

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Abderrahmane MIRA de Bejaia



Faculté de Technologie  
Département d'Hydraulique

Laboratoire de Recherche en **Hydraulique Appliquée et Environnement**

## **MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES**

Présenté par :

**OUASDI EL-HADI**

**MOUSSOUS ABDELMALEK**

En vue de l'obtention du diplôme de **MASTER en Hydraulique**

Option : **Ouvrages et Aménagements Hydrauliques**

**INTITULE :**

**Schémas de Lax-Friedrichs à une étape,  
à deux étapes et modifié pour la simulation  
des écoulements à ciel ouvert**

Soutenu le **29 /09 /2022** Devant le jury composé de :

- Président : **Mme BENSLIMANE M.**
- Encadreur (s) : **Mr IKNI T.**
- Examineur (s): **Mr BERREKSI A.**

Année universitaire : 2021/2022

## **Remerciements**

Nous remercions tous d'abord Allah et clément de nous avoir donné la foi et le courage pour terminer ce projet de fin d'études, pour les efforts qui nous a donné, pour pouvoir réaliser ce modeste travail.

Nous tenons à présenter nous remerciments les plus sincères à notre promoteur Monsieur IKNI TAHAR ses précieux conseils pour l'établissement de ce travail.

. Nous tenons à exprimer encore notre gratitude à tous nos enseignants du département d'hydraulique pour leurs assistances pédagogiques et scientifiques.

Enfin nous remercions tous nos familles, amis pour leurs soutiens. A tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réussite de ce travail, on leurs dis Merci.

**EL-HADI § ABDELMALEK**

Je dédie ce modeste travail

A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,

A mes chers frères, Azzeddine, Fatah, Abdelhakim, pour leur appui et leur encouragement,

A mes chères sœurs Yasmina et Wissem pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral,

A ma chérie Amina,

Sans oublié la famille abiza (Karim,Dadi,Rafik.... ),

A tous mes amis ihcen,pipiche,khellaf,toufik,tarek,kociela,bilal,nourddine.....,

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infailible,

Merci d'être toujours là pour moi.

**-THANMIRTH-**  
**-THANMIRTH-**

*DEDICACES*

---

Je dédie ce modeste travail

A mes chers parents source de vie, d'amour et d'affection

A mes deux frères Omar et Mohamed

A tout ma famille

A tous mes amis sont exception

**ABDELMALEK**

## Table des matières

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I. DESCRIPTION DES ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE .....</b>	<b>3</b>
INTRODUCTION.....	3
I.1. DEFINITION .....	3
<i>I.1.1. Ecoulement à surface libre .....</i>	<i>3</i>
I.2. LES CANAUX.....	3
<i>I.2.1. Types des canaux .....</i>	<i>3</i>
I.3. ELEMENTS GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES D'UN CANAL .....	4
<i>I.3.1. Les paramètres géométriques .....</i>	<i>4</i>
<i>I.3.2. Les paramètres hydrauliques.....</i>	<i>5</i>
I.4. CLASSIFICATION DES ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE.....	5
<i>I.4.1. Variabilité dans le temps.....</i>	<i>6</i>
<i>I.4.2. Variabilité dans l'espace.....</i>	<i>6</i>
I.5. REGIMES D'ECOULEMENT .....	7
I.6. ONDE GRAVITAIRE .....	8
I.7. ECOULEMENT AVEC ONDE .....	8
I.8. LES EQUATIONS GOUVERNANT LES TYPES D'ECOULEMENT.....	10
<i>I.8.1. Equation d'écoulement uniforme .....</i>	<i>10</i>
<i>I.8.2. Equation d'écoulement non uniforme .....</i>	<i>11</i>
<i>I.8.2.1. Ecoulement graduellement varié.....</i>	<i>11</i>
<i>I.8.2.2. Écoulement rapidement varié (ressaut hydraulique).....</i>	<i>12</i>
CONCLUSION .....	13
<b>CHAPITRE II. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES RUPTURES DE BARRAGE.....</b>	<b>15</b>
INTRODUCTION.....	15
II.1. GENERALITES SUR LES BARRAGES .....	15
<i>II.1.1. Définition d'un barrage .....</i>	<i>15</i>
<i>II.1.2. L'histoire des barrages au fil des siècles.....</i>	<i>15</i>
II.2. CHOIX DU SITE DE RETENUE, DU BARRAGE ET SON TYPE: .....	15
<i>II.2.1. choix du site de retenue.....</i>	<i>15</i>
<i>II.2.2. choix du site de barrage.....</i>	<i>16</i>
<i>II.2.3. Le choix de type de barrage .....</i>	<i>16</i>
II.3. DIFFERENTS TYPES DE BARRAGES.....	16
<i>II.3.1. Les barrages en béton.....</i>	<i>16</i>
<i>II.3.2. Les Barrage en remblai.....</i>	<i>20</i>
II.4. RUPTURE D'UN BARRAGE .....	22
II.5. CAUSES DE LA RUPTURE DE BARRAGES .....	22
<i>II.5.1. Problème technique .....</i>	<i>22</i>
<i>II.5.2. Causes naturelles.....</i>	<i>22</i>
<i>II.5.3. Causes humaines .....</i>	<i>23</i>
II.6. LES TYPES DE RUPTURE.....	23
<i>II.6.1. Rupture progressive.....</i>	<i>23</i>
<i>II.6.1.1. érosion interne.....</i>	<i>23</i>
<i>II.6.1.2. érosion externe .....</i>	<i>24</i>
<i>II.6.2. Rupture instantanée.....</i>	<i>24</i>
<i>II.6.3. Quelques exemple de rupture de barrage .....</i>	<i>24</i>
II.7. CONSEQUENCES DE RUPTURE DE BARRAGE .....	26
<i>II.7.1. Conséquences sur les populations .....</i>	<i>26</i>
<i>II.7.2. Sur les Biens (Economiques).....</i>	<i>26</i>
<i>II.7.3. Sur L'environnement.....</i>	<i>26</i>
II.8. LES TRAVAUX REALISES SUR LES RUPTURES DU BARRAGE.....	26
CONCLUSION .....	28
<b>CHAPITRE III. MODELISATION MATHEMATIQUE ET NUMERIQUE.....</b>	<b>30</b>
INTRODUCTION.....	30
<i>III.1. MODELISATION MATHEMATIQUE .....</i>	<i>30</i>

III.1.1. EQUATION DE BARRE SAINT-VENANT .....	30
III.1.2. HYPOTHESES DE BASE.....	30
III.1.2.1. Equation de continuité.....	30
III.1.2.2. Équation de la quantité de mouvement.....	32
III.1.3. CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES .....	35
III.1.3.1. conditions initiales.....	35
III.1.3.2. Condition aux limites.....	36
III.2. MODELISATION NUMERIQUE.....	36
III.2.1. METHODE DES DIFFERENCES FINIES .....	36
III.2.1.1. Discrétisation du domaine .....	37
III.2.2. ANALYSE DE L' APPROXIMATION .....	38
III.2.2.1. La convergence .....	38
III.2.2.2. La stabilité .....	38
III.2.3. SCHEMA EXPLICITE, IMPLICITE .....	39
III.2.3.1. Schéma explicite.....	39
III.2.3.2. Schéma implicite.....	39
III.2.4. VISCOSITE ARTIFICIELLE.....	40
III.2.4.1. Méthode proposée par Jameson et al (1981) .....	40
III.2.4.2. Méthode proposée par Lax-Friedrichs .....	41
III.2.5. LES SCHEMAS AUX DIFFERENCES FINIES EXPLICITES FREQUEMMENT UTILISES .....	42
III.2.5.1. Schéma de Lax-Friedrichs à une étape.....	42
III.2.5.2. Schéma de TVD Runge-Kutta d'ordre 1 .....	43
III.2.5.3. Schéma de TVD Runge-Kutta d'ordre 2 .....	44
III.2.5.4. Schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes.....	44
III.2.5.5. Traitement de terme Flux.....	45
III.2.5.6. Etape de correction de vitesse.....	45
III.2.5.7. Introduction du terme source .....	46
III.2.6. PRESENTATION DE MATLAB .....	47
III.2.7. ORGANIGRAMME DE CALCUL .....	48
CONCLUSION.....	49
<b>CHAPITRE IV. APPLICATION NUMERIQUE .....</b>	<b>51</b>
INTRODUCTION.....	51
IV.1. PROBLEME IDEAL DE RUPTURE DE BARRAGE .....	51
IV.2. INFLUENCE DU RAPPORTE $\left(\frac{H_R}{H_L}\right)$ (LA HAUTEUR AVAL) SUR LE REGIME D' ECOULEMENT .....	53
Condition du test.....	53
IV.3. ETUDE COMPARATIVE ENTRE LA SOLUTION ANALYTIQUE ET LA SOLUTION NUMERIQUE DANS LE CAS SEC ET HUMIDE : .....	54
IV.3.1. Cas sec.....	54
Condition du test.....	54
IV.3.2. Cas humide.....	56
1 cas.....	56
Condition du test.....	56
2 éme cas.....	58
Condition du test.....	58
IV.4. RUPTURE DE BARRAGE SUR UN PLAN HORIZONTAL AVEC FROTTEMENT.....	60
Condition du test.....	61
IV.5. RUPTURE DE BARRAGE SUR UN PLAN INCLINEE AVEC FROTTEMENT .....	61
IV.5.1. Les conditions aux limites .....	62
IV.6. EFFET DE PAS DE DISCRETISATION SUR LA VITESSE ET LA HAUTEUR D' ECOULEMENT .....	63
Condition du test.....	63
IV.7. INFLUENCE DE LA VISCOSITE NUMERIQUE SUR LE DEBIT ET LA HAUTEUR D' ECOULEMENT.....	64
Condition du test.....	64
CONCLUSION .....	65
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>66</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE. ....</b>	<b>67</b>

---

## Liste des Figures

Figure I-1 canal naturel .....	3
Figure I-2 Canaux artificiel.....	4
Figure I-3 Eléments géométriques de la section .....	4
Figure I-4 Ecoulement permanent et non permanent .....	6
Figure I-5 Types d'écoulements .....	6
Figure I-6 différents types d'écoulements .....	7
Figure I-7 Schéma illustratif d'un canal soumis à une vanne .....	8
Figure I-8 Propagation d'onde gravitaire .....	9
Figure I-9 Ecoulement sur un plan incliné.....	10
Figure I-10 Ecoulement graduellement varié.....	11
Figure I-11 Schéma général d'un ressaut hydraulique .....	12
Figure II-1 Barrage Romain de Cornalvo .....	15
Figure II-2 Types des Barrages en béton .....	16
Figure II-3 Barrage de Grand Coulee, Etats-Unis .....	17
Figure II-4 Barrage latiyani, Iran .....	17
Figure II-5 barrage voûte de Castillon, France .....	18
Figure II-6 Barrage à voutes multiples , el ksob ,Algérie .....	18
Figure II-7 Barrage en BCR du rialb, Espagne .....	19
Figure II-8 Barrage mobile du Melville, Canada .....	19
Figure II-9 Barrage en terre Homogène .....	20
Figure II-10 barrage à noyau .....	20
Figure II-11 Barrage en enrochement du Bakhadda, Algérie .....	21
Figure II-12 Barrage à masque amont .....	21
Figure II-13 Rupture par érosion interne .....	23
Figure II-14 Rupture du Malpasset, France .....	24
Figure II-15 Longarone avant et après de passage de la vague .....	25
Figure II-16 Vue du barrage Fergoug après la rupture 25 novembre 1927 .....	25
Figure III-1 Le flux entrant et sortant sur un domaine élémentaire .....	31
Figure III-2 La force de pression.....	32
Figure III-3 La force de gravité.....	33
Figure III-4 La force de frottement .....	33
Figure III-5 Grille de discrétisation régulière pour un schéma aux différences finies explicite à trois points .....	37
Figure III-6 Schéma explicite .....	39
Figure III-7 Schéma implicite .....	40
Figure III-8 Domaine n'est pas défini en aval .....	41
Figure III-9 Domaine n'est pas défini en amont .....	41
Figure III-10 Interface Matlab .....	47
Figure IV-1 Condition initiale du problème .....	51
Figure IV-2 1)- Résultats analytiques à $t=0.01s$ , $H_{\text{amont}}=1m$ et $H_{\text{aval}}=(0.01m, 0.14m, 0.28m)$ ;2)- Variation de vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ;3)- Variation de nombre de Froude ;4)- Variation de débit sur l'unité de longueur( $m^2/s$ ) .....	53
Figure IV-3 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{\text{aval}}=(0.01m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ) ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à une étape.....	54
Figure IV-4 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{\text{aval}}=(0.01m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ) ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à deux étapes .....	55

Figure IV-5 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{aval} = (0.01m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax - modifié.....	55
Figure IV-6 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{aval} = (0.14m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à une étape.....	56
Figure IV-7 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{aval} = (0.14m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à deux étapes .....	57
Figure IV-8 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{aval} = (0.14m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax – modifié .....	57
Figure IV-9 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{aval} = (0.28m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à une étape.....	58
Figure IV-10 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{aval} = (0.28m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à deux étapes .....	59
Figure IV-11 a)- Elévation à $t=0.01s$ , $H_{aval} = (0.28m)$ ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement $U(m/s)$ ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax – modifié .....	59
Figure IV-12 Hauteur d'eau le long du canal après rupture de barrage sur un fond sec .....	61
Figure IV-13 Schéma d'essais d'une onde de rupture d'un barrage dans un plan incliné .....	62
Figure IV-14 Comparaison des résultats calculés et expérimentaux pour une rupture de barrage sur un plan incliné .....	63
Figure IV-15 effets de pas de discrétisation sur l'écoulement .....	64
Figure IV-16 Effets de viscosité numérique .....	65

### Liste des Tableaux

Tableau I-1 Eléments géométriques de quelques sections types des canaux.....	5
Tableau II-1 Les accidents les plus grave causé par les ruptures de barrges .....	22
Tableau IV-1 Norme L pour la profondeur d'eau calculée dans le cas sec et humide ..	60
Tableau IV-2 Norme L pour la profondeur d'eau calculée pour des différents pas .....	64

A : Section transversale ( $m^2$ )

$A_m$  : Section mouillée ( $m^2$ )

B : Largeur du canal (m)

C : Célérité de l'onde de gravité (m/s)

$C_n$  : Nombre de courant

$C_w$  : Célérité absolue (m/s)

$D_h$  : profondeur hydraulique (m)

$dM$  : Variation de quantité de mouvement

$dt$  : Variation dans le temps

$dv$  : Variation de la vitesse

$F(U)$  : Vecteur flux

$F_{ext}$  : Forces extérieures (N)

$F_f$  : Force de frottement (N)

$F_g$  : Force de gravité (N)

$F_p$  : Force de pression (N)

$F_r$  : Nombre de Froude

$g$  : Accélération de la pesanteur ( $\approx 9,81 \text{ m/s}^2$ )

$h$  : Tirant d'eau (m)

$h_c$  : hauteur critique (m)

$H_p$  : Charge hydraulique (m)

$i$  : Indice du maillage suivant la direction x

$j, n$  : Indice du maillage suivant la direction y (pas de variation dans le temps)

$k$  : Coefficient de dissipation

$K_s$  : Coefficient de Strickler

L : Longueur du canal (m)

$M_n$  : Coefficient de rugosité de Manning

P : Pression

$P_m$  : Périmètre mouillé (m)

Q : Débit ( $m^3/s$ )

$q$  : Débit unitaire ( $m^2/s$ )

$R_h$  : Rayon hydraulique (m)

$S(U)$  : Vecteur source

$S_0$  : Pente du fond

$S_f$  : Pente d'énergie

$S_w$  : Pente de la surface libre

$t$  : Temps (s)

$U$  : Vecteur d'écoulement

$u$  : Vitesse moyenne de l'écoulement dans une section (m/s)

$V$  : Vitesse d'écoulement (m/s)

$V_i$  : Solution numérique

$v_i$  : Solution numérique

$W_i$  : Erreur globale du calcul

$x$  : Abscisse dans l'espace

$Z$  : Côte du canal (m)

$\alpha$  : Paramètre de pondération

$\Delta t$  : Pas de temps

$\Delta x$  : Pas de discrétisation spatial

$\varepsilon$  : Précision

$\Gamma$  : Limite du domaine

$\rho_w$  : Masse volumique de l'eau ( $kg/m^3$ )

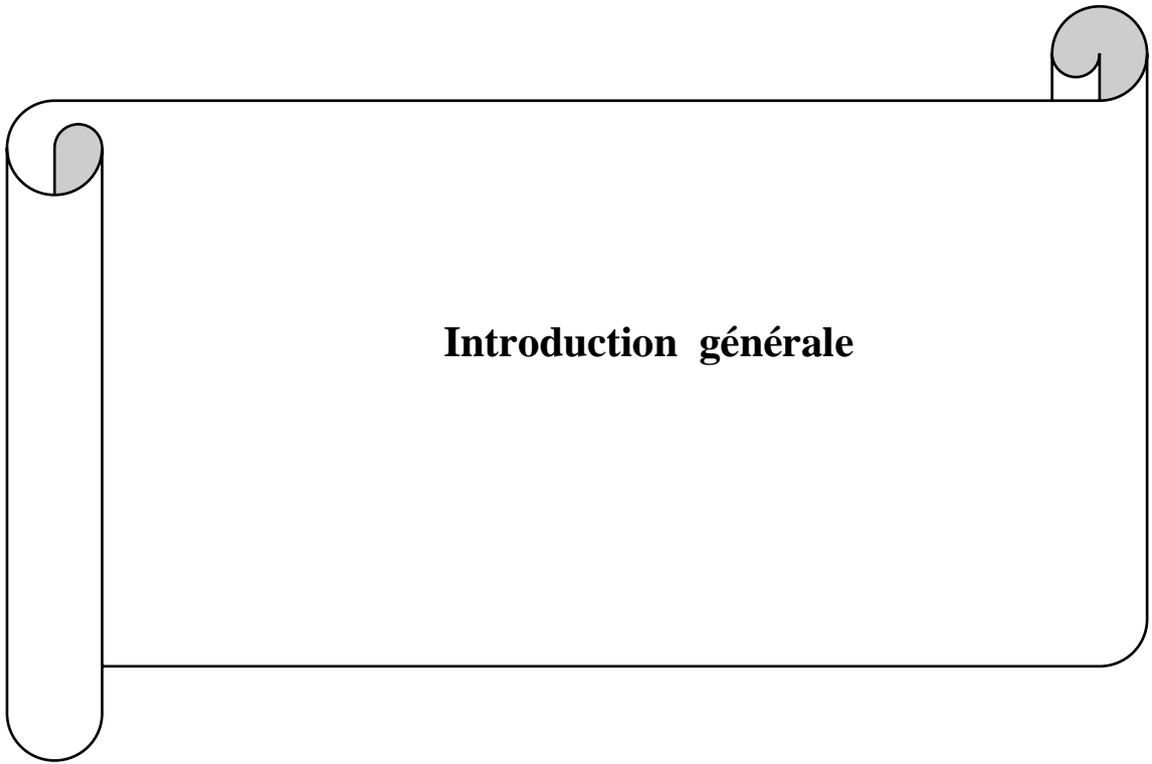
$\gamma_w$  : Poids volumique ( $kn/m^3$ )

$\tau_0$  : Contrainte tangentielle

CFL : Courant Friedrich Lewy

BSV : Barré Saint Venant

EDP : Equations aux Dérivées Partielles



**Introduction générale**

### ***Introduction générale***

Avec le développement des outils de simulations numériques performants et des moyens de calculs associés, la simulation des scénarios de catastrophes à l'échelle environnementale ou industrielle est devenue très sollicitée par les services concernés (exemple :ANBT).

