

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

MEMOIRE

PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE

MASTER

FILIÈRE : GÉNIE MÉCANIQUE

Spécialité : INSTALLATIONS ENERGETIQUES ET TURBOACHINES
PAR :

Belahcene Tahar
Adnane Lakhdar

Thème

**Etude dynamique et thermique d'un jet de
nanofluide impactant sur un cylindre**

Soutenu le Mardi 26 /06/2018 devant le jury composé de:

Mr. SAHI	Président
Mr. MENDIL	Rapporteur
Mr. NAIT BOUDA	Examineur

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2017-2018

Remerciements

On remercie Dieu le tout puissant de nous avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire.

Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de M. Mendil, on le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant notre préparation de ce mémoire.

Nos remerciements s'adressent également à tous nos professeurs pour leurs générosités et la grande patience dont ils ont su faire preuve malgré leurs charges académique et professionnelles.

Nos profonds remerciements vont également à toutes les personnes qui nous ont aidés et soutenu de près ou de loin.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail. . .

À la mémoire de mon très cher papa. . .

Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour toi. Tes sacrifices que tu as consentis pour mon éducation et ma formation.

À ma très chère mère, tu as fait plus qu'une mère puisse faire pour que ses enfants suivent le bon chemin dans leur vie et leurs études, alors je te dédie ce travail en témoignage de mon profond amour.

À ma très chère sœur Meriem, il n'aurait pas pu y avoir de meilleur exemple pour moi. Je t'exprime à travers ce travail mes sentiments de fraternité et d'amour.

À tous mes proches et famille...

À mes chers amis, Lamine, Karim, Lotfi, Bilal, Aghiles, Loze, Anis, Massi. . .

Belahcene Tahar

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

À mes très chères parents, vous êtes pour moi une source de vie car sans votre sacrifice, votre tendresse et votre affection je ne pourrais arriver jusqu'au bout, je me réjouis de cet amour final, que dieux vous garde, afin que votre regard puisse suivre ma destinée.

À mes frères et mes sœurs qui ont été toujours présents pour moi.

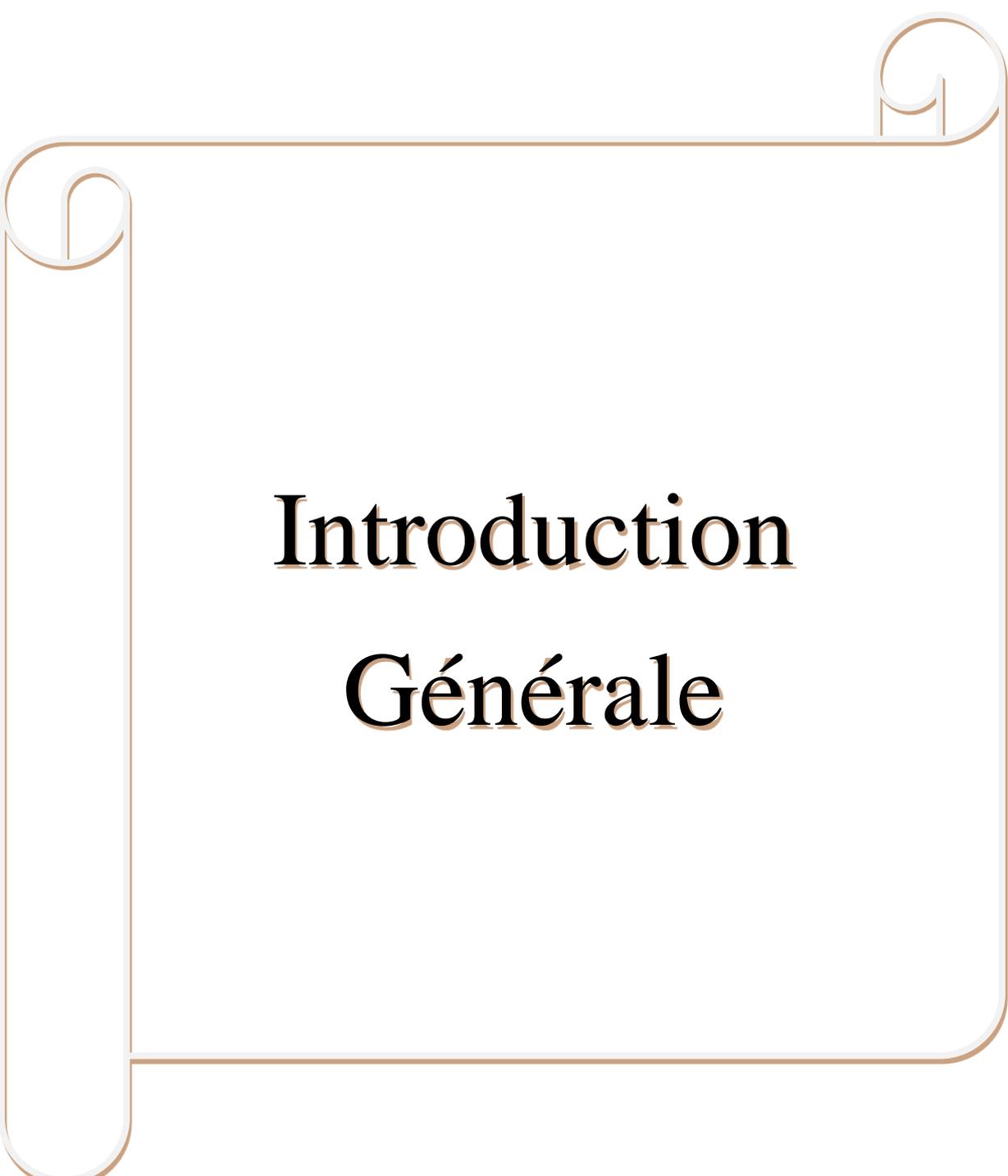
(Madjid, Omar, Khaled, Aja, Hesima, Lina)

À mes amis avec que j'ai partagé des moments les plus agréables.

(Karim, Chaban, Rahim, Nadjim...)

À tous ceux qui me sont chères, proches de mon cœur, et à tous ceux qui m'aiment et qui auraient voulu partager ma joie et qui me donnent l'envie d'aller en avant, je vous remercie tous.

ADNANE LAKHDAR

A decorative border resembling a scroll, with a light brown outline and three rolled-up corners. The text is centered within this frame.

Introduction

Générale

Table des matières

Introduction générale.....	1
1 Généralités et revue bibliographique	3
I.1 Généralités sur les nanofluides	3
I.1.1 Définition	3
I.1.2 Préparations des nanofluides	4
I.1.3 Applications de nanofluides	5
I.2 Géométrie d'un jet impactant sur un cylindre	6
I.3 Transferts de chaleur	7
I.3.1 Transfert de chaleur par conduction	7
I.3.2 Transfert de chaleur par convection	7
I.4 Description d'un écoulement autour d'une paroi	8
I.5 Définition de la couche limite	8
I.5.1 Concept de couche limite dynamique.....	9
I.5.2 Concept de la couche limite thermique	9
I.6 Propriétés thermo physiques des nanofluides	10
I.6.1 Densité.....	10
I.6.2 Viscosité.....	10
I.6.3 Conductivité thermique k	11
I.6.4 Coefficient d'expansion thermique.....	12
I.6.5 Capacité calorifique	12
I.7 Approximation de Boussinesq.....	13
I.8 Art et revue bibliographe.....	13
I.8.1 Ecoulement de Hiemenz.....	13
I.8.2 Ecoulement sur un cylindre.....	14
I.8.2.1 Cas d'un fluide conventionnel	14

I.8.2.2 Cas d'un nanofluide.....	18
I.9 Conclusion.....	20
2 Positionnement de problème et formulation mathématique	21
II.1 Introduction	21
II.2 Définition de problème physique	21
II.3 Hypothèses simplificatrices	22
II.4 Formulation mathématique.....	22
II.4.1 Equation de conservation	22
II.4.2 Conditions aux limites.....	23
II.4.3 Adimensionnalisation des équations	23
II.4.3.1 Equation adimensionnelle	24
II.4.3.2 Forme adimensionnel de l'équation de quantité de mouvement.....	24
II.4.3.3 Forme adimensionnel de l'équation d'énergie.....	25
II.4.3.4 Conditions aux limites	26
II.5 Conclusion	27
3 Méthodes de résolution	29
III.1 Introduction	29
III.2 Méthode d'Euler.....	29
III.3 Méthode de Runge-Kutta.....	30
III.3.1 Méthode de Runge-Kutta d'ordre N.....	30
III.3.2 Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	31
III.4 Méthode de Tirs.....	32
III.5 Algorithme de résolution	33
III.6 Application de la méthode à la résolution de l'écoulement de base.....	34
III.7 Conclusion.....	38
4 Résultats et Discussion	39
IV.1 Introduction	39

IV.2	Formulation des équations du problème étudié.....	39
IV.3	Validations des résultats	40
IV.4	Champ dynamique.....	42
IV.5	Champ thermique	49
IV.6	Effet de nanoparticules sur le transfert de chaleur	54
IV.7	Conclusion.....	57
	Conclusion générale.....	58
	Référence bibliographique	60

Tableau II.1: Conductivité thermique de divers fluides de base et matériaux à 20°C[4].	5
Tableau II.1: Propriétés thermo-physiques du fluide de base et les nanoparticules.....	39
Tableau II.2: Variation de $f'(1)$ en fonction de nombre de Reynolds, comparaison de nos résultats et celles de référence [17].....	40

Listes des figures

Figure .I1: Nano fluides vue au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre 0.5% ; eau + nanotube, eau + alumine, eau + or à 2nm.....	4
Figure I.2: Procèdes de synthèse de nanofluide en une seule étape (Argonne National Laboratory, USA)[3].....	4
Figure I.3: Structure d'un jet impactant sur un cylindre.	6
Figure I.4: Représentation schématique des couches limites dynamique et thermique se développant sur un cylindre.	8
Figure I.5: Représentation d'une couche limite dynamique.	9
Figure I.6: Représentation d'une couche limite thermique.	9
Figure I.7: Représentation de stagnation ou point d'arrêt (solution de Hiemenz)[9].....	14
Figure I.8: Visualisation de l'écoulement obtenue par couche de laser, Ergin Ersigemez et al. [10]: (a) section transversale du jet impactant dans la direction z (b) le jet impactant enveloppant le cylindre le long de son axe.	15
Figure I.9: Différentes configurations jet-cylindre, S. A. Nada et al [11].....	15
Figure I.10: Variation de la contrainte de cisaillement de la surface en fonction de temps pour différentes nombre de Reynolds $Re = 0.2, 1, 5, 10$ [18].	17
Figure I.11: Variation de coefficient thermique en fonction de Reynolds pour trois différentes températures[28].....	19
Figure I.12: Variation de coefficient thermique en fonction de nombre de Reynolds pour quatre différentes fractions volumiques[28].....	20
Figure II.1: Géométrie du problème considéré.....	21
Figure III.1: Organigramme suivi pour écrire le programme MATLAB de la méthode numérique.....	37
Figure IV.1: Variation de la viscosité en fonction de la fraction volumique pour trois différents types de nanoparticules.	41
Figure IV.2: Variation de la conductivité thermique en fonction de la fraction volumique pour trois différents types de nanoparticule.	41
Figure IV.3: Evolution de profil de vitesse radial.....	42
Figure IV.4: Effet de la fraction volumique sur le profil de f	43
Figure IV.5: Effet du nombre de Reynolds sur le profil de f	43
Figure IV.6: Effet du paramètre de flottabilité sur le profil de f	44

Figure IV.7: Evolution du profil de vitesse axiale.	44
Figure IV.8: Effet de la fraction volumique sur le profil de vitesse f'	45
Figure IV.9: Effet du nombre de Reynolds sur le profil de vitesse f'	46
Figure IV.10: Effet du paramètre de flottabilité sur le profil de vitesse f'	46
Figure IV.11: Le profil de la vitesse f' en fonction de la variable adimensionnel η pour trois types de nanoparticules.	47
Figure IV.12: Effet de la fraction volumique sur le profil de f''	47
Figure IV.13: Effet du nombre de Reynolds sur le profil de f''	48
Figure IV.14: Effet du paramètre de flottabilité sur le profil de f''	48
Figure IV.15: Evolution du profil de la température adimensionnelle θ	49
Figure IV.16: Evolution de la température adimensionnelle pour différentes valeurs de la fraction volumique.	50
Figure IV.17: Evolution de la température adimensionnelle pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.	50
Figure IV.18: Evolution de la température adimensionnelle pour différentes valeurs du paramètre de flottabilité λ	51
Figure IV.19: Le profil de la température en fonction de la variable adimensionnel η pour trois types de nanoparticules.	52
Figure IV.20: Evolution du gradient de température θ' pour différentes valeurs de la fraction volumique.	52
Figure IV.21: Evolution du gradient de température θ' pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.	53
Figure IV.22: Evolution du gradient de température θ' pour différentes valeurs du paramètre de flottabilité λ	53
Figure IV.23: Nusselt locale en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.	54
Figure IV.24: Nusselt locale en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du paramètre de flottabilité.	54
Figure IV.25: Coefficient de frottement en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.	55
Figure IV.26: Coefficient de frottement en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du paramètre flottabilité.	55

Figure IV.27: Nusselt locale en fonction de la fraction volumique pour trois types de nanoparticules..... 56

Figure IV.28: Coefficient de frottement en fonction de la fraction volumique pour trois types de nanoparticules..... 57

Nomenclature

SYMBOLES	SIGNIFICATION	UNITE (SI)
e_n, c_n	Constantes arbitraires	
f'	Vitesse axiale adimensionnelle	
f	Vitesse radiale adimensionnelle	
\vec{g}	Accélération de la pesanteur	m/s^2
p	Pression de fluide	p_a
a	Rayon de cylindre	m
$(r. \theta. z)$	Coordonnées cylindrique	
t	Temps	s
Δt	Ecart de temps	s
T_w	Température à la paroi	K
T_∞	Température de fluide	K
$(w. v. u)$	Composantes de la vitesse	
$\vec{V}(u, v, w)$	Vitesse dimensionnelles du fluide	m/s
u_∞	Vitesse de l'écoulement extérieure de la couche limite	m/s
c	Constante positive	m/s
c_f	Coefficient de frottement à la paroi	

SYMBOLES GRECS	SIGNIFICATION	UNITE (SI)
α	Diffusivité thermique	m^2/s
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constant	K^{-1}
δ	Epaisseur de la couche limite	m
μ	La viscosité dynamique	$Kg/(m.s)$
ν	La viscosité cinématique	m^2/s

Nomenclature

k	Conductivité thermique	$w/(m.K)$
ρ_f	Masse volumique de fluide	Kg/m^3
τ_w	Contrainte pariétale	p_a
L	Fonction incrément	
ε	Nombre réel infiniment petit	
η	Variable de similitude	
Ψ	Fonction de courant	
φ	Fraction volumique	

Nombre adimensionnels

Nombre de Nusselt Nu	$Nu = \frac{hl}{k}$
Nombre de Prandtl Pr	$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$
Nombre de Reynolds Re	$Re = \frac{ca}{2\nu}$
Paramètre de flottabilité (Richardson)	$\lambda = \frac{a^2 g \Delta T \beta}{8c\nu} = Ri = \frac{Gr}{Re^2}$

INDICES	SIGNIFICATION
'	Dérivation
∞	Condition à l'infini amont
f	Fluide
nf	Nanofluide
np	Nanoparticule
s	Solide
w	Condition à la paroi

Introduction générale

Le transfert de chaleur au sein des fluides conduit à de nombreuses applications pratiques et industrielles, bien qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction, convection).

Le transfert de chaleur dépend principalement de la conductivité et la capacité thermique d'un fluide caloporteur, or il paraît que le fluide de base souvent utilisé dans les applications de refroidissement ou de chauffage, ce dernier il a une conductivité thermique très faible qui limite sa capacité de transfert de chaleur. L'idée est alors d'insérer au sein de fluide de base des nanoparticules de conductivité thermique très élevée, afin d'augmenter la conductivité thermique effective du mélange et ainsi améliorer ces performances. Cette amélioration du transfert de chaleur fait donc des nanofluides une nouvelle technologie prometteuse dans le cadre des transferts thermiques.

Les jets impactant sont largement utilisés dans l'industrie, car ils génèrent d'importants transferts de chaleur. Dont on les retrouve dans les applications telles que le refroidissement des composants électroniques ou des aubes de turbines.

Notre modeste travail de recherche s'inscrit dans le domaine de transfert de chaleur et mécanique des fluides qui concerne l'étude dynamique et thermique d'un jet de nanofluide impactant sur un cylindre.

Cette présente étude est divisée en quatre chapitres organisée de la manière suivante :

- ✓ Le premier chapitre est consacré à la présentation des généralités sur les nanofluides, ainsi qu'une synthèse bibliographique des différents travaux concernant notre cas d'étude
- ✓ Le deuxième chapitre se basé sur deux partie
 - La première partie est consacrée à la description de la couche limite dynamique et thermique.
 - La deuxième partie, on s'est intéressé à la présentation de problème physique et les propriétés thermo physique, ainsi qu'à ces équations de conservation qui régissent

notre étude à savoir, l'équation de continuité, l'équation quantité de mouvement et l'équation de l'énergie

- ✓ Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode numérique dont, elle s'agit de la méthode de Runge kutta d'ordre quatre (utilisée pour résoudre les équations différentielles ordinaires) et la méthode de tir (pour faire démarrer la méthode de Runge kutta)
- ✓ Le quatrième chapitre est dédié à l'explication est la discussion des résultats de simulation obtenus

Enfin, nous terminons ce mémoire par une conclusion générale, qui résume les principaux résultats obtenus.

1 Généralités et revue bibliographique

I.1 Généralités sur les nanofluides

I.1.1 Définition

Les nanofluides sont des solutions colloïdales constituées de particules de taille nanométrique en suspension dans un liquide porteur. Ce type de solution suscite un grand intérêt depuis la découverte de leurs propriétés thermiques particulières. En effet, les fluides de base souvent utilisés dans les applications de refroidissement ou de chauffage ont des conductivités thermiques très faibles qui limitent leur capacité de transfert de chaleur. L'idée est alors d'insérer au sein des fluides de base des nanoparticules de conductivité très élevée, afin d'augmenter la conductivité thermique effective du mélange et ainsi améliorer ces performances thermiques. Ce terme nanofluide a été introduit par Choi. La liste des nanoparticules utilisées pour obtenir des nanofluides est [1]

➤ Métalliques :

Le cuivre (Cu), l'aluminium (Al), l'or (Au), l'argent (Ag).

➤ Oxyde :

L'oxyde de cuivre (CuO), l'oxyde de l'aluminium (Al_2O_3), le de titane (TiO_2).

➤ Nanotubes de carbone.

Le choix des liquides de bases est primordial pour un nanofluide, il permet d'assurer la stabilité de la suspension dans le temps et d'éviter tout phénomène d'agrégation, la sélection d'un tel fluide se fera en fonction de la nature de nanoparticule, les solvants plus utilisés sont :

- ✓ L'eau
- ✓ L'éthylène-glycol, EG
- ✓ Les huiles
- ✓ Le toluène

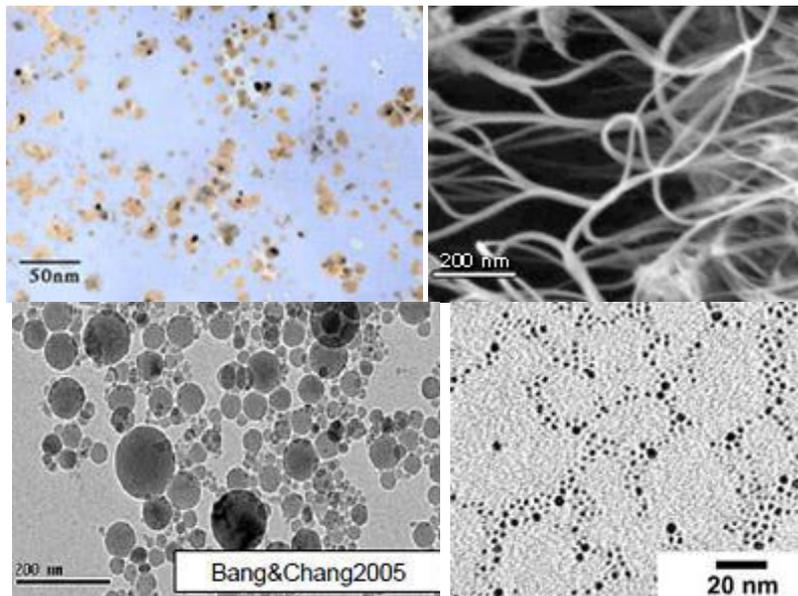


Figure I.1: Nano fluides vue au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre 0.5% ; eau + nanotube, eau + alumine, eau + or à 2nm

I.1.2 Préparations des nanofluides

Les procédés de fabrication de nanoparticules sont nombreux ils peuvent être classés en deux catégories :

- ✓ Les procédés physiques : comme le broyage mécanique.
- ✓ Les procédés chimiques : comme la pyrolyse laser ou la précipitation chimique.

En outre, il existe deux méthodes principales pour produire des nanofluides :

La méthode en une seule étape [2]:

Consiste à la dispersion des nanoparticules directement dans un fluide de base (synthèse direct dans un fluide de base).

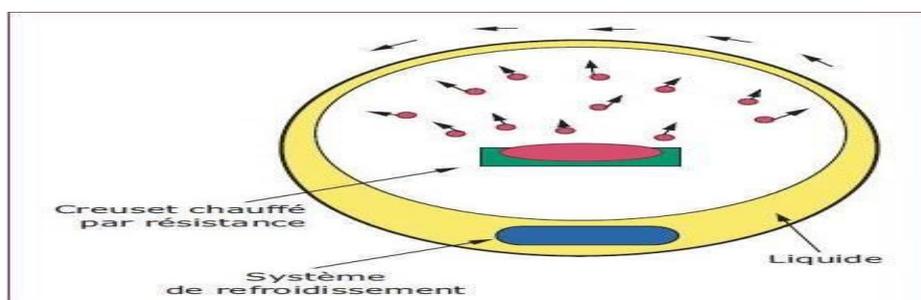


Figure I.2: Procédés de synthèse de nanofluide en une seule étape (Argonne National Laboratory, USA)[3].

La méthode en deux étapes [2] :

La première étape consiste à fabriquer les nanoparticules, et dans la seconde étape les nanoparticules sont disperser dans un fluide de base.

Tableau I.1: Conductivité thermique de divers fluides de base et matériaux à 20°C[4].

	Nanoparticule et fluide de base	$k(w/mk)$	$\rho (kg/m)^3$	$c_p (J/kgk)$	$\mu (Pa.s)$
Métallique (solides)	<i>Cu</i>	400	8954	383	
	<i>Fe</i>	80.2	7870	447	
	<i>Ni</i>	90.7	8900	444	
	<i>Au</i>	317	19,300	129	
	<i>Ag</i>	429	10,500	235	
	C (diamant)	2300	3500	509	
Oxyde Métallique (solides)	<i>SiO₂</i>	1.38	2220	745	
	<i>TiO₂</i>	8.4	4157	710	
	<i>Al₂O₃</i>	36	3970	765	
	<i>CuO</i>	69	6350	535	
	<i>SiC</i>	490	3160	675	
Liquides non métallique	L'eau Ethylène-glycol (EG)	0.613	1000	4183	0.0008
		0.258	1132	2349	513
					0.0157

I.1.3 Applications de nanofluides

La liste des applications de nanofluides est très large on peut citer parmi eux :

- ✓ L'échangeur de chaleur.
- ✓ Refroidissement des systèmes nucléaire.
- ✓ Transport (gestion de refroidissement / véhicule moteur thermique).
- ✓ Aéronautique et spatial.

- ✓ Autres applications (caloducs, piles à combustible, le chauffage solaire d'eau, forage, stockage thermique).

