

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A.MIRA-BEJAIA



Faculté de Technologie  
Département d'Hydraulique  
Laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et Environnement (LRHAE)

**THÈSE**  
**EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE**  
**DOCTORAT**

**Domaine : Sciences et Technologies      Filière : Hydraulique**  
**Spécialité : Génie Hydraulique et Environnement**

Présentée par  
**LEBDIRI Fatiha**

*Thème*

**Ecoulements à surface libre dans les coursiers d'évacuateurs de crues**  
**- Modélisation numérique et optimisation des dissipateurs d'énergie**

**Soutenue le : 18/11/2021**

**Devant le Jury composé de :**

**Nom et Prénom**

**Grade**

<b>Mr. MAZA Mustapha</b>	Professeur	Univ. de Bejaia	Président
<b>Mr. SEGHIR Abdelghani</b>	Professeur	Univ. de Bejaia	Rapporteur
<b>Mr. BERREKSI Ali</b>	Professeur	Univ. de Bejaia	Co-rapporteur
<b>Mr. BECHEUR Abdelhamid</b>	MCA	Univ. de Bejaia	Examineur
<b>Mme. BENMAMAR Saâdia</b>	Professeur	E.N.P d'Alger	Examinatrice
<b>Mr. LABIED Chouaib</b>	MCA	Univ. de Jijel	Examineur

**Année Universitaire : 2021/2022**

## Remerciements

Tout d'abord je remercie Dieu le tout puissant de m'avoir donné la force et la patience pour mener à terme ce travail de recherche.

Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé au sein du laboratoire de recherche en hydraulique appliquée et environnement de l'université de Bejaia. Je tiens donc à remercier tous les membres du laboratoire ainsi que tous les enseignants du département d'hydraulique de l'université de Bejaia.

Je voudrais remercier infiniment monsieur SEGHIR Abdelghani professeur à l'université de Bejaia et monsieur BERREKSI Ali professeur à l'université de Bejaia pour leur encadrement parfait. Ils ont toute ma gratitude pour m'avoir laissé une grande liberté dans mes recherches, aidé, orienté et encouragé dans les moments difficiles et m'avoir consacré tout leur temps malgré leurs occupations.

Je remercie ensuite monsieur MAZA Mustapha professeur à l'université de Bejaia d'avoir accepté de présider le jury de ma soutenance. Je remercie aussi monsieur BECHEUR Abdelhamid maître de conférence à l'université de Bejaia, madame BENMAMAR Saâdia professeur à l'école nationale polytechnique d'Alger et monsieur LABIED Chouaib maître de conférence à l'université de Jijel pour avoir accepté d'examiner mon travail. C'est un honneur pour moi d'accepter leurs remarques et leurs critiques lesquelles vont, certainement, améliorer mon manuscrit, et cela va m'orienter vers d'autres futurs projets de recherche.

Ce travail n'aurait pas pu être réalisé sans le soutien de ma famille, que je remercie tout particulièrement. Un grand merci à mon père et ma mère, à mes frères et sœurs qui m'ont soutenu tout au long de mes études.

Je tiens à remercier mon cher mari HAMANI Sofiane qui n'a jamais cessé de me soutenir pour que je puisse finir ce travail doctoral et à qui je voudrais exprimer mes affections et mes gratitude.

Je remercie tous mes collègues doctorants, pour la bonne ambiance et leur amitié. Merci en particulier à DAHMANI Massicilia, MEZHOUD Cherifa, KACED Smail et IGROUFA Meriem, pour ne pas citer d'autres car la liste est longue.

Une immense reconnaissance et adressée à madame MOUKRANI du service post-graduation de la faculté de technologie, madame TAGUELMIMT et monsieur MOUSSAOUI de vicedirectorat de leurs efforts pour que je puisse soutenir en un temps records.

Je tiens aussi à remercier tous ceux qui ont, de près ou de loin, aidé à rendre ce travail possible, que ce soit par des idées ou par des encouragements.

# Table des matières

Liste des figures	iii
Liste des tableaux	vi
Liste des symboles utilisés	viii
Introduction générale	1
<b>1 Écoulement dans les coursiers en marches d’escalier</b>	<b>4</b>
1.1 Introduction . . . . .	4
1.2 Aspect historique . . . . .	4
1.3 Présentation des écoulements sur les coursiers en marches d’escalier . . . . .	6
1.3.1 Le régime d’écoulement en nappe . . . . .	6
1.3.2 Le régime d’écoulement extrêmement turbulent . . . . .	8
1.3.3 Le régime d’écoulement de transition . . . . .	8
1.4 Phénomène d’aération de l’écoulement . . . . .	10
1.5 Dissipation d’énergie . . . . .	11
1.6 Début du régime extrêmement turbulent . . . . .	13
1.7 Bassin de dissipation . . . . .	14
1.8 Aspect économique . . . . .	21
1.9 Problématique et but de la thèse . . . . .	21
1.10 Conclusion . . . . .	23
<b>2 Modélisation des écoulements à surface libre</b>	<b>24</b>
2.1 Introduction . . . . .	24

2.2	Équations de base . . . . .	24
2.2.1	Simulation numérique directe . . . . .	26
2.2.2	Simulation à grande échelle . . . . .	27
2.2.3	Approche statistique en un point . . . . .	27
2.3	Modélisation de la turbulence . . . . .	28
2.3.1	Modèles de turbulence basés sur le concept de viscosité turbulente . . . . .	29
2.3.2	Modèles au second ordre . . . . .	31
2.3.3	Choix du modèle de turbulence . . . . .	32
2.4	Modélisation de la surface libre . . . . .	33
2.4.1	Méthodes avec maillage fixe . . . . .	33
2.4.2	Méthodes à maillage mobile . . . . .	38
2.4.3	Méthodes sans maillage . . . . .	39
2.5	Méthode de résolution . . . . .	39
2.5.1	Principe de discrétisation avec la méthode des volumes finis . . . . .	42
2.5.2	Couplage vitesse-pression . . . . .	47
2.6	Conclusion . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Méthodes d'optimisation</b>	<b>53</b>
3.1	Introduction . . . . .	53
3.2	Problèmes d'optimisation mono-objectifs . . . . .	53
3.2.1	Les méthodes déterministes . . . . .	55
3.2.2	Les méthodes stochastiques . . . . .	57
3.3	Optimisation multi-objectifs . . . . .	61
3.3.1	Relations d'ordre et de dominance . . . . .	62
3.3.2	Front de Pareto ou surface des compromis . . . . .	62
3.3.3	Traitement d'un problème d'optimisation multi-objectifs . . . . .	63
3.3.4	Choix de la méthode d'optimisation . . . . .	66
3.4	Principe général des essais particuliers (Particle Swarm Optimization) . . . . .	66
3.4.1	Formulation mathématique de l'algorithme PSO . . . . .	67
3.4.2	La mise à jour des particules de l'essaim . . . . .	69
3.4.3	Paramètres de l'algorithme PSO . . . . .	71

3.4.4	L'algorithme PSO . . . . .	72
3.5	Optimisation de l'essaim de particules pour les applications multi-objectifs	72
3.5.1	Leaders en matière d'optimisation multi-objectifs . . . . .	73
3.5.2	Conserver et diffuser les solutions non nominatives . . . . .	74
3.5.3	Promouvoir la diversité tout en créant de nouvelles solutions . . . . .	74
3.5.4	Récapitulatif du principe de l'algorithme MOPSO . . . . .	75
3.6	Conclusion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Applications</b>	<b>77</b>
4.1	Introduction . . . . .	77
4.2	Modélisation numérique des écoulements à surface libre dans les coursiers d'évacuateurs de crue . . . . .	78
4.2.1	Validation du modèle numérique . . . . .	78
4.2.2	Effet de la variation du nombre de marches sur les caractéristiques hydrauliques des écoulements dans les coursiers en marches d'escalier	81
4.3	Optimisation des dimensions de coursiers en marches d'escalier et de bassin de dissipation . . . . .	86
4.4	Conclusion . . . . .	100
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>102</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>104</b>

## Liste des figures

Figure 1.1 Régime d'écoulement en nappe avec un ressaut complètement développé (Benmamar, 2006). . . . .	6
Figure 1.2 Régime d'écoulement en nappe avec un ressaut partiellement développé (Benmamar, 2006). . . . .	7
Figure 1.3 Régime d'écoulement en nappe sans formation d'un ressaut (Benmamar, 2006). . . . .	7
Figure 1.4 Régime d'écoulement extrêmement turbulent (Benmamar, 2006). . . . .	9
Figure 1.5 Mécanisme d'entraînement d'air dans un écoulement à surface libre à grande vitesse (Sinniger et Hager, 1989). . . . .	10
Figure 1.6 Paramètres hydrauliques du coursier en marches d'escalier . . . . .	11
Figure 1.7 Comparaison des résultats des différents chercheurs et les équations de Chanson (1994c) et Boes et Hager (2003). . . . .	14
Figure 1.8 Formes de saut hydraulique basées sur le nombre de Froude : (a) ressaut faible, (b) ressaut de transition, (c) ressaut stable et (d) ressaut rugueux (Stojnic, 2020). . . . .	15
Figure 1.9 Détermination des caractéristiques du ressaut pour un nombre de Froude compris entre 1,7 et 2,5 : (a) Forme de bassin de dissipation, (b) Rapport des profondeurs conjuguées, (c) Longueur du ressaut, (d) Perte d'énergie dans le ressaut (Durand et Mériaux, 1999). . . . .	17
Figure 1.10 Détermination des caractéristiques du ressaut pour un nombre de Froude compris entre 2,5 et 4,5 (a) Forme de bassin de dissipation type I, (b) Rapport des profondeurs conjuguées,(c) Longueur du ressaut (Durand et Mériaux, 1999). . . . .	18

Figure 1.11 Détermination des caractéristiques du bassin de dissipation pour un nombre de Froude supérieur à 4,5 et une vitesse de l'eau à l'entrée du bassin inférieure à 15 m/s (a) Forme de bassin de dissipation type II, (b) Rapport des profondeurs conjuguées, (c) Longueur du ressaut (Durand et Mériaux, 1999) . . . . .	19
Figure 1.12 Détermination des caractéristiques du bassin de dissipation pour un nombre de Froude supérieur à 4,5 et une vitesse de l'eau à l'entrée du bassin supérieure à 15 m/s (a) Forme de bassin de dissipation type III, (b) Rapport des profondeurs conjuguées, (c) Hauteur des blocs et seuil, (d) Longueur du ressaut (Durand et Mériaux, 1999). . . . .	20
Figure 2.1 Les trois types de mouvements en régime turbulent (Chassaing, 2000).	26
Figure 2.2 Représentation de l'interface, d'après Toutant (2006). . . . .	34
Figure 2.3 Volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel. . . . .	43
Figure 2.4 Exemple de champ de pression non uniforme (Versteeg et Malalasekera, 2007) . . . . .	48
Figure 2.5 Disposition des grilles décalées pour les vitesses et la pression. . . . .	49
Figure 3.1 Méthode de Tunneling (Berro, 2001) . . . . .	57
Figure 3.2 Détermination du plus court chemin par une colonie de fourmis (Tfaily, 2007) . . . . .	61
Figure 3.3 Notion de la dominance pour un problème d'optimisation à deux objectifs (Madiouni, 2016). . . . .	63
Figure 3.4 Exemple de front convexe et concave pour un problème bi objectif (Mazière, 2018) . . . . .	63
Figure 3.5 Mouvement d'une particule (Peng, 2019) . . . . .	68
Figure 3.6 Topologies des essaims : (a) Essaim localement connecté, (b) Essaim complètement connecté, (c) Essaim en réseau étoile, (d) Essaim en réseau arborescent (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006). . . . .	70
Figure 4.1 Géométries et conditions aux limites . . . . .	78
Figure 4.2 Profils de la surface libre d'un canal à marches d'escalier horizontal	79
Figure 4.3 Profils de la surface libre d'un coursier lisse à forte pente . . . . .	79
Figure 4.4 Profils de la surface libre d'un coursier en marches d'escalier à forte pente . . . . .	80

Figure 4.5	Profils de pression (a) Le long de la 3 <sup>ème</sup> marche (b) Le long de la 12 <sup>ème</sup> marche . . . . .	80
Figure 4.6	Variation du taux de dissipation d'énergie en fonction du nombre de marches . . . . .	82
Figure 4.7	Variation de la hauteur d'eau dans le bassin à l'aval du coursier en fonction du nombre de marches . . . . .	83
Figure 4.8	Variation de la contrainte agissant au niveau du fond pour les divers cas traités . . . . .	83
Figure 4.9	Variation de la contrainte agissant au niveau du fond pour les coursiers avec 12 et 122 marches . . . . .	84
Figure 4.10	Variation de la contrainte agissant au niveau du fond pour les coursiers avec 52 et 122 marches . . . . .	84
Figure 4.11	Variation de la contrainte de cisaillement pour les six cas d'étude . . . . .	85
Figure 4.12	Variation de la pression dynamique pour les six cas d'étude . . . . .	85
Figure 4.13	Comparaison entre l'énergie résiduelle estimée en utilisant les équations de Chanson (1994a) et Boes et Hager (2003)) et mesurée par Salmasi et Özger (2014) . . . . .	88
Figure 4.14	Comparaison entre l'énergie résiduelle numérique et analytique (a) Écoulement en nappe et (b) écoulement extrêmement turbulent . . . . .	89
Figure 4.15	Schéma du coursier en marches d'escalier avec bassin de tranquillisation . . . . .	92
Figure 4.16	Variation des trois fonctions objectifs en fonction de la hauteur des marches et la largeur du coursier . . . . .	93
Figure 4.17	Ensemble des solutions non-dominées . . . . .	95
Figure 4.18	Représentation spatiale des solutions après clustering . . . . .	96
Figure 4.19	Variation du coût total en fonction du taux de dissipation d'énergie pour $e = 1$ . . . . .	98
Figure 4.20	Variation du coût total en fonction du taux de dissipation d'énergie pour différentes valeurs d'épaisseur du bassin de dissipation . . . . .	99
Figure 4.21	Variation de la pente d'ajustement $\beta$ en fonction de l'épaisseur du bassin de dissipation $e$ . . . . .	99

## Liste des tableaux

Tableau 1.1	Début de l'écoulement extrêmement turbulent sur un évacuateur en marches d'escaliers . . . . .	14
Tableau 4.1	Comparaison des résultats de l'énergie résiduelle obtenue en utilisant les équations de Chanson (1994a) et Boes et Hager (2003) avec les résultats expérimentaux de Salmasi et Özger (2014) . . . . .	86
Tableau 4.2	La procédure d'optimisation proposée . . . . .	94
Tableau 4.3	Liste des solutions non dominées . . . . .	97
Tableau 4.4	Modélisation numérique de quelques solutions optimales . . . . .	100

## Liste des symboles utilisés

$b$	Largeur du bassin de dissipation	[m]
$b^{max}$	Largeur maximale du coursier	[m]
$C$	Constante d'intégration	[-]
$C_b$	Coût de construction du bassin de tranquillisation	[m <sup>3</sup> ]
$C_c$	Coût de construction du coursier	[m <sup>3</sup> ]
$C_{KS}$	Constante de rugosité	[-]
$C_t$	Coût total de construction	[m <sup>3</sup> ]
$C_u$	Constante numérique	[-]
$c_1$	Coefficient d'accélération cognitive	[-]
$c_2$	Coefficient d'accélération sociale	[-]
$C_{\varepsilon 1}$	Constante numérique	[-]
$C_{\varepsilon 2}$	Constante numérique	[-]
$c_\mu$	Constante numérique	[-]
$D_{h,w}$	Diamètre hydraulique pour l'écoulement uniforme	[m]
$e$	Épaisseur du bassin de dissipation	[m]
$E$	Constante empirique	[-]
$E_m$	Énergie maximale	[m]
$E_r$	Énergie résiduelle	[m]
$f$	Fonction objectif	[-]
$F$	Fonction ligne de niveau	[-]
$f_b$	Coefficient de frottement	[-]
$F_r$	Nombre de Froude	[-]
$f_i^{max}$	Valeur maximale de chaque fonction objectif	[-]
$f_i^{min}$	Valeur minimale de chaque fonction objectif	[-]
$g_i$	Composante de force de volume due à la gravité	[m/s <sup>2</sup> ]
$g_j$	Contraintes d'inégalité	[-]
$G^{best}$	Position de la meilleure particule de l'essaim	[-]
$H$	Fonction discontinue de Heaviside	[-]
$h_c$	Hauteur critique d'écoulement	[m]
$H_{dam}$	Hauteur du barrage	[m]
$h_i$	Contrainte d'égalité	[-]

$h_k$	Constante numérique	[-]
$h_s$	Hauteur des marches	[m]
$k$	Énergie cinétique turbulente	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$k_p$	Énergie cinétique turbulente près de la paroi	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$K_s^+$	Nombre de Reynolds de rugosité	[-]
$l$	Largeur des marches	[m]
$L$	Longueur du bassin de dissipation	[m]
$l_c$	Longueur caractéristique	[m]
$l_m$	Longueur de mélange	[m]
$M_e$	Échelle de longueur du mouvement d'ensemble	[m]
$M_m$	Échelle de longueur du mouvement moléculaire	[m]
$M_t$	Échelle de longueur du mouvement d'agitation turbulente	[m]
$N_{faces}$	Nombre de faces du volume de contrôle	[-]
$\vec{n}$	Vecteur unitaire normal à la facette $f$	[-]
$p$	Pression	[Pa]
$P_c$	Nombre de Peclet	[-]
$P_n$	Valeur de pénalité de la fonction coût	[-]
$p'$	Pression fluctuante	[Pa]
$\hat{p}$	Correction de la pression	[Pa]
$\bar{p}$	Pression moyenne	[Pa]
$P^{best}$	Meilleure position donnée par une particule	[-]
$P_{centrale}^{best}$	Meilleure position d'une particule centrale	[-]
$P_{parent}^{best}$	Meilleure position d'une particule parent	[-]
$q$	Débit unitaire	[m <sup>2</sup> /s]
$u_i$	Composante de la vitesse suivant la direction $i$	[m/s]
$u'$	Vitesse fluctuante	[m/s]
$\hat{u}$	Correction de la vitesse	[m/s]
$\overline{u_{m,i}}$	Vitesse moyenne du mélange	[m/s]
$\overline{u_i}$	Composante de la vitesse moyenne	[m/s]
$\overline{u'v'}$	Contrainte verticale de frottement turbulent	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$\overline{u'_i u'_j}$	Composante du tenseur de Reynolds	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$V_{ij}^t$	Vitesse actuelles de la variables $j$ de la particule $i$ à l'itération $t$	[-]
$V_t$	Échelle de vitesse caractéristique	[m/s]
$v_0$	Vitesse initiale de la particule	[-]
$v_1$	Vitesse moyenne d'écoulement au pied du coursier	[m/s]
$V^d$	Vitesse relative	[m/s]
$y_1$	Hauteur d'eau au pied du coursier	[m]
$W$	Poids d'inertie	[-]
$w_i$	Poids affecté à la fonction objectif	[-]
$x_L$	Borne inférieure du domaine de recherche des variables	[-]
$x_U$	Borne supérieure du domaine de recherche des variables	[-]

$X_{ij}^t$	Position actuelle de la variables $j$ de la particule $i$ à l'itération $t$	[-]
$x_0$	Position initiale de la particule	[-]
$Z$	Échelle de longueur	[-]
$\alpha$	Pente du coursier	[-]
$\alpha_a$	Fraction volumique de la phase air	[-]
$\alpha_e$	Fraction volumique de la phase eau	[-]
$\alpha_q$	Fraction volumique de la phase $q$	[-]
$\Delta t$	Pas de temps	[s]
$\delta_{ij}$	Indice de Kronecker $S_{ij}$ tenseur de taux de déformation	[-]
$\varepsilon$	Taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
$\kappa$	Constante de Von Karman	[-]
$\lambda$	Viscosité	[kg/m.s]
$\Lambda$	Nombre d'itérations	[-]
$\mu$	Viscosité dynamique	[kg/m.s]
$\nu_m$	Viscosité cinématique de mélange	[m <sup>2</sup> /s]
$\nu_t$	Viscosité turbulente	[m <sup>2</sup> /s]
$\Omega$	Volume de contrôle	[m <sup>3</sup> ]
$\vec{n}$	Vecteur unitaire normal à la facette $f$	[-]
$\phi$	Variable générale	[-]
$\rho_m$	La masse volumique	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_k$	Masse volumique	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho$	Masse volumique du fluide	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma_\varepsilon$	Constante numérique	[-]
$\sigma_k$	Constante numérique	[-]
$\tau_{ij}$	Tenseur des craintes visqueuses	[N/m <sup>2</sup> ]
$\epsilon$	Tolérance	[-]

### Abréviations

ARSM	Averaged Reynolds Stress Model
HBMO	Honey-Bee Mating Optimization
MOGA	Multiple Objective Genetic algorithm
MOPSO	Multiobjectif Particle Swarm Optimization
NSGA	Non dominated Sorting Genetic Algorithm
PESA	Pareto Archived Evolution Algorithm
PSO	Particle Swarm Optimisation
RSM	Reynolds Stress Model
VOF	Volume Of Fluid

## Introduction générale

La construction des barrages répond à des objectifs multiples, à savoir l'alimentation en eau potable, la maîtrise des fleuves, la prévention des inondations et la production de l'électricité. Les barrages peuvent aussi présenter un intérêt touristique en aménageant des lacs de retenue à des fins de loisir. Depuis le début du développement de la civilisation égyptienne, l'homme n'a cessé de construire des barrages partout dans le monde afin d'exploiter les eaux de surface. Pour éviter les dommages ou l'effondrement des barrages en cas de débordement, une structure auxiliaire adéquate pour un acheminement efficace des eaux provenant des crues est nécessaire. Afin de collecter les eaux en excès et les évacuer jusqu'au cours d'eau aval, les coursiers en aval des seuils déversant sont généralement les plus utilisés. Le problème majeur de ces ouvrages est que l'écoulement se trouve animé d'une grande énergie ce qui peut provoquer des dégâts en aval du barrage. Pour remédier à ce problème, il est primordial de dissiper en toute sécurité l'énergie cinétique de l'écoulement avant d'atteindre le cours d'eau. Différents ouvrages peuvent être envisagés à cet effet, on en cite en particulier les bassins amortisseurs, les sauts de ski ou l'utilisation d'un type particulier de coursier connu sous le nom de coursier en marches d'escalier. Avec le développement d'une nouvelle technique de construction efficace appelée BCR (Béton Compacté au Rouleau) entre les années 1970 à 1980, les coursiers en marches d'escalier sont devenus une conception courante pour les évacuateurs de crue. Cette technique présente une facilité dans son utilisation en couches minces et leur organisation en marches d'escalier.

A cause de la forte pente du coursier et la présence des marches qui jouent un rôle de macro rugosité, les écoulements sur les coursiers sont de nature très complexe. Ils sont généralement caractérisés par une forte turbulence et un fort entrainement d'air qui provoque l'apparition de différents régimes d'écoulements. Ces phénomènes rendent l'étude des écoulements sur les coursiers en marches d'escalier très délicate. Plusieurs modèles physiques ont été construits pour analyser l'écoulement de l'eau dans ces ouvrages. En fait ces modèles sont très coûteux et prennent beaucoup de temps pour leur réalisation.

Avec le développement technologique et l'apparition des ordinateurs de hautes performances, plusieurs études se sont penchées sur la modélisation numérique pour simuler les problèmes de l'écoulement de l'eau dans les ouvrages de dissipation. La diversité des modèles de turbulence et des modèles de simulation des écoulements diphasiques rend le choix très difficile.

Les coursiers en marches d'escalier sont caractérisés par une forte dissipation d'énergie qui peut atteindre 90% de l'énergie totale. Ceci permet donc de réduire les dimensions des ouvrages de dissipation d'énergie qui sont toujours nécessaire pour dissiper l'énergie résiduelle. Par conséquent le coût de construction peut être réduit de 20% du coût total dans le cas des grands barrages et peut même atteindre 80% dans le cas des petits barrages (Haddad *et al.*, 2010).

Plusieurs paramètres conditionnent la dissipation d'énergie dans les coursiers en marches d'escalier à savoir le débit d'écoulement, la hauteur et la longueur des marches et la largeur du coursier. Ces paramètres affectent aussi plusieurs caractéristiques comme la pression dynamique, les contraintes de caillage ainsi que le coût de construction. La détermination des dimensions du coursier en marches d'escalier et du bassin de dissipation est un problème majeur dans la construction des barrages. Jusqu'à présent, il n'existe pas de méthodes générales et efficaces pour déterminer la meilleure géométrie du coursier en marches d'escalier et du bassin de dissipation, en vue de maximiser la dissipation d'énergie et minimiser le coût total de construction à la fois. Ces deux aspects sont intimement liés et plusieurs paramètres doivent intervenir, c'est pourquoi il est nécessaire de résoudre ce problème via une optimisation multi-objectifs qui fera un des deux objectifs principaux de la présente thèse. L'autre objectif concerne bien sûr la caractérisation des écoulements dans ce type d'ouvrages.

Ainsi, Le but de la présente thèse peut être résumé en les point suivants :

- Validation d'un modèle numérique pour l'étude des écoulements à surface libre dans les coursiers en marches d'escalier.
- Détermination de l'effet de la variation du nombre de marches sur les caractéristiques hydrauliques des écoulements sur les coursiers en marches d'escalier.
- Proposition d'une procédure d'optimisation pour déterminer les dimensions du coursier en marches d'escalier pour avoir une dissipation d'énergie maximale et un coût de construction minimum.

Ce présent document est articulé en quatre chapitres :

- Le chapitre 1 présente un état d'art sur les coursiers en marches d'escalier et les

bassins de dissipations d'énergie. Il relate l'état de connaissance sur les différents régimes d'écoulement sur ces structures, les méthodes analytiques pour le calcul de la dissipation d'énergie dans les coursiers en marches d'escalier, l'aspect économique pour le dimensionnement des coursiers en marches d'escalier et des bassins de dissipation d'énergie ainsi que l'optimisation des dimensions de ces deux structures.

- Le chapitre 2 aborde les méthodes de modélisation des écoulements turbulents à surface libre, les différentes méthodes de modélisation des écoulements diphasiques ainsi qu'une brève description de la méthode de résolution utilisée.
- Le chapitre 3 présente un aperçu général sur les problèmes d'optimisation et les différentes méthodes de résolution existantes. Un grand intérêt sera porté à la méthode d'optimisation à essaim de particules (PSO).
- Le chapitre 4 constitue la représentation des résultats obtenus à partir des études menées dans le cadre du présent travail. Il sera subdivisé en deux parties principales : la première est consacrée à la simulation des écoulements à surface libre dans les coursiers et la deuxième fait l'objet de l'optimisation des dimensions du coursier en marches d'escalier et du bassin de dissipation d'énergie.

En termine ce document par une conclusion générale et perspectives dans laquelle nous présentons les principaux résultats tirés à partir de ce travail et de souligner quelques perspectives sur les travaux futurs.

# Chapitre 1 : Écoulement dans les coursiers en marches d'escalier

## 1.1 Introduction

Les ouvrages de dissipation d'énergie sont vitaux pour la protection des barrages contre l'énergie provenant de l'eau acheminée à travers l'évacuateur de crues. Ces ouvrages permettent d'assurer la stabilité des barrages et de lutter contre l'érosion du lit en aval de celui-ci. Parmi ces ouvrages, on trouve les coursiers en marches d'escalier qui ont l'avantage de dissiper une grande énergie de l'écoulement et permettent ainsi de réduire les dimensions du bassin de dissipation d'énergie en aval. Dans ce qui suit, nous présentons une étude détaillée sur les coursiers en marches d'escalier et les bassins de dissipation d'énergie.

## 1.2 Aspect historique

L'origine des coursiers de crues à marches d'escaliers remonte aux ères lointaines de l'histoire, ils sont connus depuis plus de 3500 ans (Chanson, 2001). A travers ce parcours, différentes civilisations ont contribué au développement de l'art de construction de ces structures. Au cours des siècles, les évacuateurs à marches d'escalier étaient fréquemment sélectionnés pour contribuer à la stabilité des barrages et pour augmenter la dissipation d'énergie (Chanson, 1994b). Au début du 20<sup>ème</sup> siècle, les nouveaux progrès concernant les caractéristiques de la dissipation d'énergie dans les ressauts hydrauliques ont plutôt favorisé la conception des bassins de dissipation en aval des coursiers lisses, la conception des coursiers en marches d'escalier a alors disparu. Avec le développement d'une nouvelle technique de construction plus efficace appelée BCR (Béton Compacté au Rouleau) dans

les années 1970 à 1980, alors la conception des coursiers en marches d'escaliers a regagné d'intérêt (Chanson, 2001). Aujourd'hui, la conception des coursiers en marches d'escalier est couramment utilisée dans les structures hydrauliques avec une large gamme d'applications à savoir : éviter l'érosion du sol en aval des barrages, améliorer la qualité de l'eau dans les usines de traitement des eaux en favorisant la réoxygénation et l'élimination des composés organiques volatils, et enfin servir comme cascades artificielles dans les parcs de loisirs (Toombes et Chanson, 2005).

L'utilisation de ce type de coursier permet aussi de réduire le coût et d'augmenter la performance et la longévité des barrages en BCR, notamment grâce à la construction économique et rapide du coursier sur la face aval (Boes et Hager, 2003). Le gain sur le coût du projet peut ainsi atteindre 20% par rapport à d'autres techniques, comme l'évacuateur incliné (Peyras *et al.*, 1992). Ces chutes étagées sont principalement équipées de marches horizontales plates de hauteur uniforme mais dans certains cas les marches peuvent être inclinées vers le haut ou vers le bas ou regroupées. La hauteur et la pente des marches peuvent être variées le long du coursier (Chanson et Toombes, 2002a). Généralement les marches peuvent être considérées comme de grands éléments rugueux qui augmentent considérablement l'entraînement d'air, la résistance à l'écoulement et la dissipation d'énergie.

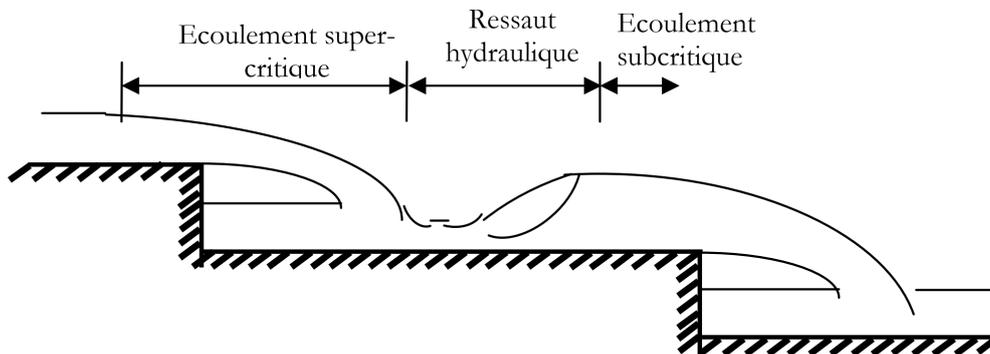
En raison de l'importance de ces ouvrages, plusieurs études expérimentales et numériques ont été effectuées. Ces travaux peuvent être subdivisés en plusieurs volets à savoir : fournir des définitions de base sur les caractéristiques de l'écoulement et le processus de dissipation de l'énergie, on cite en particulier les travaux de Chamani et Rajaratnam (1994), Chanson (1994a), Chamani et Rajaratnam (1999) et Carosi et Chanson (2008) ; comprendre le phénomène de l'entraînement d'air abordé par Chanson (1993), Cheng *et al.* (2006), Zhang et Chanson (2016) et Zhan *et al.* (2016) ; déterminer l'influence des paramètres physiques et hydrauliques sur la dissipation d'énergie traitée par Rassaei et Rahbar (2014), Gafsi *et al.* (2015), Jahad *et al.* (2016) et Roushangar *et al.* (2016) ; enfin développer des formules empiriques pour prédire la dissipation d'énergie en se basant sur des données expérimentales comme le cas de Chanson (1994a) et Boes et Hager (2003) ou sur d'autres techniques telles que les méthodes d'intelligence artificielle présentées par Salmasi et Özger (2014), Parsaie *et al.* (2016a) et Parsaie *et al.* (2016b).

### 1.3 Présentation des écoulements sur les coursiers en marches d'escalier

Suivant les conditions d'écoulement et les considérations pratiques de conception, les écoulements sur les coursiers en marches d'escalier peuvent être subdivisés en trois catégories selon le régime d'écoulement : le régime l'écoulement en nappe, le régime d'écoulement de transition et le régime d'écoulement extrêmement turbulent (Boes et Hager, 2003). La quantité d'énergie dissipée dans les coursiers en marches d'escalier est liée fortement au régime d'écoulement. Le passage d'un régime à un autre dépend de la configuration du coursier, y compris sa pente, la hauteur de ses marches et le débit à évacuer.

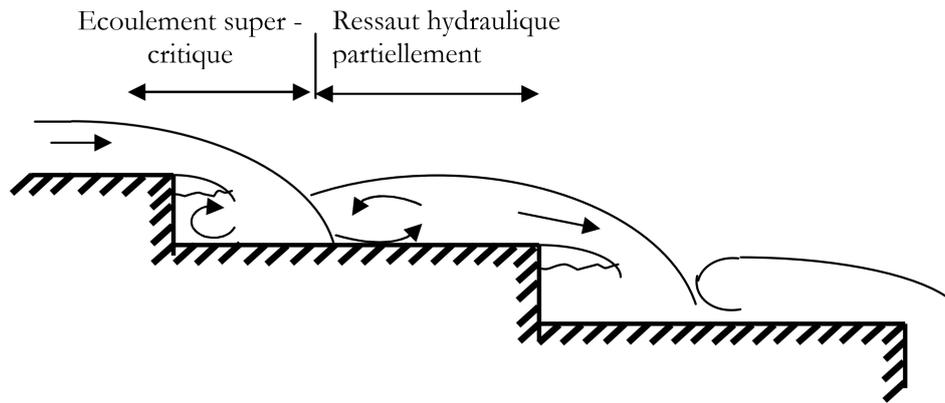
#### 1.3.1 Le régime d'écoulement en nappe

Ce régime apparait pour les faibles débits et de grandes marches, il est défini comme une succession de nappes en chutes libres, tel que l'eau plonge d'une marche en marche sous la forme d'une fine couche. En fonction du débit et de la profondeur d'eau associée, trois types d'écoulement en nappe peuvent être distingués comme le montre les figures 1.1, 1.2 et 1.3 qui sont : l'écoulement en nappe avec formation d'un ressaut complètement développé, écoulement en nappe avec formation d'un ressaut partiellement développé et l'écoulement en nappe sans formation de ressaut.



**Figure 1.1** : Régime d'écoulement en nappe avec un ressaut complètement développé (Benmar, 2006).

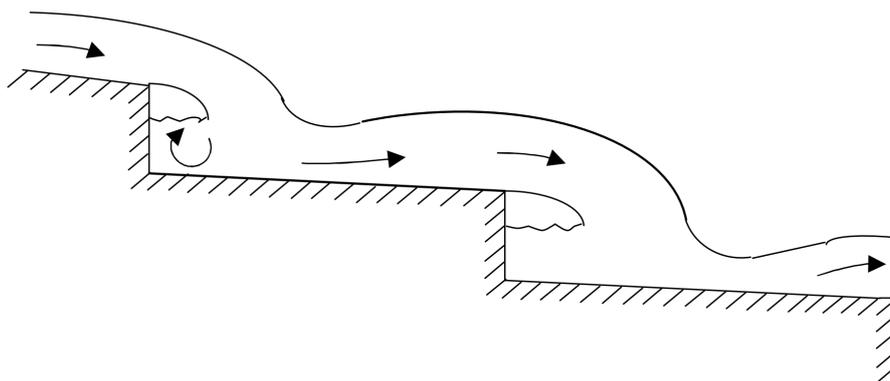
L'écoulement en nappe avec formation d'un ressaut complètement développé se présente comme une alternance entre un régime d'écoulement supercritique et un régime d'écoulement subcritique le long d'une marche d'escalier. Cette alternance se produit par la formation d'un ressaut hydraulique complètement développé.



**Figure 1.2** : Régime d'écoulement en nappe avec un ressaut partiellement développé (Benmamar, 2006).

Dans le cas d'écoulement en nappe avec formation d'un ressaut partiellement développé, le ressaut hydraulique atteint le bord aval de la marche et se jette dans la marche suivante avant qu'il ne se développe complètement. Dans ce cas, le régime subcritique n'est pas observé.

Contrairement aux deux régimes précédents, l'écoulement en nappe sans formation de ressaut ne développe pas de ressaut hydraulique et l'écoulement étant critique le long de la marche. Cet écoulement s'accélère d'abord lors du jet et ralenti par la suite (Chanson, 1995).



**Figure 1.3** : Régime d'écoulement en nappe sans formation d'un ressaut (Benmamar, 2006).

Dans le régime d'écoulement en nappe, la dissipation d'énergie se produit par le jet dispersé dans l'eau, le jet de mélange sur la marche et par la formation de ressaut hydraulique pleinement ou partialement développé (Rajaratnam, 1990). Des observations détaillées sur ce régime ont été menées par Chanson (1994b), Chamani et Rajaratnam (1994) et

Toombes et Chanson (2000) pour obtenir les propriétés basiques de l'écoulement en nappe, quantifier la dissipation d'énergie et étudier les phénomènes d'entraînement d'air.

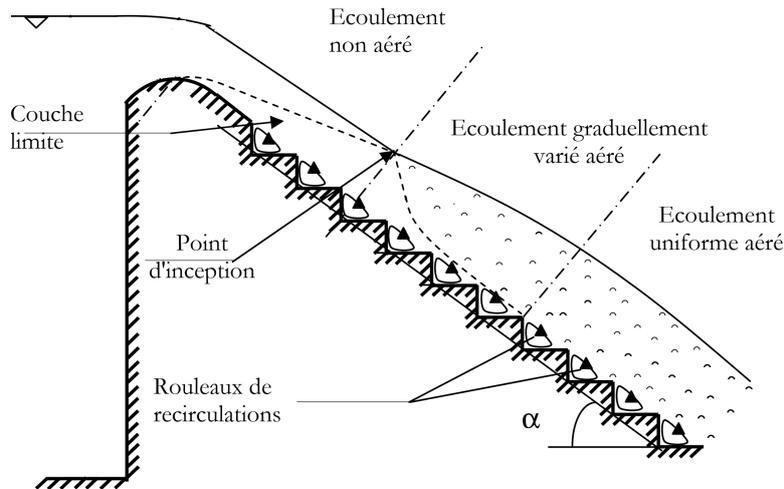
### 1.3.2 Le régime d'écoulement extrêmement turbulent

Ce régime apparaît pour des débits importants, contrairement au régime d'écoulement en nappe où la forme de la nappe suit approximativement le profil des marches, en régime extrêmement turbulent l'eau s'écoule en un courant fort, cohérent et turbulent au-dessus des marches. Dans ce cas les marches sont totalement immergées. Ce régime a été défini par Rajaratnam (1990) en utilisant les données de l'expérience de Sorensen (1985). Il a été montré que l'écoulement extrêmement turbulent est caractérisé par une submersion complète de la totalité des marches, un fort entraînement d'air et une formation des rouleaux de circulation entre les marches.