Ces dernières années, des efforts considérables ont été consacrés à la modélisation d'un écoulement dans un canal à ciel ouvert. L'écoulement à surface libre est régi par un système d'équations aux dérivées partielles appelées les équations de Saint-Venant (Cunge et al 1980). De telles équations ne peuvent pas être résolues analytiquement pour le cas général. Ainsi, un certain nombre de méthodes numériques de résolution de ce système d'équations ont été proposées jusqu'à présent.

On s'intéresse dans cette étude à la simulation numérique d'onde de rupture de barrage (DAM-BREAK) en utilisant les équations de Saint -Venant unidimensionnelles 1D, par un schéma explicite aux différences finies.

Le travail présenté dans ce mémoire est organisé comme suit :

Dans le Chapitre I, nous présentons des généralités sur les écoulements à surface libre, les différents paramètres caractéristiques de ces écoulements, la forme et la nature des canaux qui les contient et en terminera par un aperçu sur la notion d'onde de gravité et les écoulements avec onde.

Le deuxième chapitre est consacré aux différents types de barrages, les causes, les conséquences et les modes de ruptures. On terminera par des exemples de ruptures à travers le monde avec quelques travaux scientifique s'effectués dans ce contexte.

Le Chapitre III contient deux parties, dans la première partie un modèle mathématique a été développé pour décrire l'écoulement des liquides dans les canaux à ciel ouvert. Le modèle le plus utilisé est celui donné par les équations de Saint-Venant qui constitue la base de notre étude. Il est reposé sur deux équations : équation de continuité et équation de conservation de la masse.

La deuxième partie est consacrée à la discrétisation numérique des équations gouvernantes. Trois schémas explicites traitant ce genre de problèmes à savoir le schéma de Lax-Friedrichs à une étape, Lax-Friedrichs à deux étapes et Lax-Friedrichs modifié à deux étapes sont utilisés.

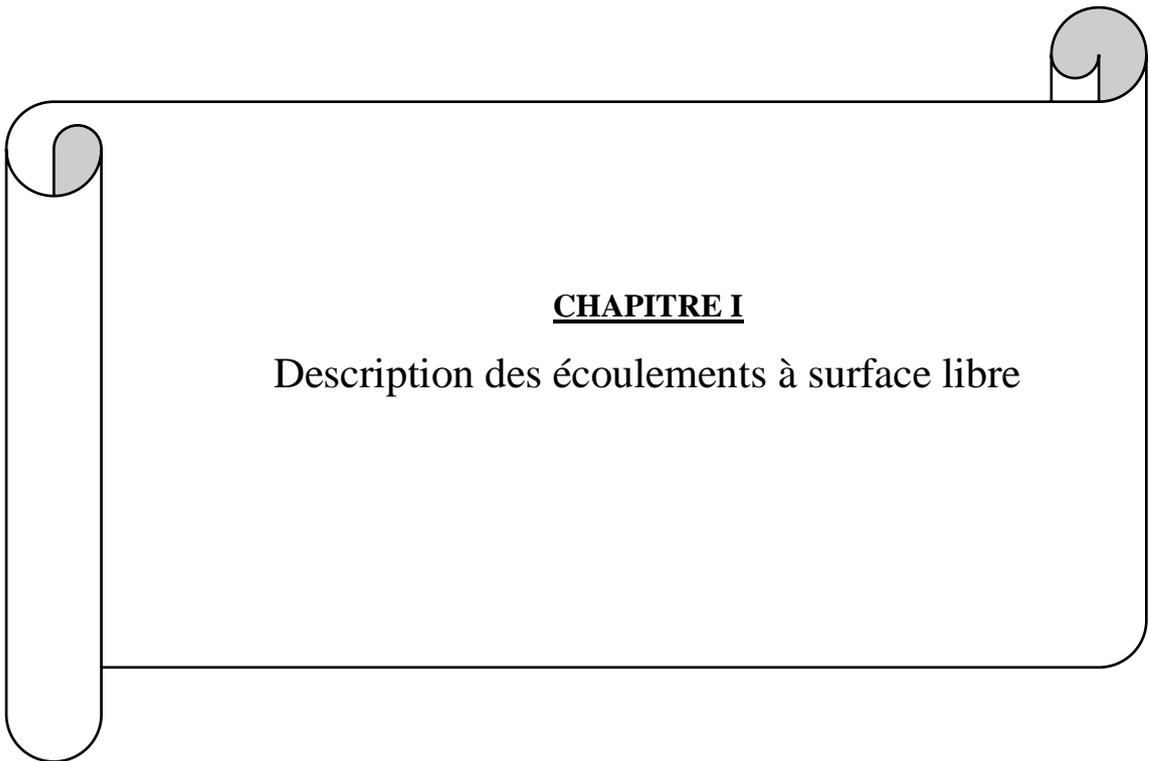
L'utilisation de ces schémas implique certaines conditions de stabilité. Il s'agit notamment du critère de stabilité de Courant Friedrichs Levy(CFL).

Le dernier Chapitre constitue l'objectif de ce travail qui est la simulation numérique de l'onde de rupture de barrage. Plusieurs tests sont étudiés à savoir :

- Rupture de barrage sur un fond horizontal sec et humide ;
- Rupture de barrage sur un fond horizontal sec avec frottement;
- Rupture de barrage sur un fond incliné sec avec frottement.

Enfin, l'effet de quelques paramètres sur l'écoulement, notamment l'effet de la viscosité artificiel et le pas de discrétisation sont étudiés.

Nous terminerons notre mémoire par une conclusion générale.



**CHAPITRE I**

Description des écoulements à surface libre

## INTRODUCTION

Ce chapitre constitue un résumé sur les bases hydrodynamiques des écoulements à surface libre.

L'accent n'est pas mis sur l'approche théorique mais plutôt sur l'application des concepts de l'hydrodynamique aux écoulements à surface libre. Dans un premier temps, on s'attachera à définir les différentes caractéristiques géométriques utiles pour un calcul hydraulique. Dans un deuxième temps, le vocabulaire couramment utilisé dans le domaine de l'hydraulique à surface libre en définissant physiquement les types des écoulements ainsi que leurs notions d'écoulements.

### I.1. Définition

#### I.1.1. Ecoulement à surface libre

Un écoulement en surface libre désigne un écoulement avec une interface libre entre l'air et l'eau, comme dans une rivière, par opposition à un écoulement en charge, où cette interface est absente dans une conduite sous pression [1].

### I.2. Les canaux

Un canal est un système de transport dans le quelle l'eau circule en présentant une surface libre. la position de cette surface libre n'est pas fixée à priori, et la géométrie de l'écoulement n'est donc pas connue. A la surface libre la pression est égale à la pression atmosphérique [2].

#### I.2.1. Types des canaux

On distingue deux catégories de canaux : les canaux naturels (rivières) et les canaux artificiels.

##### a) Les canaux naturels

Les canaux naturels sont les cours d'eau qui existe naturellement. On distingue les rivières et les torrents, et dont les propriétés géométriques et hydrauliques sont généralement assez irrégulières [1]. (Figure (I.1)).

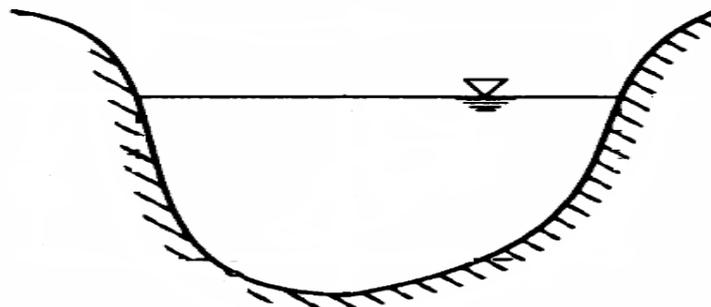


Figure I-1 canal naturel [1]

##### b) Les canaux artificiels

Ce sont les cours d'eau réalisés par l'homme sur ou sous la surface de la terre tels que : les canaux découverts construits au ras du sol (canaux de navigation, d'adduction, d'évacuation d'irrigation et de drainage ou les canaux couverts dans lesquels l'eau ne remplit pas toute la section du canal tels que : tunnels hydrauliques, aqueducs, drains et égouts [2]. (Figure (I.2))

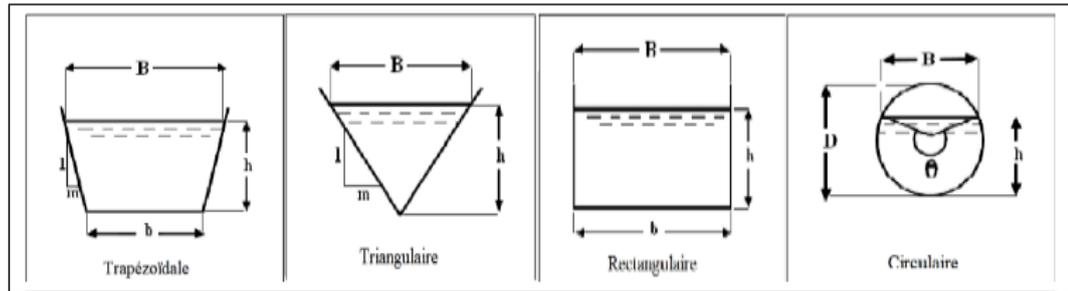


Figure I-2 Canaux artificiel

### I.3. Éléments géométriques et hydrauliques d'un canal

Nous allons définir les grandeurs géométriques les plus utilisées permettant de caractériser l'écoulement [3], (Figure (I.3)).

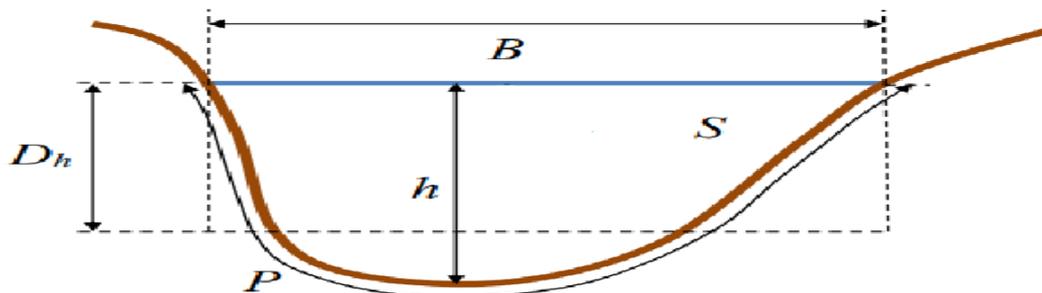


Figure I-3 Éléments géométriques de la section

#### I.3.1. Les paramètres géométriques

- ✓ La **section transversale** d'un canal est la section plane normale à la direction de l'écoulement.
- ✓ La **surface mouillée**  $S_m$  ( $m^2$ ) est la portion de la section occupée par le fluide dans la section du canal.
- ✓ Le **périmètre mouillé**  $P$  (m) d'une section est la longueur de la zone de contact entre l'eau et le canal au sein de la section mouillée.
- ✓ La **largeur au miroir**  $B$  (m) est la longueur de la zone de contact entre l'eau et l'air au sein d'une section.
- ✓ La **position du centre de gravité**  $y_G$  par rapport à la surface libre.
- ✓ Le **rayon hydraulique** est donné par :

$$R_h = \frac{S}{P} \quad \text{I-1}$$

- ✓ La **profondeur hydraulique** est donnée par :

$$D_h = \frac{S}{B} \quad \text{I-2}$$

Les éléments géométriques de quelques sections des canaux artificiels sont calculés comme suivant (Tableau(I.1)).

Tableau I-1 Eléments géométriques de quelques sections types des canaux

Section	Rectangle	Trapèze	Cercle	Triangle
Largeur de miroir B	<b>b</b>	<b>B+2*mh</b>	$(\sin \frac{\theta}{2}) * D$	<b>2*mh</b>
Surface mouillée S	<b>b*h</b>	<b>(b+mh) *h</b>	$\frac{1}{8}(\theta - \sin \theta) * D^2$	<b>m * h<sup>2</sup></b>
Périmètre mouillé P	<b>b+2h</b>	$b + 2h\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{1}{2}\theta * D$	$2h * \sqrt{1 + m^2}$
Rayon Hydraulique $R_h$	$\frac{bh}{b + 2h}$	$\frac{(b + mh) * h}{b + 2h * \sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{1}{4} * \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta}\right) * D$	$\frac{mh}{2h * \sqrt{1 + m^2}}$
Profondeur Hydraulique $D_h$	<b>h</b>	$\frac{(b + mh) \times h}{b + 2 \times mh}$	$\left(\frac{(\theta - \sin \theta)}{\sin \frac{\theta}{2}}\right) * \frac{D}{8}$	$\frac{1}{2}h$

### I.3.2. Les paramètres hydrauliques

- ✓ Le **débit** Q (m<sup>3</sup>/s) dans une section est défini comme étant le volume du liquide écoulé à travers cette section pendant une unité de temps [3].

$$Q = \frac{V}{t} \quad \text{I-3}$$

- ✓ La **vitesse moyenne** U (m/s) est le rapport du débit Q par la section mouillée A.

$$U = \frac{Q}{A} \quad \text{I-4}$$

- ✓ La **charge** H dans une section est donnée par :

$$H = z + h + \frac{U^2}{2g} \quad \text{I-5}$$

- ✓ La **charge spécifique** dans une section est :

$$H_s = h + \frac{U^2}{2g} \quad \text{I-6}$$

- ✓ Le **poids volumique** de l'eau est noté :

$$\gamma_w = g * \rho_w \quad \text{I-7}$$

$\rho_w$  désigne la masse volumique de l'eau et vaut 1000 kg/m<sup>3</sup> dans le cas de l'eau sans matière en suspension et  $g$  désigne l'accélération de la pesanteur et vaut 9.81 m/s<sup>2</sup>.

### I.4. Classification des écoulements à surface libre

Les écoulements à surface libre peuvent être classés suivant la variation des paramètres hydrauliques (h , U) dans le temps et l'espace .

1.4.1. Variabilité dans le temps

L'écoulement est dit permanent si les caractéristiques hydraulique ( $h$ ,  $U$ ) restent invariables dans le temps en grandeur et en direction. Dans le cas contraire l'écoulement est dit non permanent [1].

l'écoulement ne varie pas dans le temps ( $\partial/\partial t = 0$ ) ce qui implique que le débit est constant le long du cours d'eau ( $\partial Q/\partial t = 0$ ). (Figure (I-4))



Figure I-4 Ecoulement permanent et non permanent

1.4.2. Variabilité dans l'espace

1.4.2.1. Ecoulement uniforme

La profondeur ainsi que les autres paramètres de l'écoulement sont les mêmes en toute section du canal [3].

1.4.2.2. Ecoulement non uniforme ou varié

La profondeur d'écoulement ainsi que les autres paramètres varient le long du canal. Cette variation peut être graduelle ou brusque et rapide. Par conséquent, l'écoulement non uniforme ou varié se subdivise en [4] :

- Ecoulement graduellement varié.
- Ecoulement brusquement varié.

En récapitulant, on aura : (Figure (I.5))

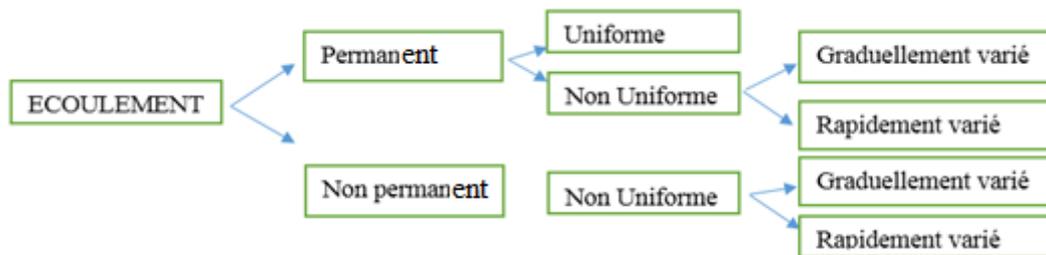


Figure I-5 Types d'écoulements

- Lorsque le mouvement est graduellement varié, les paramètres de l'écoulement ne changent que très lentement d'une section à l'autre. On peut donc admettre que l'écoulement est quasi-uniforme le long d'un petit tronçon et que la vitesse reste quasiment constante [1].
- Lorsque le mouvement varie rapidement, les paramètres de l'écoulement changent brusquement, parfois avec des discontinuités. Cela se manifeste en

général au voisinage d'une singularité, telle qu'un déversoir, un rétrécissement ou une chute brusque [1].

- Un mouvement varié peut être accéléré ou décéléré, suivant que la vitesse croît ou décroît dans le sens du mouvement (Figure (1.6)).

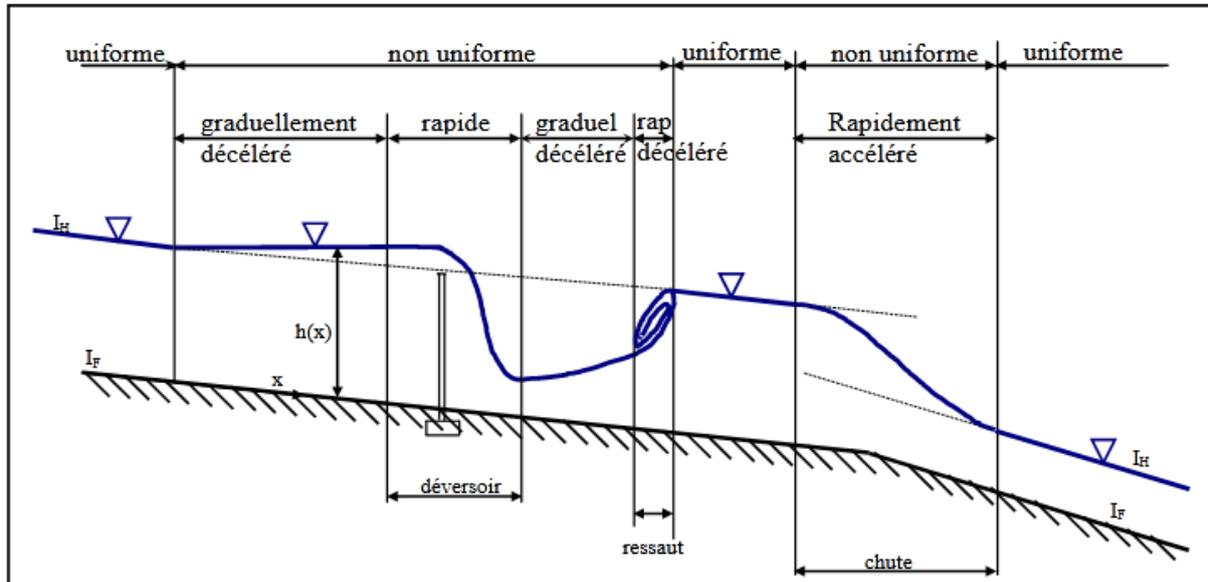


Figure I-6 différents types d'écoulements [2]

### 1.5. Régimes d'écoulement

Le régime d'écoulement est représenté par le rapport des forces d'inertie aux forces de gravité. Ce rapport, de grande utilité en hydraulique des écoulements à surface libre, est définie comme étant le **nombre de Froude**, et est exprimé par [5] :

- **Nombre du Froude**, qui est le rapport entre les forces d'inertie et celles de gravité ou :

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gDh}} \quad \text{I-8}$$

- Si  $Fr=1$  : on dira que l'écoulement est en régime Critique.
- Si  $Fr > 1$  : l'écoulement est en régime Torrentiel (Supercritique). Les forces d'inertie sont prépondérantes, et ceci se traduit par une importante vitesse d'écoulement.
- Si  $Fr < 1$  : l'écoulement est en régime Fluvial (Subcritique). Dans ce cas, l'effet de la gravité est plus prononcé, ceci se traduit par une faible vitesse d'écoulement.
  - **Le nombre du Reynolds** caractérise la turbulence. C'est le rapport entre les forces inerties et les forces de viscosité. Dans le cas des écoulements en canaux  $Re$  est donné par :

$$Re = \frac{U \cdot R_h}{\nu} \quad \text{I-9}$$

Le rôle de nombre de Reynolds est de permettre le classement des écoulements.

