

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

MEMOIRE

PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE

MASTER

FILIÈRE : GÉNIE MÉCANIQUE

SPÉCIALITÉ : ÉNERGÉTIQUE

PAR :

SALHI MASSINISSA

MAMMERI LAMIA

Thème

***Etude d'un écoulement convectif d'un nanofluide à
travers un milieu poreux non Darceen***

Soutenu le 30/09/2019 devant le jury composé de :

Mr. MENDIL	F	Président
Mr ALI AGHA	H	Rapporteur
Mr BOUTALBI	N	Examineur

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2018-2019

Remerciements

Avant tout, nous remercions Dieu, le tout puissant, de nous avoir donné la force et la patience pour accomplir ce modeste travail.

Qu'il nous soit permis d'exprimer notre reconnaissance à notre enseignant et promoteur, Mr. ALI AGHA H., pour avoir accepté de diriger ce travail. Nous le remercions également pour la confiance qu'il nous a témoignée. Qu'il veuille trouver ici notre estime, notre gratitude et notre respect, pour son aide précieuse et ses encouragements. Ses qualités humaines et morales nous ont aidées à mener à terme ce travail,

Notre profond respect va à notre enseignante, Mr, pour avoir accepté de présider le jury et d'apprécier la qualité de notre travail.

Nous tenons à remercier, pour avoir accepté de porter un jugement éclairé et d'examiner notre travail.

Toute notre reconnaissance à tous ceux qui ont contribué de prêt ou de loin à la réalisation de notre mémoire.

Nos remerciements vont également à tous nos amis et amies qui, à diverses reprises, ont manifesté leur soutien et leurs amitiés en particuliers Katia et Mohand pour leur aide précieux



Dédicace

*Je dédie ce travail en signe de reconnaissance et de respect
envers tous ceux qui m'ont soutenu durant mes études*

A mes chers parents,

A mes frères et à mes sœurs,

A toute ma famille,

A mes amis adorables,

A ma bien aimé ΔΙΗΙΑ,



Massinissa

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A mes chers parents avec tous mes sentiments de respect , d'amour , de gratitude et de reconnaissance pour tous leurs sacrifices déployés pour m'élever dignement et assurer mon éducation dans les meilleures conditions, pour leur tendresse, leurs amour, leur soutien tout au long de ma vie.

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués et le fruit de votre soutien infailible !

A mes chères sœurs Djedjiga, et Fatima pour leurs encouragements permanant et leurs soutien moral.

*A mes chers frères que j'aime profondément.
A mes chères copines, Katia, Samira ,Celia, Taous ,Wafa ,Sabah....*

Lamia

SOMMAIRE

Liste des figures	i
Liste des tableaux.....	ii
Nomenclature.....	iii
Introduction générale.....	01

Chapitre I : Théorie et contexte scientifique

I.1 Introduction :.....	03
I.2 Caractérisation d'un milieu poreux :.....	03
I.2.1 Définition d'un milieu poreux :.....	03
I.2.2 Volume élémentaire représentatif (V.E.R.) :.....	04
I.2.3 Porosité :.....	05
I.2.4 Perméabilité :.....	05
I.2.5 Modèles d'écoulement en milieux poreux :	07
I.2.6 Transfert de chaleur en milieu poreux :.....	10
I.3 Nanofluides :.....	12
I.3.1 Propriétés thermophysiques des nanofluides :.....	12
I.3.1.1 Masse volumique :.....	12
I.3.1.2 Chaleur spécifique :.....	13
I.3.1.3 Coefficient d'expansion thermique :	14
I.3.1.4 Viscosité dynamique :	14
I.3.1.5 Conductivité thermique :	15
I.3.2 Application des nanofluides dans l'industrie :.....	16
I.4 Principe de la convection sur les surfaces planes :	16
I.4.1 Couches limites en convection :	17
I.4.1.1 Couche limite dynamique :.....	17
I.4.1.2 Couche limite thermique :	19
I.4.2 Équations de couche limite en écoulement laminaire :	20
I.5 Synthèse bibliographique.....	23

Chapitre II : Problématique et modélisation mathématique

II.1 Introduction	30
II.2 Géométrie du problème	30
II.3 Modèle physique et formulation mathématique	31
II.3.1 Equations générales de conservation :.....	31

II.3.2 Hypothèses simplificatrices :	31
II.3.3 Forme dimensionnelle des équations :	32
II.3.3.1 Equation de continuité :	32
II.3.3.2 Equation de quantité de mouvement :	32
II.3.3.3 Equation de l'énergie :	32
II.3.3.4 Conditions initiales et aux limites :	33
II.4 Projections des équations de conservation selon les coordonnées cartésiennes :	34
II.4.1 Equation de continuité :	34
II.4.2 Equation de quantité de mouvement :	34
II.4.3 Equation d'énergie :	34
II.5 Formulation adimensionnelle :	34
II.5.1 Equations adimensionnelles et solution auto-similaire :	34
II.5.2 Conditions aux limites :	36
II.6 Expression des nombres sans dimensions :	37
II.6.1 Nombre de Prandtl :	37
II.6.2 Nombre de Grashof :	38
II.6.3 Nombre de Reynolds :	39
II.6.4 Nombre de Nusselt :	40
Conclusion :	41

Chapitre III : méthode numérique et discussions des résultats

III Introduction	42
III.1 Méthode Runge Kutta	42
III.1.1 Méthode de Runge-kutta d'ordre quatre :	44
III.2 Méthode de tir	45
III.3 Formulation des équations du problème étudié	45
III.4 Les propriétés physique du fluide et nanoparticule	46
III.5 Profils de vitesses et températures adimensionnelles	47
III.5.1 Cas $\phi = 0,1$ lorsque $G = 1$ et $\lambda = 0, 0,5, 1, 2$	47
III.5.2 Cas $G = 0,1, 1, 5$ lorsque $\lambda = 1$ et $\phi = 0,1$	48
III.5.3 Cas $\phi = 0, 0,05, 0,1$, lorsque $\lambda = 1$ et $G = 1$	50
III.6 Variations du taux de transfert de chaleur local Nusselt	51
III.6.1 Pour nombre Nusselt local $Nu_x = f(\lambda, G)$ pour $\phi=0.1$	51
III.6.2 Pour nombre Nusselt local $Nu_x = f(\lambda, G)$ pour $\phi=0.2$	52
Conclusion	52
Conclusion générale	53
Référence bibliographique	55

Liste des figures

Figure (I.1) : Exemples de milieux poreux naturels	04
Figure (I.2) : Les deux types de porosité.....	05
Figure (I.3) : Développement d'une couche limite dynamique le long d'une plaque plane....	18
Figure (I.4) : Délimitation des zones de couche limite dynamique.....	19
Figure (I.5) : Développement d'une couche limite thermique le long d'une plaque plane isotherme.....	20
Figure (I.6) : Le modèle de transfert de chaleur et de masse de convection mixte.....	24
Figure (I.7) : Modèle physique de P. Rana et al.	25
Figure (I.8) : Configuration du flux.....	25
Figure (I.9) : Schéma du dissipateur thermique a microcanaux.....	26
Figure (I.10) : Modèle physique et système de coordonnées.....	28
Figure (II.1) : Géométrie du problème.....	31
Figure (III.1) : Profil de vitesse $f'(\eta)$ pour différentes valeur de λ (0.0,5.1.2) avec $G=1$ et $\phi=1$	47
Figure (III.2) : Profil de température $\theta(\eta)$ pour différentes valeur de λ (0.0,5.1.2) avec $G=1$ et $\phi=1$	48
Figure (III.3) : Profil de vitesse $f'(\eta)$ pour différentes valeur de G (0,1.1.5) avec $\lambda=1$ et ϕ $=1$	49
Figure (III.4) : Profil de température $\theta(\eta)$ pour différentes valeur de G (0,1.1.5) avec $\lambda=1$ et $\phi=1$	49
Figure (III.5) : Profil de vitesse $f'(\eta)$ pour différentes valeur de ϕ (0.0,05.0,1) avec $G=1$ et $\lambda=1$	50
Figure (III.6) : Profil de température $\theta(\eta)$ pour différentes valeur de ϕ (0.0,5.1.2) avec $G=1$ et $\lambda=1$	51

Liste des tableaux

Tableau (I.1) : Propriétés de quelques matériaux poreux.....	07
Tableau III.1 : Erreur totale pour la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre	44
Tableau III.2 : Propriétés physique du fluide et nanoparticule.....	46
Tableau III.3 : Valeurs de transfert de chaleur $-\theta'(0)$ quand $\phi=0.1, G=(0, 0.1, 1, 10)$ et $\lambda=(0.1, 0.5, 1, 1.5, 2)$	51
Tableau III.4 : Valeurs de transfert de chaleur $-\theta'(0)$ quand $\phi=0.2, G=(0, 0.1, 1, 10)$ et $\lambda=(0.1, 0.5, 1, 1.5, 2)$	52

NOMENCLATURE

Nomenclature

symbole	Grandeur physique	Unité(S.I)
G	Accélération de la gravité	(m.s ⁻²)
Gr	Nombre de Grashof	-
Nu	Nombre de Nusselt	-
P	Pression	(Pa)
Pr	Nombre de Prandtl	-
Re	Nombre de Reynolds	-
Rem	Nombre de Renolds magnétique	-
Ri	Nombre de Richardson	-
T	Temps	(s)
T	Température	(K)
X, Y	Coordonnées cartésiennes dimensionnelles	(m)
f	Fonction de similitude	-
u,v	Composantes de la vitesse dimensionnelle	(m.s ⁻¹)
C_p	La Capacité calorifique du fluide	(J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹)
k	La conductivité thermique	(W.m ⁻¹ .K ⁻¹)
K	Perméabilité	-
K'	Coefficient d'inertie de l'équation d'Ergun	-
k_{nf}	Conductivité thermique du nanofluide	(W.m ⁻¹ .K ⁻¹)
T_w	Température de surface	(K)
T_∞	Température ambiante du fluide	(K)
U_∞	La vitesse de flux libre	(m.s ⁻¹)
q_w	Flux de chaleur de la surface de la plaque	-
Da	Le nombre de Darcy	-
Symboles Grecs		
θ	Température adimensionnelle	
ε₀	Permittivité du vide	(F.m ⁻¹)
P	Masse volumique	(kg.m ⁻³)
Ψ	Fonction de courant	-
δ	Epaisseur de la couche limite	(m)
μ_{nf}	La viscosité dynamique du nanofluide	-

NOMENCLATURE

μ_f	La viscosité dynamique du fluide de base	-
η	Variable de similarité	-
μ	Viscosité dynamique	$(kg.m^{-1}.s^{-1})$
σ_e	Conductivité électrique	$(S.m^{-1})$
τ	Contrainte de cisaillement	$(kg.m^{-1}.s^{-2})$
ν	Viscosité cinématique	$(m^2.s^{-1})$
λ	Paramètre de convection mixte	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
ρ_{nf}	La masse volumique du nanofluide	$(kg.m^{-3})$
ρ_f	La masse volumique du fluide de base	$(kg.m^{-3})$
ϕ	La fraction volumique	-
ρ_s	La masse volumique des nanoparticules solides	$(kg.m^{-3})$
ε	Porosité	-
λ_{nf}	La conductivité thermique du nanofluide	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
λ_f	La conductivité thermique du fluide de base	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
λ_s	La conductivité thermique de la particule solide	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
Indices		
∞	Relatif à l'écoulement externe	-
F	Fluide	-
S	Solide	-
nf	Nanofluide	-

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

L'écoulement des fluides et le transfert de chaleur dans les milieux poreux ont reçu beaucoup d'attention au cours des dernières décennies en raison de nombreuses applications pratiques telles que, le stockage de substances radioactives, déchets nucléaires, refroidissement par transpiration, procédés de séparation chimiques dans l'industries, filtration, , isolation des fibres.

Le besoin d'améliorer les transferts thermiques des fluides a donné naissance au développement des nanofluides. Ces derniers sont des solutions contenant des nanoparticules en suspension dans un fluide à base classique telle l'eau. Grâce à leurs propriétés améliorées de transfert thermique, les nanofluides peuvent être utilisés dans une multitude d'applications en ingénierie : l'industrie automotrice, le génie biomédical, le refroidissement des éléments électroniques...etc.

On s'intéressera dans ce mémoire à l'analyse physique par modélisation numérique du phénomène d'écoulement convectif d'un nanofluide à travers un milieu poreux non Darcéen, l'objectif est de comprendre les effets de plusieurs paramètres thermophysiques tels le paramètre de convection mixte, l'effet inertiel et la fraction volumique d'un nanofluide sur le comportement dynamique et thermique de l'écoulement. Entre temps, on verra l'influence de différents nombres adimensionnels sur le nombre de Nusselt local.

Ce phénomène physique de la convection est d'une nature complexe en raison du caractère non linéaire de ces équations (équations de Navier-stokes). Pour traiter ce genre de problèmes, plusieurs voies et approches (expérimentales, analytiques et numériques) sont possibles. La voie expérimentale demeure de loin la plus couteuse en temps et en argent. De plus, les solutions analytiques ne sont possibles que pour des cas particuliers. C'est pourquoi, dans ce travail on a recours à des approches numériques en utilisant les méthodes numériques ; à savoir la méthode de Runge Kutta et la méthode de tir. Les équations différentielles qui régissent le problème sont transformées en un ensemble de deux équations ordinaires (similaires), qui sont résolues à l'aide de la méthode de tir.

Le manuscrit est divisé en trois chapitres, le premier chapitre est consacré à une présentation des caractéristiques des milieux poreux et les nanofluides, ensuite on a abordé une synthèse bibliographique concernant les écoulements dans des enceintes ou sur des parois en milieux poreux et sur les nanofluides. L'analyse de ces travaux permet d'identifier les différents

INTRODUCTION GENERALE

paramètres qui peuvent influencer le comportement thermique et dynamique de ce type de problème. Le deuxième chapitre présente la formulation mathématique de notre problème. Dans le troisième chapitre, nous présentons la méthode numérique utilisée ainsi que l'analyse et discussion des différents résultats numériques obtenus pour chaque cas étudié.

Enfin, une conclusion générale retraçant les principaux résultats trouvés le long de cette étude ainsi que les perspectives futures.

CHAPITRE I

THEORIE ET CONTEXTE SCIENTIFIQUE

Chapitre I : Théorie et contexte scientifique

I.1 Introduction

Avant de commencer notre travail, nous donnons dans cette partie, une présentation des milieux poreux et des nanofluides et de leurs différentes caractéristiques ainsi leurs différents modèles présents dans la littérature.

D'autres part, on donnera une recherche théorique sur l'écoulement de la couche limite dynamique et thermique ainsi qu'une synthèse bibliographique sur ce type d'écoulement dans les milieux poreux saturés par des nanofluides.

I.2 Caractérisation d'un milieu poreux

I.2.1 Définition d'un milieu poreux

Le milieu poreux est composé d'une matrice solide, à l'intérieur de laquelle se trouvent des pores reliés entre eux ou éventuellement isolés. On peut distinguer :

- a. Les matrices solides non consolidées où la phase solide est formée de grains (par exemple le sable, le gravier, billes de verre, d'acier...).
- b. Les matrices solides consolidées (par exemple les roches calcaires, le grès, l'argile, le bois, tissu biologique...).

Les pores reliés entre eux ; permettent l'écoulement d'un ou plusieurs fluides. On peut alors classer les problèmes rencontrés, suivant les phases en présence à l'intérieur des pores :

1. Le milieu est saturé d'un seul fluide ou encore un ensemble de fluides miscibles (par exemple un sol imbibé d'eau).
2. Le milieu est composé de plusieurs fluides non miscibles (par exemple un mélange eau-huile-gaz dans les roches pétrolières, ou un sol partiellement saturé d'eau, la deuxième phase étant l'air).
3. Le milieu est le siège d'un transport de fluide ou de particules solides (dépollution des eaux).