Comme il est schématisée sur la figure 1.4, l'écoulement extrêmement turbulent sur un coursier en marches d'escalier se décompose en trois parties (Hazzab, 1998). Une première zone englobe quelques marches au début du coursier où l'écoulement présente une configuration caractérisée par une surface libre bien régulière sans aucun entraînement d'air. La deuxième partie qui correspond à quelques marches du coursier, elle commence par le point d'injection d'air dans l'écoulement (point d'inception). Dans cette partie, la hauteur de la lame coulante augmente progressivement suite à l'aération de plus en plus prononcée. La troisième et dernière partie englobe le reste du coursier où les caractéristiques de l'écoulement sont relativement celles d'un écoulement uniforme où la concentration d'air, la profondeur d'écoulement et la vitesse sont pratiquement constantes (Chanson, 1994a, Boes et Hager, 2003). Selon les conditions de l'aération de l'écoulement comme le montre la figure 1.4, l'écoulement extrêmement turbulent sur les coursiers en marches d'escalier peut être aussi subdivisé en trois zones, la zone d'écoulement non aéré, la zone d'écoulement graduellement varié aéré et la zone d'écoulement uniforme aéré.

### 1.3.3 Le régime d'écoulement de transition

Ce régime est une transition entre le régime d'écoulement en nappe et extrêmement turbulent, il représente la zone de séparation entre une limite supérieure de l'écoulement en nappe et une limite inférieure de l'écoulement extrêmement turbulent. Il est caractérisé par de nombreuses éjections de gouttelettes en aval du point de départ de l'aération superficielles (Chanson, 2001). Ce régime d'écoulement a été initialement décrit par Chanson (1996).



**Figure 1.4 :** Régime d'écoulement extrêmement turbulent (Benmamar, 2006).

Quelques études expérimentales ont été réalisées pour caractériser les propriétés d'écoulement de transition, à savoir Chanson et Toombes (2002b) et Chanson et Toombes (2004). Pour fixer mathématiquement les deux limites inférieures et supérieures de ce régime, plusieurs formulations ont été proposées par Rajaratnam (1990), Stephenson (1991), Chanson (1996) et Boes et Hager (2003).

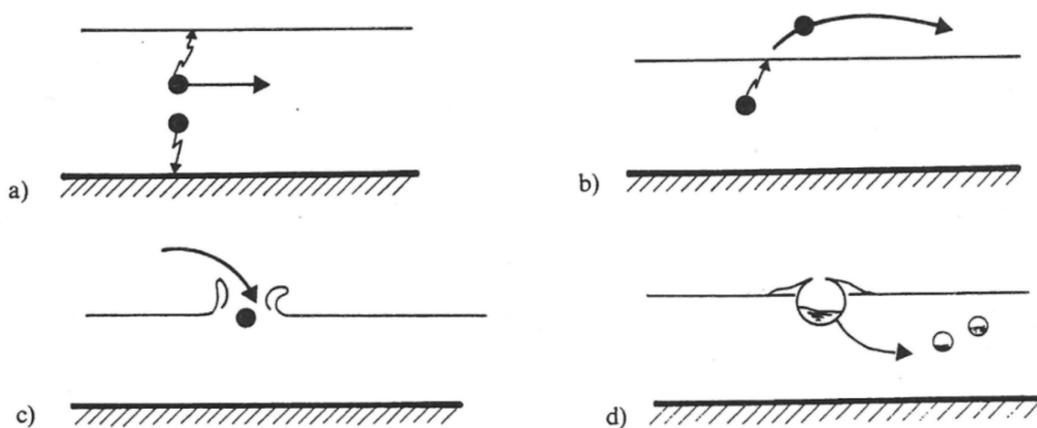
Le régime de transition est caractérisé par des fluctuations de nature hydrodynamique provoquées par le changement de zones non aérées en zones aérées qui peut causer des instabilités de ce régime (Chanson, 1994a, 1996). C'est pourquoi, afin d'éviter tout endommagement des ouvrages hydrauliques sous ces charges oscillatoires additionnelles aux efforts de l'écoulement du fluide sur celui-ci, le régime visé pour le dimensionnement des coursiers en marches d'escalier doit clairement correspondre à l'un des deux régimes d'écoulement en nappe ou extrêmement turbulent (Felder, 2013).

Selon les travaux de Chamani et Rajaratnam (1994), il a été montré qu'une plus grande dissipation d'énergie est obtenue pour un écoulement en nappe que pour un écoulement extrêmement turbulent. Le régime d'écoulement en nappe impose de concevoir des coursiers avec de grandes marches et de pente relativement faible, par conséquent le coût de l'ouvrage augmente (Chanson, 2001). C'est pourquoi, les coursiers en marches d'escalier sont presque toujours dimensionnés pour fonctionner avec des écoulements en régime extrêmement turbulent alors que les régimes d'écoulement de transition et en nappe se développent uniquement pour des débits considérablement inférieurs à ceux utilisés pour le dimensionnement du coursier.

## 1.4 Phénomène d'aération de l'écoulement

Le processus d'entraînement d'air a été étudié en premier lieu dans le cadre de nombreuses expériences sur les coursiers lisses (Felder, 2013). Ensuite, plusieurs études ont été réalisées sur les coursiers en marches d'escalier pour qualifier et quantifier la distribution et la concentration en air, la position du point de début d'entraînement d'air, et la distance nécessaire pour atteindre l'écoulement uniforme. Parmi les travaux abordant l'entraînement d'air on peut citer ceux de Chanson (1993) et Chamani et Rajaratnam (1999).

Le mécanisme d'entraînement d'air dans un écoulement à surface libre est illustré dans la figure 1.5 selon Sinniger et Hager (1989). Les écoulements à grande vitesse engendrent une grande turbulence en surface et donc une aération importante. En effet, les composantes transversales des vitesses peuvent devenir si grandes qu'elles arrivent à surmonter les forces de tensions superficielles et de gravité (figure 1.5.a). Il en résulte une éjection de gouttelettes d'eau dans l'air comme montré dans la figure 1.5.b. En retombant dans l'écoulement, la goutte ouvre la surface de l'eau et la referme sous l'action de la tension superficielle (figure 1.5.c). La goutte entraîne avec elle une bulle d'air qui se trouve ainsi emprisonnée dans l'écoulement selon la figure 1.5.d.



**Figure 1.5** : Mécanisme d'entraînement d'air dans un écoulement à surface libre à grande vitesse (Sinniger et Hager, 1989).

Les processus d'entraînement d'air dans les coursiers lisses sont très similaires à ceux dans les coursiers en marches d'escalier, mais en raison de la plus grande rugosité dans ces derniers, l'entraînement d'air se produit beaucoup plus tôt (Felder, 2013). Cet entraînement d'air provoque une augmentation du volume qui conduit à une modification des caractéristiques hydrauliques de l'écoulement par rapport à celle de l'eau pure. La concentration

en air sur le fond permet de réduire considérablement le risque de cavitation sur le coursier (Benmamar, 2006).

## 1.5 Dissipation d'énergie

Les coursiers en marches d'escalier sont caractérisés par le taux élevé de la dissipation d'énergie, les marches agissent comme de grands éléments rugueux qui augmentent la résistance de l'écoulement et conduisent à un taux de dissipation d'énergie plus élevé par rapport aux coursiers lisses.

De nombreuses études sur modèle ont été menées pour quantifier la dissipation d'énergie dans les coursiers en marches d'escalier, on peut citer les plus intempérantes comme celles de Peyras *et al.* (1992), Christodoulou (1993), Tozzi (1994), Chanson (1994a) et Boes et Hager (2003).

Dans les applications pratiques, il est préférable de quantifier l'énergie résiduelle que le taux de dissipation d'énergie (Chanson, 2001). Dans ce qui suit on présente les formules empiriques utilisées pour quantifier l'énergie résiduelle dans le cas des écoulement dans les coursiers en marches d'escalier.

Le régime d'écoulement en nappe se produit pour des débits inférieurs à ceux correspondant à la profondeur d'écoulement critique définie comme suit (Chanson, 1994b) :

$$\frac{h_c}{h_s} < 0.0916(\tan \alpha)^{-1.276} \quad (1.1)$$

avec  $h_c$  la hauteur critique d'écoulement,  $h_s$  la hauteur des marches et  $\alpha$  représente la pente du coursier. Les paramètres utilisés sont défini dans la figure 1.6.

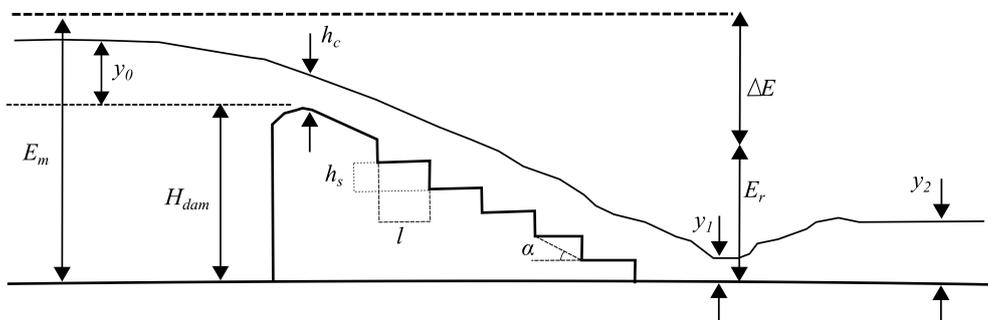


Figure 1.6 : Paramètres hydrauliques du coursier en marches d'escalier

Dans ce régime d'écoulement, la dissipation d'énergie se produit par la fragmentation

du jet dans l'air et par la formation du ressaut hydraulique sur la marche. La dissipation d'énergie dans ce cas est définie par Chanson (1994a) en terme de taux d'énergie résiduelle  $E_r$  au pied du coursier par rapport à l'énergie maximale  $E_m$  disponible à la crête du barrage comme suit :

$$\frac{E_r}{E_m} = \frac{0.54 \left(\frac{h_c}{h_s}\right)^{0.275} + 1.751 \left(\frac{h_c}{h_s}\right)^{-0.55}}{\frac{3}{2} + \frac{H_{dam}}{h_c}} \quad (1.2)$$

avec  $H_{dam}$  la hauteur de barrage.

Dans le régime d'écoulement extrêmement turbulent, plusieurs processus affectent la dissipation d'énergie, y compris les mouvements de recirculation dans les cavités des marches, les interactions entre l'écoulement et la surface libre qui conduit à des processus énergétiques de rupture de bulles d'air, la formation et l'éjection des gouttelettes d'eau ainsi que les collisions de bulles et de gouttelettes (Chanson, 1994c, Carosi et Chanson, 2008, Felder et Chanson, 2009, Gonzalez et Chanson, 2004, Felder et Chanson, 2011)

Il existe plusieurs formulations pour quantifier la dissipation d'énergie dans le cas du régime d'écoulement extrêmement turbulent. On présente les deux formules les plus utilisées qui sont celles proposées par Chanson (1994a) et par Boes et Hager (2003).

Selon Chanson (1994a) l'énergie résiduelle peut être estimée comme suit :

$$\frac{E_r}{E_m} = \frac{\xi \cos \alpha + \frac{1}{2\xi^2}}{\frac{2}{3} + \frac{H_{dam}}{h_c}} \quad ; \quad \xi = \sqrt[3]{\frac{f_b}{8 \sin \alpha}} \quad (1.3)$$

Selon Boes et Hager (2003) l'énergie résiduelle peut être estimée en utilisant les deux expressions suivantes :

$$\frac{E_r}{E_m} = \exp \left( -0.045 \left( \frac{h_s \cos \alpha}{D_{h,w}} \right)^{0.1} (\sin \alpha)^{-0.8} \frac{H_{dam}}{h_c} \right) \quad ; \quad \frac{H_{dam}}{h_c} < 15 \sim 20 \quad (1.4)$$

$$\frac{E_r}{E_m} = \frac{\xi \cos \alpha + \frac{1}{2\xi^2}}{\xi \cos \alpha + \frac{1}{2\xi^2} + \frac{H_{dam}}{h_c}} \quad ; \quad \frac{H_{dam}}{h_c} > 15 \sim 20 \quad (1.5)$$

avec  $f_b$  est le coefficient de frottement et  $D_{h,w}$  le diamètre hydraulique pour l'écoulement uniforme.

Il est à noter que les deux équations (1.4) et (1.5) distinguent entre les deux régimes d'écoulement extrêmement turbulent uniforme et non uniforme.

## 1.6 Début du régime extrêmement turbulent

D'une manière générale, l'écoulement en nappe se produit pour des faibles débits et des grandes marches. Pour le cas des débits importants et des petites marches l'écoulement devient extrêmement turbulent. Une distinction entre une limite supérieure d'écoulement en nappe et une limite inférieure d'écoulement extrêmement turbulent peut être définie avec une plage du régime de transition. Le passage de l'écoulement en nappe à l'écoulement extrêmement turbulent peut être exprimé par le rapport de la profondeur critique  $h_c$  et la hauteur des marches  $h_s$ .

Une analyse des données expérimentales de Essery et Horner (1978), Peyras *et al.* (1991) et Beitz et Lawless (1992) effectuée par Chanson (1994c) indique que le régime d'écoulement extrêmement turbulent se produit pour des débits supérieurs à ceux correspondant à la profondeur d'écoulement critique définie comme suit :

$$\frac{(h_c)_{début}}{h_s} = 1.057 - 0.465 \frac{h_s}{l} \quad (1.6)$$

où  $(h_c)_{début}$  est la profondeur critique correspondant au début d'écoulement extrêmement turbulent et  $l$  est la largeur des marches.

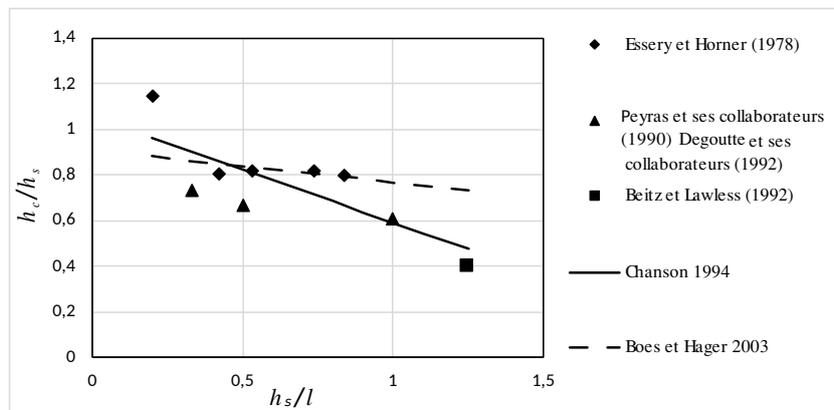
En se basant sur des résultats expérimentaux, Boes et Hager (2003) indiquent que le début de l'écoulement extrêmement turbulent est exprimé en introduisant la pente du coursier  $\alpha$  comme suit :

$$\frac{(h_c)_{début}}{h_s} = 0.91 - 0.14 \tan \alpha \quad (1.7)$$

La figure 1.7 montre une comparaison entre les équations (1.6) et (1.7) avec les données expérimentales résumées dans le tableau (1.1). Cette figure montre que l'équation (1.7) proposé par Boes et Hager (2003) permet de mieux reproduire les résultats expérimentaux que l'équation (1.6) proposé Chanson (1994c).

**Tableau 1.1 :** Début de l'écoulement extrêmement turbulent sur un évacuateur en marches d'escaliers

$h_s/l$	$h_c/h_s$	Référence
0.2	1.15	
0.42	0.81	
0.53	0.82	Essery et Horner (1978)
0.74	0.82	
0.84	0.8	
0.33	0.74	
0.5	0.67	Peyras <i>et al.</i> (1991)
1	0.61	
1.25	0.40	Beitz et Lawless (1992)



**Figure 1.7 :** Comparaison des résultats des différents chercheurs et les équations de Chanson (1994c) et Boes et Hager (2003).

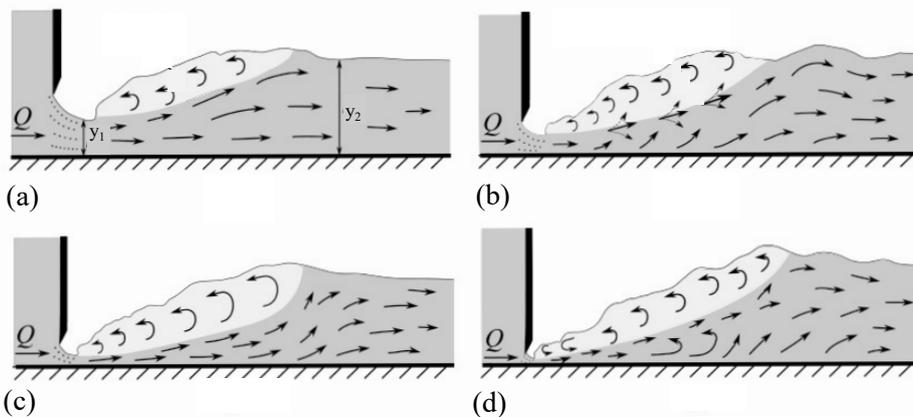
## 1.7 Bassin de dissipation

Au cours des trois dernières décennies, de nombreuses études sur les coursiers en marches d'escalier ont été menées, les caractéristiques d'écoulement telles que l'entraînement d'air et la dissipation d'énergie ont été décrites et quantifiées avec succès. Les coursiers en marches d'escalier ne fournissent qu'une dissipation d'énergie partielle, une structure de dissipation d'énergie peut encore être nécessaire pour dissiper l'énergie résiduelle afin d'éviter l'affouillement. Il existe plusieurs type de structure de dissipation d'énergie, les bassins de dissipation avec ressaut hydraulique sont les dissipateurs d'énergie les plus couramment utilisés (Ljubičić *et al.*, 2018). Dans ces bassins, le régime torrentiel obtenu au pied du coursier est transformé en régime fluvial qui correspond aux conditions d'écoulement dans le lit de restitution. Alors dans ces conditions c'est le ressaut hydraulique qui dissipe l'énergie cinétique excédentaire.

Les propriétés du ressaut hydraulique et les caractéristiques de l'écoulement peuvent être liées au facteur cinétique d'écoulement, au débit entrant dans le bassin, à la profondeur critique de l'écoulement où au nombre de Froude.

Selon le nombre de Froude, comme le montre la figure 1.8, les ressauts hydrauliques peuvent prendre de nombreuses formes différentes (Peterka, 1984) à savoir :

- Ressaut faible ou pré-ressaut obtenu pour  $1.7 \leq F_r \leq 2.5$ , il est caractérisé par une surface relativement lisse avec une série de petits rouleaux et une distribution des vitesses assez uniforme (figure 1.8.a).
- Ressaut de transition pour  $2.5 \leq F_r \leq 4.5$ , dans lequel une action importante des vagues provoquée par des oscillations prononcées du jet entrant (figure 1.8.b).
- Ressaut stable pour  $4.5 \leq F_r \leq 9$ , où les conditions d'écoulement sont bien équilibrées (figure 1.8.c).
- Ressaut rugueux quand  $F_r > 9$  et qui se distingue par une surface rugueuse et une action importante des vagues causée par des oscillations prononcées du ressaut (figure 1.8.d).



**Figure 1.8** : Formes de saut hydraulique basées sur le nombre de Froude : (a) ressaut faible, (b) ressaut de transition, (c) ressaut stable et (d) ressaut rugueux (Stojnic, 2020).

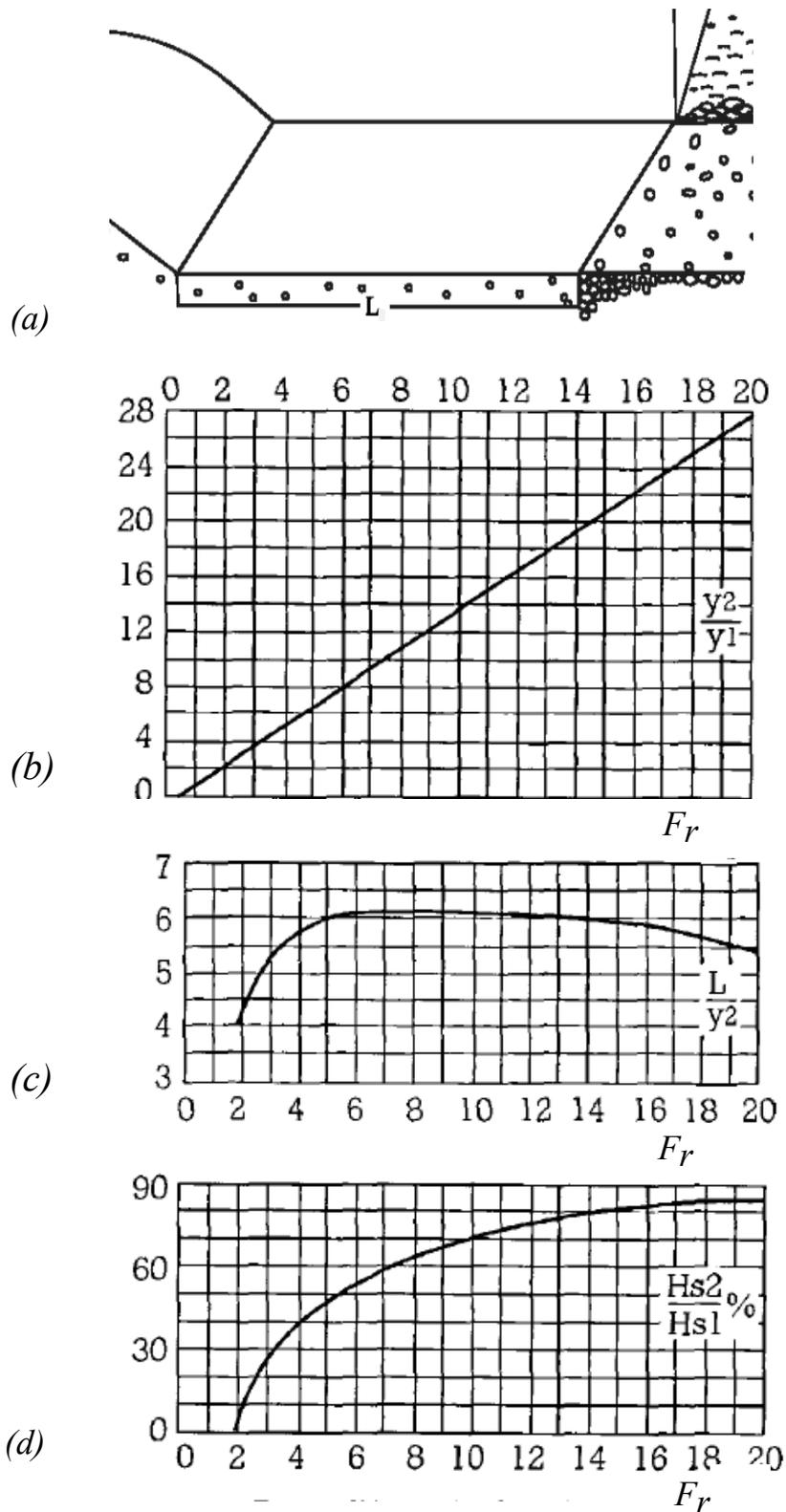
Cependant, en survolant la littérature, seules quelques études ont porté sur les bassins de dissipation d'énergie en aval des coursiers en marches d'escalier. Ces études ont fournies quelques indications sur les caractéristiques d'écoulement dans ces structures par exemple, les pressions moyennes, les profondeurs d'écoulement, et les pressions dynamiques sur le fond (Novakoski *et al.*, 2017a,b).

Jusqu'à présent, aucune étude systématique n'a été menée pour fournir des directives générales de conception pour les bassins de tranquillisation en aval des coursiers en marches

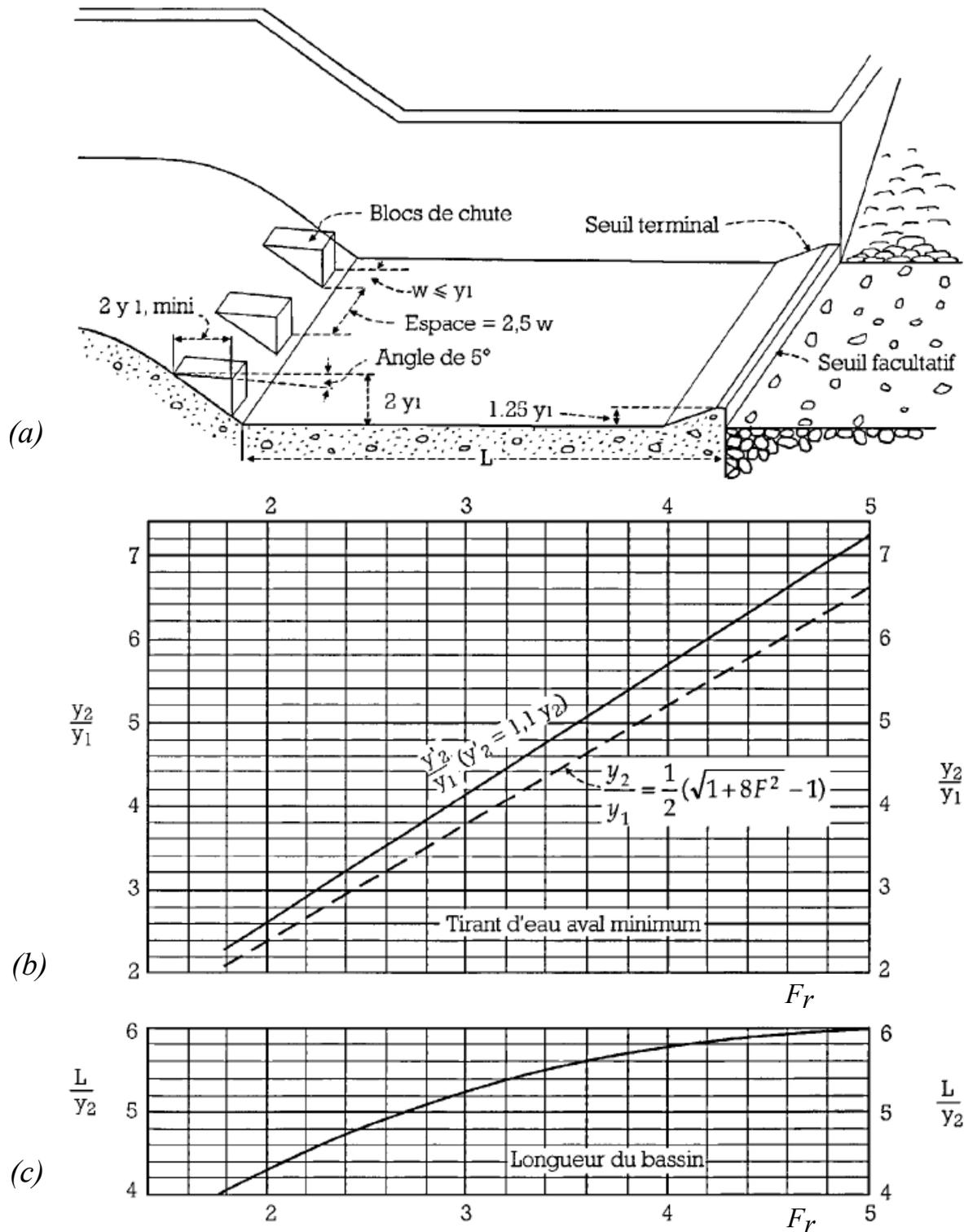
d'escalier. La structure de l'écoulement d'un ressaut hydraulique en aval des coursiers en marches d'escalier et les propriétés d'écoulement interne air-eau n'ont pas encore été étudiées. Ainsi, la connaissance des performances du bassin de tranquillisation en aval des coursiers en marches d'escalier n'est pas tout à fait élucidée. En conséquence, les lignes directrices de conception élaborées pour ce genre de bassins en aval des coursiers lisses sont toujours prises en compte pour les bassins de tranquillisation dans le cas des coursiers en marches d'escalier.

Selon les valeurs du nombre de Froude, différents types de bassins de dissipation d'énergie avec ressaut hydraulique peuvent être distingués (Peterka, 1984) :

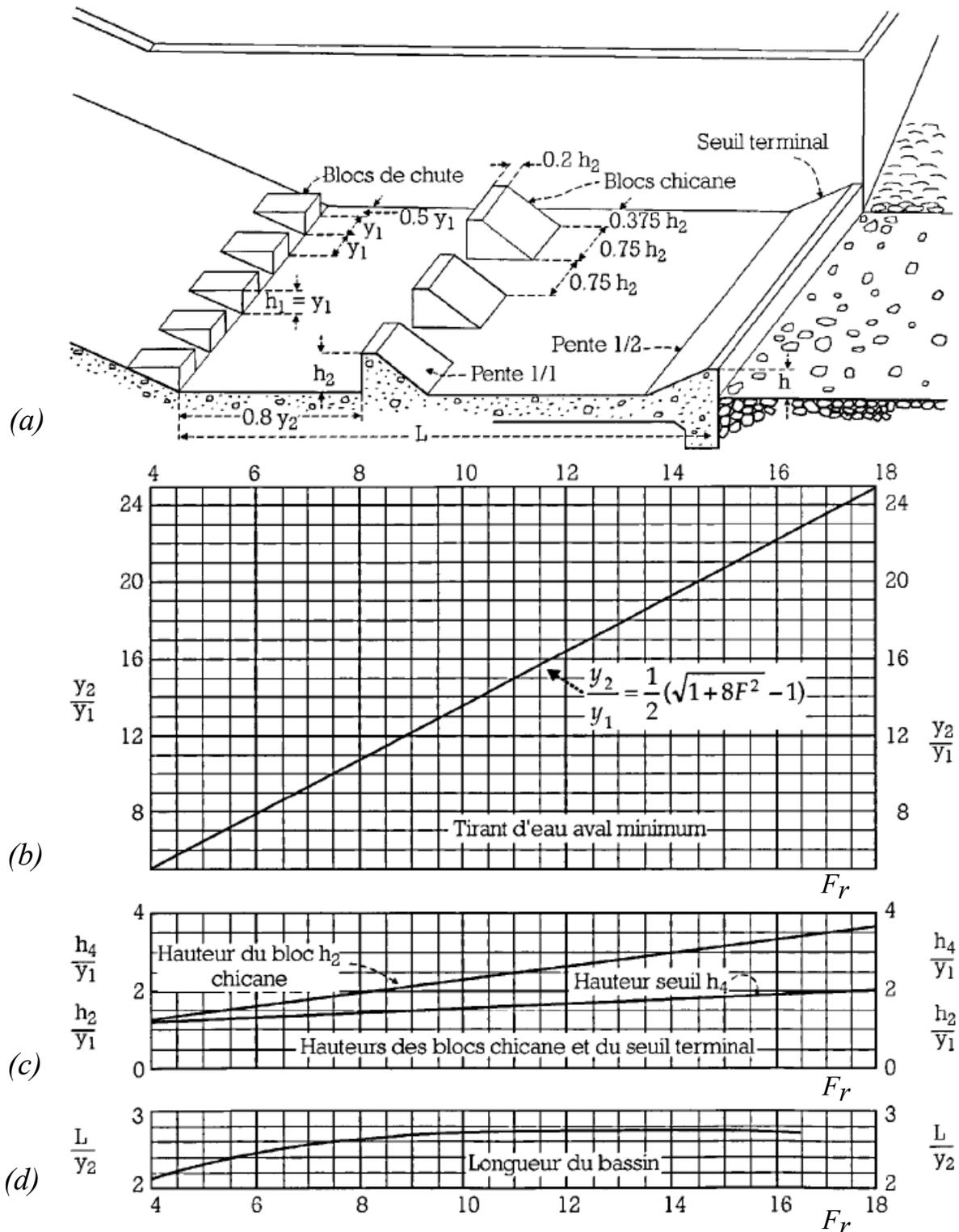
- 1) Pour  $F_r = 1$  : il n'y a pas de formation de ressaut, le régime est critique.
- 2) Pour  $1 < F_r < 1.7$  : le courant d'eau incident à une profondeur légèrement inférieure à la profondeur critique, dans ce cas il n'est pas nécessaire d'établir un bassin spécial de tranquillisation.
- 3) Pour  $F_r = 1.7$  : le tirant d'eau à la sortie de ressaut  $y_2$  est de l'ordre 2 fois celui de l'entrée  $y_1$  et la vitesse de sortie d'environ la moitié de la vitesse d'entrée. Il suffit simplement de bétonner le canal sur une longueur de l'ordre de 4 à 6 fois  $y_2$  à partir de l'endroit où la profondeur commence à se modifier, c'est-à-dire à la rupture de la pente à la fin du coursier.
- 4) Pour  $1.7 < F_r < 2.5$  : le ressaut commence à apparaître mais sans turbulence, on parle alors de pré-ressaut. Il faut veiller à ce que le bassin soit suffisamment long pour contenir l'écoulement pendant son ralentissement. Les abaques de la figure 1.9 donnent la méthode de détermination des caractéristiques du ressaut pour un nombre de Froude compris entre 1,7 et 2,5.
- 5) Pour  $2.5 < F_r < 4.5$  : le phénomène est dans un stade de transition, il y a formation d'un ressaut instable difficile à contrôler d'où la nécessité de la mise en place des obstacles à l'entrée du bassin. Dans ce cas, un bassin dit de type I donné par la figure 1.10.a est relativement efficace. Les figures 1.10.b et 1.10.c représentent les abaques nécessaires pour le dimensionnement de ce type de bassin.
- 6) Pour  $F_r = 4.5$  : le ressaut se produit nettement, alors la mise en place des blocs de déflecteur permet de raccourcir le bassin et d'éviter le déplacement du ressaut à l'aval. Deux cas de figures peuvent se présenter, si la vitesse d'entrée ne dépasse pas 15 m/s, on pourra utiliser le bassin de type représenté dans la figure 1.11, par contre si la vitesse d'entrée dépasse 15 m/s, il est préférable d'utiliser le bassin de type III représenté dans la figure 1.12.



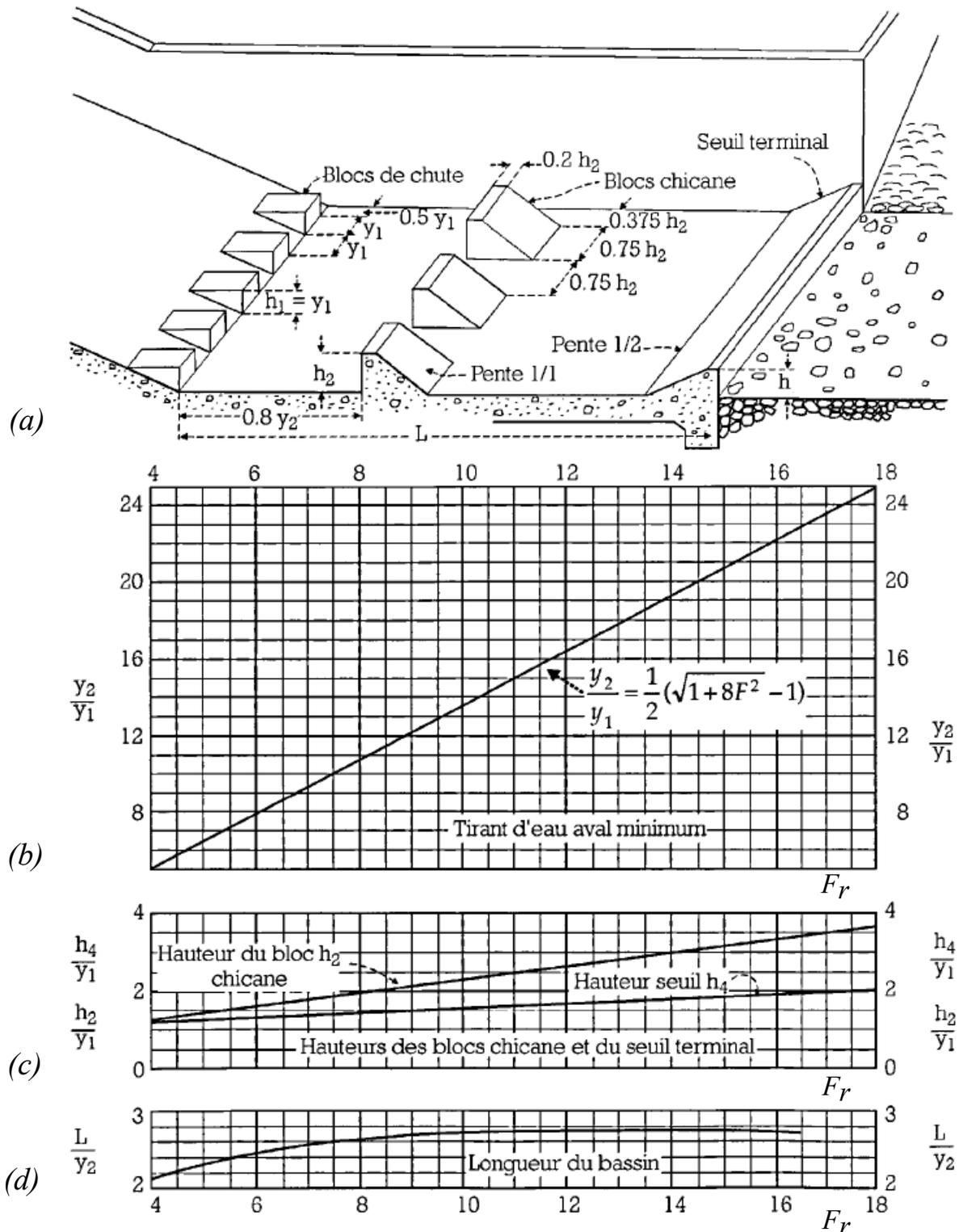
**Figure 1.9** : Détermination des caractéristiques du ressaut pour un nombre de Froude compris entre 1,7 et 2,5 : (a) Forme de bassin de dissipation, (b) Rapport des profondeurs conjuguées, (c) Longueur du ressaut, (d) Perte d'énergie dans le ressaut (Durand et Mériaux, 1999).



**Figure 1.10 :** Détermination des caractéristiques du ressaut pour un nombre de Froude compris entre 2,5 et 4,5 (a) Forme de bassin de dissipation type I, (b) Rapport des profondeurs conjuguées, (c) Longueur du ressaut (Durand et Mériaux, 1999).



**Figure 1.11** : Détermination des caractéristiques du bassin de dissipation pour un nombre de Froude supérieur à 4,5 et une vitesse de l'eau à l'entrée du bassin inférieure à 15 m/s (a) Forme de bassin de dissipation type II, (b) Rapport des profondeurs conjuguées, (c) Longueur du ressaut (Durand et Mériaux, 1999)



**Figure 1.12 :** Détermination des caractéristiques du bassin de dissipation pour un nombre de Froude supérieur à 4,5 et une vitesse de l'eau à l'entrée du bassin supérieure à 15 m/s (a) Forme de bassin de dissipation type III, (b) Rapport des profondeurs conjuguées, (c) Hauteur des blocs et seuil, (d) Longueur du ressaut (Durand et Mériaux, 1999).