**Dans le cas des écoulements en charge on a :**

- Ecoulement laminaire :  $Re < 2000$ .
- Transition  $2000 < Re < 4000$ .
- Ecoulement turbulent :  $Re > 4000$ .

**Dans le cas des écoulements à surface libre on a :**

- Ecoulement laminaire :  $Re < 500$ .
- Transition  $500 < Re < 1000$ .
- Ecoulement turbulent :  $Re > 1000$ .

### I.6. Onde gravitaire

La célérité d'onde est la vitesse de l'onde par rapport au niveau normal du liquide dans le canal [5].

La célérité de l'onde de gravité est donnée par la relation :

$$C^2 = g \cdot D_h \quad \text{I-10}$$

### I.7. Ecoulement avec onde

La relation précédent (I.10) reste valable dans le cas où l'eau serait en mouvement ; où on observe la superposition de l'onde au courant de l'écoulement. Par conséquent, la célérité générée par cette superposition est donnée par [5].

$$CW = U \pm C \quad \text{I-11}$$

Ou :

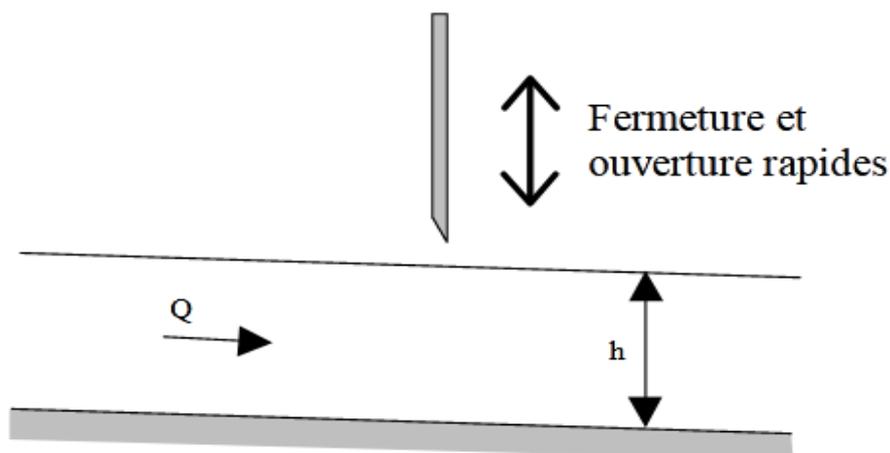
Cw : célérité absolu .

Cette célérité est donnée par deux relations :

$$C' = U - \sqrt{gD_h} \quad \text{I-12}$$

$$C'' = U + \sqrt{gD_h} \quad \text{I-13}$$

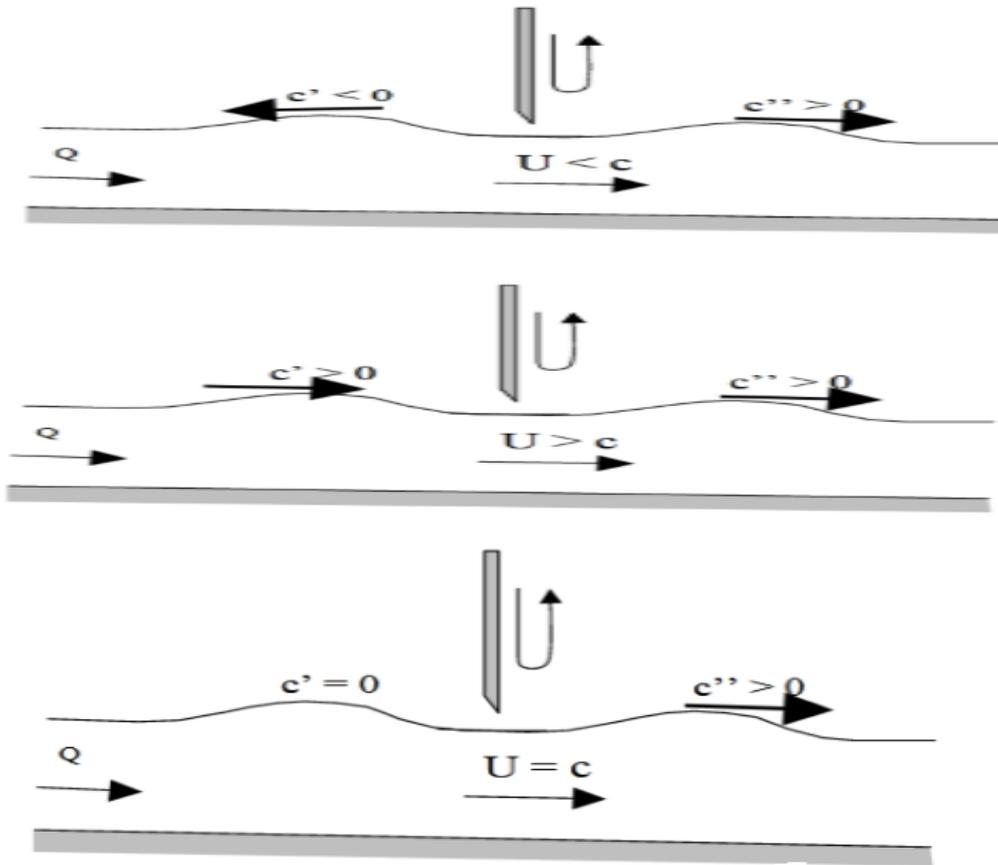
Supposons un canal à section constante, à pente constante et avec une hauteur h et un débit constant Q. On crée une perturbation grâce à une vanne que l'on ferme et que l'on ouvre très rapidement [1,4]. (Figure (I.7))



**Figure I-7** Schéma illustratif d'un canal soumis à une vanne [1]

Au niveau de la surface libre, il se crée deux ondes (ondes de gravité). L'une se propage toujours vers l'aval et l'autre se propage vers l'amont (Figure (I.8)).

- si la vitesse dans le canal est inférieure à la vitesse de l'onde de gravité, elle s'oriente vers l'aval.
- si la vitesse dans le canal est supérieure à la vitesse de l'onde de gravité, elle s'oriente vers l'amont.



**Figure I-8** Propagation d'onde gravitaire [4]

$U$  : vitesse de l'écoulement.

$c$  : célérité des ondes.

$c'$  : vitesse de l'onde amont.

$c''$  : vitesse de l'onde aval.

Dans le cas où :

- $U > c$ , l'amont n'est pas influencé par les conditions hydrauliques à l'aval (régime torrentiel) ou  $Fr > 1$ . Fig (I-8-a)
- $U < c$ , on a une remontée de l'onde qui va perturber l'amont (régime fluvial), ce phénomène est appelé influence aval ou  $Fr < 1$ . Fig (I-8-b)
- $U = c$ , régime critique ou  $Fr = 1$ . Fig (I-8-c)

## I.8. Les équations gouvernant les types d'écoulement

## I.8.1. Equation d'écoulement uniforme

On considère deux sections de fluide 1 et 2 (Figure (I.9)).

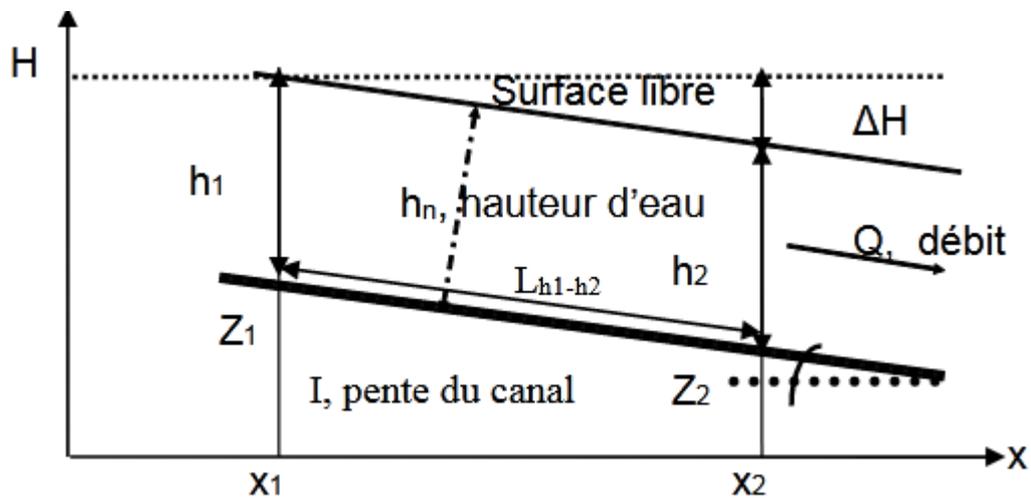


Figure I-9 Ecoulement sur un plan incliné

En appliquant le principe de Bernoulli entre (1) et (2) :

$$Z_1 + h_1 + \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + h_2 + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta H \quad \text{I-14}$$

Comme l'écoulement est uniforme les paramètres d'écoulements (hauteur d'eau  $h$  et la vitesse  $U$ ) restent constants. Donc d'après (équation I-14) on aura :

$$\Delta H = J L_{h1-h2} = Z_1 - Z_2 \quad \text{I-15}$$

$$J = Z_1 - Z_2 / L_{h1-h2} \quad \text{I-16}$$

Comme l'écoulement est uniforme, la pente  $I$  du canal est faible et la longueur  $L_{h1-h2}$  entre les deux sections (1) et (2) est proche de  $\Delta x = x_1 - x_2$  c'est-à-dire  $L_{h1-h2} \approx \Delta x$  d'où [6]:

$$J = Z_1 - Z_2 / \Delta x$$

D'où l'équation du régime uniforme est :

$$I = J = \frac{U^2}{C^2 * R_h} \quad \text{I-17}$$

Avec  $C$ : coefficient de Chézy (nature de paroi)

D'après (I-17) Nous retrouvons la vitesse de Chézy:

$$U = C * \sqrt{R_h * I} \quad \text{I-18}$$

Le coefficient  $C$  il tient compte de la rugosité du canal, de sa forme et des conditions d'écoulement et devant être déterminé par expérience. Plusieurs auteurs ont proposé des quantifications de  $C$ , parmi lesquels Kutter, Bazin, Manning-Strickler, etc. [5].

- La formule de Manning-Strickler

L'équation (I-18) donne l'expression du coefficient  $C$  en fonction de rugosité  $n$ . [1]

$$C = \frac{1}{n} * R_h^{\frac{1}{6}} \quad \text{I-19}$$

L'équation (I-19) donne l'expression du coefficient C en fonction de K.

$$C = K * R_h^{\frac{1}{6}} \quad \text{I-20}$$

Où K est le coefficient de Strickler ( $m^{1/3} S^{-1}$ ) et n ( $n = 1/K$ ) est le coefficient de Manning.

- La formule de kutter

$$C = \frac{100}{1 + \left(\frac{mk}{\sqrt{Rh}}\right)} \quad \text{I-21}$$

D'où : mk étant le coefficient de kutter. [5]

### I.8.2. Equation d'écoulement non uniforme

#### I.8.2.1. Ecoulement graduellement varié

Pour un écoulement graduellement varié la hauteur h, la section S, la vitesse V sont fonction de x. La pente du fond n'est pas parallèle à la pente de la surface libre ( $j \neq i$ ). (Figure (I.10)).

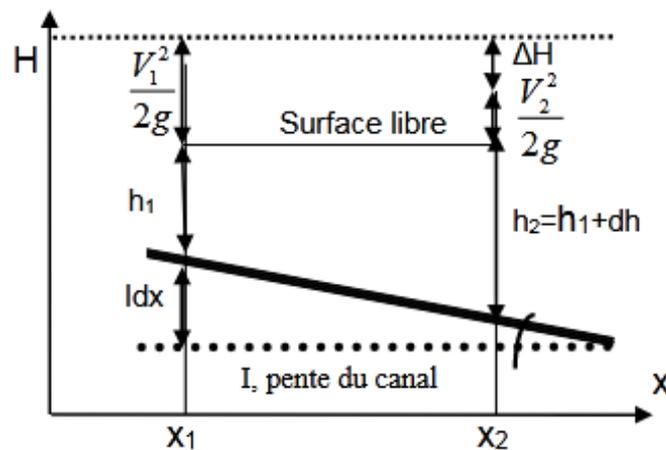


Figure I-10 Ecoulement graduellement varié

La charge piézométrique à la section 1 est :

$$H_1 = i dx + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{I-22}$$

La charge piézométrique à la section 2 est :

$$H_2 = j dx + h_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad (h_2 = h_1 + dh) \quad \text{I-23}$$

$$H_2 = j dx + h_1 + dh + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{I-24}$$

Comme  $H_1 = H_2$  donc :

$$i dx + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = j dx + h_1 + dh + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{I-25}$$

$$\rightarrow I dx - J dx = dh + \left( \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right) \quad I-26$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = d \left( \frac{v^2}{2g} \right) \rightarrow I dx - J dx = dh + d \left( \frac{v^2}{2g} \right) \rightarrow I - J = \frac{dh}{dx} + \frac{d \left( \frac{v^2}{2g} \right)}{dx} \quad I-27$$

$$I - J = \frac{dh}{dx} + \frac{d \left( \frac{Q^2}{2gs^2} \right)}{dx} \quad I-28$$

$$d \left( \frac{Q^2}{2gs^2} \right) = - \frac{Q^2 B}{gs^2} \left( \frac{dh}{dx} \right) \rightarrow I - J = \frac{dh}{dx} - \frac{Q^2 B}{gs^2} \left( \frac{dh}{dx} \right) \quad I-29$$

Enfin on aura :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{gs^2}} \quad I-30$$

Cette relation permet de suivre l'évolution de la profondeur de l'eau (h) dans le canal en fonction de (x) [6].

1.8.2.2. Écoulement rapidement varié (ressaut hydraulique)

Le ressaut hydraulique est un écoulement rapidement varié. Il est engendré d'un passage d'un écoulement torrentiel (supercritique) à un régime fluvial [6], (Figure (I.11)).

a) Equation du ressaut hydraulique

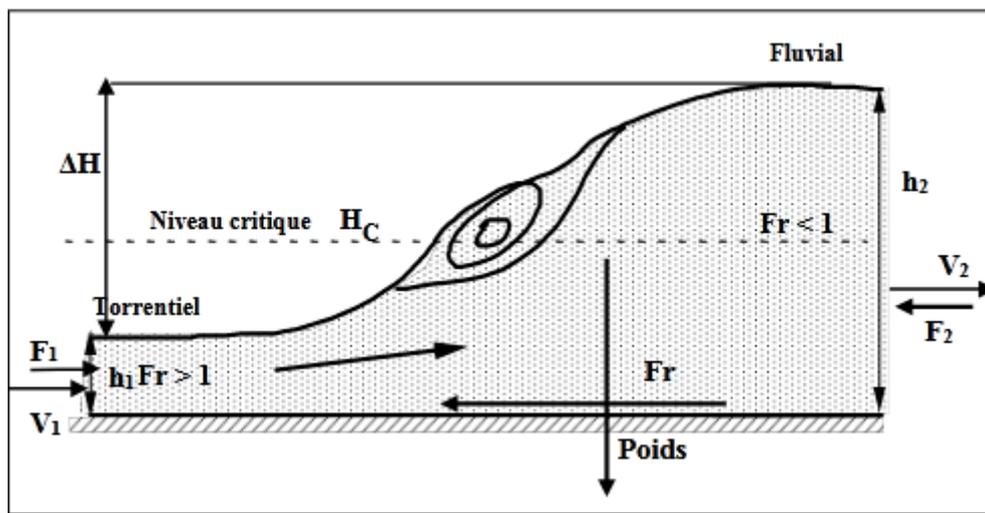


Figure I-11 Schéma général d'un ressaut hydraulique [6].

Les hauteurs h1 et h2 sont appelées ' hauteurs conjuguées du ressaut . La perte de charge est représentée par ΔH.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique :

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} = \rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \quad I-31$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} + \vec{F}_r = \rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \quad I-32$$

En négligeant les forces de frottement, (P=0 car P⊥Ox), on aura :

$$\rho g h_{1G} * S_1 - \rho g h_{2G} * S_2 = \rho Q (V_2 - V_1) \quad I-33$$

$$\frac{\rho g h_1^2}{2g} * B - \frac{\rho g h_2^2}{2g} * B = \rho Q \left( \frac{Q}{S_2} - \frac{Q}{S_1} \right) \quad \text{I-34}$$

$$(h_1^2 - h_2^2) = \frac{2Q^2}{gB^2} \left( \frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) \quad \text{I-35}$$

$$(h_1^2 - h_2^2) = \frac{2Q^2}{gB^2} \left( \frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) \quad \text{I-36}$$

**Prenant**  $\frac{Q^2}{B^2} = q^2$  **on aura**

$$(h_1^2 - h_2^2) = \frac{2q^2}{g} \left( \frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) = \frac{2q^2}{g} \left( \frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) = \frac{2q^2}{g} * \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} \quad \text{I-37}$$

Après développement, on déduit deux expressions suivantes :

$$h_1 h_2^2 + h_2 h_1^2 - \frac{2q^2}{g} = 0 \quad \text{I-38}$$

$$h_1^2 h_2 + h_2^2 h_1 - \frac{2q^2}{g} = 0 \quad \text{I-39}$$

Les solutions positives de ses deux équations sont les suivantes :

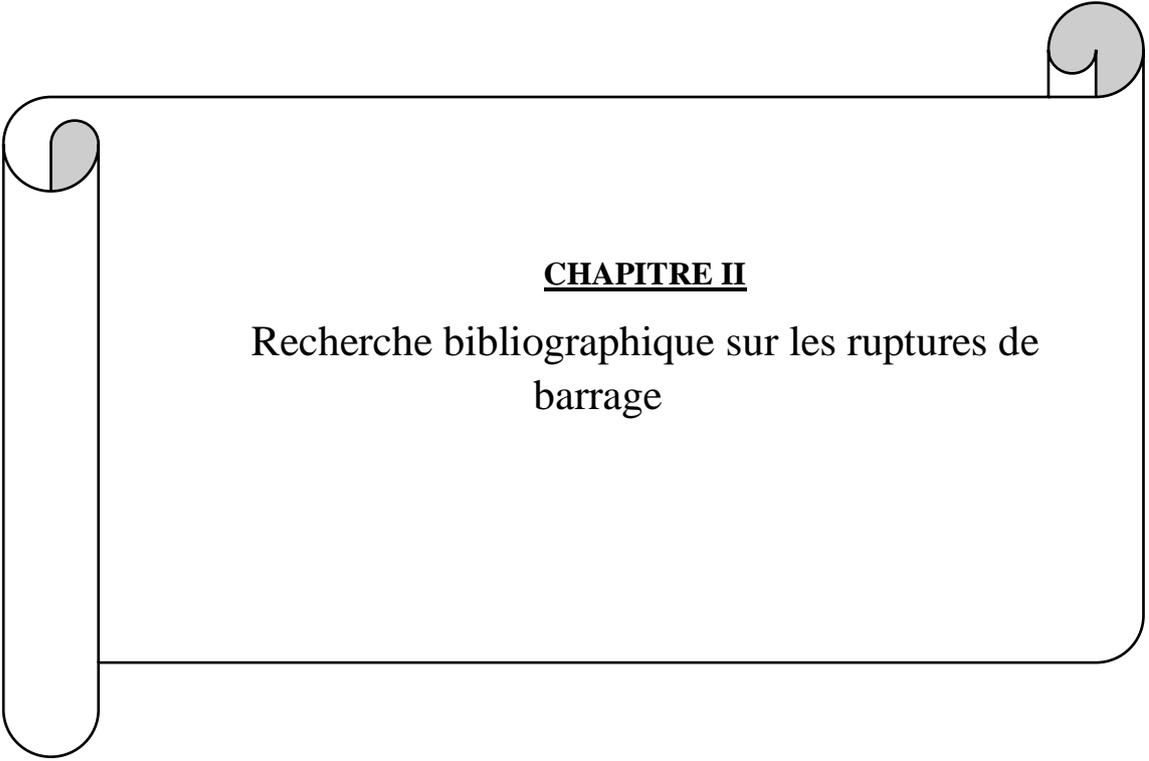
$$h_2 = \frac{h_1}{2} * \left( \sqrt{(1 + 8Fr_1^2)} - 1 \right) \quad \text{I-40}$$

$$h_1 = \frac{h_2}{2} * \left( \sqrt{(1 + Fr_2^2)} - 1 \right) \quad \text{I-41}$$

$h_1$  et  $h_2$  sont appelées hauteurs conjuguées du ressaut.