I.2 Géométrie d'un jet impactant sur un cylindre

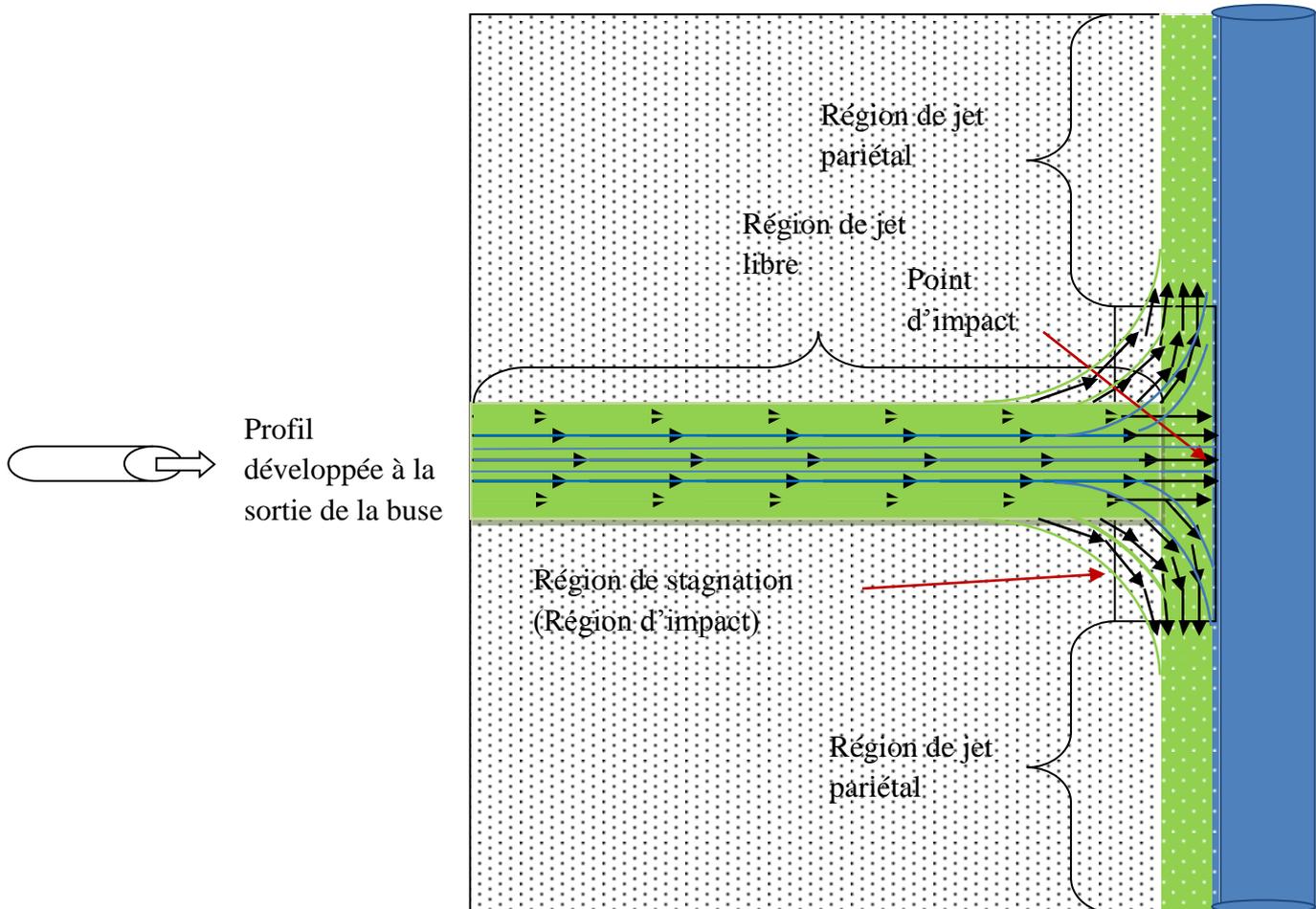


Figure I.3: Structure d'un jet impactant sur un cylindre.

En général, le jet impactant sur une paroi cylindrique peut se décomposer en trois régions essentielles :

- **Région de jet libre:** cette région est caractérisée par l'écoulement d'un jet rond turbulent, axisymétrique en moyenne, il peut atteindre une zone d'écoulement établi ZEF (Zone of Established Flow) cette dernière ne peut apparaître que lorsque la distance d'impact est suffisamment grande.

- **Région de stagnation (région d'impact):** cette région est caractérisée principalement par une forte diminution de la composante de vitesse axiale à l'amont du point de stagnation, une élévation importante de la pression au point d'arrêt, et une forte augmentation de la composante de vitesse radiale en aval du point d'impact.
- **Région de jet pariétal:** cette région est caractérisée par le développement et l'épaississement d'un jet pariétal, c'est à dire le long de la surface d'impact et dont la vitesse radiale maximale diminue.

I.3 Transferts de chaleur

Un transfert thermique nommé plus couramment un transfert d'énergie microscopique désordonnée, cela correspond en réalité à un transfert d'agitation thermique entre particules au gré des chocs aléatoires qui se produisent à l'échelle microscopique. Les trois modes de transfert thermique fondamentaux sont la conduction, la convection et le rayonnement. Il est possible d'avoir un transfert thermique par plus d'un mode.

I.3.1 Transfert de chaleur par conduction

La conduction thermique (ou diffusion thermique) est un mode de transfert thermique provoqué par une différence de température entre deux régions d'un même milieu, ou entre deux milieux en contact, et se réalisant sans déplacement global de matière (à l'échelle macroscopique) par opposition à la convection qui est un autre transfert thermique.

$$\vec{\phi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

I.3.2 Transfert de chaleur par convection

Est un des trois modes de transfert de chaleur avec la conduction et le rayonnement. Le terme de convection fait référence aux transferts de chaleur se produisant entre une surface et un fluide en mouvement lorsque ceux-ci sont à des températures différentes. En plus du transfert d'énergie dû à la diffusion, il y a également transfert par le biais du mouvement du fluide. Ce dernier est associé au fait que de multiples molécules ont un mouvement collectif, ce qui implique un transfert de chaleur dans le cas où il existe un gradient thermique.

$$\phi = hs\Delta T$$

I.4 Description d'un écoulement autour d'une paroi

Lorsqu'un fluide se déplace en contournant un obstacle fixe, les champs de vitesse et de pression sont perturbés par ce dernier. Si la vitesse au loin est petite, l'effet de la viscosité, qui est l'adhérence du fluide sur la surface, se traduit par de faibles gradients pariétaux de la vitesse et ces gradients se font sentir légèrement mais très loin de l'obstacle. Si au contraire la vitesse est grande, le freinage à la paroi est intense et les gradients pariétaux élevés, mais la viscosité contribue à leur décroissance rapide avec la distance à la surface. Dans ce dernier cas, il existe une zone de fluide contiguë appelée couche limite dynamique, dans laquelle se produit l'accommodation entre la nullité de la vitesse (sur la paroi) et la pleine vitesse locale du fluide libre, là où les gradients de vitesse sont si modérés que le fluide peut être considéré, en première approximation, comme sans viscosité. La couche limite dynamique est une zone dans laquelle la rotation alitée est très forte à la paroi et s'estompe à la frontière, on schématise en parlant d'une frontière et d'une épaisseur de couche limite dynamique. Si l'obstacle n'a pas la même température que le fluide, il existe aussi une couche limite thermique dans laquelle la température varie depuis la température de la surface jusqu'à la température du fluide libre. L'épaisseur de cette couche limite thermique n'est pas celle de la couche dynamique, elle peut être plus grande, plus petite ou à peu près égale.

I.5 Définition de la couche limite

Il s'agit de cette mince couche de fluide qui se forme sur la surface d'un corps solide lorsque ce dernier entre en contact avec un fluide visqueux en déplacement (écoulement), elle peut être de nature dynamique et thermique.

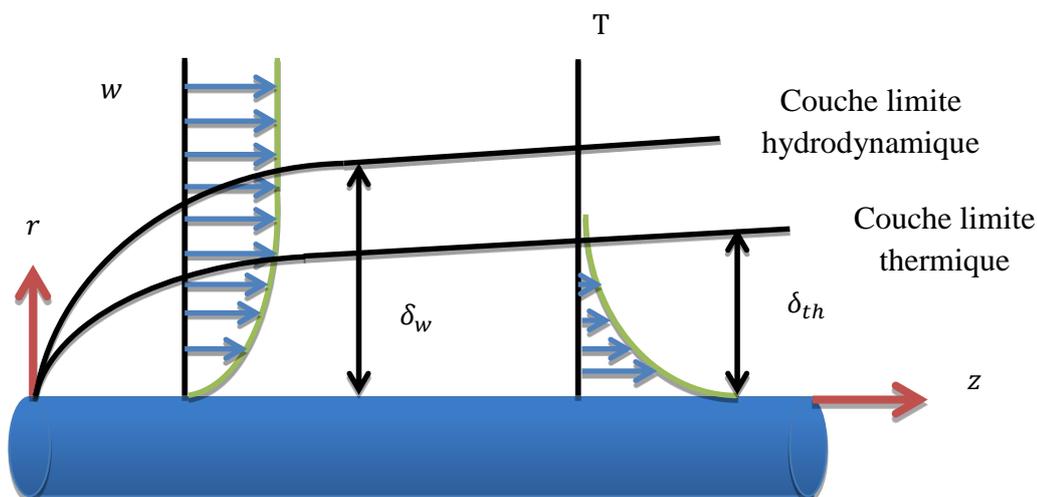


Figure I.4: Représentation schématique des couches limites dynamique et thermique se développant sur un cylindre.

I.5.1 Concept de couche limite dynamique

Une des caractéristiques principales d'un fluide est la viscosité. Elle varie avec la température et ne s'annule jamais à la paroi. La couche limite est la zone de fluide contiguë à la paroi dans la quelle se produit l'accommodation entre la vitesse nulle en paroi et la pleine vitesse local du fluide libre.

Les propriétés de l'écoulement qui dépendent de cette couche limite sont (Les forces de frottement, Transfer thermique)

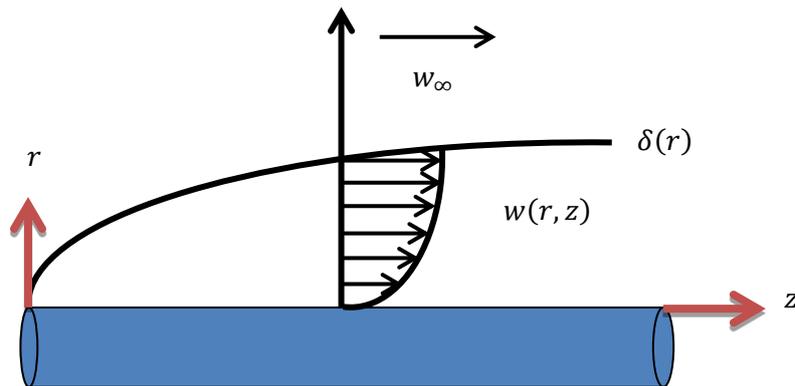


Figure I.5: Représentation d'une couche limite dynamique.

I.5.2 Concept de la couche limite thermique

Lorsqu'un fluide de température T_∞ , s'écoule sur une paroi à la température T_w , des échanges thermiques s'établissent. Les particules échangent de la chaleur de proche en proche avec leurs voisins et un gradient de température se forme

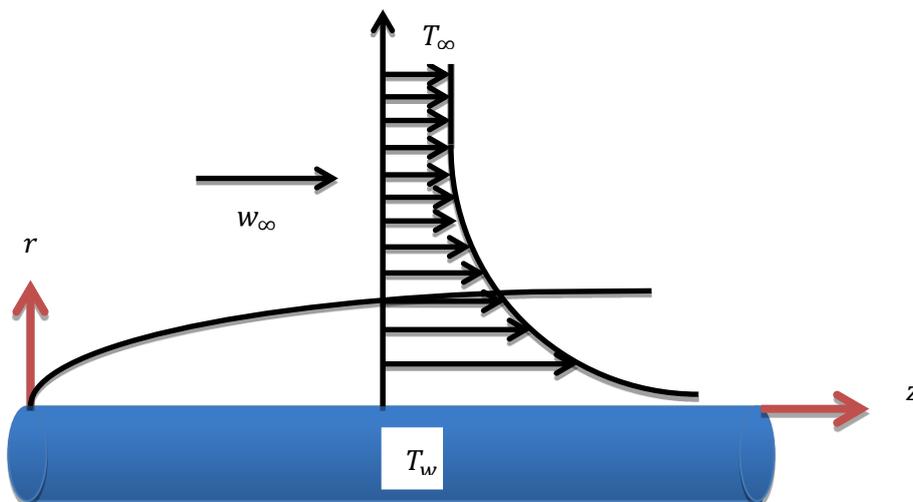


Figure I.6: Représentation d'une couche limite thermique.

I.6 Propriétés thermo physiques des nanofluides

De nombreux facteurs caractérisant les nanoparticules peuvent avoir un effet notable sur les valeurs des paramètres thermo physiques du nanofluide obtenus (la nature des nanoparticules, leur taille, la fraction volumique φ , la conductivité du fluide de base et celle des nanoparticules, la température du milieu, ...etc.). Les propriétés thermo physiques du nanofluide seront présentes par différentes relations qui sont classées comme suit :

I.6.1 Densité

La densité du nanofluide est la pondération linéaire des densités de nanoparticules et de fluide de base :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (\text{I. 1})$$

Cette formule a été validée par les données expérimentales de Pak et Cho[29].

ρ_{nf} : La densité du nanofluide.

ρ_s : La densité des nanoparticules.

I.6.2 Viscosité

La viscosité peut être définie comme étant une propriété d'un fluide pour qu'il résiste aux déformations lorsqu'il est mis en mouvement.

La viscosité de nanofluide peut être calculée à partir de la viscosité du fluide de base et la fraction volumique du nanofluide. Pour ce qui suit nous allons citer deux modèles pour le calcul des viscosités apparentes :

- Modèle d'Einstein

La viscosité dynamique d'un nanofluide est donnée par Einstein [30], pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 2.5\varphi) \quad (\text{I. 2})$$

Où μ_{nf} : La viscosité dynamique du nanofluide.

μ_f : La viscosité dynamique du fluide de base.

φ : La fraction volumique des nanoparticules.

Cette relation n'est valable que pour $\varphi < 0.03$.

- Modèle Brinkman[31].

A étudié la formule d'Einstein pour couvrir un large plage de concentrations volumiques.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (I.3)$$

Remarque :

Pour les faibles fractions volumiques, la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein. Ces relations n'intègrent pas les effets du mouvement Brownien ni ceux de la taille des particules.

I.6.3 Conductivité thermique k

La conductivité thermique d'un nanofluide est calculée selon les deux modèles suivant :

- Modèle de Maxwell :

Maxwell[32], a présenté son modèle pour calculer la conductivité thermique d'un nanofluide en fonction de la fraction volumique de nanofluide, mais ce modèle est valable uniquement dans le cas des nanofluides qui contiennent des nanoparticules sphériques, et que cette condition peut être considérer comme un point négative pour le modèle, donc pour l'utilisation de ce modèle on est obligée de considérer seulement les nanoparticules du forme sphériques. Le modèle de Maxwell (1873) est donné par la formule suivante :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)\varphi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)\varphi} \quad (I.4)$$

k_{nf} : La conductivité du nanofluide.

k_f : La conductivité du fluide de base.

- Modèle de Hamilton-Crosser

Le modèle de Hamilton[33], est une extension du modèle de Maxwell. Il concerne les particules de forme quelconque. Pour prendre en compte cette diversité de forme, Hamilton introduit un facteur géométrique appelé sphéricité (ψ) faisant référence à la géométrie

sphérique. Ce coefficient est défini comme étant le rapport de la surface de la sphère ayant le même volume que les nanoparticules sur la surface d'une nanoparticule, la conductivité thermique apparente du milieu est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (\Gamma - 1)k_f - (\Gamma - 1)(k_f - k_s)\varphi}{k_s + (\Gamma - 1)k_f + (k_f - k_s)\varphi} \quad (I.5)$$

Où n est un facteur de forme empirique donné par :

$$\Gamma = \frac{3}{\psi}$$

$\Gamma = 3$ Pour les particules sphériques et $\Gamma = 6$ pour les particules cylindriques. Pour $\psi = 1$ (particules sphériques) le modèle de Hamilton-Crosser est identique au modèle de Maxwell.

I.6.4 Coefficient d'expansion thermique

On remarque que pour la variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (I.6)$$

Pour calculer la valeur de coefficient d'expansion thermique pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (I.1):

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s$$

On déduit l'expression suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \quad (I.7)$$

I.6.5 Capacité calorifique

Pour la détermination de la capacité calorifique d'un nanofluide, on a retrouvé suivant les auteurs l'une ou l'autre des deux relations suivantes.

- Modèle du Pak et Cho :

Pak et Cho (1998) ont utilisé la formule suivante[34] :

$$(Cp)_{nf} = (1 - \varphi)(Cp)_f + \varphi(Cp)_s \quad (I.8)$$

$(Cp)_{nf}$: La capacité calorifique du nanofluide.

$(Cp)_f$: La capacité calorifique du fluide de base.

$(Cp)_s$: La capacité calorifique des nanoparticules.

- Modèle du Xuan et Roetzel :

Xuan et Roetzel (2000) ont utilisé la formule suivante[35].

$$(\rho Cp)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho Cp)_f + \varphi(\rho Cp)_s \quad (I.9)$$

I.7 Approximation de Boussinesq

Cette approximation est attribuée à Boussinesq[5], mais elle a été présentée pour la première fois par Oberbeck Lorenz[6], l'a utilisée en (1881) pour établir une corrélation en convection naturelle.

Rappelons que l'approximation de Boussinesq stipule que la masse volumique ρ ne dépend que de la température T et revient donc à négliger la variation de masse volumique ρ sauf dans le terme de force de pesanteur. Ainsi, elle permet une formulation incompressible des équations de Navier stokes en prenant en compte les forces de flottabilité (poussée d'Archimède).

$$\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_\infty))$$

Où ρ_0 est la masse volumique à la température de référence T_∞ .

β : Coefficient d'expansion thermique.

I.8 Art et revue bibliographe

I.8.1 Ecoulement de Hiemenz

La résolution des équations de Navier-stokes présentent des difficultés mathématiques insurmontable ceci est principalement dû au fait que les équations de Navier-stokes sont non linéaires. Hiemenz est le premier qu'a étudié l'écoulement ou voisinage de point de stagnation [7]. Il a simplifié les équations de Navier-stokes gouvernant l'écoulement en une seule équation différentielle ordinaire de 3^{ème} ordre, loin de la paroi cet écoulement est semblable à

l'écoulement non visqueux. Après Homan [8] a étudié un écoulement axisymétrique tridimensionnel orthogonal impactant sur un disque et avait retrouvé des solutions analogues à celles de Hiemenz

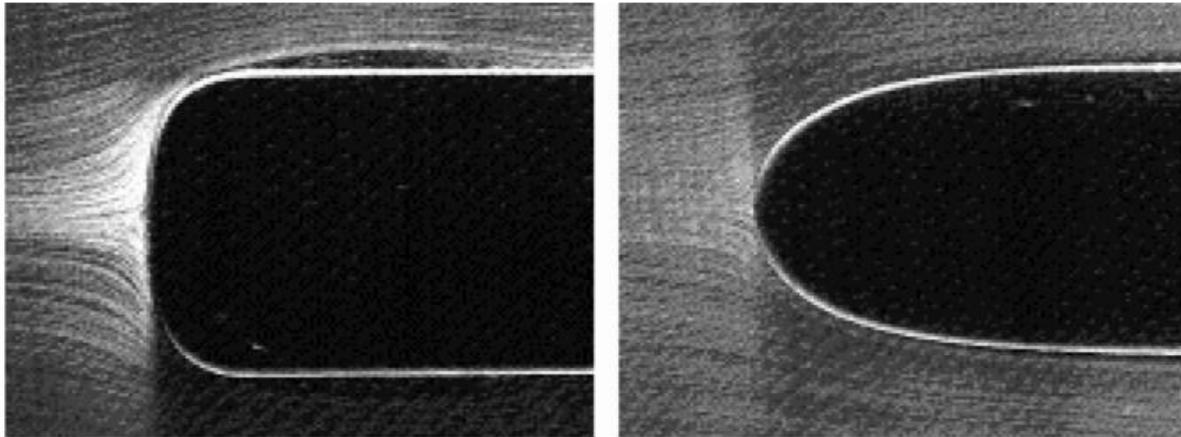


Figure I.7: Représentation de stagnation ou point d'arrêt (solution de Hiemenz)[9].

I.8.2 Écoulement sur un cylindre

I.8.2.1 Cas d'un fluide conventionnel

Une étude expérimentale a été menée par Ergin Ersigemez et al. [10]. En vue d'étudier la physique d'écoulement d'un jet d'air rond impactant une surface cylindrique convexe. Deux composantes de la vitesse moyenne, la contrainte normale et les profils de contrainte de cisaillement ont été obtenues à l'aide d'un LDV (laser doppler velocymeter), à deux composantes de vitesse simultanées à fibre optique (figure 1.5). Les profils de vitesse obtenus à sept emplacements axiaux dans le cas de jet impactant, sont comparés aux profils obtenus à huit emplacements axiaux loin de la sortie du jet afin de déterminer les effets de surface sur le jet libre. Le nombre de Reynolds de l'écoulement sur la base du diamètre du jet, est $Re = 25000$ et le cylindre convexe est située à $x/d = 4,0$ (vitesse de sortie du jet, $U_j = 24 \text{ ms}^{-1}$, diamètre du jet, $d = 15,24 \text{ mm}$; cylindre de section circulaire diamètre, $D = 60,5 \text{ mm}$). Les résultats de la visualisation de l'écoulement indiquent que le jet initialement axisymétrique devient un écoulement tridimensionnel, s'enroule sur le cylindre à travers le cylindre et se comporte comme un jet de paroi le long de l'axe du cylindre. La vitesse moyenne commence à diminuer fortement à la distance $(1d)$ avant la paroi du cylindre. Les contraintes radiales, normales tangentielle et de cisaillement ne sont pas affectées par la présence de la surface

dans le voisinage de l'axe du jet jusqu'à ce qu'ils atteignent une distance de $0.05d$ de la surface, et sont affectés à proximité du bord du jet environ $0,75D$ loin de la surface.

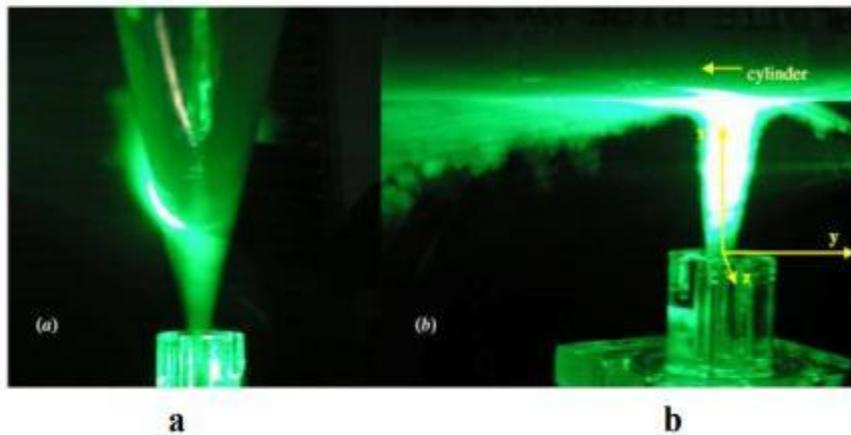


Figure I.8: Visualisation de l'écoulement obtenue par couche de laser, Ergin Ersigemez et al. [10]: (a) section transversale du jet impactant dans la direction z (b) le jet impactant enveloppant le cylindre le long de son axe.

S. A. Nada et al. [11], ont étudié expérimentalement le transfert thermique d'un jet plan impactant un cylindre pour deux configuration géométrique (Figure 1.6), buse longue unique alignée suivant l'axe du cylindre et buses multiples aussi alignées suivant l'axe du cylindre, en faisant varier la distance buse cylindre par le paramètre adimensionné (Z/W) ou « Z », représente la distance buse cylindre et W la dimension de la buse. Les résultats ont montré que le nombre de Nusselt augmente avec le nombre de Reynolds, le nombre de Nusselt moyen maximum se trouve dans la position $4 < Z/W < 6$, aussi la courbure du cylindre influence sur le transfert de chaleur.

