laminaire », 2005, Paris.
- [12] **P. Rana et al, B hargava R, Bég O.** Numerical solution for mixed convection boundary layer flow of a nanofluid a long aninclined plate embedded in a porous medium. Comput Math Appl 2012; 64:2816–32.
- [13] **A. Chattopadhyay, S. K Pandit, S. SenSarma**, «Mixed convection in a double liddriven sinusoidally heated porous cavity». International Journal of Heat and Mass Transfer 93 (2016)

361–378. Integrated Science Education and Research Center (ISERC), Visva Bharati, Santiniketan, West Bengal 731 235, India.

[14] **D. Pal et G. Mandal** « Mixed convection–radiation on stagnation-point flow of nanofluids over a stretching /shrinking sheet in a porous medium with heat generation and viscous dissipation » (2015) India.

[15] **M.A.A. Hamad.** «Analytical solution of natural convection flow of a nanofluid over a linearly stretching sheet in the presence of magnetic field» (2011) Egypt.

[16] **A.V. Rosca et al.** «Non-Darcy mixed convection from a horizontal plate embedded in a nanofluid saturated porous media» (2012) Romania.

[17] **Al-SANEA,** "Mixed convection heat transfer along a continuously moving heated vertical plate with suction or injection", *Int. J. Heat Mass Transfer* 47 (2004) 1445-1465.

[18] **A. V. SHENOY,** "Laminar Mixed Convection Heat Transfer from an Isothermal Inclined Flat Plate to Power Law Fluids", *AIChE Journal*.Vol.30, No. 5 .1984.

[19] **GUO. T., BACHRUN R., DAGUENET M.,** "Influence de la convection naturelle sur la convection forcée au-dessus d'une surface plane verticale soumise a un flux de rayonnement", *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 25, No. 7, pp. 1061-1065,1982.

[21] **SAEID,** "Mixed convection flow along a vertical plate subjected to time-periodic surface temperature oscillations", *Int. J. Thermal Sciences* 44 (2005) 531-539.

[22] **MOHAMED ALI, FAHD AI-YOUSEF,** "Laminar mixed convection boundary layers induced by a linearly stretching permeable surface", *Int. J. Heat Mass Transfer* 45 (2002) 4241-4250.

[23] **P. Cheng,** combined free and forced convection flow about inclined surfaces in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer* 20 (1977) 807–814.

[23] **A. Amahmid, M, Hasnaoui, P. Vasseur,** « Etude analytique et numérique de la convection naturelle dans une couche poreuse de Brinkman doublement diffusive ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 (1999) 2991-3005

[24] **P. Martinon,** Résolution numérique de problèmes de contrôle optimal par une méthode homotopique simpliciale. Thèse de Doctorat à l'institut national polytechnique de Toulouse, 2005.

[25]: **D.SrinivasaCharya, G.Swamy Reddy.** « Chemical reaction and radiation effects on mixed convection heat and masse transfer over a vertical plate in power-law fluid saturated porous medium». *Journal of the Egyptian mathematical society* 24, 108-115, 2016.

- [26] **HSIAO-TSUNG LIN, KUO-YEU WU and HUEY-LING HOH**, "Mixed convection from an isothermal horizontal plate moving in parallel or reversely to a free steam", Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 36, No. 14, pp. 3547-3554, 1993.
- [27] **WICKERN G.**, "Mixed convection from an arbitrarily inclined semi- infinite flat Plate II. The influence of the Prandtl number", Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 34, No. 8, pp. 1947-1957, 1991.
- [28] **A.A. Abbasian Arani , S. Mazrouei Sebdani , M. Mahmoodi ,A. Ardeshiri , M. Aliakbari**, Numerical study of mixed convection flow in a lid-driven cavity with sinusoidal heating on sidewalls using nanofluid, Superlattices and Microstructures 51 (2012) 893– 911.
- [29] **B. Elhajjar, G. Bachir, A. Mojtabi, and M. C. Marie-Charrier**. Modeling of Rayleigh b nard natural convection heat transfer in nanofluids. *Compte Rendu de Mécanique*. 338, 350–354. June 2010.
- [30] **Salma Halefadi**, Caractérisation des propriétés thermo-physiques et d'échanges de chaleur des nanofluides   base de nanotubes de carbone, Thèse de Doctorat, Laboratoire Génie Civil et Génie Mécanique de l'INSA de Rennes / Universit  de Renne (2014).
- [31] **G. Aaiza et al.** « Energy Transfer in Mixed Convection MHD Flow of Nanofluid Containing Different Shapes of Nanoparticles in a Channel Filled with Saturated Porous Medium » (2011) Malaysia.
- [32]: **S.R.Mishra, S.Baag, D.K.Mohapatra.** « Chemical reaction and solet effects on hydromagnetic micropolar fluid along a stretching sheet. *Engineering Science and Technology* », an international Journal 19, 1919-1928, 2016.

Résumé

Ce travail a pour objectif étude d'un écoulement convectif le long d'une surface inclinée immergée dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide.

L'obtention des équations de la couche limite dynamique et thermique pour un écoulement en convection mixte en utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement, de l'énergie et de fraction volumique. Les équations différentielles qui régissent le problème sont transformées en un ensemble de trois équations ordinaires (similaires), qui sont résolues par voie numérique, à l'aide de la méthode de Runge Kutta et la méthode de tir en utilisant le code Matlab. Un ensemble de résultats présenter sous forme graphique pour les profils de vitesse, de température et fraction volumique avec variation des paramètres. En outre, Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres de contrôle sur l'écoulement convectif notamment sur les profils de vitesse, température et la fraction volumique.

Mot clé : milieu poreux, nanofluide, nanoparticules, méthode de Runge-Kutta, méthode de tir.

Abstract

This work aims to study a convective flow along an inclined surface immersed in a porous medium filled with a nanofluid.

Obtaining the dynamic and thermal boundary layer equations for mixed convection flow using similarity transformations for quantity equations of movement, energy and volume fraction. The differential equations that govern the problem are transformed into a set of three ordinary (similar) equations, which are solved numerically, using the Runge Kutta method and the shooting method using Matlab code. A set of results presented in graphical form for the velocity, temperature and volume fraction profiles with variation of parameters. In addition, the results obtained made it possible to highlight the influence of various control parameters on the convective flow, in particular on the speed, temperature and volume fraction profiles.

Key word: Porous medium, Nanofluid, Nanoparticles, Runge-Kutta method, shooting technique