Dans le cadre de cette étude nous nous limiterons au cas d'un milieu poreux consolidé saturé par un fluide.

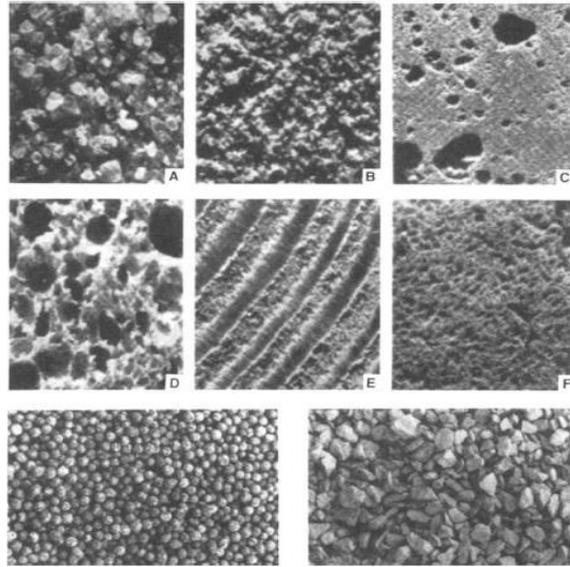


Figure (I.1) : Exemples de milieux poreux naturels [1]

(a) sable, (b) pierre, (c) chaux, (d) pain sec, (e) bois, (f) poumon humain.

I.2.2 Volume élémentaire représentatif (V.E.R.)

Lorsqu'on étudie les écoulements en milieu poreux, deux échelles s'imposent pour la description des phénomènes [2] :

- L'échelle des pores, ou microscopique, à l'intérieur de laquelle les grandeurs locales peuvent très largement varier. En général, cette échelle est associée au diamètre moyen des pores, soit d_p .
- L'échelle du milieu poreux, ou macroscopique, caractéristique des variations significatives de ces mêmes grandeurs, définies en moyenne sur un certain volume de milieu poreux, appelé communément Volume Élémentaire Représentatif et noté V.E.R. Cette échelle macroscopique est associée à la dimension géométrique du milieu, soit L_m .

Les grandeurs macroscopiques caractérisant le milieu poreux sont donc des moyennes des grandeurs microscopiques correspondantes, prises sur un domaine dont la taille est grande devant l'échelle de leurs fluctuations microscopiques mais ; petite devant celle des variations à l'échelle macroscopique. Ainsi, l désignant la dimension caractéristique du V.E.R., elle doit satisfaire à la double inégalité suivante : $d_p \leq l \leq L_m$. Pour effectuer le changement d'échelle (i.e. passage de l'échelle des pores à l'échelle macroscopique) plusieurs méthodes ont été proposées, dont la méthode de prise de moyenne et la méthode d'homogénéisation.

I.2.3 Porosité

La porosité est une caractéristique intrinsèque d'un milieu poreux notée « ε », est définie comme le rapport du volume vide occupé par les pores, sur le volume total du milieu poreux soit :

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{pores}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{I.1})$$

Puisqu'il s'agit d'un rapport de mêmes propriétés, la porosité n'a pas d'unités et elle est souvent exprimée en pourcentage.

La porosité peut être de deux formes. La porosité d'interstice (figure I.2a), et la porosité de fissure (figure I.2b).

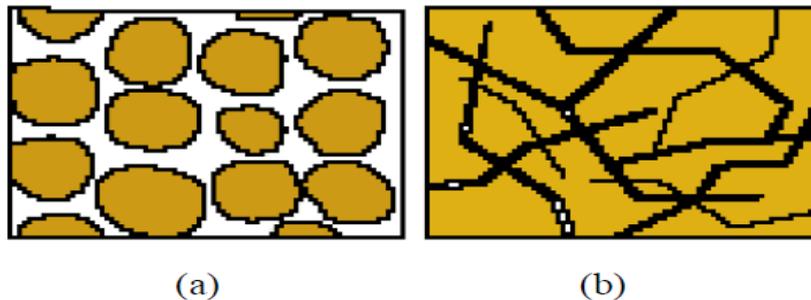


Figure (I.2) : Les deux types de porosité (Salazar, 2006 [3]).

I.2.4 Perméabilité

La perméabilité est la propriété d'un corps poreux de se laisser traverser par les fluides. Cette constante caractéristique d'un milieu poreux est liée à la forme des grains et à la porosité. L'unité de la perméabilité K est le DARCY (1 DARCY = perméabilité d'un milieu poreux de 1 cm² de section, 1 cm de longueur, soumis à une différence de pression de 1 bar traversé par un fluide dont la vitesse de filtration est 1 cm/s) 1 Darcy = 9.87 * 10⁻⁹ m². Cette grandeur est déterminée généralement par des mesures expérimentales, à partir de la loi de Darcy régissant le mouvement du fluide dans le milieu poreux. Il y'a des relations qui donne la perméabilité K en fonction de la porosité ε et d'une dimension caractéristique de la matrice solide à l'échelle du Pore.

- Par exemple dans le modèle de Darcy la perméabilité est donnée :

$$K = - \frac{\mu_f U_D}{\frac{dp}{dx}} \quad (\text{I.2})$$

μ_f = viscosité de fluide

U_D = vitesse de darcy

$\frac{dp}{dx}$ = Gradient de pression.

- Le modèle de Kozeny-Carman, donne une estimation de la perméabilité k pour un milieu poreux non consolidé constitué d'éléments identiques de géométrie simple

$$k = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{36 C_0 (1 - \varepsilon)^2} \quad (I.3)$$

Où d désigne une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse (diamètre pour des billes, arête pour des cubes...) et C_0 une constante dépendant de la forme des grains ($3.6 < C_0 < 5$) et en particulier $C_0 = 4.84$ pour des grains sphériques.

- Ergun, 1952, établit une expression semblable à (I.3) en considérant l'écoulement unidirectionnel d'un fluide incompressible au sein d'une colonne poreuse constituée de particules sphériques, de diamètre d , et soumise à un gradient de pression :

$$k = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{150(1 - \varepsilon)^2} \quad (I.4)$$

Ce qui correspond à une valeur de C_0 de la loi de Kozeny-Carman de 4.16.

- La modélisation des pores par des fissures capillaires de largeur w et distantes de D , conduit à une perméabilité :

$$k = \frac{w^3}{12(w + D)} = \frac{w^2}{12} \varepsilon \quad (I.5)$$

- La modélisation de la matrice poreuse comme un faisceau de tubes capillaires parallèles conduit à l'expression suivante de la perméabilité :

$$k = \frac{d_p^2}{32} \varepsilon, \quad \varepsilon = n(\pi d_p^2) / 4 \quad (I.6)$$

Où n est le nombre de capillaires par unité de surface perpendiculaire au sens de l'écoulement et d_p est le diamètre des capillaires.

À titre indicatif, on trouve dans le tableau (I.1) Des mesures expérimentales faites par **Kaviany [4]**. Et d'autre pour la perméabilité faite par **Sheidegger [5]** pour différents milieux poreux.

Tableau (I.1) : Propriétés de quelques matériaux poreux.

Matériaux	Porosité ε	Perméabilité K (m ²)
Ardoise en poudre	0.57 à 0.66	$4.9 \cdot 10^{-14} - 1.2 \cdot 10^{-13}$
Brique	0.12 à 0.34	$4.18 \cdot 10^{-15} - 2.2 \cdot 10^{-13}$
Cuivre en poudre	0.09 à 0.34	$3.3 \cdot 10^{-10} - 1.5 \cdot 10^{-9}$
Fibre de verre	0.88 à 0.93	/
Sable	0.37 à 0.50	$2 \cdot 10^{-11} - 1.8 \cdot 10^{-10}$
Grès	0.08 à 0.38	/
Terre	0.43 à 0.54	$2.9 \cdot 10^{-13} - 1.4 \cdot 10^{-11}$
Poudre en silice	0.37 à 0.49	$1.3 \cdot 10^{-14} - 4.1 \cdot 10^{-14}$

I.2.5 Modèles d'écoulement en milieux poreux

Les lois des écoulements en milieu poreux ne constituent que des approximations. On s'intéresse en général qu'au phénomène à l'échelle macroscopique. Plusieurs lois phénoménales sont utilisées, la plus importante est la loi de Darcy, dans le but d'élargir son domaine de validité, des corrections ont été proposées pour tenir compte des effets des parois, les autres lois sont en majorité des extensions de cette loi. (Extension de Brinkman), et des effets d'inertie (extension de Forchheimer).

a) Loi de Darcy

Pour l'étude de la convection en milieu poreux, la grande majorité des études utilise la formulation classique de Darcy (1856). L'auteur donne une loi sur les écoulements isothermes dans un milieu poreux, qui exprime la proportionnalité entre les variations de pression Δp et le

débit Q lié à la vitesse de filtration v_{fil} . Ceci se traduit pour un échantillon de longueur L et de section S par la relation suivante

$$Q = \frac{K}{\mu_f} \frac{\Delta p}{L} S \quad (I.7)$$

Où μ_f : viscosité dynamique du fluide. k : perméabilité, ce paramètre étant indépendant de la nature du fluide et ne dépend que de la géométrie du milieu. On peut généraliser cette loi :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu_f} \vec{\nabla} P \quad (I.8)$$

Dans le cas de la présence de la pesanteur, l'équation précédent devient :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu_f} (\vec{\nabla} P - \rho \vec{g}) \quad (I.9)$$

Avec \vec{V} : vecteur vitesse de filtration.

Le modèle de Darcy, qui néglige les forces d'inertie et visqueuses est valide lorsque les conditions suivantes sont satisfaites (**Kalla, 1999 [6]**) :

$$\begin{cases} \varepsilon < 0 \\ Da < 10^{-6} \\ Re_p < 1 \end{cases} \quad (I.10)$$

Avec $Da = K/L^2$: est le nombre de Darcy (voir Chapitre III).

Et $Re_p = d.V_p/\nu$: est le nombre de Reynolds (V_p vitesse à l'échelle de pore).

Il existe trois types de régimes d'écoulement en fonction de Re_p (**Delache, 2005 [7]**) :

- Pour $Re_p < 1$, le régime est laminaire, les forces de viscosité sont grandes devant les forces d'inertie, la loi de Darcy est valable.
- Pour $1 < Re_p < 150$, des couches limites se développent au niveau des parois solides. En dehors de cette couche limite, il n'y'a plus proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse de filtration : la loi de Darcy n'est plus applicable. Ce régime d'écoulement stationnaire laminaire persiste jusqu' à $Re_p=150$.

- Pour $150 < Re_p < 300$, un régime d'écoulement instationnaire prend place et pour $Re_p > 300$ on est en présence d'un écoulement turbulent.

b) Loi de Darcy – Forchheimer

Si la vitesse débitante augmente, on ne peut pas négliger les forces d'inertie, et dans ce cas on montre expérimentalement que pour un gradient de pression fixé, le débit mesuré est plus petit qu'il ne le serait avec la loi de Darcy.

Pour prendre en compte cet effet, Forchheimer fait une modification empirique de la loi de Darcy en reliant non linéairement la vitesse et le gradient de pression :

$$\vec{\nabla} p = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{V}_{fil} - F \frac{\rho_f C_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}_{fil}| \vec{V}_{fil} \quad (\text{I.11})$$

C_f : Coefficient de Forchheimer, F : est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux, généralement appelé paramètre de Forchheimer.

c) Loi de Darcy – Brinkman

Dans le cas où la porosité est importante (de l'ordre de 0.8), il faut tenir compte des effets de diffusion visqueuse au niveau des parois (**Delache, 2005 [7]**). Pour cette situation Brinkman (1947) propose de modifier l'équation de Darcy de la façon suivante :

$$\vec{\nabla} p = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{V}_{fil} - \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V}_{fil} \quad (\text{I.12})$$

Où

$\mu_{eff} = \mu [1 + 2.5(1 - \varepsilon)]$, représente la viscosité effective du milieu poreux. En général μ_{eff} est considéré équivalente à la viscosité dynamique μ donc on peut donner la vitesse de filtration comme suit :

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu} \left[\vec{\nabla} p - \rho_f \vec{g} \right] + K \nabla^2 \vec{V}_{fil} \quad (\text{I.13})$$

Adoptant le modèle de Brinkman et introduisant l'approximation de Boussinesq, l'équation de la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu} \left[\vec{\nabla} p - \rho_f \vec{g} (\beta(T - T_0)) \right] + K \nabla^2 \vec{V}_{fil} \quad (\text{I.14})$$

Avec $\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)$: Le coefficient d'expansion volumique thermique du fluide,

T_0 : la température de référence.

d) Modèle général

On généralise les trois modèles en introduisant un terme transitoire et le terme convectif $(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}$, ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\underbrace{\frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho_f}{\varepsilon} (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}}_a = \underbrace{-\vec{\nabla} p}_b + \underbrace{\rho \vec{g}}_c - \underbrace{\frac{\mu}{K} \vec{V}}_d + \underbrace{\frac{C_f \rho_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V}}_e + \underbrace{\mu_{eff} \nabla^2 \vec{V}}_f \quad (\text{I.15})$$

\vec{V} : Une quantité moyennée à travers un volume élémentaire

- (a) : Forces inertielles macroscopiques.
- (b) : Gradient de pression.
- (c) : Forces de volumes.
- (d) : Terme de Darcy.
- (e) : Terme de Forchheimer (Forces inertielles microscopiques).
- (f) : Terme visqueux de Brinkman.

I.2.6 Transfert de chaleur en milieu poreux

Tout comme l'équation de Darcy décrivant l'écoulement du fluide au sein du milieu poreux, l'équation de l'énergie, traduisant le transfert de chaleur dans le milieu poreux fait appel au concept de milieu continu fictif, équivalent au milieu poreux réel.

Pour établir l'équation de transfert de chaleur, la démarche est la suivante :

Formulation des équations microscopiques à l'échelle du pore.

Prises de moyenne s effectuées sur les équations microscopiques qui permettent le passage de l'échelle du pore à celle du milieu homogène.

Avant de formuler ces équations de description du transfert de chaleur nous précisons les hypothèses adoptées :

- Les termes de dissipation visqueuse sont supposés négligeables, hypothèse justifiée si les vitesses de filtration restent relativement faibles.

– Les caractéristiques thermiques des phases solide et fluide telles que les capacités calorifiques volumiques et les conductivités thermiques, sont supposées constantes et donc indépendantes de la température.

A l'échelle du pore, le système décrivant le transfert de chaleur est le suivant :

En tout point M du milieu poreux, à l'exception de la surface de contact entre le solide et le fluide, la loi de Fourier s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)_i T_i] + \vec{\nabla} \cdot [(\rho c)_i T_i \vec{V}_i] = \vec{\nabla} \cdot (\lambda_i \vec{\nabla} T_i) \quad (\text{I.16})$$

Où $i = f$ si M appartient à la phase fluide et $i = s$ s'il appartient à la phase solide. On a donc $V_s = 0$ et V_f désigne la vitesse locale du fluide à l'échelle du pore.

Les conditions aux limites associées à l'interface solide-fluide, sont les suivantes :

$$\begin{cases} T_s = T_f \\ (\lambda_s \vec{\nabla} T_s) \cdot \vec{n} = (\lambda_f \vec{\nabla} T_f) \cdot \vec{n} \\ \vec{V}_f = 0 \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

Où n désigne le vecteur normal à l'interface, λ_i la conductivité thermique de la phase i et $(\rho c)_i$ la capacité calorifique volumique de la phase i .

La prise de moyenne sur un volume élémentaire (V.E.R) donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)^* T] + \vec{\nabla} \cdot [(\rho c)_f T \vec{V}] = \vec{\nabla} \cdot (\lambda^* \vec{\nabla} T) \quad (\text{I.18})$$

Où \vec{V} est la vitesse de filtration.

