

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la recherche scientifique

UNIVERSITE Abderrahmane MIRA BEJAIA
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Installations énergétiques et turbomachines / Energétique

Par :

ABID Juba

MERAR Mouloud

Thème

**Influence du rayonnement sur un écoulement magnétohydrodynamique
(M.H.D) à partir d'une plaque plane verticale noyée dans un milieu poreux**

Soutenu le 12 / 10 / 2021 devant le jury composé de :

Mr. ADNANI M	Président
Mr. ALI AGHA H	Rapporteur
Mr. BOUTALBI N	Examineur

Année Universitaire 2020-2021

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce Modeste travail.

En second lieu, La première personne que nous tenons à remercier est notre encadrant Mr. ALI AGHA Hamza pour l'orientation, la confiance, la patience qui ont constitué un apport considérable sans lequel ce travail n'aurait pas pu être mené au bon port. Qu'il trouve dans ce travail un hommage vivant à sa haute personnalité.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à tous les professeurs qui nous ont enseigné et qui par leurs compétences nous ont soutenu dans la poursuite de nos études.

Enfin, on remercie tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail en particulier madame M H.

Dédicaces

Je dédie ce travail à ma famille avec tous mes sentiments de respect, d'amour, de gratitude et de reconnaissance pour tous les sacrifices déployés pour m'élever dignement et assurer mon éducation dans les meilleures conditions.

A mes professeurs sans exception, pour leurs efforts afin de m'assurer une formation solide.

A tous mes amis qui m'ont soutenu tout le long de mes études.

A tous les responsables et à tous ceux qui ont contribué à mon bien être. Je tiens à dédier set humble travail avec un cœur gonflé d'espoir et d'optimisme.

M. Mouloud

A. Juba

SOMMAIRE

Nomenclature.....	i
Liste des figures.....	ii
Liste des tableaux.....	iii
Introduction générale.....	1

Chapitre I : Théorie et contexte scientifique

Introduction.....	04
I.1 Généralités.....	04
I.1.1 Le transfert thermique.....	04
I.1.1.1 La conduction.....	04
I.1.1.2 Le rayonnement.....	04
I.1.1.3 La convection.....	05
I.1.1.3.1 Convection naturelle.....	05
I.1.1.3.2 Convection forcée.....	06
I.1.1.3.3 Convection mixte.....	06
I.1.2 magnétohydrodynamique (MHD).....	07
I.1.2.1 Equations de la magnétohydrodynamique.....	07
I.1.2.2 Loi d'Ohm.....	07
I.1.2.3 Equations de Maxwell.....	07
I.1.2.4 Force électromagnétique.....	08
I.1.2.5 Equation de quantité de mouvement.....	09
I.1.2.6 Equation de continuité.....	09
I.1.3 Les milieux poreux.....	10
I.1.3.1 Classification des milieux poreux.....	11
I.1.3.2 Caractéristiques des milieux poreux.....	12
I.1.3.2.1 La porosité.....	12
I.1.3.2.2 La perméabilité.....	14
I.1.3.2.2.1 Modèles de variation de la perméabilité.....	16
I.1.3.3 Caractéristiques thermo-physiques des milieux poreux.....	17
I.1.3.4 Les modèles d'écoulement dans les milieux poreux.....	20
I.1.3.4.1 Modèle de Darcy.....	20
I.1.3.4.2 Modèle de Brinkman.....	21
I.1.3.4.3 Modèle de Forchheimer.....	21
I.1.4 Couche limite.....	22
I.1.4.1 Couche limite dynamique.....	22
I.1.4.2 Couche limite thermique.....	22
I.1.5 Etat de L'art.....	23
Conclusion.....	27

Chapitre II : Problème physique et modélisation mathématique

II.1 Introduction.....	29
II.2 Description du problème.....	29
II.3 formulations mathématiques.....	30
II.3.1 Equation de continuité.....	30
II.3.2 Equation de conservation de quantité de mouvement.....	30
II.3.2 Equation de conservation d'énergie.....	30
II.4 Conclusion.....	32

Chapitre III : Résultats et discussions

III.1 Introduction.....	33
III.2 Méthode des différences finis implicite.....	33
III.3 Influence du paramètre de radiation R.....	35
III.3.1 L'effet du paramètre de radiation R sur les profils de vitesse.....	35
III.3.2 L'effet du paramètre de radiation R sur les profils de température	35
III.4 Influence du paramètre magnétique M	36
III.4.1 L'effet du paramètre magnétique M sur les profils de vitesse.....	36
III.4.2 L'effet du paramètre magnétique M sur les profils de température	37
III.5 Variation du $N_{ux}/R_{ax}^{1/2}$ en fonction de M, R.....	37
Conclusion.....	38

Conclusion générale

Références bibliographiques.....	41
----------------------------------	----

Nomenclature

Symboles	Définition	Unité (SI)
B_0	Champ magnétique	$kg.A^{-1}.s^{-2}$
\vec{E}	Le champ électrique	$kg.m.A^{-1}.s^{-3}$
F	La force électromagnétique	N
\vec{g}	Vecteur d'accélération de la pesanteur.	$m.s^{-2}$
\vec{j}	Densité de courant	$A.m^{-2}$
f	Le terme de Forchheimer.	-
R_{ax}	Nombre de Rayleigh local	-
Re	Le nombre de Reynolds	-
V_v	Volume du vide	m^3
V_t	Volume total du milieu poreux	m^3
V_u	Volume des pores utile ou accessible	m^3
Q	Perméabilité	milli Darcy/ m^2
S	Surface	m^2
K	Perméabilités effective	milli Darcy/ m^2
P	Pression	Pa
K_r	Perméabilité relative	milli Darcy/ m^2
C_p	Longueur parcourue par une particule fluide.	m
L_e	Longueur de l'échantillon.	m
$\vec{\nabla}P$	Gradient de pression appliqué.	$Pa.m^{-1}$
N_{ux}	Nombre de nusselt local	-
u, v	Les composantes dans les directions x , y	m
K_0	La conductivité thermique effective	$W.m^{-1}.K^{-1}$
T	La température	K
\vec{u}	Composante de la vitesse adimensionnelle, direction x	-
V	Vitesse	$m.s^{-1}$
t	Temps	s
Symboles grecs		
α_m	La diffusivité thermique effective	$m^2.s^{-1}$

Nomenclature

β	Le coefficient de dilatation thermique de la température	K^{-1}
ϵ_0	La perméabilité magnétique	$H. m^{-1}$
μ_0	La permittivité diélectrique	$F.m^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	$Kg. m^{-1}. s^{-1}$
ϵ	La porosité	%
ϵ_u	Porosité effective (utile)	%
ζ	La tortuosité	-
ρ	La masse volumique	$kg. m^{-3}$
μ_{eff}	Viscosité dynamique effective	$kg. m^{-1}. s^{-1}$
σ_e	La conductivité électrique	Simence. m^{-1}
η	Variable de similarité	-
Ψ	Fonction de courant	-
θ	Température adimensionnelle	-
Indices		
i, j	$i^{ème}$ et $j^{ème}$ composantes.	
H, C	Surface chaude, surface froide	
w	Relatif à la paroi	
∞	Relatif à l'écoulement externe	
Abréviations		
MHD	: Magnétohydrodynamiques	
V.E.R	: Volume élémentaire représentatif	

Liste des figures :

Figure (I.1) : Mécanisme du transfert de chaleur par convection.....	05
Figure (I.2) : Milieu poreux	10
Figure (I.3) : Milieu poreux consolidé	11
Figure (I.4) : Milieu poreux non consolidé	11
Figure (I.5) : Couches limites dynamique et thermique	22
Figure (I.6) Modèle d'écoulement et le système de coordonnées	23
Figure (I.7) : Modèle physique de P. Rana et al.	24
Figure (I.8): Configuration du flux	25
Figure (I.9) : Modèle physique et système de coordonnée	26
Figure (I.10) Schéma de l'écoulement de la couche limite sur la feuille d'étirement	26
Figure (II.1) : Géométrie du problème et système de coordonnées	29
Figure (III.1) : Profils de vitesse en fonction de différents nombres de R variés.....	35
Figure (III.2) : Profils de température en fonction de différents nombres de R variés	35
Figure (III.3) : Profils de vitesse en fonction de différents nombres de M variés	36
Figure (III.4): Profils de température en fonction de différents nombres de M variés.....	37

Liste des tableaux

Tableau (I.1) : Porosité de quelques matériaux d'après (Sheidegger (1974))	13
Tableau (I.2) : Valeurs de perméabilité de certains matériaux (Sheidegger (1974)	15
Tableau (I-3) : Modèles de viscosité effective	18
Tableau (III .1) : Variation du $N_{ux} / R_{ax}^{1/2}$ en fonction de M, R.....	37

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Ces dernières années, beaucoup de travaux se sont intéressés au transfert de chaleur par rayonnement en présence d'un champ magnétique. L'étude des écoulements magnétohydrodynamique a suscité un intérêt considérable qui s'est traduit par un grand nombre de travaux à cause de son application dans plusieurs domaines.

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine très vaste de la physique qui concerne l'interaction entre un champ électromagnétique et un fluide conducteur de l'électricité. Ainsi, il est conçu facilement que suivant le type d'interaction, il se peut de trouver que la MHD est liée aux problèmes apparemment disjoints de la couronne solaire, de la magnétosphère, de la conversion d'énergie fossile en énergie électrique, de la fusion thermonucléaire de la propulsion ou encore aux techniques industrielles de la métallurgie.

Dans cette thématique nous avons étudiés un écoulement MHD par convection naturelle considéré laminaire, incompressible et bidimensionnel sur un plaque plane verticale, pour cela nous avons eu recours aux équations de Navier-Stocks couplées à l'équation de Maxwell et à l'équation d'énergie par lesquelles nous allons aboutir à deux équations différentielles ordinaire que nous avons résolus par la méthode de différences finies avec le solveur bvp4c par l'outil MATLAB.

L'objectif de notre étude est de voir l'influence du champ magnétique et du rayonnement sur le champ de vitesse au sein de la couche limite dynamique et l'évolution de la température au sein de la couche limite thermique mais aussi la variation du taux de transfert de chaleur entre la paroi de la plaque et le fluide, pour cela nous avons eu recours à différents paramètres qui jouent un rôle considérable dans notre objectif d'étude cité précédemment notamment le paramètre magnétique et le paramètre de radiation qui sont considérés comme les principaux facteurs de notre étude.

Ce présent mémoire est composé de trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à des généralités sur le transfert thermique, la MHD, les milieux poreux mais aussi sur la théorie des couches limites et de la convection

ainsi qu'une synthèse bibliographique sur les travaux antérieurs sur cette thématique.