### Conclusion

Dans ce chapitre, on a parlé sur quelques notions de base sur les principales caractéristiques géométriques des canaux ainsi que les caractéristiques et la classification des écoulements à surface libre pour différents types des canaux, régimes d'écoulement, écoulement avec onde et les notions de ces écoulements à surface libre.



**CHAPITRE II**

Recherche bibliographique sur les ruptures de  
barrage

## Introduction

Les barrages ne sont pas nouveaux, ils ont construit depuis des milliers d'années pour maîtriser les crues et assurer l'approvisionnement en eau pour la consommation, l'irrigation et plus récemment, l'industrie. Mais ces derniers peuvent représenter un risque majeur sur la vie humaine en cas de rupture.

Dans ce chapitre nous aborderons à quelques généralités sur les barrages ainsi leurs types, par suit on définit la rupture de barrage, quelque causes et conséquences de rupture, exemple de rupture et vers la fin on présentera les différentes études et travaux qui ont été faites sur la rupture des barrages.

## II.1. Généralités sur les barrages

### II.1.1. Définition d'un barrage

Un barrage est un « ouvrage artificiel coupant le lit d'un cours d'eau et servant soit à en assurer la régulation, soit à pourvoir à l'alimentation en eau des villes ou à l'irrigation des cultures, ou bien à produire de l'énergie" et une digue est un "ouvrage destiné à contenir les eaux, à élever leur niveau ou à guider leur cours » [7].

### II.1.2. L'histoire des barrages au fil des siècles

Le plus ancien barrage connu à ce jour il est situé en Jordanie. Il daterait du 4ème millénaire av. J.-C. D'après l'historien grec Hérodote, un autre barrage aurait été construit en Egypte par le pharaon Ménès, à Kosheish, pour irriguer les cultures et alimenter en eau potable la population de la ville de Memphis. De plus, en dérivant et endiguant le Nil, ce barrage protégeait la ville des inondations dues à ses crues régulières. Cet ouvrage de 115 mètres aurait été construit vers 3000 av. J.-C. Par la suite les romains ont aussi construit des barrages comme celui de Cornalvo, édifié en 130 après J.-C., situé à 15 km de la ville de Mérida au sud-ouest de l'Espagne. Il fut construit pour alimenter en eau la ville d'Augusta Emerita, l'actuelle Mérida [8]. (Figure (II.1)).



**Figure II-1** Barrage Romain de Cornalvo [8]

## II.2. Choix du site de retenue, du barrage et son type:

### II.2.1. choix du site de retenue

Le choix du site de retenue doit être effectué en fonction des conditions suivantes :

- **Conditions topographiques** (les limites du bassin versant, topographie de la vallée de la rivière, topographie du site de la retenue pour estimer les volumes des retenues en fonction des niveaux des eaux).

- **Conditions géologiques** (stabilité des appuis et des fondations, étanchéité de la cuvette, stabilité des versants, état de fracturation, l'existence des zones d'emprunts)
- **Conditions hydrologiques** (bassin versant de la retenue, pluviométrie, débits d'apport des cours d'eau, crues, apport solide...).

### II.2.2. choix du site de barrage

Le meilleur emplacement est un endroit où la vallée se rétrécit. En amont de rétrécissement, la vallée doit être plus évasée et de faible pente pour permettre d'emmagasiner le plus grand volume. La digue est la plus petite et donc la moins couteuse [9].

### II.2.3. Le choix de type de barrage

Le choix du type de barrage se fait à partir des conditions locales :

- Des qualités géotechniques du support ;
- Des ressources en matériaux de construction (en qualité et en quantité) ;
- La décision définitive est prise en prenant en compte, les bénéfices escomptés production énergétique, protection des sites,..), couts (acquisitions, travaux...) et l'impact sur l'environnement (naturel et humain).

### II.3. Différents types de barrages

On considère qu'il existe deux grandes familles de barrages [10] :

- **Les barrages rigides, en béton ou en maçonnerie on distingue :**
  - Barrages poids ;
  - Barrages à contreforts ;
  - Barrages voûtes ;
  - Barrages à voûtes multiples ;
  - Barrage en béton compacté au rouleau (BCR).
- **Les barrages souples, en remblais qui sont :**
  - Barrages en terre ;
  - Barrages en enrochement.

#### II.3.1. Les barrages en béton

Les barrages en béton supportent mal les efforts de traction. En effet leurs fondations doivent être de qualité la plus homogène possible de façon à éviter les tassements différentiels. On trouve Cinq types de barrage en béton, (Figure (II.2)).

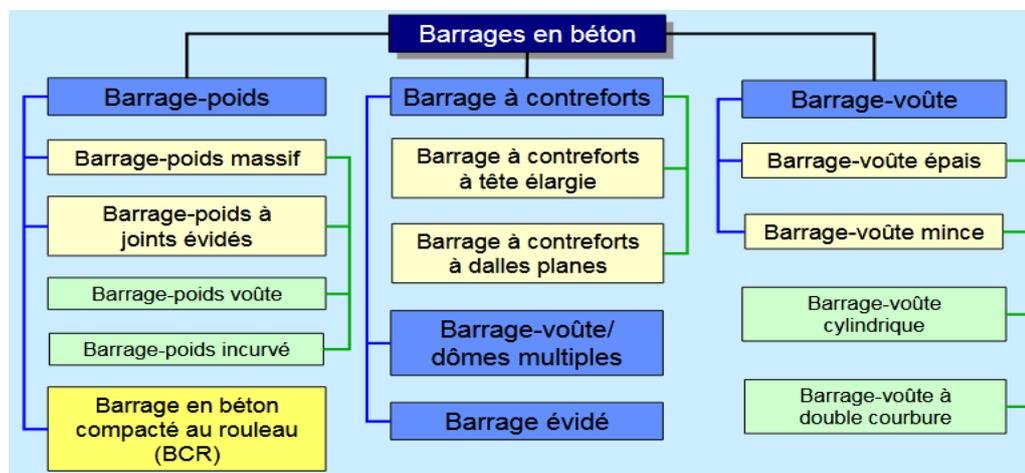


Figure II-2 Types des Barrages en béton [10]

### 1) Barrage-poids

Il s'agit de barrer un cours d'eau par un obstacle qui résistera par sa géométrie et son poids à un certain nombre d'actions qui tendent à le faire basculer et/ou à le faire glisser. Ils sont généralement réalisés en maçonnerie ou en béton. Ces ouvrages sont étanches "dans la masse". Cependant les barrages en maçonnerie peuvent, avec le temps, nécessiter des étanchéités complémentaires.

La stabilité de barrage-poids sous l'effet de la poussée de l'eau est assurée par le poids du matériau. Ces ouvrages peuvent être en maçonnerie ou en béton, en maçonnerie hourdée à la chaux pour les plus anciens, en béton compacté au rouleau pour les plus récents. Ce type de barrage convient bien pour des vallées larges ayant une fondation rocheuse. Ils sont souvent découpés en plots à la construction, l'étanchéité entre plots étant assurée par un dispositif placé à l'amont des joints [7]. (Figure (II.3)).



Figure II-3 Barrage de Grand Coulee, Etats-Unis [11]

### 2) Barrage a contreforts

Les barrages à contreforts sont bien adaptés aux vallées larges avec une fondation rocheuse de bonne qualité. Les parements amont sont en général fortement inclinés de manière à transmettre directement au pied des contreforts et donc à la fondation rocheuse une partie de la poussée de l'eau sur le parement amont [10]. (Figure (II.4)).



Figure II-4 Barrage latiyen, Iran [9]

### 3) Barrage voûte

Les barrages-voûtes sont des barrages généralement en béton dont la forme courbe permet un report des efforts de poussée de l'eau sur les rives rocheuses de la vallée. L'utilisation de l'effet d'arc bien connu des constructeurs de cathédrales est plutôt récente dans le domaine des barrages (encore qu'on en trouve des applications dès le XIII<sup>ème</sup> siècle en Iran ainsi que, sous une forme plus rustique, par les Romains). La réalisation d'une voûte est certainement la façon d'utiliser au mieux les capacités du béton à supporter les efforts de compression, de diminuer le volume du matériau à mettre en œuvre [12]. (Figure (II.5)).

Aujourd'hui, ils sont souvent préférés à tous les autres types pour les sites de grande hauteur (plus de 150 m)



**Figure II-5** barrage voûte de Castillon, France [12]

### 4) Barrage à voûtes multiples

Un barrage à voûtes multiples comprend deux parties distinctes jouant chacune un rôle particulier [8]:

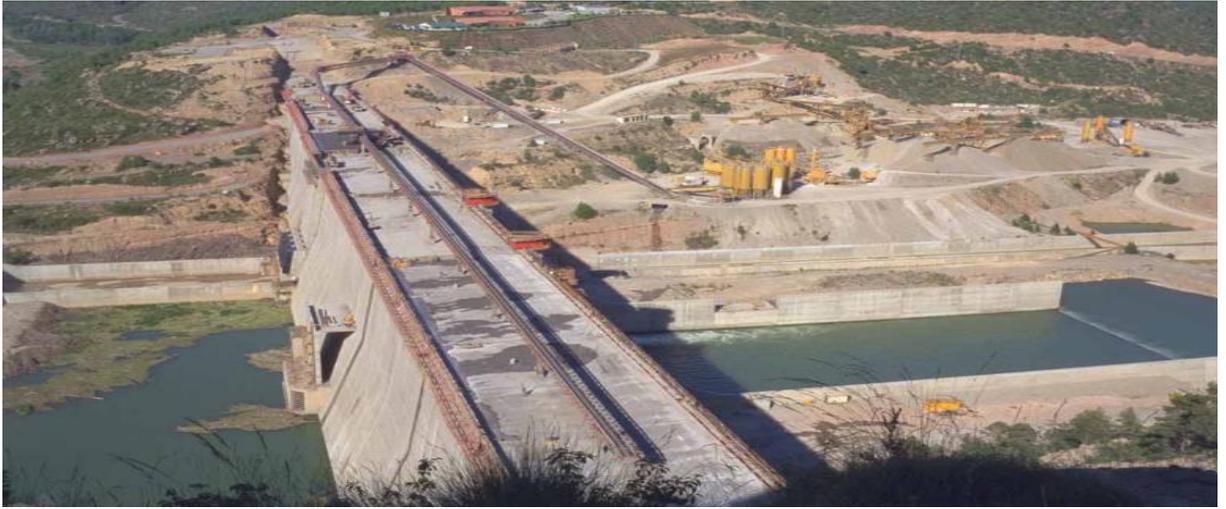
- Un masque d'étanchéité constitué d'un certain nombre de voûtes en béton ou en béton armé de faible épaisseur ;
- Des contreforts en béton sur lesquels s'appuient les voûtes et qui reportent sur le sol les poussées exercées par celles-ci. (Figure (II.6)).



**Figure II-6** Barrage a voutes multiples , el ksob ,Algérie [11]

### 5) Barrage en BCR (béton compacté au rouleau)

Depuis la fin des années 1970, une nouvelle technologie s'est développée pour optimiser la construction du barrage-poids : le béton compacté au rouleau BCR. le béton n'est plus coulé entre des coffrages, puis vibré avec des aiguilles, comme du béton conventionnel, mais répandu horizontalement au bulldozer et compacté avec des compacteurs vibrants, suivant les techniques de terrassement ; l'épaisseur des couches varie de 30 à 60 cm. Grâce à un tel compactage beaucoup plus énergique, le béton peut être mis en place plus sec, avec juste la quantité d'eau nécessaire à l'hydratation du ciment ; cela autorise, à résistance égale, une moindre quantité de ciment (jusqu'à moins de 100 kg/m<sup>3</sup>) [10]. (Figure (II.7)).



**Figure II-7** Barrage en BCR du rialb, Espagne [10]

### 6) Les barrages mobiles

Les barrages mobiles sont conçus pour rendre les rivières navigables en les canalisant. Grâce à ces ouvrages, le niveau de la rivière va être relevé de quelques mètres pour créer des biefs successifs où pourront circuler des bateaux. Cependant, ils doivent pouvoir s'effacer en cas de crue, lorsque le débit de la rivière augmente brutalement [13]. (Figure (II.8)).



**Figure II-8** Barrage mobile du Melville, Canada [13]

### II.3.2. Les Barrage en remblai

On appelle barrages en remblais tous les barrages construits avec des matériaux terreux. Cette catégorie de barrages regroupe plusieurs catégories différentes par les types de matériaux utilisés et la méthode employée pour assurer l'étanchéité. Ainsi les matériaux de construction peuvent avoir une granulométrie étendue avec une gamme de grains allant du très fins au grossier [10].

- Les barrages en terre homogène ;
- Les barrages à noyau ;
- Barrage en enrochement ;
- Les barrages à masque amont.

#### 1) Les barrages en terre homogène

Un barrage en terre est dit homogène lorsqu'il est constitué d'un même matériau à dominante argileuse, relativement imperméable. Selon les ouvrages, la pente des talus sera plus ou moins forte, en fonction notamment des caractéristiques du matériau employé [13]. (Figure (II.9)).

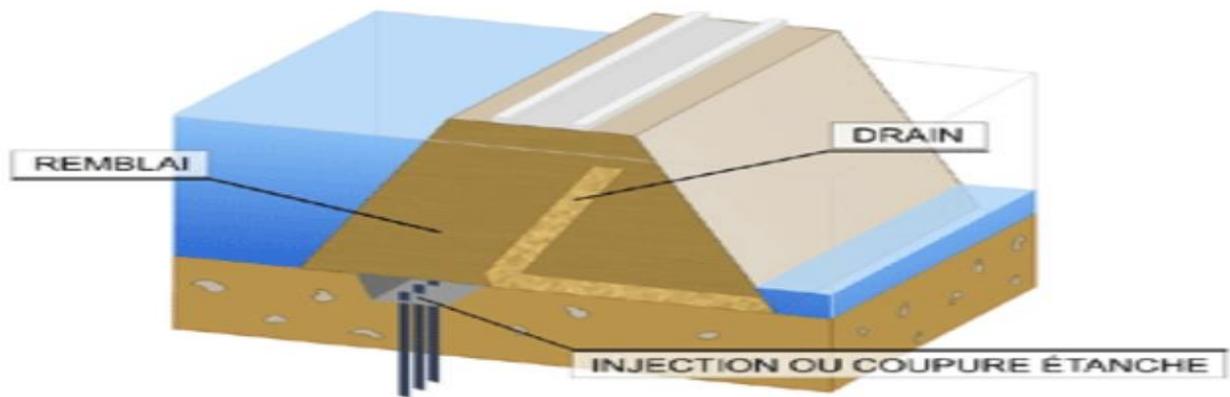


Figure II-9 Barrage en terre Homogène [13]

#### 2) Les barrages à noyau

Dans ce type les fonctions de résistance et d'étanchéité sont en quelques sorte séparer. la résistance est assuré par les recharges placées sur les flancs de l'ouvrage, et l'imperméabilité par le noyau central.

Le noyau au centre de l'ouvrage va être constitué de la terre la plus imperméable possible. il sera tenu de part et d'autre par des recharges composées, selon les cas, de terre plus perméable, d'alluvions ou d'enrochements [13]. (Figure (II.10)).

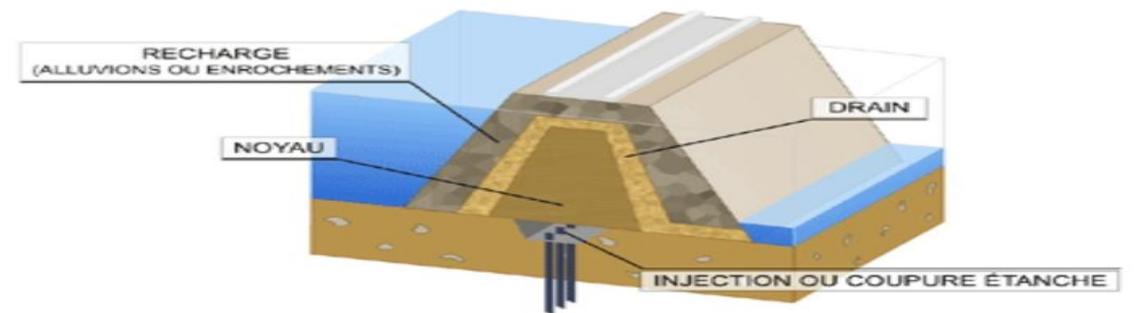


Figure II-10 barrage à noyau [13]

### 3) Barrage en enrochement

En général, ce type de barrages sont composés d'enrochements de volume compris entre 0.1 et 10 m<sup>3</sup> (0.25 à 25 tonnes). La mise en œuvre des enrochements se fait de deux façons. Ils peuvent être soit rangés à la main ou au moyen d'une grue, soit déposés en vrac. L'inconvénient de ce dernier procédé est que l'ouvrage est soumis après achèvement à des tassements importants (de l'ordre de 5% de la hauteur). Ceux-ci peuvent être réduits en procédant à un arrosage d'eau sous hautes pressions, pendant la construction [10]. (Figure (II.11)).