## 1.8 Aspect économique

La conception des évacuateurs de crues a toujours été un problème important dans la construction des barrages. Cette conception dépend de la structure, des caractéristiques d'écoulement de l'eau et du coût de construction. Le coût de construction d'un évacuateur de crues peut être estimé à 20% du coût total dans le cas des grands barrages et elle peut atteindre jusqu'à 80% dans le cas des petits barrages (Haddad *et al.*, 2010). Vu le manque d'étude sur le coté économique des coursiers en marches d'escalier, il n'existe pas une méthode générale pour calculer son coût de construction. Selon Haddad *et al.* (2010), le coût de construction peut être exprimer comme suit :

$$C_t = C_c + C_b \quad (1.8)$$

dans l'équation 1.8,  $C_t$  est le coût de construction,  $C_c$  est le coût de construction des marches et  $C_b$  est le coût total de bassin de dissipation d'énergie. Le coût de construction du coursier  $C_c$  est considéré égal à son coût d'excavation, ils supposent qu'un volume unitaire est égal à une unité de coût d'excavation. Par contre, le coût de bassin de dissipation d'énergie  $C_b$  est estimé à 2 unités pour chaque unité d'énergie résiduelle. Dans l'analyse de Haddad *et al.* (2010), ils ont éliminé le régime de transition et ce en ajoutant une valeur dite de pénalité  $P_n$  à la fonction coût. Cette dernière est exprimée comme suit :

$$C_t = C_c + C_b + P_n \quad (1.9)$$

Mooselu *et al.* (2019) considèrent que le coût de construction est égal au volume de béton, qui est fonction des dimensions des marches, de la hauteur de coursier et le nombre de marches. Cependant aucun détail sur la méthode de calcul n'a été donné.

## 1.9 Problématique et but de la thèse

La détermination des dimensions du coursier en marches d'escalier et du bassin de dissipation (la largeur du coursier, hauteur des marches, et longueur de bassin de dissipation) est un problème majeur dans la construction des barrages.

La dissipation d'énergie dans un coursier en marches d'escalier peut atteindre 90 % de l'énergie totale (Haddad *et al.*, 2010). Pour cette raison, quelques études ont été réalisées pour déterminer les dimensions des coursiers en marches d'escaliers en se basant sur

ce facteur hydraulique. En raison de la complexité des équations de dissipation d'énergie existantes dans la littérature, une étude d'optimisation est nécessaire. Les techniques d'optimisation traditionnelles sont difficiles à appliquer avec succès. Cependant, avec le développement des méthodes méta-heuristiques et des algorithmes évolutionnaires, certains travaux d'optimisation tels que celui de Barani *et al.* (2005) a été réalisé en appliquant la méthode de direction faisable (Feasible Direction Method, FDM) pour trouver les meilleures dimensions des marches qui maximisent la dissipation d'énergie.

Le facteur économique est très important dans le dimensionnement. Quelques travaux ont été réalisés pour minimiser ce coût de construction en utilisant différentes méthodes, on en cite par exemple l'algorithme génétique (GA) utilisé par Haddad *et al.* (2005), les algorithmes de colonies d'abeilles (Honey-Bee Mating Optimization, HBMO) employé par Haddad *et al.* (2010), l'algorithme de recherche d'harmonie (Harmony Search Algorithm, HAS) adopté par Hassanvand *et al.* (2018) et l'algorithme d'optimisation améliorée de l'essaim de particules (Improved Particle Swarm Optimization, IPSO) et de colonies d'abeilles artificielles (Artificial Bee Colony, ABC) ont été exploités par Jazayeri et Moeini (2020)).

Très peu de travaux de recherche ont été menés en utilisant une optimisation multi-objectifs pour prendre en compte simultanément les aspects hydrauliques et économiques. Un exemple de tels travaux, sinon le seul, est présenté dans Mooselu *et al.* (2019). Il est basé sur le couplage de l'optimisation multi-objectif floue avec la simulation CFD.

Jusqu'à présent, il n'existe pas de méthode générale et efficace pour déterminer la meilleure géométrie du coursier en marches d'escalier et du bassin de dissipation (largeur du coursier, hauteur des marches et longueur du bassin) afin de maximiser la dissipation d'énergie et minimiser le coût total de construction à la fois. Cela nécessite en fait de résoudre un problème d'optimisation multi-objectif. C'est dans ce contexte que s'articule le but principal de la présente thèse qui est de proposer une procédure d'optimisation pour déterminer les dimensions du coursier en marches d'escalier et de bassin de dissipation pour avoir une dissipation d'énergie maximale avec un coût de construction minimum. Les résultats issus de l'optimisation sont validés par voie de la simulation numérique avec un modèle qui a été appliqué aux écoulements à surface libre.

L'autre but concerne la caractérisation des écoulements sur les coursiers en marches d'escalier. Il englobe la validation d'un modèle numérique pour l'étude de ce type d'écoulement ainsi que l'étude de la variation du nombre de marche sur les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement telles que la dissipation d'énergie, les contraintes de cisaillement et

les pressions dynamiques.

## **1.10 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons abordé les points suivants : en premier lieu, nous avons effectué une synthèse sur les écoulements dans les coursier en marches d'escaliers qui englobe l'aspect historique, les types d'écoulement, leurs caractéristiques et les méthodes analytiques pour le calcul de la dissipation d'énergie. En deuxième lieu, nous avons traité les types de bassins de dissipation, l'aspect économique utilisé pour le dimensionnement des coursiers en marches d'escalier et des bassins de dissipation d'énergie. En dernier lieu, nous avons présenté la problématique et but de la thèse.

# Chapitre 2 : Modélisation des écoulements à surface libre

## 2.1 Introduction

La modélisation physique permet d'étudier et de valider la conception d'ouvrages hydrauliques complexes tels que les évacuateurs de crues. La réalisation de ces modèles est très coûteuse et prend beaucoup de temps, par conséquent, les chercheurs se sont penchés vers la modélisation numérique qui consiste à étudier les mouvements des fluides par la résolution numérique de leurs équations de mouvement. Cette discipline est connue sous le nom de la mécanique des fluides numérique désignée par CFD qui signifie en anglais Computational Fluid Dynamics. La CFD permet l'accès à toutes les informations instantanées du fluide et de l'écoulement en tous points avec un coût négligeable par rapport à la réalisation des modèles physiques. Ce chapitre est alors consacré à la présentation des équations de mouvement régissant les écoulements à surface libre ainsi que leur résolution numérique.

## 2.2 Équations de base

Les écoulements à surface libre sont régis par les équations de continuité et de quantité de mouvement déduites respectivement des lois de conservation de la masse et de quantité de mouvement. Dans un repère cartésien, ces équations sont écrites sous forme indicelle comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

avec  $u_i$  la composante de la vitesse suivant la direction  $i$ ,  $g_i$  la composante de force de volume due à la gravité,  $p$  la pression,  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $\tau_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses, où  $i$  et  $j$  sont des indices ( $i, j = 1, 2, 3$ ).

Pour les fluides Newtoniens, les contraintes visqueuses  $\tau_{ij}$  sont reliées au taux de déformation locale comme suit :

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} + \lambda \delta_{ij} \operatorname{div}(V) \quad (2.3)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique,  $\lambda$  représente la viscosité, elle est prise égale à  $-2/3\mu$  (Schlichting et Kestin, 1979),  $V$  vecteur vitesse d'écoulement,  $\delta$  est l'indice de Kronecker ( $\delta = 1$  si  $i = j$ ,  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$ ),  $S_{ij}$  désigne le tenseur du taux de déformation donné par :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.4)$$

En tenant compte de la relation (2.3) et après quelques arrangements, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour un fluide newtonien incompressible s'écrivent comme suit :

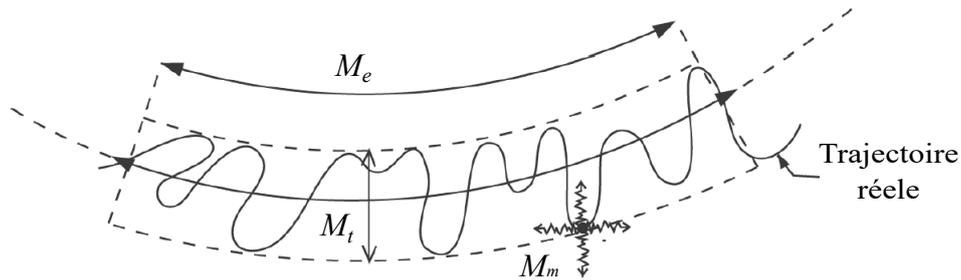
$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.5)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.6)$$

L'équation (2.6) est connu sous le nom d'équation de Navier-Stokes elle est fortement non-linéaire, elle ne possède de solutions analytiques que dans de cas d'écoulements simples à savoir : couche limite, couche de mélange, jet libre (Chassaing, 2000). Dès que l'écoulement devient complexe, comme le cas de la majorité des écoulements à surface libre, les équations de Navier-Stokes excluent toute solution analytique.

La turbulence est une propriété de l'écoulement et non du fluide lui-même. Dans des écoulements originellement laminares, la turbulence naît à partir d'instabilités qui se développent lorsque le nombre de Reynolds augmente (Chassaing, 2000). L'apparition de la

turbulence est influencée aussi par les forces extérieures (forces d'Archimède et forces de Coriolis). L'écoulement turbulent se caractérise par la présence au sein même de l'écoulement de nombreux mouvements secondaires d'aspect chaotique. En régime turbulent, d'après la figure 2.1 on distingue trois classes d'échelles de mouvement : le mouvement d'ensemble (échelle  $M_e$ ) qui correspond à l'évolution moyenne de l'écoulement, le mouvement d'agitation turbulente (échelle  $M_t$ ) qui résulte de l'effet des tourbillons réellement présents dans l'écoulement, et le mouvement d'agitation moléculaire (échelle  $M_m$ ) dont seuls les effets macroscopiques sont pris en compte.



**Figure 2.1** : Les trois types de mouvements en régime turbulent (Chassaing, 2000).

Ils existe trois grandes familles de méthodes pour simuler les écoulements turbulents à surface libre, qui seront détaillées ci-dessous.

### 2.2.1 Simulation numérique directe

La simulation numérique directe (DNS) est basée sur la résolution numérique des équations de Naviers-Stokes de manière directe sans utiliser aucun modèle de turbulence, c'est à dire, que l'on calcule toutes les échelles de temps et d'espace (Schiestel, 2006). En faite, cette approche nécessite de puissants moyens informatiques. Par conséquent, elle ne peut être conduite actuellement que sur des écoulements en géométrie relativement simple et pour des nombres de Reynolds peu élevés. En effet, plus le nombre de Reynolds d'un écoulement est élevé, plus les petites échelles turbulentes sont séparées des grandes, et plus il faut mailler finement le domaine étudié. L'utilisation de l'approche directe pour la résolution des équations de Naviers-stokes en régime turbulent reste donc réservée à des études fondamentales de recherche (servant couramment de "banc d'essai" pour de nouveaux modèles). Cette approche ne peut pas se concevoir dans des buts de prévision numérique d'écoulements d'intérêt pratique, vu les ressources informatiques qui seraient nécessaires.

### 2.2.2 Simulation à grande échelle

La simulation à grande échelle où LES en anglais, est une approche basée sur la distinction des structures des tourbillons selon leur taille, et ce en introduisant une fonction de filtrage aux équations de Navier-Stokes. Dans cette approche, seuls les grands tourbillons sont pris en compte dans la simulation tandis que les tourbillons de petites échelles sont modélisés. Les grosses structures sont créées par le mouvement moyen, elles dépendent donc fortement de celui-ci et sont directement affectées par les conditions aux limites (Chassaing, 2000). D'autre part, leur caractère anisotrope associé à une durée de vie relativement longue les rendent difficiles à modéliser, donc ils doivent être calculés. En revanche, la formation de structures de plus en plus petites conduit à l'hypothèse d'isotropie locale qui suppose que les petits tourbillons sont indépendants des valeurs moyennes et de la géométrie de l'écoulement. Le caractère plus universel de ces petits tourbillons ainsi qu'une durée de vie plus courte facilitent leur modélisation. L'avantage de l'approche LES est de modéliser les petites structures, ce qui autorise des mailles plus grosses que pour la DNS. Toutefois, cette approche demande encore de grandes ressources informatiques, ce qui limite les calculs à des géométries académiques et à des nombres de Reynolds plus au moins faibles. La gamme d'application de la LES correspond à un nombre de Reynolds s'élevant à  $10^4$ , c'est une limite qui exclut l'écoulement dans des canaux naturels ou artificiels (Schiestel, 2006).

### 2.2.3 Approche statistique en un point

En pratique, il est très difficile de suivre en détail le mouvement de toutes les structures tourbillonnaires présentes dans l'écoulement turbulent, il est judicieux de distinguer les grandeurs moyennes et fluctuantes de l'écoulement. Pour cela, l'approche statistique en un point s'avère un moyen pertinent. Cette approche consiste à décomposer les grandeurs caractéristiques instantanées de l'écoulement turbulent en une partie moyenne et une partie turbulente d'apparence aléatoire. C'est une approche qui est basée sur la décomposition qui a été introduite à la fin du dix-neuvième siècle (1894) par Reynolds.

L'approche statistique en un point reste une voie utile pour la pratique industrielle ou environnementale, c'est pourquoi nous l'avons choisi dans le cadre de présent travail. Elle fera l'objet d'une description détaillée dans ce qui suit.

En suivant la décomposition de Reynolds, les variables instantanées décrivant l'écoulement, la pression et les vitesses, sont alors subdivisées en une valeur moyenne et fluctuante

comme suit :

$$u_i(x_j, t) = \bar{u}_i(x_j, t) + u'_i(x_j, t) \quad (2.7)$$

$$p(x_j, t) = \bar{p}(x_j, t) + p'(x_j, t) \quad (2.8)$$

avec  $\bar{u}_i(x_j, t)$  et  $\bar{p}(x_j, t)$  représentent les valeurs moyennes et  $u'_i(x_j, t)$  et  $p'(x_j, t)$  sont leurs valeurs fluctuantes qui définissent les écarts par rapport à la moyenne.

En adoptant l'approche statistique en un point qui permet de distinguer l'écoulement moyen et fluctuant dans les équations de base (2.5) et (2.6) et en prenant la moyenne de chaque équation et en répercutant les règles de Reynolds défini dans Schiestel (2006), on obtient les équations de Reynolds moyennées :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.9)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho g_i + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \quad (2.10)$$

Le terme  $\overline{u'_i u'_j}$  donne naissance aux tensions de Reynolds (tenseur des contraintes de Reynolds ou tenseur des contraintes turbulentes), ils introduisent l'interaction entre le mouvement moyen et fluctuant. Le système obtenu (Équations 2.9 et 2.10) contient plus d'inconnus que d'équations, c'est un système ouvert. Pour prédire les champs de vitesse moyenne et de pression moyenne à partir des équations de Reynolds, il est nécessaire de formuler des hypothèses de fermeture de la turbulence qui permettent de calculer le tenseur de Reynolds en fonction du champ de vitesse moyenne.

## 2.3 Modélisation de la turbulence

Le traitement statistique associé à la non linéarité des équations entraîne une augmentation du nombre d'inconnues, et pose donc un problème de fermeture. Pour remédier à ce problème, le tenseur  $\overline{u'_i u'_j}$  doit être exprimé en fonction de grandeurs moyennes d'écoulement à l'aide d'un modèle de turbulence.

De nombreux modèles de turbulence ont été développés, on distingue les modèles simples ou modèles de premier ordre et les modèles plus élaborés ou modèles de fermeture du second ordre. La première catégorie est basée sur des relations algébriques et reposent sur le concept de la viscosité turbulente proposé en 1877 par Boussinesq (Schiestel, 2006).

Ces modèles consistent à modéliser le tenseur de Reynolds  $\overline{u'_i u'_j}$  en le reliant directement au mouvement moyen. Quant à la deuxième catégorie, le tenseur de Reynolds est prédit par ses propres équations de transport.

### 2.3.1 Modèles de turbulence basés sur le concept de viscosité turbulente

Ces modèles sont basés sur la modélisation de la contrainte turbulente  $\overline{u'_i u'_j}$  en utilisant le concept de la viscosité turbulente introduit par Bossinesq en 1877. Les contraintes de Reynolds sont alors exprimées en fonction du taux de déformation moyen comme suit :

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.11)$$

où  $k$  désigne l'énergie cinétique turbulente et  $\nu_t$  la viscosité turbulente.

Dans ce cas, la détermination du tenseur de Reynolds revient à l'évaluation de la viscosité turbulente. Suivant le nombre d'équations de transport utilisées pour décrire cette viscosité, on distingue les classes de modèles de turbulence suivants : modèle à zéro équation, à une équation et à deux équations de transport.

#### 2.3.1.1 Modèle à zéro équation

Ces modèles ne font appel à aucune équation de transport et la viscosité turbulente est donnée par une expression algébrique. Le modèle algébrique le plus connu selon Schiestel (2006) est celui proposé par Prandtl en 1925. Dans un écoulement turbulent cisailé (couche limite), les contraintes turbulentes peuvent être exprimées comme suit :

$$\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = l_m V_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (2.12)$$

Ce modèle est dit de « longueur de mélange », il consiste à représenter l'échelle de vitesse caractéristique  $V_t$  comme étant le produit du gradient de vitesse prépondérant et de l'échelle de longueur qui est la longueur de mélange  $l_m$ .

$$V_t = l_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (2.13)$$

Ce qui conduit à l'expression ci-après de la viscosité turbulente :

$$\nu_t = l_m^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (2.14)$$

La généralisation de cette expression aux écoulements quelconques est :

$$\nu_t = l_m^2 \sqrt{\left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (2.15)$$

La longueur de mélange est généralement choisie proportionnelle à l'épaisseur de l'écoulement (Schiestel, 2006).

Le principal avantage des modèles à zéro équation est leur simplicité. Par contre leur inconvénient vient du fait que leur domaine d'application est très limité aux écoulements simples. En plus, la distribution de  $l_m$  n'est pas universelle.

### 2.3.1.2 Modèle à une équation de transport

Ce type de modèle utilise une seule équation de transport pour déduire la viscosité turbulente. Il est basé sur l'introduction d'au moins une grandeur turbulente, comme l'énergie cinétique turbulente  $k$ , pour la déduction de la viscosité turbulente. Il existe plusieurs modèles de ce type à savoir : Modèle Prandtl, modèle de Nee Kovaszny, Spalart et Allmaras (Schiestel, 2006). Le modèle à une équation de transport, proposé par Prandtl en 1945 consiste à exprimer la viscosité turbulente  $\nu_t$  en fonction de l'énergie cinétique moyenne de la turbulence  $k$  et une longueur caractéristique  $l_c$  tel que (Launder et Spalding, 1974) :

$$\nu_t = c_\mu l_c \sqrt{k} \quad (2.16)$$

avec  $c_\mu$  est une constante numérique prise égale à 0.09 et l'énergie cinétique turbulente est donnée par l'équation de transport suivante :

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \nu_t \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\nu_t}{h_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \frac{k^{3/2}}{l_c} \quad (2.17)$$

où  $h_k = 1.5$  est une constante. L'échelle de longueur  $l_c$  doit être spécifiée dans chaque cas particulier d'écoulement. Ces modèles n'ont prouvé leur efficacité que dans le cas des écoulements simples. Pour les autres modèles, ils sont détaillés dans Schiestel (2006) et Chassaing (2000).

### 2.3.1.3 Modèle à deux équations de transport

Afin de palier au problème concernant la détermination de l'échelle de longueur  $l_c$ , une équation de transport supplémentaire d'une grandeur turbulente, qui sera liée à l'échelle de longueur  $l_c$ , peut être utilisée pour la détermination de cette échelle. Les modèles basés sur ce principe sont des modèles dits à deux équations de transport. Cette catégorie de modèles utilise la formule de Prandtl-Kolmogoroff pour la détermination de la viscosité turbulente  $\nu_t = c_\mu l_c \sqrt{k}$ . Ils utilisent une équation pour l'échelle de vitesse  $k$  et une équation pour l'échelle de turbulence  $l_c$  ou une variable  $Z$  à partir de laquelle on peut déduire une échelle de longueur  $Z = k^m l_c^n$  (Schiestel, 2006). De nombreux modèles à deux équations de transport existent, ces modèles ne différant que par le choix du couple d'exposant  $(m, n)$ . L'équation de transport supplémentaire conserve la même forme générale, quelque soit le choix du couple  $(m, n)$  les équations de la variable  $Z$  sont de la forme suivante :

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = C_{Z1} \frac{Z}{k} P + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{l \sqrt{k}}{h_z} \frac{\partial Z}{\partial x_i} \right) - C_{Z2} Z \frac{\sqrt{k}}{l_c} + S_z \quad (2.18)$$

$S_z$  est une source secondaire qui varie en fonction de  $Z$ ,  $C_{Z1}$  et  $C_{Z2}$  sont des constantes.

### 2.3.2 Modèles au second ordre

L'idée des modèles de turbulence du second ordre est de modéliser plus finement la turbulence en réduisant l'empirisme. Pour une bonne prédiction de la structure détaillée de la turbulence, une équation de transport est résolue pour chaque tension de Reynolds  $\overline{u_i' u_j'}$ . Ceci permet notamment de s'affranchir la loi de comportement de Boussinesq (équation 2.11) nécessaire aux fermetures du premier ordre. Pour une revue plus complète des modèles du second ordre, il est possible de se référer à Hanjalic et Launder (2011). Pour ce type d'approche, on distingue deux versions : les modèles de tenseur de Reynolds (RSM) et les modèles de tenseur de Reynolds algébriques (ARSM). Le premier type de modèle permet de traiter de façon plus exacte l'anisotropie du tenseur de Reynolds, cependant il est plus difficile à mettre en point car chaque élément de tenseur de Reynolds est déterminé par la résolution d'une équation de transport. Ce type de modèles pose encore des problèmes de modélisation imparfaitement résolus qui font l'objet de nombreuses recherches actuelles (Schiestel, 2006). Pour remédier à ces problèmes, des hypothèses simplificatrices ont été émises pour la formulation d'autres modèles plus faciles à résoudre numériquement, appelés « Modèles de tenseur de Reynolds algébriques », qui sont constitués par un système d'équations algébriques pour les composantes individuelles du tenseur

de Reynolds.

### 2.3.3 Choix du modèle de turbulence

Le choix du modèle de turbulence dépend de plusieurs considérations telles que la complexité de l'écoulement abordé, le niveau de précision requis, le temps de calcul et l'espace mémoire disponibles. Aucun modèle de turbulence n'est universellement reconnu pour tous les types d'écoulements. Pour faire le meilleur choix, il est important de connaître les limites de chacun des modèles de turbulence, une comparaison des résultats numériques obtenus à partir des différents modèles avec des résultats expérimentaux reste un moyen d'aide au choix du modèle le plus approprié.

En se référant aux études de Kositgittiwong *et al.* (2013), Kherbache *et al.* (2013), Rassaei et Rahbar (2014) et Benmamar (2006), le modèle  $k - \varepsilon$  donne de bon résultats pour la simulation des écoulements sur les coursiers en marches d'escalier. Par conséquent, ce modèle sera choisi dans le cadre de la présente étude.

Le modèle  $k - \varepsilon$  est un modèle à deux équations le plus connu dans la communauté CFD (Computational Fluid Dynamics). Ce modèle est initialement proposé par Launder et Spalding (1974), où l'énergie cinétique turbulente  $k$  et son taux de dissipation  $\varepsilon$  sont utilisés afin de définir l'échelle de longueur  $l_c = k^{3/2}/\varepsilon$ . La viscosité turbulente est alors définie comme suit :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.19)$$

L'énergie cinétique turbulente et son taux de dissipation sont déterminés par les deux équations de transport suivantes :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \nu_t \frac{\varepsilon}{k} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (2.21)$$

Les valeurs des constantes utilisées dans ce modèle sont déduites en utilisant des expériences sur des écoulements de références. Les valeurs standards adoptées par Launder et Spalding (1974) sont les suivantes :  $C_\mu = 0.09$  ;  $C_{\varepsilon 1} = 1.44$  ;  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$  ;  $\sigma_k = 1$  et  $\sigma_\varepsilon = 1.3$

## 2.4 Modélisation de la surface libre

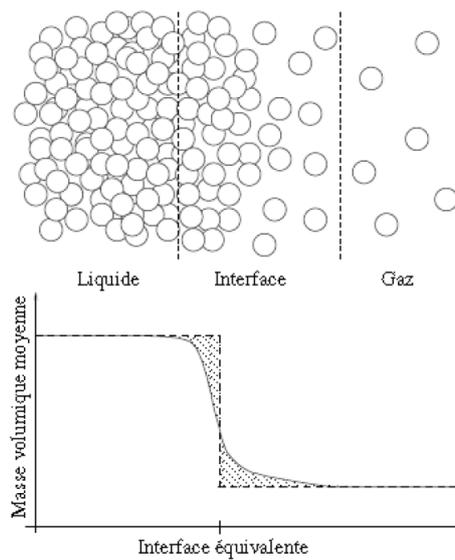
Les écoulements à surface libre sont caractérisés par une interface déformable due à l'apparition d'aération superficielle. La détermination de cette interface qui sépare la phase eau et la phase air est l'un des problèmes majeurs dans l'étude numérique de ce type d'écoulement. En général, la notion d'interface est utilisée pour évoquer la surface de séparation qui existe entre deux phases (figure 2.2), c'est une zone de faible épaisseur où les grandeurs physiques subiront une discontinuité ou un saut (Toutant, 2006). Pour un mélange eau-air, la masse volumique peut varier d'un facteur 1000 entre deux cellules de calcul adjacentes. Ce saut de densité, qui est présent aussi près des bulles d'air et des gouttelettes d'eau, présente un défi de stabilité numérique lors de la résolution des équations de l'écoulement dû à la présence de la masse volumique dans plusieurs termes des équations de Navier-Stokes. Différentes méthodes ont été développées pour résoudre ce problème, et le choix de la méthode appropriée dépend de l'application et de la précision souhaitée d'après Merrouche (2010). Selon ce dernier, pour qu'un modèle numérique soit capable de simuler les écoulements à interfaces, il doit répondre à un certains nombre de critères à savoir :

- la conservation de la masse et de la quantité de mouvement ;
- la précision et la stabilité ;
- la représentation de l'interface du fluide ;
- le mouvement de l'interface dans le temps ;
- le traitement des cellules de calcul partiellement remplies ;
- le couplage des conditions au niveau de l'interface avec les équations de mouvement.

Selon le type de maillage adopté, les méthodes de traitement des écoulements diphasiques peuvent se classer en trois catégories : les méthodes avec maillage fixe où la position de l'interface est reconstruite par le calcul sur un maillage immobile, les méthodes avec maillage mobile pouvant se déformer en même temps que l'interface, et enfin les méthodes sans maillage. Dans ce qui suit, nous allons décrire les méthodes les plus utilisées dans chaque catégorie.

### 2.4.1 Méthodes avec maillage fixe

Ces méthodes utilisent la formulation eulérienne pour décrire le mouvement du fluide. Les équations d'évolution des fluides et celles des interfaces sont résolues sur un maillage fixe. Dans ces méthodes, l'interface n'est pas suivie explicitement mais reconstruite à partir



**Figure 2.2 :** Représentation de l'interface, d'après Toutant (2006).

d'une fonction indicatrice de phase qui est définie sur l'ensemble du domaine de calcul et permet de localiser les différentes phases. Il est nécessaire donc d'introduire une variable supplémentaire et une équation pour suivre son évolution. De multiples avantages sont fournis par ces méthodes, on en cite en particulier : les changements topologiques de l'interface ou des déformations importantes sont faciles à gérer, l'adaptation de maillage est aisée et peut améliorer grandement la précision du calcul, la présence de la surface libre demande de résoudre en général une équation supplémentaire de transport, ce qui n'est pas numériquement très coûteux. Les modèles les plus connus et utilisés dans cette classe sont le modèle VOF (Volume Of Fluid), le modèle Level-Set, et le modèle de mélange (Mixture).

#### **2.4.1.1 Le modèle VOF**

Le modèle VOF est une technique de suivi de l'interface, proposé par Hirt et Nichols (1981). Il a été conçu pour deux ou plusieurs fluides non miscibles. Dans ce modèle basé sur le principe de conservation de la masse, les fluides partagent un seul ensemble d'équations de mouvement. La distribution de fraction volumique de fluide est répartie dans le domaine de calcul sur un maillage fixe, puis elle est transportée par le champ de vitesse. Ce modèle est populaire et il est utilisé dans plusieurs codes commerciaux. Les applications du modèle VOF incluent les écoulements stratifiés, les écoulements à surface

libre, le ballottement, le mouvement de grosses bulles dans un liquide, et la rupture d'un barrage. Une synthèse sur la méthode VOF est détaillée dans Scardovelli et Zaleski (1999), Harvie et Fletcher (2000) et Olsson et Kreiss (2005).

Le modèle VOF utilise la notion de la fraction volumique pour distinguer les deux fluides, pour ce fait une équation de la fraction volumique est résolue dans le domaine. Cette fraction volumique est donnée par l'équation de transport suivante :

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_q \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.22)$$

où  $\alpha_q$  est la fraction volumique de la phase  $q$ .

Dans le cas de deux fluides, l'équation (2.22) est résolue uniquement pour une seule phase afin de repérer chacun des deux fluides dans tout l'espace. La valeur de  $\alpha_q$  est comprise entre 0 et l'unité. Si  $\alpha_q = 1$  la cellule est complètement occupée d'un fluide et si  $\alpha_q = 0$  c'est l'autre fluide qui occupe cette cellule. Par contre si  $0 < \alpha_q < 1$  la cellule est en présence à la fois des deux fluides séparés d'une interface. Cette interface, dans le cas de la présence de l'eau est de l'air, présente la surface libre. Pour prendre en considération les deux fluides dans le domaine de calcul, la masse volumique et la viscosité cinématique présentes dans les équations du mouvement sont données en fonction de la fraction volumique comme suit :

$$\rho = \alpha_q \rho_e + (1 - \alpha_q) \rho_a \quad (2.23)$$

$$\nu = \alpha_q \nu_e + (1 - \alpha_q) \nu_a \quad (2.24)$$

où, les indices  $e$  et  $a$  désignent l'eau et l'air respectivement.

Durant la reconstruction de l'interface, un compromis entre la précision de la position de l'interface et les coûts de calcul devra être maintenu. Il existe plusieurs techniques de reconstruction à savoir, la méthode SLIC (Simple Line Interface Calculation) dans laquelle l'interface peut être délimitée dans une cellule par un segment parallèle à un des axes de coordonnées, et la méthode PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation) où la reconstruction peut être linéaire. Ces deux méthodes sont largement détaillées dans Merrouche (2010).

### 2.4.1.2 Méthode level-set

Cette méthode a été développée par Osher et Sethian (1988) pour calculer la position de l'interface où pour tracer des contours de même intensité dans les images. Elle a été adaptée aux problèmes de mécanique des fluides par Sussman *et al.* (1994) et Chang *et al.* (1996). Cette méthode repose sur une représentation implicite de l'interface par la valeur zéro d'une fonction auxiliaire  $F$  (la fonction ligne de niveau). Son principe est de définir donc une fonction d'interface dans le domaine de calcul constituant une infinité de courbes de niveau de part et d'autre de l'interface. Alors cette dernière représente la courbe de niveau zéro. Pour prédire la fonction  $F$ , cette méthode utilise une équation de transport équivalente à l'équation de la fraction volumique. L'équation permettant alors de prédire les mouvements de l'interface dans un champ de vitesse donné s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}_i F)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.25)$$

La zone de séparation entre les deux fluides est une zone de très faible épaisseur qui abrite une interface à travers laquelle les propriétés physiques des deux fluides changent brutalement. Pour traiter les variations brusque de ces propriétés physiques dans la zone de séparation, la masse volumique  $\rho$  et la viscosité  $\nu$  dans le cas de deux fluides (fluide 1 et fluide 2) sont définies par (Charlot, 2011) :

$$\rho(x) = \rho_1 + H(F(x))(\rho_2 - \rho_1) \quad (2.26)$$

$$\nu(x) = \nu_1 + H(F(x))(\nu_2 - \nu_1) \quad (2.27)$$

où  $H$  est une fonction discontinue dite de Heaviside prenant la valeur 1 pour tous les réels positifs et la valeur 0 pour les réels strictement négatifs.

La méthode Level-Set est décrite dans un cadre plus généralisé dans Sethian (1996). Cette méthode conviennent bien aux problèmes où les interfaces subissent des changements topologiques extrêmes. Cependant, un inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle n'est pas conservative (Merrouche, 2010).

### 2.4.1.3 Couplage de Level-Set avec VOF (CLSVOF)

Les deux méthodes Level-Set et VOF sont très bien adaptées à la description d'un écoulement diphasique dont l'interface subit des changements géométriques conséquents. La

méthode Level-Set est relativement facile à mettre en œuvre aussi bien en 2D qu'en 3D comparativement à la méthode VOF. Cette dernière souffre de manque de précision pour le calcul des propriétés géométriques car la mise en œuvre de l'algorithme de reconstruction est complexe en 3D (Merrouche, 2010). L'inconvénient majeur de la méthode Level-Set est sa mauvaise capacité de conserver la masse contrairement à la méthode VOF qui est par une excellente propriété de conservation de la masse.

La méthode CLSVOF (Coupled Level-Set and Volume of Fluid method) est basée sur un couplage de la méthode Level-Set avec VOF. Le modèle VOF est utilisé pour localiser les deux fluides, par contre le modèle Level-Set est utilisé pour capturer l'interface qui les sépare. Ce couplage a été étudié par Sussman et Puckett (2000) pour le calcul des écoulements diphasiques incompressibles en 3D. CLSVOF bénéficie à la fois des avantages de la méthode Level-Set et ceux de la méthode VOF, la masse est bien conservée et les propriétés géométriques peuvent être facilement calculées.

#### 2.4.1.4 *Modèle de mélange*

Les modèles cités ci-dessus sont des modèles à deux fluides, dans lesquels les deux phases sont décrites séparément. Ces modèles consistent à résoudre les équations de mouvement pour chacune des phases. Dans ce qui suit, nous allons représenter le modèle de mélange qui consiste à ne considérer qu'un seul fluide (mélange des deux phases). Ce dernier permet de résoudre pour le mélange les équations de mouvement et de prescrire des vitesses relatives pour décrire la phase dispersée. Le modèle de mélange peut calculer un nombre  $n$  de phases qui sont traitées comme des régions interpénétrantes et qui peuvent se déplacer à des vitesses différentes. Ce modèle résout les équations de mouvement pour le mélange, alors un unique système d'équations est nécessaire. Les applications du modèle de mélange comprennent les écoulements chargés de particules, les écoulements à bulles et les écoulements à surface libre.

Comme le cas du modèle VOF, une équation de la fraction volumique est couplée avec les équations de mouvement. Cette fraction volumique est régie par une équation de transport de type (Manninen et Taivassalo, 1996) :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_k \rho_k \overline{u_{m,i}}) = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_k \rho_k V_{q,i}^d) \quad (2.28)$$

avec  $\alpha_k$  la fraction volumique de la phase  $k$  qui varie entre 0 et 1,  $\rho_k$  sa masse volumique,  $V^d$  la vitesse relative ou par extension appelée vitesse de dérive qui correspond à la différence

entre la vitesse de la phase  $k$  et la vitesse moyenne du mélange  $\overline{u_{m,i}}$ . Cette dernière est donné par :

$$\overline{u_{m,i}} = \frac{1}{\rho_m} \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \overline{u_{k,i}} \quad (2.29)$$

La masse volumique et la viscosité cinématique de mélange présentes dans les équations de mouvement sont données en fonction de la fraction volumique comme suit :

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \quad (2.30)$$

$$\nu_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \nu_k \quad (2.31)$$

Plus de détails sur ce modèle sont fournis dans Manninen et Taivassalo (1996).

#### 2.4.2 Méthodes à maillage mobile

Pour décrire le mouvement du fluide, ces méthodes utilisent la formulation purement lagrangienne ou en choisissant un point de vue lagrangien-eulérien (Philippe, 2009). Les équations d'évolution des fluides et celles des interfaces sont résolues sur un maillage mobile qui épouse la forme des interfaces. Ces méthodes nécessitent un remaillage à chaque pas de temps. Souvent, les méthodes à maillage mobile supposent que la phase gazeuse n'a pas d'effet sur la dynamique de l'écoulement, elles ne résolvent alors l'équation de bilan de quantité de mouvement que dans la phase liquide et imposent une condition de glissement à l'interface. Ces méthodes sont donc très précises, néanmoins elles ont l'inconvénient d'être difficiles à mettre en œuvre.

Parmi les méthodes à maillage mobile, on trouve les méthodes mixtes lagrangiennes-eulériennes, dites aussi ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian). Cette méthode a été proposée par Hirt *et al.* (1997) pour utiliser une description lagrangienne du fluide tout en gardant une grande flexibilité du maillage. Cette méthode permet de combiner les avantages d'une formulation eulérienne dans laquelle le maillage reste fixe (la vitesse de maillage est nulle), et d'une formulation lagrangienne où le maillage évolue et se déplace en suivant les déformations du fluide (la vitesse de maillage égale à celle du fluide). En ALE, le maillage peut avoir une vitesse nulle, égale à celle du fluide, ou encore arbitraire (calculée indépendamment) (Philippe, 2009). L'interface constitue une des frontières du domaine, ce qui permet de connaître précisément sa position et de faciliter l'imposition des conditions aux limites. Les applications de la méthode ALE comprennent la modéli-

sation du domaine fluide avec interaction entre fluide et solide, ainsi que les problèmes à surface libre (Philippe, 2009).

La méthode ALE est une méthode précise, elle permet de modéliser les grandes déformations de surface libre tout en conservant une meilleure qualité du maillage et d'obtenir un suivi plus précis de la frontière du domaine. Par contre, elle est difficile à mettre en œuvre pour des géométries tridimensionnelles.

### 2.4.3 Méthodes sans maillage

Comme son nom l'indique et contrairement aux méthodes citées précédemment, dans les méthodes sans maillage aucun maillage n'est utilisé dans le domaine de calcul. La méthode la plus connue dans cette catégorie est la méthode dite SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) ou particules hydrodynamiques lissées en français. Cette méthode a été élaborée à l'origine pour la simulation de systèmes gravitaires en astrophysique et adaptée à la simulation des écoulements à surface libre par Monaghan (1994). La SPH utilise des particules lagrangiennes qui possèdent les propriétés matérielles du milieu décrit, une masse et une vitesse propre, et se déplacent selon un système d'équations de conservation établi (Charlot, 2011). Par sa nature lagrangienne et sans maillage, la méthode SPH est particulièrement adaptée aux simulations en domaine ouvert avec grandes déformations tel que le traitement de détachements de gouttelettes ou de vagues déferlantes. Les conditions de surface libre n'ont pas à être imposées car elles sont satisfaites naturellement par la formulation donc la surface libre ne requiert a priori aucun traitement spécifique (Charlot, 2011).