Le deuxième chapitre est consacré au domaine d'étude (géométrie du problème) et aux formulations mathématiques dimensionnelles générales du problème sur les équations de Navier-Stokes couplées à l'équation de Maxwell et l'équation d'énergie que nous avons transformés sous la forme adimensionnelles.

Le troisième chapitre est dédié à la présentation des équations différentielles ordinaires et de la méthode des différences finies ainsi que la validation du modèle adopté. Et à la présentation des résultats que nous avons obtenus et à l'interprétation de ces résultats.

Enfin nous avons terminés par une conclusion générale résumant les principaux résultats obtenus durant cette étude.

Chapitre I

Théorie et contexte scientifique

Introduction :

Il est bien connu depuis plus d'un siècle, que les scientifiques se penchent sur l'étude des écoulements avec transfert de chaleur par différents modes de convection (naturelle, forcée et mixte). Dans le domaine de la mécanique, les phénomènes de convection autour d'obstacles sont très réponsus dans l'industrie, elle est largement utilisée pour le refroidissement des sources de chaleur en écoulement laminaire ou turbulent.

Différentes configurations et géométries ont été étudiées afin d'améliorer le transfert de chaleur et le refroidissement par ce mode d'échange thermique. (Autour des piliers de ponts, des sous-marins, aérodynamique interne des turbines...). C'est pourquoi la connaissance de ce type d'écoulement est primordiale d'un point de vue économique ou en termes d'acceptabilité environnementale. C'est à nous maintenant, avec tous ces outils d'analyse, notre intelligence et notre sens critique de relever ces défis.

Pour cette raison nous allons introduire dans ce chapitre les généralités et une synthèse bibliographique des travaux consacrés à la description de l'influence du rayonnement sur un écoulement M.H.D. à partir d'une plaque plane verticale noyée dans un milieu poreux.

I.1 Généralités :

Nous allons présenter les généralités et les principales définitions gouvernante notre étude y compris les caractéristiques des écoulements convectif comme suit :

I.1.1 Le transfert thermique :

Est un échange d'énergie thermique. Cela correspond à un transfert d'énergie microscopique désordonnée [01]. Les trois modes de transfert thermique fondamentaux sont :

La conduction :

C'est le transfert de chaleur dans la masse d'un milieu matériel, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres. C'est donc un mécanisme microscopique [02].

Le rayonnement :

Le transfert d'énergie par rayonnement, contrairement aux deux précédents, ne nécessite pas de milieu matériel. Le transport se fait par des ondes électromagnétiques. Le corps chaud émet

des photons, donc une onde qui est absorbée par le corps froid et transformée en chaleur. Un exemple typique de ce mode de transfert est le chauffage de la Terre par la lumière solaire [02].

La convection :

Le transfert de chaleur par convection est l'un des modes de transfert de chaleur que l'on rencontre fréquemment dans de nombreuses applications industrielles, il caractérise la propagation de la chaleur dans un fluide, gaz ou liquide, dont les molécules sont en mouvement. Imaginons un solide baignant dans un fluide en mouvement. Si le solide et le fluide ne sont pas à la même température, de la chaleur est échangée entre le solide et les particules fluides qui sont à son contact. Cet échange se fait par conduction. Mais la particule de fluide, dès qu'elle a échangé de la chaleur, elle se déplace et se fait remplacer par une autre particule. Par ailleurs, la particule fluide initiale rencontre au cours de son déplacement d'autres particules fluides avec lesquelles elle échange de la chaleur par conduction. Le mécanisme élémentaire de transfert de chaleur est la conduction thermique mais le phénomène global est appelé la convection thermique qui résulte de la combinaison de cette conduction avec les mouvements du fluide qui obéissent à des lois spécifiques [01].

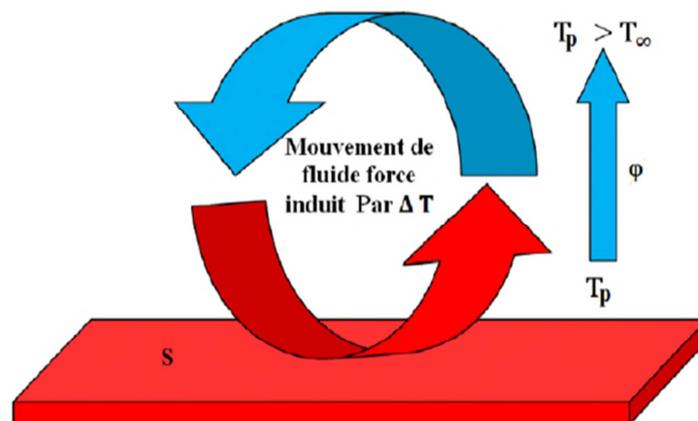


Figure (I.1) – mécanisme du transfert de chaleur par convection [01].

Le flux de chaleur mis en jeu s'écrit alors d'après la loi de Newton :

$$\varphi = h S(T_p - T_\infty) \quad (\text{I.1})$$

On distingue trois modes de transfert de chaleur par convection:

I.1.1.1 Convection naturelle :

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids

spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud.

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle [02].

I.1.1.2 Convection forcée :

La convection forcée se produit le mouvement à cause d'un procédé mécanique, indépendant des phénomènes thermiques par exemple une pompe ou un ventilateur c'est donc un gradient de pression extérieur qui provoque les déplacements des particules du fluide, c'est un phénomène de transfert thermique associé aux écoulements de fluide. La présence de la convection forcée influe simultanément sur les champs thermique et hydrodynamique, le problème est ainsi couplé. La convection forcée à l'intérieur des conduites intervient dans plusieurs applications pratiques telles que les capteurs solaires, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composants électroniques ainsi que les procédés chimiques et nucléaires.

D'une manière générale, dans le but d'obtenir des performances énergétiques élevées, il est nécessaire d'implanter des rangées d'ailettes dans la veine de l'écoulement dans les échangeurs de chaleur de façon à créer la turbulence et à prolonger la trajectoire des fluides en favorisant un meilleur d'échange thermique [01].

I.1.1.3 Convection mixte :

Il existe, comme précédemment, une cause externe au mouvement du fluide, mais insuffisante pour que la poussée d'Archimède puisse être négligée (régime de transition entre la convection libre et la convection forcée). C'est le cas des transferts de chaleur dans un habitacle d'automobile : l'air est soufflé dans l'habitacle par un ventilateur, mais la poussée d'Archimède n'est pas pour autant

négligeable, surtout lorsqu'on se place loin des entrées d'air. [02]

L'application du transfert thermique se fait dans des milieux différents. Pour notre cas ça sera un milieu poreux et caractérisé par la magnétohydrodynamique (MHD).

I.1.2 La magnétohydrodynamique (MHD) :

La magnétohydrodynamique est une discipline scientifique qui décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (liquide ou gaz ionisé appelé plasma) en présence de champs électromagnétiques

C'est une généralisation de l'hydrodynamique (appelée plus communément mécanique des fluides, définie par les équations de Navier-Stokes) couplée à l'électromagnétisme (équations de Maxwell). Entre la mécanique des fluides « classique » et la magnétohydrodynamique, se situe l'électrohydrodynamique ou mécanique des fluides ionisés en présence de champs électriques (électrostatique), mais sans champ magnétique. [03]

I.1.2.1 Equations de la magnétohydrodynamique :

Nous allons montrer brièvement comment la MHD est construite sur la base des équations de l'hydrodynamique, auxquelles on joint les équations de Maxwell. L'ensemble des équations de Maxwell et de la loi d'Ohm va se réduire à une équation d'induction décrivant les variations temporelles du champ magnétique. Le système ainsi constitué est fermé par une équation d'état de la matière. [04]

I.1.2.2 Loi d'Ohm :

L'établissement de la loi d'Ohm pour un fluide conducteur, c'est-à-dire d'une loi reliant les mouvements de la matière aux densités volumiques de courant, au champ électrique E et au champ magnétique B est à la base de la théorie MHD et peut être un point délicat, notamment pour les plasmas.

Cette loi traduit en termes de courant la réponse d'un milieu conducteur immobile à un champ électrique via la conductivité électrique σ_e , la loi d'Ohm s'écrit dans le référentiel du laboratoire :

$$\vec{j} = \sigma_e (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{I.2})$$

I.1.2.3 Equations de Maxwell :

L'ensemble des équations fluides montre comment vont évoluer les grandeurs physiques caractérisant un plasma sous l'action d'éventuels champs de forces extérieurs mais surtout à travers des effets collectifs moyennes sur les échelles de temps et d'espace MHD. Ces effets collectifs dus

aux fluctuations des interactions à longue portée sont relaxes dans l'approximation MHD mais nous en gardons trace par des champs électriques et magnétique moyens. Nous allons donc voir à présent comment évoluent ces champs électromagnétiques \vec{E} et \vec{B} . Cette évolution se décrit naturellement par les quatre équations de Maxwell que nous exprimons dans le système MKSA:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad [\text{Loi de Gauss}], \quad (\text{I.3})$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} \quad [\text{Loi de Faraday}], \quad (\text{I.4})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad [\text{Loi d'Ampère/Maxwell}], \quad (\text{I.5})$$

Auxquelles on ajoute la loi d'Ohm (I.1). Le diamagnétisme des milieux dilués que sont les fluides électro-conducteurs est très faible, on peut donc se permettre d'approximer la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique à celles du vide ($\epsilon = \epsilon_0$) et ($\mu = \mu_0$), avec

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1} \quad \text{et} \quad \epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) \approx 8,854 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}.$$

Dans la limite relativiste à laquelle, la forme réduite de la relation d'Ampère s'écrit :

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (\text{I.6})$$

En accord avec la conservation de la charge, qui requiert un courant à divergence nulle, c.-à-d. un courant circulant sur des boucles fermées sans accumulation de charges.

I.1.2.4 Force électromagnétique :

La force électromagnétique ou la force de **Lorentz** une charge (q) qui se déplace dans un champ électrique \vec{E} caractérisé par l'induction magnétique \vec{B} .

$$\vec{F} = q\vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (\text{I.7})$$

Avec l'approximation électromagnétique, la force par unité de volume est écrite sur cette forme :

$$\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} \quad (\text{I.8})$$

On a:

$$\vec{F} = \sigma_e (\vec{V} \times \vec{B}) \vec{B} \quad (\text{I.9})$$

I.1.2.5 Equation de quantité de mouvement :

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide lors de son mouvement et les causes qui le produisant. Il indique que le taux de variation de quantité de mouvement contenu dans le volume de contrôle et égale à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g} + \vec{F} \quad (\text{I.10})$$

Le 1er terme de cette équation correspond à l'accélération du fluide. Le 2^{ème} terme du 1er membre correspond au phénomène d'advection de la quantité de mouvement par le champ vectoriel de la vitesse (forces inertielles volumiques). Cela correspond, en mécanique des fluides, à de la convection. On peut également l'interpréter par des forces volumiques d'inertie et de viscosités.