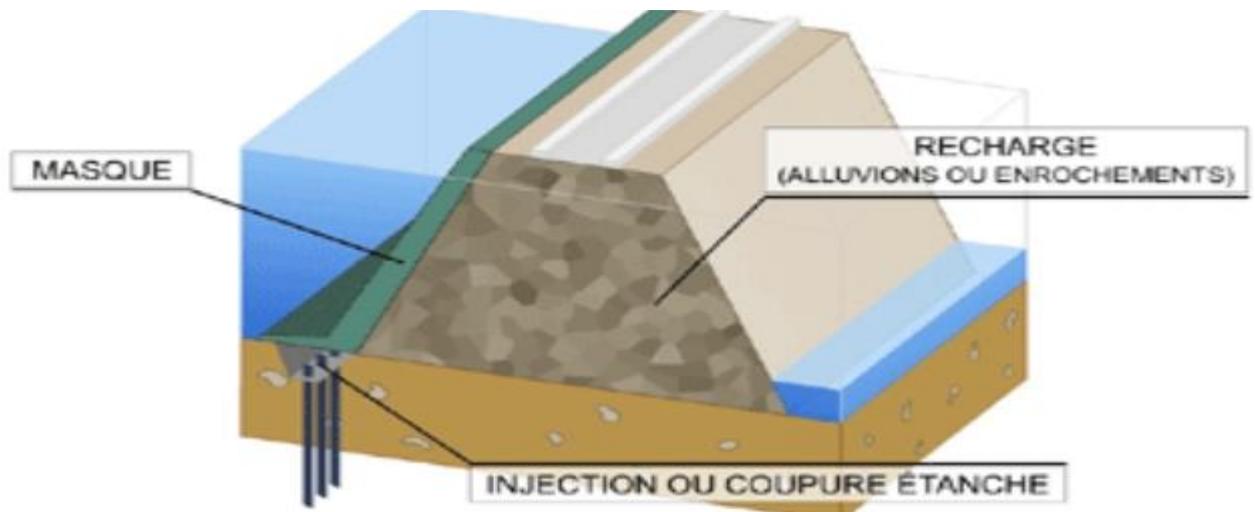


**Figure II-11** Barrage en enrochement du Bakhadda, Algérie [10]

### 4) Barrage à masque amont

L'étanchéité de ces barrages est assurée soit en matériau imperméable soit par un matériel étanche posé sur leur talus amont "les masques". On parle de barrages en enrochement à masque amont. Les masques peuvent être de nature très différente: béton armé, matériel bitumineux, "bâche" et même tôle d'acier [7].

Le masque qui constitue l'organe d'étanchéité amont est classiquement réalisé en béton, à sa présence il présente le double avantage de permettre des réparations en cas de dégradation du masque, mais aussi d'autoriser des vidanges de retenue très rapides [7]. (Figure (II.12)).



**Figure II-12** Barrage à masque amont [13]

## II.4. Rupture d'un barrage

La rupture de barrage correspond ainsi à la destruction partielle ou totale de l'ouvrage, qui entraîne la formation d'une onde de submersion se traduisant par une augmentation rapide des débits et des inondations majeurs aux abords des cours d'eau du réseau hydrographique d'aval. L'expérience des ruptures passées obligé les spécialistes en sécurité des barrages à tenir compte de la possibilité des lâchers énormes, pouvant s'avérer supérieurs par plusieurs ordres de grandeur aux crues naturelles courantes[7,14].

Il existe aujourd'hui environ 45000 barrages dans le monde pour la production hydroélectrique, l'alimentation en eau, ou bien la régulation des cours d'eau. Comme tout ouvrage de génie civil, les barrages peuvent connaître des défaillances de sécurité, qui peuvent aboutir à des accidents plus ou moins graves. Le taux de rupture moyen annuel est d'environ 3 pour l'ensemble des barrages construits dans le monde. Entre 1959 et 1987, 30 accidents de rupture de barrages ont été recensés dans le monde. Faisant 18 000 victimes. Seuls les accidents ayant causé plus de 100 morts sont répertoriés dans le tableau ci-dessous [9]. (Tableau (II.1)).

**Tableau II-1** Les accidents les plus graves causés par les ruptures de barrages [9]

Barrage	Pays	Date de rupture	Hauteur de barrage	Volume hm <sup>3</sup>	Nombre de victimes
<b>Barrage en remblai, rupture durant la construction</b>					
Panshet	Inde	1961	49	214	1000
<b>Barrage en remblai, rupture lors de la première mise en eau</b>					
DaleDyke	Bretagne	1864	29	3.2	230
<b>Barrage en remblai, rupture en service</b>					
Mill River	Etats-Unis	1889	21	18	2200
Machu	Inde	1979	26	101	2000
<b>Barrage poids, rupture mise en eau</b>					
Puentes	Espagne	1802	69	13	600
<b>Barrage poids, rupture mise en service</b>					
Fergoug	Algérie	1881	33	30	200

## II.5. Causes de la rupture de barrages

Les causes de rupture de l'ouvrage peuvent être de différents ordres.

### II.5.1. Problème technique

Il peut s'agir d'un défaut de fonctionnement des vannes permettant l'évacuation des crues ou bien vice de conception, de construction ou de matériaux. Le type de barrages, les matériaux utilisés, la nature des fondations ainsi que l'âge de l'ouvrage vont avoir une influence sur l'apparition de ces problèmes. Cependant, l'évolution des techniques de construction rend les barrages modernes beaucoup plus sûrs [9].

### II.5.2. Causes naturelles

Peuvent également être à l'origine de rupture de barrage. Il en est ainsi des crues exceptionnelles, d'intensité supérieur à celle retenue pour le dimensionnement des ouvrages évacuateurs, appelé crue de projet. La phase de chantier pour les barrages en construction est une période sensible aux risques de crue, car les ouvrages d'évacuation ne sont pas encore en opérationnels.

**Les glissements de terrains**, soit de l'ouvrage lui-même dans le cas de barrage en remblai soit des terrains entourant la retenue sont également une cause de rupture. L'Ouvrage peut-être déstabilisé par un glissement.

**Les séismes** peuvent causer des dommages mineurs à ne pas négliger (tassement, fissuration, déformation, etc.) .Les ruptures dues aux séismes sont très rares.

### II.5.3.Causes humaines

Peuvent être à l'origine due à :

- Etude préalable pas assez approfondie (manques ou mauvaises interprétations du comportement de l'ouvrage);
- Contrôle d'exécution insuffisant ;
- Défaut de surveillance, défaut d'entretien, erreur d'exploitation et actes malveillances (guerre).

## II.6. Les types de rupture

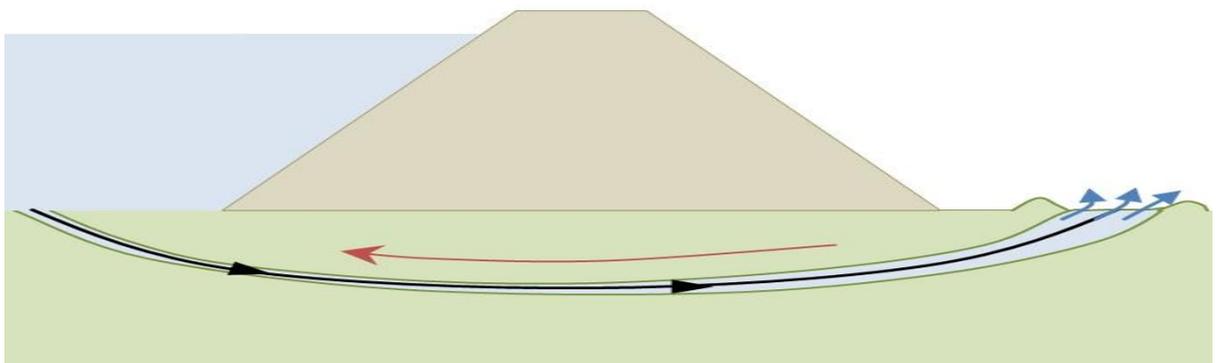
### II.6.1. Rupture progressive

Les barrages en remblai peuvent être touchés par une **rupture progressive**, causée par un phénomène d'érosion externe ou interne.

#### II.6.1.1. érosion interne

Correspond à l'entraînement des matériaux au sein du corps de l'ouvrage ou de sa fondation .Elle est provoquée par des percolations excessives à travers l'ouvrage. La conduit de fuite s'agrandit par érosion jusqu'à provoquer l'effondrement de la structure [10]. (Figure (II.13)).

Autrement on peut définir comme une migration de particules engendrée un écoulement hydraulique souterrain dans le sol ou dans un ouvrage en terre. Cette migration engendre des changements dans les caractéristiques hydrauliques et mécaniques des matériaux. Cela traduit par une augmentation de la perméabilité d'une manière hétérogène dans le milieu et par la formation des chemins préférentiels d'écoulement. Ils peuvent alors engendrer une perte d'étanchéité et une suppression interstitielle. Une diminution de la résistance mécanique du matériau peut également se produire et provoquer des tassements ou déclencher des ruptures mécaniques [15] .



**Figure II-13** Rupture par érosion interne [4]

### II.6.1.2. érosion externe

L'érosion externe peut être décrite comme la déstructuration de la surface par arrachement et déplacement des particules d'un sol ou d'une roche sous action d'un écoulement gravitaire. Cela peut engendrer une brèche dans l'ouvrage qui cause une augmentation de l'effort exercé de la part de l'eau sur le sol et l'accélération du processus jusqu'à la rupture totale de l'ouvrage. Ce phénomène peut durer quelques minutes à quelques heures selon la taille des matériaux, leur cohésion, le revêtement de la crête. la hauteur de l'eau s'écoule au-dessus du barrage [15].

### II.6.2. Rupture instantanée

Provoquée par le renversement ou le glissement des assises de l'ouvrage. Elle se produit sur les barrages en béton et en maçonnerie.

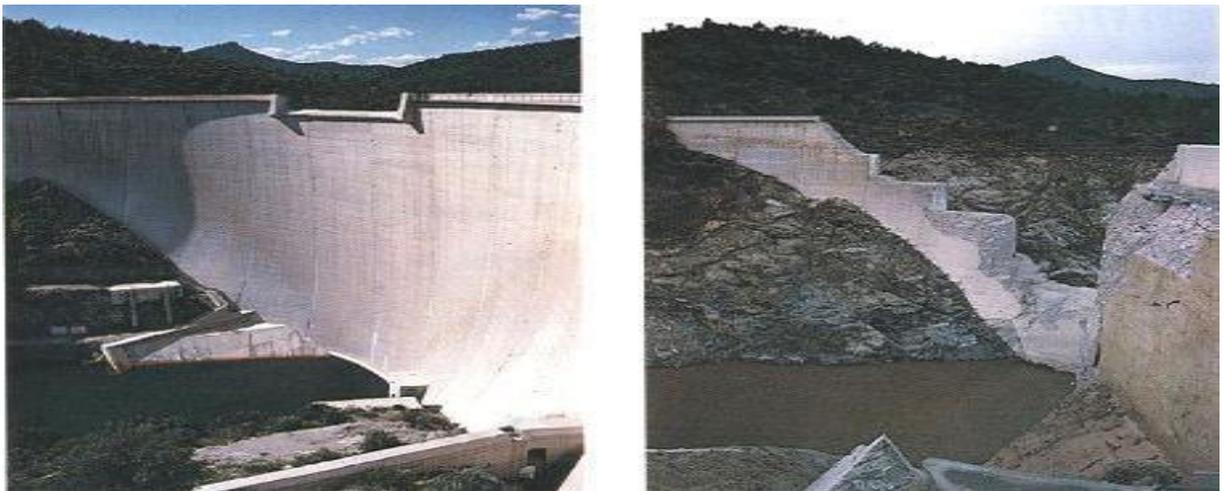
### II.6.3. Quelques exemple de rupture de barrage

#### **Rupture du barrage de MALPASSET**

la rupture du barrage de Malpasset (barrage voûte en béton, d'une hauteur de 60 mètres, construit en 1954) , en décembre 1959, au cours du 1er remplissage, a fait 423 victimes et causé des dommages matériels importants : 155 immeubles détruits, 1 000 hectares de terres agricoles sinistrées, deux milliards de francs de dégâts [12].

Le barrage a cédé alors que des intempéries ont fait monter le niveau d'eau dans la retenue. Un des appuis du barrage était implanté sur un dièdre rocheux de grand volume dont le plan de fissuration présentait une orientation défavorable, avec un drainage naturel décroissant avec la pression ; la poussée de l'eau a déchaussé le dièdre, qui a été éjecté vers l'aval entraînant le déséquilibre et la rupture de la voûte en béton. La rupture est donc imputable à la fondation avec comme cause principale la rupture au cisaillement.

L'onde de submersion a atteint la ville de Fréjus située à une dizaine de kilomètres, avant de se jeter dans la mer. (Figure (II.14)).



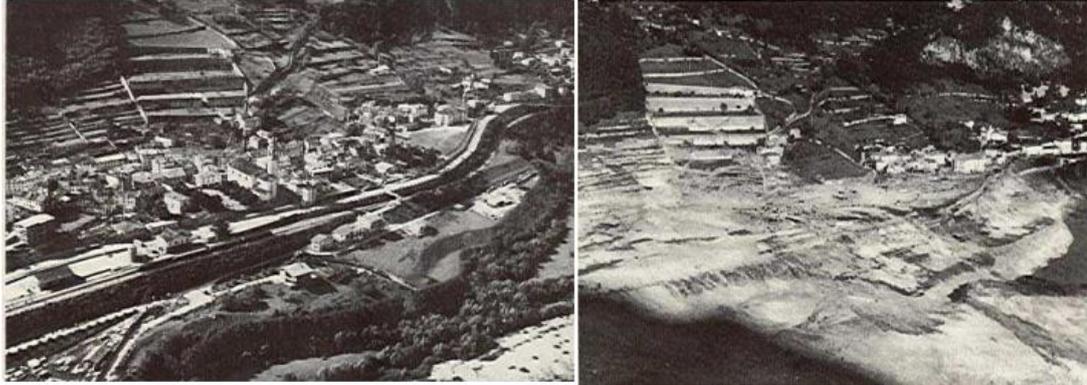
**Figure II-14** Rupture du Malpasset, France [12]

#### **Vajont (Italie)**

L'éboulement comble quasi instantanément le lac. Deux vagues de 25 millions de m<sup>3</sup> d'eau chacune se propagent en aval et en amont du lac de retenue. Une vague de plus de 150

mètres de haut franchit le barrage et s'engouffre dans la gorge en direction de Longarone. (Figure (II.15)).

On estime à 1909 le nombre de personnes tuées. Le barrage n'a subi que de très légers dommages [16].



**Figure II-15** Longarone avant et après de passage de la vague [16]

### **Barrage de L'oued Fergoug**

L'ouvrage construit de 1865 à 1871, était un barrage-poids en maçonnerie hydraulique de 316 mètres de long flanqué en rive droite d'un mur de 30 mètres faisant un angle de  $120^\circ$  avec l'ouvrage central, et en rive gauche d'un déversoir de 125 mètres de long faisant un angle de  $35^\circ$  avec le prolongement de l'axe du barrage. (Figure (II.16)).

Le 10 mars 1872, une crue exceptionnelle estimée à  $700 \text{ m}^3/\text{s}$  provoqua la rupture du déversoir en créant une brèche de 55 mètres de longueur sur 12 mètres de hauteur. Le débit d'eau sortant de la brèche fut évalué à 5 600 mètres cubes par seconde et plus de 200 000 m<sup>3</sup> de déblais furent entraînés.

Après cet événement le barrage a été rétabli avec des améliorations sur les fondations en 1878. Le vendredi 25 Novembre 1927, le niveau de l'eau ne cessait de monter obligeant les responsables du barrage à ouvrir les vannes d'évacuations à leur débit maximum. Le samedi matin, à 10h.45, le barrage de l'Oued Fergoug, de 32m de hauteur, se met- tait à vibrer [17].

Le barrage est rompu. Une brèche de 16m de hauteur sur 200 mètres de largeur, s'est formée au milieu du barrage.



**Figure II-16** Vue du barrage Fergoug après la rupture 25 novembre 1927 [17]

## II.7. Conséquences de rupture de barrage

L'onde de submersion occasionne d'énormes dommages en aval du barrage. Elle est suivie d'une inondation importante, mêlant eau et matériaux issus du barrage, et de l'érosion intense de la vallée. Peuvent occasionner des dommages considérables :

### II.7.1. Conséquences sur les populations

- allant de blessures plus ou moins graves à la mort par noyade ou ensevelissement ;
- Les victimes peuvent également être isolées suite à l'inondation.

### II.7.2. Sur les Biens (Economiques)

- Dommages liés à la destruction des Lieux d'habitations ;
- Dommages des voies de communications et des ouvrages d'arts (route, ponts,...)

### II.7.3. Sur L'environnement

- La pollution due à la destruction d'usines et autres bâtiments industriels (déchets toxiques, explosions par réaction avec l'eau) ;
- La faune et la flore peuvent aussi être détruits par le passage d'eau [12].

## II.8. Les Travaux réalisés sur les ruptures du barrage

Plusieurs chercheurs et scientifiques durant la dernière décennie feront beaucoup de travaux sur les ruptures de barrage, une difficulté majeure pour résoudre les équations fondamentales liée à la discontinuité de la vitesse et hauteur d'eau à l'extrémité aval de l'écoulement. Ici nous intéressons à quelques travaux effectués :

Pour un canal rectangulaire de pente nulle où le fluide est initialement en repos et le fond aval est sec, dont le frottement pariétal est supposé négligeable.

**Ritter (1892)** a publié la première solution théorique de l'onde de rupture il a basé sur l'hypothèse simplificatrice suivante :

La solution prédit à la fois l'existence d'un point fixe dans la section du barrage et l'existence d'une onde négative caractérisée par une hauteur égale à la profondeur initiale de l'écoulement "H". Les vitesses de propagation de l'onde négative et de l'onde du front sont constantes, et le profil de la surface libre est une parabole qui tourne autour du point fixe en se déformant.

Lorsque le canal est incliné, on connaît également les solutions asymptotiques de :

### **Pohle (1952)**

Ce chercheur suppose que la répartition de pression est hydrostatique et que l'écoulement s'effectue par tranches. Pour se prononcer, l'auteur se base sur la solution théorique de **Ritter**, qui prédit une hauteur constante à l'endroit du barrage. Selon Pohle, ce résultat ne représente pas la physique réelle de l'écoulement. Pohle propose donc une autre solution. Il considère un canal horizontal de section rectangulaire et sans eau aval (même condition d'écoulement que Ritter). Il suppose ensuite que l'écoulement est ir-rotationnel et que les effets dissipatifs sont négligeables pour ne considérer que les forces de pesanteur. Il écrit les équations de la dynamique et les conditions d'incompressibilité et d'ir-rotationnalité en coordonnées de Lagrange. Il admet une solution générale sous la forme d'un polynôme en  $t$ , et fait l'identification en supposant le temps petit. Ce calcul donne une trajectoire rectiligne pour chaque particule et met en évidence [18] :

D'une part, l'existence d'un point anguleux qui se déplace verticalement, dans la section du barrage ;

D'autre part, l'existence d'une différence de concavité de part et d'autre de ce point singulier [18].

### **Stoker (1957)**

Lorsque la suppression du barrage a lieu sur un aval mouillé, la solution suppose que la surface libre constituée par un arc de parabole (calculé par Ritter) se raccordant à un profil horizontal limité à l'aval par une onde de choc.