## 2.5 Méthode de résolution

La modélisation des écoulements à surface libre se base sur des méthodes numériques proposant des solutions aux équations différentielles gouvernant l'écoulement. Ces équations à caractère non linéaires sont généralement implémentées dans des codes de calculs commerciaux ou libres développés par des éditeurs de logiciels spécialisés. Le succès de ces codes est étroitement lié au développement des capacités d'exécution et de stockage des ordinateurs et au rapport performance/coût. On peut alors comprendre aisément l'intérêt croissant des industriels d'utiliser ces codes de calculs. Cette demande est tellement importante qu'elle occupe une place privilégiée de la recherche en mécanique des fluides numérique appelé communément CFD (Computational Fluid Dynamics).

Cette branche de la mécanique des fluides ne donne qu'une approximation de la solution recherchée. La différence entre le calcul et la réalité provient d'erreurs accumulées par le code, et provenant d'origines multiples à savoir (Marchesse, 2010) :

- les équations différentielles générales sont souvent simplifiées en ne gardant que les termes prépondérants ;
- une approximation est effectuée lors de l'étape de discrétisation ;
- la résolution est atteinte par des méthodes itératives, dans ce cas les solutions exactes des équations discrétisées ne sont jamais obtenues.

Les composants importants d'un code de calculs en mécanique des fluides numérique sont les suivants (Marchesse, 2010) :

- **Le modèle mathématique** : représente l'ensemble des équations différentielles et des conditions aux limites. Ces dernières changent selon le type d'écoulement traité.
- **La méthode de discrétisation** : il s'agit des méthodes d'approximation des équations différentielles régissant le mouvement du fluide par un système d'équations algébriques. Il existe plusieurs approches, mais les plus utilisées sont les différences finies, les volumes finis, et les éléments finis.
- **Le maillage** : c'est la discrétisation du domaine, ce maillage peut être structuré ou non-structuré, chacune de ces configurations ayant des avantages et des inconvénients.
- **La méthode de résolution de système algébrique obtenu** : la discrétisation aboutit à un système d'équations algébriques qui peut être résolu par des méthodes directes ou des méthodes itératives.
- **Les critères de convergence** : les méthodes de résolution itératives demandent un critère d'arrêt qui est fixé par l'utilisateur selon la précision demandée.

Dans le cadre de présent travail de recherche, on utilisera le code de calcul ANSYS-Fluent, c'est un code de calcul commercial conçu pour résoudre les problèmes de mécanique des fluides. Il est doté de processus de calcul numérique très performant pour la résolution des équations régissant divers types d'écoulements. Ce code de calcul est basé sur la résolution des équations de transport à l'aide de la méthode des volumes finis. ANSYS Fluent est conçu pour résoudre les écoulements laminaires et turbulents, il propose deux approches pour modéliser la turbulence : L'approche statistique avec divers modèles de turbulence (Splalart-Allmaras,  $k - \varepsilon$ ,  $k - w$ , les modèles de tenseur de Reynolds) et l'approche à grandes échelles. Pour le traitement des écoulements diphasiques, ce code dispose de plusieurs méthodes à savoir : VOF, CLSVOF, le modèle de mélange et le modèle eulérien.

Dans notre cas, nous avons employé le modèle  $k - \varepsilon$  pour la modélisation de la turbulence ainsi que les deux modèles CLSVOF et le modèle de mélange (Mixture) pour la modélisation de l'écoulement diphasique. Pour ce fait, un récapitulatif des équations utilisées sont synthétisées ci-dessous :

**Dans le cas d'utilisation du modèle  $k - \varepsilon$  avec CLSVOF :** le système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + g_i + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \nu_t \frac{\varepsilon}{k} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \\ \frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_q \bar{u}_i)}{\partial x_i} &= 0 \\ \rho &= \alpha_q \rho_e + (1 - \alpha_q) \rho_a \quad \nu = \alpha_q \nu_e + (1 - \alpha_q) \nu_a \end{aligned}$$

**Dans le cas d'utilisation du modèle  $k - \varepsilon$  avec le modèle de mélange :** le système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_{mi}}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{u}_{mi}}{\partial t} + \bar{u}_{mj} \frac{\partial \bar{u}_{mi}}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + g_i + \nu_m \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_{mi}}{\partial x_j} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_{mi}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_{mj}}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k V_{q,i}^d V_{q,i}^d \right) \\ \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_{mj} \frac{\partial k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_{mi}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_{mj}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_{mi}}{\partial x_j} - \varepsilon \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{u_m^j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \nu_t \frac{\varepsilon}{k} \left( \frac{\partial \overline{u_m^i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_m^j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_m^i}}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_k \rho_k \overline{u_m^i}) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_k \rho_k V_{q,i}^d)$$

$$\overline{u_m} = \frac{1}{\rho_m} \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \overline{u_k} \quad \rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \quad \nu_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \nu_k$$

Les équations citées ci-dessus sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis. Alors nous présenterons dans ce qui suit les principales étapes de résolution de cette méthode, en présentant la discrétisation de l'équation générale de transport.

### 2.5.1 Principe de discrétisation avec la méthode des volumes finis

Les équations différentielles décrivant les variables de l'écoulement telles que, les vitesses et l'énergie cinétique turbulente, peuvent être écrites sous forme d'une équation générale de transport comme suit (Versteeg et Malalasekra, 2007) :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \text{div}(\rho u \phi) = \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad}(\phi)) + S_\phi \quad (2.32)$$

dans laquelle  $\Gamma_\phi$  est un coefficient de transport par diffusion et  $\phi$  une variable transportée. Dans l'équation de continuité  $\phi = 1$ , dans l'équation de quantité de mouvement  $\phi$  représente les composante de la vitesse d'écoulement  $(u, v, w)$ , dans les équations du modèle  $k - \varepsilon$  cette variable représente respectivement  $k$  et  $\varepsilon$ , et dans le cas de l'équation de la fraction volumique cette variable représente  $\alpha$ .

L'intégration de l'équation de transport sur un volume élémentaire donne :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \text{div}(\rho u \phi) d\Omega = \int_{\Omega} \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad}(\phi)) d\Omega + \int_{\Omega} S_\phi d\Omega \quad (2.33)$$

L'utilisation du théorème de divergence  $\int_{\Omega} \text{div}(V) d\Omega = \int_S V \vec{n} dS$  permet de transformer l'intégrale de volume en une intégrale de surface, l'équation (2.33) s'écrit alors :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} d\Omega + \int_A \rho u \phi \vec{n} dA = \int_A \Gamma_\phi \text{grad}(\phi) \vec{n} dA + \int_{\Omega} S_\phi d\Omega \quad (2.34)$$

Dans le cas de volume de contrôle présenté dans la figure 2.3, cette équation discrétisée

prend la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \Omega + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f u_f \vec{n}_f \phi A_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_f \text{grad}(\phi_f) \vec{n}_f A_f + S_\phi \Omega \quad (2.35)$$

avec,  $\phi_f$  la valeur de la variable  $\phi$  sur la facette  $f$  du volume de contrôle de centre  $P$ ;  $N_{faces}$  le nombre de faces du volume de contrôle dans le cas bidimensionnel et ses facettes sont  $w, e, n$  et  $s$  qui désignent respectivement les facettes ouest, est, nord et sud;  $\rho_f u_f A_f$  le flux massique à travers la face  $f$ ;  $A_f$  représente l'aire de la face  $f$ ;  $\Omega$  le volume de contrôle et  $\vec{n}$  le vecteur unitaire normal à la facette  $f$ .

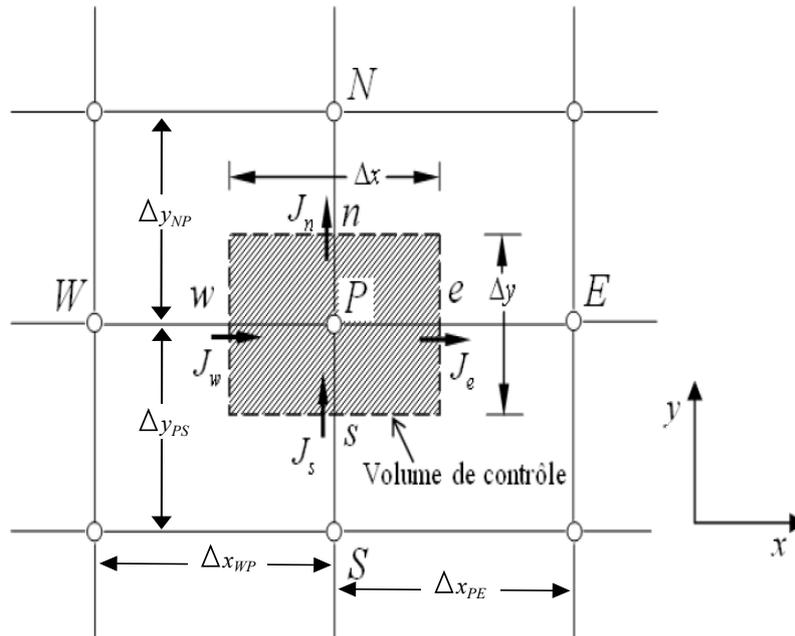


Figure 2.3 : Volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel.

### 2.5.1.1 Discrétisation spatiale

L'utilisation de la méthode des volumes finis nécessite l'interpolation de la valeur de la propriété  $\phi_f$  aux facettes à partir de ses valeurs aux centres des mailles. Il existe plusieurs schémas de discrétisation de terme de convection, c'est à dire le second terme de la partie gauche de l'équation (2.35), à savoir :

*Le schéma de différence centrée* dans lequel l'interpolation se fait par la moyenne arithmétique des valeurs de la variable propriété aux centres des éléments. Pour un schéma

de différence centrée du premier ordre, la valeur de la variable  $\phi$  sur la face  $f$  est égale à la moyenne de  $\phi$  au centre de deux cellules adjacentes. Si on prend comme exemple la facette  $e$  du volume de contrôle de la figure 2.3, le schéma de différence centrée donne :

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad (2.36)$$

avec,  $\phi_E$  et  $\phi_P$  respectivement les valeurs de la variable aux centres des cellules adjacentes à la face  $e$ .

Pour un schéma de différence centrée de deuxième ordre, la valeur de  $\phi_e$  cette fois-ci est calculée comme suit (Dufresne, 2008) :

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} + \frac{1}{2} (\text{grad}(\phi_E)\Delta x_{PE} + \text{grad}(\phi_P)\Delta x_{PE}) \quad (2.37)$$

*Le schéma de discrétisation amont*, noté généralement UPWIND, est un schéma qui tient compte du sens de l'écoulement. Il prend la valeur de l'un des deux nœuds adjacents suivant le sens de l'écoulement. Pour un schéma amont du premier ordre, la valeur de la variable sur la face  $f$  est égale à la valeur  $\phi$  au centre de la cellule amont. Si on prend comme exemple la facette  $e$  du volume de contrôle de la figure 2.3 deux cas de figure peuvent se présenter.

$$\text{Si } u > 0 \rightarrow \phi_e = \phi_P \quad (2.38)$$

$$\text{Si } u < 0 \rightarrow \phi_e = \phi_E \quad (2.39)$$

Pour un schéma amont de deuxième ordre, la valeur de  $\phi_f$  est calculée selon l'équation suivante (Dufresne, 2008) :

$$\text{Si } u > 0 \rightarrow \phi_e = \phi_P + \text{grad}(\phi_P)\Delta x_{PE} \quad (2.40)$$

$$\text{Si } u < 0 \rightarrow \phi_e = \phi_E + \text{grad}(\phi_E)\Delta x_{PE} \quad (2.41)$$

*Le schéma hybride* : l'idée globale de ce schéma est d'utiliser le schéma de discrétisation centré dans les zones où le flux est diffusif et le schéma de discrétisation amont dans les zones où le flux est convectif. Il permet de basculer automatiquement d'un schéma à un autre suivant la valeur d'un nombre dit de Peclet noté  $P_c$ . Si  $P_c < 2$  le schéma centré est utilisé, et si  $\text{abs}P_c > 2$  le schéma de discrétisation amont sera utilisé. La limite de 2 adaptée pour le nombre de Peclet est obtenue à partir des tests numériques (Versteeg

et Malalasekra, 2007). Le nombre de Peclet dans le cas de la facette  $w$  est donné par la formule suivante :

$$P_{ce} = \frac{F_e}{D_e} = \frac{\rho u_e A_e}{\frac{\Gamma_\phi A_e}{\Delta x_{PE}}} \quad (2.42)$$

Concernant le terme de diffusion, c'est-à-dire le premier terme de la partie droite de l'équation (2.35), un schéma de discrétisation centré est utilisé.

### 2.5.1.2 Discrétisation temporelle

D'une manière générale, le premier terme de l'équation (2.35) peut être écrit comme suit :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} = \frac{\Delta(\rho \phi)}{\Delta t} \quad (2.43)$$

Pour simplification, on exclu le terme  $\rho$  de l'équation, on pourra donc écrire l'équation (2.35) sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = f(\phi) \quad (2.44)$$

où  $f(\phi)$  représente les autres termes de l'équation de transport.

Il existe plusieurs schémas pour la discrétisation de la variation temporelle, dans ce qui suit on va présenter les schémas les plus utilisés : les schémas d'Euler et les schémas de Runge-Kutta.

#### Les schémas d'Euler

Les schémas d'Euler sont très utilisés pour leur simplicité d'implémentation et leur faible coût en temps de calcul. En revanche, pour les simulations complexes nécessitant une bonne précision, ces schémas fournissent une discrétisation temporelle au deuxième ordre ou plus.

- Schéma Euler explicite de premier ordre : avec ce schéma l'équation (2.44) est discrétisée comme suit :

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = f(\phi^n) \quad (2.45)$$

- Schéma Euler explicite de second ordre : l'équation (2.44) est réécrite cette fois-ci comme suit :

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi^n) \quad (2.46)$$

où  $n + 1$ ,  $n$  et  $n - 1$  représentent respectivement les instants  $t + \Delta t$ ,  $t$  et  $t - \Delta t$ .

Le schéma dépend fortement du pas de temps et de la taille de maillage utilisé. Pour

assurer la stabilité et une convergence de calcul, un critère dit nombre de courant noté  $N_c$  est généralement utilisé. Dans le cas d'une configuration monodirectionnel, ce nombre qui doit être inférieur à 1, est exprimé par la formule suivante :

$$N_c = \max(u) \frac{\Delta t}{\min(\Delta x)} \quad (2.47)$$

avec  $\max(u)$  la vitesse maximale de l'écoulement,  $\Delta t$  le pas de temps et  $\min(\Delta x)$  la taille de la maille la plus petite.

- Schéma Euler implicite de premier d'ordre : avec ce schéma l'équation (2.44) est exprimée comme suit :

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \quad (2.48)$$

### Les schémas de Runge-Kutta

Le schéma de Runge-Kutta est un schéma à pas multiples afin d'obtenir la valeur finale  $\phi^{n+1}$ , alors une ou plusieurs valeurs intermédiaires doivent être calculées au cours d'un pas de temps. Le nombre de valeurs intermédiaires utilisées définit l'ordre du schéma.

- Le schéma de Runge-Kutta de deuxième ordre : dans ce schéma on définit deux points intermédiaires  $k_1$  et  $k_2$  qui sont exprimés comme suit :

$$k_1 = \Delta t F(\phi^n) \quad (2.49)$$

$$k_2 = \Delta t F(\phi^n + \frac{1}{2}k_1) \quad (2.50)$$

tel que  $k_2$  est estimé à  $t^n + \frac{1}{2}\Delta t$ , on aura donc :

$$\phi^{n+1} = \phi^n + k_2 \quad (2.51)$$

- Le schéma de Runge-Kutta de troisième ordre : dans ce cas on définit trois points intermédiaires  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  qui sont exprimés par :

$$k_1 = \Delta t F(\phi^n) \quad (2.52)$$

$$k_2 = \Delta t F(\phi^n + \frac{1}{2}k_1) \quad (2.53)$$

$$k_3 = \Delta t F(\phi^n + 2k_2 - k_1) \quad (2.54)$$

où  $k_2$  et  $k_3$  sont estimés à  $t^n + \frac{1}{2}\Delta t$  et à  $t_n + \Delta t$  respectivement.  $\phi^{n+1}$  est écrit alors comme suit :

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) \quad (2.55)$$

- Le schéma de Runge-Kutta de quatrième d'ordre : cette fois-ci quatre points intermédiaires  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  et  $k_4$  sont utilisés comme suit :

$$k_1 = \Delta t F(\phi^n) \quad (2.56)$$

$$k_2 = \Delta t F(\phi^n + \frac{1}{2}k_1) \quad (2.57)$$

$$k_3 = \Delta t F(\phi^n + \frac{1}{2}k_2) \quad (2.58)$$

$$k_4 = \Delta t F(\phi^n + k_3) \quad (2.59)$$

où,  $k_2$ ,  $k_3$  et  $k_4$  sont estimés à  $t^n + \frac{1}{2}\Delta t$ ,  $t^n + \frac{1}{2}\Delta t$  et  $t_n + \Delta t$ . Dans ce cas,  $\phi^{n+1}$  est estimé comme suit :

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.60)$$

### 2.5.2 Couplage vitesse-pression

Dans l'équation de quantité de mouvement le gradient de pression est considéré comme une source de l'écoulement, c'est pourquoi il est incorporé dans le terme source  $S_\phi$  de l'équation (2.32).

Si on prend comme exemple l'équation de quantité de mouvement longitudinale, en se référant au volume de contrôle de centre  $P$  présenté dans la figure 2.4, le gradient de pression est discrétisé tel que :

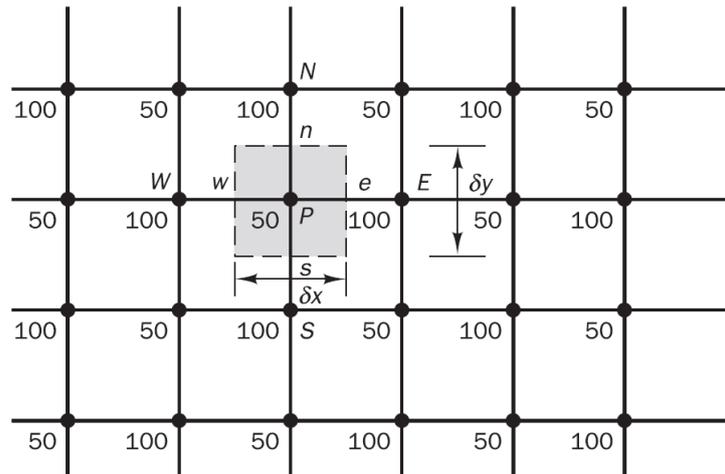
$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_w - p_e}{\Delta x} \quad (2.61)$$

Et en utilisant une interpolation linéaire pour définir la pression au niveau des facettes, l'équation (2.61) peut être écrite :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{p_W + p_P}{2} - \frac{p_P + p_E}{2} \right) \quad (2.62)$$

On aura finalement :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_W - p_E}{2\Delta x} \quad (2.63)$$



**Figure 2.4 :** Exemple de champ de pression non uniforme (Versteeg et Malalasekra, 2007)

L'équation (2.63) montre que l'information de la pression au point  $p$  a simplement disparu du gradient de pression discrétisé. Si on prend l'exemple d'un champ de pression non uniforme comme présenté dans la figure 2.4, l'expression (2.63) donnera un gradient de pression nulle. Ce problème est connu sous le nom du problème du damier (Versteeg et Malalasekra, 2007). Pour remédier à ce problème, il convient d'utiliser plusieurs grilles de calcul décalées comme le montre la figure 2.5. Une première grille passe par les centres des volumes de contrôle dans laquelle sera stocké la pression et toutes les autres quantités scalaires ( $k$  et  $\varepsilon$ ). Ensuite d'autres grilles seront construites au niveau des facettes des volumes de contrôle où seront stockées les composantes de la vitesse.

Après avoir remédié au problème du Damier par l'utilisation des grilles décalées, il s'est avéré que les équations de mouvement présentent une autre difficulté majeure liée au problème du couplage. Ce dernier se manifeste par l'apparition des variables de vitesse et pression dans les équations de quantité de mouvement. Le gradient de pression qui apparaît comme terme source dans ces équations joue le rôle du moteur de l'écoulement. Cette pression ne contient aucune équation de transport. Si le gradient de pression est connu a priori, on peut calculer le champ vitesse qui dans ce cas vérifie bien l'équation de continuité, mais la pression est toujours une inconnue à déterminer aussi bien que la vitesse. D'autre part, un champ de vitesse donné peut satisfaire l'équation de continuité sans pour autant vérifier les équations de transport de quantité de mouvement. Cette particularité des équations rend nécessaire l'utilisation d'un algorithme de couplage pression-vitesse.

Il existe plusieurs algorithmes de couplage vitesse pression à savoir, l'algorithme SIMPLE

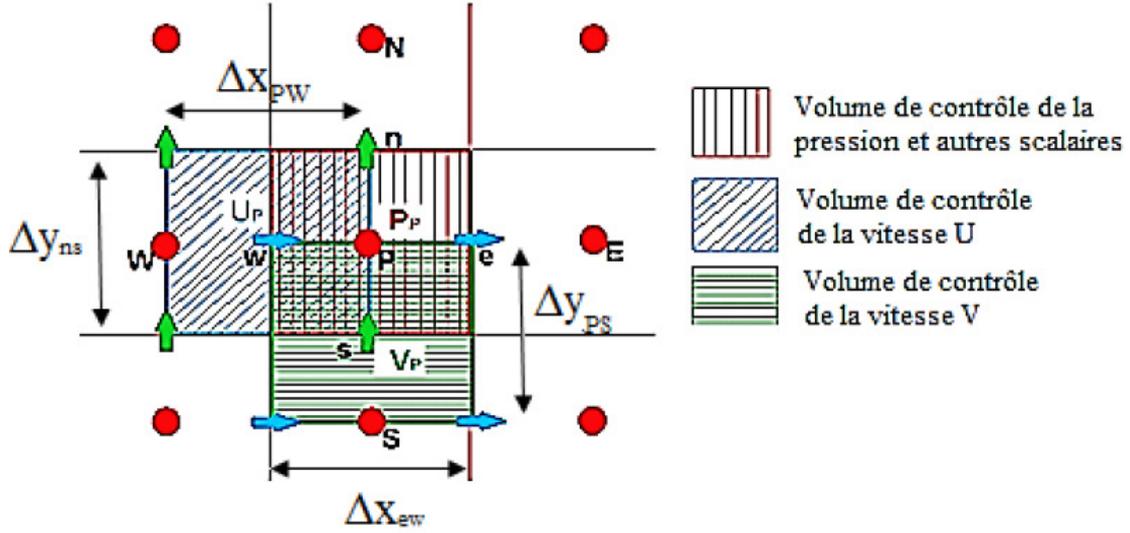


Figure 2.5 : Disposition des grilles décalées pour les vitesses et la pression.

(Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations), algorithme SIMPLEC (SIMPLE Consistent), l'algorithme PISO et l'algorithme Coupled. Dans ce qui suit on donne une brève description de l'algorithme SIMPLE, et pour plus de détail sur les autres algorithmes, Versteeg et Malalasekera (2007) constitue une bonne référence.

Si on extrait le gradient de pression de l'équation générale de transport (2.32). L'équation de quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \text{div}(\rho u \phi) = -\text{grad}(p) + \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad}(\phi)) + S \quad (2.64)$$

avec  $\phi$  le champ de vitesse.

Pour simplicité considérant l'écoulement permanent et uni-dimensionnel, alors l'équation (2.64) sera réduite à :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + S \quad (2.65)$$

L'intégration de cette équation sur un volume de contrôle de centre  $e$  et de limite  $P$  et  $E$  aboutit à :

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + b_e + A_e (p_P - p_E) \quad (2.66)$$

tel que  $a_{nb}$  sont des coefficients correspondant aux volumes de contrôle voisins,  $A_e$  est l'aire de la facette  $e$  et  $b_e$  le terme source.

Considérant un champ de pression initial noté  $P^*$ , la solution provisoire de l'équation (2.66) précédente sera réécrite telle que :

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b_e + A_e (p_p^* - p_E^*) \quad (2.67)$$

avec,  $u^*$  la solution provisoire de l'équation de quantité de mouvement qui ne vérifie pas l'équation de continuité. Alors, les deux variables  $u$  et  $p$  nécessitent à ce niveau une correction comme suit :

$$u = u^* + \hat{u} \quad (2.68)$$

$$p = p^* + \hat{p} \quad (2.69)$$

où,  $\hat{u}$  et  $\hat{p}$  sont les corrections qu'il faut estimer.

L'introduction des expressions (2.68, 2.69) dans l'équation 2.67 et en tenant compte de l'équation 2.66 on obtient :

$$u_e = u_e^* + \frac{A_e}{a_e} (\hat{p}_p - \hat{p}_E) + \sum a_{nb} \hat{u}_{nb} \quad (2.70)$$

Dans laquelle le terme  $\sum a_{nb} \hat{u}_{nb}$  peut être négligé car il doit s'annuler lors de la convergence de la procédure. C'est à dire que cette omission n'influe pas sur le résultat final, mais elle peut perturber juste le résultat temporaire. C'est d'ailleurs la seule simplification faite dans l'algorithme SIMPLE qui a été corrigée dans les variantes plus évoluées (SIMPLER et SIMPLEC).

Tenant compte des considérations du paragraphe précédent, la vitesse peut être écrite comme suit :

$$u_e = u_e^* + d_e (\hat{p}_p - \hat{p}_E) \quad (2.71)$$

où,  $d_e = \frac{A_e}{a_e}$

En suivant le même raisonnement pour l'obtention de l'expression (2.71), la vitesse de la facette  $w$  est donnée comme suit :

$$u_w = u_w^* + d_w (\hat{p}_W - \hat{p}_P) \quad (2.72)$$

où,  $d_w = \frac{A_w}{a_w}$

Pour un écoulement permanent d'un fluide incompressible, l'équation de continuité dans

le cas monodirectionnel peut être discrétisée comme suit :

$$\frac{du}{dx} = \frac{u_e - u_w}{\Delta x_{we}} = 0 \quad (2.73)$$

En introduisant les expressions (2.71) et (2.72) dans l'équation de continuité (2.73) et après quelques arrangements, on obtient l'équation de correction de la pression qui s'écrit comme suit :

$$a_p \hat{p}_p = a_E \hat{p}_E + a_W \hat{p}_W + b \quad (2.74)$$

où, les paramètres de cette équation sont définis comme suit :

$$a_p = d_e A_e + d_w A_w \quad (2.75)$$

$$a_E = d_e A_e \quad (2.76)$$

$$a_W = d_w A_w \quad (2.77)$$

$$b = A_w u^* + A_e v^* \quad (2.78)$$

Enfin, l'algorithme SIMPLE peut être résumé comme suit :

- 1) Choisir un champ de pression initial  $p^*$ .
- 2) Résoudre les équations de quantité de mouvement pour déduire un champ de vitesse  $u^*$  et  $v^*$ .
- 3) Résoudre l'équation de correction de la pression.
- 4) Corriger les champs de pression et de vitesse.
- 5) Résoudre les autres équations de transports d'autres scalaires du problème, telle que l'équation de  $k$ ,  $\varepsilon$  et la fraction volumique.
- 6) Remplacer l'ancien champ de pression par le nouveau et revenir à l'étape 2.
- 7) Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables.
- 8) Une fois que la convergence est atteinte, passer au pas de temps suivant et refaire les étapes de 1 à 7.

La discrétisation aboutit à un système d'équations algébriques qui est résolu par des méthodes itératives. Dans le cas de ANSYS Fluent, la méthode de Gauss-Seidel est généralement utilisée.

## 2.6 Conclusion

L'écoulement turbulent à surface libre dans les coursiers d'évacuateurs de crues comme tout écoulement turbulent à surface libre, est régi par le système d'équations où les contraintes de Reynolds ( $\overline{u'_i u'_j}$ ) apparaissent comme des inconnues supplémentaires, ce qui confère au système un caractère ouvert. Pour la fermeture de ce système, nous avons opté pour l'utilisation des modèles de turbulences basés sur le concept de la viscosité turbulente. En se basant sur la recherche bibliographique nous avons choisi le modèle  $k - \varepsilon$ .

La détermination de l'interface eau-air est l'un des problèmes majeurs dans l'étude numérique des écoulements à surface libre, plusieurs méthodes ont été développées dans la littérature pour la modélisation de cette interface. Nous avons présenté une synthèse sur les différentes méthodes existantes et celles choisies. Ensuite, nous avons présenté la méthode de résolution utilisée dans le code de calcul ANYS-Fluent qui a été choisie pour les simulations numériques. Enfin, nous avons exposé la méthode des volumes finis qui a été utilisée pour la discrétisation de l'équation générale de transport.

# Chapitre 3 : Méthodes d'optimisation

## 3.1 Introduction

La recherche d'un état de fonctionnement, de production ou de dimensions, dites optimales est parmi les soucis majeurs des ingénieurs dans divers domaines. Nombreux sont les problèmes scientifiques qui peuvent être traités de façon qu'on puisse ajuster et améliorer leurs paramètres pour produire des résultats fiables. L'orientation vers l'optimisation est une solution pour résoudre plusieurs problèmes. En construction hydraulique en particulier, la détermination des dimensions optimales des ouvrages tels que les coursiers en marches d'escalier et les bassins de dissipation d'énergie s'apprête bien à cet orientation. Dans la littérature, l'optimisation est définie comme un outil pour la sélection des meilleures solutions nommées optimales. Elle consiste à résoudre des problèmes d'optimisations qui sont souvent présentés par une ou plusieurs fonctions objectifs et un ensemble de contraintes. Elle consiste donc à trouver une solution qui satisfait les contraintes et qui minimise (ou maximise) la fonction objectif.

## 3.2 Problèmes d'optimisation mono-objectifs

D'une manière générale, les problèmes d'optimisation sont connus comme la recherche d'un minimum ou d'un maximum présentant la solution optimale cherchée. Dans certains cas, les variables d'un tel processus d'optimisation sont contraintes à évoluer dans l'espace de recherche. Il s'agit ainsi d'un problème d'optimisation sous contraintes. Mathématiquement, dans le cas de minimisation, un problème d'optimisation mono-objectif est défini

comme suit :

$$\begin{aligned} & h_i(x) = 0 \quad i = 1, \dots, m \\ \text{Minimiser } f(x) \text{ sous les contraintes } & g_j(x) \leq 0 \quad j = 1, \dots, k \\ & x_L \leq x \leq x_U \end{aligned} \quad (3.1)$$

avec  $x \in R$  le vecteur des variables de décision,  $f$  la fonction objectif,  $h_i$  la contrainte d'égalité,  $g_j$  la contraintes d'inégalité,  $x_L$  et  $x_U$  sont respectivement les bornes inférieure et supérieure du domaine de recherche des variables.

Il est possible de passer d'un problème de maximisation à un problème de minimisation en considérant l'équivalence suivante (Barichard, 2003) :

$$\text{maximiser } f(\vec{x}) \iff \text{minimiser } [-f(\vec{x})]$$

Selon Ameur (2016), on distingue plusieurs critères pour classifier les problèmes d'optimisation :

- Selon la nature des variables, on trouve des problèmes combinatoires ou à variables continues ;
- Selon l'existence des contraintes, on trouve des problèmes avec ou sans contraintes ;
- Selon le nombre des objectifs, on trouve des problèmes à un ou plusieurs objectif(s) ;
- Selon la nature du modèle mathématique par lequel le problème est traduit, on trouve un problème linéaire ou non linéaire.

La manière la plus ancienne pour résoudre les problèmes d'optimisation est l'utilisation de la méthode par essai/erreur (Berro, 2001). Ces actions sont corrigées par le décideur en fonction du résultat obtenu jusqu'à aboutir à une solution satisfaisante. L'utilisation de cette méthode n'assure jamais l'obtention d'une solution optimale. En effet, il est nécessaire de trouver des indices sur la région où se trouve la solution recherchée (Ameur, 2016).

Dans le but de guider la recherche d'une solution optimale, deux grandes familles de méthodes d'optimisation sont apparues : les méthodes déterministes qui sont basées sur l'aptitude d'exploiter les résultats déjà obtenus pour reproduire d'autres et de faire converger l'algorithme de recherche, et les méthodes probabilistes ou stochastiques qui sont basées sur l'aptitude d'explorer efficacement l'espace d'état afin de trouver un optimum global de la fonction.

### 3.2.1 Les méthodes déterministes

Dans cette famille de méthodes, le décideur cherche à trouver une solution satisfaisante en un temps relativement réduit sans qu'il s'intéresse à la précision de la solution (Ameur, 2016). Ces méthodes nécessitent une étape de discrétisation de l'espace de recherche. La fonction à optimiser est évaluée en chacun des points de discrétisation.

La plupart des algorithmes basés sur la méthode déterministes démarrent la recherche à partir d'une solution initiale admissible. Ils génèrent à chaque itération une nouvelle solution dans le voisinage de la solution courante, si cette solution est meilleure, elle devient la solution courante. Suivant cette procédure la recherche se termine lorsqu'il n'y a pas d'amélioration, alors la solution courante est déclarée optimale (Ameur, 2016).

Il existe de nombreuses méthodes déterministes. Les méthodes locales qui assurent la convergence vers l'optimum de la fonction le plus proche de la solution courante en explorant son voisinage, et les méthodes globales qui assurent la convergence vers l'optimum global de la fonction.

#### 3.2.1.1 Les méthodes de gradient

Ce sont des méthodes simples et pratiques permettant de résoudre les problèmes d'optimisation non linéaires (Minoux, 1983). Elles se basent sur la connaissance de la dérivée de la fonction à minimiser. L'algorithme des méthodes de gradient est itératif et procède donc par améliorations successives. A partir d'un point courant  $x_0$ , un déplacement est effectué dans la direction opposée au gradient de manière à faire décroître la fonction. Cette procédure est répétée et engendre les points  $x_0, x_1, \dots, x_k$ . Ainsi, pas à pas, la distance entre le point d'indice  $k$  et l'optimum diminue (Ameur, 2016). La convergence de cette méthode dépendant du choix du pas de déplacement et du choix du point de départ.

#### 3.2.1.2 La méthode Multistart

La méthode multistart consiste à faire des recherches multiples de minimas locaux en partant de différents points initiaux (Berro, 2001). Ces points sont généralement choisis parmi les éléments d'un maillage uniforme de l'espace de recherche. Le choix du maillage de l'espace d'état doit être suffisamment précis pour être efficace, sinon la convergence vers l'optimum ne peut être garantie. Si le maillage est trop grand, la probabilité de trouver l'optimum global sera faible car certaines vallées ne seront pas traitées. Si le maillage est trop petit, la recherche globale sera inefficace car plusieurs points vont être présents dans

la même vallée et convergeront donc vers le même optimum (Ameur, 2016).

### 3.2.1.3 La méthode Nelder-Mead

Elle est connue aussi sous le nom de la méthode simplexe. L'hypothèse de dérivabilité qui est la base des deux méthodes présentées ci-dessus peut les rendre inaptés à traiter beaucoup de problèmes réels (Ameur, 2016). La méthode de Nelder-Mead est basée uniquement sur l'évaluation de la fonction-objectif sans faire recours au calcul de gradient. Elle recherche la solution optimale à travers la construction d'un simplexe (Berro, 2001).

On appelle simplexe d'une fonction à minimiser  $f$  tout ensemble  $(x_0, x_1, \dots, x_n)$  de points de  $\mathbb{R}$  tel que  $f(x_0) \geq f(x_i)$  quelque soit  $i \in [1, n]$ .  $x_0$  est donc le meilleur élément. L'algorithme de Nelder-Mead applique des calculs de réflexions, expansions et contractions en modifiant le simplexe construit initialement jusqu'à la validation d'un critère d'arrêt.

### 3.2.1.4 L'algorithme de séparation-évaluation (Branch and bound)

Cette méthode consiste à discrétiser l'espace d'état en sous domaines de plus en plus restreints afin d'isoler l'optimum global (Berro, 2001). C'est une méthode arborescente qui consiste à réduire par des découpages l'ensemble des solutions qui ne génèrent pas de meilleures solutions.

La procédure de séparation et d'évaluation se base sur les éléments suivants (Roy, 1969) :

- La séparation qui consiste à décomposer l'espace d'état en plusieurs sous-ensembles généralement disjoints. Pour que la séparation soit valide il est nécessaire que l'union de ces sous-ensembles couvre toutes les solutions possibles de l'ensemble. Le principe de la séparation est récursif, conduisant ainsi à un arbre de recherche dont chaque nœud représente une partie de l'espace d'état ;
- L'évaluation d'un sous-ensemble consiste à évaluer la valeur optimale de sa fonction objectif. Plus précisément elle consiste à l'évaluation de chaque nœud pour déterminer une borne supérieure si la fonction objectif est à maximiser et une borne inférieure si elle est à minimiser. L'évaluation permet de réduire l'espace de recherche en éliminant quelques sous-ensembles qui ne contiennent pas la solution optimale et a pour but de déterminer le sous problème qu'on doit séparer.

### 3.2.1.5 La méthode de Tunneling

Cette méthode recherche l'optimum global d'une fonction en effectuant des recherches successives d'optima locaux. Comme le montre la figure 3.1, l'algorithme de cette méthode se décompose en deux phases : une phase de recherche d'un optimum local et une phase dite de tunneling (Rahal, 2009). Dans la première phase, la méthode de gradient est utilisée pour trouver le minimum local  $x^*$  de la fonction objectif  $f(x)$ . La deuxième phase consiste à trouver un point  $x$  dans une autre vallée à l'aide d'une fonction  $T$  de tunneling du type :  $T(x) = f(x) - f(x^*) \leq 0$ . L'inconvénient majeur de cette méthode est l'élaboration de fonction de Tunneling qui constitue une difficulté importante pour la mise en œuvre de cette méthode (Berro, 2001).

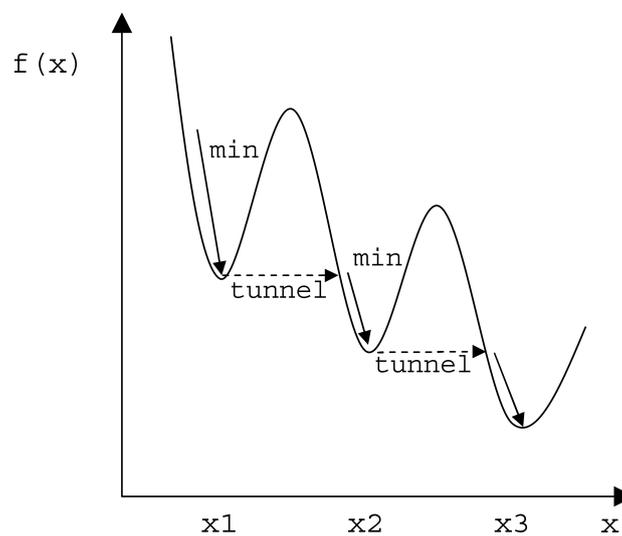


Figure 3.1 : Méthode de Tunneling (Berro, 2001)

### 3.2.2 Les méthodes stochastiques

Ces méthodes sont basées sur la recherche d'un optimum global à l'aide des relations probabilistes. L'aspect probabiliste de ces méthodes offre un outil efficace pour éviter la convergence vers les optima locaux. Ces méthodes sont caractérisées par (Berro, 2001) :

- Un processus de création des points dans l'espace d'état qui peut être aléatoire ou pseudo aléatoire. Cette dernière notion est caractérisée par une création aléatoire des points mais qui est conditionnée dans un intervalle de valeurs ;
- Une heuristique qui permet de guider la convergence de l'algorithme.