$(\rho c)^* = \varepsilon (\rho c)_f + (1 - \varepsilon) (\rho c)_s$: Est la capacité calorifique volumique du milieu poreux équivalent.

λ^* : est la conductivité thermique globale, elle dépend, de manière complexe, des conductivités des phases solide et fluide et de la texture du milieu poreux.

De nombreux modèles de conductivité thermique ont été développés qui permettent l'estimation de λ^* , tels que : $\lambda^* = \varepsilon \lambda_f + (1 - \varepsilon) \lambda_s$ ou $\frac{1}{\lambda^*} = \frac{\varepsilon}{\lambda_f} + \frac{(1 - \varepsilon)}{\lambda_s}$ dans le cas de milieux poreux constitués par des éléments très réguliers tels que des sphères, par exemple. Mais il est

généralement indispensable de recourir à la détermination expérimentale pour une évaluation précise de λ^* .

I.3 Nanofluides

Avec les progrès récents en nanotechnologies, des particules de la taille des nanomètres peuvent être obtenues. Cet avancement technologique a donné l'idée de suspendre ces particules dans un liquide de base pour obtenir une amélioration de la conductivité thermique. Une suspension de nanoparticules dans un fluide de base est appelée nanofluide. Ce terme a été proposé par **Choi [08]** en 1995 dans le laboratoire national d'Argonne. Le fluide de base est généralement de l'eau, de l'huile ou de l'éthylène glycol (EG).

- Les nanoparticules sont des fines particules nanométriques : leur diamètre est de quelques nanomètres (<50nm). -D'une manière générale, les nanoparticules peuvent être classées selon leur forme en deux grandes catégories :

- Les nanoparticules sphériques pour lesquelles plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour leur fabrication. Ces nanoparticules sphériques peuvent ainsi être à base de métaux (cuivre Cu, fer Fe, or Au, argent Ag...) ou d'oxydes de cuivre (oxyde d'aluminium Al_2O_3 , oxyde de cuivre CuO, oxyde de titane TiO_2 ...).

- Les nanotubes (les nanotubes de carbone NTC, les nanotubes de titane TiO_2 , Nanotube de silicium...).

I.3.1 Propriétés thermophysiques des nanofluides

Les propriétés thermophysiques (la masse volumique, la chaleur spécifique, la dilatation thermique, la viscosité dynamique et la conductivité thermique) des solutions sont profondément modifiées par l'ajout des nanoparticules. De nombreux paramètres caractérisant ces nanoparticules peuvent avoir un effet notable sur les valeurs des paramètres thermophysiques du nanofluide obtenus (la nature des nanoparticules, leur taille, la fraction volumique ϕ , la conductivité du fluide de base et celle des nanoparticules, la température du milieu etc.).

I.3.1.1 Masse volumique

Pour calculer la masse volumique d'un nanofluide que nous supposons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide de base) en fonction de la fraction volumique (ϕ) à une température T donnée.

La masse volumique de ce mélange est définie comme suite :

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V} \right)_{nf} = \frac{m_s + m_f}{V_s + V_f} = \frac{\rho_s m_s + \rho_f m_f}{V_s + V_f} \quad (\text{I.19})$$

La fraction volumique des nanoparticules (φ) désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + solide).

$$\rho_{nf} = \frac{\text{Volume solide}}{\text{Volume totale du nanofluide}} = \frac{V_s}{V_s + V_f} \quad (\text{I.20})$$

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s \quad (\text{I.21})$$

Avec

ρ_{nf} : La masse volumique du nanofluide.

ρ_f : La masse volumique du fluide de base.

ρ_s : La masse volumique des nanoparticules solides.

I.3.1.2 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un system homogène $C_p = dQ/mdT$. La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 K lors de la transformation considérée. Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on a les des deux relations suivantes.

Xuan and Roetzel [12] ont utilisé :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s \quad (\text{I.22})$$

Pak and Cho [13] ont utilisé :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(C_p)_f + \varphi(C_p)_s \quad (\text{I.23})$$

Avec

$(C_p)_{nf}$: Chaleurs spécifique du nanofluide.

$(C_p)_f$: Chaleurs spécifique du fluide de base.

$(C_p)_s$: Chaleurs spécifique des nanoparticules

I.3.1.3 Coefficient d'expansion thermique

La variation de la masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique $\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ appelé également coefficient de dilatabilité.

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (I.19).

$$\beta_{nf} = (1-\varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \quad (I.24)$$

I.3.1.4 Viscosité dynamique

La viscosité relative est le rapport de la viscosité du nanofluide sur celle du fluide de base $\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$. On a plusieurs modèles de la viscosité dynamique d'un nanofluide comme :

Modèle d'Einstein :

Pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 - 2.5\varphi) \quad (I.25)$$

Avec

μ_{nf} : La viscosité dynamique du nanofluide.

μ_f : La viscosité dynamique du fluide de base.

φ : La fraction volumique des nanoparticules.

Modèle de Brinkman :

A étendu la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations volumiques.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (I.26)$$

Modèle de Batchelor :

A montré que la viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de φ , comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de φ

$$\mu_{nf} = \mu_f (2.6\varphi^2 - 2.5\varphi + 1) \quad (I.27)$$

D'autres relations ont été proposées dans la littérature, limitées à des applications bien précises.

I.3.1.5 Conductivité thermique

La conductivité thermique, notée λ (W/m. K), est la capacité d'un matériau de conduire ou de transmettre de la chaleur. C'est une propriété très importante pour l'amélioration des performances thermiques d'un fluide caloporteur. La synthèse des nanofluides répond au besoin d'améliorer et d'amplifier la conductivité thermique des liquides. Aussi, de nombreux travaux ont été menés pour mesurer, mais aussi prédire et expliquer cette amélioration.

Il existe plusieurs modèles théoriques permettant d'estimer, sous certaines conditions, la conductivité thermique des suspensions. Nous présenterons dans cette partie les modèles les plus utilisés dans le cas des nanofluides.

Modèle de Maxwell :

Il a supposé que les particules sont séparées d'une distance suffisante conduisant à l'absence d'interaction mutuelle entre elles, pas de contact entre les particules.

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s + 2\lambda_f - 2\varphi(\lambda_f - \lambda_s)}{\lambda_s + 2\lambda_f + \varphi(\lambda_f - \lambda_s)} \quad (I.28)$$

Avec

λ_{nf} : La conductivité thermique du nanofluide.

λ_f : La conductivité thermique du fluide de base.

λ_s : La conductivité thermique de la particule solide.

Modèle d'Hamilton :

Est une extension du modèle de Maxwell. Il concerne les particules de forme quelconque défini comme suit :

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s + (n-1)\lambda_f - (n-1)(\lambda_f - \lambda_s)\varphi}{\lambda_s + (n-1)\lambda_f + \varphi(\lambda_f - \lambda_s)} \quad (I.29)$$

$n = \frac{3}{\psi}$ Et ψ Facteur de forme empirique faisant référence à la géométrie sphérique. Ce

coefficient est défini comme étant le rapport de l'aire d'une sphère de même volume que la particule sur l'aire de cette même particule ($n = 3$ pour les particules sphériques et $n = 6$ pour les particules cylindriques).

I.3.2 Application des nanofluides dans l'industrie [1]

Les nanofluides ont connu beaucoup d'applications dans l'industrie ce qui a incité plusieurs recherches expérimentales. Les dispersions de nanoparticules trouvent déjà de nombreux domaines d'applications pour leurs propriétés magnétiques (paliers magnétiques à Ferrofluides, agents de contraste en imagerie médicale), pour leurs propriétés électriques (dépôt conducteur électro-mouillage pour lentilles liquides), et de marquage de cellules ou de contrefaçon avec des nanoparticules fonctionnalisées...

En thermique, les nanofluides peuvent être utilisés partout où des flux de chaleur importants doivent être évacués par des boucles liquides fermées : refroidissement de composants électriques et électroniques, radars, automobile...

Les nanofluides pourraient apporter une solution intéressante dans le refroidissement des miroirs, cibles et filtres des lasers et rayons X de forte puissance, ainsi que des MEMS.

La très petite taille des nanoparticules et les propriétés lubrifiantes de certaines d'entre elles permettraient leur emploi comme fluide pour les transmissions, les boîtes de vitesses et les huiles de moteur thermique.

En dysphasique, en parvenant à améliorer leurs performances, on peut envisager des systèmes de climatisation et frigorifiques améliorés, ainsi que l'utilisation de caloducs plus performants pour les applications spatiales et en refroidissement électronique.

Il est également envisagé d'utiliser l'augmentation du flux critique pour les circuits d'injection de secours de centrales nucléaires à eau pressurisée.

I.4 Principe de la convection sur les surfaces planes

En fait, dans notre environnement quotidien, les manifestations de la convection libre sont plus présentes que les effets de la convection forcée, même si elles ne sont pas toujours directement perceptibles par nos sens : c'est ainsi que dans n'importe quelle salle d'habitation nous sommes entourés en permanence de mouvements d'air ; celui-ci se réchauffe en montant le long des parois

les plus chaudes et se refroidit en descendant le long des parois les plus froides. La diversité des situations est également plus grande en convection libre.

Les domaines d'applications sont donc vastes, et concernent aussi bien l'isolation des canalisations que le refroidissement des circuits électriques et électroniques, la thermique du bâtiment et le confort humain, les panaches et la dispersion des effluents, ou encore la thermique de l'atmosphère et des océans. En ce qui concerne la mécanique des écoulements de convection naturelle on observe que, puisque les gradients de masse volumique à l'origine du mouvement sont eux-mêmes dus à des gradients de température, il y a là un couplage structurel entre bilan de quantité de mouvement et bilan d'énergie, c'est à dire entre champ de vitesse et champ de température. D'autre part, une spécificité de la convection libre concerne les faibles niveaux de vitesse atteints, avec pour conséquence immédiate des flux thermiques également modestes. L'aspect le plus important des transferts en convection libre est (comme en convection forcée) ce qui se passe au voisinage des parois. On y retrouve en particulier des structures de couche limite dont nous allons parler bientôt.

I.4.1 Couches limites en convection

Nous choisissons pour cela une disposition simple : plaque plane verticale, maintenue à une température uniforme T_p ; fluide ambiant immobile ($U_\infty = 0$) température uniforme T_∞ . Plaçons-nous par exemple dans le cas où la plaque est plus chaude que le fluide ($T_p > T_\infty$). D'après ce que l'on sait déjà, le fluide va s'élever le long de la paroi. Commençons par visualiser l'écoulement en injectant un traceur (colorant, fumée, bulles...) au niveau du bord d'attaque. On observe alors un filet qui est d'abord rectiligne et parallèle à la paroi, puis qui ondule avant de se fragmenter en volutes (Figure I.5). Ceci traduit donc, l'existence de deux structures dynamiques correspondant à deux régimes différents d'écoulement : laminaire près du bord d'attaque, puis turbulent. Il est d'ailleurs très facile de réaliser une expérience qualitativement analogue en regardant le filet de fumée qui monte d'une cigarette en air calme.

I.4.1.1 Couche limite dynamique

Lorsqu'un fluide se déplace sur un obstacle, les champs de vitesse et de pression sont perturbés par ce dernier. La couche limite est la zone de fluide contiguë à la paroi (ou bien, on peut dire qu'il s'agit d'une zone d'interface entre le corps et le fluide), dans laquelle se produit l'accommodation entre la vitesse nulle en paroi et la pleine vitesse locale du fluide libre.

De nombreuses propriétés de l'écoulement (frottement, transfert thermique et présence éventuelle de décollements) dépendent de cette couche limite.

On distingue deux types de couche limite dynamique :

a) Couche limite laminaire

La couche limite laminaire est caractérisée par le fait que tous les vecteurs vitesses sont parallèles à un même plan, l'écoulement se présente alors sous la forme de lames de fluide glissant les unes sur les autres. Ces lames restent rectilignes sur une certaine longueur, puis s'estompent. On observe une telle couche limite vers le bord d'attaque d'un profil. On appelle conventionnellement l'épaisseur δ de la couche limite la distance à la paroi à partir de laquelle la vitesse U est telle que : $U = 0.99 U_{\infty}$

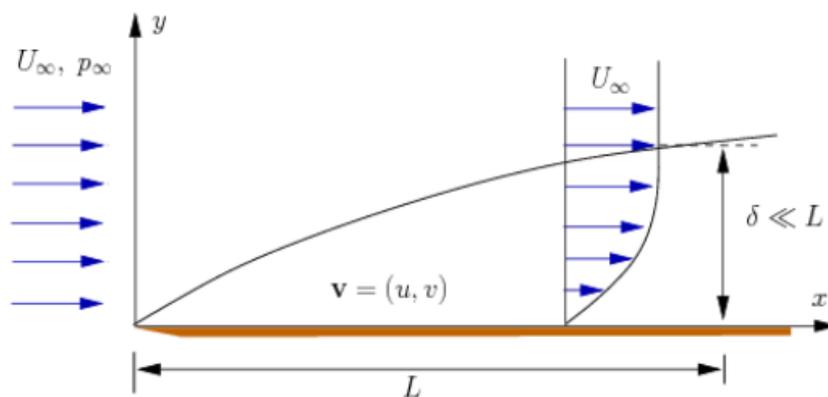


Figure (I.3) : développement d'une couche limite dynamique le long d'une plaque plane.

En fait assez rapidement les lames disparaissent et la couche limite n'est plus dite laminaire mais turbulente.

b) Couche limite turbulente

L'écoulement présente un caractère désordonné, due en partie aux aspérités qui existent toujours sur la paroi. La couche limite devient turbulente et les vecteurs vitesses ne sont plus parallèles entre eux.

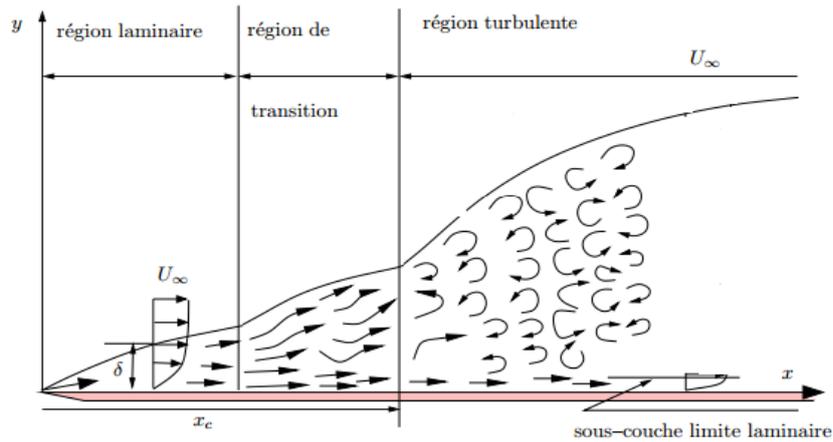


Figure (I.4) : Délimitation des zones de couche limite dynamique. [10]

On remarque qu'il existe une délimitation entre les deux zones précédemment définies que l'on nomme zone de transition.

I.4.1.2 Couche limite thermique

La couche limite thermique ne se développe au sein d'un écoulement de fluide visqueux en contact avec un corps solide, que si ces derniers sont à des températures différentes.

Supposons par exemple que l'écoulement incident sur une plaque plane soit à une température uniforme T_∞ , et que la surface de cette dernière soit maintenue à une température T_w également uniforme mais différente de T_∞ . En explorant le champ de température T perpendiculairement à la plaque, selon l'ordonnée y , on observera une variation progressive de T_w à T_∞ , d'abord rapide puis de plus en plus lente à mesure qu'on pénètre dans l'écoulement.