### **Traore et Diallo (2001)**

Ont étudié numériquement un écoulement transitoire à surface libre afin de modéliser l'onde de rupture du barrage. L'étude utilisée est basé sur la résolution numérique des équations de Saint Venant unidimensionnel avec la méthode de différence finies par le schéma explicite de Gabutti. La validation du modèle a été réalisée sur les résultats trouvés dans les travaux de Bellos et Sakkas [19].

### **CHANSON 2006**

Hubert chanson à développer des solutions des équations de saint-venant pour les ruptures instantanées de barrage dans les canaux rectangulaires ,prismatiques , et un fond aval initialement sec horizontal et incliné, Les résultats de ces solutions théoriques ont été confrontés à des résultats de travaux expérimentaux réalisés dans des canaux de grandes tailles [18].

### **MACHALINSKA-MURAWSKA et SZYDLOWSKI 2013**

Deux schémas explicites de la méthode des différences finies sont présentés et analysés dans l'article. L'applicabilité des schémas de Lax-Wendroff et McCormack pour la modélisation d'un écoulement instable rapidement et graduellement varié en canal ouvert est étudiée. Pour la simulation de l'écoulement transcritique, le schéma McCormack original et amélioré est utilisé. Les schémas sont utilisés pour la résolution numérique des équations unidimensionnelles de Saint-Venant décrivant l'écoulement libre de l'eau de surface. Deux simulations numériques d'écoulement avec des caractéristiques hydrauliques différentes ont été réalisées – la première pour l'écoulement extrême de type rupture de barrage et la seconde pour le problème simplifié de propagation des ondes de crue. Les résultats de calcul sont comparés entre eux et à des solutions arbitraires [20].

### **Naik et Khatua 2015**

Les auteurs ont décrit l'onde de rupture du barrage à l'aide de modèle numérique en utilisant la méthode des différences finies basée sur le schéma explicite de MacCormack pour la simulation les équations de Saint Venant. le schéma de base de MacCormack est amélioré en utilisant la méthode des étapes fractionnaires pour simplifier l'application, en traitant la pente de friction, un terme source rigide, implicitement, pour le contrôle des oscillations numériques et la stabilité qui est validée en comparant les données actuelles aux résultats de référence. Le logiciel MATLAB est utilisé pour le codage et la génération de maillage [21].

### **Shenglong Gu 2017**

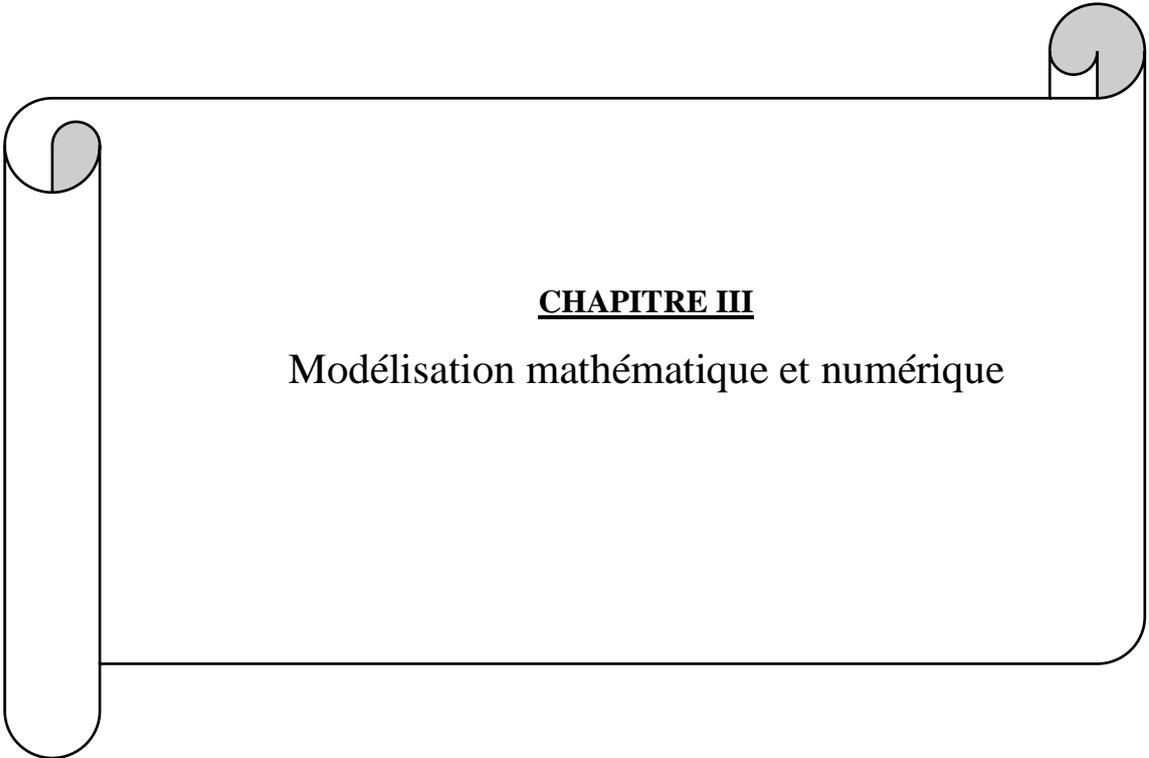
L'auteur a appliqué dans leur une approche hydrodynamique des particules lissées (SPH) pour résoudre les équations des eaux peu profondes (SWE) afin d'étudier les écoulements pratiques de rupture de barrage. Le programme de calcul est basé sur le code open source SWE-SPHysics, où une méthode de reconstruction Monotone Upstream-centered Scheme for Conservation Laws (MUSCL) est utilisée pour améliorer la solution de Riemann avec le flux de Lax-Friedrichs. Une méthode de particule de frontière virtuelle est appliquée pour traiter la frontière solide. Le modèle est d'abord testé sur deux effondrements de référence de colonnes d'eau avec présence d'obstacle aval. Par la suite, le modèle est appliqué pour prévoir un prototype d'inondation de rupture de barrage, qui pourrait se produire dans la région du réservoir South-Gate Gorges de la province de Qinghai, en Chine. Il montre que l'approche de modélisation SWE-SPH pourrait fournir un outil de simulation prometteur pour les écoulements pratiques de rupture de barrage à l'échelle de l'ingénierie [22].

### **Conclusion**

Les ruptures de grand barrages restent malgré tout rares, mais lorsque ce produisent elles engendrent des dégâts matériels et humains très graves, et pour cela plusieurs études, recherches ont réalisés par les scientifiques pour élaborer des modèles de prévision pour comprendre mieux ce phénomène.

Dans ce chapitre nous avons présenté des généralités sur les barrages, comment en doit choisir le site du la retenue et de barrage, et leur types puis on est passé à définir les ruptures, les problèmes qui peuvent causent les ruptures et leur conséquences sur l'écologie et l'économie avec quelques exemples de rupture au monde.

Enfin, nous avons cité quelques études réalisées sur les ruptures des barrages



**CHAPITRE III**

Modélisation mathématique et numérique

## Introduction

Dans cette partie, nous décrirons les équations de Saint-Venant avec ces hypothèses simplificatrices. Une approche analytique de solution à ses équations qui permettra d'étudier les caractéristiques d'écoulement puis on passe à la modélisation numérique de ces équations.

### III.1. Modélisation mathématique

#### III.1.1. Equation de Barré Saint-Venant

Les équations de Barré de Saint-Venant (1871) sont les équations les plus utilisées pour modéliser les écoulements non stationnaires graduellement et rapidement variés à surface libre. Ces équations sont non linéaires et de type hyperbolique. Dans ce paragraphe, nous allons décrire les équations de Barré de Saint-Venant établies dans leur forme 1D [23].

Les équations de Barré de Saint-Venant sont composées par l'équation de continuité ou l'équation de conservation de la masse et l'équation fondamentale de la dynamique connue en mécanique sous le vocable de seconde loi de Newton.

#### III.1.2. Hypothèses de base

Pour modéliser la propagation des écoulements dans les canaux, on utilise classiquement des modèles issus de la mécanique des fluides, dérivés du modèle de Barré de Saint-Venant.

Ce modèle est un système de deux équations aux dérivées partielles, l'une exprimant la conservation de la masse au sein du bief, l'autre exprimant la conservation de la quantité de mouvement. Les équations de Saint-Venant sont valables sous certaines hypothèses. Nous nous assurons qu'elles sont compatibles avec l'étude de l'écoulement dans les biefs exploités par EDF [24]. On les rappelle ici :

- Écoulement unidimensionnel ;
- La longueur des canaux est grande devant leur largeur, les écoulements s'effectuent effectivement selon leur axe horizontal ;
- répartition hydrostatique des pressions et accélérations verticales négligeables ;
- La pente des canaux est faible et la profondeur d'eau reste faible

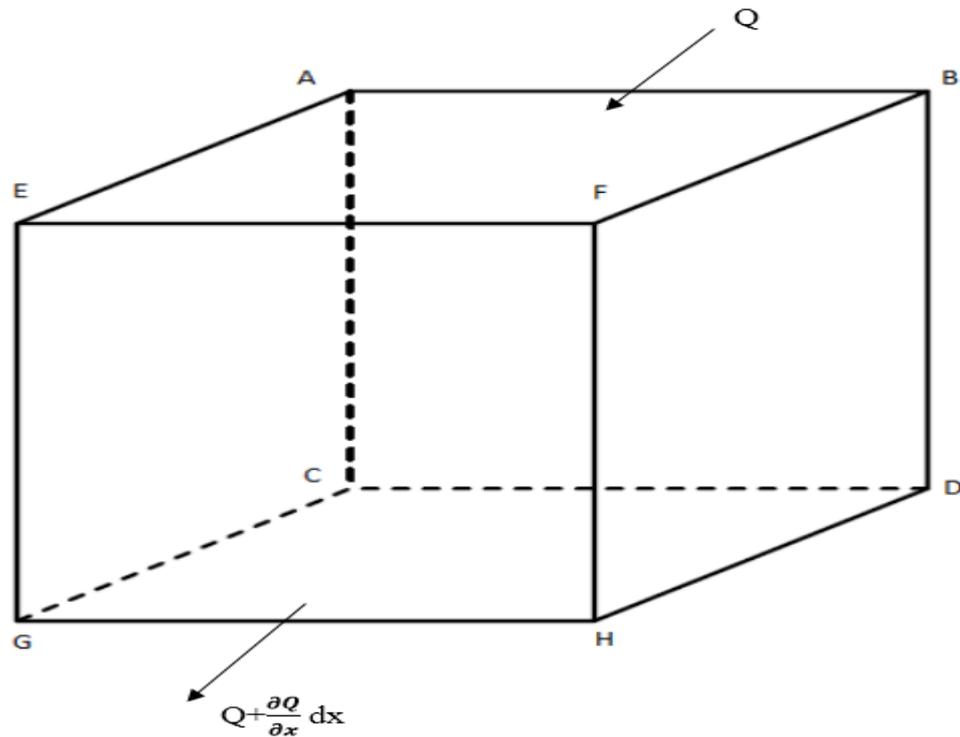
$$\sin \alpha = \tan \alpha = S_0 = -\frac{dz}{dx};$$

- Incompressibilité et homogénéité du fluide ;
- La géométrie de bief considérée dans la suite est celle d'un bief de section rectangulaire à pente constante ;
- viscosité du fluide négligeable par rapport aux frottements dus aux parois ;
- L'écoulement est non permanent.

##### III.1.2.1. Equation de continuité

Elle exprime que le fluide est continu, c.-à-d. qu'il ne peut y avoir dans aucune partie de fluide ni apport extérieur, ni prélèvement de matière. La masse se conserve au cours de l'écoulement [25].

Considérons le mouvement d'une masse liquide de volume  $dx \, dy \, dz$  dans le parallélépipède élémentaire comme le montre la figure suivante, (Figure (III.1)) :



**Figure III-1** Le flux entrant et sortant sur un domaine élémentaire

Le débit entrant à l’instant  $t=0$  par la section ABCD noté  $Q$ .

Le débit sortant à l’instant  $(t+dt)$  par la section EFGH noté  $Q_s = Q + \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)$

Tel que le terme  $\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)$  définie comme La différence de flux dans une intervalle de temps  $dt$ .

La variation due au déplacement de la ligne d’eau entre  $t$  et  $t+ dt$  engendre une augmentation de volume.

$$\Delta V = \Delta Q * dt = dA * dx = -\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right) * dx * dt \tag{III-1}$$

$$\rightarrow \rightarrow \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial A}{\partial t}\right) = 0 \tag{III-2}$$

Pour une section rectangulaire:  $A = B * h$  et le debit  $Q = U * A$ , le diamètre hydraulique

$D_h = \frac{A}{B}$  à partir d’équation précédent :

$$\left(\frac{\partial UA}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial A}{\partial t}\right) = 0 \tag{III-3}$$

On divise l’équation (III-3) par  $B$  :

$$\frac{\left(\frac{\partial UA}{\partial x}\right)}{B} + \frac{\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)}{B} = 0 \tag{III-4}$$

Implique que :

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{UA}{B}\right)}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial \left(\frac{A}{B}\right)}{\partial t}\right) = \left(\frac{\partial UD_h}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial D_h}{\partial t}\right) = 0 \tag{III-5}$$

On aura le système de Barré Saint-Venant 1D en fonction de diamètre hydraulique  $D_h$  et la vitesse  $U$  :

$$\mathbf{U} \left( \frac{\partial D_h}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial D_h}{\partial t} \right) + D_h \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) = \mathbf{0} \quad \text{III-6}$$

Le système de Barré Saint-Venant 1D en fonction de  $h$  et  $U$  :

A partir de l'équation (III-4) :

$$\frac{\left( \frac{\partial UA}{\partial x} \right)}{B} + \frac{\left( \frac{\partial A}{\partial t} \right)}{B} = \left( \frac{\partial U h}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right) = \mathbf{0} \quad \text{III-7}$$

$$h \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right) + U \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) = \mathbf{0} \quad \text{III-8}$$

Si un débit supplémentaire  $q_i$  sort (ou entre) dans le canal entre les deux sections, l'équation (III-2) devient :

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) + q_i = \mathbf{0} \quad \text{III-9}$$

### III.1.2.2. Équation de la quantité de mouvement

Cette équation se déduit de la deuxième loi de Newton : le taux de variation de la quantité de mouvement d'une particule de masse ( $m$ ) est égal à la somme des forces extérieures agissant sur cette particule. Les forces extérieures agissant sur le volume de contrôle sont les forces de pression hydrostatique (Figure (III.2)), celles de pression due au changement de la largeur, et celles de gravité (Figure (III.3)) et de frottements (Figure (III.4)). [26].

#### La force de pression hydrostatique

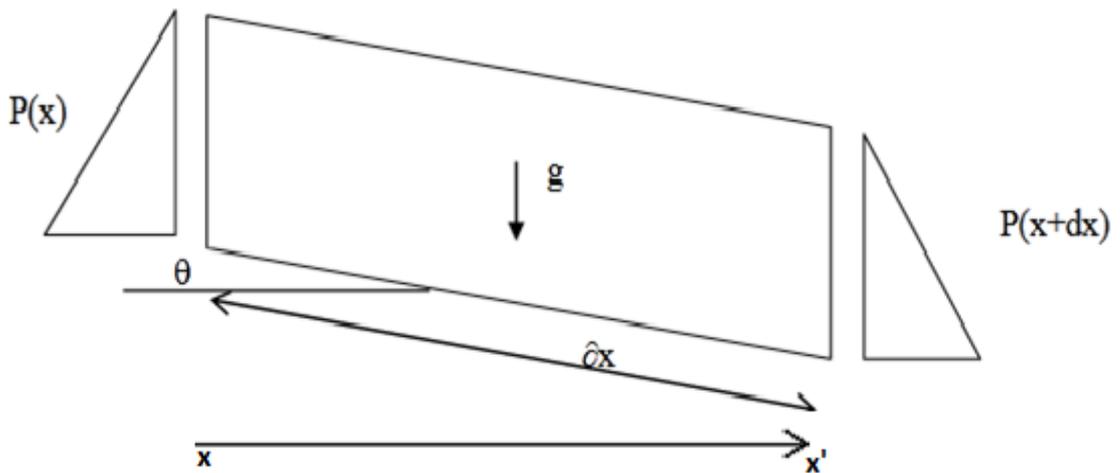
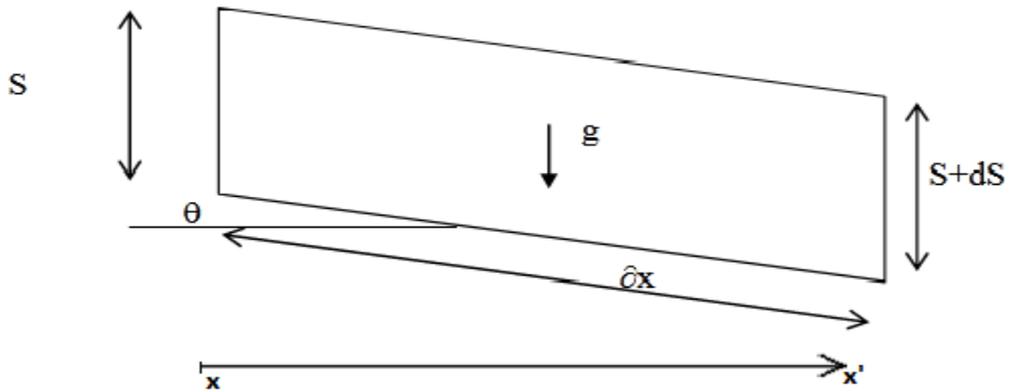


Figure III-2 La force de pression

$$\Delta F_p = F_p(x) - F_p(x + dx) = -\rho g A \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx \quad \text{III-10}$$

**La force de gravité**



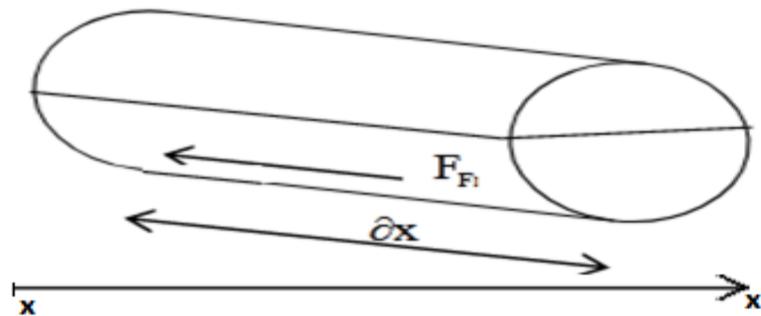
**Figure III-3** La force de gravité

En écrivant l'équation au premier ordre dans le sens de l'écoulement  $xx'$ :

$$F_g = \rho g A S_0 dx \tag{III-11}$$

Avec  $S_0 = \sin \theta$  ( $\theta$  l'angle formé par l'horizontale et le radier du canal) pour une pente faible.

**La force de frottement**



**Figure III-4** La force de frottement

Est due à une contrainte de cisaillement et agit sur le périmètre mouillé. Cette force est exprimée en fonction de la pente de frottement  $S_f$ . [1]

$$F_f = \tau_0 * P * dx = \rho g A S_f dx \tag{III-12}$$

$\tau_0$  : Force de frottement par unité de surface.

$P$  : périmètre mouillé.