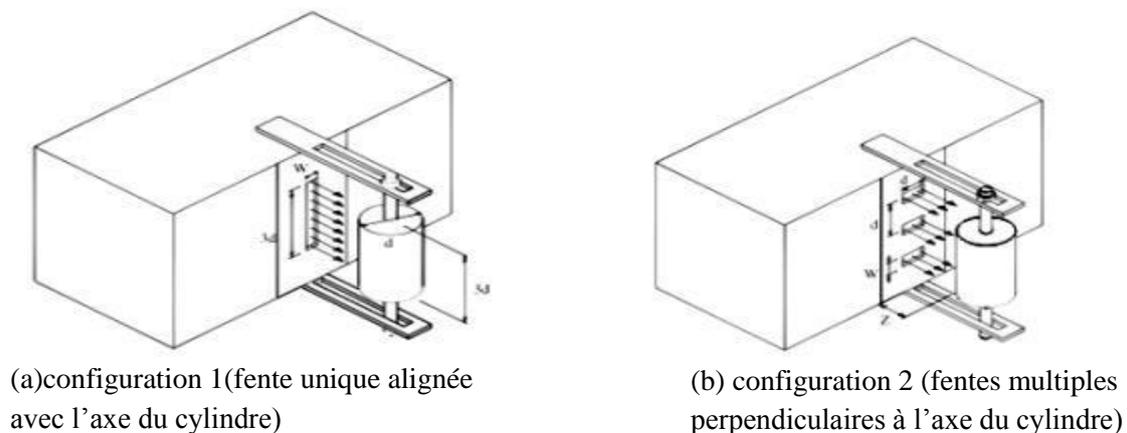


Figure I.9: Différentes configurations jet-cylindre, S. A. Nada et al [11]

La recherche de solutions exactes aux équations de Navier-Stokes est une tâche très difficile. Ceci est principalement dû au fait que ces équations sont non linéaires. Cependant, il est possible de trouver des solutions exactes aux équations de Navier-Stokes dans certains cas particuliers. Homan[12] a donné une solution exacte aux équations de Navier-Stokes pour le cas tridimensionnel d'un écoulement au point de stagnation impactant sur une plaque. Howarth et Davey [13] ont présenté des résultats à des cas asymétriques d'un écoulement sur une plaque plane au point de stagnation. La première solution exacte au problème d'un écoulement de stagnation axisymétrique sur un cylindre circulaire infini a été obtenue par Wang[14]. Récemment, Cunning et al. [15], ont considéré le problème de l'écoulement de stagnation sur un cylindre circulaire tournant avec une vitesse angulaire constante, y compris, également, les effets de l'aspiration et du soufflage dans leur étude.

S. Mouloud et al.[16], proposent d'examiner l'influence des effets hydrodynamique et thermique sur l'instabilité d'un écoulement de couche limite bidimensionnel de stagnation autour d'un cylindre horizontal chauffé en fonction de nombre de Richardson pour différentes valeur de nombre de Prandtl. L'écoulement de base qui est régi par un système de deux équations différentielles couplées. Après la réduction des équations de quantité de mouvement et d'énergie et l'utilisation d'une analyse de similarité, est résolu numériquement en utilisant le solveur bvp4c dans le logiciel MATLAB. La stabilité linéaire de l'écoulement de base est alors analysée en se servant de la décomposition en modes normaux des perturbations, le paramètre de contrôle étant le nombre de Richardson. Le problème aux valeurs propres résultant est alors résolu numériquement après une discrétisation par la méthode pseudo spectrale de type Laguerre, plus appropriée pour ce type de problème. On constate que l'écoulement est de plus en plus instable quand Pr augmente, c'est à dire quand l'épaisseur de la couche limite thermique se réduit. Pour des valeurs de Pr supérieur à l'unité, l'augmentation de Pr fait accroître l'amplitude de la perturbation de la température et décroître celle de la vitesse qui est synonyme de l'accroissement de l'instabilité thermique en raison de la diminution de la diffusion thermique face à la diffusion visqueuse.

I. A. Hassanien et al.[17], ont mené une étude sur l'écoulement de stagnation axisymétrique d'un fluide micropolaire en contact avec un cylindre circulaire infini. Les équations de la couche limite gouvernante sont résolues numériquement en utilisant une nouvelle procédure basée sur l'approximation de Chebyshev. Les résultats ont été comparés avec les résultats de l'écoulement correspondant à un fluide newtonien. Ils ont constaté que les fluides micropolaires présentent une réduction de la traînée par rapport au fluide newtonien.

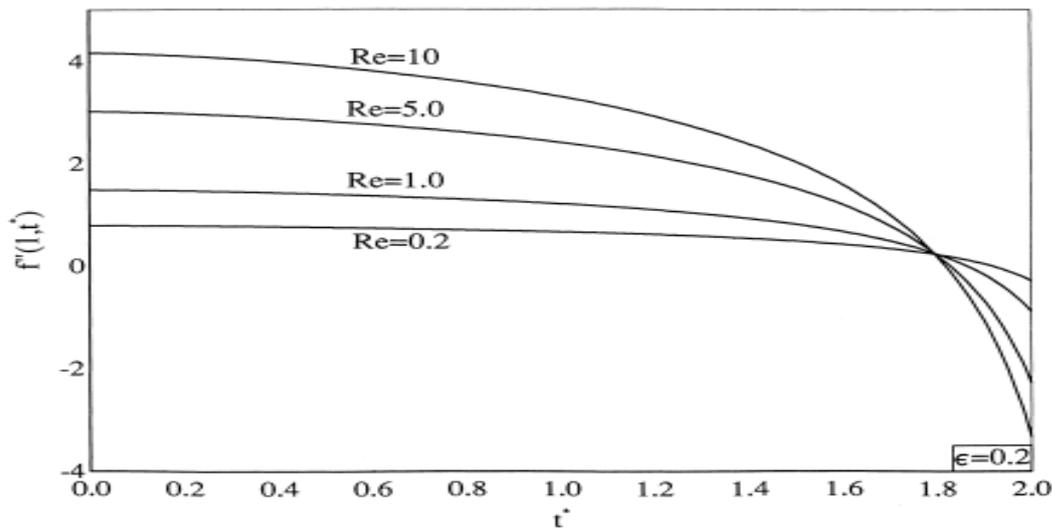


Figure I.10: Variation de la contrainte de cisaillement de la surface en fonction de temps pour différentes valeurs de Reynolds $Re = 0.2, 1, 5, 10$ [18].

H.S. Takhar et al. [18], ont mené une étude sur l'écoulement visqueux instationnaire au voisinage d'un point de stagnation axisymétrique d'un cylindre circulaire infini, lorsque les vitesses du cylindre et du écoulement libre varient arbitrairement avec le temps, une solution semi-similaire des équations de Navier-Stokes a été obtenue numériquement en utilisant une itération implicite. Ils ont conclu que les contraintes de cisaillement de la surface augmentent avec l'augmentation de nombre de Reynolds pour des petites valeurs de temps, mais par contre pour des grandes valeurs de temps l'effet s'inverse, aussi ils ont conclu que pour un nombre de Reynolds qui tend vers l'infini, la solution des équations de Navier Stokes tend à la solution de l'écoulement bidimensionnel de stagnation. Les résultats ont été comparés avec les résultats de Wang et Gorla pour le cas stable ($t = 0$). Ils ont conclu qu'il y a un bon accord qualitatif et quantitatif avec les résultats de référence (Wang[19] et Gorla[20]).

Rahimi et al.[21], ont étudié un écoulement visqueux instationnaire au voisinage d'un point de stagnation axisymétrique d'un cylindre tournant infiniment long, lorsque la vitesse angulaire varie arbitrairement avec le temps, une solution exacte aux équations de Navier Stokes est obtenue. Les résultats pour différentes valeurs de la composante azimutale de la vitesse et des contraintes de cisaillement sont présentés pour des nombres de Reynolds allant de 0.1 à 1000. Ils ont conclu que lorsque le nombre de Reynolds augmente, la contrainte azimutale augmente et l'augmentation de la contrainte de cisaillement azimutale est due aussi à l'augmentation de la fréquence d'oscillation.

Une étude du champ d'écoulement et du transfert de chaleur peut être d'une importance significative puisque la qualité du produit final dépend dans une large mesure du coefficient de frottement et du taux de transfert en surface

A. Ishak et al.[22], ont étudié l'écoulement bidimensionnel d'un fluide incompressible électro-conducteur dans un tube cylindrique d'étirement, avec une température constante à la paroi. Les effets du paramètre magnétique, et du nombre de Prandtl ainsi que le nombre de Reynolds sur les caractéristiques de transfert de chaleur ont été examinés. De cette enquête, ils ont les conclusions suivantes :

- L'augmentation de nombre de Reynolds et de nombre de Prandtl font augmenter le nombre de Nusselt mais par contre l'augmentation de paramètre magnétique diminue le nombre de Nusselt
- L'augmentation de nombre de Reynolds et paramètre magnétique font augmenter le coefficient de frottement. Alors qu'il est constant avec l'augmentation de nombre de Prandtl

H. Mohammadi et al.[23], ont mené une étude sur l'écoulement axisymétrique au point de stagnation sur un cylindre avec un flux de chaleur à la paroi constant. Les effets de nombre de Reynolds et le nombre de Prandtl et le facteur de compressibilité ainsi que le flux de chaleur sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique ont été examinés. De cette enquête, ils ont tirés les conclusions suivantes :

- La contrainte de cisaillement augmente avec l'augmentation de facteur de compressibilité.
- La diminution de la fonction de pression est due à l'augmentation de facteur de compressibilité.
- L'augmentation de nombre de Reynolds fait augmenter la contrainte de cisaillement, mais par contre il diminue la fonction de pression.
- L'augmentation de nombre de Prandtl fait augmenter la fonction de pression.

I.8.2.2 Cas de nanofluide

Les fluides de transfert de chaleur tels que l'eau, l'éthylène glycol et l'huile moteur ont des capacités de transfert de chaleur limitées en raison de leurs faibles propriétés de transfert de chaleur. En revanche les métaux ont une conductivité thermique jusqu'à trois fois plus élevées que ces fluides. Une technique innovante qui utilise un mélange de nanoparticules et

le fluide de base a été introduite par Choi[1] afin de développer des fluides de transfert de chaleur avancée avec des conductivités sensiblement plus élevées sont appelés nanofluides.

Putra et al. [24], ont réalisé une étude expérimentale sur le transfert de chaleur en convection naturelle pour des nanofluides ($\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{eau}$) et ($\text{CuO} + \text{eau}$) à l'intérieur d'un cylindre horizontal dont les deux faces verticales sont soumises à des températures constantes et différentes. Ils ont trouvé que pour un nombre de Rayleigh du nanofluide entre 106 et 109 le transfert de chaleur diminue au lieu d'augmenter lorsque l'on augmente la fraction volumique des nanoparticules. Donc observe une détérioration du transfert de chaleur.

Abou-nada et al. [25], sont intéressé à étudier les caractéristiques de transfert de chaleur dans les nanofluides. Il est souligné que la présence de nanoparticules solides dans les fluides augmente sensiblement leurs conductivités thermiques et par conséquent les transferts de chaleur se trouvent améliorés. La formulation mathématique des écoulements des nanofluides est basée essentiellement sur les modèles les plus populaires de Buongiorno [26] et Tiwari et al. [27].

H. Mohammadium et al. [28], ont mené une nouvelle étude sur l'écoulement axisymétrique d'un nanofluide sur un cylindre stationnaire au point de stagnation avec une température à la paroi constante. Une réduction des équations de Navier-stokes et de l'équation d'énergie ont été obtenue par l'utilisation de transformations appropriées introduites pour la première fois. La solution générale auto-similaire est obtenue lorsque la température de la paroi du cylindre est constante. Les résultats ont montré que l'introduction des nanoparticules dans le fluide de base conduit à une amélioration de coefficient de transfert de chaleur par convection.

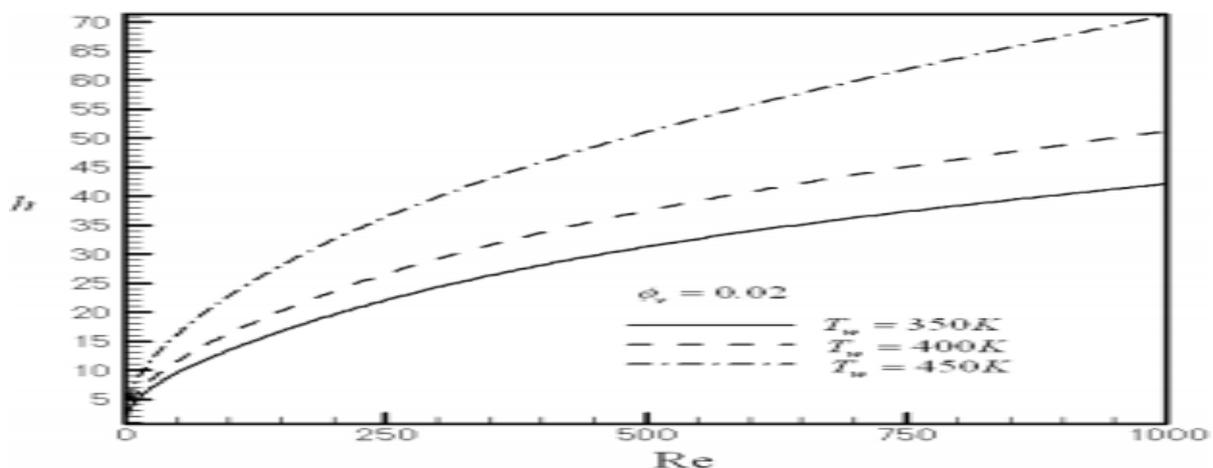


Figure I.11: Variation de coefficient thermique en fonction de Reynolds pour trois différentes températures[28].

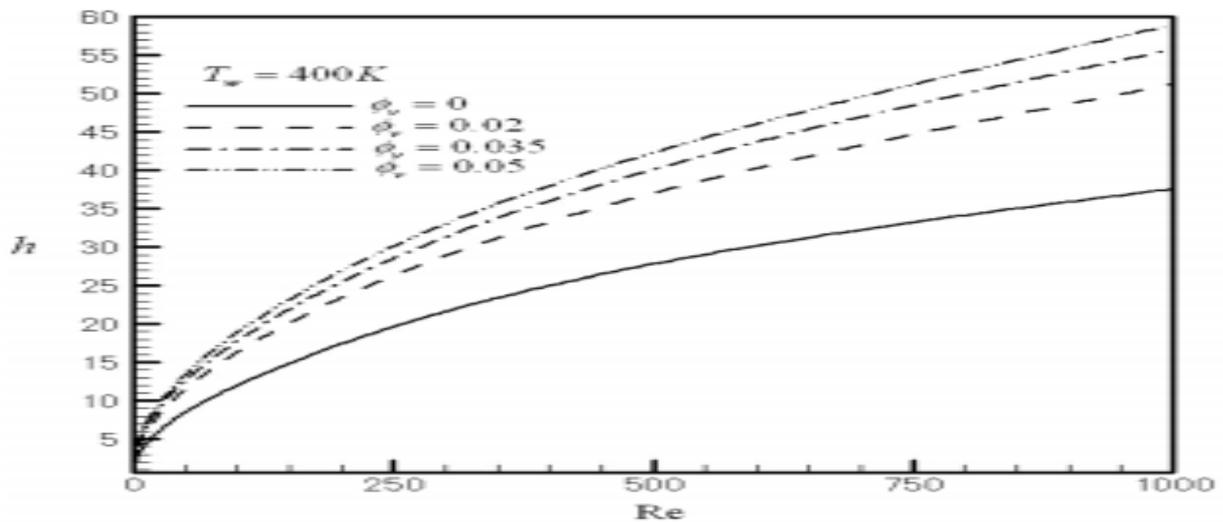


Figure I.12: Variation de coefficient thermique en fonction de nombre de Reynolds pour quatre différentes fractions volumiques[28].

I.9 Conclusion

Dans le premier chapitre nous avons donné dans un premier temps une description générale des nanofluides, le transfert de chaleur, la géométrie,...etc. Dans un second temps une synthèse bibliographique est consacrée à une revue différents travaux pour mieux comprendre les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique. Nous avons constaté à travers une analyse des différents travaux les différents paramètres influençant sur l'écoulement et le transfert de chaleur à savoir la conductivité thermique, la viscosité dynamique, la fraction volumique,...etc.

2 Positionnement de problème et formulation mathématique

II.1 Introduction

L'objectif de ce problème consiste à la simulation numérique d'un jet de nanofluide impactant sur un cylindre vertical. Dans cette partie de travail, nous présenterons dans un premier temps le modèle physique et les formulations mathématiques, nous passerons par la suite à l'exposition des différentes hypothèses simplificatrices ainsi que les équations gouvernantes et les conditions aux limites.

II.2 Définition de problème physique

On considère un nanofluide de température T_∞ impactant perpendiculairement sur un cylindre vertical avec une vitesse \vec{V}_∞ celle-ci est définie par ses composantes radiale U_∞ , azimutale V_∞ (la composante azimutale $V_\infty=0$) et axiale W_∞ . La géométrie de problème ainsi que les coordonnées utilisées sont indiquées sur la figure (II.4). La température à la paroi T_w est supposées constantes avec $T_w > T_\infty$, on note par (u, v, w) les composantes de vitesse selon (r, θ, z) : $u_\infty = -\frac{c}{a}\left(r - \frac{a^2}{r}\right)$, $w_\infty = 2\frac{c}{a}z$.

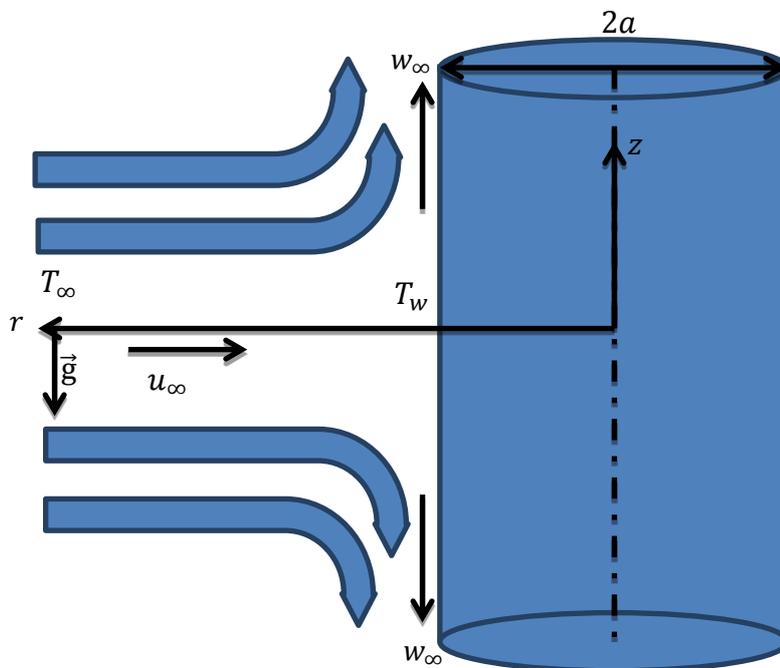


Figure II.1: Géométrie du problème considéré.

Positionnement de problème et formulation mathématique Chapitre II

II.3 Hypothèses simplificatrices

Des hypothèses simplificatrices sont introduites au niveau de la modélisation afin de simplifier les équations. Nous nous limitons aux hypothèses couramment retenues dans les écoulements réels qui sont les suivantes :

- ✓ Le fluide est Newtonien et incompressible.
- ✓ L'écoulement est permanent et en régime laminaire et axisymétrique.
- ✓ Le mélange est considéré homogène monophasique.
- ✓ Le transfert de masse entre les particules et le fluide est négligeable.
- ✓ Les propriétés physiques du nanofluides sont constantes hormis la masse volumique qui obéit à l'approximation de boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède.

$$\rho = \rho_0[1 - \beta_T(T - T_\infty)] \quad (\text{II. 1})$$

II.4 Formulation mathématique

La formulation mathématique de notre problème repose sur les équations liant les différents paramètres (pression, vitesse, température). Ses équations sont obtenues à partir de :

- ❖ La loi de conservation de masse « équation de continuité ».
- ❖ La loi de conservation de quantité de mouvement.
- ❖ La loi de conservation d'énergie « équation de l'énergie ».

II.4.1 Equation de conservation

- Equation de continuité :

$$\vec{\nabla}(\rho_{nf}\vec{V}) = 0 \quad (\text{II. 2})$$

- Equation de quantité de mouvement :

$$\nabla(\rho_{nf}\vec{V}\vec{V}) = -\nabla p + \nabla(\mu_{nf}\nabla\vec{V}) + \rho_{nf}\vec{g} \quad (\text{II. 3})$$

- Equation de l'énergie :

$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})T = \alpha_{nf}\nabla^2 T \quad (\text{II. 4})$$

Avec : ν désigne la viscosité cinématique de fluide :

Positionnement de problème et formulation mathématique Chapitre II

$$v = \mu/\rho$$

En utilisant les hypothèses simplificatrices on aura :

- Equation de continuité :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.5})$$

- Equation de bilan quantité de mouvement :

➤ Equation de quantité de mouvement radiale :

$$\begin{aligned} \rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu_{nf} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \right) - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - g_r (\rho\beta)_{nf} (T - T_\infty) \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

➤ Equation de quantité de mouvement axiale :

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] - (\rho\beta)_{nf} g_z (T - T_\infty) \quad (\text{II.7})$$

- Equation de l'énergie :

$$\rho_{nf} \left[\frac{u}{r} \frac{\partial(rT)}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \alpha_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (\text{II.8})$$

II.4.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont :

$$r = a: u = 0, w = 0, \quad T = T_w = \frac{\Delta T}{a} z\theta + T_\infty \quad (\text{II.9})$$

$$r \rightarrow \infty: u = u_\infty = -\frac{c}{a} \left(r - \frac{a^2}{r} \right), \quad w = w_\infty = 2 \frac{c}{a} z, \quad T \rightarrow T_\infty \quad (\text{II.10})$$

II.4.3 Adimensionnalisation des équations

La forme adimensionnelle est utilisée afin de trouver des solutions générales aux problèmes physiques indépendamment des systèmes de mesures, et pour réduire le nombre de paramètres de notre étude, elle permet aussi la simplification de la résolution d'équations. La

Positionnement de problème et formulation mathématique Chapitre II

technique est particulièrement utile pour les systèmes qui peuvent être décrit par des équations différentielles.

II.4.3.1 Equation adimensionnelle

Pour adimensionner le système d'équation on va introduire les transformations similaires suivantes [36] :

$$\eta = \frac{r^2}{a^2} , \quad \Psi = ca z f(\eta) , \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (\text{II. 11})$$

On développant w et u, on trouve :

$$w = \frac{2czf'(\eta)}{a} , \quad u = -\frac{1}{r}caf(\eta) \quad (\text{II. 12})$$

II.4.3.2 Forme adimensionnel de l'équation de quantité de mouvement

On remplace (II. 11 – II. 12) dans l'équation de quantité de mouvement on aura :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) \\ & = \frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu_{nf} \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) \right] \\ & + g\beta_{nf}(T - T_\infty) \end{aligned} \quad (\text{II. 13})$$

Après simplification on ramène les équations de mouvement aux dérivées partielles difficiles à résoudre à des équations différentielles ordinaires :

$$\begin{aligned} \eta f'''' + f'' + \left(\left((1 - \varphi) + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) (1 - \varphi)^{2.5} \right) Re [ff'' - f'^2] \\ + \frac{a^2 g \Delta T \beta_f \rho_f \left(\left((1 - \varphi) + \varphi \frac{\beta_s}{\beta_f} \right) \left((1 - \varphi) + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) \right)}{8c \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}}} \theta = 0 \end{aligned} \quad (\text{II. 14})$$

$$\eta f'''' + f'' + j_1 Re(1 + ff'' - f'^2) + j_2 \lambda \theta = 0 \quad (\text{II. 15})$$

Avec :

Positionnement de problème et formulation mathématique Chapitre II

$$\left. \begin{aligned} j_1 &= \left(\left((1 - \varphi) + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) (1 - \varphi)^{2.5} \right) \\ j_2 &= \left((1 - \varphi) + \varphi \frac{\beta_s}{\beta_f} \right) \left((1 - \varphi) + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) (1 - \varphi)^{2.5} \end{aligned} \right\}$$

Sachant que :

$$v_f = \frac{\mu_f}{\rho_f} \quad , \quad \lambda = \pm \frac{a^2 g \Delta T \beta_f}{8 c v_f} \quad , \quad Re = \frac{c a}{2 v_f}$$

II.4.3.3 Forme adimensionnel de l'équation d'énergie

On a:

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

On remplace (II. 11 – II. 12) dans l'équation d'énergie on aura :

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II. 16})$$

Après simplification on ramène l'équation d'énergie aux dérivée partielle difficile à resoudre a d'équation différentielle ordinaire :

$$\eta \theta'' + \theta' + \frac{\left((1 - \varphi) + \varphi \frac{c p_s}{c p_f} \right)}{k_{nf}/k_f (1 - \varphi)^{2.5}} \left(\left((1 - \varphi) + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) (1 - \varphi)^{2.5} \right) \times Pr Re$$

$$(f \theta' - f' \theta) = 0 \quad (\text{II. 17})$$

$$\eta \theta'' + \theta' + j_3 Pr Re (f \theta' - f' \theta) = 0 \quad (\text{II. 18})$$

Avec :

$$j_3 = \frac{\left((1 - \varphi) + \varphi \frac{c p_s}{c p_f} \right)}{k_{nf}/k_f (1 - \varphi)^{2.5}} \left(\left((1 - \varphi) + \varphi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) (1 - \varphi)^{2.5} \right)$$

Positionnement de problème et formulation mathématique Chapitre II

II.4.3.4 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont :

$$\eta = 1 \rightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \quad (\text{II. 19})$$

$$\eta \rightarrow \infty : f'(\infty) \rightarrow 1 \quad (\text{II. 20})$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta(\eta = 1) = 1 \\ \theta(\eta \rightarrow \infty) \rightarrow 0 \end{array} \right\} \quad (\text{II. 21})$$

On constate que nous avons un système de deux équations différentielles non linéaires (II. 15) et (II. 18), associées avec les conditions aux limites (II. 19 – II. 20) et (II. 21), celles-ci ne peuvent pas être résolues analytiquement, donc on doit adopter une approche numérique.