L'épaisseur δ_t de la couche limite thermique est conventionnellement définie comme étant la distance à la paroi pour laquelle le rapport $\frac{T_w - T(\delta_t)}{T_w - T_\infty} = 0.99$

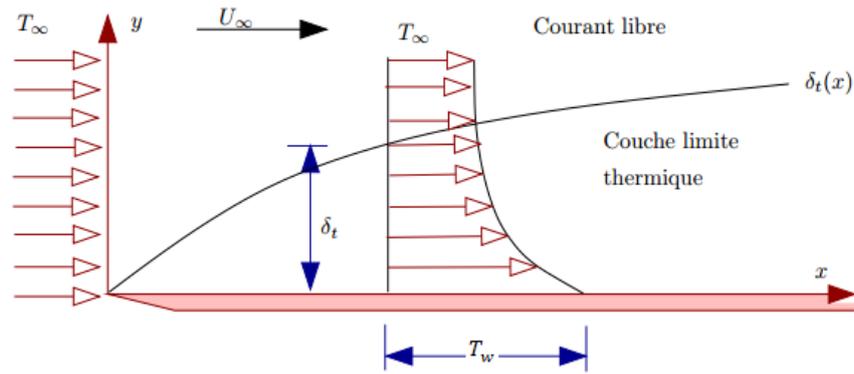


Figure (I.5) : Développement d'une couche limite thermique le long d'une plaque plane isotherme.

Dans le cas où ces deux phénomènes se présentent de manière simultanée, il existe un nombre adimensionnel, le nombre de Prandtl Pr caractérisant le fluide et défini par : $Pr = \frac{\nu}{a}$, traduisant le rapport entre la diffusion visqueuse et la diffusion thermique, qui permet de lier les épaisseurs des deux couches limites :

➤ $Pr \ll 1$ Dans ce cas la chaleur se diffuse plus rapidement que la quantité de mouvement donc l'épaisseur de la couche limite thermique sera plus grande que celle de la couche limite dynamique $\delta \ll \delta_t$

➤ $Pr \gg 1$ Dans ce cas l'écoulement se caractérise par une diffusion de la quantité de mouvement beaucoup plus importante que la diffusion de la chaleur $\delta_t \ll \delta$

➤ $Pr \approx 1$ Les deux épaisseurs sont du même ordre de grandeur.

I.4.2 Équations de couche limite en écoulement laminaire

On considère toujours une paroi verticale, et un fluide immobile et isotherme au loin ; mais nous n'imposerons pas de restrictions particulières à la température de paroi T_p , qui pourra donc dépendre de x . Voyons alors ce que deviennent les équations générales :

$$\text{div} \vec{v} = 0 \quad (\text{I.30})$$

Et

$$\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) = \alpha \Delta T \quad (\text{I.31})$$

$$\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{V}) = -\beta(T - T_\infty) \vec{g} - \frac{1}{\rho_\infty} \overrightarrow{\text{grad}}(p^*) + \nu \Delta \vec{V} \quad (\text{I.32})$$

Et, en nous limitant ici à la zone d'écoulement laminaire.

• Les caractéristiques observées de l'écoulement à proximité de la paroi autorisent à conserver les approximations de la couche limite dynamique, à savoir :

$$v \ll u \text{ et } \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{I.33})$$

Par contre, on prendra garde au fait que $\frac{\partial u}{\partial x}$ n'est pas toujours négligeable devant $\frac{\partial u}{\partial y}$: au

voisinage du maximum u_m on a en effets $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ et $\frac{\partial u}{\partial x} \neq 0$. Le même problème se rencontre

d'ailleurs dans les jets pariétaux ou dans les zones de décollement. Quoi qu'il en soit, il résulte de (I.42) que l'équation de continuité est inchangée, et que dans l'équation de quantité de

mouvement selon x, le terme $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ disparaît .

• En ce qui concerne la pression, vu la lenteur de l'écoulement on admettra que les gradients de pression induits par le champ de vitesse sont faibles. Autrement dit, la pression motrice p^* obéit à la loi de la statique, comme dans le fluide au loin, ce qui s'exprime par :

$$\text{grad}(p^*) \approx 0 \quad (\text{I.34})$$

• Enfin, dans la couche limite thermique :

$$\frac{\partial T}{\partial x} \ll \frac{\partial T}{\partial y} \text{ et } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{I.35})$$

Ce qui se traduit simplement par la disparition du terme $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ dans l'équation d'énergie.

• Le regroupement des conditions précédentes va nous conduire aux équations de couche limite en convection libre laminaire. Si on se trouve dans le cas $T_P > T_\infty$, l'écoulement se fait vers le haut.

On choisit alors pour \vec{x} la même direction (fig. I.5), de sorte que $\vec{g} = -g\vec{x}$ (la pesanteur est dirigée vers le bas !) et le terme en \vec{g} devient $+\beta (T - T_\infty) g$. Au contraire, avec $T_P < T_\infty$,

l'écoulement descendant, et on préfère encore prendre \vec{x} , dans le sens du mouvement. Cette fois $\vec{g} = +g\vec{x}$, et le terme en \vec{g} s'écrit $-\beta(T - T_\infty)\vec{g}$

Finalement les équations (I.31), (I.32), (I.33) et deviennent donc :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{I.36})$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \pm g\beta(T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{I.37})$$

+si direction x vers le haut -si direction x vers le bas

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{I.38})$$

Rappelons que dans le terme de couplage $g\beta(T - T_\infty)$ la dilatabilité β du fluide est égale à $(1/T)$ Pour un gaz à température T (y compris la vapeur d'eau). Avec les liquides, on se reportera aux tables de données thermo physiques. A titre d'exemple, $\beta = 2,06 \cdot 10^{-4} K^{-1}$ Pour l'eau à $20^\circ C$, et augmente fortement avec T . Mais quel que soit le fluide, il est recommandé d'évaluer β à T_m (température du mélange) ou T_f (température du film) pour tenir compte partiellement de sa variation avec T . D'autre part, en ce qui concerne l'alternative \pm dans (I.42), on observera ceci :

- soit x est dirigé vers le haut, et $T > T_\infty$

- soit x est dirigé vers le bas, et $T < T_\infty$

Donc, en regroupant les deux cas : si x est dirigé dans le sens de l'écoulement alors on a la propriété :

$$\pm g\beta(T - T_\infty) = g\beta|T - T_\infty| > 0 \quad (\text{I.39})$$

Dans la suite, nous adopterons cette écriture et l'équation de quantité de mouvement se présentera sous la forme :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta|T - T_\infty| + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{I.40})$$

I.5 Synthèse bibliographique

Dans cette partie, nous présentons une recherche bibliographique sur la convection en milieux poreux et saturés par des nanofluides. Comme on l'a déjà signalé, la convection mixte dans les milieux poreux est présente dans de très nombreux processus naturels ou industriels. Les exemples sont multiples et nous pouvons citer quelques-uns : la récupération de pétrole, l'isolation thermique...etc.

M.A.A. Hamad [12] a examiné le flux convectif et le transfert de chaleur d'un nanofluide visqueux incompressible passé feuille d'étirement verticale semi-infinie en présence d'un champ magnétique. Les équations aux dérivées partielles déterminantes avec les conditions auxiliaires sont réduites aux équations différentielles ordinaires avec les conditions correspondantes via des transformations de mise à l'échelle. Les solutions analytiques des ODE résultantes sont obtenues et à partir desquelles sont présentées les solutions analytiques du problème initial. L'influence de paramètres pertinents tels que le paramètre magnétique, la fraction volumique solide de nanoparticules et le type de nanofluide sur le flux, le transfert de chaleur, le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement avec la surface est discutée.

Xinhui Si et al. [13] ont analysé l'écoulement de la convection mixte d'un nanofluide pseudo-plastique régit par la loi de puissance à travers une plaque verticale. Trois types de nanoparticules, tels que le cuivre (Cu), l'oxyde d'aluminium (Al_2O_3) et l'oxyde de titane (TiO_2) sont considérés. La loi de Fourier généralisée proposée par Zheng pour la variation de la conductivité thermique des nanofluides, qui dépend de la loi de puissance du gradient de vitesse ainsi que de la propriété des nanoparticules, est prise en compte. Les solutions doubles sont obtenues par Bvp4c avec Matlab. De plus, leurs résultats montrent que, le nombre Nusselt local ne conserve pas les mêmes caractéristiques du fluide newtonien près du point où le rapport de vitesse est égal à 0,5.

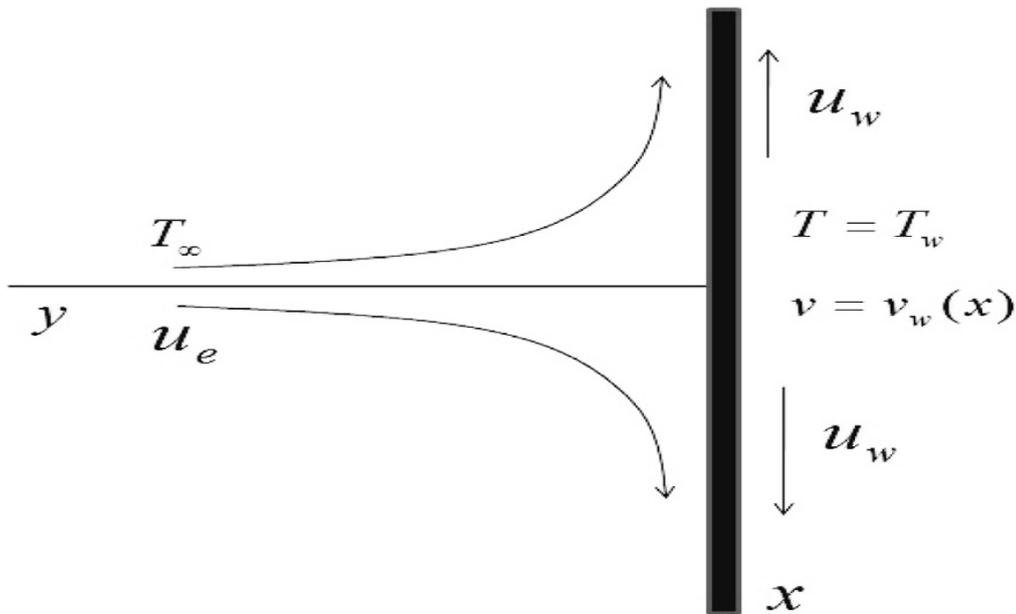


Figure (I.6) : Le modèle de transfert de chaleur et de masse de convection mixte [14]

P. Rana et al. [15] ont étudié l'écoulement de convection mixte d'une couche limite d'un nanofluid incompressible le long d'une plaque inclinée d'un angle α dans un milieu poreux. Les équations gouvernantes non linéaires résultantes avec les conditions aux limites associées sont résolues en utilisant la méthode des éléments finis (FEM) et la méthode des différences finies (FDM) avec une transformation locale non similaire. Leurs résultats montrent que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de mouvements browniens (Nb) ou du nombre de thermophorèse (Nt), alors qu'il augmente avec l'augmentation de l'angle α . De plus, le nombre local de Sherwood augmente avec l'augmentation de Nt, tandis qu'il diminue avec une augmentation de Nb et d'angle α . Les effets du nombre de Lewis, du coefficient de flottabilité et du paramètre de convection mixte sur la température. Les distributions de température et de concentration sont également examinées en détail.

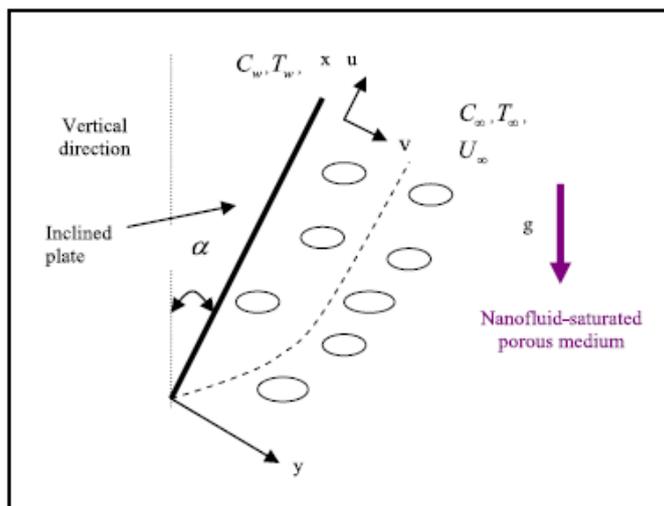


Figure (I.7) : Modèle physique de P. Rana et al. [15].

D. Pal et G. Mandal [16] se sont intéressés aux effets du rayonnement thermique de l'écoulement de couche limite de la convection mixte vers un écoulement de point de stagnation sur un étirement / retrait noyé dans un milieu poreux remplie d'un nanofluide avec présence de génération de chaleur et de dissipation visqueuse. Les équations de base sont résolues numériquement en utilisant la méthode de Runge – Kutta – Fehlberg avec technique de tir. Leur résultat montre que le paramètre d'aspiration diminue les profils de vitesse et de température pour l'étirement de la feuille, tandis que la tendance inverse s'obtient pour le rétrécissement de la feuille. On constate également que l'épaisseur de la couche limite pour la deuxième solution est supérieure à la première solution pour les trois types de nanofluide pour la contraction de la feuille. De plus, ils ont constaté que l'ajout des nanoparticules dans le fluide de base entraîne une augmentation du frottement de surface.

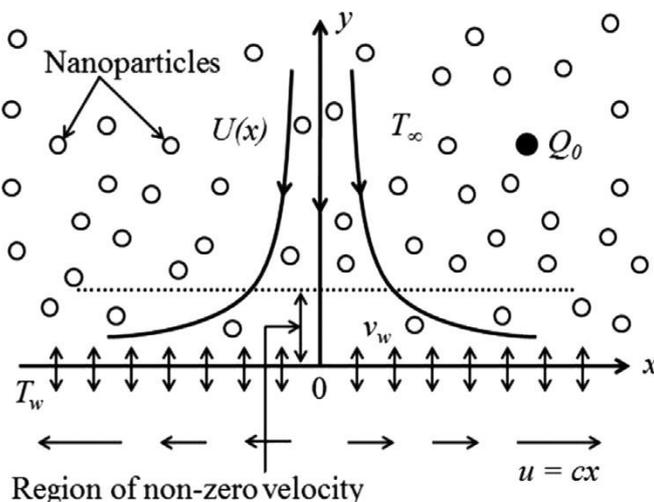


Figure (I.8): Configuration du flux[16]

C-H. Chen et C-Y. Ding [17] ont présenté une analyse des caractéristiques de transfert de chaleur et des performances de refroidissement d'un dissipateur thermique à micro canaux avec un nanofluide (eau- $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$) ayant différentes fractions volumiques différentes. Pour la résolution de problème, le dissipateur thermique à micro canaux est modélisé comme un milieu poreux saturé en fluide. L'équation de Darcy-Forchheimer-Brinkman est utilisée pour décrire l'écoulement du fluide et le modèle à deux équations avec dispersion thermique est utilisé pour le transfert de chaleur. Des résultats typiques pour les distributions de température de la phase fluide et de la paroi du canal sont présentés pour diverses valeurs de la fraction volumique de nanoparticules et du paramètre des forces inertielles. Les résultats montrent que la distribution de la température de la paroi du canal n'est pratiquement pas sensible à l'effet inertiel, contrairement à la distribution de la température du fluide et à la résistance thermique totale qui changent de manière significative. En général, l'inertie des fluides a pour effet de réduire la résistance thermique totale et la différence de température entre la paroi du canal et la phase fluide. Les résistances thermiques totales obtenues à partir du modèle actuel avec effet inertiel correspondent bien aux résultats expérimentaux existants, alors que la résistance thermique est surestimée si l'effet inertiel est négligé.