$sf$  : est donné par une relation de type Chézy, On rencontre plus communément ce terme exprimé sous la forme de la relation de Manning-Strickler :

$$S_f = \frac{Q^2}{K_s^2 * A^2 * R_h^{\frac{3}{4}}} = \frac{U^2}{K_s^2 * R_h^{\frac{3}{4}}} \tag{III-13}$$

Avec  $K_s$  : Coefficient de Strickler.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique :

$$\Sigma \mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{m}\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{m} * \overline{\left(\frac{d\mathbf{U}}{dt}\right)} \quad \text{III-14}$$

$$\mathbf{F}_g + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_f = \rho \mathbf{A} dx \overline{\left(\frac{d\mathbf{U}}{dt}\right)} \quad \text{III-15}$$

Après la projection selon  $xx'$  on aura :

$$-\rho g A S_f dx - \rho g A \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) dx + \rho g A S_0 dx = \rho A dx \overline{\left(\frac{dU}{dt}\right)} \quad \text{III-16}$$

$$\overline{\left(\frac{dU}{dt}\right)} = g(S_0 - S_f) - g \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) \quad \text{III-17}$$

Selon la définition d'un dérivé particulier Le terme  $\frac{dU}{dt}$  s'écrit :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \mathbf{U} \frac{\partial U}{\partial x} \quad \text{III-18}$$

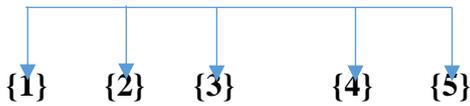
D'après (III-17) on aura finalement :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \mathbf{U} \frac{\partial U}{\partial x} + g \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) = g(S_0 - S_f) \quad \text{III-19}$$

On multiplier l'équation (III-19) par la section (A) on aura :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + Q \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) = gA(S_0 - S_f) \quad \text{III-20}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + Q \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) = gAI - gAJ \quad \text{III-21}$$



Où :

$\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ , noté A, est la section mouillée [ $\text{m}^2$ ] à l'instant t, en la coordonnée longitudinale x dans le sens de l'écoulement ;

$\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ , noté Q, est le débit [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] ;

$\mathbf{g}$  est l'accélération de la pesanteur [ $\text{m}/\text{s}^2$ ] ;

$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ , noté h, est le tirant d'eau [m] ;

$\mathbf{I}$  est la pente de fond du canal, positive [m/m],

$\mathbf{J}(\mathbf{S}, \mathbf{Q}, \mathbf{H})$ , noté J, est le terme de pertes de charge, c'est la pente de charge liée aux frottements [m/m].

Les termes de l'équation (III-20) correspondent respectivement à :

**{1}** premier terme d'inertie (énergie due à l'accélération dans la direction  $xx'$ ) ;

**{2}** deuxième terme d'inertie (accélération convective) ;

**{3}** terme de pression lié à la pente de la surface libre ;

{4} terme de gravité lié à la pente I du fond du canal ;

{5} terme de frottement lié aux pertes de charge.

Les équations (III-8) et (III-19) représentent la paire d'équations connue sous le nom formulation (vitesse-hauteur d'eau) de chercheur Barré de Saint Venant (BSV):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) = g(S_0 - S_f) \\ h \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right) + U \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0 \end{array} \right. \quad \text{III-22}$$

Les équations (III-2) et (III-21) représentent la paire d'équations connue sous le nom formulation du débit de Barré de Saint Venant(BSV) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + Q \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) = gAI - gAJ \end{array} \right. \quad \text{III-23}$$

Le système de BSV peut s'écrire sous la forme conservative suivante [27]:

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \quad \text{III-24}$$

En prenant en considération les variables conservatives, la fonction du flux physique et le terme suivant :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} h \\ hu \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} hu \\ h u^2 + \frac{1}{2} g h^2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \end{pmatrix}$$

### III.1.3. Conditions initiales et aux limites

#### III.1.3.1. conditions initiales

La notion de conditions initiales est évidemment liée aux conditions qui correspondent au temps initial  $t = 0$ . Afin de commencer les calculs à partir de l'état initial de l'écoulement, les deux variables  $h$  et  $U$  devront être introduites et spécifiées en tout point du domaine de calcul [28].

On suppose qu'avant la rupture de barrage l'eau initialement au repos, la profondeur d'eau en amont de barrage est de hauteur  $h$  (m) et en aval la hauteur d'eau est nulle. La vitesse a été initialisée par une valeur nulle [14] :

$$h(x,0)=h$$

$$h(x,t)=0$$

$$U(x,0)=0$$

### III.1.3.2. Condition aux limites

Les conditions aux limites dépendent de la profondeur d'eau, de la vitesse moyenne à l'amont et à l'aval. Sont appliquées à toutes les frontières externes du domaine de calcul et à tous les temps  $t > 0$  [25].

A l'aide d'une extrapolation linéaire (Delestre, 2010) déduit que à  $t > 0$

$$\begin{cases} U_1^n = 2U_2^n - U_3^n \\ U_N^n = 2U_{N-1}^n - U_{N-2}^n \end{cases} \quad \text{III-25}$$

### III.2. Modélisation numérique

Les équations de Barré Saint-Venant sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires. En raison de leur complexité, ces équations sont résolues à l'aide des méthodes numériques.

Lors du développement d'un modèle numérique, le choix d'une méthode de discrétisation est primordial. Il existe trois méthodes principales de discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) [25]:

- Méthodes aux différences finies (MDF) ;
- Méthodes aux éléments finis (MEF) ;
- Méthodes des volumes finis (MVF) ;
- Méthode des caractéristiques ;
- Méthode des éléments intégrables aux frontières.

Il existe trois approches de méthodes qui permettent à l'ingénieur de résoudre un problème physique donné :

- l'approche théorique ;
- l'approche expérimentale ;
- l'approche numérique.

Ces approches utilisent plusieurs hypothèses qui nécessitent un calculateur pour résoudre les équations régissent le système physique.

Dans cette étude, nous appliquant la méthode des différences finies (MDF pour la résolution des équations de saint-venant, grâce à leur simplicité, la possibilité de construire des schémas numériques d'ordre élevé, analyse locale (simple) de la précision et de la convergence.

#### III.2.1. Méthode des différences finies

Les méthodes aux différences finies consistent à discrétiser, moyennant un maillage de calcul prédéfini, chaque dérivée partielle d'une variable dans l'EDP à l'aide du développement en série de Taylor de la valeur de cette variable. Ainsi, la discrétisation de l'EDP permet d'obtenir des relations linéaires entre la valeur de la variable en un nœud et les valeurs de cette même variable aux nœuds voisins du maillage de calcul [29].

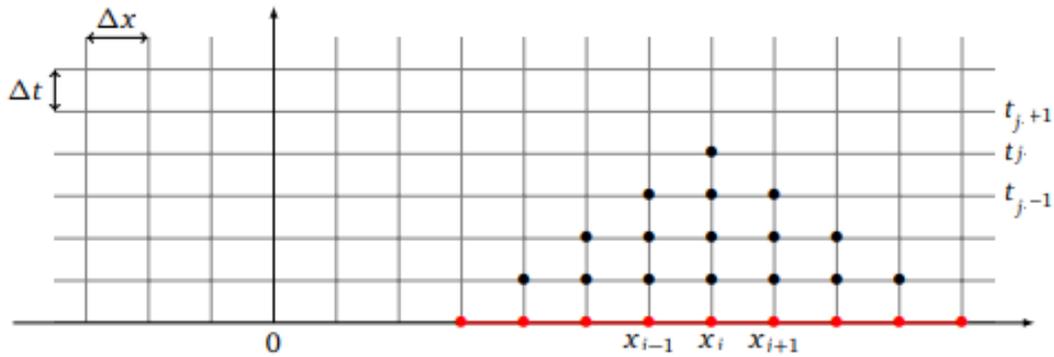
**-Avantage :** grande simplicité d'écriture et de mise en œuvre.

**-Inconvénients :** elles semblent plus difficile à mettre en œuvre pour les problèmes à géométrie complexe ou' la construction d'un seul maillage structuré est difficile, Elles sont donc mal adaptées aux écoulements en géométries complexes [23].

III.2.1.1. Discrétisation du domaine

Cette méthode consiste en premier lieu en une discrétisation du plan  $(x, t) | x \in \mathbb{R}, t \in [0, +\infty[$ , domaine sur lequel est posé le problème, par une grille régulière (voir la figure IV-1), obtenue par le choix de la longueur  $\Delta x$  et d'un pas de temps, celle  $\Delta x$  d'un pas d'espace et la définition de points de grille par la donnée des couples  $(x_i, t_j)$  [30], (Figure (III.5)).

Tels que  $U_i^j == U(i\Delta x, j\Delta t)$



**Figure III-5** Grille de discrétisation régulière pour un schéma aux différences finies explicite à trois points

L'équation aux dérivées partielles du problème que l'on cherche à résoudre est remplacée chacun des points de la grille par une équation algébrique, encore appelée schéma, obtenue en substituant aux valeurs des opérateurs différentiels en ces points des quotients, ou différences finies, les approchant. La solution du système d'équations ainsi obtenu doit alors fournir une approximation des valeurs de la solution du problème aux points de la grille [30].

Dans le cas de la résolution des équations de BSV on doit chercher le débit Q ou la vitesse U et la hauteur d'eau h, Les méthodes aux différences finies sont toutes basées sur les développements de Taylor des fonctions continues et dérivables. Lorsque les pas de temps et d'espace sont petits, les développements limités sont proches des valeurs exactes [30].

Soit en effet une fonction U, la formule de Taylor-Lagrange d'ordre n par rapport à l'espace s'écrit [30]:

$$U_{i+1} = U_i + \Delta x \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \dots \dots \dots \text{III-26}$$

D'une manier générale :

$$U_{i+1} = U_i + \sum_1^n \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{\partial^n U}{\partial x^n} \text{III-27}$$

$$U_{i+1} = U_i + \epsilon_n (\Delta x^n) \text{III-28}$$

$$\epsilon_n = \frac{\partial^n U}{\partial x^n} * \frac{1}{n!} \text{III-29}$$

$$U_{i-1} = U_i - \Delta x \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \dots \pm \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{\partial^n U}{\partial x^n} \text{III-30}$$

$$U_{i-1} = U_i \pm \epsilon_n (\Delta x^n) \text{III-31}$$

U étant un paramètre appartenant à l'intervalle [0 : 1 ].

Pour les équations différentielles d'ordre 2 ( $n=2$ ) la formule de Taylor-Lagrange s'écrit :

$$U_{i+1} = U_i + \Delta x \frac{\partial U}{\partial x} + \varepsilon_2(\Delta x^2) \quad \text{III-32}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{i+1}-U_i}{\Delta x} + \varepsilon_2(\Delta x^2) \quad \text{III-33}$$

Cette approximation (équation **III-33**) dite décentrée à droite ou bien la Dérivée avant.

D'après (équation **III-31**) pour  $n=2$  on peut obtenir une approximation dite décentrée à gauche (dérivée arrière) tel que :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_i-U_{i-1}}{\Delta x} + \varepsilon_2(\Delta x^2) \quad \text{III-34}$$

$$\text{Encore l'approximation centrale s'écrit : } \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{i+1}-U_{i-1}}{2\Delta x} + \varepsilon_n(\Delta x^n) \quad \text{III-35}$$

**Les dérivées par rapporte aux temps s'écrivent comme suit :**

$$\text{Décentrée à droite : } \quad \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{j+1}-U_i^j}{\Delta t} \quad \text{III-36}$$

$$\text{Décentrée à gauche : } \quad \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^j-U_i^{j-1}}{\Delta t} \quad \text{III-37}$$

$$\text{Approximation centrée : } \quad \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{j+1}-U_i^{j-1}}{2\Delta t} \quad \text{III-38}$$

### III.2.2. Analyse de l'approximation

#### III.2.2.1. La convergence

La convergence permis de vérifier l'efficacité d'un schéma numérique, on dit alors que la méthode converge lorsque l'erreur globale au temps  $t$ ,  $w_i^j \rightarrow 0$  lorsque  $(\Delta x, \Delta t) \rightarrow 0$  [30].

Soit  $u(x, t)$  la valeur approchée déterminée par différence finies de  $U(x, t)$  et soit  $w(x, t)$  tel que :

$$w_i^j = U_i^j - u_i^j \quad \text{III-39}$$

$U_i^j$  : La solution réelle (exacte).

$u_i^j$  : La solution numérique.

$w_i^j$  : L'erreur globale de calcul.

#### III.2.2.2. La stabilité

Un schéma numérique est dit stable, si les erreurs de n'importe quelle origine n'augmentent pas à chaque pas de temps de calcul. L'instabilité numérique peut avoir une cause d'origine physique ; c'est le cas lorsque le phénomène n'est pas correctement modélisé [28].

Pour tous les schémas numériques de nature explicite, se pose le problème du choix du pas de temps à utiliser pour la résolution. De ce choix dépend la stabilité du schéma numérique considéré. Pour les problèmes non linéaires, à chaque pas de temps, on a plusieurs vitesses de

propagation. Pour qu'un schéma explicite soit stable, il faut que l'onde la plus rapide ne parcoure pas plus que la longueur d'une cellule  $\Delta x$  pendant le temps  $\Delta t$ . En appelant  $U_{max}^n$  la vitesse de l'onde la plus rapide dans le domaine de calcul au pas de temps  $n$ , on définit le nombre de Courant maximum [31]:

$$C_{CFL} = \frac{\Delta t * U_{max}^n}{\Delta x} \quad \text{III-40}$$

$$0 < C_{CFL} < 1$$

On appelle souvent  $C_{CFL}$  le coefficient CFL (Courant-Friedrich-Lévy) ou nombre de Courant. Dans le cas de l'étude du système de Barré de Saint-Venant, le pas de temps sera donné par :

$$\Delta t = \frac{(C_{CFL} * \Delta x)}{\max|U|+C} \quad \text{III-41}$$

### III.2.3. Schéma explicite, implicite

#### III.2.3.1. Schéma explicite

Seule la dérivée de  $U$  par rapport au temps s'exprime en fonction des valeurs de  $U$  au pas de temps  $n+1$ .

La différentielle par rapport à  $x$  s'exprime en fonction des valeurs de  $U$  au pas de temps précédent de calcul (pas  $n$ ). On calcule  $U_i^{n+1}$  connaissant les valeurs de  $U$  calculées au temps  $n\Delta t$ .

En général, les pas d'espaces  $i-1$ ,  $i$  et  $i+1$  (schéma à trois points). Un schéma explicite est caractérisé par le fait que l'on puisse exprimer explicitement une valeur inconnue en fonction de valeurs connues [32]. (Figure (III.6)).

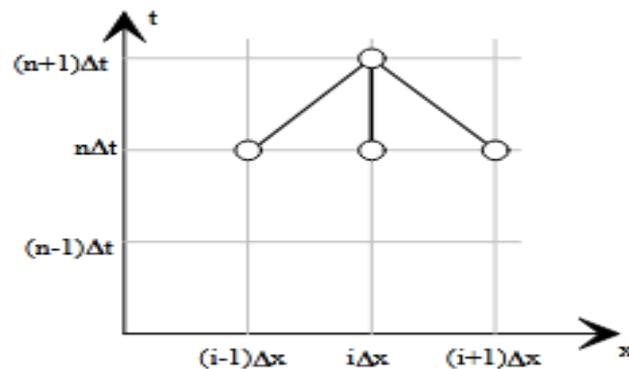


Figure III-6 Schéma explicite [32]

#### III.2.3.2. Schéma implicite

Les schémas sont implicites si la différentielle de  $U$  par rapport à  $x$  se calcule en fonction d'au moins deux valeurs de position d'espace de  $U$  au temps  $n+1$ . En fait, le caractère implicite d'un schéma numérique est lié au fait que l'on ne puisse pas exprimer explicitement chaque valeur inconnue en fonction uniquement de valeurs connus [31].

Sur la figure suivant (Figure (III.7)), la valeur  $U_i^{n+1}$  est calculée en fonction  $U_i^n$  aussi en fonction de  $U_{i-1}^{n+1}$  et  $U_{i+1}^{n+1}$ .

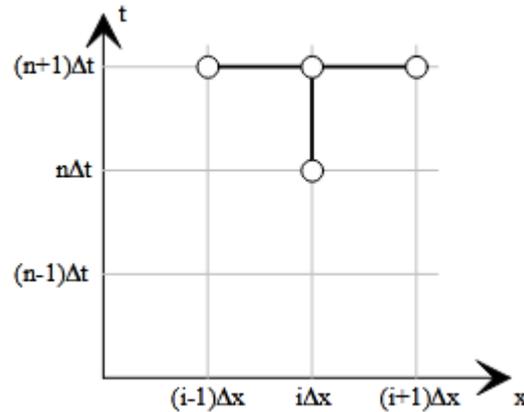


Figure III-7 Schéma implicite [32]

### III.2.4. Viscosité artificielle

Ce terme représente les erreurs de troncature qui surviennent dans le développement de Taylor. Ces erreurs peuvent affecter fortement les résultats et conduire ainsi à une instabilité diffusible ou dispersive du schéma. L'application du schéma explicite près des discontinuités qui peuvent produire des oscillations souvent très importantes. Par ailleurs, certaines conditions imposées pour des besoins de programmation, notamment les conditions aux limites amont et aval du champ d'écoulement [19].

Plusieurs procédures ont été développées à cet effet :

#### III.2.4.1. Méthode proposée par Jameson et al (1981)

Ce schéma a l'avantage de lisser les solutions dans les régions où il y a des fluctuations et de laisser intact les régions relativement lisses [19].

Proposons-nous de lisser les résultats des vitesses. Le principe consiste à ajouter un terme supplémentaire.

$$\Gamma_i = \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{|h_{i+1} - 2h_i + h_{i-1}|}{|h_{i+1}| + |2h_i| + |h_{i-1}|} \quad \text{III-42}$$

$$\Gamma_{i+\frac{1}{2}} = k \max(\Gamma_{i+1}, \Gamma_i) \quad \text{III-43}$$

k : coefficient de dissipation utilisé pour régulariser les oscillations il varie entre 0.5 et 3.