Au niveau du 2^{ème} membre, le 1er terme correspond au gradient de pression. Celui dépendant de la viscosité μ correspond à l'expression des forces de viscosités volumiques, c'est-à-dire les forces résistives.

De plus, à partir de cette équation, il est possible de définir un nombre sans dimension, le nombre de Reynolds, correspondant au ratio entre les phénomènes de convection et les forces visqueuses [04] :

$$Re = \rho \cdot \frac{(V \cdot \nabla) V}{\mu \nabla^2 v} = \frac{\rho V d}{\mu} \quad (\text{I.11})$$

I.1.2.5 Equation de continuité :

L'équation de continuité exprime le principe de la conservation de la masse d'un fluide en mouvement. Dans un volume élémentaire, la masse du fluide prélevé ou injecté est égale à la somme de variation de la masse volumique du fluide durant un intervalle de temps élémentaire et des flux massiques traversant la surface de ce volume. Elle est définie par [04] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \cdot \vec{V}) = 0 \quad (\text{I.12})$$

I.1.3 Les milieux poreux :

Les milieux poreux jouent un rôle important dans de nombreux secteurs d'activité industrielles : géologie (exploitation pétrolière, structure des sols), mécanique et biomécanique (structures alvéolaires), chimie (catalyse, séparation, milieux désordonnés), anatomie (structure osseuse), agro-alimentaire (pâtes, pain), médecine, etc. Ce vaste domaine d'applications pratiques a suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs à étudier la convection dans des espaces confinés.

On appelle milieu poreux un corps composé d'une matrice solide à l'intérieur de laquelle se trouvent des vides appelés pores de tailles et de géométries différentes, plus ou moins interconnectés. On peut trouver des pores ne débouchant pas (pores aveugles) ou occlus. L'interconnexion des pores permet l'écoulement d'un ou plusieurs fluides à travers le matériau. Dans la situation la plus simple (écoulement monophasique), le vide est saturé par un seul fluide. Dans l'écoulement diphasique, un liquide et un gaz partagent l'espace vide.

On trouve de nombreux matériaux naturels dans cette catégorie : le sable de plage, la plupart des roches, le calcaire, le bois et les poumons humains. Certains matériaux artificiels requièrent d'être poreux soit dans le processus de fabrication soit dans leur finalité pour jouer un rôle de filtre ou apporter des propriétés macroscopiques particulières (Figure 1.2) [05].

D'une manière générale, les milieux poreux sont caractérisés principalement par deux propriétés macroscopiques liées entre elles :

1. Porosité : le matériau doit contenir de petits espaces vides, appelés pores, délimités par une matrice solide ;
2. Perméabilité : le matériau doit être perméable à un écoulement de fluide (gaz ou liquide).

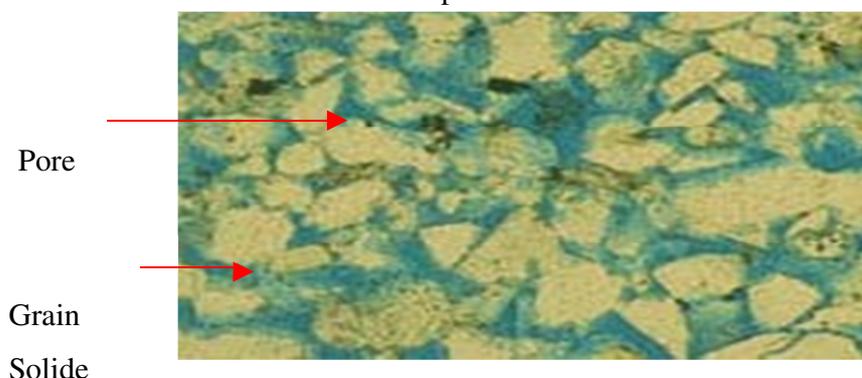


Figure (I.2) : Milieu poreux. [06]

I.1.3.1 Classification des milieux poreux :

Les milieux poreux peuvent être classés en deux grandes familles :

➤ **Les milieux poreux consolidés (figure I.2) :**

Dans ce genre de milieu poreux la matrice est compacte, et formée de grains cimentés; on peut citer quelques exemples : les roches calcaires, le grès, le bois, la céramique,...etc. [06]



Figure (I.3) : Milieu poreux consolidé. [06]

➤ **Les milieux poreux non consolidés (figure I.3) :**

Ils sont constitués de grains solides non soudés entre eux. C'est le cas d'empilements de sphères, du gravier, du sable, ...etc. [06]



Figure (I.4) : Milieu poreux non consolidé. [06]

I.1.3.2 Caractéristiques des milieux poreux :

Un milieu poreux est caractérisé par :

I.1.3.2.1 La porosité (ε) :

C'est la fraction de volume des pores; elle est définie par le rapport entre le volume total occupé par les pores et le volume total formé par la matrice solide et les pores.

$$\varepsilon = \frac{V_t}{V_v} \quad (\text{I.13})$$

Ou :

ε : Porosité

V_v : Volume du vide

V_t : Volume total du milieu poreux.

Vu que les pores isolés ne jouent aucun rôle dans l'écoulement du fluide, on est amené à définir une porosité effective. [06]

- **Porosité effective (utile) :**

C'est le rapport entre le volume des pores interconnectés (volume du vide utile) et le volume total de la matrice poreuse.

$$\varepsilon_u = \frac{V_u}{V_t}$$

(I.14)

Où :

ε_u : Porosité utile ou effective.

V_u : Volume des pores utile ou accessible.

V_t : Volume total du milieu poreux.

Dans un milieu poreux non consolidé, la porosité totale est égale à la porosité effective tandis que dans un milieu poreux consolidé la différence peut être significative.

Sur le **tableau (I.1)** nous avons représenté la porosité de quelques matériaux d'après

les mesures expérimentales faites par **Sheidegger (1974)**.

Matériau	Porosité totale
Mousse métallique	0.98
Fibre de verre	0.88-0.93
Fibre à tisser	0.68-0.76
Grains de silicate	0.65
Poudre d'ardoise noire	0.57-0.66
Cuir	0.56-0.59
Terre	0.43-0.54
Sable	0.37-0.5
Poudre de silicate	0.37-0.49
Empilement de sphères	0.36-0.43
Filtre de cigarette	0.36-0.43
Brique	0.17-0.49
Poudre de cuivre compactée	0.12-0.34
Grès	0.09-0.34
Calcaire	0.08-0.38
Charbon	0.04-0.10
Béton ordinaire	0.02-0.12
	0.02-0.07

Tableau (I-1) : Porosité de quelques matériaux d'après (Sheidegger (1974)) [06]

Plusieurs modèles de variation de porosité sont disponibles dans la littérature. Le plus connu est relatif à la variation sinusoïdale proposée par plusieurs chercheurs, entre autres **Hunt et Tien (1987)** et **Chaowdhury et Chang (1989)** qui montrent que le modèle sinusoïdal est plus

représentatif près des parois de confinement.

I.1.3.2.2 La perméabilité :

- **Perméabilité absolue :**

C'est un paramètre qui traduit l'aptitude du milieu poreux à laisser circuler le fluide à travers ses pores. Généralement, la perméabilité du milieu poreux est une fonction complexe et sa valeur exacte ne peut être obtenue qu'expérimentalement, elle est déterminée par la mesure du débit et de la perte de pression.

Cette caractéristique dépend essentiellement de la géométrie des pores. Elle a été établie à partir de la loi de **DARCY (1856)**.

Cette loi montre que le débit de fluide qui traverse un échantillon de roche est proportionnel au gradient de pression exercé sur la section S de l'échantillon, et à la mobilité ($\frac{K}{\mu}$) du fluide. Elle s'applique à l'intérieur d'un intervalle de temps pendant lequel le débit et les différents paramètres sont constants. Elle s'écrit sous la forme :

$$Q = -S \frac{K}{\mu} \frac{dP}{dx} \quad (\text{I.15})$$

Dans le système international, la perméabilité est exprimée en (m^2). En pratique l'unitésuelle est le milli-Darcy ($1 \text{ m D} = 0.987 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$)

- **Perméabilité effective :**

La perméabilité effective exprime la propriété d'un milieu poreux d'être traversé par un fluide en présence d'un ou plusieurs autres fluides. Elle dépend non seulement du milieu poreux mais aussi des pourcentages respectifs des différents fluides en présence. En effet, la présence d'un autre fluide gêne l'écoulement de l'autre.

Par exemple, en présence de deux fluides a et b, la loi de DARCY permet d'écrire pour chaque fluide :

$$Q_a = -S \frac{K_a}{\mu_a} \frac{dP}{dx} \quad (\text{I.16})$$

$$Q_b = -S \frac{K_b}{\mu_b} \frac{dP}{dx} \quad (\text{I.17})$$

K_a Et K_b sont les perméabilités effective liée a et b. elles s'expriment en (m^2) ou en milli Darcy.

- **Perméabilité relative :**

La perméabilité relative correspond au rapport de la perméabilité effective à la perméabilité absolue.

$$K_r = \frac{K_{eff}}{K} \quad (\text{I.18})$$

Matériaux	Perméabilité K en (m^2)
Ardoise noire en poudre	$4.9 \cdot 10^{-14}$ - $1.2 \cdot 10^{-13}$
Brique	$4.8 \cdot 10^{-15}$ - $2.2 \cdot 10^{-13}$
Béton bitumineux	10^{-13} - $2.2 \cdot 10^{-11}$
Cuivre en poudre	$3.3 \cdot 10^{-10}$ - $1.5 \cdot 10^{-9}$
Liège en plaque	$2.4 \cdot 10^{-11}$ - $5.1 \cdot 10^{-11}$
Cuir	$9.5 \cdot 10^{-14}$ - $1.2 \cdot 10^{-13}$
Calcaire (dolomite)	$2 \cdot 10^{-15}$ - $4.5 \cdot 10^{-14}$
Sable	$2 \cdot 10^{-11}$ - $1.8 \cdot 10^{-10}$
Grès	$5 \cdot 10^{-16}$ - $3 \cdot 10^{-12}$
Poudre de silice	$1.3 \cdot 10^{-14}$ - $5.1 \cdot 10^{-14}$
Sol	$2.9 \cdot 10^{-13}$ - $1.4 \cdot 10^{-11}$
Cigarette	$1.1 \cdot 10^{-9}$
terre	$2.9 \cdot 10^{-13}$ - $1.4 \cdot 10^{-11}$

Tableau (I-2) : Valeurs de perméabilité de certains matériaux (Sheidegger (1974)) [06]

Pour évaluer la perméabilité d'un milieu poreux, différents modèles sont utilisés tels que le modèle capillaire et le modèle du rayon hydraulique. Ces modèles reposent sur l'équation de Darcy, l'équation de Hagen poiseuille et le gradient de pression. Les pores sont assimilés à des conduits de diamètre d ; Ce qui permet de définir la perméabilité pour un faisceau de conduits; ce dernier constitue le volume élémentaire représentatif (V.E.R). Pour le modèle de rayon hydraulique, le concept du rayon hydraulique (**Carman, 1937**), appelé souvent théorie de **Carman-Kozeny**

(Dulein, 1979) est introduit pour l'évaluation de la perméabilité. Tous ces modèles supposent un écoulement établi et un régime permanent.