Pour les besoins ultérieures de cette étude nous définissons des grandeurs physiques suivantes, qui sont le coefficient de frottement C_f le Nusselt local Nu qui sont définis comme suit :

Le coefficient de frottement C_f :

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho_f \frac{w_\infty^2}{2}} \quad (\text{II. 22})$$

Sachant que :

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{4crz}{a^3} f'' \quad (\text{II. 23})$$

Avec : La contrainte de cisaillement à la surface qui est égale :

$$\tau_w = \mu_{nf} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)_{r=a} = \mu_{nf} \left(4 \frac{c}{a^2} z f'' \right) \quad (\text{II. 24})$$

$$C_f = \mu_{nf} \left(4 \frac{c}{a} z \frac{r}{a^2} f''(1) \right) \times \frac{2}{\rho_f \frac{w_\infty^2}{2}} \quad (\text{II. 25})$$

$$C_f = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \left(4 \frac{c}{a^2} z f''(1) \right) \frac{2}{\rho_f w_\infty^2}$$

$$C_f = \frac{\mu_f}{\rho_f} \left(\frac{1}{(1 - \varphi)^{2.5}} \left(4 \frac{c}{a^2} z f''(1) \right) \frac{2}{\frac{4c^2 z^2}{a^2}} \right)$$

Positionnement de problème et formulation mathématique Chapitre II

$$= \frac{2\nu_f a}{ca z} f''(1) \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}}$$

$$C_f = \frac{a}{zRe} f''(1) \left(\frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \right) \quad (\text{II. 26})$$

$$L_1 = \left(\frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \right) \quad (\text{II. 27})$$

Donc :

$$C_f = \frac{a}{zRe} f''(1) L_1 \quad (\text{II. 28})$$

Le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{aq_w}{k_f(T_w - T_\infty)} \quad (\text{II. 29})$$

Le flux de chaleur à la surface : $q_w = -k_{nf} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a}$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a} = \frac{2\Delta T z \theta'}{a^2} \quad (\text{II. 30})$$

$$Nu = \frac{-ak_{nf} \frac{2\Delta T z \theta'}{a^2}}{k_f(T_w - T_\infty)}$$

$$\frac{\Delta T z}{a} = T_w - T_\infty$$

Donc :

$$Nu = -2 \frac{k_{nf}}{k_f} \theta'(1) \quad (\text{II. 31})$$

II.5 Conclusion

Une fois les équations régissant le problème posé avec les conditions aux limites, et mises sous formes adimensionnelles, ne peuvent prétendre à une résolution analytique, on va

Positionnement de problème et formulation mathématique Chapitre II

utiliser la méthode de Runge kutta et la méthode de tir. La définition de la méthode de Runge kutta et la méthode de tir fera l'objet du prochaine chapitre.

3 Méthodes de résolution

III.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent le système d'équation ainsi que les conditions aux limites, dans ce cadre, on s'intéressera à la résolution des systèmes d'équations différentielles, ces équations ne possède pas des solutions analytiques, Dans le cas générale, les descriptions mathématique sont de moyens pour trouver des solutions approximatives aux solutions exactes.

Dans la première étape on va remplacer ces équations différentielles par des équations algébriques plus faciles à résoudre.

Dans la seconde étape on commencera par la transformation des conditions aux limites en conditions initiales pour cela, il s'agit en particulier de l'utilisation de la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre largement connue. Cette méthode impérative est bien adaptée à notre cas. En parallèle à cette méthode nous utiliserons la méthode du tir nécessaire, pour faire démarrer la méthode de Runge-Kutta.

III.2 Méthode d'Euler

Est une procédure numérique qui permet de résoudre de façon approximative des équations différentielles ordinaires du premier ordre avec une condition initiale. Elle a une bonne interprétation géométrique et son emploi est facile.

Rappelons que L'équations différentielle ordinaire, c'est un système d'équations dont les fonctions et leur dérivées dépend d'une seul variable et dite linéaire si elle est écrite sous forme des coefficients constants de dérivé consécutive des inconnus.

Elle s'écrit comme suit :

$$f' = F(z, f) \tag{III. 1}$$

Pour passer au domaine discret, il faut développer la série de Taylor de solution $f(z_{i+1})$ en voisinage de $z = z_i$, et l'arrête du développement à un ordre qui dépend de la précision souhaitée. Par exemple si on fait un développement d'ordre deux :

$$f(z_{i+1}) = f(z_i) + (z_{i+1} - z_i) \frac{df(z_i)}{dz} + \frac{(z_{i+1} - z_i)^2}{2} \frac{d^2f(z_i)}{dz^2} \quad (\text{III. 2})$$

Si $\Delta z = z_{i+1} - z_i$ donc :

$$f_{i+1} = f_i + \Delta z \left(\frac{df}{dz} \right)_i + \varepsilon(\Delta z^2) \quad (\text{III. 3})$$

$\varepsilon(\Delta z^2)$ L'erreur de troncature et bornée, équivalent à son forme :

$$f_{i+1} = f_i + \Delta z \left(\frac{df}{dz} \right)_i \quad (\text{III. 4})$$

Alors le schéma d'Euler, qui s'écrit sous la forme :

$$f_{i+1} = f_i + \Delta z F(f_i, z_i) \quad (\text{III. 5})$$

III.3 Méthode de Runge-Kutta

L'objectif est d'utiliser la méthode de Runge-Kutta, qui est stable et très conseillée pour ce genre de problème, elle nous permet d'atteindre des solutions approchantes avec des grandes précisions.

III.3.1 Méthode de Runge-Kutta d'ordre N

Ce sont des méthodes dérivées de la méthode d'Euler mais plus faciles et plus pratiques, parmi ses avantages est de ne pas avoir des conditions pour démarrer que connaître les conditions initiales, sont faciles à programmer et peu d'erreur et ses inconvénients est les consommations en temps de calcul, elles sont basées sur le schéma numérique suivant :

$$y_{i+1} = y_i + L(y_i, t_i, \Delta t) \Delta T \quad (\text{III. 6})$$

Sachant que L est la fonction incrémentaire qui s'écrit :

$$L = \sum_{i=1}^n s_i k_i \quad (\text{III. 7})$$

s_i : Sont des constantes.

k_i : sont définies comme suite :

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= f(y_i, t_i) \\ k_2 &= f(y_i + q_{1,1}k_1\Delta t, t_i + p_1\Delta t) \\ k_3 &= f(y_i + q_{2,1}k_1\Delta t + q_{2,2}k_2\Delta t, t_i + p_2\Delta t) \\ k_n &= f(y_i + q_{n-1,1}k_1\Delta t + q_{n-1,2}k_2\Delta t + \dots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}\Delta t, t_i + p_n\Delta t) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 8})$$

Avec (n) : L'ordre de la désiré de la méthode de Runge-kutta, s_i , p_i , $q_{i,k}$: Sont des constantes. Une fois que les constantes s_i , p_i , $q_{i,k}$ seront connues, l'ordre désiré n de la méthode de Runge-kutta sera déterminé.

III.3.2 Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4

La méthode de Runge-kutta (ou RK) est une méthode très couramment utilisée pour la résolution d'équation différentielles ordinaires, directement dérivée de la méthode d'Euler. Ces méthodes reposent sur le principe de l'itération c'est-à-dire qu'une première estimation de la solution est utilisée pour calculer une seconde estimation, plus précise, et ainsi de suite.

On part de la formule suivante :

$$f_{i+1} = f_i + \Delta z F(z_i, f_i) \quad (\text{III. 9})$$

$$\Delta z = z_{i+1} - z_i$$

La méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre produit quatre coefficients k_1, k_2, k_3, k_4 tel que :

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \Delta z * F(z_i, f_i) \\ k_2 &= \Delta z * F\left(z_i + \frac{\Delta z}{2}, f_i + \frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 &= \Delta z * F\left(z_i + \frac{\Delta z}{2}, f_i + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 &= \Delta z * F\left(z_i + \frac{\Delta z}{2}, f_i + \frac{k_3}{2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 10})$$

$$f_{i+1} = f_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + 0(\Delta z^5) \quad (\text{III. 11})$$

- k_1 est la pente au début de l'intervalle.
- k_2 est la pente au milieu de l'intervalle, en doit utiliser la pente k_1 pour calculer la valeur de f ou point $z_i + \Delta z/2$.
- k_3 est de nouveau la pente au milieu de l'intervalle, mais obtenue cette fois en utilisant la pente k_2 pour calculer f .

- k_4 est la pente à la fin de l'intervalle, avec la valeur de f calculée en utilisant k_3 .

III.4 Méthode de Tirs

C'est la méthode qui transforme le problème aux limites en un problème aux valeurs initiales, puisque y a des applications qui n'ont pas des conditions initiales mais plutôt des conditions aux limites. Elles sont basées sur quatre étapes successives suivantes :

- z_0 représente la condition initiale, par exemple comme une vitesse initiale.
- La résolution du problème aux conditions initiales utilisant l'un des méthodes précédente, tel que la méthode Runge-Kutta d'ordre quatre.
- Calculer la valeur de la condition aux limites.
- Si on ne trouve pas la valeur finale, on modifie la valeur initiale, puis on répète les étapes précédentes jusqu'au l'obtention de la valeur finale qu'on cherche.

On applique ces étapes sur cet exemple suivant :

$$\frac{d^2f}{dz^2} = F\left(z, f, \frac{df}{dz}\right), \quad z \in [U, b] \quad (\text{III. 12})$$

Ayant les conditions aux limites suivantes :

$$f(U) = c_1, \quad f(b) = c_2 \quad (\text{III. 13})$$

Nous pouvons encore approcher ce problème par le choix des contions initiales suivantes :

$$f(U) = c_1, \quad \frac{df}{dz}(U) = e_n \quad (\text{III. 14})$$

La constante e_n doit être déterminée de telle sorte que $f(b)$ soit égale à c_2 . Elle est généralement arbitraire qui toutefois vérifie le test de convergence :

$$|f(b, e_n) - c_2| \leq \varepsilon \quad (\text{III. 15})$$

Avec ε nombre réel infiniment petit.

Si le test de convergence n'est pas vérifié il va falloir corriger la valeur de e_n par le moyen d'une correction de type Newton, le processus itératif est ainsi pour suivi jusqu'à satisfaction du test de convergence. On présente dans ce qui suit le principe de correction de Newton :

A partir du développement limité à l'ordre 1 au voisinage de e_n :

$$f(b, e_{n+1}) = f(b, e_n) + (e_{n+1} - e_n) \frac{df}{de_n}(b, e_n) = c_2 \quad (\text{III. 16})$$

On déduit la formule de correction de Newton suivante :

$$e_{n+1} = e_n + \frac{c_2 - f(b, e_n)}{\frac{df}{de_n}(b, e_n)} \quad (\text{III. 17})$$

L'utilisation de la formule de correction(III. 17) nécessite la connaissance préalable de G , on résout alors le problème aux variations relatives a:

$$\frac{df}{de_n}(b, e_n) \quad (\text{III. 18})$$

Alors, on résout le problème aux variations mentionné ci-dessus, associée à l'équation (III. 12) Munie des conditions aux limites(III. 14).

Le problème se présente comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial e_n} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial}{\partial e_n} \left(F \left(z, f, \frac{\partial f}{\partial z} \right) \right), \quad z \in [\mathcal{U}, b] \quad (\text{III. 19})$$

D'où :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial f}{\partial e_n} \right) = F \left(z, f, \frac{\partial f}{\partial e_n} \right), \quad z \in [\mathcal{U}, b] \quad (\text{III. 20})$$

$$\frac{\partial f}{\partial e_n}(\mathcal{U}) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial f}{\partial e_n}(\mathcal{U}) \right) = 1 \quad (\text{III. 21})$$

L'équation (III. 20) munie des conditions aux limites (III. 21) est résolue par la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre.

III.5 Algorithme de résolution

L'exemple cité précédemment montre bien que le problème consiste à chercher la valeur appropriée de e_n , qui satisfait le problème original, l'algorithme est comme suit :

- On résout l'équation différentielle pour des conditions initiales quelconques $y(\mathcal{U}) = c_1$ et $y'(\mathcal{U}) = e_n$.

- On évalue pour $z = b$, la valeur $dey(b)$, puis on compare cette valeur à la valeur recherchée.
On ajuste la valeur de e_n jusqu'au niveau de précision désiré.
- Une fois que l'on obtient par itérations successives, la valeur cible avec la précision désirée, on affiche les conditions initiales trouvées.

III.6 Application de la méthode à la résolution de l'écoulement de base

Soit les équations de mouvement et d'énergie :

$$\eta f'''' + f'' + j_1 Re[1 + ff'' - f'^2] + j_2 \lambda \theta = 0 \quad (\text{III. 22})$$

$$j_3 RePr(f\theta' - f'\theta) + \eta\theta'' + \theta' = 0 \quad (\text{III. 23})$$

Avec les conditions aux limites :

$$f(1) = 0, \quad f'(1) = 0, \quad f'(\infty) \rightarrow 1 \quad (\text{III. 24})$$

$$\theta(1) = 1, \quad \theta(\infty) \rightarrow 0 \quad (\text{III. 25})$$

En va remplacer les conditions aux limites $f'(\infty) \rightarrow 1$, $\theta(\infty) \rightarrow 0$ par les conditions initiales $f''(1) = e_n$, $\theta'(1) = c_n$ on obtient alors un problème avec des conditions initiales :

$$f(1) = 0, \quad f'(1) = 0, \quad f''(1) = e_n \quad (\text{III. 26})$$

$$\theta(1) = 1, \quad \theta'(1) = c_n \quad (\text{III. 27})$$

Donc Le problème peut être résolu par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

$[e_n, c_n]$ Sont des constantes couramment arbitraires qui doivent souvent vérifier le test de convergence :

$$|f'(\infty, e_n, c_n) - 1| \leq \varepsilon \quad (\text{III. 28})$$

$$|\theta(\infty, c_n, e_n) - 0| \leq \varepsilon \quad (\text{III. 29})$$

Avec ε nombre réel infiniment petit.

Si le test de convergence n'est pas vérifié il va falloir corriger la valeur de e_n, c_n par le moyen d'une Correction de type Newton ; le processus itératif est ainsi pour suivi jusqu'à satisfaction du test de convergence. On présente dans ce qui suit le principe de la correction de newton :

A partir du développement limité (Taylor) à l'ordre 1 au voisinage de e_n, c_n :

$$f'(\infty, e_{n+1}, c_{n+1}) = f'(\infty, e_n, c_n) + (e_{n+1} - e_n) \frac{\partial f'}{\partial e_n} + (c_{n+1} - c_n) \frac{\partial f'}{\partial c_n} = 1 \quad (\text{III. 30})$$

$$\theta(\infty, c_{n+1}, e_{n+1}) = \theta(\infty, c_n, e_n) + (c_{n+1} - c_n) \frac{\partial \theta}{\partial c_n} + (e_{n+1} - e_n) \frac{\partial \theta}{\partial e_n} = 0 \quad (\text{III. 31})$$

On pose :

$$V' = \frac{\partial f'}{\partial e_n} \quad (\text{III. 32})$$

$$W' = \frac{\partial f'}{\partial c_n} \quad (\text{III. 33})$$

$$Z = \frac{\partial \theta}{\partial e_n} \quad (\text{III. 34})$$

$$X = \frac{\partial \theta}{\partial c_n} \quad (\text{III. 35})$$

En va remplacer les équations (III. 32 – III. 35) Dans les équations (III. 30 – III. 31), alors on aura :

$$f'(\infty, e_{n+1}, c_{n+1}) = f'(\infty, e_n, c_n) + (e_{n+1} - e_n)V' + (c_{n+1} - c_n)W' = 1 \quad (\text{III. 36})$$

$$\theta(\infty, c_{n+1}, e_{n+1}) = \theta(\infty, c_n, e_n) + (c_{n+1} - c_n)Z + (e_{n+1} - e_n)X = 0 \quad (\text{III. 37})$$

Après s'simplification on déduit la formule de correction de newton suivante :

$$e_{n+1} = e_n + \frac{X - (f'X + \theta W')}{(V'X - ZW')} \quad (\text{III. 38})$$

$$c_{n+1} = c_n + \frac{(f'Z + \theta V') - Z}{(V'X - ZW')} \quad (\text{III. 39})$$

L'application de la formule de correction(III. 38 – III. 39) exige la connaissance V', W', Z, X . Alors, on résout le problème aux variations mentionné ci-dessus, associée à l'équation(III. 22 – III. 23)munie des conditions aux limites(III. 24 – III. 25).

$$\begin{cases} \frac{\partial(\eta f''')}{\partial e_n} + \frac{\partial(f'')}{\partial e_n} + j_1 Re \left(1 + \frac{\partial(ff'')}{\partial e_n} - \frac{\partial(f'^2)}{\partial e_n} \right) + j_2 \frac{\partial\theta}{\partial e_n} = 0 \\ \eta \frac{\partial\theta''}{\partial c_n} + \frac{\partial\theta'}{\partial c_n} + j_1 RePr \left(\frac{\partial(f'\theta)}{\partial c_n} - \frac{\partial(f\theta')}{\partial c_n} \right) = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 40})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial(\eta f''')}{\partial c_n} + \frac{\partial(f'')}{\partial c_n} + j_1 Re \left(1 + \frac{\partial(ff'')}{\partial c_n} - \frac{\partial(f'^2)}{\partial c_n} \right) + j_2 \frac{\partial\theta}{\partial c_n} = 0 \\ \eta \frac{\partial\theta''}{\partial e_n} + \frac{\partial\theta'}{\partial e_n} + j_1 RePr \left(\frac{\partial(f'\theta)}{\partial e_n} - \frac{\partial(f\theta')}{\partial e_n} \right) = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 41})$$

$$\begin{cases} \eta V'''' + V'' + j_1 Re(V''f + f''V - 2V'f') + j_2 \lambda Z = 0 \\ \eta W'''' + W'' + j_1 Re(W''f + f''W - 2W'f') + j_2 \lambda X = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 42})$$

$$\begin{cases} j_3 Pr Re(W'\theta + Xf' - (W\theta' + X'f)) + \eta X'' + X' = 0 \\ j_3 Pr Re(V'\theta + Zf' - (V\theta' + Z'f)) + \eta Z'' + Z' = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 43})$$

Avec les conditions aux limites :

$$V(1) = 0, V'(1) = 0, V''(1) = 1 \quad (\text{III. 44})$$

$$W(1) = 0, W'(1) = 0, W''(1) = 0 \quad (\text{III. 45})$$

$$Z(1) = 0, Z'(1) = 0 \quad (\text{III. 46})$$

$$X(1) = 0, X'(1) = 1 \quad (\text{III. 47})$$

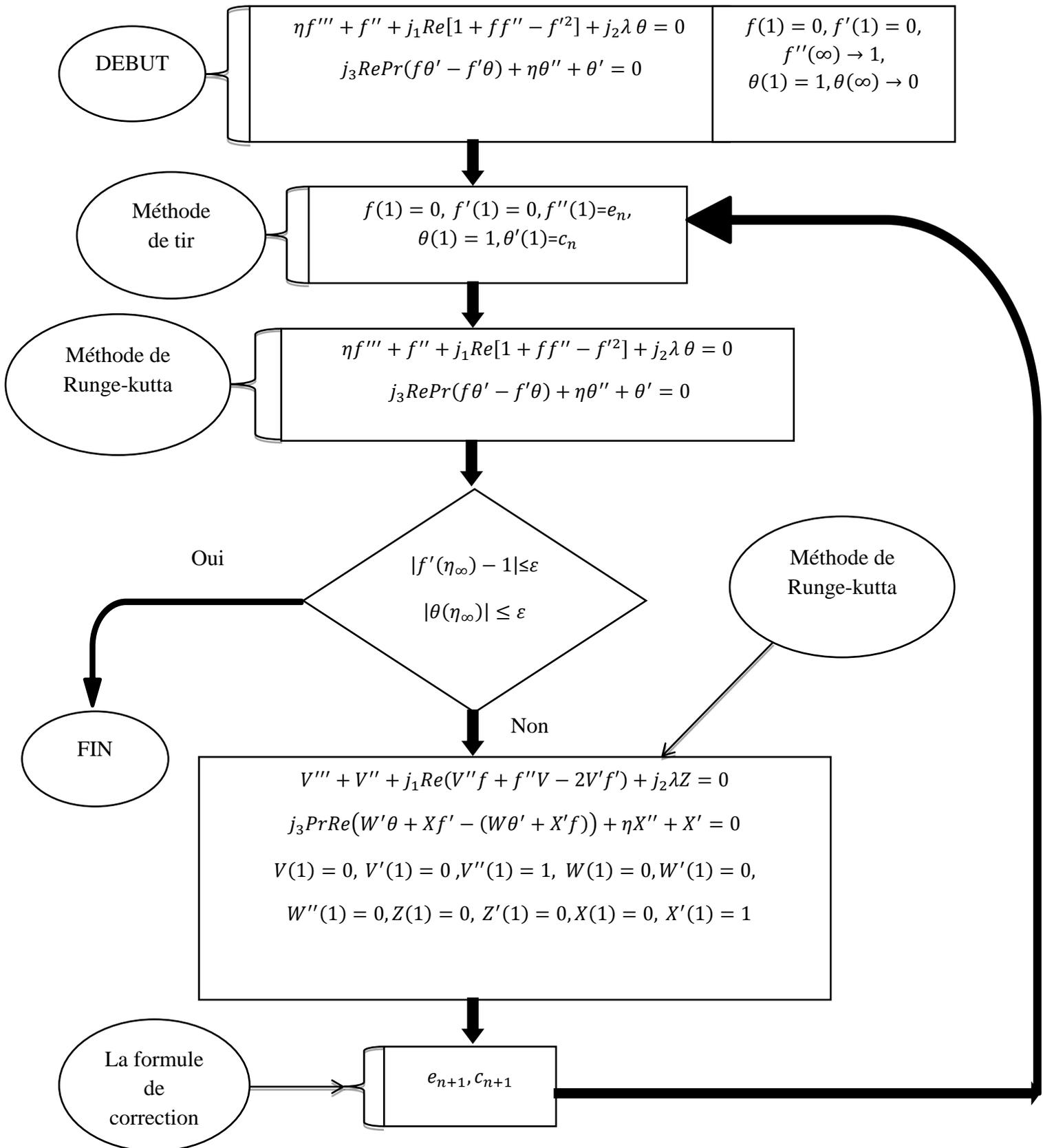


Figure III.1: Organigramme suivi pour écrire le programme MATLAB de la méthode numérique.

III.7 Conclusion

A travers ce chapitre nous avons exposé la méthode de Range-Kutta d'ordre quatre pour la résolution des équations qui régissent notre problème, ainsi que l'algorithme de résolution sous MATLAB qui concerne la méthode de Range-kutta associée à la technique de tir. La présentation des résultats fera l'objet de prochain chapitre.

4 Résultats et Discussion

IV.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats obtenus, en ce qui concerne la résolution numérique du système d'équation différentielle qui gère le problème étudié. Citons que le problème étudié est un jet axisymétrique de nanofluide impactant sur un cylindre vertical. Dans cette étude nous avons exploité les équations de Navier-stokes et de l'énergie au voisinage de la paroi pour mettre en claire le développement de la couche limite. Pour bien comprendre le comportement des nanofluides nous avons considéré trois déférentes types de nanoparticules [cuivre (*Cu*), l'argent (*Ag*), l'alumine(*Al₂O₃*)] avec l'eau comme un fluide de base. Les propriétés des nanoparticules est de fluide de base sont indiqués dans le tableau(IV. 1). Le nombre de Prandtl de fluide de base (eau) est fixé à $Pr = 6,2$.

Tableau IV.1: Propriétés thermo-physiques du fluide de base et les nanoparticules[37].