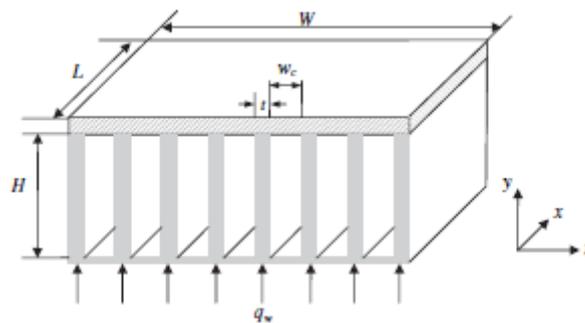


Figure (I.9): schéma du dissipateur thermique à microcanaux [17]

R. Nazar et al. [18] ont étudié l'écoulement de la couche limite de la convection mixte d'un cylindre circulaire horizontal isotherme noyé dans un milieu poreux chargé d'un nanofluide dans deux cas différents. Le système d'équations différentielles partielles non linéaires résultant est résolu numériquement à l'aide d'un schéma implicite à différences infinies. Les solutions pour les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur sont évaluées numériquement pour différentes valeurs de paramètres, à savoir la fraction volumique de nanoparticules ϕ et le paramètre λ de la convection mixte. Trois différents types de nanoparticules sont considérés, Cu, Al_2O_3 et TiO_2 . Leurs résultats montrent que pour chaque nanoparticule particulière, en augmentant la fraction volumique de nanoparticules plus le

coefficient de frottement diminue, ce qui entraîne une augmentation de la valeur du paramètre de convection mixte λ . D'autre part, parmi les trois types de nanoparticules considérées, pour toutes valeurs fixes de ϕ et λ , la nanoparticule Cu donne les valeurs les plus élevées du coefficient de frottement, suivie de TiO_2 et Al_2O_3 . Enfin, le chauffage du cylindre ($\lambda > 0$) retarde la séparation de la couche limite et si le cylindre est suffisamment chaud (grandes valeurs de $\lambda > 0$), alors elle est complètement supprimée. Par ailleurs, le refroidissement du cylindre ($\lambda < 0$) rapproche le point de séparation de la couche limite du point de stagnation inférieur et pour un cylindre suffisamment froid (valeurs élevées de $\lambda < 0$), il n'y aura pas de couche limite sur le cylindre.

G. Aaiza et al. [19] ont étudié le transfert d'énergie de la convection mixte magnétohydrodynamique (MHD) d'un nanofluide incompressible à l'intérieur d'un canal rempli de milieu poreux saturé. Le canal aux parois non uniformes dont la température est prise dans une direction verticale sous l'influence d'un champ magnétique transversal, trois situations d'écoulement différentes sont discutées. Quatre formes différentes de nanoparticules d'égale fraction volumique sont utilisées dans les fluides de base conventionnels, l'éthylène glycol (EG) ($\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$) et l'eau (H_2O). Des solutions pour la vitesse et la température sont obtenues, discutées graphiquement dans divers graphiques. Leur résultat montre que la viscosité et la conductivité thermique sont les paramètres les plus importants responsables des différentes variations de la vitesse et de la température. D'autre part, le $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$ est considéré comme un meilleur fluide de base par rapport aux autres fluides de base.

A.V. Rosca et al. [20] ont numériquement analysé le problème de l'écoulement de la convection mixte d'une couche limite sur une plaque plane horizontale imperméable encastrée dans un milieu poreux saturé par un nanofluide. La surface de la plaque est maintenue à une température constante et à une fraction volumique de nanoparticules constante. Les équations différentielles partielles gouvernantes résultantes sont transformées en un ensemble de deux équations ordinaires (similaires), qui sont résolues à l'aide de la fonction `bvp4c` de Matlab. Une comparaison est faite avec les résultats disponibles dans la littérature et un ensemble représentatif de résultats numériques pour le transfert de chaleur réduit de la plaque, des profils de vitesse et de température sans dimension sont présentés graphiquement et sous forme de tableau. En outre, les principales caractéristiques des résultats sont analysées et discutées.

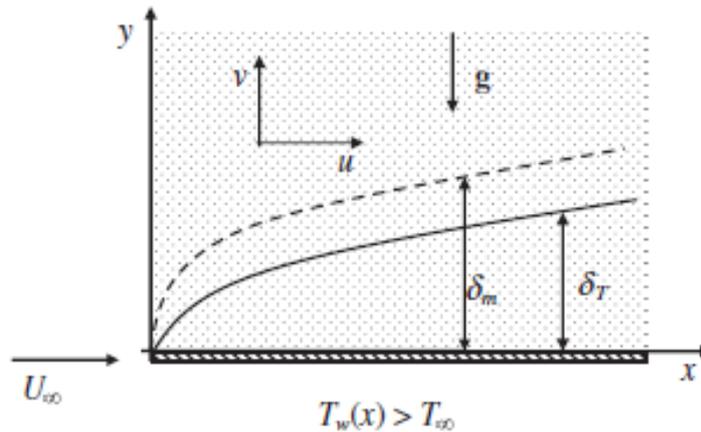


Figure (I.10) : Modèle physique et système de coordonnées [20]

CHattopadhyay et al. [21] ont traité numériquement la convection mixte dans une cavité Poreuse chauffée sinusoïdalement avec les parois latérales mobiles, en utilisant le modèle de Brinkman pour simuler l'écoulement dans un milieu poreux en variant les paramètres tel que, le nombre de Richardson Ri , nombre de Darcy, Grashof et l'amplitude de la température.

Leur résultat montre que les caractéristiques de l'écoulement fortement effectuées par la présence du milieu poreux.

C.Y. Cheng [22] a étudié les effets de Soret et Dufour sur la convection naturelle thermique et massique près d'un cône tronqué verticalement avec des températures et concentrations variables dans un milieu poreux ses résultats montrent que l'augmentation du paramètre Dufour tend à diminuer le nombre de Nusselt et diminuer le nombre de Sherwood.

Gladés Bachir [23] Il est étudié l'influence de la concentration en nanoparticules (Al_2O_3 , CuO , Cu , Ag and Au) dispersées dans un fluide de base sur le transfert de chaleur par conduction et convection en configuration de Rayleigh-Bénard. Les relations donnant la chaleur spécifique et le coefficient d'expansion thermique des nanofluides, utilisées ce travail, déduites à partir des lois de la thermodynamique différent de celles approchées retenues dans la littérature. Il montre que pour une cellule expérimentale donnée et à une différence de température fixée l'ajout de nanoparticules dans un fluide porteur conduit à une diminution du nombre de Rayleigh dans le nanofluide obtenu comparé à celui dans le fluide porteur seul. L'apparition de la convection est donc retardée dans le nanofluide. Il s'ensuit que contrairement à ce qui a été obtenu antérieurement par de nombreux auteurs, il est montré que la présence des nanoparticules solides dans un fluide porteur peut réduire le transfert de chaleur au lieu de l'augmenter [1].

A. Amahmid et al. [24] On étudie analytiquement et numériquement la convection naturelle dans une couche poreuse verticale soumise à des flux de chaleur et de masse uniformes. Et pour cela ils ont utilisé le modèle de Brinkman et ont considéré la situation particulière où les forces de volume thermiques et solutales sont opposées et de même intensité.

Une solution analytique basée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle, est développée pour Des rapports de forme A de la matrice poreuse suffisamment élevés. Les nombres de Rayleigh critiques au de la desquels les mouvements convectifs sont possibles sont déterminés analytiquement en fonction des nombres de Lewis Leet de Darcy Da . Les résultats présentés Couvrent les gammes suivantes : $0 < R_T < 10^3$, $0 < Le < 10^3$ et $0 < Da < 10$. Les résultats du modèle de Darcy et ceux du milieu fluide ($Pr \geq 0.5$) sont correctement prédits par le modèle de Brinkman respectivement pour les faibles et grands nombres de Darcy Da . L'étude numérique N'a permis d'obtenir que les solutions monocellulaires malgré la multiplicité des solutions Démontrée analytiquement.

CHAPITRE II

PROBLEMATIQUE ET MODELISATION

MATHEMATIQUE

II.1 Introduction

D'une manière générale, la formulation mathématique du problème de la convection mixte s'obtient en écrivant les théorèmes généraux de la mécanique des fluides et de la thermodynamique. Ces théorèmes traduisent la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie au sein du fluide. Dans ce chapitre, nous allons présenter notre problème physique ainsi que les équations qui nous permettront de modéliser le problème de la convection mixte sur une surface plane horizontale et en précisant toutes les hypothèses simplificatrices adoptées ainsi que Les conditions aux limites permettant le calcul des solutions.

II.2 Géométrie du problème

On considère dans cette partie un écoulement en convection naturelle devant une plaque horizontale semi infinie immergée dans un milieu poreux non Darcéen remplie d'un nanofluide visqueux incompressible. Le modèle physique, avec la direction du champ de pesanteur et le système de coordonnées est montré dans la figure (II.1). La fraction volumique des nanoparticules ϕ dans la surface de la plaque est ϕ_w . On suppose que, la plaque est en contact avec un fluide chaud caractérisé par une température T_f qui fournit un coefficient de transfert de chaleur h par convection. Les valeurs de l'ambiance correspondantes de la température et la fraction volumique quand y tends vers l'infini sont notées par T_∞ et ϕ_∞ .

L'approximation d'Oberbeck- Boussinesq et la couche limite pour le nanofluide sont supposées validées. L'équilibre thermique local dans le milieu poreux homogène est également supposé. Comme mentionné précédemment, il y'a uniquement l'effet du mouvement Brownien et la thermophorèse qui interviennent dans cette configuration. On néglige le transfert thermique par rayonnement. Sous ces hypothèses, les équations gouvernantes de couches limites hydrodynamique, thermique et massique peuvent être écrites sous la forme dimensionnelle.

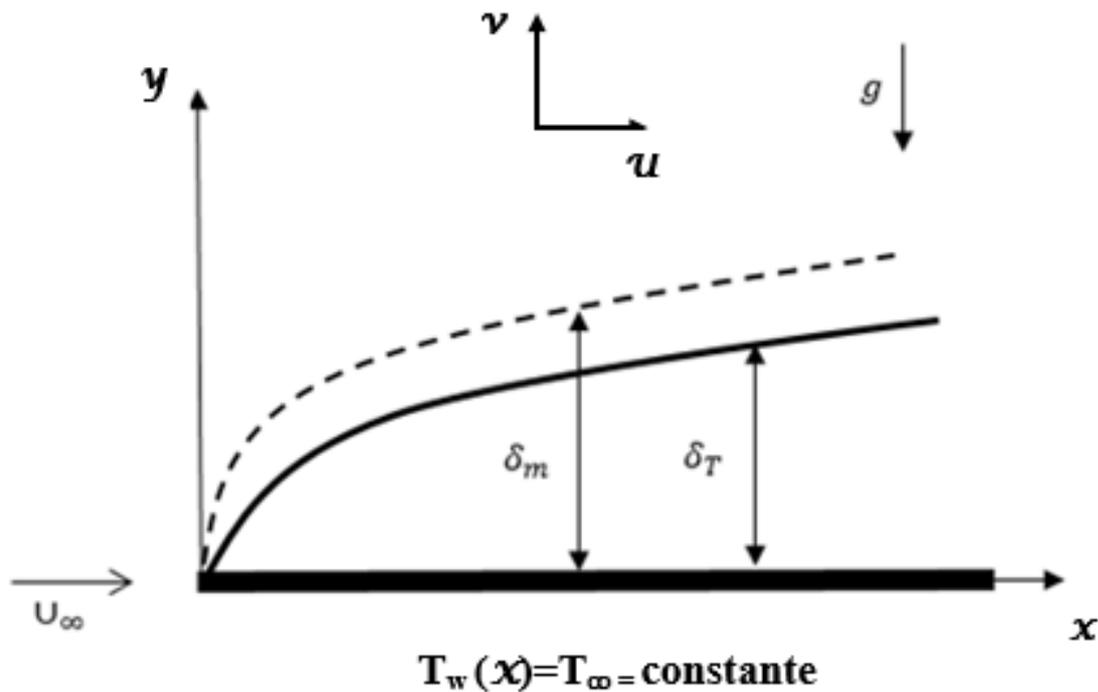


Figure (II.1) : Géométrie du problème.

II.3 Modèle physique et formulation mathématique

II.3.1 Equations générales de conservation

La formulation mathématique des phénomènes de convection mixte repose sur les équations liant les différents paramètres, à savoir : la vitesse, la pression, la température et la concentration. Ces équations sont obtenues à partir de :

- La loi de conservation de masse (équation de continuité)
- La loi de conservation de quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes)
- La loi de conservation d'énergie (équation d'énergie)

II.3.2 Hypothèses simplificatrices

La modélisation du phénomène étudié est basée sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement du fluide, les transferts de chaleur sont permanents et le régime est laminaire.
- Le fluide est newtonien et incompressible.
- Les propriétés thermophysiques du fluide (μ , C_p , k) sont constantes
- La dissipation visqueuse est négligeable
- Le système ne présente pas de source de chaleur.
- La plaque est imperméable.

- Les effets Soret et Dufour (interactions entre le transfert de chaleur et de masse) sont négligeables.

II.3.3 Forme dimensionnelle des équations

II.3.3.1 Equation de continuité

Cette équation est déduite du premier principe de conservation de masse. Elle s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{II.1})$$

II.3.3.2 Equation de quantité de mouvement

Cette équation est déduite de la deuxième loi de la dynamique, qui stipule que la variation de la quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures qui agissent sur cette particule.

$$\frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) = -\vec{\nabla} p + \vec{f} + \text{div} \overline{\overline{\sigma_v}} \quad (\text{II.2})$$

Pour un fluide newtonien visqueux, le tenseur de contraintes est donné par :

$$\overline{\overline{\sigma_v}} = \begin{bmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\beta - \frac{2}{3}\mu\right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \left(\beta - \frac{2}{3}\mu\right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

β représente le coefficient de dilatation volumique du fluide. Pour un fluide à le tenseur de contrainte se réduit à :

$$\overline{\overline{\sigma_v}} = \begin{bmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

II.3.3.3 Equation de l'énergie

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le premier principe de la thermodynamique pour un fluide Newtonien incompressible, elle s'écrit comme suit :

$$\rho \left[\frac{\partial e}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) e \right] = \vec{\nabla} \cdot (K \vec{\nabla} T) + q - p \vec{\nabla} \cdot \vec{V} + \Phi \quad (\text{II.5})$$

Où q représente les sources de chaleur internes et Φ est le terme de dissipation.

$$\Phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{II.6})$$

Introduisons l'enthalpie massique du fluide : $h = e + \frac{p}{\rho}$

$$\rho \frac{de}{dt} = \rho \frac{dh}{dt} - \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho} \right) \quad (\text{II.7})$$

L'enthalpie étant une fonction de la température T et de la pression P , nous avons :

$$\frac{dh}{dT} = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial h}{\partial P} \right)_T \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{II.8})$$

En introduisant les relations thermodynamiques suivantes :

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = C_p, \left(\frac{\partial h}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} (1 - T\beta_t), \beta_t = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (\text{II.9})$$

Et en les remplaçant dans l'équation (II.7), nous obtenons :

$$\rho \frac{de}{dt} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - T\beta_t \frac{dP}{dt} \quad (\text{II.10})$$

Ainsi, l'équation d'énergie s'écrit sous la forme :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \vec{\nabla} \cdot (K \vec{\nabla} T) + T\beta_t \frac{dP}{dt} + q + \Phi \quad (\text{II.11})$$

II.3.3.4 Conditions initiales et aux limites

Nous allons imposer des conditions aux limites et initiales a la paroi :

. conditions initiales à la paroi

$$y = 0, v = 0, T = T_w = T_\infty \quad (\text{II.12})$$

. conditions aux limites

$$y \rightarrow \infty, u \rightarrow U_\infty, T \rightarrow T_\infty$$

II.4 Projections des équations de conservation selon les coordonnées cartésiennes

En appliquant les approximations précédentes, les équations précédentes peuvent être écrites en régime stationnaire et en projection selon (x, y) comme suit :

II.4.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.13})$$

II.4.2 Equation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\rho_{nf,\infty}}{\mu_{nf}} K' \left[\frac{\partial(u^2)}{\partial y} - \frac{\partial(v^2)}{\partial x} \right] = - \frac{g \rho_{nf,\infty} K \beta_{nf}}{\mu_{nf}} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.14})$$

II.4.3 Equation d'énergie

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.15})$$

II.5 Formulation adimensionnelle

L'emploi de la variable adimensionnelle permet d'exprimer la réalité des phénomènes physiques indépendamment des systèmes de mesures, et ainsi permettre d'avoir des informations généralisées sur une variété de problèmes ayant les mêmes grandeurs de coefficient de similitudes d'un côté, et d'un autre côté, réduire le nombre de paramètres d'un problème.