I.2.3.2.2.1 Modèles de variation de la perméabilité :

La perméabilité dépend essentiellement de la porosité et du diamètre des particules. Ainsi, Carman (1937) a proposé une formulation mathématique, développée à partir d'un modèle capillaire formé de conduites parallèles, pour l'évaluation de cette quantité.

L'expression est donnée par :

$$K = \frac{\varepsilon^2 d^2}{36k_k(1-\varepsilon)^2} \quad (\text{I.19})$$

Où d est le diamètre de la conduite et k_k le coefficient de Kozeny. Ce dernier prend la valeur 5 dans le cas de particules entassées ou bien l'expression suivante dans le cas de fibres :

$$k_k = \frac{62.3 \left(\sqrt{\frac{2\pi}{1-\varepsilon}} - 2.5 \right) (1-\varepsilon) + 107.4}{16\varepsilon^2(1-\varepsilon)^4} \quad (\text{I.20})$$

Rumpf et Gupte (1971), ont proposé, pour des particules sphériques très entassées, l'expression :

$$k_k = \varepsilon^{5.5} \frac{d^2}{5.6} \quad (\text{I.21})$$

D'autres modèles empiriques ont été utilisés, mais basés sur le même type d'expression, soit :

$$K = \frac{d^2 p \cdot \varepsilon^3}{A(1-\varepsilon)^2} \quad (\text{I.22})$$

A étant une constante empirique qui a pris différentes valeurs selon les études. On peut citer quelques exemples :

Ergun (1952) :	A=150
Carman et Kozney (1937) :	A=180
Rohsenow et Hernet (1973) :	A=175
Fand et al (1986) :	A=182
Fand et al (1989) :	A=215

- **La Tortuosité :**

C'est le rapport de la longueur moyenne du chemin parcouru par une particule fluide traversant un échantillon poreux, à la longueur de cet échantillon. Cette caractéristique est définie par :

$$\zeta = \frac{C_p}{L_e} \quad (\text{I.23})$$

Ou :

ζ : La tortuosité

C_p : Longueur parcourue par une particule fluide (m).

L_e : Longueur de l'échantillon. (m). [06]

I.1.3.3 Caractéristiques thermo-physiques des milieux poreux :

- **Viscosité dynamique effective μ_{eff} :**

Lorsque l'approche des modèles moyennés sur un V.E.R est adoptée, il est nécessaire de définir les propriétés thermo-physiques évaluées sur le V.E.R. incluant les deux phases fluide et solide. Ainsi la viscosité effective a été introduite par **Brinkman (1947)** afin de mettre en évidence la discontinuité des contraintes aux interfaces fluide-poreux et d'obtenir une expression pour la perméabilité.

Brinkman (1947) a suggéré de prendre la viscosité effective égale à la viscosité du fluide.

Lundgren (1972) a montré que la viscosité effective est fonction de la viscosité du fluide et de la porosité du milieu poreux. Pour les faibles concentrations de particules, Lundgren confirme la supposition de Brinkman.

Le **tableau (I-4)** résume quelques corrélations trouvées dans la littérature (**R.Darby (1982)**).

Cependant, la plupart des travaux prennent un rapport de viscosité unitaire.

Modèle	Corrélation	Limite de validité
Einstein	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = 1 + 2.5 \varepsilon$	Cas de sphères
Neale et Nader	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \alpha^2$	α déterminé expérimentalement
Guth et Simba	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \frac{+0.5(1 - \varepsilon) - 0.5(1 - \varepsilon)^2}{1 - 2(1 - \varepsilon) - 9.6(1 - \varepsilon)^2}$	$\mu_{eff} \rightarrow \infty$ $\varepsilon = 0.766$
Mooney	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \exp\left[\frac{2.5(1 - \varepsilon)}{1 - K(1 - \varepsilon)}\right]$	$0.75 < K < 1.5$
Frankel et Akivos	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = C \left[1 - \left(\frac{(1 - \varepsilon)}{(1 - \varepsilon)_{max}}\right)^{1/3}\right]^{-1}$ $C = 9/8$ pour $(1 - \varepsilon) \rightarrow (1 - \varepsilon)_{max}$	Suspension concentrée
Happel	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \exp[4.58 \varepsilon]$	Particules Sphériques $\varepsilon \leq 0.5$

Tableau (I-3) : Modèles de viscosité effective. [06]

- **Conductivité thermique effective :**

Les phases fluide et solide en présence dans le milieu poreux contribuent généralement avec des proportions différentes, au mode de conduction. De ce fait, la modélisation du transfert de chaleur à travers les milieux poreux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective. Cette dernière est fortement dépendante de la porosité et des conductivités thermiques des phases solide et fluide de la matrice poreuse. D'une manière générale, les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles en série et parallèle basés sur l'analogie électrique.

➤ **Modèle en série :**

Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide ; la résistance thermique du milieu poreux est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases.

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{(1-\varepsilon)}{k_s} \quad (\text{I-24})$$

➤ **Modèle en parallèle :**

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse les deux phases fluide et solide en même temps. La conductivité thermique effective est alors la somme pondérée des taux d'occupation d'espace des conductivités phasiques.

$$k_{eff} = \varepsilon \cdot k_f + (1 - \varepsilon)k_s \quad (\text{I-25})$$

Plusieurs modèles pour le calcul de la conductivité effective ont été proposés, à commencer par le modèle de **Maxwell (1904)**. Ce modèle est développé pour des sphères solides dans le cas où la porosité est suffisamment élevée. Il est représenté par l'expression suivante :

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{2\varepsilon + (3-2\varepsilon) \frac{k_s}{k_f}}{(3-\varepsilon) + \varepsilon \frac{k_s}{k_f}} \quad (\text{I-26})$$

I.1.3.4 Les modèles d'écoulement dans les milieux poreux :

En raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, les équations régissant les principes de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de masse ne peuvent être mises en application qu'après passage à une échelle macroscopique qui permet de faire une équivalence entre un milieu réel désordonné et un milieu continu fictif. La formulation des équations macroscopiques de conservation est obtenue à partir d'équations microscopiques auxquelles sont appliquées des procédures de changement d'échelle.

Nous présentons, dans ce qui suit, les différents modèles de régimes d'écoulements construits à partir du modèle de Darcy avec les différentes extensions tenant compte de certains effets dans les milieux poreux. [06]

I.1.3.4.1 Modèle de Darcy :

La dynamique des fluides dans les milieux poreux est décrite par la loi de Darcy établie en 1856 sur des fondements expérimentaux. Cette loi, mise en évidence à partir d'un écoulement unidirectionnel sur des colonnes de sables, fait apparaître la proportionnalité entre le gradient de pression appliqué et le débit d'eau traversant la colonne de sable. Depuis, les sciences hydrogéologiques se sont basées, même pour les écoulements multidirectionnels, sur la loi de Darcy, qui s'écrit :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (\text{I-27})$$

\vec{V} : Vitesse de filtration

ρ et μ : sont respectivement, la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide.

K : Perméabilité du milieu poreux.

$\vec{\nabla}P$: Gradient de pression appliqué.

\vec{g} : Vecteur d'accélération de la pesanteur.

La loi de Darcy généralisée est valable pour les écoulements laminaires à faible nombre de Reynolds basé sur le diamètre des pores. Cette loi, qui reste largement utilisée, se trouve cependant insuffisante. D'une part elle ne peut pas traduire l'influence de la nature du fluide saturant sur l'écoulement, notamment dans les zones pariétales ; avec ce modèle, la condition de glissement de fluide sur les parois solides est retenue quelle que soit la nature du fluide. D'autre part cette loi ne prend pas en considération l'effet de forces visqueuses dans le cas des milieux poreux fortement perméables et ne prend pas en compte, non plus, l'effet de l'inertie dans le cas où les vitesses sont importantes. Des termes additionnels ont donc été apportés au modèle de Darcy pour remédier à l'insuffisance de ce dernier. [06]

I.1.3.4.2 Modèle de Brinkman :

Brinkman (1947) a étendu la loi de Darcy en introduisant un terme équivalent au terme de dissipation visqueuse dans la loi :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} + \mu_{eff} \cdot \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (\text{I-28})$$

Cette loi empirique est connue sous le nom de formulation de Darcy – Brinkman. Le premier terme de droite de l'équation est le terme de Darcy et le deuxième est appelé le terme de Brinkman. Ce dernier, qui représente les forces visqueuses causées par le cisaillement macroscopique le long des frontières est très significatif dans les régions près des parois solides.

La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente du milieu μ_{eff} .