Propriétés physique	Eau	<i>Cu</i>	<i>Al₂O₃</i>	<i>Ag</i>
$Cp(J. Kg^{-1}. K^{-1})$	4179	385	765	235
$\rho(Kg/m^3)$	997.1	8933	3970	10500
$k (w/(m. K))$	0.613	401	40	429
$\beta \times 10^{-5}(K^{-1})$	21	1.67	0.85	1.89

IV.2 Formulation des équations du problème étudié

Les équations gouvernantes sont connues, et ont été présentées dans le chapitre précédent, le système d'équations différentielles ordinaire obtenu est :

$$\eta f''' + f'' + j_1 Re[1 + ff'' - f'^2] + j_2 \lambda \theta = 0$$

$$j_3 Re Pr (f\theta' - f'\theta) + \eta\theta'' + \theta = 0$$

Les conditions aux limites sont :

$$\eta = 1, f(1) = 0, f'(1) = 0, \theta(1) = 1$$

$$\eta \rightarrow \infty, f'(\infty) \rightarrow 1, \theta(\infty) \rightarrow 0$$

IV.3 Validations des résultats

Pour donner une crédibilité à nos résultats numériques nous avons fait une comparaison des résultats par nos simulations numériques avec ceux disponibles dans la littérature.

On va valider notre simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux de I. A. Hassanien et al.[17] concernant un jet de nanofluide impactant sur un cylindre. Nous avons comparé les valeurs $f'(1)$ de nos simulation et celles de Hassanien et all pour différents nombres de Reynolds. Les résultats sont présentés dans le tableau(IV. 2).

Tableau IV.2: Variation de $f'(1)$ en fonction de nombre de Reynolds, comparaison de nos résultats et celles de référence [17].

Re	$f'(1)$ Nos résultats	$f'(1)$ Référence[17]	Différence
$Re = 0.1$	0.6187	0.615000	0.0037
$Re = 0.2$	0.7886	0.786221	0.00238
$Re = 1$	1.4885	1.484180	0.00432
$Re = 10$	4.1739	4.162920	0.0047

Après consultation du tableau (IV. 2), on peut dire qu'il ya un bon accord qualitative et quantitatif avec les résultats de la référence [17]. On constate que les valeurs de $f'(1)$ obtenus est un peu plus grand par rapport aux valeurs obtenus par HASSANIEN et al. [17].

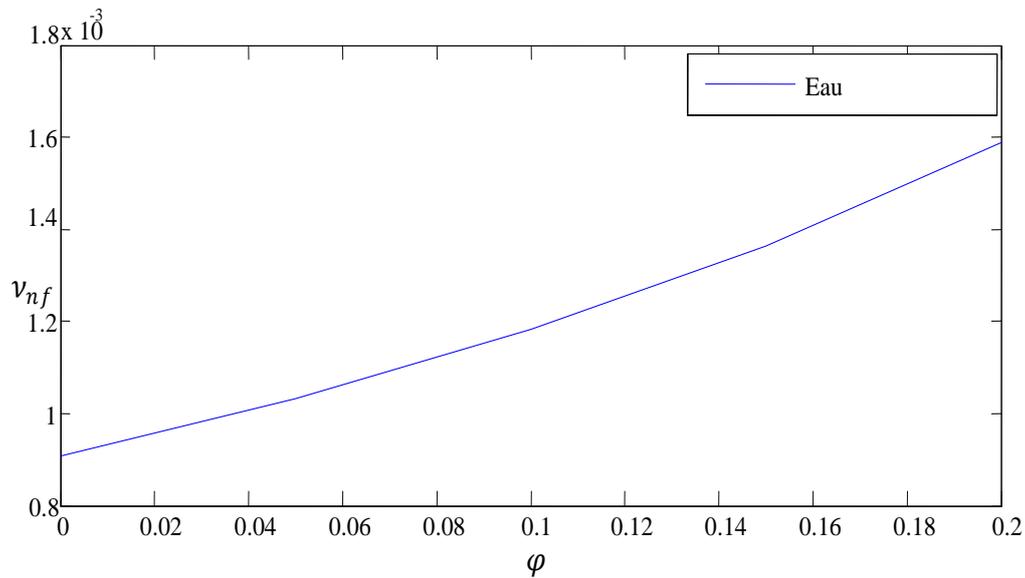


Figure IV.1: Variation de la viscosité en fonction de la fraction volumique pour trois différents types de nanoparticules.

La figure(IV.1) représente la variation de la viscosité dynamique en fonction de la fraction volumique pour trois différents types de nanoparticules. A partir de cette figure, on à constater que la viscosité augment avec l’augmentation de la fraction volumique. Ainsi on remarque que le comportement des nanoparticules est le même (ils ont le même profil).

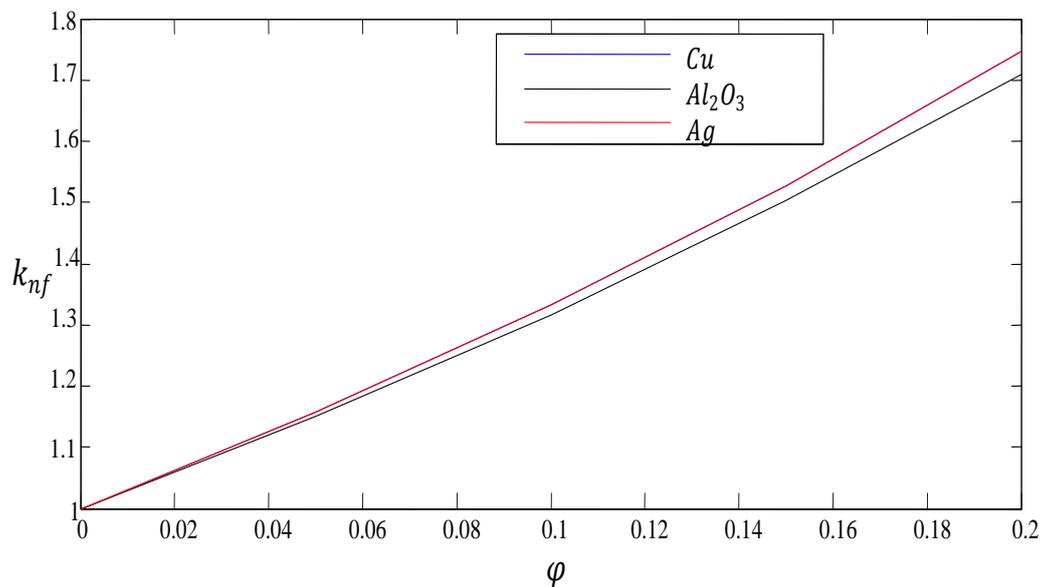


Figure IV.2: Variation de la conductivité thermique en fonction de la fraction volumique pour trois différents types de nanoparticule.

La figure (IV.2) représente la variation de la conductivité thermique en fonction de la fraction volumique pour trois différents types de nanoparticules. D'après cette figure on a constaté que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la fraction volumique. En plus on remarque que, la conductivité thermique de cuivre (Cu) et de l'argent (Ag) est plus élevée à celle de l'alumine (Al_2O_3).

IV .4 Champ dynamique

Cette partie concerne seulement les résultats obtenus lors de la résolution des équations du mouvement mentionnée précédemment. Ces équations montrent que le champ dynamique dépend de nombre de Reynolds Re et le paramètre de flottabilité λ ainsi que la fraction volumique.

Les champs dynamiques présentés par les fonctions f , f' , f'' permettent le calcul de toutes les caractéristiques de la couche limite dynamique. Les fonctions f et f' désignant respectivement les vitesses radiale et axiale qui sont représentée sur les figures (IV.3) et (IV.7).

En examinant la figure (IV.3) donnant le profil de vitesse radial en fonction de la variable adimensionnel (η). On remarque qu'il y a une variation linéaire de la vitesse radiale.

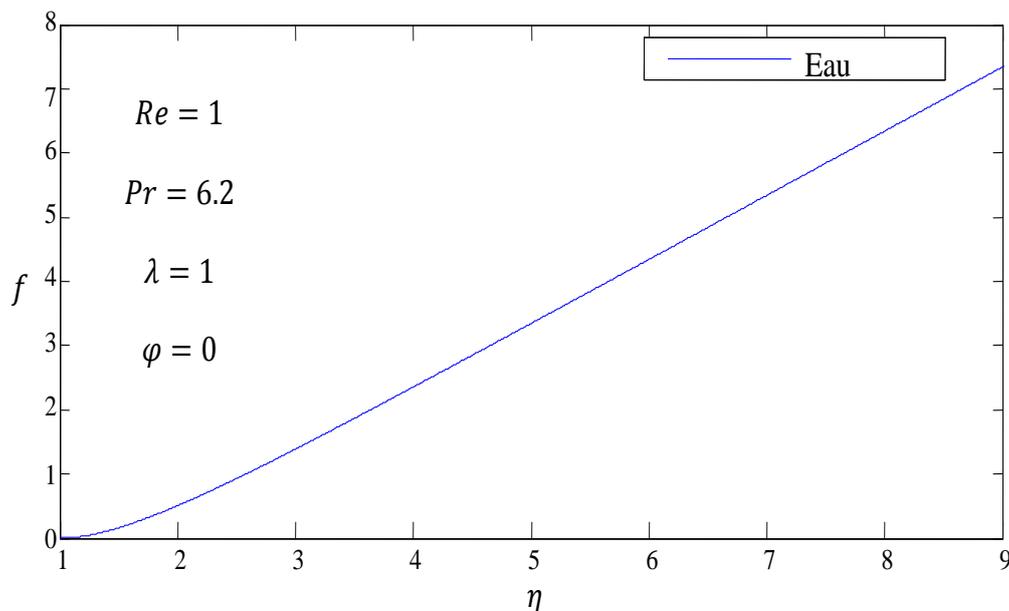


Figure IV.3: Evolution de profil de vitesse radiale.

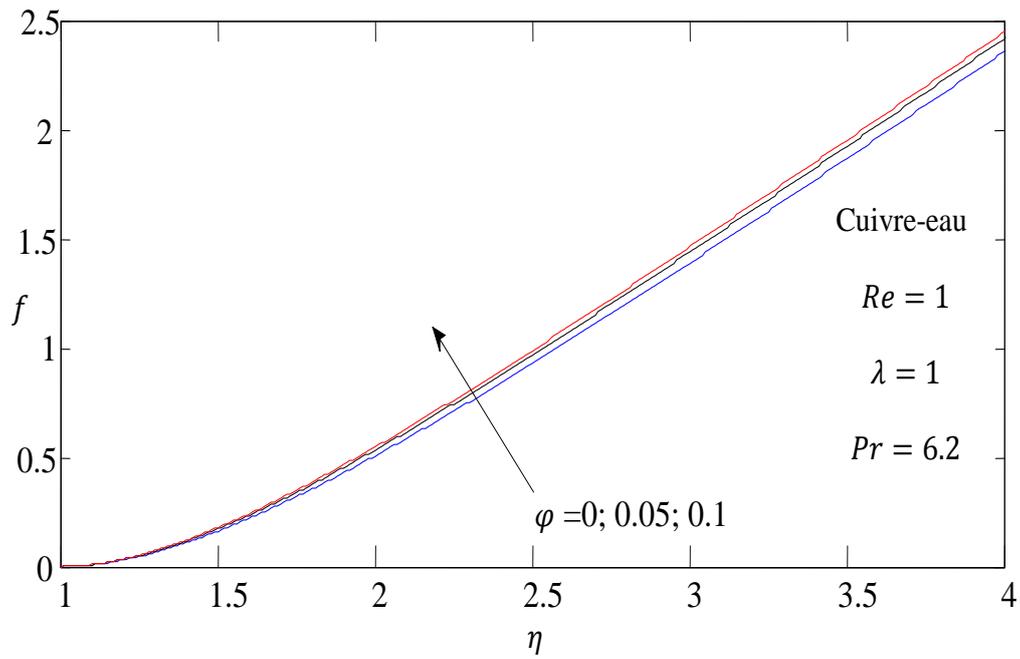


Figure IV.4: Effet de la fraction volumique sur le profil de f .

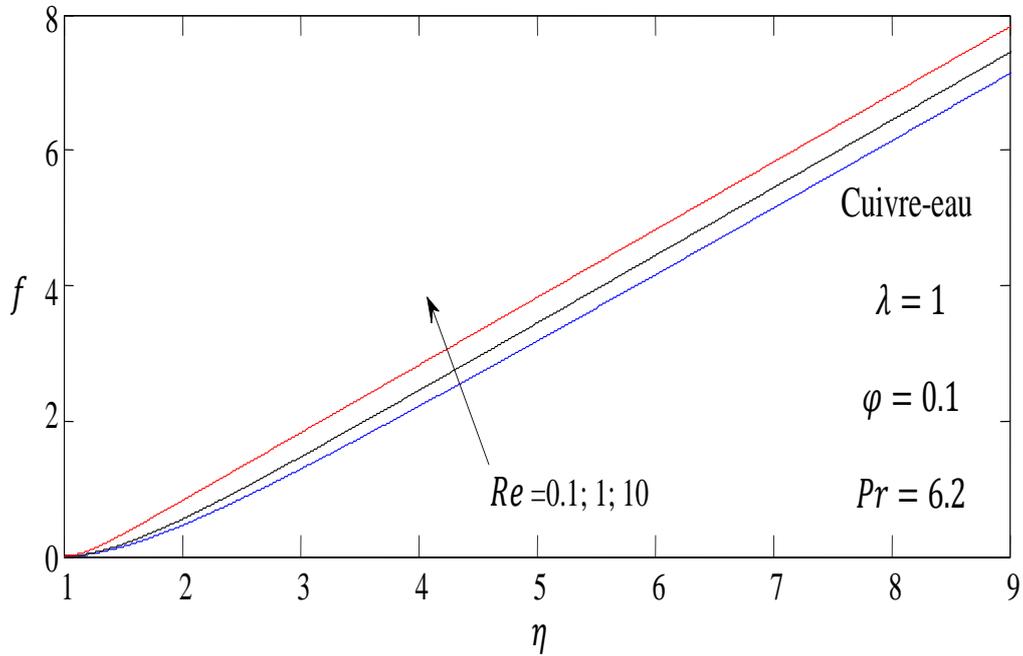


Figure IV.5: Effet du nombre de Reynolds sur le profil de f .

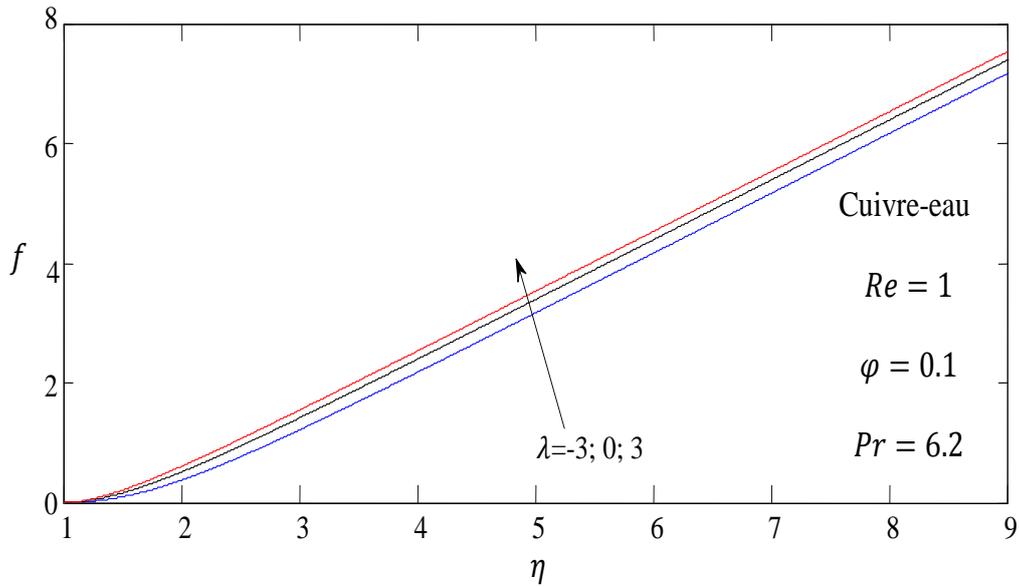


Figure IV.6: Effet du paramètre de flottabilité sur le profil de f .

La variation du profil f en fonction de la variable adimensionnel (η) pour différentes valeurs de la fraction volumique, le nombre de Reynolds, le paramètre de flottabilité λ sont illustrées sur les figures (IV.4 – IV.6). A partir de ces figures, nous observons que f augmente avec l’augmentation de la fraction volumique et du nombre de Reynolds ce qui est conséquence du fait que les forces d’inertie dynamique surmontent les forces de viscosité ajoutons à cela que l’augmentation du paramètre de flottabilité fait augmentait le profil f .

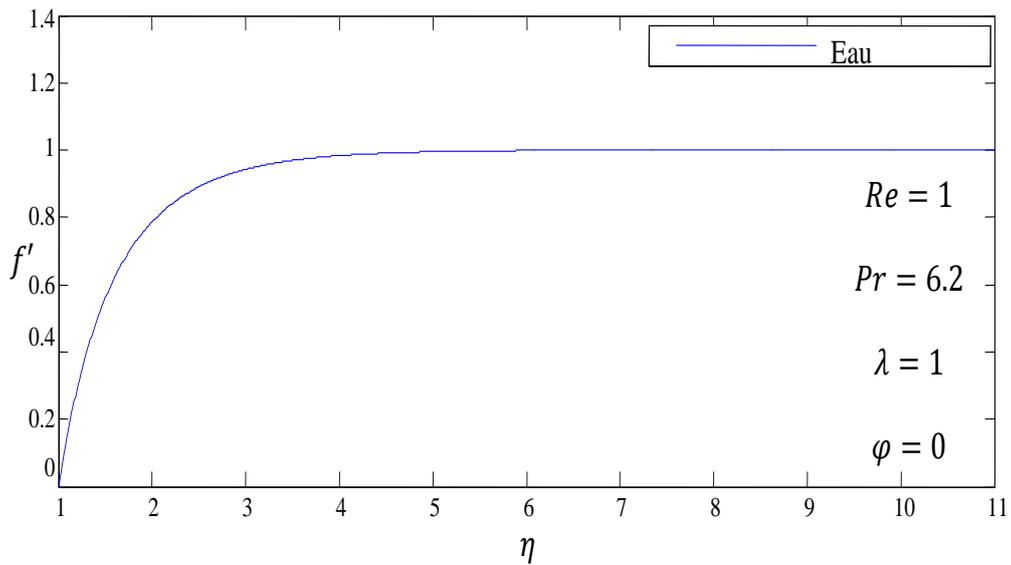


Figure IV.7: Evolution du profil de vitesse axiale.

En consultant la Figure (IV.7) qui présente la variation de profil de vitesse f' en fonction de la variable adimensionnel (η) pour un fluide conventionnel (eau), qui n'est autre que la vitesse axial sans dimension (w/w_∞). On remarque que pour la valeur ($f' = 1$) est une asymptote horizontale, ce qui permet de dire qu'on est en présence d'un écoulement de couche limite.

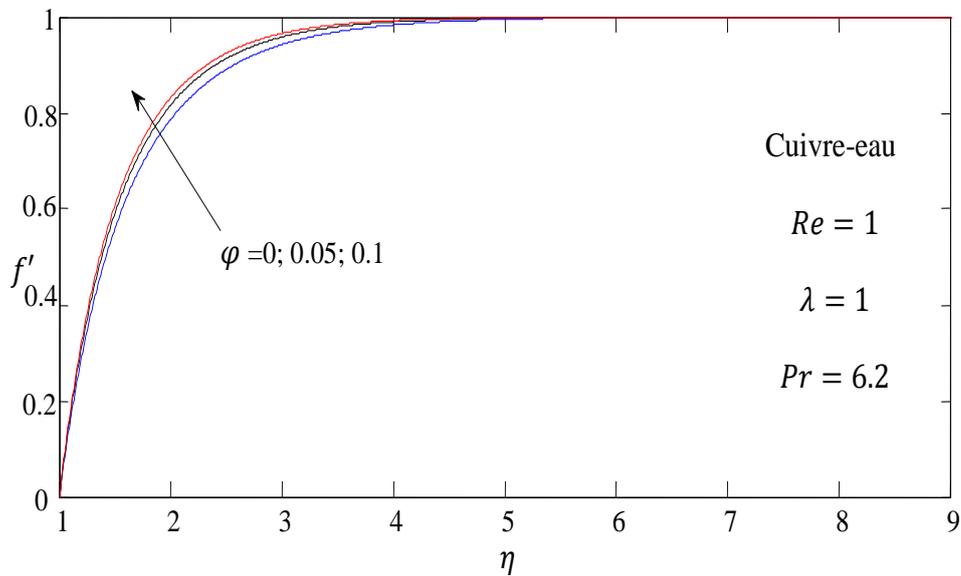
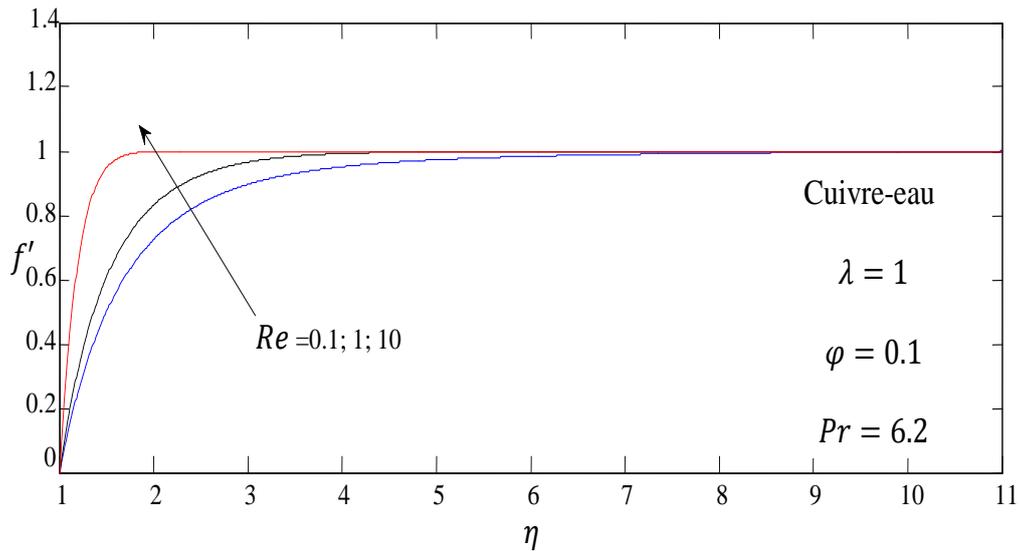


Figure IV. 8: Effet de la fraction volumique sur le profil de vitesse f' .

La variation de profil de vitesse f' en fonction de la variable adimensionnel (η) pour différentes valeurs de la fraction volumique $\varphi = 0 ; \varphi = 0.05 ; \varphi = 0.2$, tout en fixant le nombre de Reynolds $Re = 1$ et le paramètre de flottabilité $\lambda = 1$ est représenté sur la figure (IV.8). On remarque que l'augmentation de la fraction volumique fait augmenter le profil de vitesse f' ce qui permet de conclure que la fraction volumique accélère l'écoulement.



FigureIV.9: Effet du nombre de Reynolds sur le profil de vitesse f' .

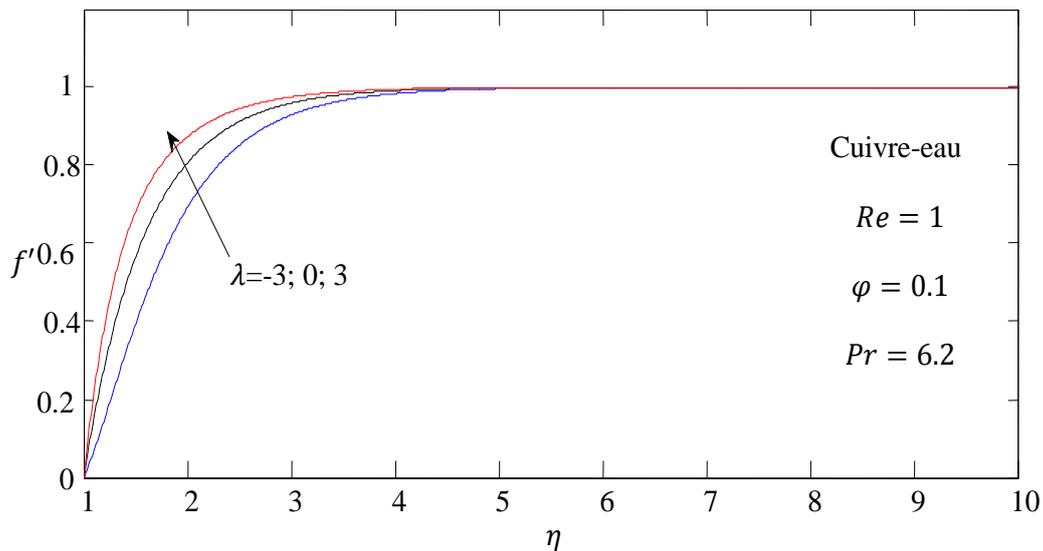


Figure IV.10: Effet du paramètre de flottabilité sur le profil de vitesse f' .