Ces caractéristiques permettent de résoudre les problèmes avec nombreux optima locaux. Cette famille de méthodes est constituée de plusieurs techniques, on présente dans ce qui suit les méthodes les plus connues.

### **3.2.2.1 Le recuit simulé**

Le recuit simulé est une méthode d'optimisation développée simultanément par Kirkpatrick *et al.* (1983) et Cerny (1985). Elle est fondée sur une analogie avec le processus physique du recuit des matériaux cristallins qui consiste à amener un solide à basse température après l'avoir exposé à une forte température (Berro, 2001). Lors de cette transformation, les particules du matériau sont agitées à cause de la très grande énergie. La perte d'énergie au cours du refroidissement permet, à chaque état transitoire, d'obtenir des matériaux de bonne qualité.

La méthode de recuit simulé recherche l'optimum global à l'aide des déplacements aléatoires liés à une probabilité d'une variable  $T$  représentant la température. A partir d'une position courante, on effectue un déplacement aléatoire. Si ce déplacement conduit à une amélioration de la fonction objectif, la nouvelle position est adoptée. Sinon elle est acceptée avec une probabilité bien déterminée (Ameur, 2016).

### **3.2.2.2 La méthode Tabou**

La méthode de recherche Tabou est une technique de recherche proposée par Glover et Laguna (1998). Cette méthode est semblable à la méthode de recuit simulé, elle fonctionne avec une seule configuration courante qui est actualisée au cours des itérations (El Dor, 2012). A chaque itération, l'algorithme examine le voisinage d'une solution courante et retient le meilleur voisin qui minimise la fonction objectif (Tfaily, 2007). La meilleure solution parmi les voisins est alors enregistrée même si elle est moins bonne que la solution courante. L'acceptation des solutions moins performantes que la solution courante permet d'éviter le piègeage dans les minimums locaux.

Pour éviter de tourner dans un cercle entre plusieurs solutions, l'algorithme interdit le passage par des solutions récemment visitées. Pour cela, la méthode tabou utilise une mémoire dynamique dite liste Tabou qui permet d'enregistrer les informations pertinentes des étapes de recherche précédentes. La durée de cette interdiction dépend d'un paramètre appelé teneur Tabou (Madiouni, 2016). La détermination de ce paramètre dépend de la nature du problème, si sa valeur est faible la méthode risque de se bloquer sur un optimum

local, par contre sa valeur élevée diminuera la capacité de la méthode à exploiter le voisinage de la solution courante (Berro, 2001).

### **3.2.2.3 Les algorithmes évolutionnaires**

Les algorithmes évolutionnaires sont des algorithmes basés sur la théorie de l'évolution et la sélection naturelle, ils ont été proposés à l'origine par Darwin en 1985 pour résoudre plusieurs problèmes d'optimisation (Madiouni, 2016). Le principe fondamental des algorithmes évolutionnaires est d'adapter les individus à leur lieu ou environnement pour survivre et se reproduire en transmettant leurs gènes aux descendants.

Un algorithme évolutionnaire est typiquement composé de trois éléments fondamentaux :

- Une population constituée de plusieurs individus représentant des solutions potentielles (configurations) du problème donné ;
- Un mécanisme d'évaluation des individus permettant de mesurer l'adaptation de l'individu à son environnement ;
- Un mécanisme d'évolution de la population permettant, grâce à des opérateurs prédéfinis, d'éliminer certains individus et d'en créer de nouveaux.

Le mécanisme d'évolution est composé de plusieurs opérateurs tels que la sélection, la mutation et le croisement (El Dor, 2012). La sélection a pour objectif de sélectionner des individus qui vont pouvoir se reproduire pour transmettre leurs caractéristiques à la génération suivante. Le croisement est un opérateur permettant de construire de nouveaux individus enfants à partir des caractéristiques d'individus parents sélectionnés. La mutation effectue alors de légères modifications de certains individus.

On peut distinguer trois grandes classes d'algorithmes évolutionnaires : les algorithmes génétiques (Goldberg, 1989), les stratégies d'évolution (Schwefel, 1981) et la programmation évolutive (Fogel, 2000). Ces méthodes se différencient par leur manière de représenter l'information et par leur façon de faire évoluer la population d'une génération à l'autre.

### **3.2.2.4 Algorithmes d'intelligence en essaim**

L'intelligence en essaim est une modélisation mathématique et informatique des phénomènes biologiques inspirés de l'éthologie (Bonabeau *et al.*, 1999). Il désigne l'apparition de phénomènes cohérents à l'échelle d'une population dont les individus agissent selon des règles simples. Ces algorithmes sont à base de population ou les particules interagissent

et coopèrent les uns avec les autres dans un environnement. Dans cette partie, on s'intéresse plus particulièrement aux algorithmes d'optimisation par essaim particulaire et de colonies de fourmis.

### **A. Les algorithmes à essaim de particules**

Les algorithmes à essaim de particules, en anglais : Particle Swarm Optimisation (PSO) ont été introduits par Kennedy et Eberhart (1995). Ces algorithmes sont inspirés du comportement social des animaux (essaims d'insectes, bancs de poissons ou des nuées d'oiseaux) dans le but de simuler des interactions sociales.

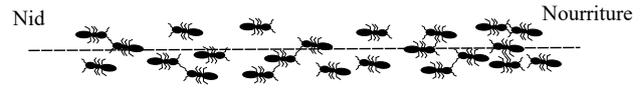
PSO est un algorithme de recherche basé sur la population dans lequel les particules changent de position avec le temps suivant un processus de recherche basé uniquement sur deux mécanismes, la sélection et la reproduction des individus. Ces algorithmes utilisent des opérateurs qui ajustent le déplacement d'une particule dans une direction particulière. Cette direction est une combinaison de trois tendances : la propension à suivre son propre chemin, la tendance à revenir vers sa meilleure position, et la tendance à aller vers la meilleure position trouvée par l'essaim. Le déplacement par groupe, utilisé par la PSO, permet la génération efficace de plusieurs solutions à partir d'une seule itération. Cette caractéristique améliore l'aptitude de ces méthodes pour éviter la convergence vers les optima locaux.

### **B. Les algorithmes de colonies de fourmis**

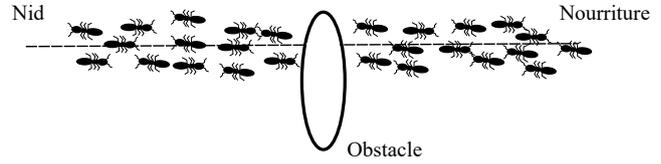
L'optimisation par colonie de fourmis a été proposée par Dorigo *et al.* (1996). Le concept de cet algorithme est inspiré du comportement des fourmis lors de la recherche du plus court chemin reliant la fourmilière à une source de nourriture, en s'adaptant aux éventuels changements de l'environnement.

Comme illustré dans la figure 3.2, le principe de cette algorithme est décrit selon Tfaili (2007) comme suit : tout d'abord les fourmis commencent par se déplacer au hasard, puis, à la découverte de la nourriture, elles retournent vers leur colonie en marquant leur chemin à l'aide d'une substance chimique volatile, appelée phéromone. Si d'autres fourmis rencontrent ce chemin, il y a de fortes chances qu'elles arrêtent leurs déplacements aléatoires et qu'elles rejoignent le chemin marqué en renforçant le marquage à leur retour. Dans le même temps, le chemin le plus court sera davantage parcouru, et donc plus renforcé et plus attractif. Sachant que la phéromone est évaporable, les chemins les plus long sont moins renforcés et finissent par ne plus être attractifs, ce qui par conséquent amène toutes les fourmis à suivre le chemin le plus court.

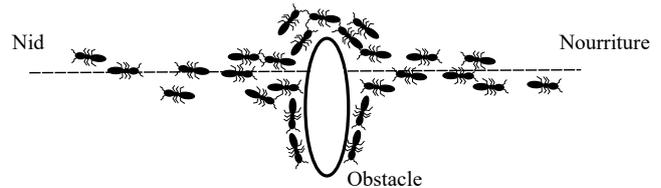
(a) Situation initiale où les fourmis suivent un chemin entre le nid et une source de nourriture.



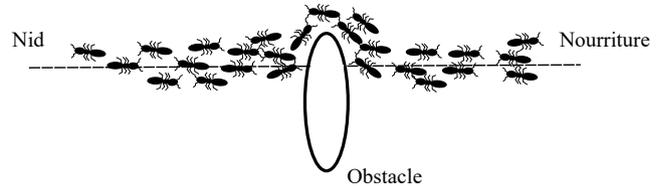
(b) Introduction d'un obstacle sur le chemin où les fourmis choisissent de tourner à gauche ou à droite avec des probabilités égales.



(c) Recherche du chemin optimal, la phéromone est déposée plus rapidement sur le chemin le plus court.



(d) Prédominance du chemin optimale : toutes les fourmis ont choisi le chemin le plus court.



**Figure 3.2 :** Détermination du plus court chemin par une colonie de fourmis (Tfaili, 2007)

### 3.3 Optimisation multi-objectifs

La plupart des problèmes d'optimisation réels sont décrits à l'aide de plusieurs objectifs ou critères souvent contradictoires. Les méthodes d'optimisation sont initialement conçues pour la satisfaction d'un objectif unique. La satisfaction simultanée de plusieurs objectifs constitue alors un défi sérieux à ces méthodes.

Un problème d'optimisation multi-objectifs est un problème où l'on cherche à optimiser plusieurs composantes des vecteurs de la fonction objectif toute en satisfaisant un ensemble de contraintes. La formulation mathématique d'un problème d'optimisation multi-objectifs est donnée dans le cas d'une minimisation comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } f(x) = f_1(x), \dots, f_l(x) \text{ sous les contraintes } & \begin{aligned} & h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, k \\ & x_L \leq x \leq x_U \end{aligned} \end{aligned} \quad (3.2)$$

avec  $x \in R$  le vecteur des variables de décision,  $f_1, \dots, f_l$  l'ensemble des fonctions objectif.

Le reste des variables sont comme définies dans l'équation 3.1.

### 3.3.1 Relations d'ordre et de dominance

Pour un problème d'optimisation à critère simple, les opérateurs logiques "=", "<" et "≤" sont suffisants pour la comparaison des résultats (points et vecteurs). On considère par exemple les deux vecteurs  $u$  et  $v$  de même dimension, on peut écrire (Ameur, 2016) :

$$\begin{aligned} u = v & \quad \text{si } \forall i \in [1, \dots, m], u_i = v_i \\ u \leq v & \quad \text{si } \forall i \in [1, \dots, m], u_i \leq v_i \\ u < v & \quad \text{si } u \leq v \text{ et } u \neq v \end{aligned}$$

Pour les problèmes d'optimisation multi-objectifs, la solution optimale est une multitudes de points. Pour identifier les meilleurs compromis, il est indispensable de définir une relation d'ordre appelée aussi relation de dominance entre les différents points. La relation la plus connue est la dominance au sens de Pareto. A l'aide de cette relation, considérons un cas de minimisation de deux vecteurs  $u$  et  $v$  qui peuvent être classés de la manière suivante :

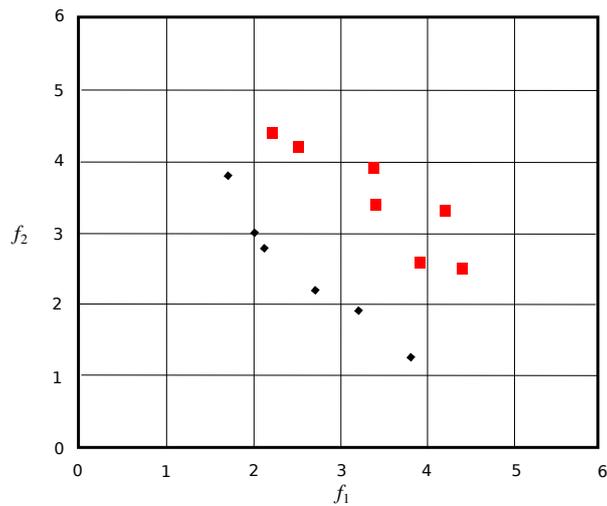
$$\begin{aligned} u \prec v \text{ (} u \text{ domine } v \text{)} & \quad \text{si } \forall i \in [1, \dots, m], u_i < v_i \\ u \preceq v \text{ (} u \text{ domine faiblement } v \text{)} & \quad \text{si } \forall i \in [1, \dots, m], u_i \leq v_i \\ u \sim v \text{ (} u \text{ est équivalent } v \text{)} & \quad \text{si } u \not\prec v \text{ et } v \not\prec u \end{aligned}$$

Pour un problème de maximisation, ces relations sont définies de manière symétrique.

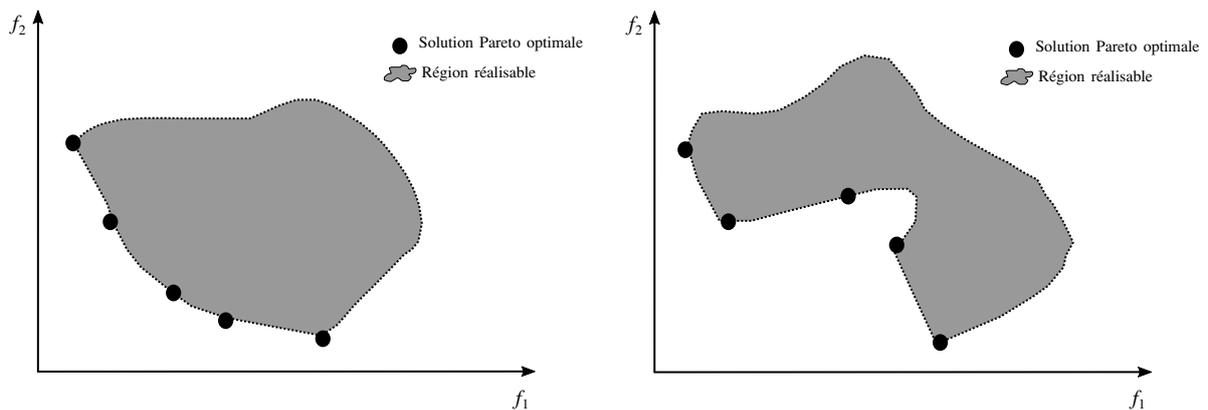
La figure 3.3 illustre le concept de dominance dans le cas d'un problème d'optimisation bi-objectif. Les solutions représentées par les points en couleur noir ne sont pas dominées.

### 3.3.2 Front de Pareto ou surface des compromis

La solution cherchée pour un problème d'optimisation multi-objectifs est un ensemble de points appelé ensemble des meilleurs compromis. Ce dernier appelé aussi surface de compromis ou front Pareto, est composé des points qui ne sont dominés par aucun autre. La structure de ce front peut être convexe ou non-convexe et continue ou discontinue. La figure 3.4 montre un front convexe et un autre non-convexe pour un problème bi-objectifs.



**Figure 3.3 :** Notion de la dominance pour un problème d'optimisation à deux objectifs (Madiouni, 2016).



**Figure 3.4 :** Exemple de front convexe et concave pour un problème bi objectif (Mazière, 2018)

### 3.3.3 Traitement d'un problème d'optimisation multi-objectifs

D'après la définition d'un problème d'optimisation multi-objectifs, la solution n'est pas unique comme dans les problèmes à un objectif mais constituée d'un ensemble de points. En effet, on n'est plus à la recherche d'un unique optimum global, mais plutôt d'une surface de solutions qui offrent un bon compromis entre les différents objectifs. Les méthodes de résolution des problèmes multi-objectifs sont donc des méthodes d'aide à la décision car le choix final sera laissé au décideur.

Pour résoudre les problèmes d'optimisation multi-objectifs, la communauté scientifique a adopté deux types de comportement :

- Ramener le problème multi-objectifs à un problème mono-objectif en utilisant des

pondérations. Dans ce cas le décideur intervient dès le début de la définition du problème en exprimant ses préférences. Alors, la résolution n'offre qu'un seul choix qui risque d'enlever toute signification du problème. On parle ici des méthodes agrégées ;

- Tenter d'apporter des réponses au problème en prenant en considération l'ensemble des fonctions objectifs, ensuite le décideur effectue son choix dans l'ensemble des solutions proposées par la méthode d'optimisation multi-objectifs. On parle alors des méthodes dites Pareto.

### 3.3.3.1 Les méthodes agrégées

Ces méthodes transforment le problème multiobjectif en un problème mono-objectif dans lequel le décideur cherche à minimiser une fonction  $U$  tel que :

$$U = U(f_1, f_2, \dots, f_k) \quad (3.3)$$

Pour ce faire, ces méthodes utilisent le modèle additif ou multiplicatif donné par les deux équations (3.4) et (3.5) respectivement (Berro, 2001).

$$U = \sum_{i=1}^k U_i(f_i) \quad (3.4)$$

$$U = \prod_{i=1}^k U_i(f_i) \quad (3.5)$$

avec  $U_i$  la fonction de mise en échelle du  $i^{\text{ème}}$  critères.

L'approche la plus répandue de cette classe est la méthode de pondération (weighting method) dans laquelle le décideur répartie son importance sur les objectifs considérés. Il attribue à chaque objectif un coefficient de pondération qui transforme le problème multiobjectif en un autre mono-objectif de la forme :

$$\min \sum_{i=1}^k w_i f_i(x) \quad \text{avec } w_i \geq 0 \quad (3.6)$$

où  $w_i$  représente le poids affecté à la fonction objectif  $f_i$ , et  $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ .

La résolution d'un problème pour un vecteur de poids fixe ne permet de calculer qu'une seule solution Pareto optimale. Pour obtenir un ensemble contenant un grand nombre de solutions Pareto optimales, il faut résoudre plusieurs fois le problème en changeant à

chaque fois le vecteur poids (Barichard, 2003).

Cette méthode est simple à mettre en œuvre et elle est d'une grande efficacité. Mais la difficulté majeure de cette approche est liée aux préférences du décideur qui doivent être basées à priori sur des informations liées à la nature du problème.

A noter qu'il existe d'autres méthodes d'optimisation agrégée dans la littérature, Barichard (2003) constitue une bonne référence pour beaucoup plus de détails.

### **3.3.3.2 Les méthodes Pareto**

Cette approche a été initialement proposée par Goldberg (1989) pour optimiser les problèmes multi-objectifs en assurant un traitement équitable de chaque critère. Les approches Pareto utilisent directement les concepts de dominance de Pareto pour respecter l'intégralité de chaque critère. L'utilisation de cette approche permet de faire converger le processus de recherche vers un ensemble de solutions efficaces. Le choix de la solution finale revient donc à l'utilisateur qui doit choisir parmi l'ensemble fourni la solution qui lui convient le mieux (Talbi, 1999). Ces méthodes se sont avérées être les plus efficaces étant donnée que la majorité des algorithmes utilisent une approche Pareto pour traiter les problèmes multi-objectifs. Elles sont basées sur l'approximation de la surface de Pareto (ou front de Pareto) à l'aide de la relation d'ordre. Le processus de recherche compare les solutions générées afin de sélectionner celles qui ne sont pas dominées par d'autres solutions. Ces solutions forment ensuite le front de Pareto recherché.

### **3.3.3.3 Les méthodes non agrégées et non Pareto**

Dans cette classe, aucun des deux concepts précédents n'est utilisé. En général l'agrégation ou l'utilisation de la dominance de Pareto traite les objectifs simultanément, alors que les méthodes dites non agrégées et non Pareto possèdent un processus de recherche qui traite séparément les objectifs (Berro, 2001). Les algorithmes de cette catégorie considèrent les fonctions objectif indépendamment les unes des autres pendant leur déroulement. Deux groupes de méthodes existent qui sont les méthodes à sélection lexicographique et les méthodes à sélection parallèle.

Dans une approche classique de sélection lexicographique, les fonctions sont optimisées séquentiellement, suivant un ordre défini a priori (Talbi, 1999). Les algorithmes basés sur l'approche à sélection parallèle sélectionne les solutions courantes du front de Pareto suivant chaque objectif et ce indépendamment des autres.

### 3.3.4 Choix de la méthode d'optimisation

D'une manière générale, lors de la résolution d'un problème d'optimisation multi-objectifs le choix d'une solution optimale à posteriori, en disposant d'une bonne approximation de la surface des compromis, est plus approprié que l'obtention de solution à priori sans savoir exactement l'interaction entre les différents objectifs (Türkyilmaz *et al.*, 2020). De plus, l'analyse de l'allure du front de Pareto peut quelque fois aider le décideur à mieux comprendre la nature du problème (Ameur, 2016). Dans la pratique, notamment pour la résolution des problèmes de dimensionnement des ouvrages hydrauliques en particulier le dimensionnement des coursiers en marches d'escalier, il s'agit de prendre la décision finale à partir de l'ensemble des solutions compromis possibles. Par conséquent, les méthodes basées sur la notion de dominance sont les plus favorables car elles permettent l'approximation de cet ensemble en une seule exécution. Parmi les méthodes basées sur cette approche on cite : Multiple Objective Genetic algorithm (MOGA), Non dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA et NSGA II), Pareto Archived Evolution Algorithm (PESA), Multiobjectif Particle Swarm Optimization (MOPSO).

La méthode par essaim particulière pour l'optimisation multi-objectif (MOPSO) a montré qu'elle est plus efficace que d'autres méthodes en termes de temps de résolution et/ou de qualité des solutions obtenues (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006). Cette méthode reste un bon outil pour de nombreux problèmes d'optimisation, en particulier ceux fortement non linéaires, continus ou mixtes. Elle est facile à programmer, robuste et même avec un mauvais choix des paramètres qui dégradent les performances, la solution peut être obtenue.

Il est à noter que la méthode MOPSO est l'extension de la méthode PSO qui a été initialement conçue pour l'optimisation des problèmes mono-objectif. Par conséquent, ces deux méthodes feront l'objet d'une présentation détaillée dans ce qui suit.

## 3.4 Principe général des essaims particuliers (Particle Swarm Optimization)

Cette méthode se base sur la théorie proposée par le sociobiologiste Wilson Edward (Peng, 2019) : *"In theory at least, individual members of the school can profit from the discoveries and previous experience of all other members of the school during the search for food. This advantage can become decisive, outweighing the disadvantages of competition for food items, whenever the resource is unpredictably distributed in patches"*.

Cette théorie implique que les individus apprennent des informations sur leur environnement en se basant sur leurs propres découvertes et celles de la population avoisinante. En observant le comportement social des animaux évoluant en essaim (Groupe d'oiseux, de poissons) en cherchant de la nourriture, on observe des dynamiques de déplacement relativement complexes, alors que chaque individu a une intelligence limitée et une connaissance seulement locale de sa situation dans l'essaim. Pour décider de son propre déplacement, chaque individu utilise donc, non seulement, sa propre position, mais aussi l'information locale sur ses plus proches voisins. Ces règles simples permettent de maintenir la cohésion de l'essaim et la mise en œuvre d'un comportement collectif complexe et adaptatif. L'intelligence globale de l'essaim est donc la conséquence directe des interactions locales entre les différents individus de l'essaim. S'inspirant de ce phénomène, un algorithme intelligent, appelé optimisation par essaims particulaires (Particle Swarm Optimization ou PSO) a été introduit.

La PSO est un algorithme de recherche basé sur la population, proposé par Kennedy et Eberhart (1995) pour l'optimisation. Cette méthode est initialement adoptée pour équilibrer les poids dans les réseaux de neurones (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006). L'algorithme de PSO est relativement simple, il n'adopte qu'un seul opérateur pour créer de nouvelles solutions, contrairement à la plupart des algorithmes évolutifs. La PSO s'est avérée très efficace dans une grande variété d'applications, pouvant produire de très bons résultats à un coût de calcul très faible (Peng, 2019).

### 3.4.1 Formulation mathématique de l'algorithme PSO

Considérant un espace de recherche de dimension  $d$  avec  $n$  particules, chaque  $i^{\text{ème}}$  particule de la population (swarm) est modélisée par son vecteur position  $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{id})$  et par son vecteur vitesse  $V_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{id})$ , avec  $i = 1 \dots n$ . La qualité de la position d'une particule est déterminée par la valeur de la fonction objectif en ce point. Le terme de « vitesse » est ici abusif, car les vecteurs  $V_i$  ne sont pas homogènes à une vitesse. Il serait plus approprié de parler de « direction de déplacement ». Cependant, pour respecter l'analogie avec le monde animal, dans la littérature on préfère utiliser le terme de « vitesse » (El Dor, 2012).

La meilleure position d'une particule  $i$  est notée :

$$P_i^{best} = (P_{i1}^{best}, P_{i2}^{best}, \dots, P_{id}^{best}) \quad ; \quad i = 1, n \quad (3.7)$$

La meilleure position globale de l'essaim, pour chaque dimension  $d$  correspond à la meilleure position enregistrée par toutes les particules dans cette dimension. Cette position globale est notée :

$$G^{best} = (G_1^{best}, G_2^{best}, \dots, G_d^{best}) \quad (3.8)$$

Au départ de l'algorithme, les particules de l'essaim sont initialisées de manière aléatoire dans l'espace de recherche. A chaque itération, chaque particule se déplace en combinant linéairement les trois composantes à savoir, sa vitesse et sa meilleure position actuelle ainsi que la meilleure performance de ses voisins comme illustré dans la figure 3.5. En effet, à l'itération  $t + 1$ , le vecteur vitesse et le vecteur position sont calculés à partir de l'équation suivante :

$$\begin{cases} V_{ij}^{t+1} = W V_{ij}^t + c_1 r_1 (P_{ij}^{best} - X_{ij}^t) + c_2 r_2 (G_d^{best} - X_{ij}^t) \\ X_{ij}^{t+1} = X_{ij}^t + V_{ij}^{t+1} \end{cases} \quad (3.9)$$

avec  $j = 1, 2, \dots, d$  et  $i = 1, 2, \dots, n$ .  $W$  est le poids d'inertie,  $c_1$  et  $c_2$  sont des paramètres constants appelés coefficients d'accélération.  $r_1$  et  $r_2$  sont des valeurs aléatoires variant entre 0 et 1.  $X_{ij}^t$  et  $V_{ij}^t$  sont la position et la vitesse actuelles de la variable  $j$  de la particule  $i$  à l'itération  $t$ .

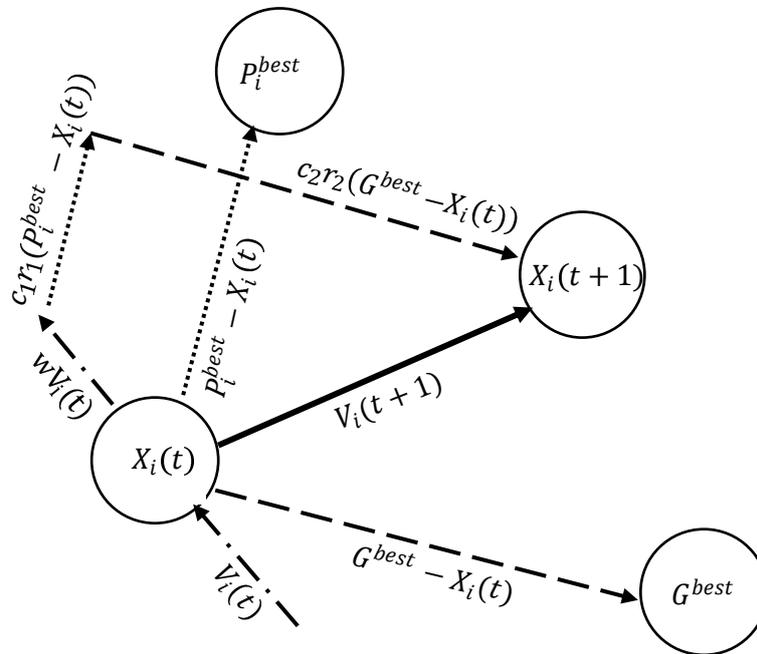


Figure 3.5 : Mouvement d'une particule (Peng, 2019)

### 3.4.2 La mise à jour des particules de l'essaim

Comme déjà mentionné, l'algorithme PSO est à base de population, toutes les particules sont initialisées d'une façon aléatoire dans l'espace de recherche de dimension  $d$ . A chaque itération, les particules se déplacent suivant les équations (3.9) de mouvement. Une fois que le changement des positions a eu lieu, une mise à jour affecte les deux vecteurs  $P^{best}$  (meilleure position donnée par une particule) et  $G^{best}$  (position de la meilleure particule de l'essaim).

Dans ce cas, chaque particule compare l'évaluation de sa position actuelle avec celle de son score personnel  $P^{best}$ . Dans le cas d'une minimisation et dans une version globale de PSO à l'itération  $t + 1$ ,  $P^{best}$  est mis à jour comme suit (Madiouni, 2016) :

$$\vec{P}_i^{best}(t+1) = \begin{cases} \vec{P}_i^{best}(t) & \text{si } f(\vec{x}_i(t+1)) \geq \vec{P}_i^{best}(t) \\ \vec{x}_i(t+1) & \text{si } f(\vec{x}_i(t+1)) \leq \vec{P}_i^{best}(t) \end{cases} \quad (3.10)$$

Ensuite, cette particule devra choisir un nouveau guide (leader). La mise à jour des leaders est liée à la structure de l'essaim car ces derniers sont, généralement, choisis à partir des autres particules de l'essaim. Les particules peuvent être connectées entre elles dans n'importe quel type de la topologie du voisinage. Dans ce qui suit, on représente quelques topologies de voisinage utilisés dans de PSO (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006).

**Essaim déconnecté** : Dans cette topologie, les particules sont isolées. Chaque particule n'est connectée qu'à elle-même, et elle compare sa position actuelle uniquement à sa meilleure position trouvée jusqu'à présent  $P^{best}$ . Dans ce cas,  $c_2 = 0$  dans l'équation (3.9).

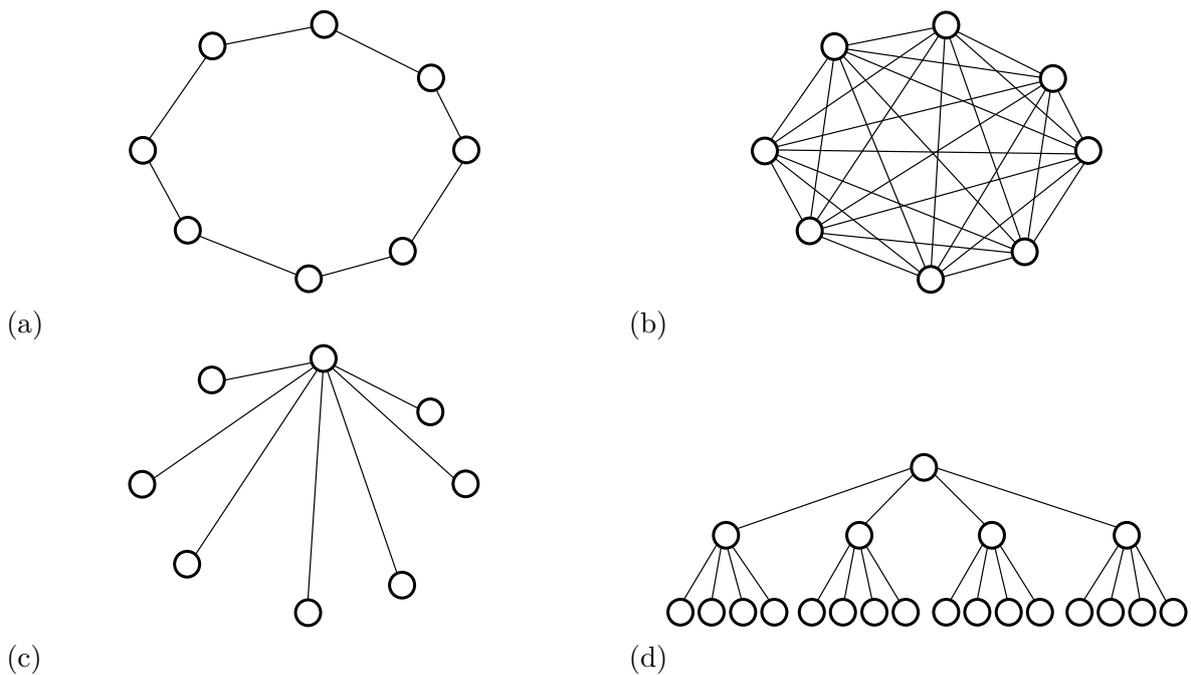
**Essaim localement connecté** : Dans cette topologie, chaque particule est affectée par la meilleure performance de ses voisins immédiats. Les particules sont influencées par la meilleure position au sein de leur voisin  $l^{best}$ , ainsi que leur propre expérience passée  $P^{best}$ . Cette structure est équivalente à une topologie en anneau telle que celle illustrée dans la figure 3.6.a. Dans ce cas,  $leader = l^{best}$ .

**Essaim complètement connecté** : Dans cette topologie tous les membres de l'essaim sont reliés les uns aux autres (figure 3.6.b). Chaque particule utilise son histoire d'expérience en termes de meilleure solution actuelle  $P^{best}$  mais, en outre, la particule utilise la position de la meilleure particule de l'ensemble essaim  $G^{best}$ . Dans ce cas de figure,  $leader = G^{best}$ .

**Essaim en réseau étoile** : Dans cette topologie, une particule dite centrale est connectée

à toutes les autres particules qui sont isolées les unes des autres et toutes les informations doivent être communiquées par la particule centrale (figure 3.6.c). Cette dernière compare les performances de toutes les particules de l'essaim et ajuste sa trajectoire vers la meilleure d'entre elles. Cette performance est finalement communiquée au reste de l'essaim. Ensuite elle transmet la position de la meilleure solution au reste de l'essaim. Cette fois-ci,  $leader = P_{centrale}^{best}$ .

**Essaim en réseau arborescent** : Dans cette topologie comme le montre la figure 3.6.d, toutes les particules sont disposées en arbre et chaque nœud de l'arbre contient exactement une particule. Chaque particule dans cette structure est influencée par sa propre meilleure position ( $P^{best}$ ) et par la meilleure position de la particule qui se trouve directement au-dessus dans l'arbre (parent). Si une particule au niveau d'un nœud enfant a trouvé une solution meilleure que la meilleure solution de la particule au niveau du nœud parent, les deux particules sont échangées. Ainsi, cette topologie offre un voisinage dynamique. Cette structure est également appelée topologie hiérarchique. Dans ce cas,  $leader = P_{parent}^{best}$ .



**Figure 3.6** : Topologies des essaims : (a) Essaim localement connecté, (b) Essaim complètement connecté, (c) Essaim en réseau étoile, (d) Essaim en réseau arborescent (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006).

### 3.4.3 Paramètres de l'algorithme PSO

Le choix de ces paramètres est toujours l'étape la plus délicate et la plus importante pour l'optimisation. Ce choix a une influence sur la robustesse et les performances en convergence de l'algorithme vers les meilleures régions de l'espace de recherche

#### 3.4.3.1 Coefficients de confiance

Les coefficients de confiance cognitif noté  $c_1$  et social désigné  $c_2$  représentent respectivement les tendances de la particule à vouloir suivre sa propre meilleure position ou celle de ses informatrices. Dans la littérature, plusieurs approches ont été proposées pour le choix des coefficients de confiance.

Clerc et Siarry (2009) ont proposée deux formules empiriques pour le choix de ces paramètres. Ces deux formules sont données comme suit :

$$c_1 = c_2 = \frac{(W + 1)^2}{2} \text{ avec } W = 0.72 \quad (3.11)$$

$$c_1 = c_2 = 1.19 \quad (3.12)$$

Selon Van-Den-Bergh (2001), les deux paramètres  $c_1$  et  $c_2$  peuvent être conditionnés comme suit :

$$0 \leq c_1 + c_2 \leq 4 \quad (3.13)$$

#### 3.4.3.2 Coefficient d'inertie

Ce paramètre est introduit pour contrôler l'influence de la vitesse obtenue à l'itération précédente. Un grand facteur d'inertie provoque une grande exploration de l'espace de recherche alors qu'un petit facteur d'inertie concentre la recherche sur un espace restreint. Plusieurs approches ont été proposées pour le choix du coefficient d'inertie. Madiouni (2016) a adopté un facteur d'inertie comme une constante positive dans l'intervalle  $[0.4, 1.2]$ , alors que Chan et Tiwari (2007) ont proposé un facteur de valeur variable qui décroît au cours du temps dans l'intervalle  $[0.4, 0.9]$  suivant la relation :

$$W_{t+1} = W_{max} - \left( \frac{W_{max} - W_{min}}{t_{max}} \right) t \quad (3.14)$$

avec  $t_{max}$  représente le nombre maximum d'itérations de l'algorithme,  $w_{min}$  et  $w_{max}$  désignent respectivement les valeurs minimale et maximale du facteur d'inertie.

### 3.4.4 L'algorithme PSO

Dans cette section, on présente dans l'ordre les différentes étapes d'un algorithme PSO dans le cas de l'optimisation mono-objectif. L'algorithme de cette méthode peut être décrit comme suit :

- 1) Initialisation des coefficients  $c_1$  et  $c_2$ , le coefficient d'inertie  $W$ , la taille de la population qui est normalement définie selon le problème d'optimisation posé ;
- 2) La création de la population initiale aléatoirement, chaque particule dispose d'une position  $x_0$  et une vitesse  $v_0$  ;
- 3) Évaluer toutes les particules de la population dans l'espace de recherche pour pouvoir déterminer les vecteurs des meilleures positions initiales  $P^{best}$  et  $G^{best}$  ;
- 4) Le calcul de la nouvelle vitesse et nouvelle position de chaque particule par l'utilisation de l'équation (3.9)
- 5) Mise à jour des vecteurs  $P^{best}$  et  $G^{best}$  ;
- 6) Si un critère d'arrêt est satisfait alors passer à l'étape suivante, sinon aller à la 3<sup>ème</sup> étape ;
- 7) La position enregistrée dans  $G^{best}$  est la solution optimale.

L'algorithme PSO s'exécute tant qu'un critère de convergence n'a pas été atteint. Le critère d'arrêt est satisfait si Clerc et Siarry (2009) :

- le nombre maximum d'itération défini n'est pas atteint ;
- la variation de la vitesse des particules est proche de zéro ;
- la valeur de l'objectif est satisfaisante vis-à-vis à la relation suivante.

$$\left| f(G_{ij}^{best}(t)) - f(G_{ij}^{best}(t - \alpha)) \right| \leq \epsilon \text{ avec } \alpha \in [1, \Lambda] \quad (3.15)$$

Avec :  $\epsilon$  représente une tolérance et  $\Lambda$  un nombre d'itérations.