I.1.3.4.3 Modèle de Forchheimer :

Dans le cas d'un écoulement où les vitesses sont élevées, l'effet d'inertie non linéaire devient important et l'équation de Darcy devient insuffisante pour décrire l'écoulement. Un terme quadratique en vitesse a donc été apporté au modèle de Darcy par **Ward (1964)** :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} + fK^{\frac{1}{2}}\rho_f |\vec{V}| \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (\text{I-29})$$

Le second terme de la partie droite de cette équation est le terme de Forchheimer, f étant une constante adimensionnelle. Le régime de Darcy est dominant pour un nombre de Reynolds de pore faible devant 1. A partir d'un nombre de Reynolds de l'ordre de l'unité et pour des valeurs élevées du ce dernier commence la transition du régime de Darcy vers le régime Forchheimer. [06]

I.1.4 Couche limite :

Considérons un écoulement fluide à vitesse U_{1e} et à température T_e sur une plaque à température T_p (Figure (I.7)). Au voisinage de la paroi, les valeurs de la vitesse et de la température sont différentes de celles de l'écoulement potentiel et varient en fonction de la distance à la paroi, x_2 . Cette zone de gradients de vitesse et de température est appelée couche limite. Elle résulte d'échanges de quantité de mouvement et de chaleur entre le fluide et la paroi. Son épaisseur est généralement petite par rapport à l'ensemble de l'écoulement. On distingue deux types de couche limite : la couche limite dynamique et la couche limite thermique. [07]

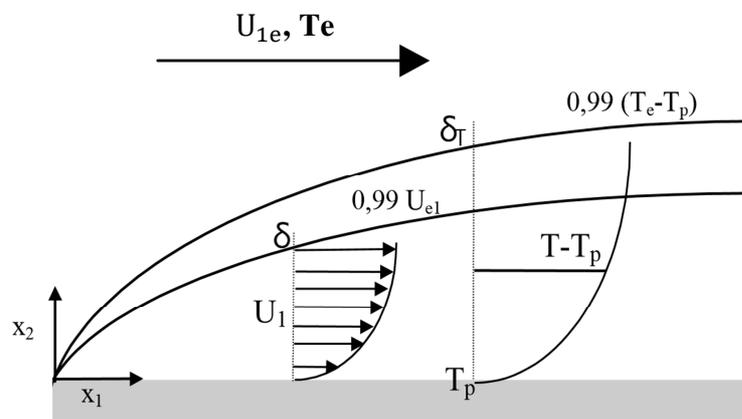


Figure (I.5) : Couches limites dynamique et thermique [07].

I.1.4.1 Couche limite dynamique :

Une des principales caractéristiques d'un fluide est sa viscosité. Cette dernière varie avec la température mais n'est jamais nulle. En conséquence, la vitesse du fluide à la paroi est nulle et on observe des forces de frottement qui freinent l'écoulement au voisinage de celle-ci. L'épaisseur de couche limite, δ , est définie par la distance à la paroi x_2 pour laquelle [07] :

$$U_1(x_2) = 0,99 U_{1e}. \quad (\text{I.30})$$

I.1.4.2 Couche limite thermique :

Lorsque le fluide, à température T_e , s'écoule sur la paroi à température T_p , des échanges thermiques s'établissent. Les particules du fluide s'échauffent ou se refroidissent au contact de la plaque. Ces particules échangent de la chaleur de proche en proche avec leurs voisines et un gradient thermique se forme. Par convention, l'épaisseur de la couche limite ($x_2 = \delta_T$) correspond à la frontière où [07] :

$$T_{\text{fluide}}(x_2) = 0,99 (T_e - T_p) + T_p \quad (\text{I.31})$$

I.1.5 Etat de L'art :

Dans ce stade d'intérêt, **D.srinivasa et G.swamy** [09] ont étudié le transfert chaleur par convection mixte et le transfert de masse le long d'une plaque verticale encastré dans une loi de puissance, milieu poreux de Darcy saturé d'un fluide en présence d'une réaction chimique sous l'effet de rayonnement. Les équations différentielles partielles sont transformées en équations ordinaires en utilisant les transformations de similitude, puis elles ont résolues numériquement avec la méthode de Rung-kutta technique de tir.

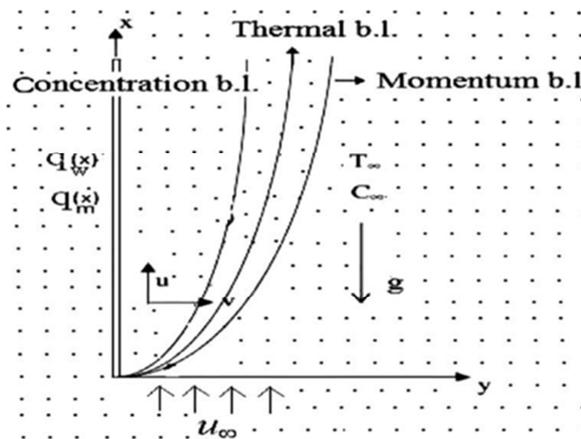


Figure (I.6). Modèle d'écoulement et le système de coordonnées [09].

Les résultats montrent qu'une augmentation du paramètre de la réaction chimique provoque une diminution de la vitesse, la concentration et le taux de transfert de chaleur accompagnés par une augmentation de la température et de taux de transfert de masse. Les valeurs plus élevées du paramètre de rayonnement R provoque une vitesse plus élevée.

EL-Kabeir et al. [10] ont résolu un écoulement magnétohydrodynamique en convection libre sur une surface perméable inclinée, incluse dans un milieu poreux en présence d'un champ magnétique uniforme. De plus, les effets du transfert de chaleur par rayonnement sur l'écoulement de convection libre sont très importants dans la technologie spatiale et les processus à haute température.

Sur la couche limite d'un fluide MHD radiatif passant devant un corps. L'inclusion des effets du rayonnement dans l'équation de l'énergie avait conduit à une équation différentielle partielle hautement non linéaire.

A.M. Rashad [11] a étudié l'influence du rayonnement sur la convection naturelle MHD et le transfert de chaleur et de masse dans un écoulement laminaire d'un fluide visqueux newtonien sur une plaque plane verticale noyée dans un milieu poreux, il a aussi étudié l'effet du dépôt de particules par thermophorèse. Il a conclu qu'une diminution du paramètre magnétique et du paramètre de flottabilité entraîne une augmentation de la vitesse d'écoulement, la concentration de particules ainsi que l'épaisseur de la couche limite diminue en raison de l'augmentation du nombre de Lewis, et que le paramètre de rayonnement et le rapport de flottabilité ont augmentés lorsque le

paramètre magnétique a diminué. Mais aussi que la vitesse de dépôt thermophorétique diminue au fur et à mesure que le paramètre magnétique, le paramètre de rayonnement, la différence de température augmentent ; et augmente (la vitesse de dépôt thermophorétique) à mesure que le rapport de flottabilité N ou le coefficient thermophorétique k augmente.

Dulal Pal, Babulal, Talukdar [12] ont fait une étude analytique du problème de la convection mixte instationnaire avec rayonnement thermique et d'une réaction chimique de premier ordre sur une couche limite magnétohydrodynamique d'écoulement d'un fluide visqueux et électriquement conducteur devant une plaque verticale perméable, le but de leurs étude et d'étudier l'influence du chauffage ohmique et du champs magnétique sur le flux de chaleur et de masse combiné sur un fluide conducteur.

Ils ont eu pour résultats que la vitesse d'écoulement diminue avec l'augmentation : du paramètre de réaction chimique, du paramètre de source de chaleur, du paramètre de rayonnement thermique, du nombre de Schmidt et du paramètre magnétique, et ils ont observés que l'inverse se produit lorsque le paramètre poreux augmente.

P. Rana et al. [13] ont étudié l'écoulement de convection mixte d'une couche limite d'un nanofluide incompressible le long d'une plaque inclinée d'un angle α dans un milieu poreux. Les équations gouvernantes non linéaires résultantes avec les conditions aux limites associées sont résolues en utilisant la méthode des éléments finis (FEM) et la méthode des différences finies (FDM) avec une transformation locale non similaire. Leurs résultats montrent que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de mouvements browniens (Nb) ou du nombre de thermophorèse (Nt), alors qu'il augmente avec l'augmentation de l'angle α . De plus, le nombre local de Sherwood augmente avec l'augmentation de Nt , tandis qu'il diminue avec une augmentation de Nb et d'angle α . Les effets du nombre de Lewis, du coefficient de flottabilité et du paramètre de convection mixte sur la température. Les distributions de température et de concentration sont également examinées en détail.

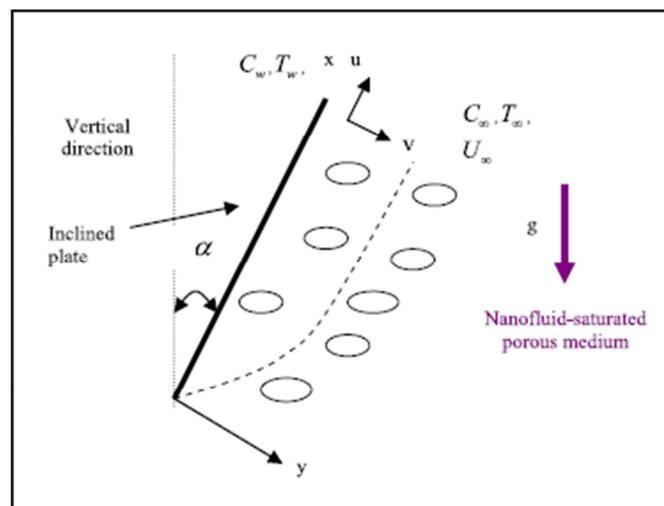


Figure (I.7) : Modèle physique de P. Rana et al. [13].

D. Pal et G. Mandal [14] se sont intéressés aux effets du rayonnement thermique de l'écoulement de couche limite de la convection mixte vers un écoulement de point de stagnation sur un étirement / retrait noyé dans un milieu poreux remplie d'un nanofluide avec présence de génération de chaleur et de dissipation visqueuse. Les équations de base sont résolues numériquement en utilisant la méthode de Runge – Kutta – Fehlberg avec technique de tir. Leur résultat montre que le paramètre d'aspiration diminue les profils de vitesse et de température pour l'étirement de la feuille, tandis que la tendance inverse s'obtient pour le rétrécissement de la feuille. On constate également que l'épaisseur de la couche limite pour la deuxième solution est supérieure à la première solution pour les trois types de nanofluide pour la contraction de la feuille. De plus, ils ont constaté que l'ajout des nanoparticules dans le fluide de base entraîne une augmentation du frottement de surface.

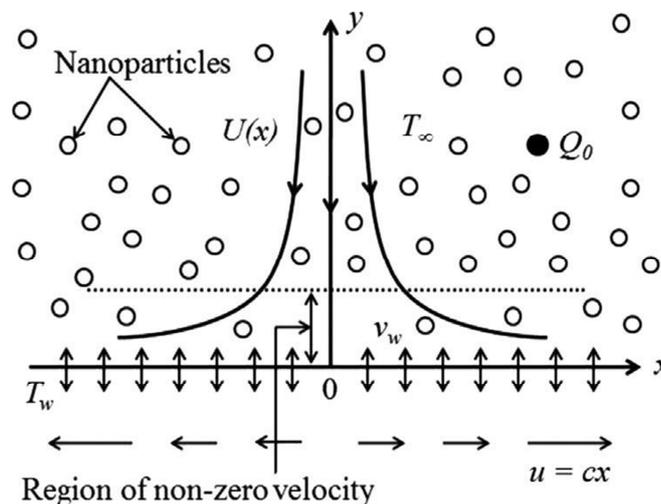


Figure (I.8): Configuration du flux [14]

A.V. Rosca et al. [15] ont numériquement analysé le problème de l'écoulement de la convection mixte d'une couche limite sur une plaque plane horizontale imperméable encastrée dans un milieu poreux saturé par un nanofluide. La surface de la plaque est maintenue à une température constante et à une fraction volumique de nanoparticules constante. Les équations différentielles partielles gouvernantes résultantes sont transformées en un ensemble de deux équations ordinaires (similaires), qui sont résolues à l'aide de la fonction `bvp4c` de Matlab. Une comparaison est faite avec les résultats disponibles dans la littérature et un ensemble représentatif de résultats numériques pour le transfert de chaleur réduit de la plaque, des profils de vitesse et de température sans dimension sont présentés graphiquement et sous forme de tableau. En outre, les principales caractéristiques des résultats sont analysées et discutées.