II.5.1 Equations adimensionnelles et solution auto-similaire

Pour résoudre le système d'équations on cherche une solution de type auto-similaire étant donné qu'il s'agit d'un écoulement de couche limite. Ainsi, on introduit les expressions suivantes :

$$\psi = (\alpha_f \cdot U_\infty x)^{1/2} f(\eta)$$

$$\eta = \left(\frac{U_\infty x}{\alpha_f} \right)^{1/2} \frac{y}{x} \quad (\text{II.16})$$

$$\theta(\eta) = \frac{(T - T_\infty)}{(T_w - T_\infty)}$$

Où, ψ est la fonction de courant définie comme suit :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (\text{II.17})$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

On va remplacer u et v dans l'équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie on obtient :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\rho_{nf,\infty}}{\mu_{nf}} K' \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 \right] = -\frac{g \rho_{nf,\infty} K \beta_{nf}}{\mu_{nf}} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.18})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{II.19})$$

Les composantes de la vitesse peuvent être exprimées comme suit :

$$u = u_\infty f' \quad (\text{II.20})$$

$$V = -\frac{1}{2} \frac{\nu}{x} Re_x^{1/2} [f - \eta f'] \quad (\text{II.21})$$

Et on a aussi qu'elle que fonction qui correspondent à notre équation :

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s, \alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}}, \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}}$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{(k_s + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \phi(k_f - k_s)}$$

Avec tout c'est condition on a arrivé a c'est équation :

Equation de quantité de mouvement :

$$f'' + (1-\phi)^{2.5} \left(1 - \phi + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) G \left[(f')^2 \right] = \frac{1}{2} (1-\phi)^{2.5} \left[1 - \phi + \phi \frac{(\rho_s \beta_f)}{(\rho_f \beta_f)} \right] \lambda (\eta \theta' - \theta) \quad (\text{II.22})$$

Equation d'énergie :

$$\frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{1 - \phi + \phi \frac{(\rho C_p)_s}{(\rho C_p)_f}} \theta'' = \frac{1}{2} (\theta f' - f \theta') \quad (\text{II.23})$$

II.5.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites correspondantes est :

$$\eta = 0 ; f(0) = 0 ; \theta(0) = 1 \quad (\text{II.24})$$

$$\eta \rightarrow \infty ; f'(\eta) \rightarrow 1 ; \theta(\eta) \rightarrow 0$$

Ici, G est le paramètre non-Darcy ou inertiel et λ est le mélange.

paramètre de convection, définis comme :

$$G = \frac{K' U_\infty}{\nu_f} = \frac{K' U_\infty \rho_f}{\mu_f}, \lambda = \frac{Ra_x}{Pe_x^{3/2}} \quad (\text{II.25})$$

Où :

$$Ra_x = g \rho_f K \beta_f \frac{(T_w - T_\infty)x}{(\mu_f \alpha_f)} \quad (\text{est le nombre de Rayleigh local})$$

Et (II.26)

$$Pe_x = \frac{U_\infty x}{\alpha_f} \quad (\text{est le nombre de Péclet local pour le milieu poreux})$$

Une quantité physique d'intérêt pratique est le numéro Nusselt local Nu_x , qui est défini comme :

$$Nu_x = \frac{x q_w}{k_f (T_w - T_\infty)} \quad (II.27)$$

Où q_w est le flux de conductivité de la surface de la plaque, qui est donné par :

$$q_w = -k_{nf} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (II.28)$$

D'après les équations précédentes on obtient :

$$Pe_x^{1/2} Nu_x = -\frac{k_{nf}}{k_f} \theta'(0) \quad (II.29)$$

II.6 Expression des nombres sans dimensions

II.6.1 Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl (P_r) : est un nombre sans dimension, ainsi nommé en hommage au physicien allemand Ludwig Prandtl. C'est le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement (viscosité cinématique) et celle de la chaleur (diffusivité thermique), le nombre de Prandtl compare la rapidité de phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un nombre de Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un nombre de Prandtl faible (exemple : métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température.

$$P_r = \frac{\nu}{a} \quad (II.30)$$

Avec :

ν : la viscosité cinématique.

a : la diffusivité thermique.

Qui s'expriment toutes deux en m^2/s

$$\text{comme } \nu = \frac{\mu}{\rho} \text{ et } \alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}, \text{ une définition équivalente est :} \quad (\text{II.31})$$

$$P_r = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

Avec :

μ : la viscosité dynamique (exprimée en $kg /m s$)

ρ : la masse volumique (en kg/m^3)

λ : la conductivité thermique (en $w/m k$)

c_p : la capacité thermique massique à pression constante (en $J/Kg k$)

II.6.2 Nombre de Grashof

Le nombre de Grashof (Gr) : est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection libre dans un fluide .il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Ce nombre porte le nom de Franz Grashof, ingénieur allemand.

On définit le nombre de Grashof de la manière suivante :

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T L_c^3 \rho^2}{\mu^2} \quad (\text{II.32})$$

Avec :

g : accélération de la pesanteur

β : coefficient de dilatation

ΔT : différence de température

L_c : longueur caractéristique

ρ : la masse volumique du fluide

μ : viscosité dynamique

Le nombre de Grashof permet donc de caractériser le transfert thermique du au déplacement naturel d'un fluide.

Un nombre de Grashof massique peut être construit sur le même modèle que celui décrit ci-dessus pour le transfert thermique. Une différence de concentration d'un soluté engendre une différence de masse volumique qui sert de force motrice pour un déplacement du solvant. Ce nombre de Grashof massique est défini de la manière suivant :

$$Gr_m = \frac{g \beta^* \Delta T L_c^3 \rho^2}{\mu^2} \quad (\text{II.33})$$

Avec : β^* : coefficient de dilatation en fonction de la concentration .

II.6.3 Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds (Re) : est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides.

Il a été mis en évidence en 1883 par Osborne Reynolds. Il caractérise un écoulement, en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent).

Le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Ce nombre sans dimension apparaît naturellement en dimensionnant les équations de Navier-stokes.

On le définit de la manière suivant :

$$Re = \frac{V L}{\nu} \quad (\text{II.34})$$

Avec :

V : vitesse caractéristique du fluide (m/s)

L : dimension caractéristique (m)

ν : la viscosité cinématique du fluide (m²/s)

$$\text{Avec : } v = \frac{\mu}{\rho}$$

D'où la formulation classique :

$$\text{Re} = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (\text{II.35})$$

Le nombre de Reynolds représente également le rapport (qualitatif) du transfert par convection au transfert par diffusion de la quantité de mouvement.

Il est important de noter que le nombre de Reynolds ne donne qu'un ordre de grandeur. La dimension caractéristique et vitesse caractéristique qui interviennent dans la formule sont également des ordres de grandeur. Ainsi, pour un fluide circulant dans un tuyau cylindrique de rayon R, on pourra prendre $L=R$ (rayon) ou $L=2R$ (diamètre) ou tout autre distance de cet ordre de grandeur selon la convention choisie, mais le nombre de Reynolds correspondant restera du même ordre de grandeur.

II.6.4 Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt (Nu) est un nombre adimensionnel utilisé pour caractériser les transferts thermiques entre un fluide et une paroi, appelé transfert convectif.

On le définit de la manière suivant :

$$\text{Nu} = \frac{h L_c}{\lambda} \quad (\text{II.36})$$

Avec :

h : coefficient de transfert thermique

L_c : longueur caractéristique

λ : la conductivité thermique du fluide

La longueur caractéristique dépend de la géométrie en présence. Dans le cas d'un écoulement dans une conduite. On prendra le diamètre de la canalisation, ou le diamètre hydraulique si la conduite n'a pas une section circulaire. Dans le cas d'une plaque plane, on prendra la longueur de la plaque, ou l'abscisse à compter de bord d'attaque de la plaque.

Comme tout nombre sans dimension, la valeur du nombre de Nusselt dépend fortement des grandeurs de référence que l'on choisit, et de la signification physique que l'on entend lui donner (locale ou globale par exemple). Il est notamment important de savoir, lors de l'utilisation d'une corrélation, si le coefficient de convection h a été défini par rapport à une température de référence fixe, ou à une température de mélange locale.

Conclusion

Une fois les équations régissant le problème posé, avec les conditions aux limites associées, et mises sous leurs formes adimensionnelles, et étant donné leurs présentations sous forme d'équation ou dérivées partielles ne peuvent pas prétendre à une résolution analytique directe, nous avons donc opté pour une résolution numérique. Celle-ci permettra de transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques plus simples à résoudre. En utilisant le Matlab, on va exploiter dans le prochain chapitre la méthode de Runge Kutta et la méthode de tir en utilisant le code Matlab.

CHAPITRE III

METHODE NUMERIQUE ET DISCUSSIONS

DES RESULTATS

III. Introduction

Une équation différentielle, en mathématique, est une relation entre une ou plusieurs fonctions inconnues et leurs dérivées. L'ordre d'une équation différentielle correspond au degré maximal de différenciation auquel une des fonctions inconnues a été soumise.

Le problème qu'on a étudié dans le cadre de ce travail est classé parmi les problèmes dits, aux valeurs limites. L'usage et la logique mathématique font que l'on a tendance à simplifier. Ce que les mathématiciens nous imposent généralement à faire, est de passer d'un problème aux conditions limites à un problème aux valeurs initiales beaucoup plus simple à résoudre. Pour cela nous devons utiliser la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre, est très connue pour ce genre de problème, de plus nous utilisons aussi une méthode supplémentaire dite la méthode de tir (*shooting méthode*), qui nous permet précisément d'aboutir aux conditions initiales, absolument nécessaires pour faire démarrer l'algorithme de Runge-Kutta et en déduire les solutions du système d'équations.

Afin de résoudre le système constitué des équations de continuité, de mouvement et d'énergie associée des conditions initiales et aux limites correspondantes, on utilise la méthode de Runge-Kutta et la méthode de tir en Matlab. Afin d'obtenir un aperçu clair sur le phénomène physique du problème, une étude paramétrique est effectuée et les résultats numériques obtenus sont affichés à l'aide d'illustrations graphiques.

Dans ce chapitre, nous présentons la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre ainsi que la méthode de tir utilisée pour résoudre le système d'équations différentielles ordinaire modélisant le problème physique étudié, à savoir les problèmes de flux de convection mixte constaté dans un milieu poreux au-dessus d'une surface imperméable horizontale chauffée. Et une partie est consacré à présenter les différents résultats obtenus après avoir validé le programme qui régit notre problème étudié sur le logiciel de calcul MATLAB.

III.1 Méthode Runge-Kutta

Les méthodes de Runge-Kutta sont des méthodes très utilisées. Qui ont l'avantage d'être faciles à programmer, et surtout d'être stable (peu d'erreurs) et d'une grande précision [24]. Ce sont des méthodes à pas unique, elles ont surtout l'immense avantage de ne pas demander autre chose que de connaître les conditions initiales pour démarrer. Cependant un léger inconvénient, du fait qu'elles soient assez consommatrices en temps de calcul. Cette famille des méthodes explicites plus efficace et plus pratique, est basée sur le schéma numérique suivant :

$$y_{i+1} = y_i + \Gamma(y_i, t_i, \Delta t) \cdot \Delta t \quad (\text{III.1})$$

avec Γ , la fonction incrémentale, qui s'écrit :

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n a_i k_i \tag{III.2}$$

a_i étant des constantes, et les k_i sont définis par :

$$\begin{cases} k_1 = f(y_1, t_1) \\ k_2 = f(y_i + q_{1.1}k_1\Delta t, t_i + p_1\Delta t) \\ k_3 = f(y_i + q_{2.1}k_1\Delta t + q_{2.2}k_2\Delta t, t_i + p_2\Delta t) \\ \vdots \\ k_n = f(y_i + q_{n-1.1}k_1\Delta t + q_{n-1.2}k_2\Delta t + \dots + q_{n-1.n-1}k_{n-1}\Delta t, t_i + p_n\Delta t) \end{cases} \tag{III.3}$$

Avec « n » l'ordre désiré de la méthode de Runge-Kutta qui sera explicitement déterminé une fois que les constantes $a_j, p_j, q_{j,k}$ seront connues. Pour intégrer numériquement un système différentiel, la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, part d'un état initial $x(t_0)$, le pas d'intégration Δt étant donné, elle calcule itérativement les quantités suivantes :

$$x(t_0 + \Delta t), x(t_0 + 2\Delta t), x(t_0 + 3\Delta t), \dots, x(t_0 + k\Delta t) \tag{III.4}$$

En sollicitant la fonction $f(x)$, quatre fois à chaque pas Δt .

Elle est précise quand Δt est suffisamment petit, puisque l'erreur cumulée entre deux valeurs (t) fixées est approximativement proportionnelle à la puissance 4 de Δt , mais la méthode diverge si Δt est trop grand. Pour donner une idée sur l'ordre de grandeur de l'erreur commise en appliquant la méthode de Runge-kutta d'ordre quatre, à voir le tableau (III.1). En considérant un micro-ordinateur IBM ayant une erreur arithmétique en 10^{-16} , l'erreur totale commise est donnée par [26] :

$$Erreur\ totale = \frac{l'erreur\ arithmétique}{\Delta t_0} + (\Delta t_0)^n$$

Le second membre de l'expression (III.1) est l'erreur de troncature.

Tableau (III.1) : Erreur totale pour la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre.

N	Δt_0	Erreur totale
1	$1.5 * 10^{-8}$	$1.5 * 10^{-8}$
2	$6.1 * 10^{-6}$	$3.7 * 10^{-11}$
3	$1.2 * 10^{-4}$	$1.8 * 10^{-12}$
4	$7.4 * 10^{-4}$	$3.0 * 10^{-12}$
5	$2.4 * 10^{-3}$	$9.0 * 10^{-14}$

III.1.1 Méthode de Runge-kutta d'ordre quatre :

Cette description de la méthode de RK4 est une description suite à une description courte des résultats de la méthode de RK4 :

On part de la formule suivante :

$$y_{n+1} = y_n + H * f(x_n, y_n) \tag{III.5}$$

$$x_{n+1} = x_n + H \tag{III.6}$$

La méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre produit quatre coefficients k_1, k_2, k_3, k_4 tel que :

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= H * f(x_n, y_n) \\ k_2 &= H * f\left(x_n + \frac{H}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 &= H * f\left(x_n + \frac{H}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 &= H * f\left(x_n + H, y_n + k_3\right) \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3} + \frac{k_4}{6} + O(h^5) \end{aligned} \right\} \tag{III.7}$$

- k_1 est la pente au début de l'intervalle.
- k_2 est la pente au milieu de l'intervalle, en utilisant k_1 la pente pour calculer la valeur de y au point $x_n + \frac{H}{2}$
- k_3 est de nouvelle pente au milieu de l'intervalle, mais obtenue cette fois en utilisant la pente k_2 pour calculer y .
- k_4 est la pente à la fin de l'intervalle, avec la valeur de y calculée en utilisant k_3 .