## 3.5 Optimisation de l'essaim de particules pour les applications multi-objectifs

Comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, dans l'optimisation multi-objectifs nous cherchons à trouver un ensemble de solutions différentes, c'est-à-dire un ensemble

optimal de Pareto. Afin d'appliquer l'algorithme PSO pour résoudre les problèmes d'optimisations multi-objectifs, il est évident que le schéma d'origine doit être modifié. Compte tenu de la nature de la PSO basée sur la population, il est souhaitable de produire plusieurs solutions différentes et non dominées avec un seul passage. L'algorithme d'optimisation de l'essaim de particules pour les applications multi-objectif est noté MOPSO. Selon Reyes-Sierra et Coello Coello (2006) les principales questions auxquelles il faudra répondre lors de l'extension de la PSO à l'optimisation multi-objectifs sont résumées comme suit :

- 1) Comment sélectionner les particules à utiliser comme leaders pour privilégier les solutions non dominées par rapport à celles dominées ?
- 2) Comment retenir les solutions non dominées trouvées lors du processus de recherche afin de rapporter des solutions non dominées par rapport à toutes les populations passées et pas seulement par rapport à l'actuelle ?
- 3) Comment maintenir la diversité dans l'essaim en vue d'éviter la convergence vers une solution unique ?

### 3.5.1 Leaders en matière d'optimisation multi-objectifs

Le leader que chaque particule utilise pour mettre à jour sa position est complètement déterminé une fois qu'une topologie de voisinage est établie. Cependant, lorsqu'il s'agit d'un problème multi-objectif, chaque particule peut avoir un ensemble de leaders différents parmi lesquels un seul peut être sélectionné afin de mettre à jour sa position. La sélection d'un leader est un élément clé lors de la conception d'une approche MOPSO. L'approche la plus simple consiste à prendre en considération chaque solution non dominée, localement ou globalement, en tant que nouveau leader. Ensuite, un seul leader doit être sélectionné. Pour cette raison, il est très important de déterminer la qualité de chaque leaders en utilisant des mesures de qualité (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006). L'une des méthodes qui peut être utilisée dans ce but est la méthode d'estimateur de densité du voisin le plus proche (Deb, 2001). Cette méthode donne une idée sur la densité des voisins les plus proches d'une particule donnée dans l'espace de la fonctions objectif. Pour obtenir une estimation de la densité des solutions entourant une solution particulière dans la population, nous calculons la distance moyenne de deux points de part et d'autre de ce point le long de chacun des objectifs. Cette quantité sert à l'estimation du périmètre du rectangle formé en utilisant les voisins les plus proches comme sommets.

### 3.5.2 Conserver et diffuser les solutions non nominatives

Les solutions non dominées trouvées le long du processus de recherche doivent être conservées afin de les rapporter à la fin comme solutions du problème. La plupart des algorithmes MOPSO adoptent une archive externe qui conserve des solutions qui ne sont pas dominées par rapport à toutes les populations. Un tel archive ne permettra l'entrée d'une solution que si elle n'est pas dominée par aucune de ses solutions ou elle domine l'une des solutions au sein de l'archive. Dans ce cas, les solutions dominées doivent être supprimées de l'archive. Généralement, trois archives doivent être utilisées lors de la mise en œuvre d'un algorithme MOPSO : une pour stocker les meilleures solutions globales, une pour les meilleures valeurs personnelles et une troisième pour stocker les meilleures locales si elles existent (Ameur, 2016).

### 3.5.3 Promouvoir la diversité tout en créant de nouvelles solutions

Il est bien connu que l'une des caractéristiques les plus importantes de l'algorithme MOPSO est sa convergence rapide qui n'est pas prématurée (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006). La convergence prématurée est une convergence vers un optimum local qui est due à la perte rapide de diversité au sein de l'essaim. Dans un MOPSO, la diversité peut être promue par la sélection des leaders (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006). Cependant, elle peut également être obtenue à travers les deux principaux mécanismes utilisés pour créer de nouvelles solutions, qui sont la mise à jour des positions et l'utilisation d'un opérateur de mutation qui aidera l'algorithme MOPSO à s'échapper des optima locaux.

#### 3.5.3.1 Mise à jour des positions

L'utilisation de différentes topologies de voisinage détermine la rapidité du processus de transfert des informations par l'essaim. Cette topologie détermine également à quelle vitesse la diversité se perd au sein de l'essaim. Puisque dans une topologie entièrement connectée, le transfert d'information est rapide, alors la diversité dans l'essaim est également perdue rapidement. De cette manière, les topologies qui définissent des voisinages plus petits peuvent aussi préserver la diversité dans l'essaim plus longtemps (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006).

D'autre part, la diversité peut également être favorisée à travers le facteur d'inertie  $W$ . Le poids d'inertie influence le compromis entre les capacités d'exploration globale et locale. Une forte valeur d'inertie facilite l'exploration globale, c'est-à-dire recherche de nouvelles

zones, tandis qu'un poids d'inertie plus faible tend à faciliter l'exploration pour affiner la zone de recherche actuelle (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006).

### 3.5.3.2 Utilisation d'un opérateur de mutation (ou de turbulence)

En général, lorsqu'un essaim stagne, c'est-à-dire lorsque les vitesses des particules sont presque nulles, il devient incapable de générer de nouvelles solutions qui pourraient le faire sortir de cet état. Ce comportement peut conduire à ce que l'ensemble de l'essaim soit piégé dans un optimum local dont il devient impossible de s'échapper. Comme le meilleur individu global attire tous les membres de l'essaim, il est possible de libérer ce dernier de son emplacement actuel en faisant muter une seule particule qui devient le nouveau meilleur global. Ce mécanisme offre potentiellement un moyen à la fois d'éviter des optima locaux et d'accélérer la recherche (Reyes-Sierra et Coello Coello, 2006). Lorsqu'une solution est choisie pour être mutée, chaque composant est alors muté (changé au hasard) ou non avec une certaine probabilité.

### 3.5.4 Récapitulatif du principe de l'algorithme MOPSO

Il existe plusieurs versions de MOPSO détaillées dans Reyes-Sierra et Coello Coello (2006). Pour l'optimisation des dimensions de coursier en marches d'escalier et de bassin de dissipation d'énergie, nous avons choisi l'utilisation de l'algorithme proposé par Coello Coello et Lechuga (2002). Cet algorithme peut être synthétisé comme suit :

- 1) Initialisation des paramètres de MOPSO et spécification des limites inférieure et supérieure de chaque variable ;
- 2) Initialisation de l'essaim et de l'archive qui comprend :
  - L'initialisation de la position actuelle de chaque particule de l'essaim de manière aléatoire dans les limites spécifiées et définissez la vitesse à zéro ;
  - L'évaluation de chaque particule de la population ;
  - L'initialisation de l'ensemble des leaders avec des particules non dominées et les stocker dans un archive nommé REP ;
  - La définition des coordonnées de chaque particule en fonction des valeurs de sa fonction objectif en générant des hypercubes de l'espace de recherche exploré jusqu'à présent, et localisez les particules en utilisant ces hypercubes comme système de coordonnées ;

- L'initialisation de la mémoire de chaque particule avec un seul meilleur local pour chaque particule et leur stockage dans un archive. Cette mémoire sert de guide pour se déplacer dans l'espace de recherche.
- 3) Pour chaque particule de l'essaim :
- Déterminez la meilleure position globale ( $G^{best}$ ) pour chaque particule  $i$  de l'archive REP en sélectionnant aléatoirement une particule de l'hypercube ;
  - Mettez à jour la vitesse et la nouvelle position dans les limites spécifiées de chaque particule.
- 4) Mettre à jour l'archive des solutions non dominées par :
- L'évaluation de chaque particule de la population ;
  - La mise à jour du contenu de l'archive REP ainsi que la représentation géographique des particules au sein des hypercubes ;
  - La mise à jour de la mémoire de chaque particule en utilisant la dominance de Pareto.
- 5) Répéter les étapes 3 et 4 jusqu'à ce que le nombre maximum d'itérations soit atteint.

### 3.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un état d'art sur les problèmes d'optimisations mono-objectif où nous avons exposé les deux grandes catégories d'algorithmes d'optimisation, qui sont les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Dans la première catégorie nous avons abordé les méthodes de gradient, la méthode Multistart, la méthode de Nelder-Mead, l'algorithme de Séparation-Évaluation et la méthode de Tunneling. Pour la deuxième catégorie, nous avons cité les plus connues à savoir, la méthode de recuit simulé, la méthode Tabou, les algorithmes évolutionnaires et les algorithmes d'intelligence en essaim. Par la suite nous avons présenté les problèmes d'optimisation multi-objectifs ainsi que les trois approches de résolution, les approches agrégées qui consistent à résoudre le problème mono-objectif équivalent afin d'utiliser les méthodes d'optimisation standards, les approches Pareto qui traitent le problème multi-objectif sous sa forme initiale et l'approche non Pareto et non agrégées. Un intérêt particulier est porté à la méthode d'optimisation à essaim de particules (MOPSO) qui constitue l'objectif principal de la présente thèse, pour cela nous avons présenté le principe de fonctionnement de cette méthode.

# Chapitre 4 : Applications

## 4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats obtenus dans le cadre de ce travail. Il est subdivisé en deux parties principales : la première est dédiée à la simulation des écoulements à surface libre dans les coursiers, et la deuxième fera l'objet de l'optimisation des dimensions du coursier en marches d'escalier et du bassin de dissipation.

Dans la première partie, des cas de validation des modèles numériques sont présentés. Après avoir choisi le modèle de turbulence en se basant sur la recherche bibliographique, une comparaison entre les modèles de traitement des écoulements diphasiques est réalisée et ce en utilisant différentes configurations de coursier. Ensuite une investigation sur l'impact de la variation de nombre de marches sur les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement (dissipation d'énergie et contrainte de cisaillement sur la paroi du fond) est effectuée.

Dans la deuxième partie, une procédure d'optimisation est proposée pour déterminer les dimensions de l'évacuateur de crues pour avoir un taux de dissipation d'énergie maximal et un coût de construction minimal, et ce en considérant indépendamment le coût du coursier et le coût du bassin de tranquillisation.

## 4.2 Modélisation numérique des écoulements à surface libre dans les coursiers d'évacuateurs de crue

### 4.2.1 Validation du modèle numérique

Cette partie est réservée à la validation des modèles numériques pour la simulation des écoulements à surface libre dans les coursiers et ce en utilisant le code de calcul ANSYS-Fluent. En se basant sur la recherche bibliographique, le modèle  $k - \varepsilon$  a été choisi pour la modélisation de la turbulence. Pour fixer le modèle de traitement de l'écoulement diphasique nous avons effectué une comparaison entre le modèle CLSVOF (Coupled Level Set-Volum Of Fluid) et le modèle de mélange (Mixture Model). A cet effet, nous avons simulé un écoulement bidimensionnel, turbulent à surface libre en employant trois géométries différentes extraites de la littérature (figure 4.1). La première est un canal horizontal à rugosité périodique, la deuxième est un coursier lisse à forte pente, et la troisième est un coursier en marches d'escalier à forte pente avec 18 marches de hauteur de 19 mm chacune. Les résultats obtenus dans ce travail ont été comparés aux résultats expérimentaux et numériques existant dans la littérature.

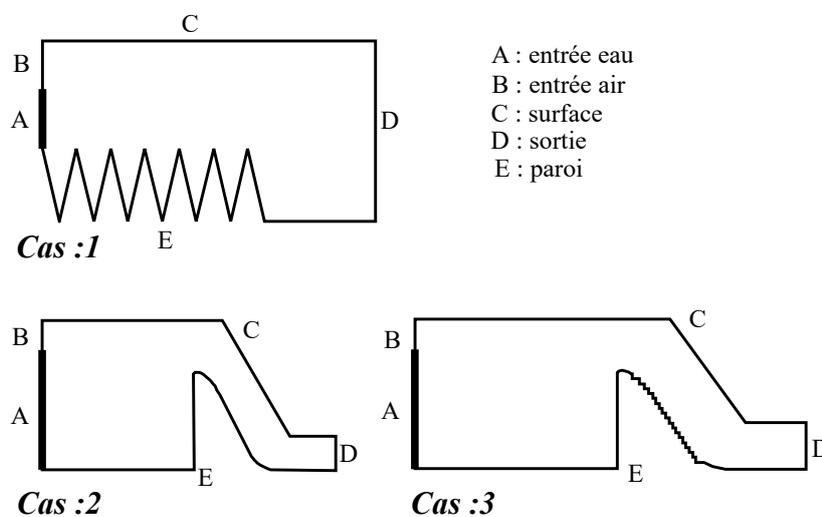


Figure 4.1 : Géométries et conditions aux limites

Comme conditions aux limites, nous avons imposé la condition «Velocity-intlet» à l'entrée de l'eau (la frontière A de la figure 4.1). Nous avons utilisé les valeurs de vitesse d'écoulement 0.3861m/s, 0.1025m/s, 0.1065m/s pour le premier, le deuxième et le troisième cas respectivement. A l'entrée de l'air (la frontière B de la figure 4.1), nous avons imposé une vitesse de 0.001 m/s pour les trois cas. A la sortie et à la surface libre (les frontières C et D de la figure 4.1), nous avons utilisé la condition «Pressur outlet» qui permet d'imposer

une pression atmosphérique. Enfin, la condition «scalable wall function» est utilisée à la paroi (la frontière E de la figure 4.1).

Les profils de la surface libre obtenus par des simulations numériques avec Ansys-Fluent, en utilisant CLSVOF et Mixture, ont été comparés aux résultats expérimentaux de Benmamar (2006) pour le cas d'un canal à marches d'escalier horizontal. Pour le cas d'un coursier lisse et à marches d'escalier à fortes pentes, ces profils ont été comparés aux résultats expérimentaux et numériques de Chatila et Tabbara (2004) et Tabbara *et al.* (2005) obtenus avec Adina-Software basé sur la méthode des éléments finis (figures 4.2, 4.3 et 4.4).

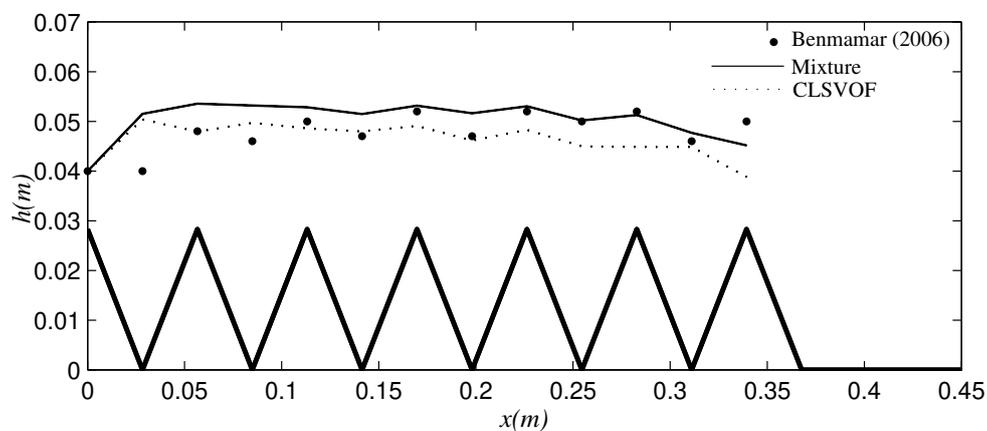


Figure 4.2 : Profils de la surface libre d'un canal à marches d'escalier horizontal

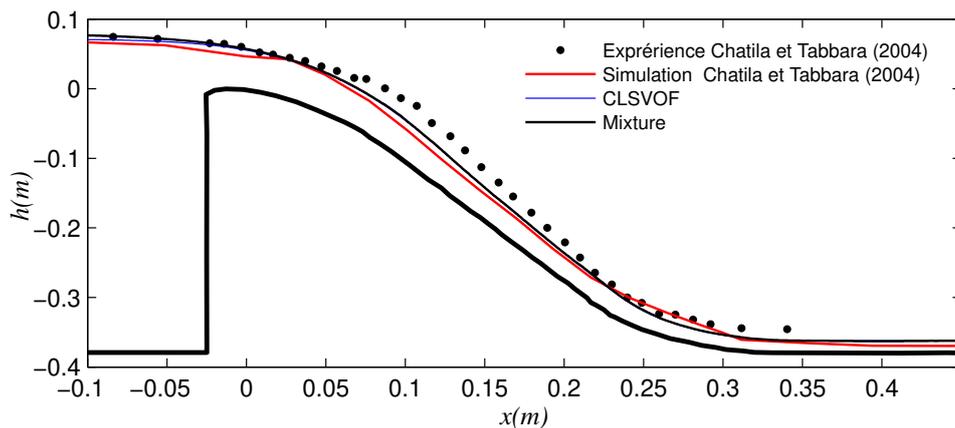


Figure 4.3 : Profils de la surface libre d'un coursier lisse à forte pente

Pour le cas d'un canal horizontal à marches d'escalier (figure 4.2), on remarque qu'au début du canal, le profil obtenu par le modèle CLSVOF est très proche du profil expérimental de

Benmamar (2006). Par contre, à l'aval, c'est le profil obtenu avec le modèle de mélange qui est le plus proche au profil expérimental de Benmamar (2006). Concernant les coursiers à forte pente (lisse et avec marches), d'après les figures (4.3 et 4.4), on remarque que les profils obtenus avec CLSVOF et Mixture sont très proches de ceux trouvés par Chatila et Tabbara (2004) et ceux de Tabbara *et al.* (2005).

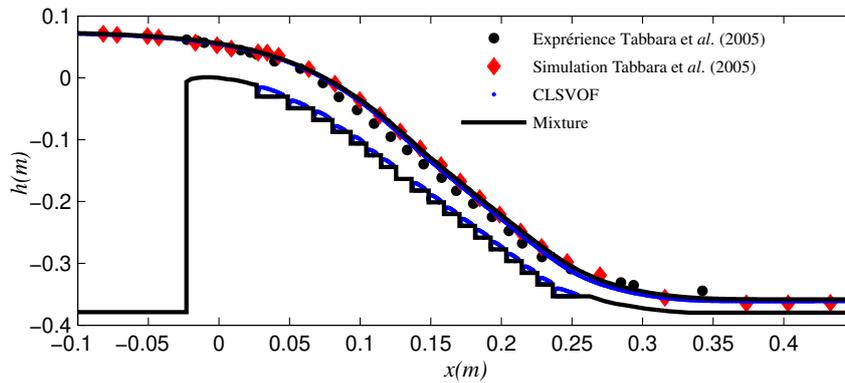


Figure 4.4 : Profils de la surface libre d'un coursier en marches d'escalier à forte pente

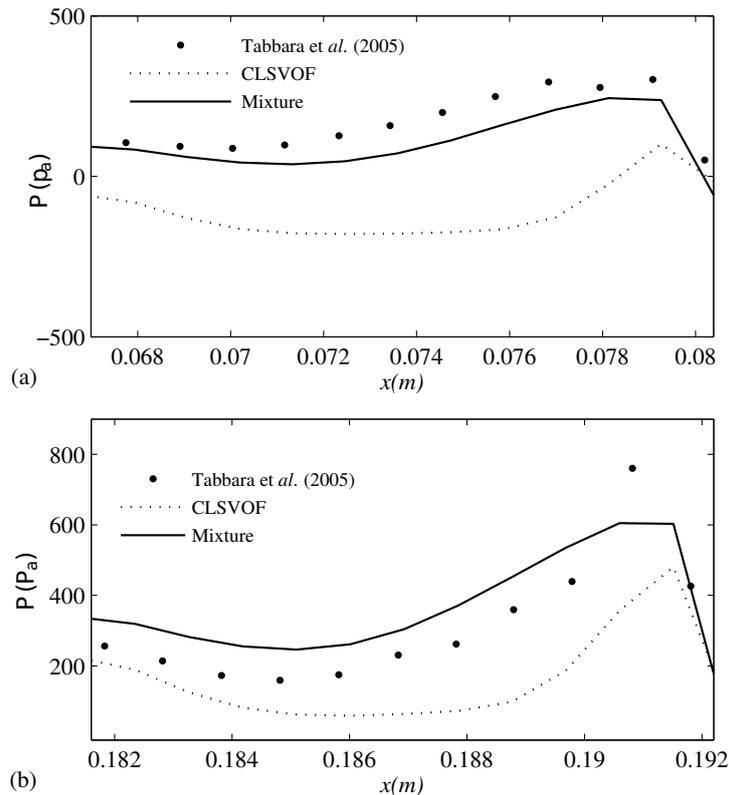


Figure 4.5 : Profils de pression (a) Le long de la 3<sup>ème</sup> marche (b) Le long de la 12<sup>ème</sup> marche

L'utilisation du modèle CLSVOF pour le cas d'un coursier en marches d'escalier à forte

penne permet de visualiser les rouleaux de recirculation aux voisinages des marches (figure 4.4). Ce résultat nous a conduit à évaluer et comparer les pressions au niveau des parois du fond. D'après les figures 4.5.a et 4.5.b qui illustrent les profils de pression le long de la 3<sup>ème</sup> et la 12<sup>ème</sup> marche, on remarque que les profils de pressions obtenus par le modèle de mélange sont très proches des profils numériques obtenus par Tabbara *et al.* (2005) en utilisant Adina-Software. On constate aussi que le modèle CLSVOF donne des pressions négatives au niveau de la paroi (figure 4.5.a).

Cette comparaison montre que les deux modèles permettent de simuler les écoulements à surface libre et donnent des profils de surface libre avec une grande concordance avec les mesures expérimentales extraites de la littérature. En ce qui concerne les profils de pression, le modèle de mélange donne des résultats très proches de ceux issus de la littérature pris comme référence. Pour cette raison, on opte pour le modèle de mélange pour la suite de ce travail.

#### 4.2.2 Effet de la variation du nombre de marches sur les caractéristiques hydrauliques des écoulements dans les coursiers en marches d'escalier

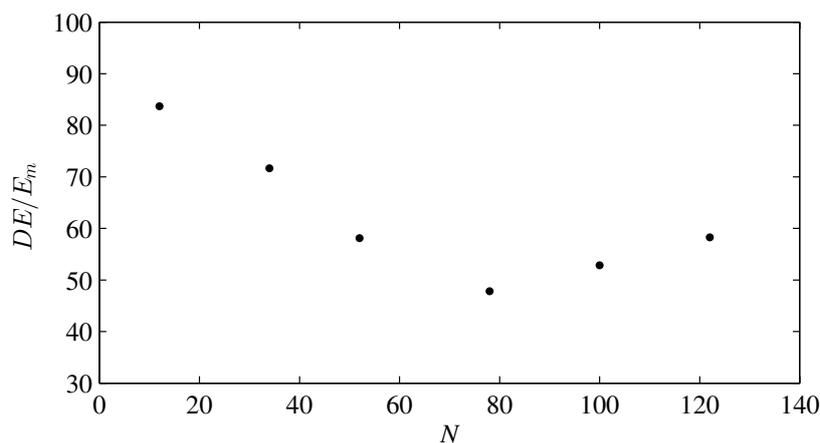
La dissipation d'énergie dans un coursier en marches d'escalier dépend du débit, de l'angle d'inclinaison du coursier, ainsi que du nombre et de la géométrie des marches (Sorensen, 1985). D'après les travaux de Rassaei et Rahbar (2014) qui ont évalué l'effet des différents paramètres à savoir, le nombre, la longueur et la hauteur des marches dans un coursier en marches d'escalier, il s'est avéré que la dissipation d'énergie augmente avec l'augmentation de la hauteur et la longueur des marches, c'est-à-dire, diminution du nombre de marches.

La plupart des travaux réalisés pour déterminer l'effet de la variation du nombre de marches ont été effectués en utilisant des nombres de marches très proches, à titre d'exemple Rassaei et Rahbar (2014) et Jahad *et al.* (2016) ont utilisé des nombres de marches de (5 et 10) et (6 et 10) respectivement. Pour une étude beaucoup plus significative sur l'effet du nombre de marches sur la dissipation d'énergie, nous proposons d'utiliser un nombre de marches entre 12 et 122.

Nous avons utilisé un coursier d'évacuateur de crue étudié expérimentalement par Boes et Hager (2003) avec 2.85m de hauteur, une pente de 30° et un débit d'écoulement de 0.2 m<sup>2</sup>/s. Six cas ont été examinés dans lesquels les nombres des marches sont de 12, 34, 52, 78, 100 et 122, qui correspondent à des hauteurs de marches de 0.2375 m, 0.0838 m, 0.0548 m, 0.0365 m, 0.0285 m et 0.0234 m, respectivement.

D'après la figure 4.6, qui représente la variation du taux de dissipation d'énergie en

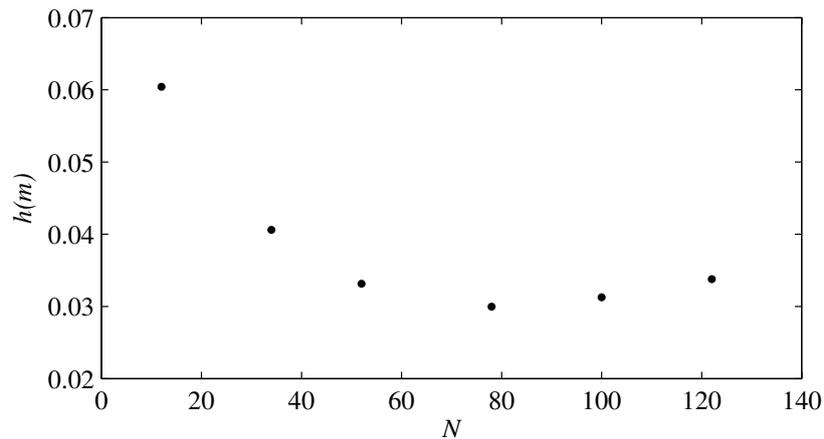
fonction du nombre de marches, on remarque que le taux de dissipation diminue avec l'augmentation du nombre de marches pour atteindre une valeur minimale pour le cas du coursier avec 78 marches. A partir de cette valeur, le taux de dissipation d'énergie augmente légèrement. D'après Rassaei et Rahbar (2014), un petit nombre de marches provoque l'apparition de l'écoulement en nappe qui est caractérisé par une dissipation d'énergie importante, ce qui justifie la diminution de la dissipation d'énergie avec l'augmentation du nombre de marches comme observé dans la figure 4.6. De plus en plus que le nombre de marches augmente, la turbulence de l'écoulement s'amplifie et la longueur de la zone d'écoulement uniforme turbulent s'étale davantage, et le taux de dissipation d'énergie augmente légèrement. Ce résultat confirme la supposition de Chanson (1995) qui a indiqué que dans certains cas d'écoulement extrêmement turbulent dans un coursier en marches d'escalier, la dissipation d'énergie peut être importante. C'est un phénomène qui peut se produire dans le cas des coursiers long avec un écoulement uniforme turbulent.



**Figure 4.6 :** Variation du taux de dissipation d'énergie en fonction du nombre de marches

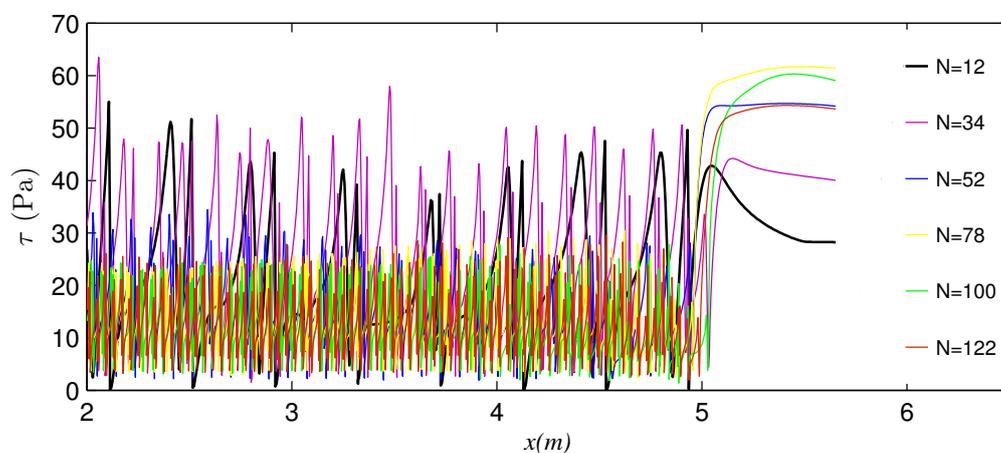
La connaissance de la hauteur d'eau à l'aval, les contraintes au niveau du fond du coursier ainsi que la pression dynamique sont d'une grande importance pour le dimensionnement des coursiers. C'est pourquoi la variation de la hauteur d'eau à l'aval du coursier ainsi que la contrainte agissant au niveau des parois du fond ont été estimées à partir des simulations réalisées pour les six cas étudiés.

D'après la figure 4.7 on remarque que la variation de la hauteur d'eau dans le bassin en fonction du nombre de marches suit la même allure que celle qui représente la variation du taux de dissipation d'énergie. La hauteur d'eau dans le bassin à l'aval diminue avec l'augmentation du nombre de marches jusqu'à avoir une valeur minimale à partir de laquelle elle augmente légèrement.



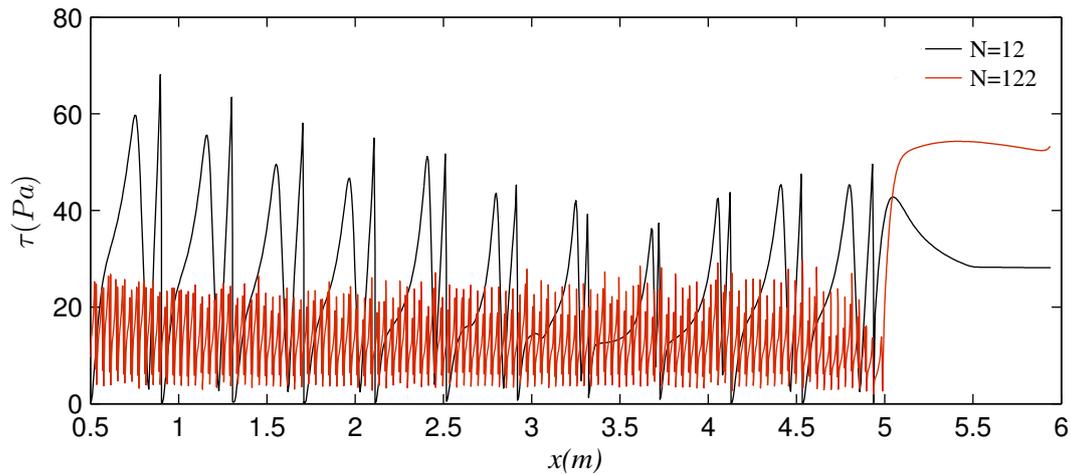
**Figure 4.7 :** Variation de la hauteur d'eau dans le bassin à l'aval du coursier en fonction du nombre de marches

D'après la figure 4.8, qui représente la variation de la contrainte agissant sur le fond du coursier en fonction du nombre de marches, on remarque que l'augmentation du nombre de marches provoque une diminution de la contrainte en moyenne sur la paroi le long du coursier ainsi qu'une augmentation de celle-ci dans le bassin de dissipation à l'aval. Ce constat peut être confirmé par la figure 4.9 qui représente la variation de la contrainte le long de la paroi du fond pour le cas de 12 et 122 marches.

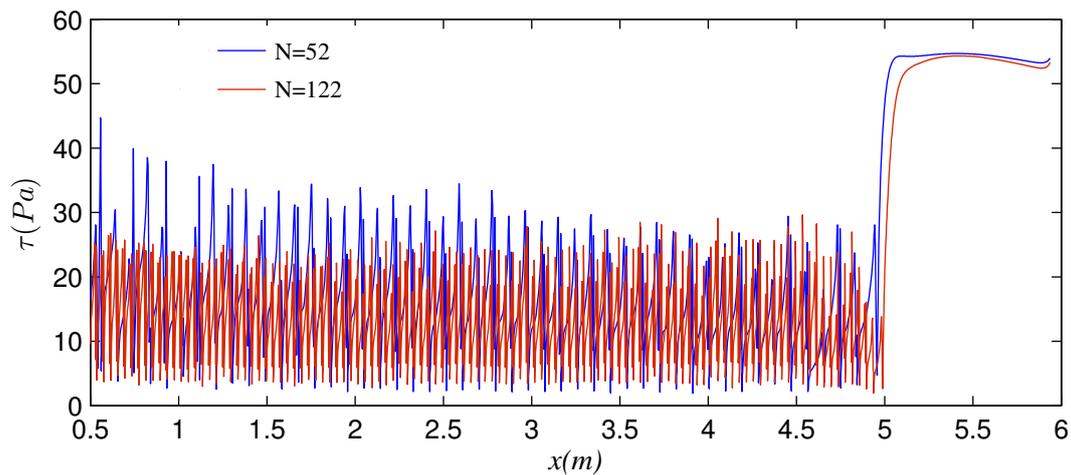


**Figure 4.8 :** Variation de la contrainte agissant au niveau du fond pour les divers cas traités

Les deux cas avec 52 et 122 marches sont caractérisés avec un taux de dissipation d'énergie et une hauteur à l'aval pratiquement identique (58.1% et 58.25% pour le cas de 52 et 122 marches respectivement) (0.0331 m et 0.0337 m pour le cas de 52 et 122 respectivement). Les contraintes obtenues avec 52 marches sont plus importantes qu'avec 122 marches comme le montre la figure 4.10.



**Figure 4.9 :** Variation de la contrainte agissant au niveau du fond pour les coursiers avec 12 et 122 marches

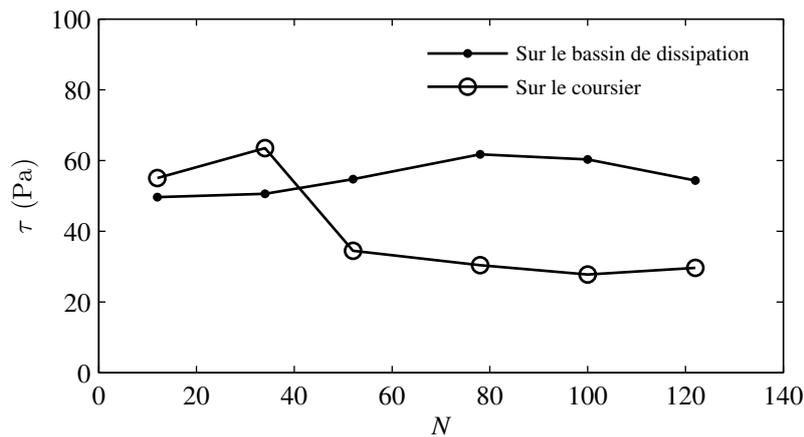


**Figure 4.10 :** Variation de la contrainte agissant au niveau du fond pour les coursiers avec 52 et 122 marches

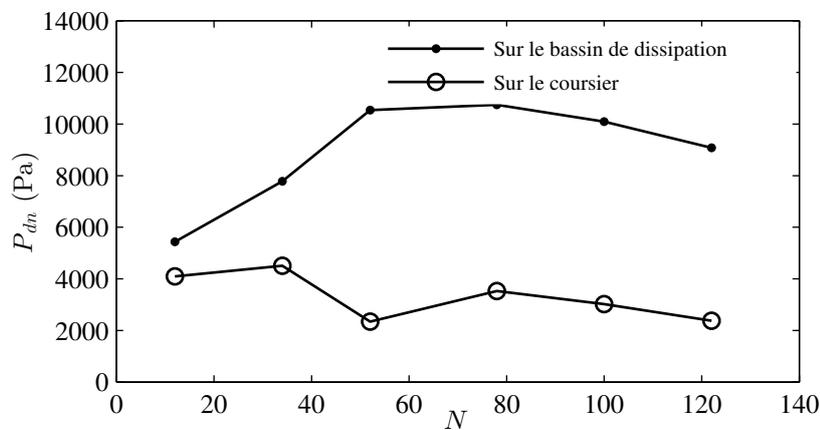
Les contraintes de cisaillement doivent être minimales pour éviter d'abîmer les marches. Pour cela, il faut réaliser des marches qui assurent une zone d'écoulement uniforme turbulent plus long. Cette géométrie assure un taux de dissipation élevé avec une hauteur d'eau à l'aval et une contrainte de cisaillement minimales sur le coursier. Le seul inconvénient de cette géométrie est l'augmentation de la contrainte dans le bassin, pour cela on recommande d'utiliser un bassin avec une forme concave.

En examinant la variation de la contrainte maximale le long du coursier et dans le bassin de dissipation (figure 4.11), on remarque que la contrainte maximale dans le bassin correspond à un taux de dissipation d'énergie minimale obtenu pour le cas de 78 marches.

On constate alors une corrélation entre le taux de dissipation d'énergie et les contraintes de cisaillement sur le bassin de dissipation. Quant à la contrainte le long du coursier, il n'y a aucune corrélation avec la variation du taux de dissipation d'énergie. Ce même constat a été obtenu pour la variation de la pression dynamique pour les différents cas d'étude comme illustré dans la figure 4.12.



**Figure 4.11 :** Variation de la contrainte de cisaillement pour les six cas d'étude



**Figure 4.12 :** Variation de la pression dynamique pour les six cas d'étude

Les résultats obtenus dans cette partie montrent que le choix du nombre de marches influe non seulement sur le taux de dissipation d'énergie, mais aussi sur la hauteur d'eau dans le bassin, sur les contraintes de cisaillement agissant sur le fond du canal ainsi que sur la pression dynamique. Comme il a été montré dans le chapitre 1, en pratique le coût de construction, qui englobe le coût du coursier et le bassin de dissipation, est un paramètre très important pour le choix des dimensions des coursiers en marches d'escalier. Pour déterminer les dimensions optimales du coursier qui satisfont les différents paramètres

cités ci-dessus, il faut passer par la résolution d'un problème d'optimisation à objectifs multiples.

### 4.3 Optimisation des dimensions de coursiers en marches d'escalier et de bassin de dissipation

Dans cette partie une procédure d'optimisation est proposée pour déterminer les dimensions de l'évacuateur de crues pour obtenir un taux de dissipation d'énergie maximal et un coût de construction minimal. A cet effet, nous avons utilisé la méthode d'optimisation MOPSO (Multiobjectif Particle Swarm Optimization).

Dans le but de choisir une meilleure équation pour l'évaluation de l'énergie résiduelle, une comparaison a été réalisée entre les équations 1.2 et 1.3 proposées par Chanson (1994a) et 1.4 et 1.5 proposées par Boes et Hager (2003). Le taux d'énergie résiduelle obtenu en appliquant ces équations a été confronté aux résultats expérimentaux tirés de Salmasi et Özger (2014). Il est à noter que nous avons sélectionné 77 cas dans lesquelles le régime est turbulent. Les données expérimentales de Salmasi et Özger (2014) ainsi que les valeurs de l'énergie résiduelle observée par Salmasi et Özger (2014) et estimée en appliquant ces deux équations sont représentées dans le tableau 4.1. Dans ce dernier, BH et CH représentent respectivement les résultats obtenus en appliquant les équations de Boes et Hager (2003) et Chanson (1994a).