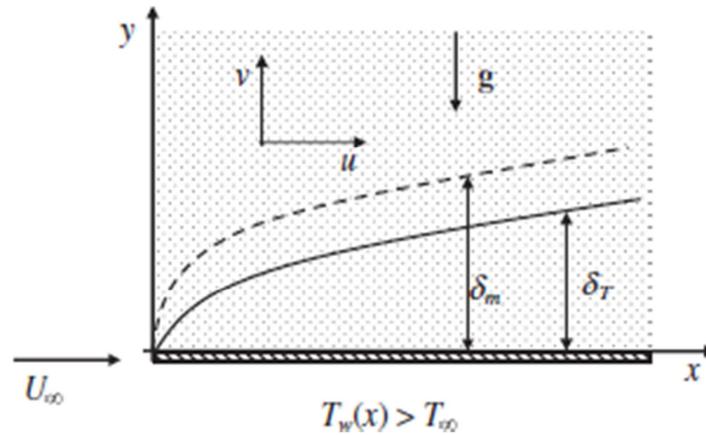


Figure (I.9) : Modèle physique et système de coordonnées [15]

M.R. Krishnamurthy et al. [16] ont étudié numériquement l'effet de la radiation et de la réaction chimique sur un écoulement magnétohydrodynamique type couche limite d'un fluide à travers un milieu poreux au voisinage d'une feuille horizontale en présence de nanoparticules. Des transformations de similarité adéquates sont utilisées pour dériver un ensemble d'équations différentielles, le problème envisagé est résolu numériquement par la méthode de Rung-kutta d'ordre quatre technique de tir. Les profils de la vitesse, la température et la concentration ainsi les taux de transferts thermique et massique sont influencés par les paramètres de contrôles à savoir le paramètre de réaction chimique, le paramètre magnétique et paramètre de rayonnement thermique.

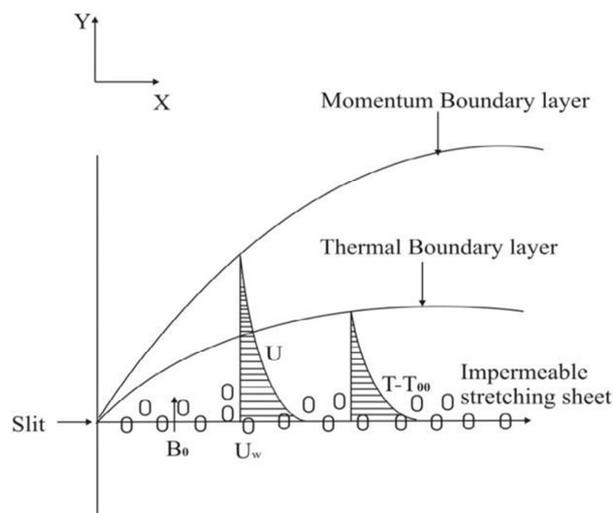


Figure (I.10) Schéma de l'écoulement de la couche limite sur la feuille d'étirement [16]

Conclusion :

Nous avons vu dans ce chapitre la recherche bibliographique et les définitions qui encadrent notre étude. Ce qui nous permet de faire le choix physique et mathématique étudié, ainsi que les conditions initiales et les conditions aux limites qui lui sont associées et que nous allons aborder dans le prochain chapitre.

Chapitre II

Problème physique et modélisation mathématique

II.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons présenter le modèle physique et les hypothèses simplificatrices. Ainsi que les équations régissant le phénomène de convection naturelle en présence d'un champ magnétique le long d'une plaque plane verticale. Et nous avons exprimés les équations de conservation et les conditions aux limites sous forme adimensionnelle. Puis nous avons introduit les principales grandeurs dynamiques, thermiques.

II.2 Description du problème :

On va étudier dans ce chapitre l'effet de la magnétohydrodynamique et de la convection naturelle sur le transfert de chaleur dans un écoulement laminaire régulier en couche limite. D'un fluide newtonien sur une plaque plane verticale noyée dans un milieu poreux.

Le régime étudié est illustré à la **Figure (II.1)**.

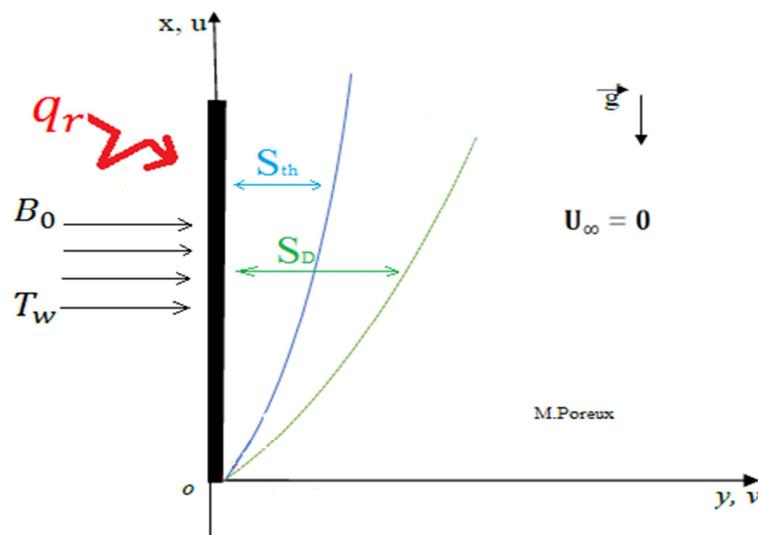


Figure (II.1) : Géométrie du problème et système de coordonnées

Hypothèses simplificatrices :

La modélisation du phénomène étudié est basée sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement du fluide, les transferts de chaleur et de masse sont permanents et le régime est laminaire.

- Le fluide est newtonien.
- Le liquide est incompressible ($\rho = cte$).
- La dissipation visqueuse est négligée.
- La paroi est isotherme.
- Le champ magnétique est induit à l'extérieur. Les propriétés physiques du liquide sont constantes

II.3 Formulations mathématiques :

Sous ces hypothèses, les équations gouvernantes de couches limites hydrodynamique, et thermique peuvent être écrites sous la forme dimensionnelle

II.3.1 Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.1})$$

II.3.2 Equation de conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\mu}{K} u + [\rho g \beta (T - T_\infty)] - \sigma B_0^2 u \quad (\text{II.2})$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.3})$$

II.3.2 Equation de conservation d'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{k_0} \frac{\partial q^r}{\partial y} \right) \quad (\text{II.4})$$

La quantité q^r du côté droit de l'équation (II.4), représente le flux de chaleur radiative dans la direction y. Le terme de flux de chaleur radiatif est simplifié par l'approximation de Rosseland est le suivant :

$$q^r = -\frac{4\sigma_1}{3\mathcal{X}} \frac{\partial T^4}{\partial y} \quad (\text{II.5})$$

Où σ_1 et \mathcal{X} sont la constante de Stefan-Boltzman et le coefficient d'absorption moyen, respectivement.

Les conditions aux limites pour le flux avec vitesse et glissement thermique sont:

Dans : $y = 0, \quad v = 0, \quad T_w = T,$

Quand : $y \rightarrow \infty, \quad u \rightarrow 0, \quad T \rightarrow T_\infty.$

Les Composantes de la vitesse dimensionnelle :

$$u = \frac{\alpha_m}{x} R_{ax} f' \quad (\text{II.6})$$

$$v = \frac{\alpha_m}{2x} R_{ax}^{1/2} (f - \eta f') \quad (\text{II.7})$$

Nous introduisons maintenant les variables non dimensionnelles suivantes :

$$\underbrace{\eta = \frac{y}{x} R_{ax}^{1/2}}_{\text{(Variable de similarité)}}$$

$$\underbrace{R_{ax} = \frac{\rho K g B \Delta T x}{\alpha_m \mu}}_{\text{(Nombre de Rayleigh local)}}$$

$$\underbrace{\theta = \frac{T - T_\infty}{\Delta T}}_{\text{(Température adimensionnelle)}}$$

$$\underbrace{\Psi = \alpha_m R_{ax}^{1/2} f}_{\text{(Fonction de courant)}}$$

$$\underbrace{N_{ux} = \frac{x q_w}{k \Delta T}}_{\text{(Nombre de nusselt local)}}$$

Ainsi, nous obtenons :

$$f'' + M f'' = \theta'' \quad (\text{II.8})$$

$$-\frac{1}{2} f \theta' = \theta'' \left(1 + \frac{4}{3} R\right) \quad (\text{II.9})$$

Et les conditions aux limites deviennent

$$\eta = 0 ; \quad f(0) = 0 ; \quad \theta(0) = 1 ; \quad f'(0) = 0$$

$$\eta \rightarrow \infty ; \quad f'(\infty) = 1 ; \quad \theta(\infty) = 0$$

Et aussi nous avons le paramètre magnétique et de le paramètre de radiation :

$$\underbrace{M = \frac{\sigma B_0^2 K}{\mu}}_{\text{(M : Paramètre magnétique)}}$$

$$\underbrace{R = \frac{4 \sigma_1 (T_w - T_\infty)^3}{x K_0}}_{\text{(R : Paramètre rayonnement)}}$$

II.4 Conclusion :

Pour le positionnement de notre problème cité ci-dessus, nous avons utilisé les équations de Navier-Stockes en coordonnées cartésiennes et les équations de l'énergie et de concentration qui gouvernent notre problème. On a donné les hypothèses simplificatrices qui vont nous permettre de trouver les équations adimensionnelles à l'aide d'un changement de variable pour notre cas. Enfin nous allons traiter notre problème avec un programme informatique en utilisons MATLAB exécutant sur un PC.