Dans la moyenne des quatre pentes, un poids plus grand est donné aux pentes au milieu.

$$pente = \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6} \quad \text{(III.8)}$$

La méthode de Runge-Kutta est une méthode d'ordre quatre, ce qui signifie l'erreur commise à chaque étape est de l'ordre de H^5 , alors que l'erreur totale accumulée est de l'ordre de H^4 .

III.2. Méthode de tir

A ce point du raisonnement, nous avons seulement considéré les solutions des équations différentielles pour lesquelles les conditions initiales sont connues. Cependant, beaucoup d'applications dans les sciences physiques n'ont pas des conditions initiales, mais plutôt des conditions aux limites. La méthode de tir consiste à remplacer le problème de conditions aux limites par un problème aux conditions initiales [21]. Elle est basée sur les quatre étapes itératives suivantes :

- On choisit une condition initiale $X(t_0)$, qui peut être la vitesse initiale par exemple.
- On résout alors le problème aux conditions initiales par l'une des méthodes précédemment exposée, telle que la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre.
- On calcule les valeurs de conditions aux limites.
- Si la valeur finale n'est pas atteinte, on modifie la valeur initiale, et on réitère les étapes précédemment jusqu'à l'obtention de la valeur finale souhaitée.

III.3 Formulation des équations du problème étudié

Les équations gouvernantes sont connues, et ont été présentées dans le chapitre précédent, le système d'équations différentielles ordinaire obtenu est :

$$f'' + \overbrace{(1-\phi)^{2.5} \left(1 - \phi + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)}^L G \left[(f')^2 \right]' = \frac{1}{2} (1-\phi)^{2.5} \overbrace{\left[1 - \phi + \phi \frac{(\rho_s \beta_f)}{(\rho_f \beta_f)} \right]}^M \lambda (\eta \theta' - \theta) \quad \text{(III.9)}$$

$$\frac{\overbrace{k_{nf}}^N}{k_f} \theta'' = \frac{1}{2} (\theta f' - f \theta') \quad \text{(III.10)}$$

$$1 - \phi + \phi \frac{(\rho C_p)_s}{(\rho C_p)_f}$$

Après simplification on obtient :

$$f'' + LG \left[(f')^2 \right]' = M \lambda (\eta \theta' - \theta) \quad (\text{III.11})$$

$$N \theta'' = \frac{1}{2} (\theta f' - f \theta') \quad (\text{III.12})$$

Finalement on aboutit au système d'équations

$$f'' = \frac{M \lambda}{(1 + 2LGf')} (\eta \theta' - \theta) \quad (\text{III.13})$$

$$\theta'' = \frac{1}{2N} (\theta f' - f \theta') \quad (\text{III.14})$$

Equation de Nusselt obtenue est :

$$Pe_x^{-1/2} Nu_x = - \frac{K_{nf}}{K_f} \theta'(0) \quad (\text{III.15})$$

Conditions aux limites étant :

$$\eta = 0 ; f(0) = 0 ; \theta(0) = 1 \quad (\text{III.16})$$

$$\eta \rightarrow \infty ; f'(\eta) \rightarrow 1 ; \theta(\eta) \rightarrow 0$$

III.4 Les propriétés physique du fluide et nanoparticule

Tableau (III.2) : Les propriétés physiques du fluide et de nanoparticule

Propriété	<i>Eau</i>	<i>Cu</i>	<i>Al₂O₃</i>	<i>TiO₂</i>
C_p (J/kg K)	4179	385	765	686.2
ρ (kg/m ³)	997.1	8933	3970	4250
k (W/m K)	0.613	400	40	8.9538
$\alpha \cdot 10^7$ (m ² /s)	1.47	1163.1	131.7	30.7
$\beta \cdot 10^{-5}$ (1/K)	21	1.67	0.85	0.9

III.5 Profils de vitesses et températures adimensionnelle

Le problème est formulé pour que nous puissions considérer différents types des nanoparticules (par exemple, Cu, Al₂O₃, TiO₂, etc.) et de l'eau en tant que fluide de base. cependant, nous avons examiné essentiellement que le cas de Nanoparticules de Cu. Le système des équations différentielles ordinaires. (III.13) et (III.14) qui sont soumis aux conditions aux limites équations (III.16) a été résolu en utilisant le logiciel Matlab. La tolérance relative a été fixée à 10⁻⁸. Les résultats obtenus sont présentés pour plusieurs valeurs de paramètres régissant dans certaines figures.

III.5.1 Cas $\phi = 0,1$ lorsque $G = 1$ et $\lambda = 0, 0,5, 1, 2$.

Les figures (III.1) et (III.2) présentent la vitesse adimensionnelle $f'(\eta)$ et la température adimensionnelle $\theta(\eta)$ pour $\phi = 0,1$, $G = 1$ et $\lambda = 0, 0,5, 1, 2$.

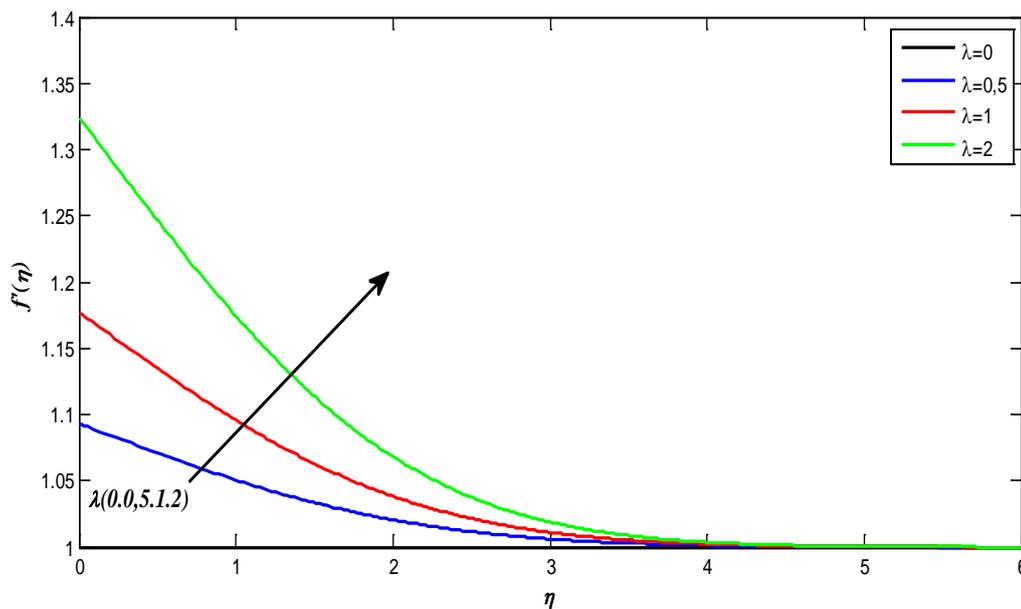


Figure (III.1): profil de vitesse $f'(\eta)$ pour différentes valeur de λ (0,0,5,1,2) avec $G=1$ et $\phi = 1$.

La figure au-dessus présente la variation de la vitesse adimensionnelle avec différents valeur de paramètre de convection mixte, on constate que la vitesse adimensionnelle $f'(\eta)$ augment proportionnellement avec le paramètre de convection mixte (λ).

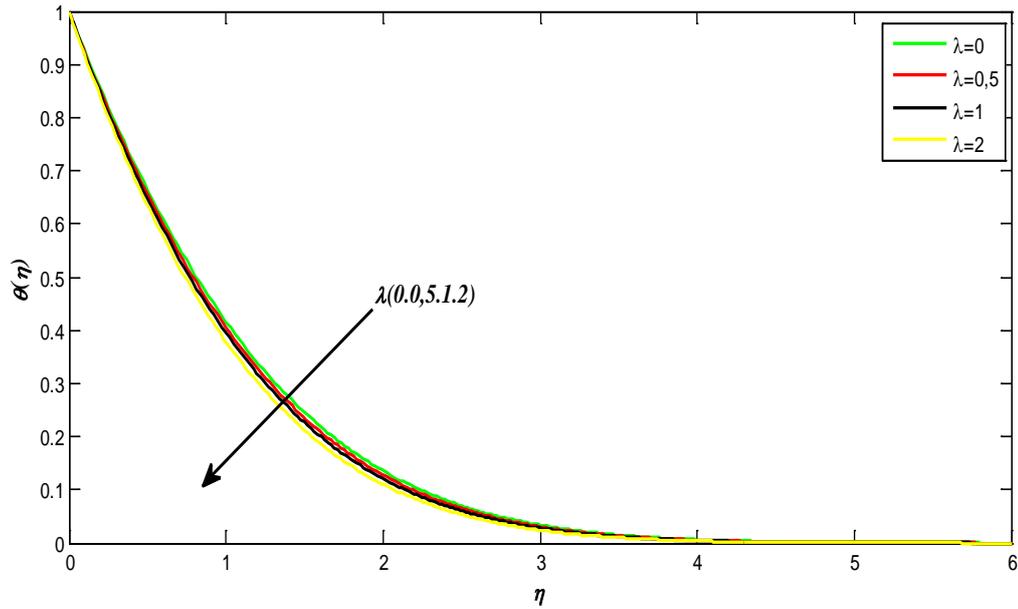


Figure (III.2) : profil de température $\theta(\eta)$ pour différentes valeur de $\lambda(0,0,5,1,2)$ avec $G=1$ et $\phi = 1$.

La figure au-dessus présente la variation de la température adimensionnelle avec différents valeur le paramètre de convection mixte (λ), on constate que à chaque fois qu'on augmente le paramètre de convection mixte (λ), la variation de la température adimensionnelle $\theta(\eta)$ diminue .

III.5.2 Cas $G = 0, 1, 1, 5$ lorsque $\lambda = 1$ et $\phi = 0, 1$.

Les figures (III.3) à (III.4) montrent la variation de la vitesse adimensionnelle et la variation de la température adimensionnelle pour $G = 0, 1, 1, 5$ lorsque $\lambda = 1$ et $\phi = 0, 1$.

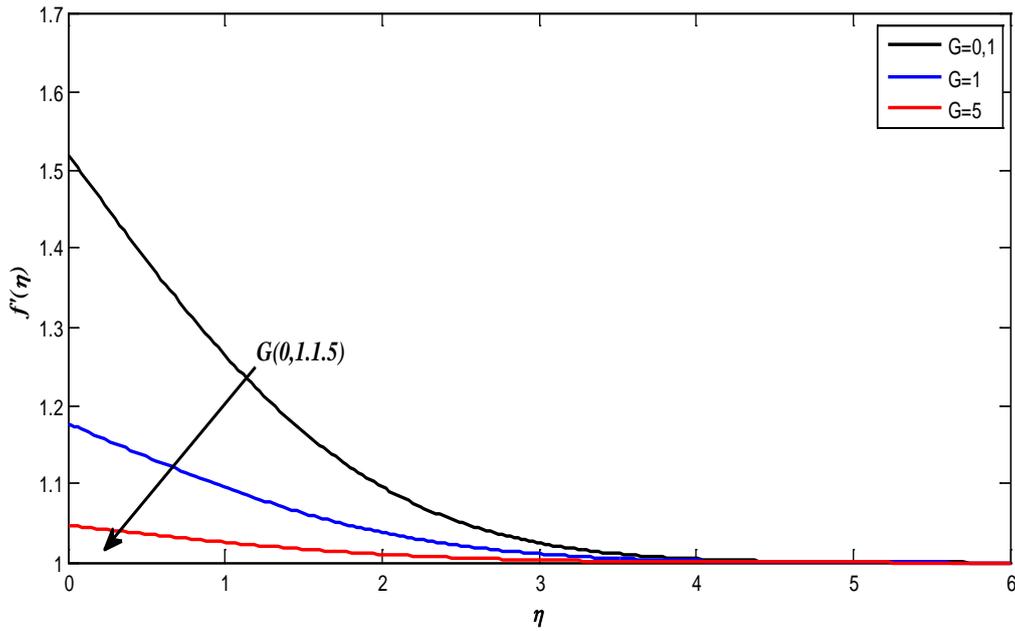


Figure (III.3): profil de vitesse $f'(\eta)$ pour différentes valeur de $G(0,1,1.5)$ avec $\lambda=1$ et $\phi =1$.

La figure au-dessus présente la variation de la vitesse adimensionnelle avec différents valeur de paramètre de l'effet inertiel (G), on constate que à chaque fois qu'on augmente le paramètre de l'effet inertiel (G), la vitesse adimensionnelle $f'(\eta)$ diminue .

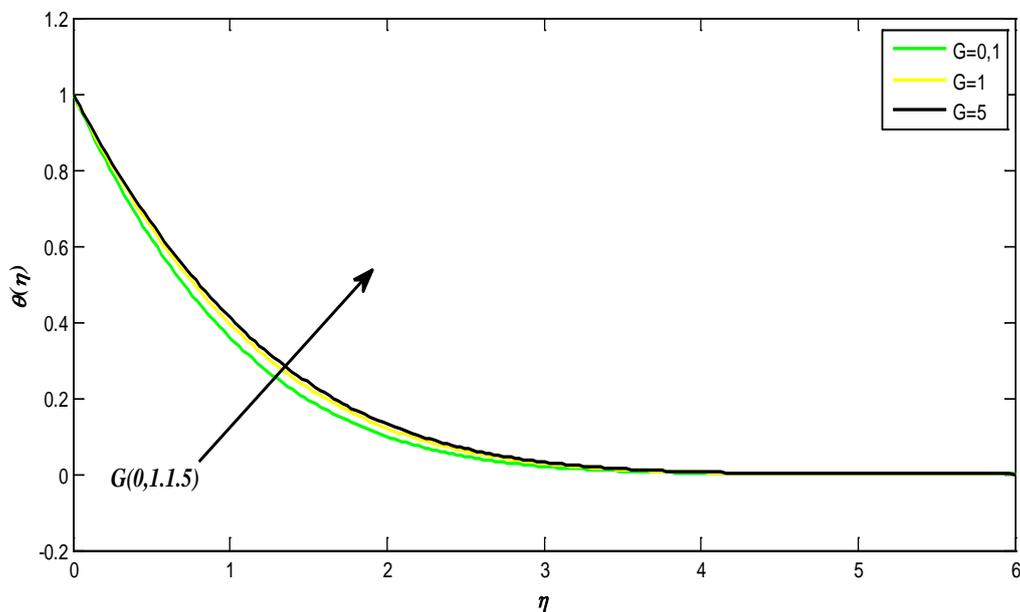


Figure (III.4): profil de température $\theta(\eta)$ pour différentes valeur de $G(0,1,1.5)$ avec $\lambda=1$ et $\phi=1$.

La figure au-dessus présente la variation de la température adimensionnelle avec différents valeur de paramètre de l'effet inertiel (G), on constate que à chaque fois qu'on augmente la

valeur de paramètre de l'effet inertiel (G), la variation de la température adimensionnelle $\theta(\eta)$ augmente .

III.5.3 Cas $\phi = 0, 0,05, 0,1$, lorsque $\lambda = 1$ et $G = 1$.

Les figures (III.5) et (III.6) présentent la variation de la vitesse adimensionnelle et la variation de la température adimensionnelle pour $\phi = 0, 0,05, 0,1$, lorsque $\lambda = 1$ et $G = 1$.