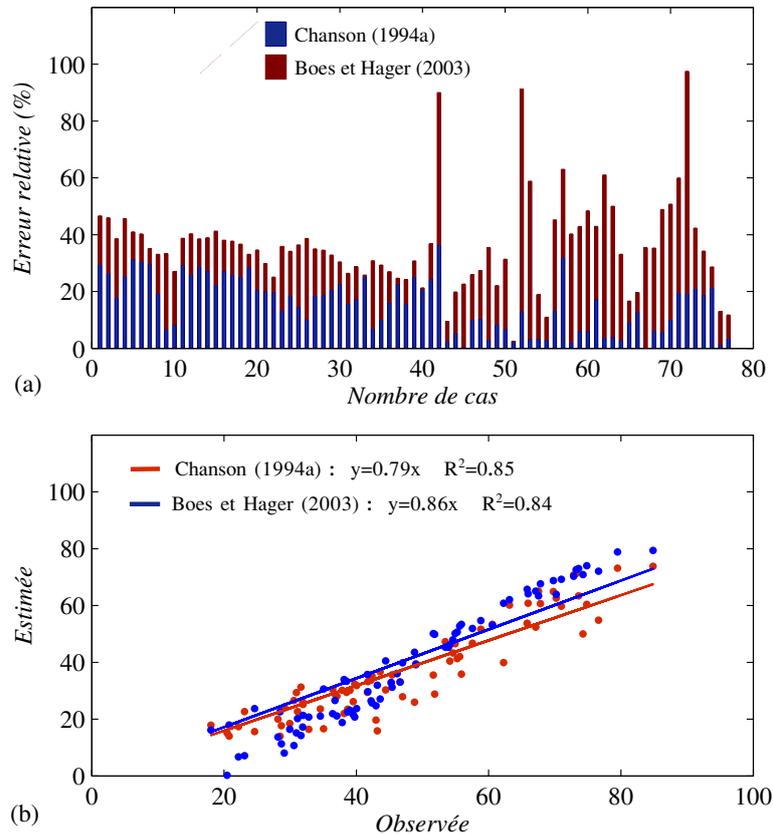
**Tableau 4.1 :** Comparaison des résultats de l'énergie résiduelle obtenue en utilisant les équations de Chanson (1994a) et Boes et Hager (2003) avec les résultats expérimentaux de Salmasi et Özger (2014)

Cas	$b$ (m)	$N$	$h_s$ (m)	$l$ (m)	$\alpha$ (degré)	$F_r$	$h_c/h_s$	$q^2/gH_{dam}^3$	Observé (%)	BH (%)	CH (%)
1	0.5	10	0.0850	0.0850	45	4.807	1.231	0.001111	39.51	21.62	26.20
2	0.5	10	0.0850	0.0850	45	4.979	1.145	0.000896	38.69	22.51	23.54
3	0.5	10	0.0850	0.0850	45	5.283	0.878	0.000404	32.81	20.76	16.44
4	0.5	15	0.0550	0.0550	45	5.346	1.956	0.001271	46.60	33.03	33.15
5	0.5	15	0.0550	0.0550	45	4.820	1.875	0.001121	39.74	20.72	32.31
6	0.5	15	0.0550	0.0550	45	4.810	1.779	0.000956	37.86	18.78	30.14
7	0.5	15	0.0550	0.0550	45	4.417	1.477	0.000547	29.11	8.06	24.22
8	0.5	15	0.0550	0.0550	45	5.166	1.242	0.000326	29.94	16.41	18.45
9	0.5	15	0.0550	0.0550	45	6.336	1.124	0.000241	35.04	30.62	16.64
10	0.5	15	0.0550	0.0550	45	5.883	0.991	0.000165	28.48	22.57	13.96
11	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.158	2.548	0.001169	43.59	27.08	36.68
12	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.391	2.513	0.001122	45.42	31.20	35.59
13	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.155	2.467	0.001061	42.35	25.70	35.20
14	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.249	2.399	0.000976	42.23	26.42	33.76
15	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.615	2.365	0.000935	45.25	32.94	32.67
16	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.199	2.286	0.000844	40.03	23.69	31.81
17	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.239	2.198	0.000750	39.04	23.11	30.15

**Tableau 4.1** : Comparaison des résultats de l'énergie résiduelle obtenue en utilisant les équations de Chanson (1994a) et Boes et Hager (2003) avec les résultats expérimentaux de Salmasi et Özger (2014) (suite et fin)

Cas	$b$ (m)	$N$	$h_s$ (m)	$l$ (m)	$\alpha$ (degré)	$F_r$	$h_c/h_s$	$q^2/gH_{dam}^3$	Observé (%)	BH (%)	CH (%)
18	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.225	2.079	0.000635	37.04	21.12	28.08
19	0.5	20	0.0430	0.0430	45	4.674	1.941	0.000517	30.55	10.70	26.58
20	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.427	1.828	0.000431	34.57	21.03	23.57
21	0.5	20	0.0430	0.0430	45	5.084	1.589	0.000284	28.16	13.67	19.98
22	0.5	20	0.0430	0.0430	45	4.573	1.402	0.000195	22.18	6.70	17.36
23	0.5	35	0.0246	0.0246	45	6.275	4.484	0.001343	57.56	51.89	46.72
24	0.5	35	0.0246	0.0246	45	6.045	4.383	0.001253	53.90	45.31	45.41
25	0.5	35	0.0246	0.0246	45	6.271	4.222	0.001120	54.60	47.92	43.32
26	0.5	35	0.0246	0.0246	45	6.526	4.043	0.000984	55.25	50.65	41.27
27	0.5	35	0.0246	0.0246	45	6.087	3.887	0.000874	48.99	39.46	39.09
28	0.5	35	0.0246	0.0246	45	6.078	3.639	0.000718	46.14	36.04	36.04
29	0.5	35	0.0246	0.0246	45	5.884	3.398	0.000584	41.73	29.69	33.21
30	0.5	35	0.0246	0.0246	45	5.571	3.144	0.000463	36.43	21.95	30.48
31	0.5	35	0.0246	0.0246	45	5.805	2.499	0.000232	31.10	20.23	22.67
32	0.5	50	0.0172	0.0172	45	6.271	6.038	0.001040	53.44	45.36	47.23
33	0.5	50	0.0172	0.0172	45	5.267	4.245	0.000361	31.61	14.25	31.30
34	0.5	50	0.0172	0.0172	45	7.034	4.174	0.000344	44.44	40.52	30.31
35	0.5	50	0.0172	0.0172	45	6.770	4.098	0.000325	41.67	35.70	29.40
36	0.5	50	0.0172	0.0172	45	6.202	4.027	0.000309	36.78	26.57	28.82
37	0.5	50	0.0172	0.0172	45	5.410	4.000	0.000302	30.94	15.19	29.36
38	0.5	50	0.0172	0.0172	45	6.013	3.596	0.000220	31.93	21.33	25.17
39	0.5	50	0.0172	0.0172	45	4.282	3.437	0.000192	20.47	0.21	15.19
40	0.5	50	0.0172	0.0172	45	4.910	3.301	0.000170	23.11	7.13	22.68
41	0.5	50	0.0172	0.0172	45	6.503	2.884	0.000113	28.67	11.28	17.66
42	0.25	15	0.0200	0.0746	15	3.484	7.144	0.104340	84.86	79.35	73.81
43	0.25	15	0.0200	0.0746	15	3.510	5.552	0.048963	73.23	72.62	71.26
44	0.25	15	0.0200	0.0746	15	3.676	4.416	0.024638	65.96	64.09	60.82
45	0.25	15	0.0200	0.0746	15	3.787	4.387	0.024160	67.82	67.65	60.68
46	0.25	15	0.0200	0.0746	15	3.682	3.750	0.015085	58.82	54.70	51.61
47	0.25	15	0.0200	0.0746	15	3.705	3.388	0.011127	54.93	50.21	46.52
48	0.25	15	0.0200	0.0746	15	4.225	2.592	0.004981	51.63	50.12	35.50
49	0.25	15	0.0200	0.0746	15	3.662	2.192	0.003016	38.51	33.34	29.41
50	0.25	15	0.0200	0.0746	15	4.369	1.716	0.001447	38.15	33.91	21.97
51	0.25	15	0.0200	0.0746	15	2.512	1.382	0.000756	18.02	16.12	17.87
52	0.25	30	0.0100	0.0373	15	3.337	12.850	0.067132	74.26	70.88	49.98
53	0.25	30	0.0100	0.0373	15	3.548	11.750	0.051369	74.83	73.99	60.41
54	0.25	30	0.0100	0.0373	15	3.763	9.622	0.028150	69.77	68.76	64.92
55	0.25	30	0.0100	0.0373	15	3.982	7.663	0.014220	63.16	62.04	60.16
56	0.25	30	0.0100	0.0373	15	4.906	3.900	0.001874	46.97	39.84	27.88
57	0.25	30	0.0100	0.0373	15	5.151	3.227	0.001062	42.97	24.70	19.67
58	0.25	5	0.0610	0.2277	15	3.287	2.189	0.069367	73.61	73.02	63.37
59	0.25	5	0.0610	0.2277	15	3.289	2.064	0.058102	70.99	69.20	59.70
60	0.25	5	0.0610	0.2277	15	3.397	1.798	0.038402	67.11	65.05	52.37
61	0.25	5	0.0610	0.2277	15	3.232	1.418	0.018834	54.13	46.15	40.40
62	0.25	5	0.0610	0.2277	15	3.798	1.360	0.016632	62.27	60.78	39.89
63	0.25	5	0.0610	0.2277	15	3.971	0.998	0.006582	51.83	49.88	28.82
64	0.25	10	0.0300	0.1120	15	3.244	5.008	0.108685	79.48	78.87	73.12
65	0.25	10	0.0300	0.1120	15	3.277	4.263	0.067043	72.87	70.31	70.72
66	0.25	10	0.0300	0.1120	15	3.349	3.655	0.042257	67.54	63.38	65.06
67	0.25	10	0.0300	0.1120	15	3.740	2.964	0.022532	65.82	65.74	53.78
68	0.25	10	0.0300	0.1120	15	3.742	2.349	0.011221	55.63	52.75	42.04
69	0.25	10	0.0300	0.1120	15	4.156	2.030	0.007243	55.90	53.37	35.85
70	0.25	10	0.0300	0.1120	15	4.420	1.568	0.003338	48.81	43.56	25.98
71	0.25	10	0.0300	0.1120	15	4.907	1.172	0.001392	43.18	31.95	15.86
72	0.25	15	0.0190	0.0407	25	3.692	6.333	0.047045	76.61	72.07	54.81
73	0.25	15	0.0190	0.0407	25	3.928	5.032	0.023607	70.20	63.90	62.56
74	0.25	15	0.0190	0.0407	25	4.290	3.594	0.008597	60.55	53.11	53.36
75	0.25	15	0.0190	0.0407	25	3.822	1.916	0.001304	31.88	17.21	26.04
76	0.25	15	0.0190	0.0407	25	4.321	1.225	0.000340	24.62	23.72	15.65
77	0.25	15	0.0190	0.0407	25	3.956	1.132	0.000269	20.76	17.95	14.06

Pour bien analyser les résultats de ce tableau, la variation de l'erreur relative en utilisant les équations analytiques en fonction du nombre de cas ainsi que la variation du taux de l'énergie résiduelle estimée en fonction de celle observée par Salmasi et Özger (2014) ont été représentées dans les figure 4.13.a et 4.13.b, respectivement.



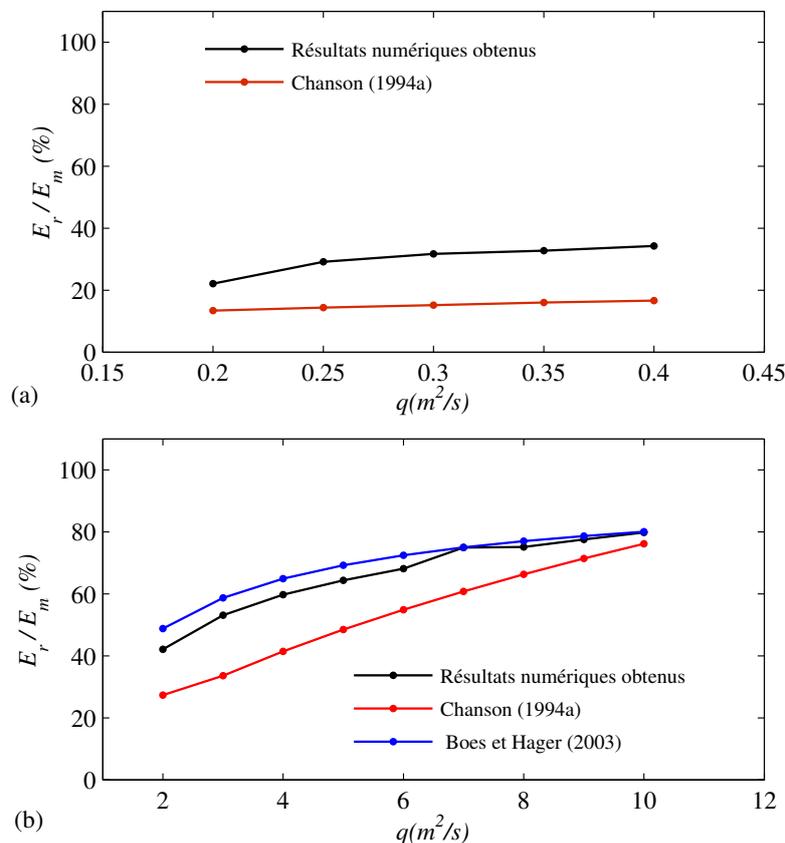
**Figure 4.13 :** Comparaison entre l'énergie résiduelle estimée en utilisant les équations de Chanson (1994a) et Boes et Hager (2003) et mesurée par Salmasi et Özger (2014)

D'après ces figures, les équations de Boes et Hager (2003) peuvent prédire la dissipation d'énergie avec plus de précision. Ceci est justifié par la figure 4.13.a qui montre que les erreurs relatives obtenues par l'utilisation des équations de ces auteurs sont plus petites que celles obtenues par l'utilisation de l'équation de Chanson (1994a). Ce constat peut être appuyé par la comparaison de l'ajustement linéaire des résultats du taux d'énergie résiduelle observée et estimée. Les expressions de ces lignes d'ajustement avec leurs coefficients de corrélation sont représentés dans la figure 4.13.b.

Pour plus de détails de comparaison et pour une meilleure validation, on s'oriente vers la simulation numérique. Pour cela, quatorze modèles numériques ont été implémentés dans ANSYS Fluent. Neuf modèles correspondent au régime d'écoulement extrêmement

turbulent et cinq autres au régime d'écoulement en nappe. Nous avons utilisé un coursier en marches d'escalier de 5.5 m de hauteur, une pente de 22.5°, un nombre de 6 marches, un débit unitaire variant de 0.2 m<sup>2</sup>/s à 0.4 m<sup>2</sup>/s pour le cas d'écoulement en nappe, et un débit unitaire variant de de 2 m<sup>2</sup>/s à 10 m<sup>2</sup>/s pour le cas d'écoulement extrêmement turbulent.

Les résultats de simulations obtenus sont confrontés aux résultats analytiques dans la figure 4.14. Il est à rappeler que les équations de Boes et Hager (2003) ne s'appliquent pas au cas d'écoulement en nappe. On peut voir sur cette figure que les résultats numériques et les prédictions empiriques sont très proches les uns des autres. Pour le cas de l'écoulement extrêmement turbulent, les résultats numériques sont très proches des résultats obtenus par les équations de Boes et Hager (2003).



**Figure 4.14 :** Comparaison entre l'énergie résiduelle numérique et analytique (a) Écoulement en nappe et (b) écoulement extrêmement turbulent

Par référence aux résultats ci-dessus, dans la suite du présent travail de recherche, l'équation de Chanson (1994a) est utilisée pour le régime d'écoulement en nappe, tandis que les équations de Boes et Hager (2003) sont adoptées pour le cas du régime d'écoulement

extrêmement turbulent.

Le taux d'énergie résiduelle  $E_r/E_m$  donné par l'équation de Chanson (1994a) pour l'écoulement en nappe et celles de Boes et Hager (2003) pour l'écoulement extrêmement turbulent est utilisé comme première fonction objectif du présent problème d'optimisation multi-objectifs. Les deux autres fonctions sont le coût de construction du coursier noté  $C_c$  et le coût de construction du bassin de tranquillisation désigné par  $C_b$ .

D'après la bibliographie, il n'existe pas de méthode standard pour l'estimation des coûts de construction. Dans le présent cas, on considère un barrage en béton avec un coursier en marches d'escalier intégré dans son corps. Le coût du coursier est supposé alors égal au volume de béton de toutes les marches. Ce volume en fait dépend de la hauteur du barrage  $H_{dam}$ , de la hauteur des marches ( $h_s$ ), de la largeur du coursier ( $b$ ) et de sa pente  $\alpha$ . Tenant compte de ces paramètres, le coût de construction du coursier est estimé par l'expression (4.1).

$$C_c = \frac{h_s b H_{dam}}{2 \tan \alpha} \quad (4.1)$$

Concernant le bassin de dissipation, comme mentionné dans le chapitre 1, son type dépend du nombre de Froude au pied du coursier. Pour cette application, nous avons écarté les cas qui ne nécessitent pas l'utilisation de bassin de dissipation et ceux nécessitant l'utilisation des bassins avec blocs (bassins de type I, II et III). Alors les bassins à prendre en considération sont caractérisés comme suit :

- Pour  $F_r \leq 1$ , il n'y a pas de ressaut, pour éviter que le coursier se termine directement dans le lit, nous avons choisi de bétonner sur une longueur de  $2 y_1$ .
- Pour  $1 < F_r < 1.7$ , il faut bétonner sur une longueur entre  $2 y_1$  à  $12 y_1$ . Dans le présent cas, la limite supérieure a été choisie.
- Pour  $F_r \geq 1.7$ , nous avons choisi d'utiliser un bassin rectangulaire dont la longueur est déterminée par les abaques vus au chapitre 1. Pour faciliter l'utilisation de ces abaques, nous les avons numérisés.

Les différents cas illustrés ci-dessus sont donnés comme suit :

$$L = \begin{cases} 2 y_1 & \text{pour } F_r \leq 1 \\ 12 y_1 & \text{pour } 1 < F_r < 1.7 \\ \mathcal{X}_1(F_r) \mathcal{X}_5(F_r) y_1 & \text{pour } F_r \geq 1.7 \end{cases} \quad (4.2)$$

où  $y_1$  est la hauteur d'eau au pied du coursier. Comme  $E_r = y_1 + \frac{v_1^2}{2g}$  avec  $v_1 = \frac{q}{y_1}$  la vitesse

moyenne d'écoulement au pied du coursier. Après quelques arrangement, on obtient une équation de troisième degré qui permet de déterminer la hauteur  $y_1$ , soit :

$$2gy_1^3 - 2gE_r y_1^2 + q^2 = 0 \quad (4.3)$$

Les fonctions  $\mathcal{X}_1(F_r)$ ,  $\mathcal{X}_5(F_r)$  sont des ajustement polynomiaux issus de la numérisation des abaques de la figure(1.9), ils sont donnés comme suit :

$$\mathcal{X}_1(F_r) = 1.4192 F_r - 0.6141$$

$$\mathcal{X}_5(F_r) = 2.10^{-5} F_r^5 - 0.0015 F_r^4 + 0.0379 F_r^3 - 0.4462 F_r^2 + 2.5007 F_r + 0.818$$

Quant au coût de construction du bassin de dissipation noté  $C_b$ , nous avons opté pour un bassin sans déflecteurs. Dans ce cas, le coût  $C_b$  est considéré fonction de la longueur  $L$  du bassin, de son épaisseur  $e$  et de sa largeur  $b$  comme suit :

$$C_b = bLe \quad (4.4)$$

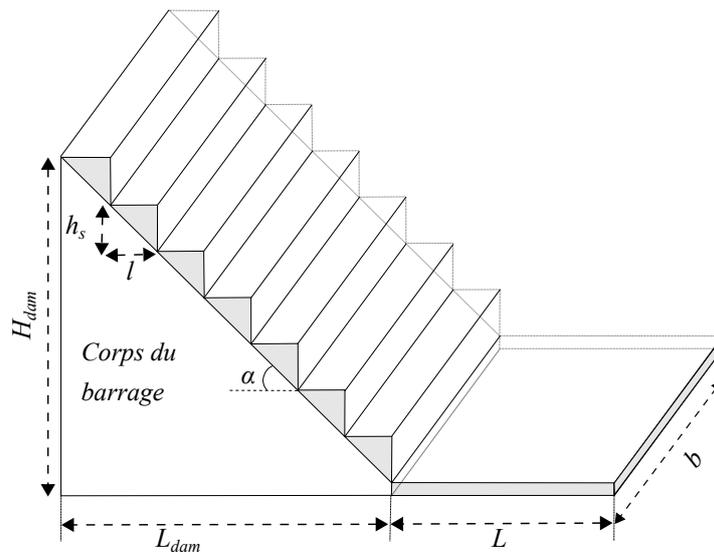
La problématique de trouver des valeurs de  $h_s$  et  $b$  qui minimisent les trois fonctions objectifs, peut être formulée comme un problème d'optimisation multi-objectifs non linéaire comme suit :

$$\begin{cases} f_1 = \min (E_r/E_m) \\ f_2 = \min (C_c) \\ f_3 = \min (C_b) \end{cases} \quad \text{avec : } \begin{cases} 0 < b < b^{max} \\ 0 < h_s \leq h_s^{max} \end{cases} \quad (4.5)$$

avec  $b^{max}$  la largeur maximale que peut avoir le coursier. Elle est théoriquement limitée par la longueur totale du barrage lorsque le coursier est intégré dans sa digue, sinon elle dépend de la topographie du site.  $h_s^{max} = 1/2H_{dam}$  qui signifie qu'il doit y avoir au moins un minimum de deux marches pour considérer le coursier comme étant un coursier en marches d'escalier. En plus des deux contraintes ci-dessus, pour éviter le régime d'écoulement de transition, seules les solutions qui satisfont  $(1.057 - 0.465 \tan \alpha)^{-1} h_c \leq h_s \leq 12.34 (\tan \alpha)^{1.276} h_c$  sont acceptées.

La procédure d'optimisation proposée ici est montrée à travers un exemple d'évacuateur de crues à marches d'escalier de hauteur totale  $H_{dam}=5.5\text{m}$  et de pente moyenne  $\alpha = 22.5^\circ$ . Le débit total de conception est  $Q=80 \text{ m}^3/\text{s}$ . Les paramètres de cet exemple sont illustrés dans la figure 4.15. Cet exemple a été introduit et résolu pour la première fois en utilisant les algorithmes génétiques par Sharifi *et al.* (2005) et Haddad *et al.* (2005). Il a été ensuite

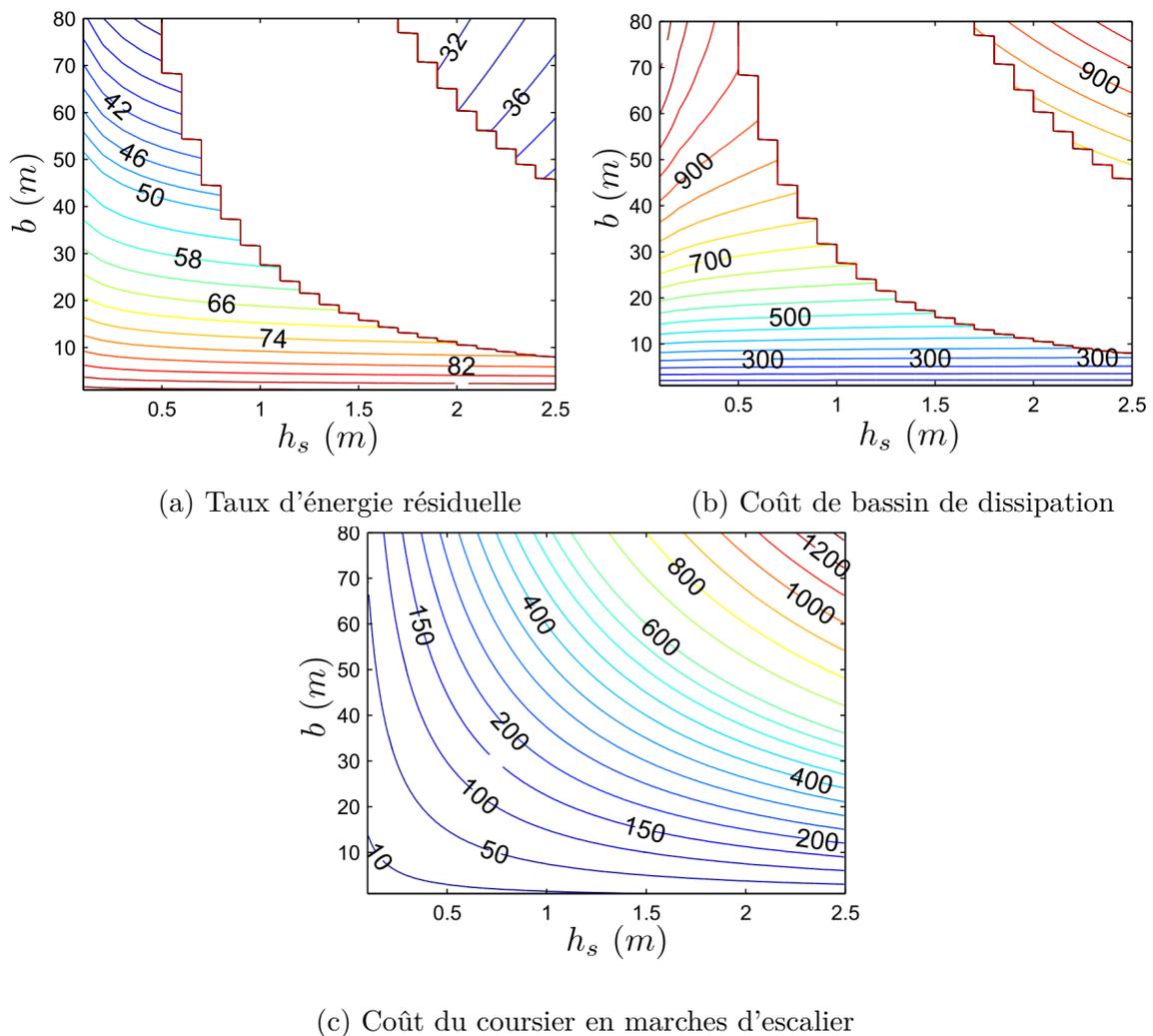
reproduit et résolu en utilisant HBMO par Haddad *et al.* (2010). Cet exemple est bien détaillé et reproductible car il constitue un bon test de comparaison pour la procédure proposée. Le but de cette étude est de déterminer les meilleures combinaisons de la largeur du coursier  $b$  et de la hauteur des marches  $h_s$ , qui minimisent à la fois le taux de l'énergie résiduel et le coût total de construction incluant indépendamment celui du coursier et du bassin de tranquillisation. L'épaisseur du fond du bassin est d'abord supposée égale à l'unité ( $e = 1$  m), puis des résultats complémentaires sont donnés pour d'autres valeurs.



**Figure 4.15** : Schéma du coursier en marches d'escalier avec bassin de tranquillisation

La variation des trois fonctions objectives définies en fonction de la hauteur des marches et de la largeur du coursier pour l'exemple d'application ci-dessus est montré dans la figure 4.16. Les deux figures 4.16.a et 4.16.b tiennent compte du fait que le taux d'énergie résiduelle et le coût de construction du bassin de tranquillisation ne sont pas définis pour le cas du régime d'écoulement de transition. Ce régime est représenté par la zone blanche. La zone de droite correspond au régime d'écoulement en nappe et celle de gauche, plus large, représente le régime d'écoulement extrêmement turbulent qui est généralement considéré pour la conception. Comme le montre la figure 4.16.c, le coût de construction du coursier  $C_c$  est directement proportionnel au produit  $bh_s$ . Les iso-valeurs représentent un ensemble d'hyperboles bien définies pour toutes les valeurs pratiques des dimensions de conception.

Les trois figures montrent que l'évacuateur de crues à marches d'escalier est efficace pour dissiper l'énergie (avoir un petit taux d'énergie résiduelle) quand sa largeur est plus grande, en revanche le coût de construction du coursier et du bassin de dissipation est très grand.



**Figure 4.16 :** Variation des trois fonctions objectifs en fonction de la hauteur des marches et la largeur du coursier

L'effet de la hauteur des marches  $h_s$  sur le taux d'énergie résiduelle et le coût du bassin est pratiquement négligeable pour des petites valeurs de  $b$  comme le montre la figure 4.16.a. Cet effet ne devient important que pour de grandes valeurs de  $b$  où l'augmentation de  $h_s$  induit une forte augmentation du coût pour un faible gain d'énergie résiduelle. Au contraire,  $h_s$  et  $b$  ont le même effet sur le coût du coursier et il est d'autant plus important que ces quantités sont importantes. Ces tendances contradictoires rendent difficile la prédiction des dimensions de conception optimales donnant un taux d'énergie résiduelle satisfaisant avec un coût de construction acceptable.

Il est à noter que le coût du coursier en marches d'escalier et le bassin de dissipation n'ont pas la même échelle de variation, c'est pourquoi nous les avons traité indépendamment

dans le processus d'optimisation.

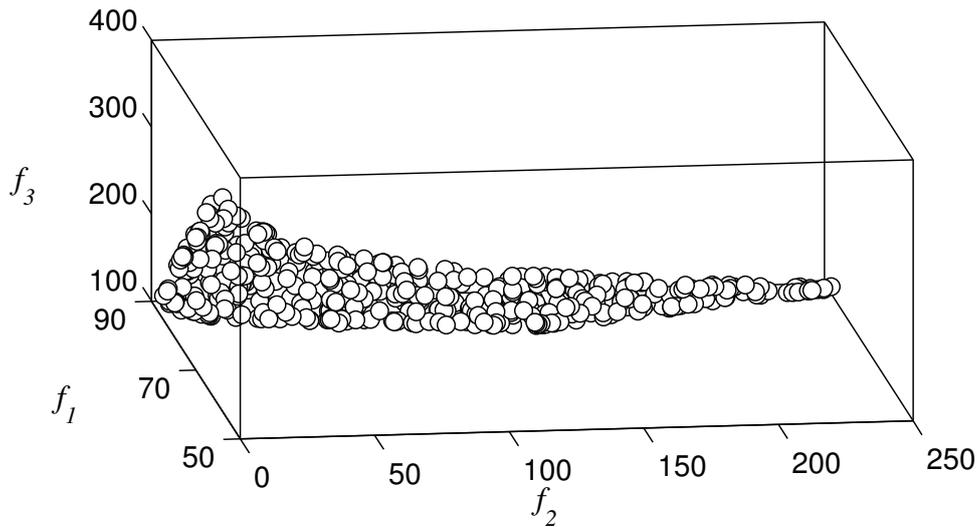
La procédure d'optimisation proposée est représentée dans le tableau 4.2. Trois fonctions objectives indépendantes sont ainsi satisfaites simultanément. La procédure implique quatre parties principales : la méthode d'optimisation multi-objective de l'essaim de particules (MOPSO) pour trouver des solutions non dominées en un seul passage, l'algorithme de clustering K-moyenne pour réduire la taille des solutions non dominées obtenues, l'approche du vecteur de pseudo-poids (PWV) pour faciliter la prise de décision et sélectionner des solutions adéquates, et enfin, des simulations CFD pour analyser les solutions optimales retenues. Cette procédure est implémentée dans l'environnement de programmation Matlab sous forme d'un ensemble de scripts comprenant la définition des fonctions objectives, l'algorithme MOPSO, le clustering K-moyenne, l'approche vectorielle de pseudo-poids et plusieurs codes de traçage. Les simulations numériques ont été réalisées en utilisant le code de calcul ANSYS Fluent.

**Tableau 4.2** : La procédure d'optimisation proposée

Étape	tâche
1-Initialisation	- Les données d'entrée : $Q, H_D, b^{max}, h_s^{max}$ - Définition des fonctions objectives
2- Recherche de solutions avec MOPSO	- Initialisation de l'essaim et des archives - Effectuer des itérations de recherche de solution <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sélectionner les leaders</li> <li>• Mettre à jour les vitesses et les positions</li> <li>• Mettre à jour les archives pour les meilleures solutions</li> </ul> - Arrêter les itérations lorsque les meilleures solutions sont atteintes
3- Solution clustering en utilisant l'algorithme K-moyenne	- Initialisation du nombre de classes (clusters) - Génération des centres de classes - Effectuer des itérations <ul style="list-style-type: none"> <li>• Regroupement des solutions aux centre les plus proches</li> <li>• Mise à jour des centres</li> </ul> - Arrêter les itérations lorsque les centres ne changent pas
4- Prise de décision en utilisant l'approche du vecteur de pseudo-poids	- Calcul des poids  - Sélection de la solution - Modélisation et analyse de solutions

L'algorithme MOPSO est capable de trouver un ensemble de solutions optimales, multiples et diversifiées en une seule exécution. Dans cet algorithme, un objectif ne peut être amélioré sans sacrifier d'autres objectifs. Une grande taille de population est nécessaire pour une bonne exécution et une convergence de processus d'optimisation. Alors, la taille

de la population ne peut pas être choisie en fonction du petit nombre souhaité de solutions non dominées. Dans le présent cas, un ensemble de 500 solutions optimales est évalué à l'aide de 1000 itérations MOPSO. Ces nombres de particules et d'itérations sont adoptés après plusieurs tests numériques pour assurer la convergence de la solution. Les valeurs  $W = 0.5$ ,  $c_1 = 1$ ,  $c_2 = 2$ ,  $r_2 = r_1 = 0.4$  ont été utilisées comme paramètres de MOPSO. La résolution de ce problème d'optimisation à trois objectifs conduit à obtenir les 500 solutions non dominées représentées dans la figure 4.17.



**Figure 4.17 :** Ensemble des solutions non-dominées

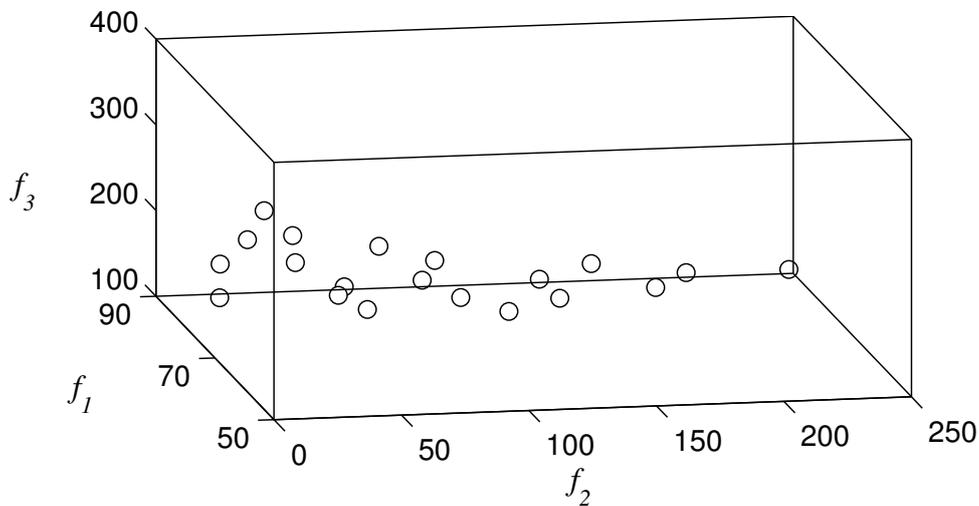
Le grand nombre de solutions 500 n'est pratique que pour l'efficacité de la recherche MOPSO, il n'est pas adéquat pour la prise de décision. Dans les applications pratiques, l'utilisateur s'intéresse à un petit nombre de solutions. Il est ainsi nécessaire de réduire les solutions à un nombre significatif sans perdre de l'information. A cet effet, les algorithmes de clustering peuvent être utilisés. Selon Santhanam et Velmurugan (2010), l'algorithme de clustering le plus populaire est K-moyennes (ou K-means en anglais). L'idée globale de cette algorithme est de regrouper les solutions en un nombre de classes et déterminer le centre de chaque classe. Les étapes de cet algorithme sont les suivantes (Deb, 2001) :

- 1) Initialiser le nombre  $K$  de classes (clusters) souhaitées et générer aléatoirement leurs centres :  $C_1, C_2, \dots, C_K$ .
- 2) Affecter chaque solution, de position  $X_i$ , à la classe du centre  $C_k$  le plus proche. Cette étape est réalisée en mesurant les distances euclidiennes, soit :

$$r_i^k = \|X_i - C_k\| \quad (4.6)$$

- 3) Mettre à jour les centres de classe en prenant la position moyenne de chaque classe.
- 4) Répéter les étapes 3 et 4 jusqu'à ce que les critères de convergence soient satisfaits, c'est-à-dire les centres des classes ne changent pas avec les itérations.

L'application de l'algorithme K-moyenne et en choisissant un nombre de classe  $K = 20$  permet d'obtenir les solutions illustrées dans la figure 4.18. En comparaison avec la figure 4.17, on constate que la forme globale dense des 500 solutions est dans l'ensemble bien représentée par un petit nombre de particules qui sont bien positionnées dans l'espace  $(f_1, f_2, f_3)$ .



**Figure 4.18 :** Représentation spatiale des solutions après clustering

Après le classement et le regroupement, le nombre de solutions peut être considérablement réduit sans perte d'informations. Pour faciliter la prise de décision et comprendre comment chaque solution peut influencer sur la décision, nous avons utilisé l'approche du vecteur de pseudo-poids (ou pseudo-weight vector approach en anglais). L'idée principale de cette approche est de calculer la distance relative de la solution à la valeur maximale dans chaque fonction objectif pour chaque solution obtenue. Pour le problème de minimisation, le pseudo-poids est calculé pour chaque fonction objectif à l'aide de l'équation de Deb (2001) suivante :

$$w_i^k = \frac{(f_i^{\max} - f_i^k)/(f_i^{\max} - f_i^{\min})}{\sum_{j=1}^d (f_j^{\max} - f_j^k)/(f_j^{\max} - f_j^{\min})} \quad (4.7)$$

avec  $i = 1, \dots, d$  et  $k = 1, \dots, K$ .  $f_i^{\min}$  et  $f_i^{\max}$  sont les valeurs minimale et maximale de chaque fonction objectif  $i$ . Dans le cas présent, il existe trois fonctions objectives  $f_1$ ,

$f_2$  et  $f_3$  donc  $d = 3$ .  $f_i^k$  est la valeur de la  $i^{\text{ème}}$  fonction objectif donnée par le nombre de solutions groupées  $k$ . La valeur maximale  $w_i^{\text{max}}$  d'un poids  $w_i$  pour une fonction objectif correspond à sa meilleure solution. Par opposition, la valeur minimale  $w_i^{\text{max}}$  correspond à la mauvaise solution.

Le calcul des poids permet à l'utilisateur de prendre facilement une décision et de sélectionner une combinaison pratique ou préférée. En général, une solution avec des valeurs de poids proches est un bon compromis qui satisfait toutes les fonctions objectives considérées. Le tableau 4.3 représente les valeurs de ces solutions groupées pour les trois fonctions objectives et leurs poids correspondants. Les valeurs trouvées pour les dimensions géométriques ( $b$ ,  $h_s$  et  $L$ ) sont également données. Ce type de tableau est d'une grande aide pour la prise de décision quant à la solution à retenir pour une infrastructure hydraulique réelle. Par exemple, le cas présent montre que la solution numéro #6 peut être considérée comme une solution qui satisfait presque simultanément les trois fonctions objectives avec des poids quasi égaux de  $w_1 = 0.32$ ,  $w_2 = 0.37$  et  $w_3 = 0.31$ . Cependant, par exemple, la solution numéro #1 est celle qui donne plus d'importance à la minimisation du coût du coursier avec  $w_2 = 0.59$ , au détriment du coût du bassin de tranquillisation. De plus, la solution numéro #17 est celle où la dissipation d'énergie ( $\Delta E/E_m = 1 - f_1$ ) au sein du coursier est maximale, mais avec le plus grand coût du coursier.