Chapitre III

Résultats et discussions

III.1 Introduction :

Dans ce chapitre nous allons exposer les différents résultats obtenus dans notre simulation numérique sous logiciel « Matlab » avec la méthode des différences finies implicite, ceci pour définir l'influence des principaux paramètres thermo-physiques sur les profils de vitesse et les profils de température, ainsi sur le taux de transfert thermique en terme de nombre de Nusselt local.

III.2 Méthode des différences finies implicite :

Pour résoudre ce genre de problème la méthode que l'on va utiliser est la méthode des différences finies implicite.

En effet (bvp4c) met en œuvre une méthode de collocation pour la résolution des problèmes de valeurs aux limites de la forme telle que l'exemple suivant :

$$y' = f(x, y, p), \quad a \leq x \leq b \quad (\text{III.1})$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$G(y(a), y(b), p) = 0 \quad (\text{III.2})$$

Ici p est un vecteur de paramètres inconnus. Par souci de simplicité, il n'est pas pris en compte dans les expressions qui suivent. La solution approximative $S(x)$ est une fonction polynomiale d'ordre trois continue sur chaque sous-intervalle $[x_n, x_{n+1}]$ du maillage ($a=x_0 < x_1 < \dots < x_n=b$) qui satisfait les conditions aux limites suivantes :

$$g(s(a), s(b)) = 0 \quad (\text{III.3})$$

Et qui satisfait les équations différentielles (polynômes de collocation) aux deux extrémités et le point médian de chaque sous-intervalle :

$$S'(x_n) = f(x_n, S(x_n)) \quad (\text{III.4})$$

$$S'(x_n + x_{n+1})/2 = f((x_n + x_{n+1})/2, S((x_n + x_{n+1})/2)) \quad (\text{III.5})$$

$$S'(x_{n+1}) = f(x_{n+1}, S(x_{n+1})) \quad (\text{III.6})$$

Ces conditions conduisent à un système d'équations algébriques non linéaires pour les coefficients définissant $S(x)$. A la différence de la technique de tir, la solution $y(x)$ est évaluée sur tout l'intervalle $[a, b]$ avec prise en compte des conditions aux limites à tous moments.

La méthode de base de (`bvp4c`) est une méthode aux différences finies qui implémente la formule de Lobatto à trois étapes de collocation. Il peut être démontré, que $S(x)$ est une approximation de quatrième ordre pour une solution isolée $y(x)$, c'est-à-dire

$$\|y(x) - S(x)\| \leq ch^4.$$

Ici, h est la valeur maximale du pas ($h_n = x_{n+1} - x_1$) et C est une constante. Nous insistons sur le fait important que cette borne soit vraie pour tout x dans l'intervalle $[a, b]$, ce qui n'est pas le cas pour certaines méthodes de collocation populaires. Après $S(x)$ est calculé sur un maillage avec (`bvp4c`).

En raison du fait que les problèmes de valeurs aux limites peuvent avoir plus d'une solution, les codes de résolution obligent ses utilisateurs à fournir une estimation pour la solution souhaitée. L'estimation comprend une estimation d'un maillage initial, les codes ensuite adaptent le maillage de manière à obtenir une solution numérique précise avec un nombre réduit de nœuds.

La partie la plus ardue pour résoudre un BVP est l'estimation en elle-même puisque réussir à trouver une approximation adéquate du premier est extrêmement difficile. Venir avec suffisamment bonne supposition est souvent la partie la plus difficile. [8]

Le code (`bvp4c`) adopte une approche inhabituelle pour le contrôle d'erreur qui lui permet de remédier aux mauvaises suppositions. Le fait que $S(x)$ est régulière sur $[a, b]$ ainsi que les collocations aux extrémités de chaque sous-intervalle implique que la dérivée $S(x)$ est également continue sur l'intervalle $[a, b]$ ce qui induit à un résiduel noté $r(x)$ dans l'équation différentielle défini par :

$$r(x) = S'(x) - f(x, S(x)) \quad (\text{III.7})$$

Autrement dit, $S(x)$ est la solution exacte des équations différentielles ordinaires perturbées.

$$S'(x) = f(x, S(x) + r(x)) \quad (\text{III.8})$$

De même, le résidu dans les conditions aux limites est $g(S(a), S(b))$

La routine (`bvp4c`) contrôle les tailles de ces résidus, si ces derniers sont uniformément petits, $S(x)$ s'avère être une bonne solution dans le sens que c'est la solution exacte d'un problème relativement proche de celui fourni au solveur. La routine est basée sur des algorithmes plausibles, même lorsque le maillage initial est non satisfaisant, elle continue à fournir des résultats corrects quand h tends vers 0. [8]

III.3 Influence du paramètre de rayonnement R:

Les figures III (1, 2) montre la variation du profil de vitesse et profil de température en fonction de la variation du paramètre de rayonnement R.

III.3.1 L'effet du paramètre de rayonnement R sur les profils de vitesse :

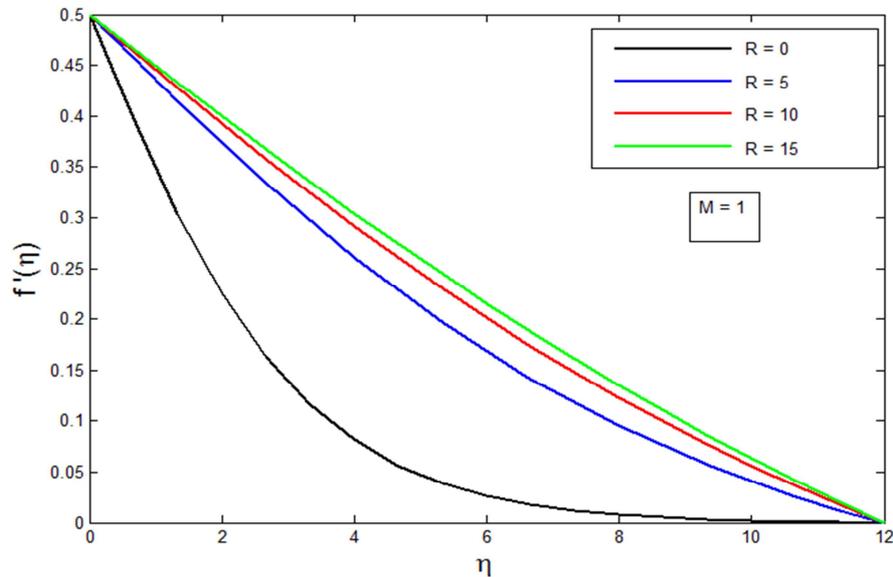
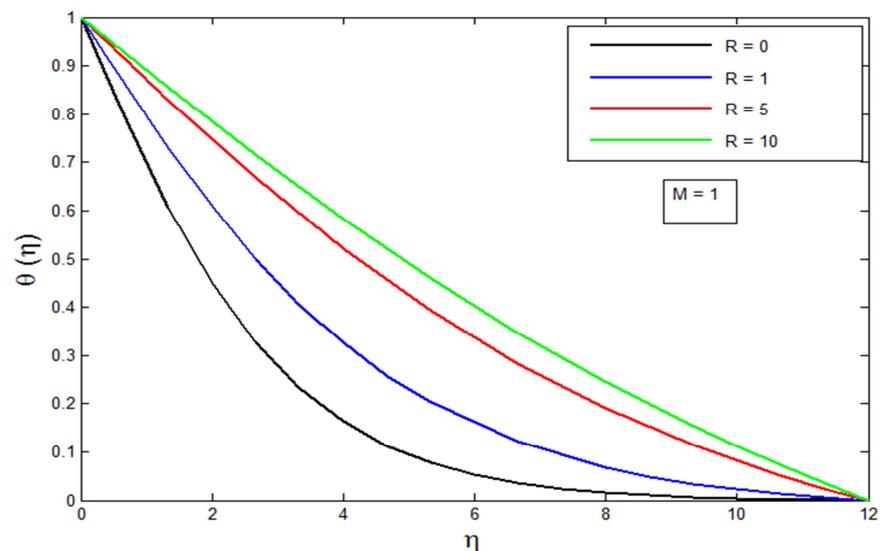


Figure (III.1) : Profils de vitesse en fonction de différents nombres de R variés.

On remarque que le paramètre de rayonnement R cause un accroissement du profil de vitesse qui est représenté dans la Figure III.1.

III.3.2 L'effet du paramètre de rayonnement R sur les profils de température :



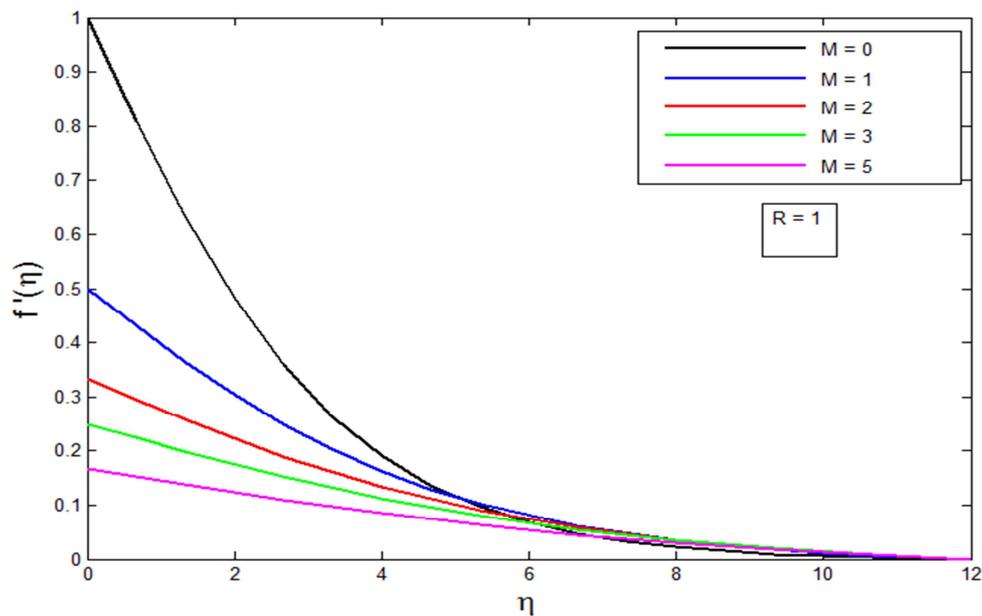
Figure(III.2) : Profils de température en fonction de différents nombres de R variés.

Comme pour le profil de vitesse on remarque que le paramètre de rayonnement R cause un accroissement du profil de température qui est représenté dans la Figure III.2

III.4 Influence du paramètre magnétique M :

Les figures (3, 4) montre la variation du profil de vitesse et profil de température en fonction de la variation du paramètre magnétique M .