La variation de profile de vitesse f' en fonction de la variable adimensionnel (η) pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et du paramètre de flottabilité sont illustrées sur les figures(IV. 9 – IV. 10). Il est intéressant de noter que le nombre de Reynolds indique la signification relative de l'effet d'inertie par rapport à l'effet visqueux. A partir de ces figures on remarque que l'augmentation de nombre de Reynolds conduit à la diminution de l'épaisseur de la couche limite. On constate aussi que ce dernier, fait accélérer l'écoulement. Ajoutons à cela, que l'augmentation du paramètre de flottabilité conduit à une diminution de l'épaisseur de couche limite due à une accélération de l'écoulement.

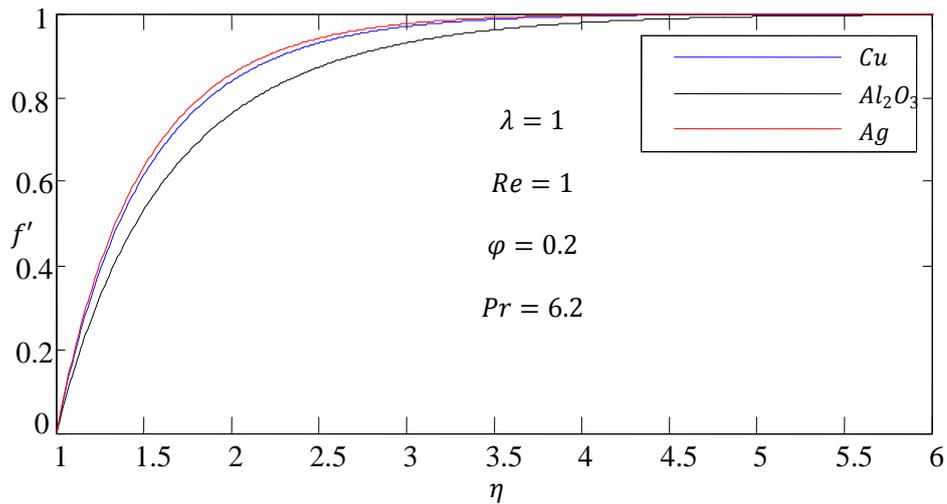


Figure IV.11: Le profil de la vitesse f' en fonction de la variable adimensionnel η pour trois types de nanoparticules.

La figure (IV. 11)présente la variation du profil de vitesse f' en fonction de la variable adimensionnelle (η)pour différentes types de nanoparticules (Cu ; Al_2O_3 ; Ag) en délimitant la fraction volumique $\varphi = 0.1$, le nombre de Reynolds $Re = 1$, le parametre de flottabilité $\lambda = 1$.On remarque que la presence de nanoparticules dans le fluide conventionnel (eau) augmente le profil de vitesse f' . En autre, on remarque que les nanoparticules en argent Ag et en cuivre Cu provoquent la réduction de l'épaisseur de la couche limite par rapport à celui de l'alumine Al_2O_3 et tous ca est a cause des propriétés physique des nanoparticules. Ajouton à ça que les conditions aux limites sont vérifiées.

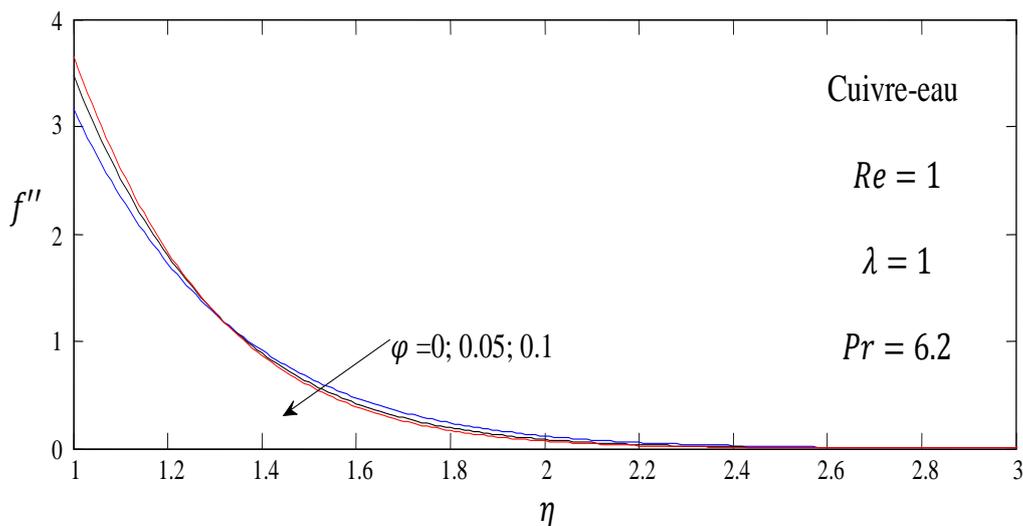


Figure IV.12: Effet de la fraction volumique sur le profil de f'' .

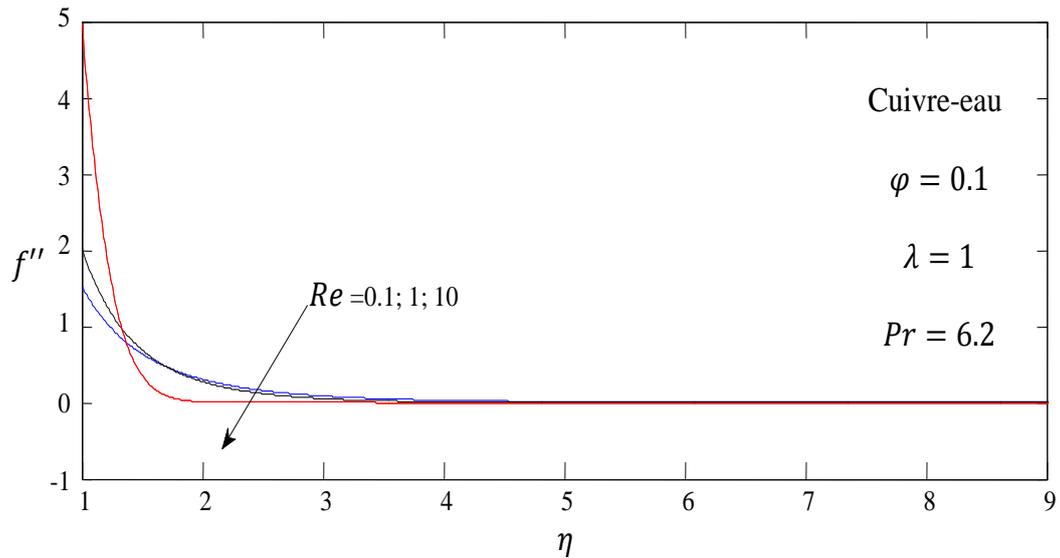


Figure IV.13: Effet du nombre de Reynolds sur le profil de f'' .

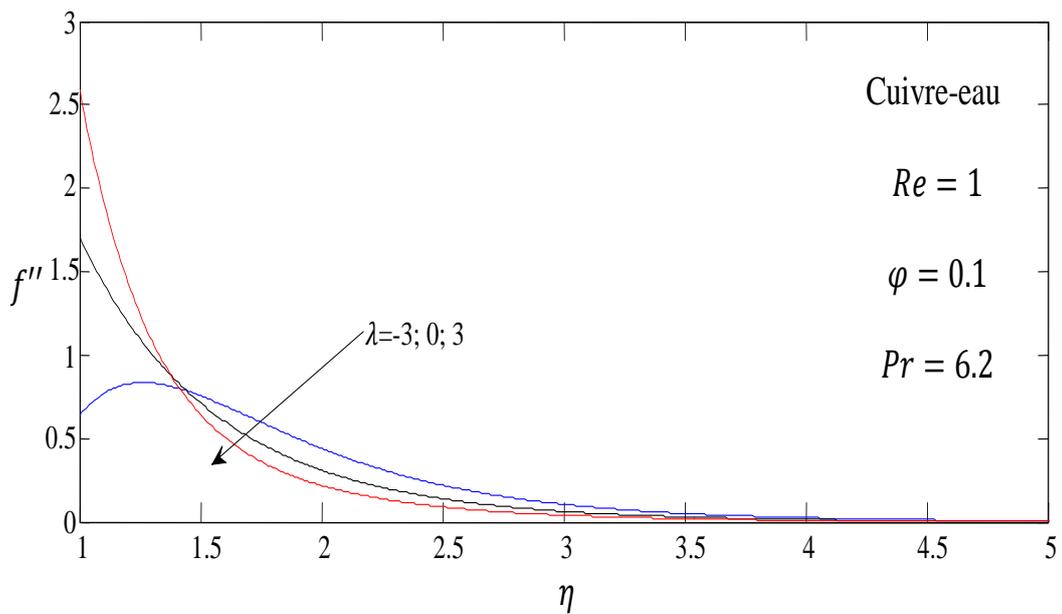


Figure IV.14: Effet du paramètre de flottabilité sur le profil de f'' .

La variation du profil de f'' en fonction de la variable adimensionnel (η) pour différentes valeurs de la fraction volumique, le nombre de Reynolds, et le paramètre de flottabilité sont représentés sur les figures(IV. 12 – IV. 14). A partir de ces figures, on observe que le profil de f'' augmente avec l'augmentation de la fraction volumique et cela pour des petites valeurs de la variable η , mais par contre pour des grandes valeurs de la variable η on remarque l'effet inverse. Plus à cela on remarque que le profil de f'' augmente avec la

diminution de l'épaisseur au voisinage de la paroi, mais par contre, loin de la paroi on remarque l'effet inverse.

IV.5 Champ thermique

Cette partie concerne seulement les résultats obtenus lors de la résolution de l'équation d'énergie mentionnée précédemment. En analysant cette équation on constate qu'elle dépend de nombre de Prandtl, de nombre de Reynolds ainsi que la fraction volumique et de la conductivité thermique.

Les champs thermique sont représentées par la fonction $\theta(\eta)$ permet le calcul de toutes les caractéristiques de la couche limite thermique.

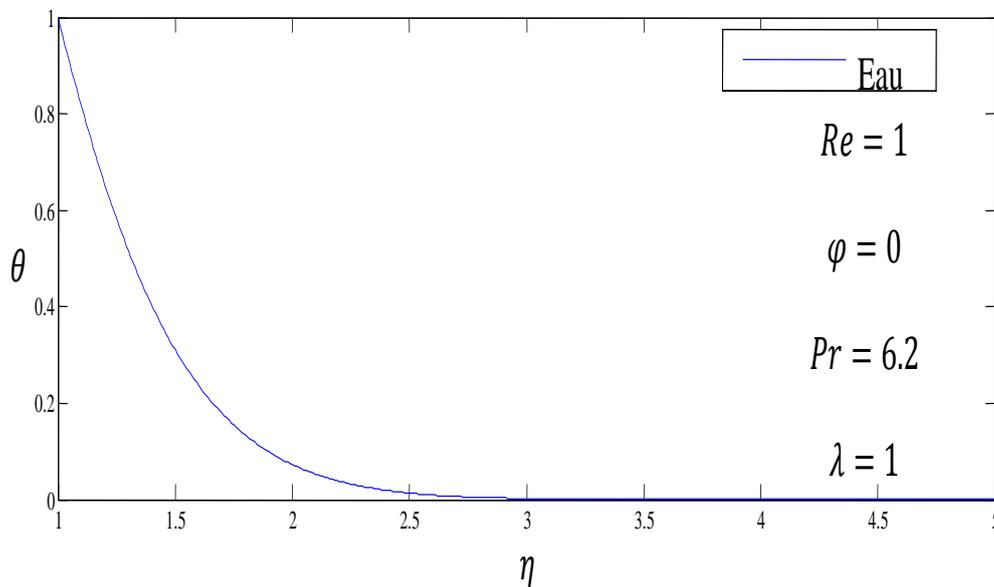


Figure IV.15: Evolution du profil de la température adimensionnelle θ .

La figure(IV.15) représente la variation du profil de température en fonction de la variable adimensionnel (η) pour un fluide conventionnel (eau). On observe que la température adimensionnelle θ diminue avec l'augmentation de la variable adimensionnel (η) ce qui permet de dire quand $\eta = 1$ (à la paroi) $\theta = 1$, alors $T = T_w$, et quand $\eta \rightarrow \infty$ (loin de la paroi), $\theta = 0$ alors $T = T_\infty$.

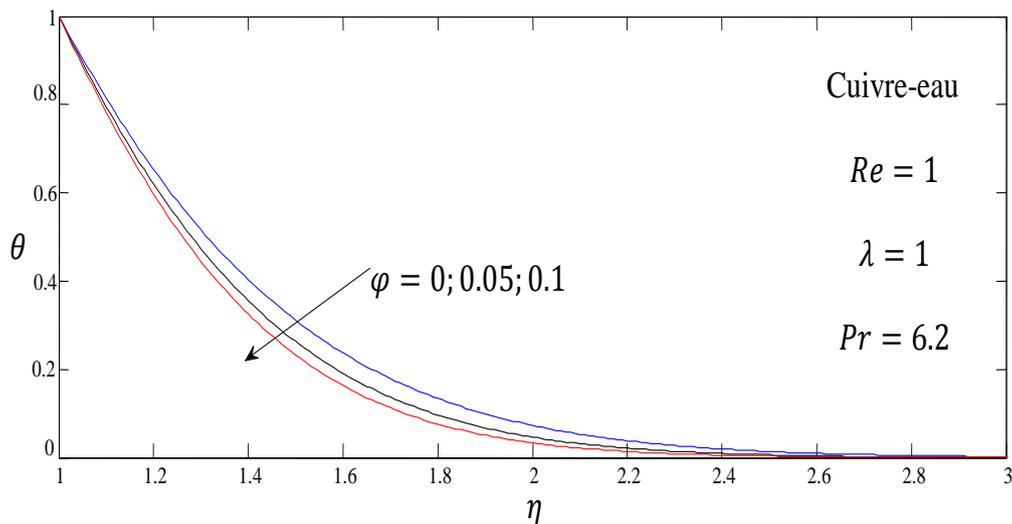


Figure IV.16: Evolution de la température adimensionnelle pour différentes valeurs de la fraction volumique.

En consultant la figure(IV. 16)qui présente l'évolution de la température adimensionnelle θ en fonction de la variable adimensionnel(η)pour différentes valeur de la fraction volumique $\varphi = 0 ; \varphi = 0.05 ; \varphi = 0.1$, tout en délimitant le nombre de Reynolds $Re = 1$ et le paramètre de flottabilité $\lambda = 1$. On remarque que l'augmentation de la fraction volumique diminue le profil de température θ . On remarque aussi que la diminution de l'épaisseur de la couche limite fait diminuer le profil de température.

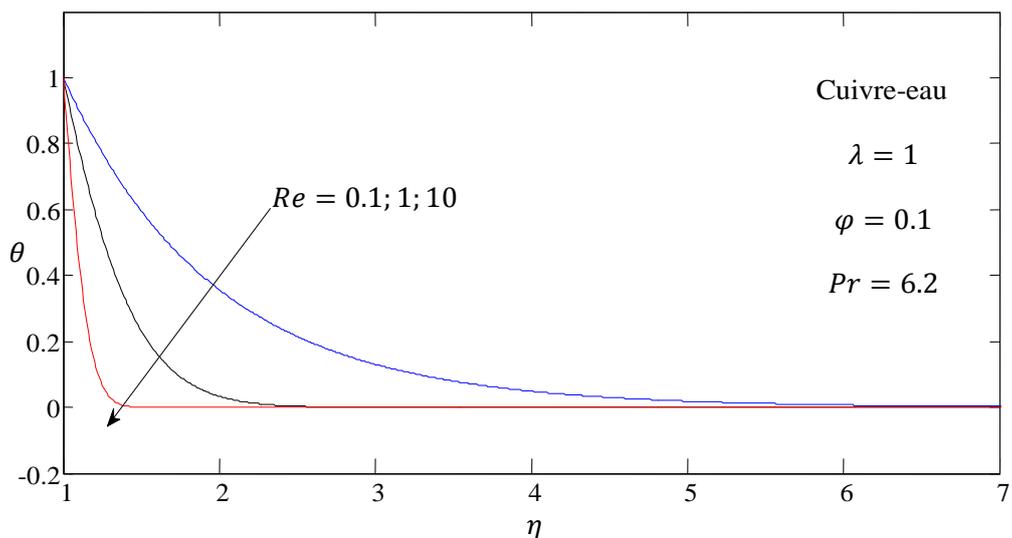


Figure IV.17: Evolution de la température adimensionnelle pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

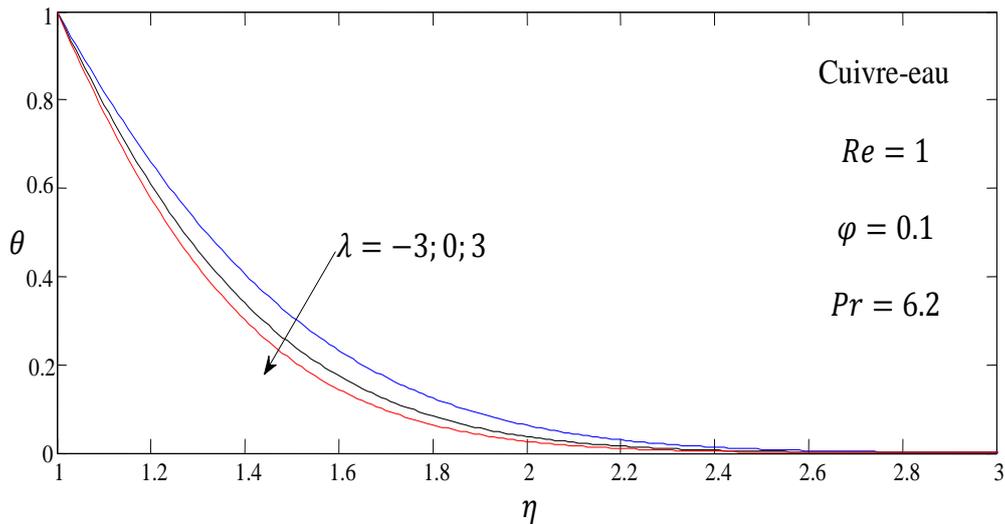


Figure IV.18: Evolution de la température adimensionnelle pour différentes valeurs du paramètre de flottabilité λ .

L'évolution de la température adimensionnelle θ en fonction de la variable adimensionnel (η) pour différentes valeurs de nombre de Reynolds, le paramètre de flottabilité, tout en fixant la fraction volumique $\varphi = 0.1$ et le nombre de Prandtl $Pr = 6.2$, sont illustrées sur les figures (4.17 – 4.18). D'après ces figures on remarque que la viscosité joue un rôle important dans la diminution de profil de température θ (lorsque la viscosité augmente, le profil de température diminue). En plus de ça on remarque que le profil de température θ diminue avec la diminution de l'épaisseur de la couche limite. Ajouton à cela que les conditions aux limites sont vérifiées $\begin{cases} \theta(\eta) = 1 \leftrightarrow (T = T_w) \text{ à la paroi.} \\ \theta(\eta) = 0 \leftrightarrow (T = T_\infty) \text{ loin de la paroi.} \end{cases}$

La variation du profil de température adimensionnelle θ en fonction de la variable adimensionnel (η) pour différents types de nanoparticules (cuivre (Cu), l'alumine (Al_2O_3), argent (Ag)) en délimitant le nombre de Reynolds $Re = 1$, la fraction volumique $\varphi = 0.1$, et le paramètre de flottabilité $\lambda = 1$, sont illustrées sur la figure (IV. 19). A partir de ces figures nous observons que la présence des nanoparticules dans le fluide de base (eau) font augmente le profil de la température θ . En autre, on remarque que les nanoparticules en argent Ag et en cuivre Cu provoquent la réduction de l'épaisseur de la couche limite par rapport à celui de l'alumine Al_2O_3 , en raison des propriétés physique des nanoparticules. Ajouton à ca que les conditions aux limites sont vérifiées $\begin{cases} \theta(\eta) = 1 \leftrightarrow (T = T_w) \text{ à la paroi.} \\ \theta(\eta) = 0 \leftrightarrow (T = T_\infty) \text{ loin de la paroi.} \end{cases}$

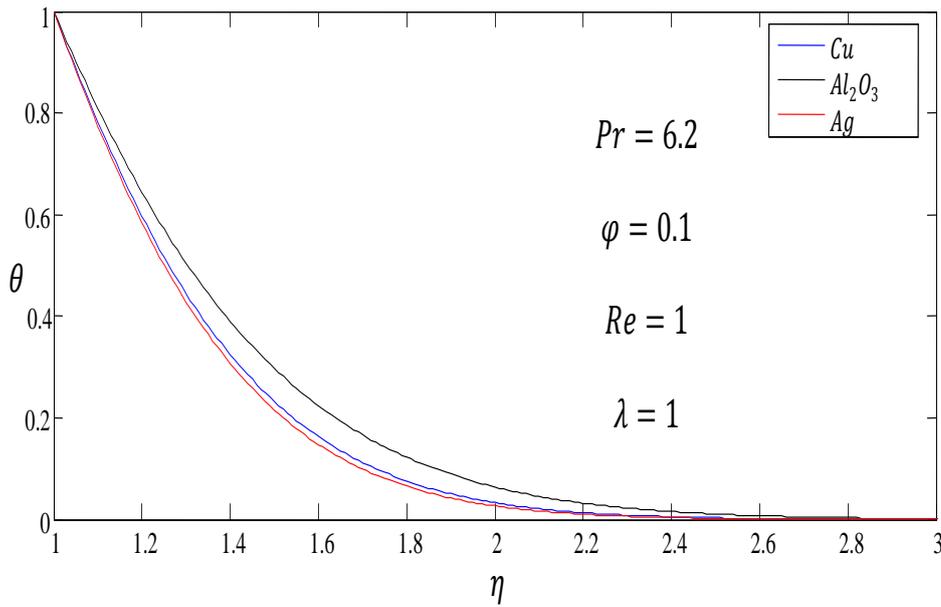


Figure IV.19: Le profil de la température en fonction de la variable adimensionnelle η pour trois types de nanoparticules.

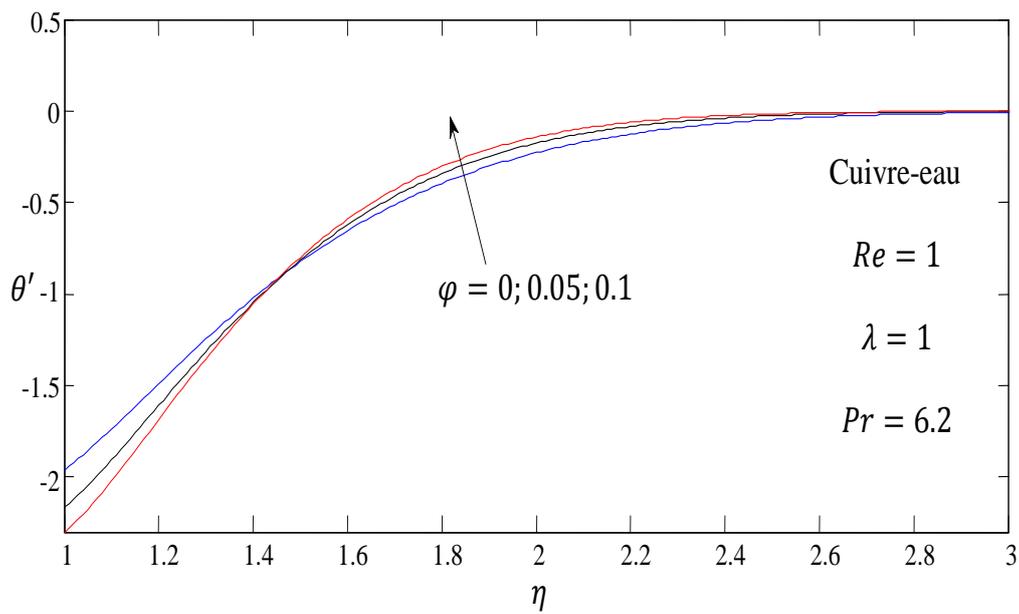


Figure IV.20: Evolution du gradient de température θ' pour différentes valeurs de la fraction volumique.