**Tableau 4.3** : Liste des solutions non dominées

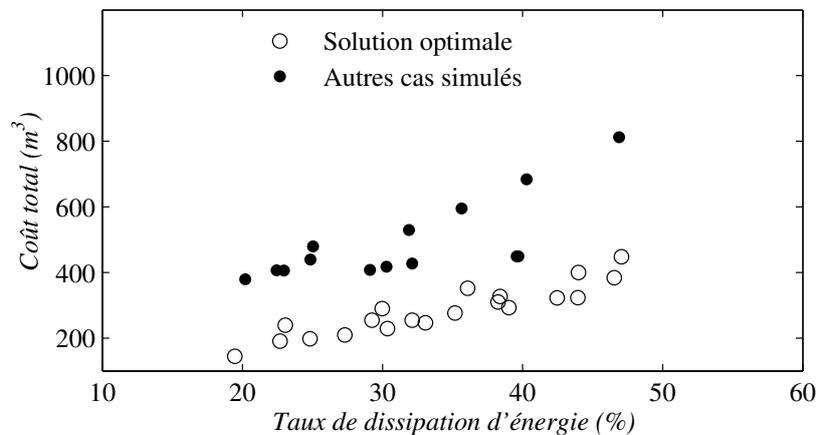
#	$f_1(\%)$	$w_1$	$f_2(m^3)$	$w_2$	$f_3(m^3)$	$w_3$	$b(m)$	$h_s(m)$	$L(m)$
1	61.75	0.41	9.74	0.59	300.49	0.00	35.36	0.04	08.50
2	80.54	0.00	14.03	0.51	130.75	0.49	09.30	0.23	14.06
3	75.18	0.11	8.02	0.56	190.02	0.33	15.83	0.08	12.00
4	53.46	0.61	128.46	0.24	255.92	0.15	35.93	0.54	07.12
5	56.06	0.49	48.17	0.44	275.31	0.07	36.90	0.20	07.46
6	64.83	0.32	75.30	0.37	201.22	0.31	21.77	0.52	09.24
7	56.02	0.61	168.59	0.13	231.77	0.26	30.46	0.83	07.61
8	70.75	0.21	97.24	0.33	157.28	0.46	14.61	1.01	10.77
9	72.69	0.16	51.52	0.42	157.96	0.42	14.16	0.55	11.15
10	77.32	0.07	68.28	0.39	122.84	0.54	09.57	1.07	12.83
11	66.94	0.27	28.02	0.49	219.03	0.24	22.46	0.19	09.75
12	57.53	0.47	71.80	0.38	250.83	0.15	32.28	0.34	07.77
13	63.93	0.42	165.79	0.14	186.39	0.44	20.27	1.23	09.20
14	69.65	0.21	50.31	0.43	178.98	0.36	17.38	0.44	10.30
15	60.98	0.40	20.02	0.52	272.91	0.08	32.94	0.09	08.28
16	61.61	0.42	117.53	0.27	209.38	0.31	24.24	0.73	08.64
17	52.94	0.76	205.38	0.00	242.63	0.24	12.90	2.40	18.80
18	76.94	0.08	123.30	0.27	116.07	0.65	08.99	2.07	12.91
19	67.89	0.26	10.30	0.57	244.47	0.17	24.77	0.06	09.87
20	70.03	0.25	135.32	0.23	154.98	0.52	14.54	1.41	10.66

Un autre exemple, la solution numéro #10 dans le tableau (4.3) est identique à celle

trouvée par Haddad *et al.* (2010) en utilisant HBMO, mais cela ne conduit pas à un taux d'énergie résiduelle satisfaisant ( $w_1 = 0,07$ ). Les dimensions de conception optimales données par les auteurs sont :  $b = 10$  m,  $h_s = 0.917$  m et  $L_B = 12.62$  m, et d'après le tableau 4.3, cette solution ne conduit pas à un bon taux de dissipation d'énergie et non plus au coût minimal du coursier par comparaison à d'autres solutions.

Comparativement à la recherche d'une solution optimale unique dans l'optimisation à objectif unique, les problèmes multi-objectifs présentent un ensemble de solutions potentiellement innombrables (Türkyilmaz *et al.*, 2020). Fournir un petit nombre de solutions optimales représentatives peut être d'une grande aide pour les chefs de projet pour faciliter la prise de décision.

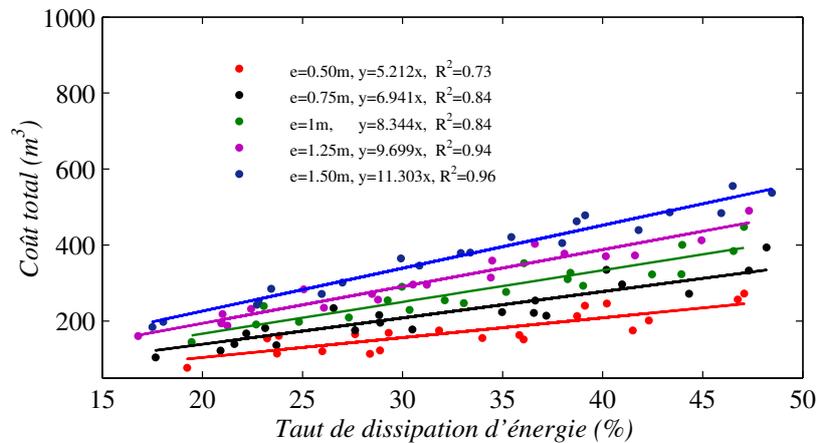
La figure 4.19 montre la variation du coût total ( $C_t = C_c + C_b$ ) en fonction du taux de dissipation d'énergie  $\Delta E/E_m = (1 - f_1)$  pour les 20 solutions obtenues. Pour une vérification de ces solutions, nous avons simulés numériquement 13 cas différents choisis au hasard. Comme le montre la figure 4.19, quelque soit la géométrie du coursier choisi en dehors des solutions optimales, un coût de construction plus élevé est certainement engendré.



**Figure 4.19 :** Variation du coût total en fonction du taux de dissipation d'énergie pour  $e = 1$

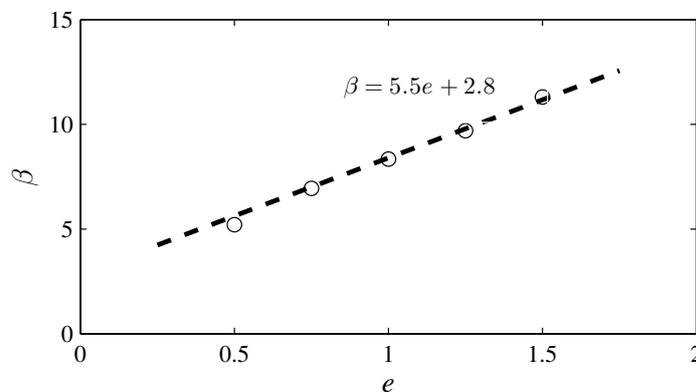
A noter que les 20 solutions optimales ont été obtenues pour une épaisseur  $e = 1$  m. Pour étudier l'effet de l'épaisseur sur les solutions optimales, la procédure d'optimisation a été réalisée pour quatre autres cas avec des épaisseurs  $e = 0.5$  m,  $e = 0.75$  m,  $e = 1.25$  m et  $e = 1.5$  m. Les résultats obtenus sont regroupés dans la figure 4.20. Comme le montre cette figure, le coût total de construction est directement proportionnel au taux de dissipation d'énergie souhaitée pour toutes les épaisseurs. L'ajustement des résultats peut être donné par  $C_t = \beta \Delta E/E_m$ . Le paramètre  $\beta$  qui est la pente de la droite d'ajustement est donné

pour chaque cas dans la figure 4.20.



**Figure 4.20 :** Variation du coût total en fonction du taux de dissipation d'énergie pour différentes valeurs d'épaisseur du bassin de dissipation

D'après la figure 4.20, la pente de la droite d'ajustement  $\beta$  augmente avec l'augmentation de l'épaisseur du bassin de dissipation. Pour montrer cet effet, nous avons présenté dans la figure 4.21 la variation de la pente  $\beta$  en fonction de l'épaisseur du bassin de dissipation  $e$ .



**Figure 4.21 :** Variation de la pente d'ajustement  $\beta$  en fonction de l'épaisseur du bassin de dissipation  $e$

Il a été trouvé que les pentes des différentes droites d'ajustement peuvent être exprimées par une loi linéaire de type  $\beta = 5.5e + 2.8$ . Donc le coût total de construction peut être exprimé finalement en fonction du taux de dissipation d'énergie comme suit :

$$C_t = (5.5e + 2.8)\Delta E/E_m \quad (4.8)$$

Une telle équation (4.8) est valable pour l'étude du cas considéré dans ce travail, elle peut être généralisée pour un évacuateur réel et fournir aux gestionnaires du projet un outil très pratique.

Selon le degré de satisfaction de chaque objectifs, nous avons sélectionné cinq solutions optimales pour les analyser à l'aide d'une modélisation numérique. Nous avons alors choisi la solution numéro #1 qui satisfait le coût du coursier, les deux solutions numéros #4 et #17 qui satisfont le taux d'énergie résiduelle, la solution numéro #6 qui satisfait les trois objectifs simultanément, et enfin la solution numéro #18 qui satisfait le coût du bassin de dissipation. Nous représentons dans le tableau 4.4 le taux d'énergie résiduelle obtenu à partir de la procédure d'optimisation et celui évalué à partir des simulations numériques pour les cinq cas. Les différences relatives entre les résultats d'optimisation et numériques sont également indiquées. Selon ce tableau, on constate que les résultats sont relativement proches les uns des autres sauf pour la solution #17 où la différence atteint 18%. Cette différence est due à la position centrale du cluster de la solution. Ce centre est situé près de la zone d'écoulement de transition juste à l'extérieur de la limite de la zone d'écoulement extrêmement turbulent. Cela se produit si aucune technique de correction n'est utilisée dans la phase de regroupement (clustering) pour placer les centres aux bonnes positions.

**Tableau 4.4 :** Modélisation numérique de quelques solutions optimales

Solution #	Optimisation	Numérique	Différence (%)
1	61.75	57.99	6.09
4	53.4	48.78	8.65
6	64.83	60.38	6.86
17	52.94	62.80	18.62
18	76.94	77.30	0.468

D'autres résultats numériques liés aux contraintes de cisaillement, la pression dynamique peuvent également être fournis si nécessaire pour améliorer la prise de décision pour les paramètres de conception finale. Par conséquent, la procédure d'optimisation ici est très utile, cela conduit à sélectionner très peu de solutions optimales à analyser avec une simulation numérique lourde ou avec une étude expérimentale.

## 4.4 Conclusion

Ce travail de recherche montre que l'utilisation du modèle  $k - \varepsilon$  pour la modélisation de la turbulence et les deux modèles CLSVOF et Mixture pour la modélisation des écoulements

à surface libre, permettent de simuler les écoulements dans différentes configurations de coursier.

L'étude réalisée sur l'effet de la variation du nombre de marches sur les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement montrent que le choix du nombre de marches influe non seulement sur le taux de dissipation d'énergie, mais aussi sur la hauteur d'eau dans le bassin, les contraintes de cisaillement agissant sur le fond du canal ainsi que la pression dynamique. La représentation de ces caractéristiques en variant le nombre de marches ne montre aucune corrélation. C'est pourquoi pour le choix de dimensions optimales des marches, il faut passer par la résolution du problème d'optimisation à objectifs multiples. Comme le facteur économique est aussi important que la dissipation d'énergie dans le dimensionnement du coursier en marches d'escalier, nous avons proposé une procédure d'optimisation de ces deux paramètres pour déterminer les dimensions de l'évacuateur. Pour cela, nous avons considéré indépendamment le coût du coursier et le coût du bassin de tranquillisation qui sont combinés avec la dissipation d'énergie.

La procédure d'optimisation proposée implique quatre parties principales : la méthode d'optimisation multi-objective de l'essaim de particules (MOPSO), l'algorithme de clustering K-moyenne, l'approche du vecteur de pseudo-poids et les simulations CFD pour analyser les solutions optimales retenues. Les résultats obtenus sont utilisés pour dériver une expression approximative du coût total de l'évacuateur de crues en fonction du taux de dissipation d'énergie. La procédure d'optimisation peut être considérée comme un outil utile pour sélectionner quelques solutions optimales à analyser avec des simulations numériques ou avec une modélisation expérimentale pour des résultats plus souhaités.

## Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail de recherche, nous nous sommes intéressés à la modélisation des écoulements dans les coursiers en marches d'escalier et à l'optimisation des dimensions des marches et du bassin de dissipation d'énergie.

En premier lieu, une étude de validation des modèles numériques pour la simulation des écoulements à surface libre a été effectuée. Nous avons réalisé des modèles numériques en utilisant le code de calcul ANSYS Fluent basé sur la méthode des volumes finis. Les équations de mouvement sont couplées avec le modèle  $k - \varepsilon$  pour la prise en compte de la turbulence. Pour la modélisation de la surface libre, une comparaison entre le modèle CLSVOF et le modèle de mélange a été menée en utilisant différentes configurations de coursiers. Ensuite une investigation sur l'impact de la variation du nombre de marches sur les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement (dissipation d'énergie et contraintes de cisaillement sur la paroi du fond) a été réalisée en utilisant un coursier avec un nombre de marches variant de 12 à 122.

En deuxième lieu, une procédure d'optimisation a été proposée pour déterminer les dimensions de l'évacuateur de crues pour avoir un taux maximal de dissipation d'énergie avec un coût de construction minimal, et ce en considérant indépendamment le coût du coursier et le coût du bassin de tranquillisation. Trois fonctions objectives indépendantes sont ainsi satisfaites simultanément. La procédure proposée implique quatre principaux outils : un algorithme d'optimisation multi-objectifs basée du la méthode "Essaim de Particule" (MOPSO) pour trouver des solutions de Pareto en un seul passage, un algorithme de Clustering K-means pour réduire la taille des solutions non dominées obtenues, l'approche du vecteur de pseudo-poids (PWV) pour faciliter la prise de décision et sélectionner des solutions adéquates, et enfin la CFD pour analyser les solutions optimales retenues. L'adéquation de la procédure proposée est testée à travers un exemple d'application.

Les résultats les plus marquants du travail réalisé sont récapitulés comme suit :

- L'utilisation du modèle  $k - \varepsilon$  couplé avec les deux modèles CLSVOF et Mixture permettent de reproduire d'une manière acceptable les écoulements à surface libre sur les coursiers.
- L'utilisation du modèle CLSVOF permet de visualiser les rouleaux de recirculation au voisinage des marches contrairement au modèle Mixture.
- Le modèle de mélange permet de mieux reproduire les profils de pression par rapport au modèle CLSVOF.
- Le nombre de marches le long du coursier influe sur le taux de dissipation d'énergie, la hauteur d'eau dans le bassin, les contraintes de cisaillement agissant sur le fond du canal, la pression dynamique ainsi que sur le coût de construction.
- Les équations de Boes et Hager (2003) pour l'écoulement extrêmement turbulent prédisent la dissipation d'énergie avec plus de précision que celle de Chanson (1994a).
- Vu la complexité de l'écoulement sur les coursiers en marches d'escalier, il n'y a pas de corrélation entre les différentes caractéristiques hydrauliques de l'écoulement. Par conséquent, pour le choix des dimensions optimales des marches, il faut passer par la résolution d'un problème d'optimisation à objectifs multiples.
- La procédure d'optimisation proposée est très utile car elle permet de donner en une seule exécution un ensemble de solutions avec des degrés de satisfaction différents pour chaque objectif.
- Les résultats issus de l'optimisation ont été utilisés pour dériver une expression approximative du coût total de l'évacuateur de crues en fonction du taux de dissipation d'énergie. La formule obtenue est valable pour l'étude du cas considéré dans ce travail. Elle peut être généralisée pour un évacuateur réel et fournir aux gestionnaires du projet un outil très pratique.

En terme de perspectives, le sujet de la présente thèse offre un très large nombre de possibilités. Il est intéressant par exemple de :

- réaliser une étude expérimentale et numérique sur d'autre type de coursier tels que les coursiers avec marches non uniformes ;
- inclure le coût total du barrage dans le coût de construction ;
- inclure d'autres objectifs dans la procédure d'optimisation, telle que la limitation des contraintes de cisaillement et les pressions dynamiques ainsi que l'endommagement des marches ;
- développer une procédure pour le couplage entre la simulation et l'optimisation.

## Bibliographie

- Ameur T. : *Optimisation du processus d'usinage en utilisant la méthode des essais de particules*. Thèse de doctorat, Université Mohamed Khider Biskra, Génie Mécanique, 106, 2016.
- Barani G. A., Rahnama M. B. et Bagheri H. : Optimization of stepped spillways dimensions and investigation of flow energy dissipation over a physical model. *Journal of Applied Sciences*, 5(5):878–882, 2005.
- Barichard V. : *Approches hybrides pour les problèmes multiobjectifs*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale d'Angers, Informatique, 149, 2003.
- Beitz E. et Lawless M. : Hydraulic model study for dam on GHFL 3791 Isaac river at Burton Gorge. *Water Resources Commission Report*, (24), 1992.
- Benmamar S. : *Etude des écoulements dans les conduits à motifs périodiques – Application aux évacuateurs de crues*. Thèse de doctorat, Ecole nationale polytechnique, Hydraulique, 197, 2006.
- Berro A. : *Optimisation multiobjectif et stratégies d'évolution en environnement dynamique*. Thèse de doctorat, Université des Sciences Sociales Toulouse I France, Informatique, 170, 2001.
- Boes R. M. et Hager W. H. : Hydraulic design of stepped spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(9):671–679, 2003.
- Bonabeau E., Dorigo M. et Theraulaz G. : *intelligence : from natural to artificial systems*. Oxford University Press, New York, 1999.
- Carosi G. et Chanson H. : Turbulence characteristics in skimming flows on stepped spillways. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35(9):865–880, 2008.
- Cerny V. : Thermodynamical approach to the travelling salesman problem. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45:41–51, 1985.
- Chamani M. R. et Rajaratnam N. : jet flow on stepped spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, 120(2):254–259, 1994.

- Chamani M. R. et Rajaratnam N. : Characteristics of Skimming FLOW Over stepped spillways. *Journal OF Hydraulic Engineering*, 126:361–368, 1999.
- Chan F. T. S. et Tiwari M. K. : *Swarm intelligence : focus on ant and particle swarm Optimization*. In Tech Education and Publishing, Vienne, 2007.
- Chang Y. C., Hou T. Y., Merriman B. et Osher S. : A levelset formulation of Eulerian interface capturing methods fo incompressible fluid flows. 464(124):449–464, 1996.
- Chanson H. : Stepped spillway flows and air entrainment. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 20(3):422–435, 1993.
- Chanson H. : Comparison of energy dissipation between nappe and skimming flow regimes on stepped chutes. *Journal of Hydraulic Research*, 32(2):213–218, 1994a.
- Chanson H. : Hydraulics of nappe flow regime above stepped chutes and spillways. *Australlan Civil Engineering Transactions*, 36(1):69–76, 1994b.
- Chanson H. : Hydraulics of skimming flows over stepped channels and spillways. *Journal of Hydraulic Research*, 32(3):445–460, 1994c.
- Chanson H. : *Hydraulic Design of Stepped Cascades, Channels, Weirs and Spillways*. Pergamon, Oxford, UK, 1995.
- Chanson H. : Prediction of the transition nappe/skimming flow on a stepped channel. *Journal of Hydraulic Research*, 34(3):421–429, 1996.
- Chanson H. : Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipators. *Dam engineering*, 11(4):205–242, 2001.
- Chanson H. et Toombes L. : Experimental study of gas-liquid interfacial properties in a stepped cascade flow. *Environmental Fluid Mechanics*, 2(3):241–263, 2002a.
- Chanson H. et Toombes L. : Experimental study of gas-liquid interfacial properties in a stepped cascade flow. *Environmental Fluid Mechanics*, 2(3):241–263, 2002b.
- Chanson H. et Toombes L. : Hydraulics of stepped chutes : The transition flow | L’hydraulique des chutes en marches d’escalier : L’écoulement de transition. *Journal of Hydraulic Research*, 42(1):43–54, 2004.
- Charlot L. : *Calcul et analyse de sensibilité des écoulements à surface libre*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique de Montréal, Génie Mécanique, 130, 2011.
- Chassaing P. : *Turbulence en mécanique des fluides : Analyse du phénomène dans une perspective de modélisation à l’usage de l’ingénieur*. Cépadues édition, 2000.
- Chatila J. et Tabbara M. : Computational modeling of flow over an ogee spillway. *Computers and Structures*, 82:1805–1812, 2004.
- Cheng X., Chen Y. et Luo L. : Numerical simulation of air-water two-phase flow over stepped spillways. *Science in China, Series E : Technological Sciences*, 49(6):674–684, 2006.

- Christodoulou G. C. : Energy dissipation on stepped spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, 119(5):644–650, 1993.
- Clerc M. et Siarry P. : Une méthode inspirée de comportements coopératifs observés dans la nature : l'optimisation par essaim particulaire. *Revue d'Electricité et d'Electronique REE*, pages 25–32, 2009.
- Coello Coello C. A. et Lechuga M. S. : Mopso : a proposal for multiple objective particle swarm optimization. *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, Washington*, (2):1051–1056, 2002.
- Deb K. : *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, volume 6. John Wiley, 2001.
- Dorigo M., Maniezzo V. et Colomi A. : Ant system : optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 26(1):29–41, 1996.
- Dufresne M. F. D. : *La modélisation 3D du transport solide dans les bassins en assainissement : du pilote expérimental à l'ouvrage réel*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg 1, Mécanique, 225, 2008.
- Durand P., J. M. Poyet et Mériaux P. : *Technique des petits barrages en Afrique sahélienne et équatoriale : Small dam technique in Sahelian and equatorial Africa*. Presses polytechniques romandes, Lausanne, Suisse, 1999.
- El Dor A. : *Perfectionnement des algorithmes d'Optimisation par Essaim Particulaire. Applications en segmentation d'images et en électronique*. Thèse de doctorat, École Doctorale Mathématiques et Stic, Informatique, 140, 2012.
- Essery T. S. et Horner M. W. : *The Hydraulic Design of Stepped Spillways*. CIRIA - Construction Industry Research and Information Assoc, 1978.
- Felder S. : Air-Water Flow Properties on Stepped Spillways for Embankment Dams : Aeration, Energy Dissipation and Turbulence on Uniform, Non-Uniform and Pooled Stepped Chutes, 2013.
- Felder S. et Chanson H. : Turbulence, dynamic similarity and scale effects in high-velocity free-surface flows above a stepped chute. *Experiments in Fluids*, 47(1):1–18, 2009.
- Felder S. et Chanson H. : Energy Dissipation down a Stepped Spillway with Nonuniform Step Heights. *Journal of Hydraulic Engineering*, 137(11):1543–1548, 2011.
- Fogel D. B. : *Evolutionary Computation : Toward a New Philosophy of Machine Intelligence*. Wiley, 2000.
- Gafsi M., Boutassouna K., Djehiche A. et Djaid N. : Study of the Effect of the Rate Flow and the Slope of the Channel on the Energy Dissipation in the Stepped Channels : Proposing an Empirical Models. In *Procedia Engineering 118*, volume 118, pages 1044–1051. International Conference on Sustainable Design, Engineering and Construction Study, 2015.

- Glover F. et Laguna M. : *Tabu Search*. Springer US, Boston, MA, 1998.
- Goldberg D. E. : *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., USA, 1st édition, 1989.
- Gonzalez C. A. et Chanson H. : Interactions between cavity flow and main stream skimming flows : An experimental study. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31(1):33–44, 2004.
- Haddad O. B., Mirmomeni M. et Mariño M. A. : Optimal design of stepped spillways using the HBMO algorithm. *Civil Engineering and Environmental Systems*, 27(1):81–94, 2010.
- Haddad O. B., Sharifi F. et Naderi M. : Optimum Design of Stepped Spillways Using Genetic Algorithm. *In Proceedings of the 6th WSEAS*, pages 325–331, 2005.
- Hanjalic K. et Launder B. : *Modelling Turbulence in Engineering and the Environment*. 2011.
- Harvie D. J. E. et Fletcher D. F. : A New Volume of Fluid Advection Algorithm : The Stream Scheme. *Journal of Computational Physics*, 162:1–32, 2000.
- Hassanvand M. R., Karami H. et Mousavi S. F. : Use of multi-criteria decision-making for selecting spillway type and optimizing dimensions by applying the harmony search algorithm : Qeshlagh Dam Case Study. *Lakes and Reservoirs : Research and Management*, 24(1):66–75, 2018.
- Hazzab C. CHAFI A. : Dissipation d'énergie des écoulements dans des canaux de profils complexes " type marches d'escalier ". *Rev. Energ. Ren. : Physique Energétique*, pages 73–80, 1998.
- Hirt C. W., Amsden A. A. et Cook J. L. : An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, 135:203–216, 1997.
- Hirt C. W. et Nichols D. B. : Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39:201–225, 1981.
- Jahad U. A., Al-Ameri R., Chua LLOYD H. C. et Das S. : Energy dissipation and geometry effects over stepped spillways. *International Journal of Civil Engineering and Technology*, 7(4):188–198, 2016.
- Jazayeri P. et Moeini R. : Construction cost minimisation of the stepped spillway using improved particle swarm optimisation and artificial bee colony algorithms. *Water and Environment Journal*, 2020.
- Kennedy J. et Eberhart R. C. : Particle swarm optimization. *In Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*, page 1942–1948, 1995.
- Kherbache K., Chesneau X., Abide S. et Benmamar S. : Modeling of a Water Flow Over Stepped Spillways. *Machine Dynamics Research*, 37(1):47–64, 2013.
- Kirkpatrick S., Gelatt C. D. et Vecchi M. P. : Optimization by simulated annealing. *Science*, 220:671–680, 1983.

- Kositgittiwong D., Chinnarasri C. et Julien PIERRE Y. : Two-phase flow over stepped and smooth spillways : Numerical and physical models. *Civil Engineering*, (14):147–154, 2013.
- Launder B. E. et Spalding D. B. : The Numerical Computation of Turbulent Flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3:269–289, 1974.
- Ljubičić R., Zindović B., Vojt P., Pavlović D., Kapor R. et Savić L. : Hydraulic jumps in adverse-slope stilling basins for stepped spillways. *Water*, 10(460):1–17, 2018.
- Madiouni R. : *Contribution à la synthèse et l'optimisation multi-objectif par essais particuliers de lois de commande robuste RST de systèmes dynamiques*. Thèse de doctorat, Université Paris-Est, Informatique, 151, 2016.
- Manninen M. et Taivassalo V. : *On the mixture model for multiphase flow*. VTT Publications 228, Technical Research Centre of Finland, 1996.
- Marchesse Y. : Modélisation de la turbulence. Rapport technique, Ecole Catholique d'Arts et Métiers - Lyon, Département de mécanique et énergétique, 2010.
- Mazière F. : *Modèles de parallélisme pour les métaheuristiques multi-objectifs*. Thèse de doctorat, Université de Reims Compagnie-Ardenne, Informatique, 169, 2018.
- Merrouche D. : *Application des Methodes de Suivi d'Interface à la Simulation Numérique des Ecoulements Diphasiques Gaz-Liquide*. Thèse de doctorat, Université M'hamed Bougara, Boumerdes, Écoulement Diphasique, 166, 2010.
- Minoux M. : *Programmation Mathématique : Théories et Algorithmiques*. Dunod, Paris, 1983.
- Monaghan J. J. : Simulating free surface flows with SPH. *Journal of Computational Physics*, 110(2):399–406, 1994.
- Mooselu M. G., Nikoo M. R., Rayani N. B. et Izady A. : Fuzzy Multi-Objective Simulation-Optimization of Stepped Spillways Considering Flood Uncertainty. *Water Resources Management*, 33(7):2261–2275, 2019.
- Novakoski C., Conterato E., Marques M., Teixeira E., Lima G. et Mees A. : Macro-turbulent characteristics of pressures in hydraulic jump formed downstream of a stepped spillway. *Brazilian Journal of Water Resources (RBRH)*, 22, 01 2017a.
- Novakoski C., Hampe R., Conterato E., Marques M. et Teixeira E. : Longitudinal distribution of extreme pressures in a hydraulic jump downstream of a stepped spillway. *Brazilian Journal of Water Resources (RBRH)*, 22, 01 2017b.
- Olsson E. et Kreiss G. : A conservative level set method for two phase flow. *Journal of Computational Physics*, 210(1):225–246, 2005.
- Osher S. et Sethian J. A. : Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79:12–49, 1988.
- Parsaie A., Haghiabi A. H., Saneie M. et Torabi H. : Applications of soft computing techniques for prediction of energy dissipation on stepped spillways. *Neural Computing and Applications*, 29(12):1393–1409, 2016a.

- Parsaie A., Haghiabi A. H., Saneie M. et Torabi H. : Prediction of energy dissipation on the stepped spillway using the multivariate adaptive regression splines. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 22(3):281–292, 2016b.
- Peng Z. : *Optimisation par essais particuliers pour la logistique urbaine*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, Automatique, 157, 2019.
- Peterka A. J. : Hydraulic design of stilling basins and energy dissipators. *Water resources technical publication - US department of the interior*, (25):240, 1984.
- Peyras L., Royet P. et Degoutte G. : Ecoulement et dissipation sur les déversoirs en gradins de gabions. *Journal La Houille Blanche*, (1):37–47, 1991.
- Peyras L., Royet P. et Degoutte G. : Flow and Energy Dissipation over Stepped Gabion Weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(5):707–717, 1992. ISSN 0733-9429.
- Philippe S. : Développement d ' une formulation arbitrairement lagrangienne eulérienne pour la simulation tridimensionnelle du laminage de produits plats , 2009.
- Rahal M. : *Extension de certaines méthodes de recouvrement en optimisation globale*. Thèse de doctorat, Université Ferhat Abbas de Setif, Mathématique Appliquée, 122, 2009.
- Rajaratnam N. : Skimming Flow in Stepped Spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(3):587–591, 1990.
- Rassaei M. et Rahbar S. : Numerical flow model stepped spillways in order to maximize energy dissipation using FLUENT software. *IOSR Journal of Engineering*, 4(6):17–25, 2014.
- Reyes-Sierra M. et Coello Coello C. A. : Multi-objective particle swarm optimizers : A survey of the state-of-the-art. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 2(3):287–308, 2006.
- Roushangar K., Akhgar S., Salmasi F. et Shiri J. : Neural networks- and neuro-fuzzy-based determination of influential parameters on energy dissipation over stepped spillways under nappe flow regime. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 23(1):57–62, 2016.
- Roy B. : Procédure d'exploration par séparation et évaluation. *RAIRO - Operations Research - Recherche Opérationnelle*, 3(V1):61–90, 1969.
- Salmasi F. et Özger M. : Neuro-Fuzzy Approach for Estimating Energy Dissipation in Skimming Flow over Stepped Spillways. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 39(8):6099–6108, 2014.
- Santhanam T. et Velmurugan T. : Computational Complexity between K-Means and KMedoids Clustering Algorithms for Normal and Uniform Distributions of Data Points. *Journal of Computer Science*, 6(3):363–368, 2010.
- Scardovelli R. et Zaleski S. : Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 31:567–603, 1999.
- Schiestel R. : *Méthodes de modélisation et de simulation des écoulements turbulents*. Lavoisier Paris, 2006.

- Schlichting H. et Kestin J. : *Boundary-layer Theory*. McGraw-Hill classic textbook reissue series. McGraw-Hill, 1979.
- Schwefel H. P. : *Numerical optimization of computer models*. Wiley, Chichester, WS, UK, 1981.
- Sethian J. A. : *Level set methods : evolving interfaces in geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science*. 1996.
- Sharifi F., Haddad B. O. et Afshar A. : GA in least cost design of stepped spillways. *WSEAS Transactions of Information Science and Applications*, 5(2):637–643, 2005.
- Sinniger R. O. et Hager W. H. : *Constructions hydrauliques : écoulements stationnaires*, volume 15. Presses polytechniques romandes, Lausanne, Suisse, 1989.
- Sorensen R. M. : Stepped spillway hydraulic model investigation. *Journal of Hydraulic Engineering*, 111(12):1461–1472, 1985.
- Stephenson D. : Energy dissipation down stepped spillways. *Water Power et Dam Construction*, 43(9):27–30, 1991.
- Stojnic I. : *Stilling basin performance downstream of stepped spillways*. Thèse de doctorat, l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Génie Civil et Environnement, 254, 2020.
- Sussman M. et Puckett E. G. : A Coupled Level Set and Volume-of-Fluid Method for Computing 3D and Axisymmetric Incompressible Two-Phase Flows. *Journal of Computational Physics*, 162(2):301–337, 2000.
- Sussman M., Smereka P. et Osher S. : A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, 114:146–159, 1994.
- Tabbara M., Chatila J. et Awwad R. : Computational simulation of flow over stepped spillways. *Computers and Structures*, 83:2215–2224, 2005.
- Talbi E. G. : Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire multiobjectif : Etat de l'art. *Technical Report PE : 98-757.33, CNET*, page 34, 1999.
- Tfaili W. : *Conception d'un algorithme de colonie de fourmis pour l'optimisation continue dynamique*. Thèse de doctorat, Université Paris 12, Science de l'Ingénieur, 123, 2007.
- Toombes L. et Chanson H. : Air-water flow and gas transfer at aeration cascades : A comparative study of smooth and stepped chutes. *Hydraulics of stepped spillways*, pages 77–84, 2000.
- Toombes L. et Chanson H. : Air-Water Mass Transfer on a Stepped Waterway. *Journal of environmental engineering*, 131(10):1377–1386, 2005.
- Toutant A. : *Modélisation physique des interactions entre interfaces et turbulence*. Thèse de doctorat, l'Institut national polytechnique de toulouse, Énergétique et Transfert, 231, 2006.
- Tozzi M. J. : Residual Energy in Stepped Spillways. *International Water Power and Dam Construction*, 46(5):32–34, 1994.

- Türkyilmaz A., Şenvar Ö., Unal Í. et Bulkan S. : A research survey : Heuristic approaches for solving multi objective flexible job shop problems. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 31:1949–1983, 12 2020.
- Van-Den-Bergh F. : *An analysis of Particle Swarm Optimizers*. Thèse de doctorat, Université de Pretoria, South Africa, Computer Science, 281, 2001.
- Versteeg H. et Malalasekera W. : *An Introduction to Computational Fluid Dynamics : The Finite Volume Method*. Prentice Hall, 2nd édition, 2007.
- Zhan J., Zhang J. et Gong Y. : Numerical investigation of air-entrainment in skimming flow over stepped spillways. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 6(3):139–142, 2016.
- Zhang G. et Chanson H. : Interaction between free-surface aeration and total pressure on a stepped chute. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 74:368–381, 2016.

**ملخص:** ينقسم هذا العمل إلى جزأين رئيسيين، تم في الجزء الأول تطوير نماذج رقمية لمحاكاة التدفقات السطحية الحرة في مجاري تصريف مياه الفيضانات على مستوى السدود. تعتمد النمذجة العددية المعتمدة على نموذج  $k - \varepsilon$  للأخذ بعين الاعتبار الاضطرابات التدفقية و على نموذج *Mixture* لإنتاج تأثير السطح الحر. تم بإستخدام هذا للنموذج دراسة تأثير عدد الدرجات على الخصائص الهيدروليكية لتدفقات المياه على مجاري ذات مدرجات. في الجزء الثاني، تم اقتراح منهج للتصميم الأمثل لمدرجات المجري وحوض تبديد الطاقة. تم لهذا الغرض، التوصل إلى حل وسط بين معدل تبديد الطاقة وتكلفة البناء. يعتمد المنهج المقترح على طريقة سرب الجسيمات متعدد الأغراض (*MOPSO*) إلى جانب خوارزمية التكتل  $K - means$  clustering و مقارنة الشعاع الشبه الموزون (*PWV*). تم إختبار المنهجية المقترحة على مثال تطبيقي. وعليه، تم الحصول على مجموعة من عشرين حلاً بمستويات مختلفة من الرضى. بناء على النتائج المتحصل عليها، تم إقتراح صيغة رياضية تقريبية لحساب تكلفة البناء الإجمالي بدلالة قيمة تبديد الطاقة.

**الكلمات المفتاحية:** مجرى ذات مدرجات ، حوض تبديد الطاقة، المحاكاة ، الاستمثال ، *MOPSO*.

**Résumé :** Ce travail de recherche est subdivisé en deux parties principales, dans la première, des modèles numériques ont été mis en œuvre pour simuler les écoulements à surface libre dans les coursiers d'évacuateurs de crue de barrages. La modélisation numérique adoptée se base sur le modèle  $k - \varepsilon$  pour prendre en compte la turbulence et le modèle *Mixture* pour reproduire l'effet de la surface libre. Une investigation sur l'effet du nombre de marches sur les caractéristiques hydrauliques des écoulements dans les coursiers en marches d'escalier a été menée en utilisant les modèles mis en œuvre. Dans la deuxième partie, une procédure d'optimisation a été proposée pour le dimensionnement du coursier en marches d'escalier et du bassin de dissipation d'énergie. Le but est de trouver un compromis entre le taux de dissipation d'énergie et le coût de construction. La procédure proposée est basée sur la méthode d'optimisation multi-objectifs de l'essaim de particules (*MOPSO*) couplée avec l'algorithme de Clustering *K-means* et l'approche du vecteur de pseudo-poids (*PWV*). La procédure proposée est appliquée sur un exemple d'application existant. En conséquence, un ensemble de vingt solutions avec différents niveaux de satisfaction a été obtenu. Une expression approximative du coût total de construction en fonction du taux de dissipation d'énergie a été établie sur la base des résultats obtenus.

**Mots clés :** coursier en marches d'escalier, Bassin de dissipation, Simulation , Optimisation, *MOPSO*

**Abstract :** This research work is constituted by two main parts, in the first one, numerical models have been developed to simulate free surface flows in spillways. The adopted numerical modeling is based on the  $k - \varepsilon$  model to account for turbulence and the *Mixture* model to reproduce the free surface effect. Steps number effect on the hydraulic characteristics of flows over stepped spillways investigated using the implemented models. In the second part, an optimization procedure was proposed for stepped spillways and stilling basin dimensions. To this aim, a compromise between the rate of energy dissipation and the construction cost has been made. The proposed procedure is based on the multi-objective particle swarm optimization (*MOPSO*) method coupled with the *K-means* clustering algorithm and the pseudo-weight vector (*PWV*) approach. The proposed procedure is applied on an existing example. As a result, a set of twenty solutions with different satisfaction levels of each objective were obtained. An approximate expression of the total construction cost as function of energy dissipation rate has been derived based on the obtained results.

**Keywords :** Stepped spillway, Stilling basin, Simulation, Optimization, *MOPSO*.