III.4.1 L'effet du paramètre magnétique M sur les profils de vitesse :



Figure(III.3) : Profils de vitesse en fonction de différents nombres de M variés.

Pour cette fois c'est le paramètre de rayonnement R que l'on fixe et on fait varier le paramètre magnétique M on remarque alors dans les courbes représentées le paramètre magnétique M cause une diminution du profil de vitesse qui est représenté dans la Figure III.3 contrairement au paramètre de rayonnement R .

III.4.2 L'effet du paramètre magnétique M sur les profils de température :

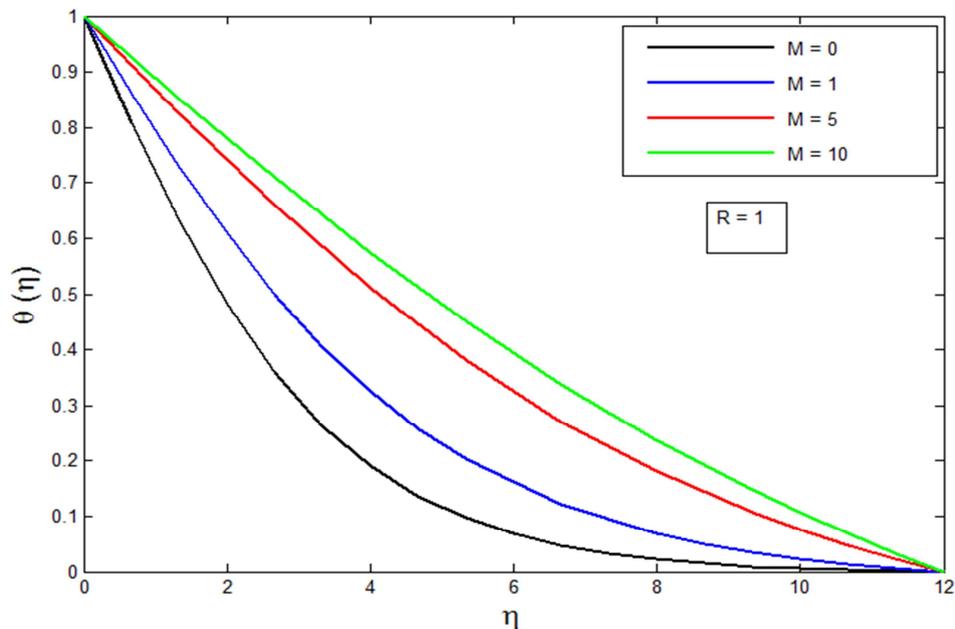


Figure (III.4) : Les profils de température en fonction de différents nombres de M variés.

Pour finir nous avons continué à fixer le paramètre de rayonnement R et en variant le paramètre magnétique M on remarque alors dans les courbes représentées que celui-ci cause un accroissement sur le profil de température représenté dans la Figure III.4.

III.5 Variation du $N_{ux}/R_{ax}^{1/2}$ en fonction de M, R :

R	M = 0,0	M = 0,5	M = 5,0	M = 10
0,0	0,4438	0,3625	0,1857	0,1445
0,5	0,5732	0,4690	0,2498	0,2030
1,0	0,6792	0,5572	0,3094	0,2599
5,0	1,2796	1,0902	0,7613	0,7061
7,0	1,5293	1,3258	0,9837	0,9290

Tableau (III .1) Variation du $N_{ux}/R_{ax}^{1/2}$ en fonction de M, R

Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons défini l'influence des principaux paramètres thermo-physiques (Le paramètre magnétique M et le paramètre de rayonnement R) sur les profils de vitesse et les profils de température.

A la lumière de cette étude, on peut expliciter les conclusions suivantes :

Pour les profils de température :

- L'augmentation du paramètre magnétique M entraîne une augmentation des profils de température.
- L'augmentation du paramètre de rayonnement R provoque lui aussi un accroissement des profils de température.

Pour les profils de vitesse :

- L'augmentation du paramètre magnétique M engendre une diminution des profils de vitesse.
- L'augmentation du paramètre de rayonnement R engendre une augmentation des profils de vitesse.

Dans le tableau (III.1), la variation du nombre de nusselt local en fonction du paramètre magnétique M et du paramètre rayonnement R, on constate que :

- Elle augmente en fonction de l'augmentation du paramètre rayonnement R.
- Elle diminue en fonction de l'augmentation du paramètre magnétique M.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

Dans ce présent mémoire nous avons effectué une étude numérique d'un écoulement magnétohydrodynamique et du rayonnement sur une convection naturelle pour un fluide considéré incompressible sur une plaque plane verticale semi-infinie, cet écoulement est considéré comme étant laminaire et bidimensionnel.

Les équations qui régissent l'écoulement sont, l'équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie. La méthode d'autosimilarité a été utilisée pour parvenir à la forme adimensionnelle de ces équations pour aboutir à deux équations différentielles ordinaires.

Ces équations ont été résolues numériquement grâce à la méthode des différences finies implicite en utilisant le code `bvp4c` MATLAB.

Notre études numériques ont été effectuées afin d'examiner les effets du champ magnétique, et du paramètre de radiation à la paroi sur les profils de vitesse et de température.

Les résultats obtenus montrent que le paramètre de rayonnement R a une influence sur les profils de vitesse ainsi que ceux de température plus on l'augmente plus on accroît les profils résultant, contrairement au paramètre magnétique M on l'augmentant il accroît seulement les profils de température, son influence sur les profils de vitesse est l'inverse il contribue à sa diminution.

Références bibliographiques

Références bibliographiques :

- [01] **S.Lyès**, « La convection mixte dans un canal horizontal muni de blocs chauffés », (Mémoire magister en Génie des Procédés option: Energétique et Procédés Université Kassdi Merbah Ouargla (2012-2013)).
- [02] **A.KORICHI, A.ISSAADI**, « Simulation numérique de l'écoulement d'un fluide à seuil dans une conduite cylindrique. Application au transport de boue de forage, (mémoire de master Génie Mécanique spécialité: Energétique Université Abderrahmane MIRA Bejaia).
- [03] **Alfvén, H.** (1942). Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves. *Nature*, 150(3805), 405-406.
- [04] **Belahneche, B & Chetrat, S & Ali Agha, H.** (2020). Etude d'un écoulement magnétohydrodynamique (m.h.d) Le Long Une Plaque Non-isothermique. [Mémoire de Master Génie mécanique Spécialité : Energétique, Université Abderrahmane Mira - Bejaia].
- [05] **Chahtour, C.** (2018). Convection magnétohydrodynamique dans un fluide non-newtonien saturant un milieu poreux.
- [06] **Outaleb, Y.** (2005). Contribution À L'étude De L'écoulement Et Des Transferts Dans Une Enceinte Partiellement Ou Totale Poreuse Soumise À Une Injection Ou Extraction De Matière [Mémoire de Magister en Génie mécanique, Université Des Sciences Et De La Technologie Houari-boumédièn - Alger].
- [07] **BELLETTRE, Jérôme.** Transferts de masse et de chaleur dans la couche limite pariétale et à l'intérieur d'une paroi poreuse plane soumise à de l'effusion ou de la transpiration. 1998. Thèse de doctorat. Lyon, INSA.
- [08] **Cheng P, Minkowycz WJ.** Free convection about a vertical flat plate embedded in a porous medium with application to heat transfer from a dike. *J Geophys Res.*
- [09] **D.SrinivasaCharya, G.Swamy Reddy.** « Chemical reaction and radiation effects on mixed convection heat and masse transfer over a vertical plate in power-law fluid saturated porous medium». *Journal of the Egyptian mathematical society* 24, 108-115, 2016.1977;82:2040-4.
- [10] **EL-Kabeir SMM, EL-Hakim MA, Rashad AM,** Lie group analysis of unsteady MHD three dimensional by natural convection from un milieu poreux saturé à surface d'étirement inclinée. *J. Comput Appl Math* ; sous presse.

-
- [11] **Rashad, A. M.** Influence of radiation on MHD free convection from a vertical flat plate embedded in porous media with thermophoretic deposition of particles. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 13.10, 2008.
- [12] **Pal, D, Talukdar, B.** Perturbation analysis of unsteady magnetohydrodynamic convective heat and mass transfer in a boundary layer slip flow past a vertical permeable plate with thermal radiation and chemical reaction. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15.7, 2010.
- [13] **P. Rana et al, B hargava R, Bég O.** Numerical solution for mixed convection boundary layer flow of a nanofluid a long an inclined plate embedded in a porous medium. *Comput Math Appl* 2012; 64:2816–32.
- [14] **D. Pal et G. Mandal** « Mixed convection–radiation on stagnation-point flow of nanofluids over a stretching /shrinking sheet in a porous medium with heat generation and viscous dissipation » (2015) India.
- [15] **A.V. Rosca et al.** «Non-Darcy mixed convection from a horizontal plate embedded in a nanofluid saturated porous media» (2012) Romania.
- [16] **M.R, Krishnamurthy et al.** (2015). Effect of Chemical Reaction on MHD Boundary Layer Flow and Melting Heat Transfer of Williamson Nanofluid in Porous Medium. *Engineering Science and Technology, an International Journal.* 19. 10.1016.

Résumé :

Ce travail vise à étudier graphiquement l'influence du rayonnement sur un écoulement magnétohydrodynamique (M.H.D) à partir d'une plaque plane verticale noyée dans un milieu poreux, Dans cette thématique nous avons étudiés un écoulement MHD par rayonnement considéré laminaire, incompressible et bidimensionnel sur une plaque plane verticale, pour cela nous avons eu recours aux équations de Navier-Stocks couplées à l'équation de Maxwell et à l'équation d'énergie par lesquelles nous allons aboutir à deux équations différentielles ordinaire que nous avons résolus par la méthode de différences finies avec le solveur bvp4c par l'outil MATLAB afin de définir l'influence du paramètre magnétique M et du paramètre de rayonnement R sur les profils de vitesse et les profils de température.

Mots clés : magnétohydrodynamique, milieu poreux, rayonnement.

Abstract :

This work aims to study graphically the influence of radiation on a magnetohydrodynamic (M.H. D) flow from a vertical flat plate embedded in a porous medium. In this theme we studied an MHD flow by natural convection considered laminar, incompressible and bidimensional on a vertical flat plate, For this we used the Navier-Stocks equations coupled to the Maxwell equation and the energy equation by which we will result in two ordinary differential equations that we solved by the finite difference method with the bvp4c solver using the MATLAB tool in order to define the influence of the magnetic parameter M and the radiation parameter R on the velocity profiles and the temperature profiles.

Key words: magnetohydrodynamics, porous medium, radiation.