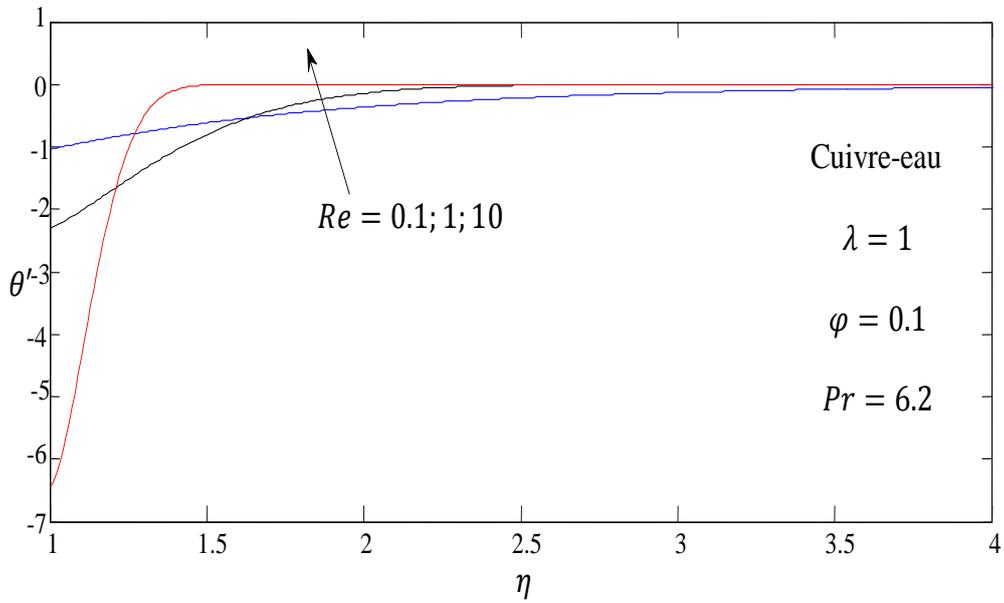


Figure IV.21: Evolution du gradient de température θ' pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

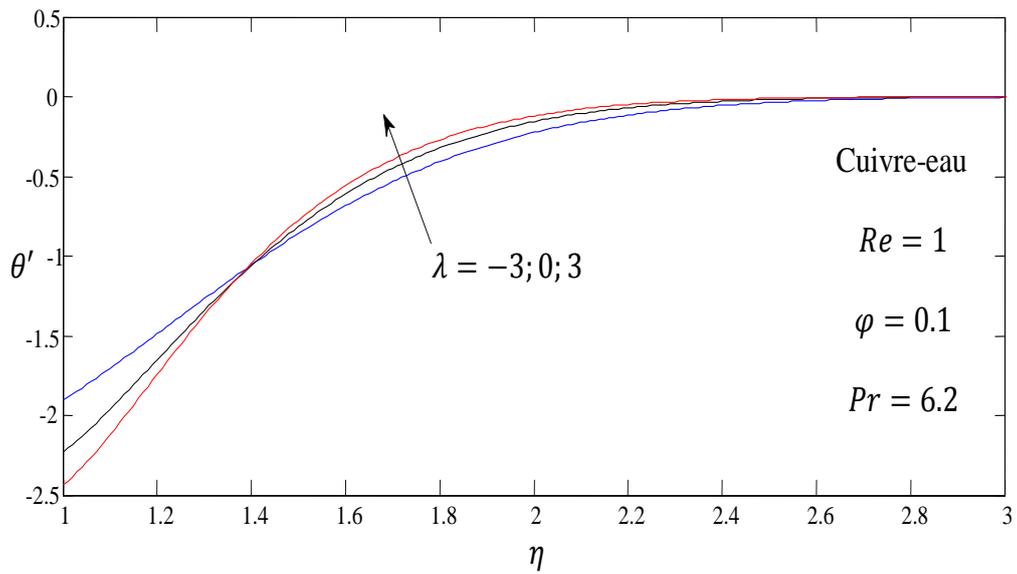


Figure IV.22 : Evolution du gradient de température θ' pour différentes valeurs du paramètre de flottabilité λ .

L'évolution du gradient de température θ' en fonction de la variable adimensionnel (η) pour différentes valeurs de la fraction volumique ϕ , et du nombre de Reynolds Re , ainsi que le paramètre de flottabilité λ sont illustrées sur les figures (IV.20 – IV.22). A partir de ces figures on observe que le gradient de température θ' diminue avec l'augmentation de la

fraction volumique et cela pour des petites valeurs de la variable η , mais par contre pour des grandes valeurs de la variable adimensionnel (η) on remarque l'effet inverse. En plus de ca on remarque que le gradient de température θ' augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et de paramètre de flottabilité et cela au voisinage de la paroi, mais par contre loin de la paroi on remarque l'effet inverse.

IV.6 Effet de nanoparticules sur le transfert de chaleur

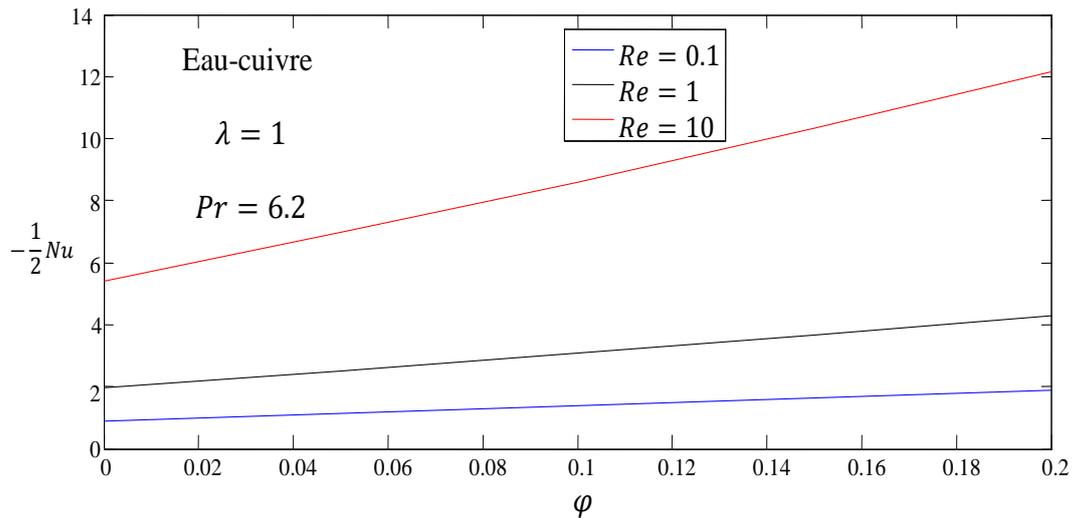


Figure IV.23 : Nusselt locale en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

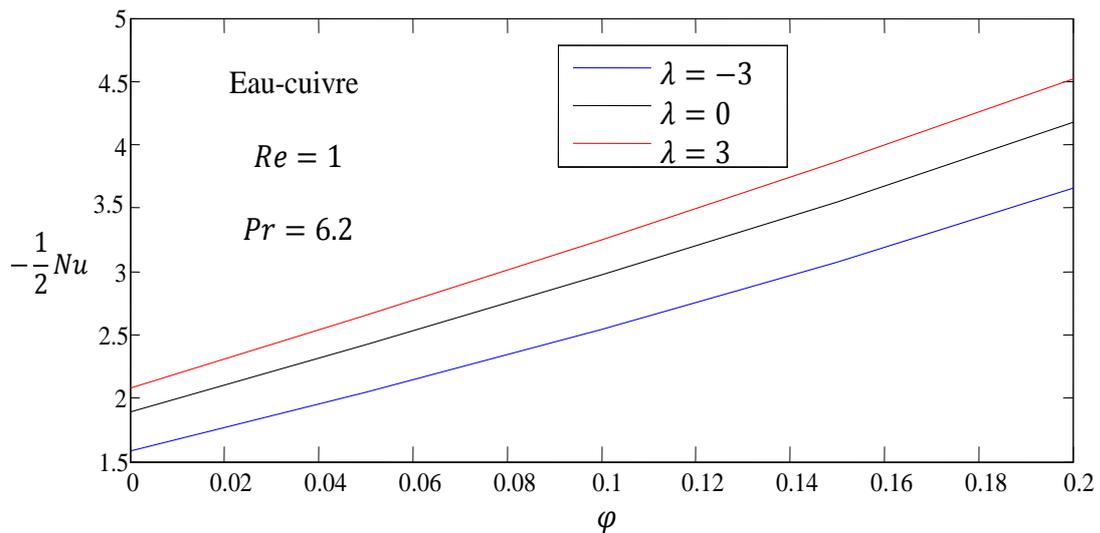


Figure IV.24 : Nusselt locale en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du paramètre de flottabilité.

La variation du nombre de Nusselt local en fonction de la fraction volumique pour différentes nombre de Reynolds, le paramètre flottabilité sont illustrées sur les figures(IV.23 – IV.24). On constate que l’amélioration du transfert de la chaleur convectif est due à l’augmentation de la fraction volumique, ainsi que à la diminution de l’épaisseur de la couche limite.

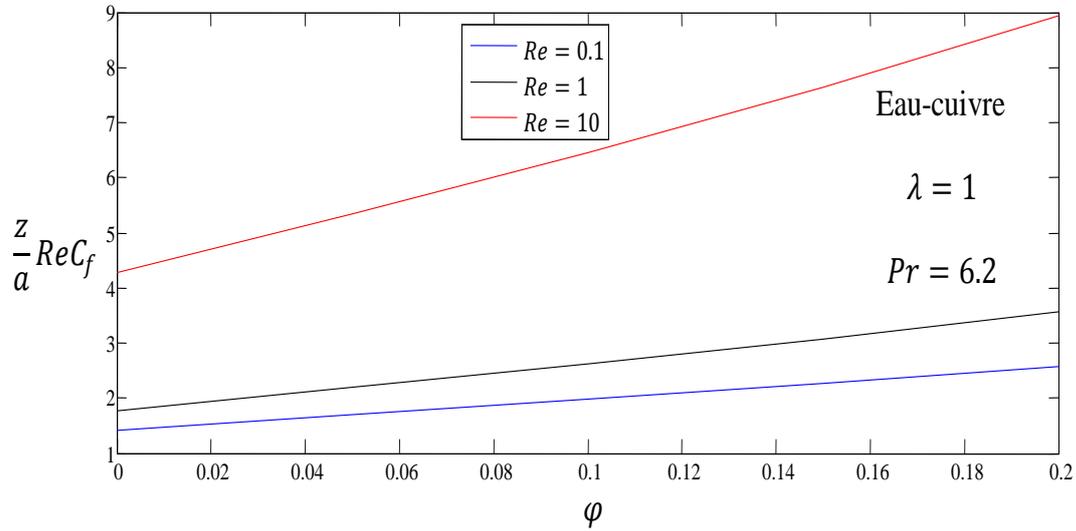


Figure IV.25: Coefficient de frottement en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

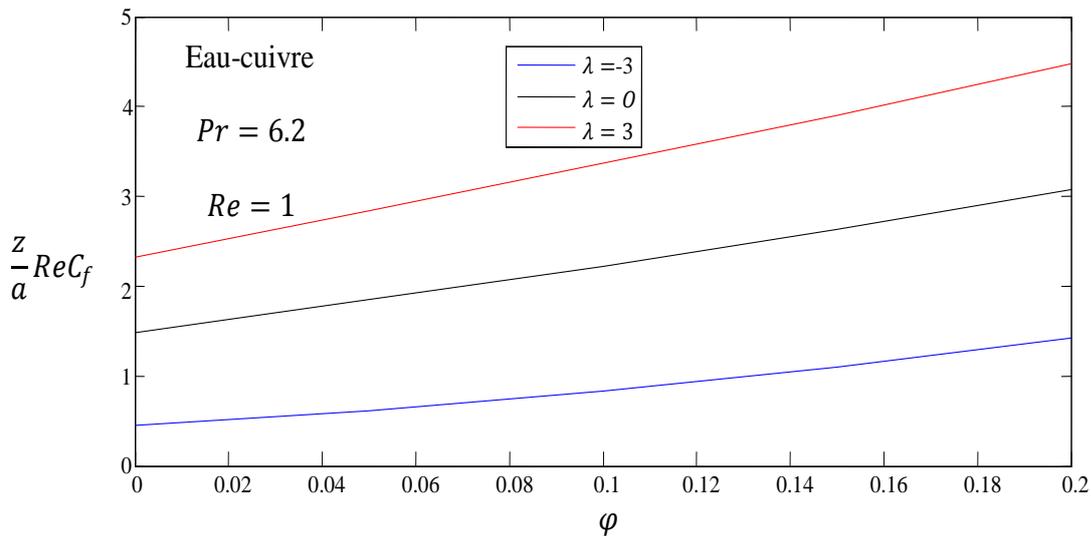


Figure IV.26: Coefficient de frottement en fonction de la fraction volumique pour différentes valeurs du paramètre flottabilité.

La variation du coefficient de frottement en fonction de la fraction volumique pour différents valeurs du paramètre flottabilité, du nombre de Reynolds sont illustrées sur les figures(IV.25 – IV.26). A partir de ces figures on constate que l’augmentation de nombre de Reynolds conduit à la diminution de l’épaisseur de la couche limite et par conséquent une augmentation plus élevée de coefficient de frottement. De plus il est intéressant de noter que l’augmentation du paramètre de flottabilité induit un accroissement du coefficient de frottement.

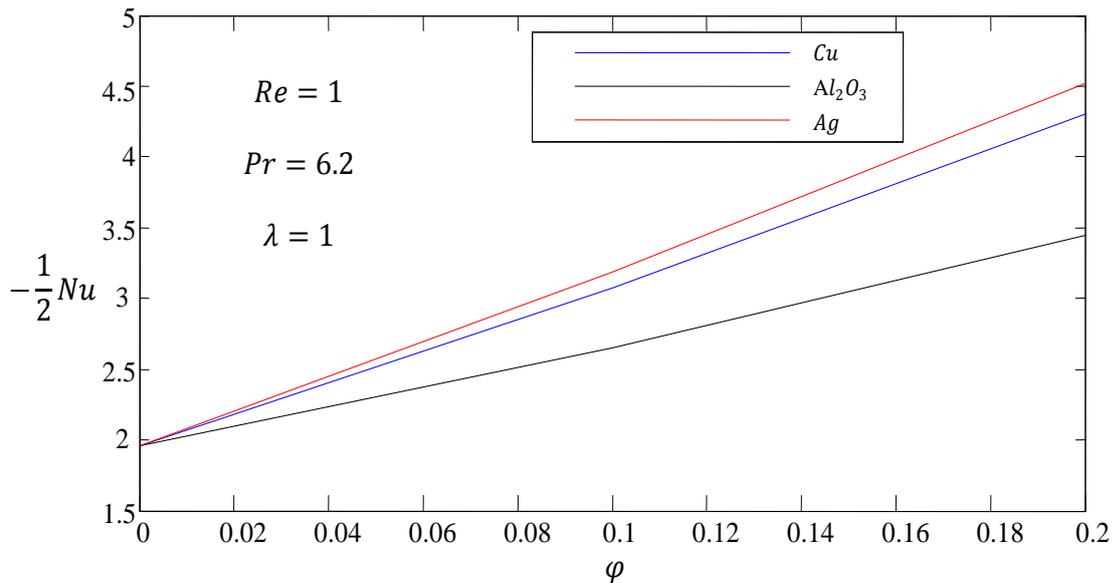


Figure IV.27: Nusselt locale en fonction de la fraction volumique pour trois types de nanoparticules.

La figure (IV.27) présente la variation du nombre de Nusselt en fonction de la fraction volumique pour les différentes nanoparticules (Cu, Al_2O_3 , Ag). A partir de cette figure, on remarque que Nusselt local de cuivre Cu et d’argent Ag et supérieur à celui de l’alumine Al_2O_3 . La conductivité thermique de Cu et Ag est plus élevée que celle de l’alumine Al_2O_3 . Ceci montre que le transfert de chaleur dépend de la conductivité thermique des nanoparticules comme le montre le tableau(IV.1). On remarque aussi que l’amélioration du transfert de chaleur convectif est due à l’augmentation de la fraction volumique de nanoparticule.

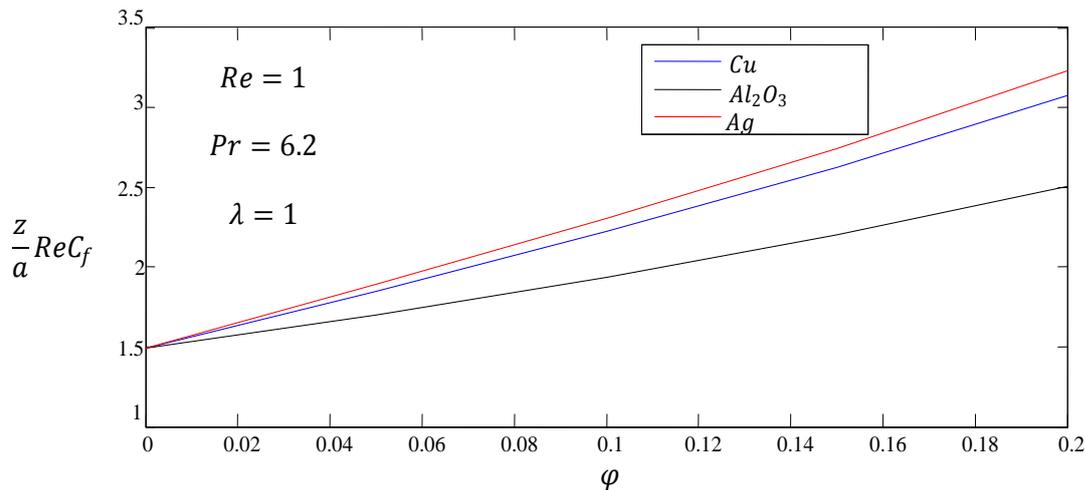


Figure IV.28: Coefficient de frottement en fonction de la fraction volumique pour trois types de nanoparticules.

La figure (IV.28) présente la variation du coefficient de frottement en fonction de la fraction volumique pour les différentes nanoparticules (Cu , Al_2O_3 , Ag). Lorsque la fraction volumique des nanoparticules augmente, le coefficient de frottement augmente. A partir de cette figure on remarque que le coefficient du frottement de cuivre Cu et d'argent Ag est supérieur à celui de l'alumine Al_2O_3 , ceci est dû aux propriétés de fluide et des nanoparticules.

IV.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié le comportement des nanofluides dans l'écoulement et leur influence sur la couche limite dynamique et thermique avec trois différents types de nanofluides à savoir eau-cuivre, eau-argent, eau-alumine. Dont on a tracé la température adimensionnelle et le profil de vitesse en fonction de la variable adimensionnelle η , le coefficient de frottement et Nusselt local en fonction de la fraction volumique et le nombre de Reynolds ainsi que le paramètre de flottabilité. Les résultats obtenus à propos de cette étude sont analysés et discutés. On a constaté que la présence des nanoparticules dans le fluide de base (eau) fait augmenter le transfert de chaleur et accélère l'écoulement.

Conclusion générale

Dans ce travail nous avons mené une étude numérique sur un jet de nanofluide impactant sur un cylindre vertical chauffé.

Une étude bibliographique nous a permis de nous familiariser sur l'écoulement de couche limite au voisinage de point de stagnation et d'acquérir une idée globale sur les caractéristiques d'un écoulement en présence des nanofluides impactant sur un cylindre.

Dans la première partie, les équations de conservation de la quantité de mouvement et conservation de l'énergie ont été posées, ensuite les équations sont réduites à un système d'équations différentielles ordinaires, qui se présente sous forme d'un problème aux valeurs limites. Ces équations sont résolues numériquement en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre ainsi que la méthode de tir associée à la correction de Newton, en utilisant le logiciel de Matlab.

Pour notre étude nous avons utilisé trois types des nanoparticules (cuivre, alumine, argent) chacun doté de propriétés thermo physiques différentes avec l'eau comme un fluide de base.

En premier lieu, nous avons examiné l'effet de la fraction volumique pour une gamme de valeurs $\varphi = 0$; $\varphi = 0.05$; $\varphi = 0.1$ sur le champ dynamique et le champ thermique pour tracer des profils de température et de vitesse. Ensuite nous avons examiné l'effet de nombre de Reynolds pour une gamme de valeurs $Re = 0.1$; $Re = 1$; $Re = 10$ sur le champ dynamique et le champ thermique pour tracer des profils de vitesse et de température. L'étude est faite aussi pour le paramètre de flottabilité pour une gamme de valeurs $\lambda = -3$; $\lambda = 0$; $\lambda = 3$.

Les résultats présentés dans ce travail montrent que :

- ✓ Il est vrai que l'addition de nanoparticules d'alumine, de cuivre, d'argent dans l'eau pure augmente sa conductivité thermique et donc améliore le transfert de chaleur.
- ✓ La différence de transfert thermique en utilisant nanofluide, dépend de l'augmentation de la valeur de la fraction volumique des nanoparticules.

Conclusion générale

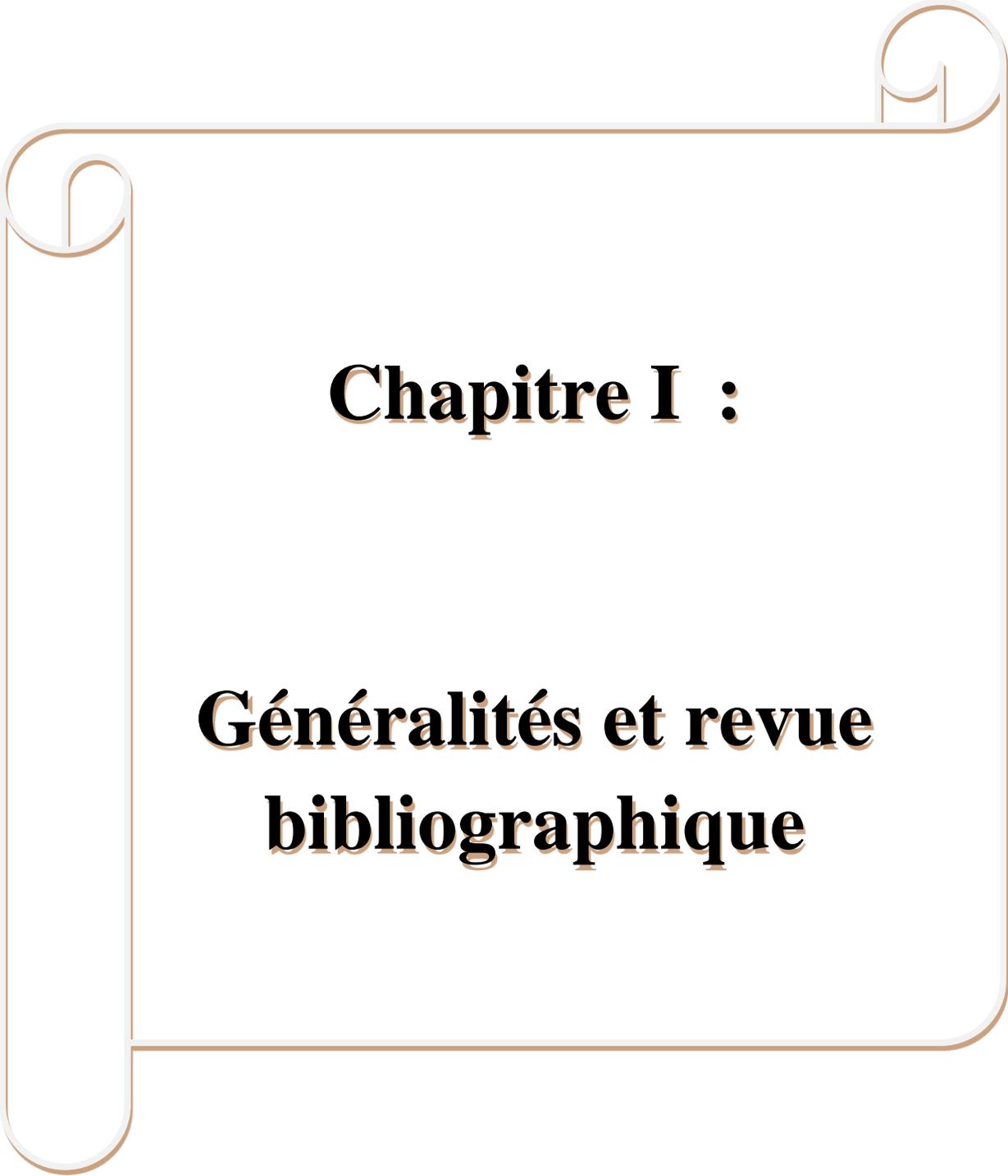
- ✓ L'augmentation de nombre de Reynolds et le paramètre de flottabilité améliorent le transfert de chaleur.
- ✓ L'augmentation de nombre de Reynolds conduit à la diminution de l'épaisseur de la couche limite.
- ✓ L'amélioration du transfert thermique le plus élevé est obtenu en utilisant les nanoparticules de l'argent (*Ag*).
- ✓ Les nanoparticules provoquent la réduction de l'épaisseur de la couche limite.
- ✓ Les nanofluides conduisent à l'amélioration de transfert de chaleur.