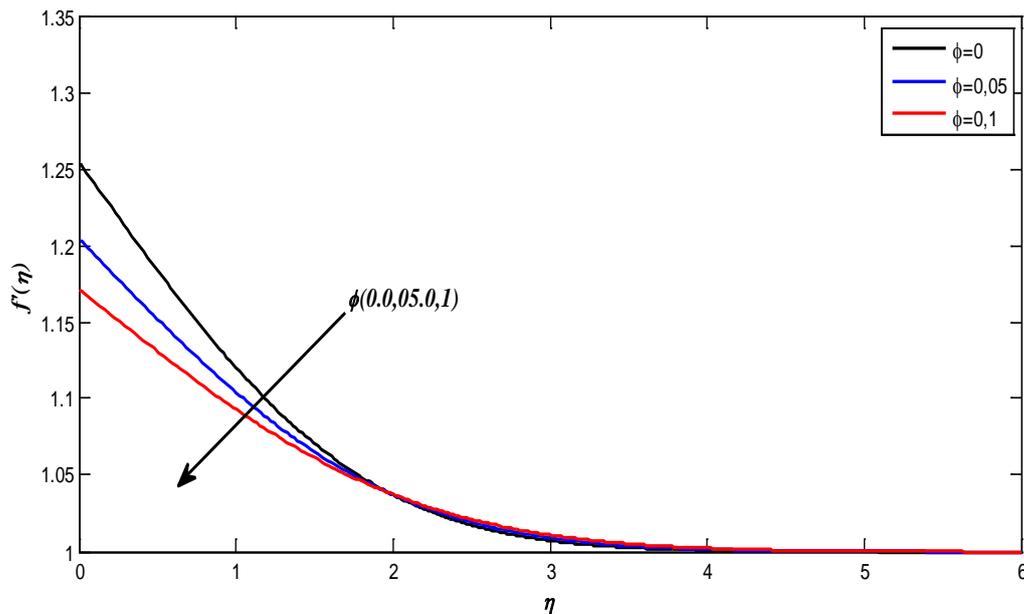


Figure (III.5) : profil de vitesse $f'(\eta)$ pour différentes valeur de $\phi(0,0,05,0,1)$ avec $G=1$ et $\lambda=1$.

La figure au-dessus présente la variation de la vitesse adimensionnelle avec différents valeur de fraction volumique (ϕ), on constate que à chaque fois qu'on augmente valeur de fraction volumique (ϕ), la vitesse adimensionnelle $f'(\eta)$ diminue .

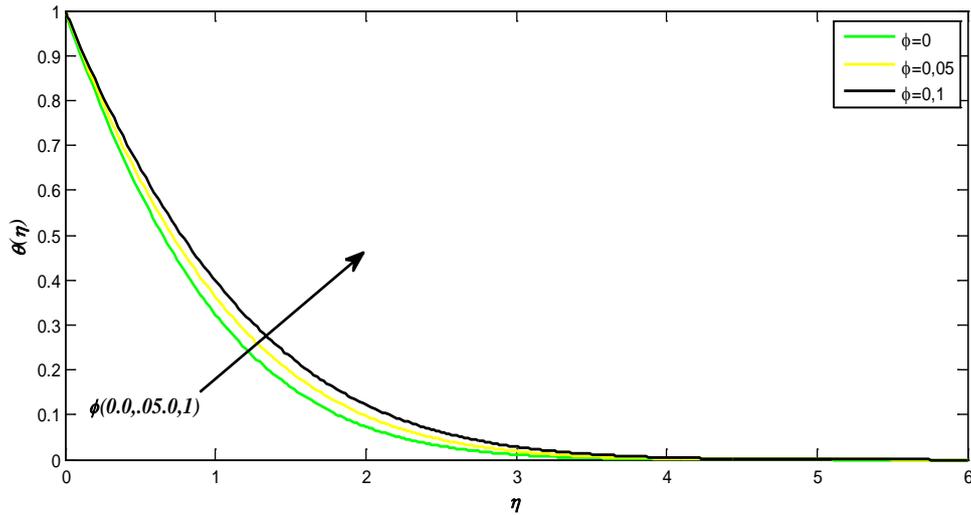


Figure (III.6) : profil de température $\theta(\eta)$ pour différentes valeur de ϕ (0.0,0.05,0.1) avec $G=1$ et $\lambda =1$.

La figure au-dessus présente la variation de la température adimensionnelle avec différents valeur de fraction volumique (ϕ), on constate que à chaque fois qu'on augmente valeur de fraction volumique (ϕ), la variation de la température adimensionnelle $\theta(\eta)$ augmente .

III.6 Variations du taux de transfert de chaleur local Nusselt

Les tableaux (III.2) et (III.3) montrent la variation du nombre Nusselt local $Nu_x / Pe_x^{1/2}$ avec la variation λ lorsque $\phi = 0.1$ et $0,2$ et $G = 0, 0.1, 1, 10$. On peut déduire que le nombre Nusselt local $Nu_x / Pe_x^{1/2}$ augmente de façon monotone avec λ et augmente également avec ϕ .

III.6.1 Pour nombre Nusselt local $Nu_x = f(\lambda, G)$ pour $\phi=0.1$

Tableau (III.3) : valeurs de transfert de chaleur $-\theta'(0)$ quand $\phi=0.1, G=(0, 0.1, 1, 10)$ et $\lambda=(0.1, 0.5, 1, 1.5, 2)$.

	G=0	G=0.1	G=1	G=10
λ	$-\theta'(0)$	$-\theta'(0)$	$-\theta'(0)$	$-\theta'(0)$
0.1	0.7804	0.7757	0.7652	0.7606
0.5	0.8515	0.8308	0.7846	0.7633
1	0.9244	0.8875	0.8065	0.7666
1.5	0.9861	0.9352	0.8263	0.7699
2	1.0401	0.9767	0.8443	0.7730

III.6.2 Pour nombre Nusselt local $Nu_x = f(\lambda, G)$ pour $\phi=0.2$

Tableau (III.4) : valeurs de transfert de chaleur $-\theta'(0)$ quand $\phi=0.2, G=(0, 0.1, 1, 10)$ et $\lambda=(0.1, 0.5, 1, 1.5, 2)$.

	G=0	G=0.1	G=1	G=10
λ	$-\theta'(0)$	$-\theta'(0)$	$-\theta'(0)$	$-\theta'(0)$
0.1	0.6756	0.6710	0.6634	0.6610
0.5	0.7287	0.7081	0.6740	0.6623
1	0.7844	0.7473	0.6864	0.6640
1.5	0.8322	0.7811	0.6979	0.6656
2	0.8746	0.8109	0.7086	0.6672

A partir des tableaux (III.2) et (III.3), et pour chaque valeur de (ϕ) fixe, on constate qu'une augmentation de paramètre (λ) entraînent une augmentation de la valeur de Nusselt, alors qu'une augmentation de paramètre (G) conduit à une diminution de valeur de Nusselt.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié le problème de flux de convection mixte constaté dans un milieu poreux au-dessus d'une surface imperméable horizontale chauffée, on a évalué les variations de la vitesse et la température adimensionnelle avec différentes valeurs de paramétré de convection mixte (λ), le paramètre inertiel (G) et la fraction volumique de nanofluide(ϕ).

A la fin de l'étude, on peut conclure que :

La vitesse adimensionnelle varie proportionnellement avec la variation de paramètre de convection mixte (λ) et varie inversement proportionnelle avec l'effet inertiel (G) et la fraction volumique de nanofluide (ϕ).

La température adimensionnelle varie inversement proportionnellement avec la variation de paramètre de convection mixte (λ) et varie proportionnelle avec l'effet inertiel (G) et la fraction volumique de nanofluide (ϕ).

Pour chaque valeur de (ϕ) fixe, on constate qu'une augmentation de paramètre (λ) entraînent une augmentation de la valeur de Nusselt, alors qu'une augmentation de paramètre (G) conduit à une diminution de valeur de Nusselt.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Ce travail a pour objectif l'étude d'un écoulement convectif d'un nanofluide à travers un milieu poreux non Darcéen au-dessus d'une surface imperméable horizontale chauffée. Ceci passe par l'obtention des équations de la couche limite dynamique et thermique pour un écoulement en convection mixte en utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement et de l'énergie. Après l'obtention des équations différentielles ordinaires non linéaires en utilisant la méthode de Runge-Kutta associée à la méthode de tir pour la résolution numérique.

Dans notre étude on varie trois paramètres, paramètre de convection mixte (λ), paramètre de l'effet inertiel (G) et la fraction volumique de nanofluide (ϕ) pour tracer des profils de température, de vitesse et le nombre de Nusselt.

L'analyse des résultats auxquelles nous avons abouti conduit à ces conclusions :

- La vitesse de l'écoulement augmente quand paramètre de convection mixte (λ) augmente.
- La vitesse de l'écoulement diminue quand le paramètre de l'effet inertiel (G) et la fraction volumique de nanofluide (ϕ) augmentent.
- la température augmente quand le paramètre de l'effet inertiel (G) et la fraction volumique de nanofluide (ϕ) augmentent.
- la température diminue quand paramètre de convection mixte (λ) augmente.
- l'augmentation de paramètre (λ) entraîne une augmentation de la valeur de Nusselt, pour la valeur de (ϕ) fixe.
- l'augmentation de paramètre (G) conduit à une diminution de valeur de Nusselt, quand la valeur de (ϕ) fixe.
- l'épaisseur de la couche limite thermique diminue avec l'augmentation de paramètre de convection mixte λ .
- la couche limite de quantité de mouvement augmente avec l'augmentation de paramètre de convection mixte λ .

Les perspectives de recherche dans ce domaine sont larges et prometteuses et nous invitons les étudiants chercheurs à investir dans le domaine de l'optimisation via les diverses applications de cette théorie. Comme notre étude s'est focalisée sur la problématique en régime stationnaire, il serait intéressant pour un travail futur d'explorer les régimes dynamiques afin

CONCLUSION GENERALE

de compléter cette étude. Comme il conviendra aussi de considérer d'autres perspectives par exemple : imposer un champ magnétique, remplacer le fluide utilisé ou faire varier sa viscosité.

REFERANCES BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] **R. Makhnache, Z. Belmihoub** « Effet de dispersion thermique dans un milieu poreux non darcéen en convection mixte et de masse simultanée », 2017, Bejaia.
- [2] **R. Bazizi .S.Hamimi** « analyse numérique d'un écoulement en convection mixte d'un nanofluide dans un milieu poreux avec le modèle de buongiorno en présence d'une réaction chimique »2016, Bejaia.
- [3]-**Salazar G.**, "Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable : prise en compte de la pression du liquide", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure D'arts et Métiers (2006).
- [4]-**M. Kaviany**, « Principles of heat transfer in porous media ». Springer, (1995).
- [5]-**E. Scheidegger**, « The Physics of flow through porous media ». 3rd Edition, University of Toronto Press, (1974).
- [6]-**Kalla L.**, "Convection naturelle au sein d'une couche horizontale poreuse soumis à des flux de chaleur uniforme", Thèse de Maîtrise Es sciences Appliquées (1999).
- [7]-**Delache A.** "Etude analytique et numérique des instabilités spitions temporelles des écoulements de convection mixte en milieux poreux : comparaison avec l'expérience", Thèse de doctorat, Mention Mécanique (2005).
- [8] **B. Ouattara** « Prise en compte des caractéristiques thermophysiques des parois dans le processus de séparation des constituants d'un mélange binaire ou d'un nanofluide par diffusion thermo gravitationnelle en milieu poreux », Novembre 2012, TOULOUSE
- [9] **S. Fohanno.et al** « Nanofluid et transfert de chaleur par convection naturelle11 », 2012, Paris.
- [10] **Helel. D et al** « effet des couches limites dynamique thermique et massique sur les mécanismes des transferts de chaleur et de masse au sein d'un milieu poreux soumis à une convection forcée laminaire », 2005, Paris.
- [11] **H.A. Attia** Steady Flow over a Rotating Disk in Porous Medium with Heat Transfer (2009).
- [12] **M.A.A. Hamad.** «Analytical solution of natural convection flow of a nanofluid over a linearly stretching sheet in the presence of magnetic field» (2011) Egypt.
- [13] **Xinhui Si et al.** «A mixed convection flow and heat transfer of pseudo-plastic power law nanofluids past a stretching vertical plate » (2017) China.

- [14] **Alfio Quartironi, et al** « Méthodes numériques, Algorithmes, Analyse et Application » Springer-Verlag, Italia Milano (2007).
- [15] **P. Rana et al, B hargava R, Bég O.** Numerical solution for mixed convection boundary layer flow of a nanofluid a long aninclined plate embedded in a porous medium. *Comput Math Appl* 2012; 64:2816–32.
- [16] **D. Pal et G. Mandal** « Mixed convection–radiation on stagnation-point flow of nanofluids over a stretching /shrinking sheet in a porous medium with heat generation and viscous dissipation » (2015) India.
- [17] **C-H. Chen et C-Y. Ding.**« Study on the thermal behavior and coolingperformance of a nanofluid-cooled microchannel heat sink» (2011) Taiwan
- [18] **R. Nazar et al.** POP «Mixed convection boundary layer flow from a horizontal circular cylinder embedded in a porous medium filled with a nanofluid », 2010, Romania.
- [19] **G. Aaiza et al.**« Energy Transfer in Mixed Convection MHD Flow of Nanofluid Containing Different Shapes of Nanoparticles in a Channel Filled with Saturated Porous Medium» (2011) Malaysia.
- [20] **A.V. Rosca et al.** «Non-Darcy mixed convection from a horizontal plate embedded in a nanofluid saturated porous media» (2012) Romania.
- [21] **A. Chattopadhyay, S. K Pandit, S. SenSarma,** «Mixed convection in a double lid-driven sinusoidally heated porous cavity». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 93 (2016) 361–378. Integrated Science Education and Research Center (ISERC), Visva-Bharati, Santiniketan, West Bengal 731 235, India.
- [22] **C.Y. Cheng.** « Soret and Dufour effects on heat and mass transfer by natural convection from a vertical truncated cone in a fluid-saturated porous medium with variable wall temperature and concentration ». *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37 (2010) 1031– 1035.
- [23] Gladés Bachir. Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard, thèse doctorat, Ecole doctorale Mécanique, Energétique et procédés(MEGeP), Unité de recherche : UFR MIG-UPS / IMFT, Université Toulouse, (2010).
- [24] **A. Amahmid, M, Hasnaoui, P. Vasseur,** « Etude analytique et numérique de la convection naturelle dans une couche poreuse de Brinkman doublement diffusive ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 (1999) 2991-3005

Résumé

Ce travail a pour objectif l'étude d'un écoulement convectif d'un nanofluide à travers un milieu poreux non Darcéen au-dessus d'une surface imperméable horizontale chauffée. L'obtention des équations de la couche limite dynamique et thermique pour un écoulement en convection mixte en utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement et de l'énergie. Les équations différentielles qui régissent le problème sont transformées en un ensemble de deux équations ordinaires (similaires), qui sont résolues par voie numérique, à l'aide de la méthode de Runge Kutta et la méthode de tir en utilisant le code Matlab. Un ensemble de résultats présentés sous forme graphique pour les profils de vitesse et de température avec variation des paramètres. En outre, Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres de contrôle sur l'écoulement convectif notamment sur les profils de vitesse et de température.

Mot clé : milieu poreux, nanofluide, nanoparticules, méthode de Runge Kutta, méthode de tir.

Abstract

This work aims to study a convective flow of a nanofluid through a non-Darcean porous medium above a heated horizontal impermeable surface. Obtaining dynamic and thermal boundary layer equations for mixed convection flow using similarity transformations for momentum and energy equations. The differential equations that govern the problem are transformed into a set of two ordinary equations, which are solved numerically, using the Runge Kutta method and the shooting technique using the Matlab code. A set of results present in graphical form for the velocity and temperature profiles, the results obtained made it possible to demonstrate the influence of different control parameters on the convective flow, in particular on the velocity and temperature profiles.

Key word: porous medium, nanofluid, nanoparticles, Runge Kutta method, shooting technique.