Référence bibliographique

- [1] Gladés Bachir, Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard, Thèse doctorat L'Université Toulouse III- Paul Sabatier 2010.
- [2] Amin Behzadmehr, Hassan Azarkish .An Introduction to the NanoFluid, universty of Sistan and Baluchestan, 2000.
- [3] RIBIERO João-Paulo, Dossier Technique de l'ingénieur, nm5115, Nanofluides pour les applications thermiques, 2009.
- [4] Nano fluides, l'efficacité à la hausse - Page 2/8 Rédigé par David D. - 14/11/2008
Catégorie : Water cooling.
- [5] J. Boussinesq, Théorie analytique de la chaleur, Vol.2. Gauthier, Villars, Paris, 1903.
- [6] A. Oberbeck, Ueber die warmeleitung der flussigkeiten bei berucksichtigung der stromungen infolge von temperature differenzen, Annalen der physic und Chemie, 243(6): 271-292, 1879.
- [7] K. Hiemenz, Die nGrenzschicht aneinemin den gleichformigen Flussigkeitsstrom eingetauchten graden Kreiszyylinder, Dingers Polytech. Journal 32 (1911) 321-410.
- [8] F. Homan ,Der Einnfluss grosser zahigkeit bei der stromung um den zylinder und um die Kugel, Z. Angew Math Mech 1936, 16:153-164.
- [9] Photos van dyke, An Album of fluid notion, Parabolic 1982, Ecoulement de point d'arret.
- [10] Ergin Esirgemez et al, experimental study of a round jet impinging on a convex cylinder, Meas. Sci. Technol. 18 No 7 (July 2007) 1800-1810.
- [11] S. A. Nada et al, slot/slots air jet impinging cooling of a cylinder for different jets-cylinder configurations, Heat Mass Transfer (2006) 43: 135-148.
- [12] L. Howarth, the Boundary layer in three dimensional flow, part II, The flow near a stagnation point, phil. Mag. Series . γ . 42pp1433-1440(1951).

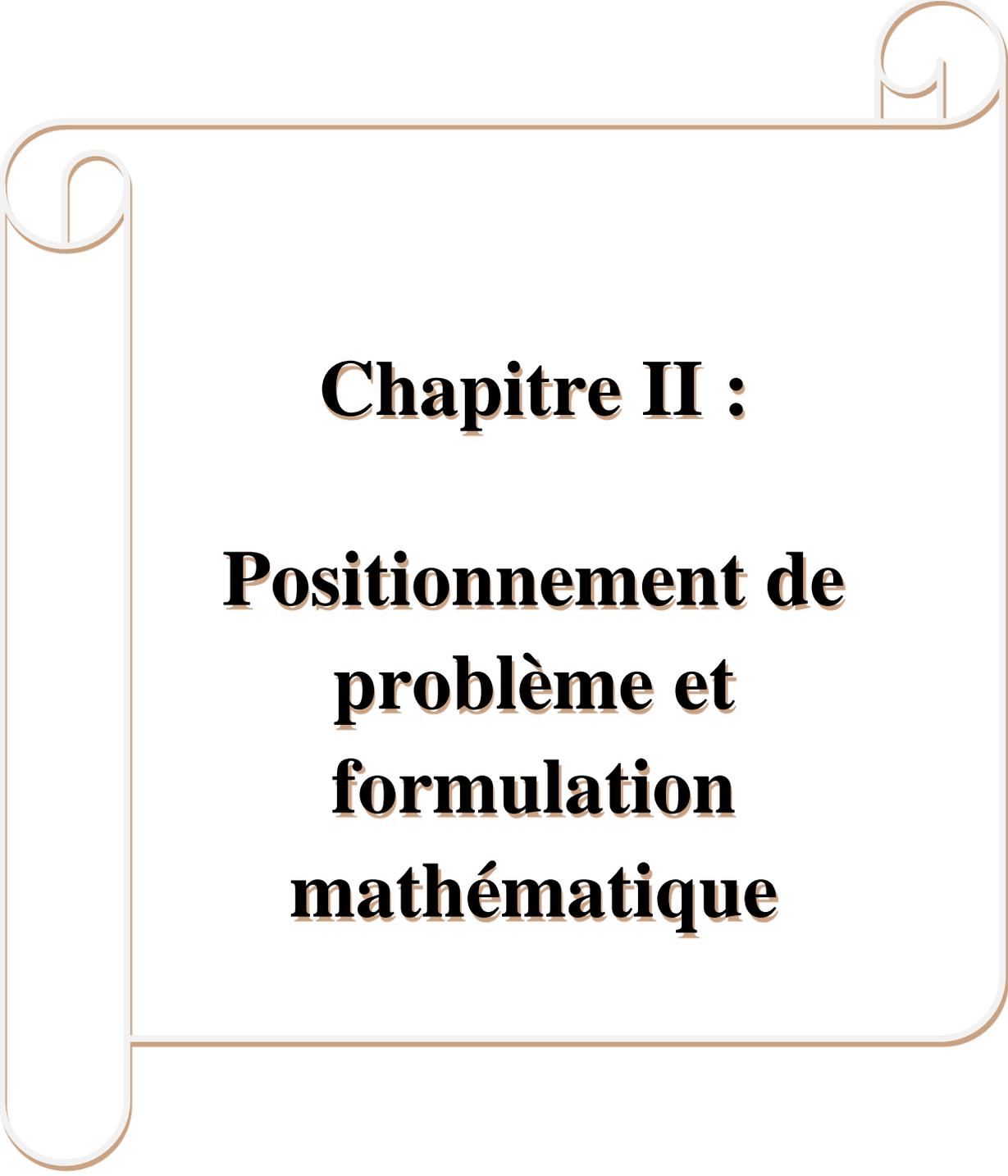
- [13] A. Davey, Boundary layer flow at a saddle point attachment, *Journal of fluid mechanics*.10.PP503-610(1951).
- [14] C. Wong, axisymmetric stagnation flow of on a cylinder, *Quarterly of Applied Mathematics*.32.PP 207-213(1974).
- [15] G. M. Cunning, A. M. J. Davis and P.D. Weidman, Radial stagnation flow on a rotating cylinder with uniform transpiration, *Journal of Engineering Science* .37.PP.1943-1957(1999).
- [16] F. NAIT BOUDA, F. MENDIL, D. SADAOUI, Instability of opposing double diffusive convection in 2D boundary layer stagnation point flow, *Int. J. Thermal Sciences*, 98,192-201 2015.
- [17] I. A. HASSANIEN, H. M. EL-HAWARY and A. A. SALAMA, Chebyshev Solution of axisymmetric stagnation flow on a cylinder, *Energy Convers. Mgmt.* Vol. 37, No. I, pp. 67-76, 1996.
- [18] H.S. Takhar, A.J. Chamkha, G. Nath, Unsteady axisymmetric stagnation-point flow of a viscous fluid on a cylinder , *International Journal of Engineering Science* 37 (1999) 1943-1957.
- [19] C. Y. Wong, axisymmetric stagnation flow of on a cylinder, *Quart. Appl. Math.* 43 (1974)209-215.
- [20] R. S. R. Gorla, Nonsimilar axisymmetric stagnation flow of on a moving cylinder, *Int. J. Engng.Sci.*16(1978)397-400.
- [21] R. Saleh and A. B. Rahimi, Axisymmetric Radial Stagnation-Point Flow of a Viscous Fluid on a Rotating Cylinder with Time-Dependent Angular Velocity, *Scientia Iranica*, Vol.12,No.4, pp329-337 (2005).
- [22] Anuar Ishak, Roslinda Nazar, Ioan Pop, Magneto hydrodynamic (MHD) flow and heat transfer due to a stretching cylinder, *Energy Conversion and Management* 49 (2008) 3265–3269.
- [23] H. Mohammadi, A. B. Rahimi, A. Kianifar, Axisymmetric stagnation-point flow and heat transfer of viscous, compressible fluid on a cylinder with constant wall heat flux, *scientia. Iranica B*(2013)20(1), 185-194
- [24] Putra et al, Natural convection of nanofluids, *Heat Mass Transfer.* Vol 39, 7-8, 775-784.(2003).
- [25] E. Abu-Nada, Application of nanofluids for heat transfer enhancement of separated flows encountered in a backward facing step, *Int. J. Heat Fluid Flow* 29 (2008) 242- 249.

- [26] J. Buongiorno, Convective transport in nanofluids, *J. Heat Transf.* 128 (2006) 240-250.
- [27] R. J. Tiwari, M.K. Das Heat, transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer* 50 (2007) 2002-2018.
- [28] Hamid MOHAMMADIUN, Vahid AMERIAN, Mohammad MOHAMMADIUN, Iman KHAZAEI, Mohsen DARABI and Mohammadreza ZAHEDI, Axisymmetric stagnation-point flow and heat transfer of Nano-fluid impinging on a cylinder with constant wall heat flux, University, Shahrood, Iran.(2008).
- [29] B. C. Pak and Y. I. Cho, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, *Experimental Heat Transfer*, vol. 11, no. 2, pp. 151–170, 1998.
- [30] A. Einstein, *Investigations on the Theory of the Brownian movement*, Dover Publications, New York, 1956.
- [31] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solution, *J. Chem. Phys.* 20. 571–581. (1952).
- [32] J. C. Maxwell, *A Treatise on electricity and magnetism*, Clarendon Press, U.K. 1891.
- [33] R. L. Hamilton and O. K. Crosser, Thermal conductivity of heterogeneous two component systems, *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, 1(3),187-191. 1962.
- [34] B.C. Pak and Y.I. Cho, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, *Experimental Heat Transfer*, 11(2), 151–170, 1998.
- [35] Y. Xuan and W. Roetzel, Conception for heat transfer correlation of Nano fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 43 (19). 3701-3707.(2000).
- [36] Y. Y. Lok, J.H. Merkin, I. Pop, Mixed convection flow near the axisymmetric stagnation point on a stretching or shrinking cylinder, *International Journal of Thermal Sciences*. 59 (2012) 186/194.
- [37] M.A.A. Hamad, I. Pop, A.I. Md Ismail Magnetic field effects on free convection flow of a nanofluid past a vertical semi-infinite flat plate, *Nonlinear Analysis. Real World Applications* 12 (2011) 1338–1346

A decorative border in a light brown color, resembling a scroll. It features rounded corners and a vertical strip on the left side that extends downwards. The top and bottom edges are slightly curved, and there are small scroll-like details at the corners.

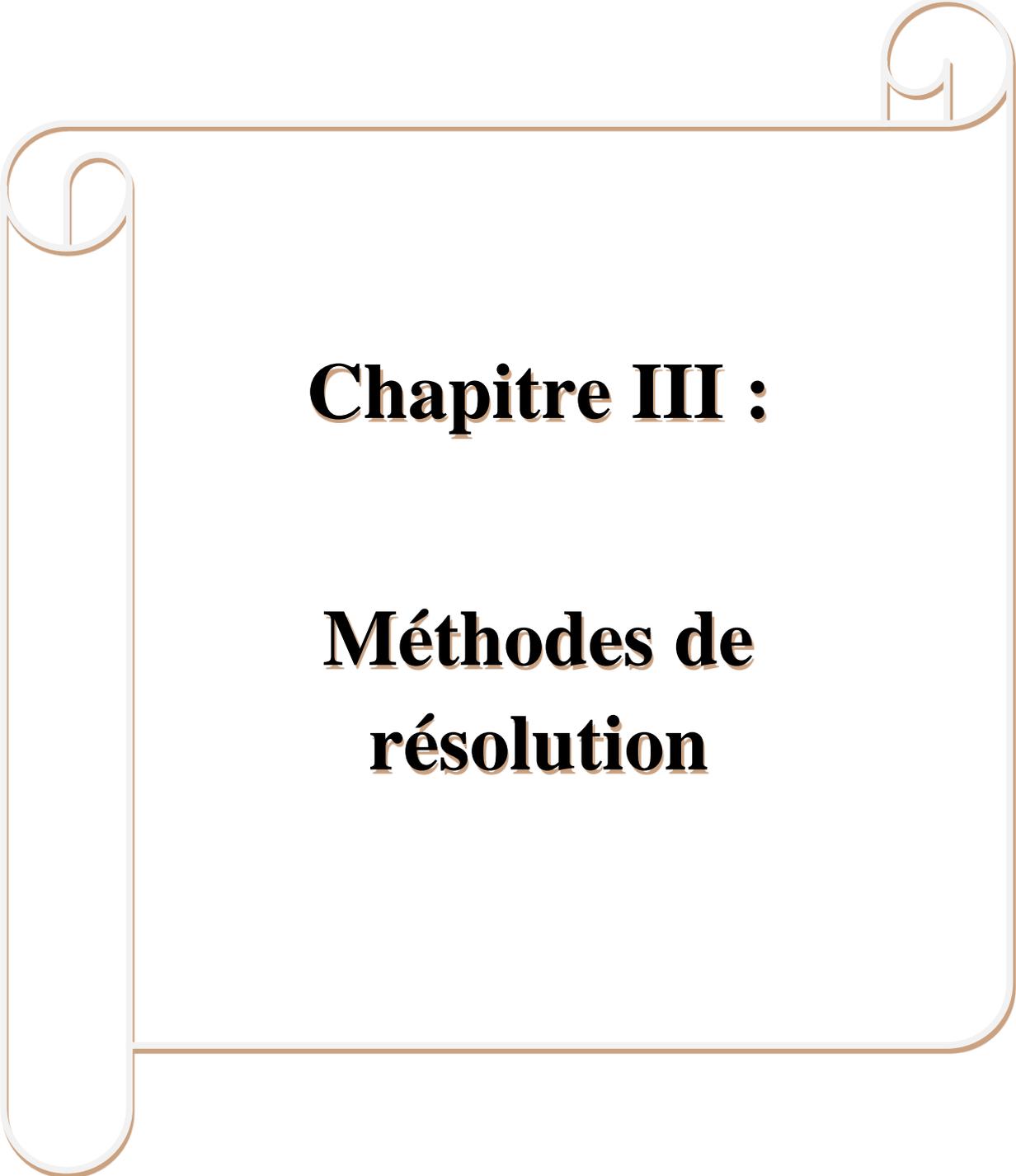
Chapitre I :

Généralités et revue bibliographique

A decorative border resembling a scroll, with a light brown outline and rounded corners. The top and bottom edges have a slight inward curve, and the left and right sides are straight but feature a small scroll-like detail at the top and bottom respectively.

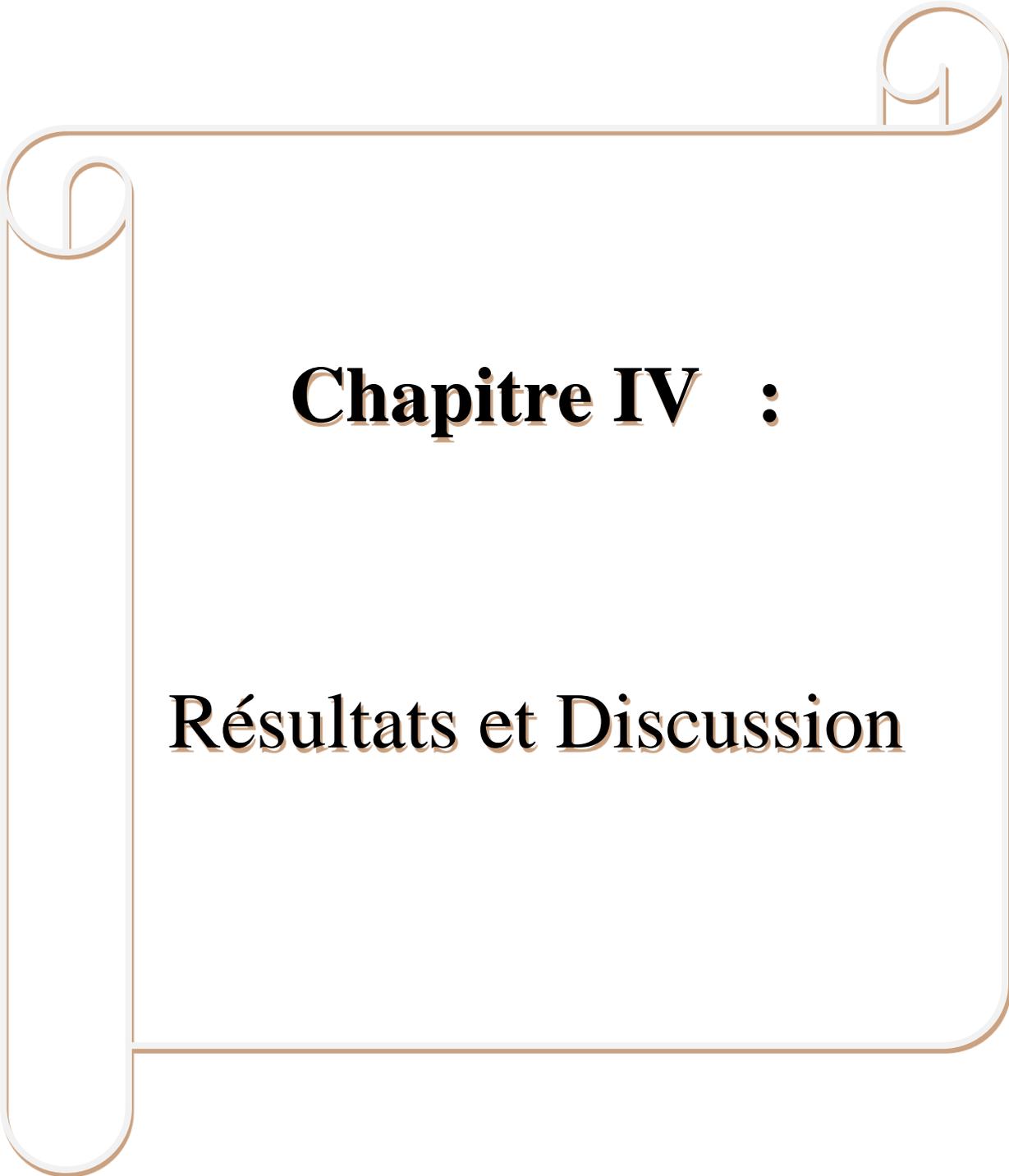
Chapitre II :

**Positionnement de
problème et
formulation
mathématique**

A decorative border resembling a scroll, with a light beige background and a brown outline. The border has rounded corners and a vertical strip on the left side that tapers at the bottom. The text is centered within this frame.

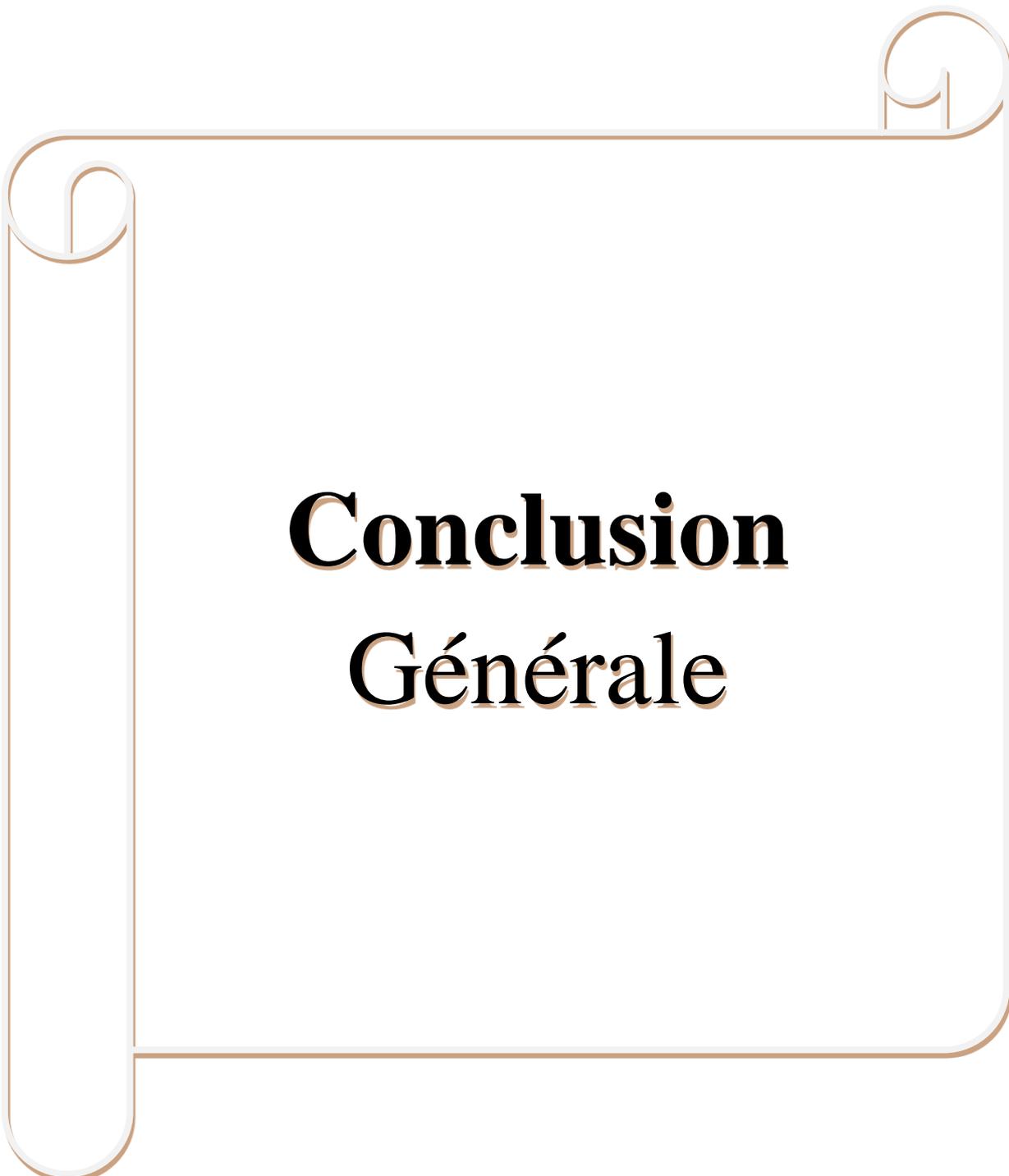
Chapitre III :

Méthodes de résolution

A decorative border resembling a scroll, with a light beige background and a brown outline. The border has rounded corners and a vertical strip on the left side that extends downwards. The text is centered within the scroll.

Chapitre IV :

Résultats et Discussion

A decorative border resembling a scroll, with a light beige background and a thin brown outline. The border features three scroll-like flourishes: one at the top right, one at the top left, and one at the bottom left.

Conclusion Générale

Résumé :

Ce travail a pour objectif d'une étude d'un jet de nanofluide impactant sur un cylindre vertical chauffé.

Le but de cette étude est d'analyser l'effet de certains paramètres, dont les conditions aux limites, les propriétés physiques des nanofluides et le fluide de base (l'eau) sur l'amélioration de transfert de chaleur ou de refroidissement.

L'écoulement est supposé axisymétrique et laminaire, et l'approximation de Boussinesq est adoptée.

La résolution numérique du système d'équations gouvernantes est réalisée à l'aide de la méthode de Runge-kutta d'ordre quatre, après avoir transformé le système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations ordinaires, est d'un problème aux valeurs limites aux valeurs initiales, avec la détermination des conditions initiales par la méthode de tir.

Les champs dynamiques et thermiques sont obtenus pour différentes valeurs de la fraction volumique, le nombre de Reynolds ainsi que le paramètre de flottabilité. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur est meilleur si on augmente la fraction volumique, le nombre de Reynolds ainsi que le paramètre de flottabilité.

Mots clés : nanofluide, laminaire, axisymétrique, méthode Runge-kutta, méthode tir.

Abstract

This work aims to study a nanofluid jet impacting a heated vertical cylinder.

The purpose of this study is to analyze the effect of certain parameters, including boundary conditions, the physical properties of nanofluids and the base fluid (water) on heat transfer or cooling enhancement.

The flow is assumed to be axisymmetric and laminar, and the Boussinesq approximation is adopted.

The numerical resolution of the governing equation system is carried out using the Fourth-order Runge-kutta method, after transforming the system of partial differential equations into an ordinary system of equations, is of a problem with limit values at the initial values, with the determination of the initial conditions by the shooting method.

The dynamic and thermal fields are obtained for different values of the volume fraction, the Reynolds number and the buoyancy parameter. The results obtained show that the heat transfer is better if the volume fraction, the Reynolds number and the buoyancy parameter are increased.

Keywords: nanofluid, laminar, axisymmetric, Runge-kutta method, shooting method.