Dans les variables seront modifier on introduit un nouveau paramètre  $\phi$  telque :

$$\phi_i = \Gamma_{i+\frac{1}{2}}(U_{i+1} - U_i) - \Gamma_{i-\frac{1}{2}}(U_i - U_{i-1}) \quad \text{III-44}$$

Les nouvelles valeurs finales de U seront :

$$U_i = U_i + \phi_i \quad \text{III-45}$$

Lorsque une variable n'est pas définie en un point .deux cas peuvent se présenter :

- Si le point (i+1) se trouve à l'aval du champ d'écoulement (Figure (III.8))  $\Gamma_i$  devient :

$$\Gamma_i = \frac{|h_i - h_{i-1}|}{|h_i| + |h_{i-1}|} \quad \text{III-46}$$

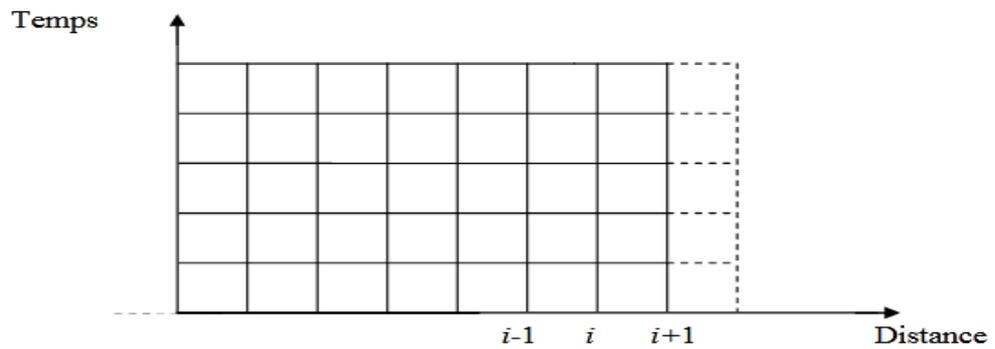


Figure III-8 Domaine n'est pas défini en aval [19]

- Si le point (i-1) se trouve à l'amont du champ d'écoulement (Figure (III.9))  $\Gamma_i$  devient :

$$\Gamma_i = \frac{|h_{i+1} - h_i|}{|h_{i+1}| + |h_i|} \quad \text{III-47}$$

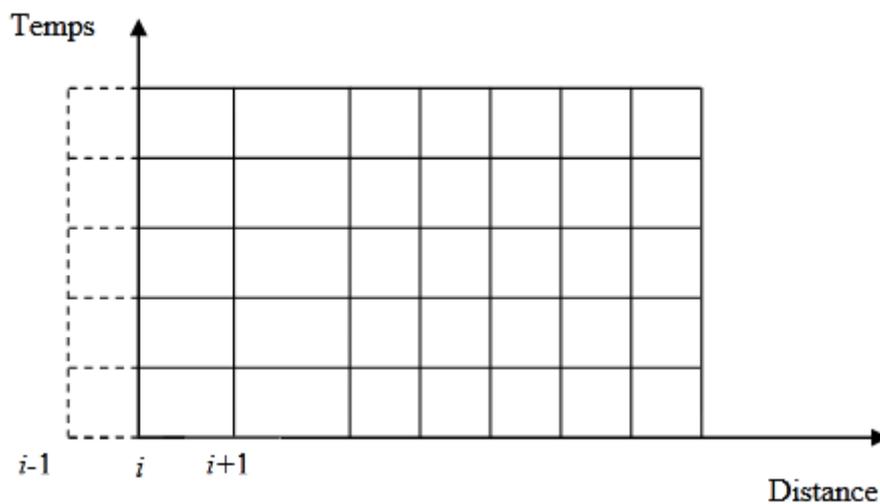


Figure III-9 Domaine n'est pas défini en amont [19]

### III.2.4.2. Méthode proposée par Lax-Friedrichs

Cette méthode fait en effet de remplacer la quantité  $U_i^j$  par la formule suivante [30]:

$$U_i^j = \alpha U_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{2} \quad \text{III-48}$$

Avec

$\alpha$  : Coefficient de pondération tel que  $\alpha \in ]0,1[$

Ce coefficient ( $\alpha$ ) contrôle la stabilité de l'algorithme, plus  $\alpha$  est proche de 0, plus le schéma est diffusif, c'est-à-dire il a tendance à lisser toutes les irrégularités. Plus il est proche de 1 devient moins diffusif,  $\alpha = 1$  le schéma est instable et a tendance à générer d'importantes fluctuations [14].

### III.2.5. Les schémas aux différences finies explicites fréquemment utilisés

Plusieurs schémas aux différences finies explicites de second ordre ont été développés pour la résolution des systèmes d'équations de nature hyperbolique, qu'on rencontre toujours dans la dynamique des fluides.

Dans notre travail on évoquera principalement les deux schémas explicites (le schéma de Lax-Friedrichs a un et deux pas et en étapes modifié, le schéma de Runge-Kutta ordre 1 et 2 connu dans la littérature, puis on déduira le schéma de Lax-modifié par l'introduction de terme source et la viscosité artificiel), ces schémas sont souvent utilisés à cause de leur simplicité et leur fiabilité et vigueur. Un schéma de ce type comporte un algorithme qui permet de dérouler les valeurs approchées des résultats cherchés, et des autres représentants la solution supposée réelle du problème.

#### III.2.5.1. Schéma de Lax-Friedrichs à une étape

Le schéma de Lax-Friedrichs est un schéma de premier ordre dans le temps et de deuxième ordre dans l'espace. Il introduit un terme supplémentaire que l'on appelle la viscosité numérique. Lorsque  $\Delta x$  tend vers zéro, l'équation parabolique tend vers l'équation hyperbolique. Le schéma explicite de Lax-Friedrichs s'écrit [25].

La méthode explicite remplace les dérivées partielles par les différences finies et fournit un ensemble d'équations qui peuvent être résolues simultanément [28].

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i+1}^j - h_{i-1}^j}{2\Delta x} \\ \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{2\Delta x} \\ \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_i^{j+1} - h_i^j}{\Delta t} \\ \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\Delta t} \end{array} \right. \quad \text{III-49}$$

Tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_i^j = \frac{h_{i-1}^j + h_{i+1}^j}{2} \\ U_i^j = \frac{U_{i-1}^j + U_{i+1}^j}{2} \end{array} \right. \quad \text{III-50}$$

En remplacement ces approximations de différences finies dans l'équation (III-24) on aura :

$$\frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\Delta t} + \frac{1}{2\Delta x} (F_{i+1}^j - F_{i-1}^j) - S_i^j = 0 \quad \text{III-51}$$

$$U_i^{j+1} = U_i^j - \frac{1\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^j - F_{i-1}^j) + \Delta t S_i^j \quad \text{III-52}$$

On introduit le terme de viscosité artificiel (équation III-48) Le schéma explicite de Lax-Friedrichs nous permet d'écrire [14]:

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \alpha \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-53}$$

Le schéma de Lax-Friedrichs comporte deux versions :

1<sup>er</sup> Version

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{1-\alpha}{2} \mathbf{U}_i^j + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-54}$$

2<sup>ème</sup> Version

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{1+\alpha}{2} \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-55}$$

### III.2.5.2. Schéma de TVD Runge-Kutta d'ordre 1

Le schéma de TVD Runge-Kutta consiste à discrétiser les équations en deux étapes, l'une de prédiction et l'autre de correction. La solution finale est la moyenne de la valeur calculée dans l'étape de prédiction et celle de correction. Le système s'écrit sous la forme suivante [33]:

Etape de prédiction

$$\mathbf{U}_i^p = \mathbf{U}_i^j - \frac{1\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-56}$$

Etape de correction

$$\mathbf{U}_i^c = \mathbf{U}_i^p + -\frac{1\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^p - \mathbf{F}_{i-1}^p) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-57}$$

La solution finale sera :

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{U_i^p + U_i^c}{2} \quad \text{III-58}$$

Suivant la première version de Lax-Friedrichs à une étape (équation III-54) le schéma RK1 s'écrit :

Etape de prédiction

$$\mathbf{U}_i^p = \frac{1-\alpha}{2} \mathbf{U}_i^j + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{4} - \frac{1\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-59}$$

Etape de correction

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \frac{1-\alpha}{2} \mathbf{U}_i^p + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^p - U_{i-1}^p}{4} - \frac{1\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^p - \mathbf{F}_{i-1}^p) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-60}$$

Pour la deuxième version de Lax-Friedrichs (équation III-55) Le schéma RK1 s'écrit sous la forme suivante :

Etape de prédiction

$$\mathbf{U}_i^p = \frac{1+\alpha}{2} \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{4} - \frac{1\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-61}$$

Etape de correction

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \frac{1+\alpha}{2} \mathbf{U}_i^p + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^p - U_{i-1}^p}{4} - \frac{1\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^p - \mathbf{F}_{i-1}^p) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-62}$$

## III.2.5.3. Schéma de TVD Runge-Kutta d'ordre 2

Le schéma de Runge Kutta ordre 2 consiste à développer le terme flux par l'ajout de viscosité artificiel.

Avec l'ajout d'un nouveau flux l'équation (III-53) devient [33] :

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \alpha \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( \alpha (\mathbf{F}_i^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + (1 - \alpha) (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_i^j) \right) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-63}$$

L'équation (III-61) devient :

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{1+\alpha}{2} \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{4} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( \frac{1+\alpha}{2} (\mathbf{F}_i^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + \frac{1-\alpha}{2} (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_i^j) \right) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-64}$$

Les équations (III-61) et (IV-62) deviennent :

Etape de prédiction

$$\mathbf{U}_i^p = \frac{1+\alpha}{2} \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{4} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( \frac{1+\alpha}{2} (\mathbf{F}_i^j - \mathbf{F}_{i-1}^j) + \frac{1-\alpha}{2} (\mathbf{F}_{i+1}^j - \mathbf{F}_i^j) \right) + \Delta t \mathbf{S}_i^j \quad \text{III-65}$$

Etape de correction

$$\mathbf{U}_i^c = \frac{1+\alpha}{2} \mathbf{U}_i^p + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^p - U_{i-1}^p}{4} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( \frac{1+\alpha}{2} (\mathbf{F}_i^p - \mathbf{F}_{i-1}^p) + \frac{1-\alpha}{2} (\mathbf{F}_{i+1}^p - \mathbf{F}_i^p) \right) + \Delta t \mathbf{S}_i^p \quad \text{III-66}$$

La solution finale donné par :

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{U_i^p + U_i^c}{2} \quad \text{III-67}$$

## III.2.5.4. Schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes

Dans ce schéma ils ont proposé une modification simple du schéma ancien (schéma a une étape) pour réduire la diffusion, ils ont défini le terme moyen à demi-grille de l'espace pour tester l'exactitude [34].

La méthode peut être construite avec références au problème de Riemann. Etant donné deux solutions du problème  $(U_{i-\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} \text{ et } U_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}})$  [34].

Pour un demi-pas de temps et un demi-pas de l'espace  $x_{i+\frac{1}{2}}$ , les variables  $(U_{i-\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} \text{ et } U_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}})$  sont calculées en utilisant la méthode de Lax-Friedrichs :

$$\mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\mathbf{U}_{i-1}^j + \mathbf{U}_i^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)] \quad \text{III-68}$$

$$\mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\mathbf{U}_{i+1}^j + \mathbf{U}_i^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j)] \quad \text{III-69}$$

La solution complète pour  $(x, t)$  reçoit la moyenne des équations (III-68, III-69) c.-à-d.

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{1}{2} * \left( \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} + \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} \right) \quad \text{III-70}$$

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{1}{2} * \left[ \frac{1}{2} (\mathbf{U}_{i-1}^j + \mathbf{U}_i^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)] + \frac{1}{2} (\mathbf{U}_{i+1}^j + \mathbf{U}_i^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j)] \right] \quad \text{III-71}$$

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \left[ \frac{1}{4} (\mathbf{U}_{i-1}^j + 2\mathbf{U}_i^j + \mathbf{U}_{i+1}^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \frac{\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)}{2} \right] \right] \quad \text{III-72}$$

L'équation (III-72) s'écrit en deux étapes l'un de prédiction et l'autre de correction la solution finale est celle de correction.

Etape de prédiction

$$\mathbf{U}_i^p = \frac{1}{4} (\mathbf{U}_{i-1}^j + 2\mathbf{U}_i^j + \mathbf{U}_{i+1}^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \frac{\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)}{2} \right] \quad \text{III-73}$$

Etape de correction

$$\mathbf{U}_i^c = \frac{1}{4} (\mathbf{U}_{i-1}^p + 2\mathbf{U}_i^p + \mathbf{U}_{i+1}^p) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^p \right) - \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^p \right) \right] \quad \text{III-74}$$

L'équation (IV-47) peuvent s'écrit comme suit:

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{1}{4} (\mathbf{U}_{i-1}^j + 2\mathbf{U}_i^j + \mathbf{U}_{i+1}^j) - \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right) \quad \text{III-75}$$

### III.2.5.5. Traitement de terme Flux

Dans cette étape on remplace le flux numérique  $\left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right)$  par un nouveau flux par l'ajout de viscosité artificielle, cette étape concerne juste l'étape de prédiction :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \frac{[\alpha (\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)) + (1-\alpha) (\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j))]}{\Delta x} \quad \text{III-76}$$

Après l'introduction de nouveau flux, les équations (III-72), (III-73), (III-74) on aura le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes [35] :

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \frac{1}{4} (\mathbf{U}_{i-1}^j + 2\mathbf{U}_i^j + \mathbf{U}_{i+1}^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\alpha (\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)) + (1-\alpha) (\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j))] \quad \text{III-77}$$

$$\mathbf{U}_i^p = \frac{1}{4} (\mathbf{U}_{i-1}^j + 2\mathbf{U}_i^j + \mathbf{U}_{i+1}^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\alpha (\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)) + (1-\alpha) (\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j))] \quad \text{III-78}$$

$$\mathbf{U}_i^c = \frac{1}{4} (\mathbf{U}_{i-1}^p + 2\mathbf{U}_i^p + \mathbf{U}_{i+1}^p) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^p \right) - \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^p \right) \right] \quad \text{III-79}$$

### III.2.5.6. Etape de correction de vitesse

La quantité  $\frac{1}{4} (\mathbf{U}_{i-1}^j + 2\mathbf{U}_i^j + \mathbf{U}_{i+1}^j) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} (\mathbf{U}_{i+1}^j + \mathbf{U}_{i-1}^j) + \mathbf{U}_i^j \right) = \frac{1}{2} (2\mathbf{U}_i^j) = \mathbf{U}_i^j$ .

Encore l'équation (III-77) peut s'écrire de la forme suivante :

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \alpha \mathbf{U}_i^j + (1-\alpha) \frac{\mathbf{U}_{i+1}^j - \mathbf{U}_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\alpha (\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)) + (1-\alpha) (\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j))] \quad \text{III-80}$$

Etape de prédiction

$$\mathbf{U}_i^p = \alpha \mathbf{U}_i^j + (1-\alpha) \frac{\mathbf{U}_{i+1}^j - \mathbf{U}_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [\alpha (\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j)) + (1-\alpha) (\mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j))] \quad \text{III-81}$$

Etape de correction

$$\mathbf{U}_i^c = \alpha \mathbf{U}_i^p + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^p - U_{i-1}^p}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^p \right) - \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^p \right) \right] \quad \text{III-82}$$

### III.2.5.7. Introduction du terme source

Pour les écoulements sur un fond irrégulier le schéma de Lax-Friedrichs avec terme source s'écrit :

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \alpha \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \alpha \left( \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j) \right) + (1 - \alpha) \left( \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) \right) \right] + \frac{1}{4} \Delta t \left[ \mathbf{S}(\mathbf{U}_{i-1}^j) + 2\mathbf{S}(\mathbf{U}_i^j) + \mathbf{S}(\mathbf{U}_{i+1}^j) \right] \quad \text{III-83}$$

Etape de prédiction

$$\mathbf{U}_i^p = \alpha \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \alpha \left( \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j) \right) + (1 - \alpha) \left( \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) \right) \right] + \frac{1}{4} \Delta t \left[ \mathbf{S}(\mathbf{U}_{i-1}^j) + 2\mathbf{S}(\mathbf{U}_i^j) + \mathbf{S}(\mathbf{U}_{i+1}^j) \right] \quad \text{III-84}$$

Etape de correction

$$\mathbf{U}_i^c = \alpha \mathbf{U}_i^p + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^p - U_{i-1}^p}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^p \right) - \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^p \right) \right] + \frac{\Delta t}{2} \left[ \mathbf{S} \left( \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^p \right) + \mathbf{S} \left( \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^p \right) \right] \quad \text{III-85}$$

On introduit la viscosité numérique au terme source, finalement on aura le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes modifié :

$$\mathbf{U}_i^{j+1} = \alpha \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \alpha \left( \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j) \right) + (1 - \alpha) \left( \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) \right) \right] + \frac{1}{4} \Delta t \left[ \alpha \mathbf{S}(\mathbf{U}_i^j) + (1 - \alpha) \frac{S(\mathbf{U}_{i+1}^j) - S(\mathbf{U}_{i-1}^j)}{2} \right] \quad \text{III-86}$$

Etape de prédiction

$$\mathbf{U}_i^p = \alpha \mathbf{U}_i^j + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^j - U_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \alpha \left( \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i-1}^j) \right) + (1 - \alpha) \left( \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^j) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_i^j) \right) \right] + \frac{1}{4} \Delta t \left[ \alpha \mathbf{S}(\mathbf{U}_i^j) + (1 - \alpha) \frac{S(\mathbf{U}_{i+1}^j) - S(\mathbf{U}_{i-1}^j)}{2} \right] \quad \text{III-87}$$

Etape de correction

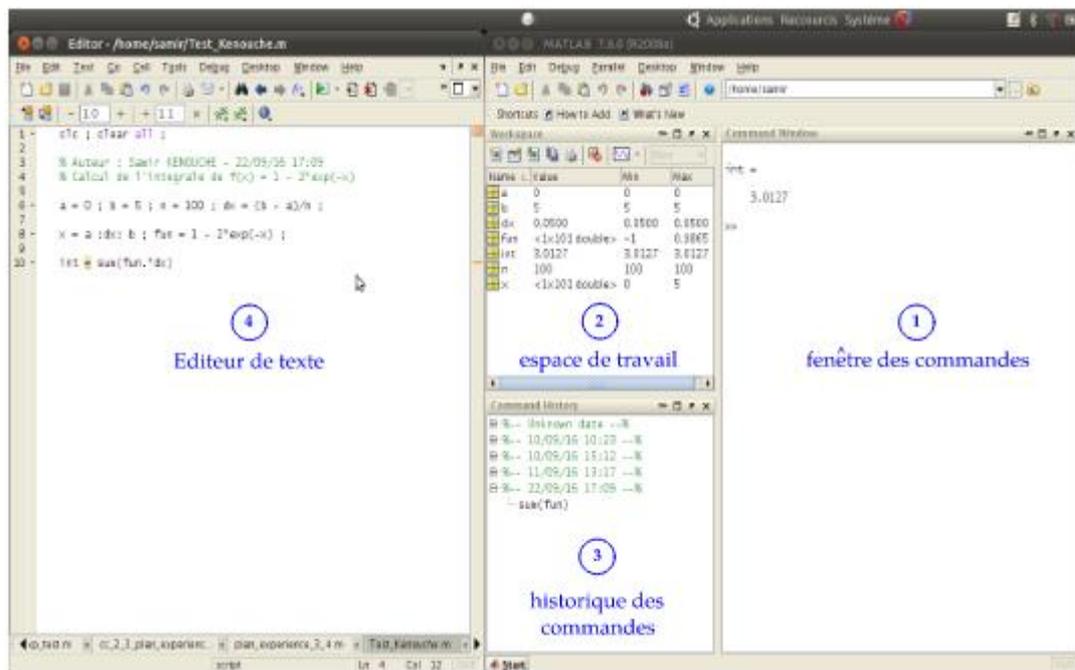
$$\mathbf{U}_i^c = \alpha \mathbf{U}_i^p + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^p - U_{i-1}^p}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^p \right) - \mathbf{F} \left( \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^p \right) \right] + \frac{\Delta t}{2} \left[ \mathbf{S} \left( \mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^p \right) + \mathbf{S} \left( \mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}^p \right) \right] \quad \text{III-88}$$

### III.2.6. Présentation de MATLAB

La plupart des méthodes numériques sont programmées par le biais du "langage" Matlab. Ce dernier est commercialisé par la société MathWorks, l'origine du nom Matlab vient de la combinaison de deux mots qui sont Matrix (Matrice en français) et laboratory (Laboratoire en français) [35].

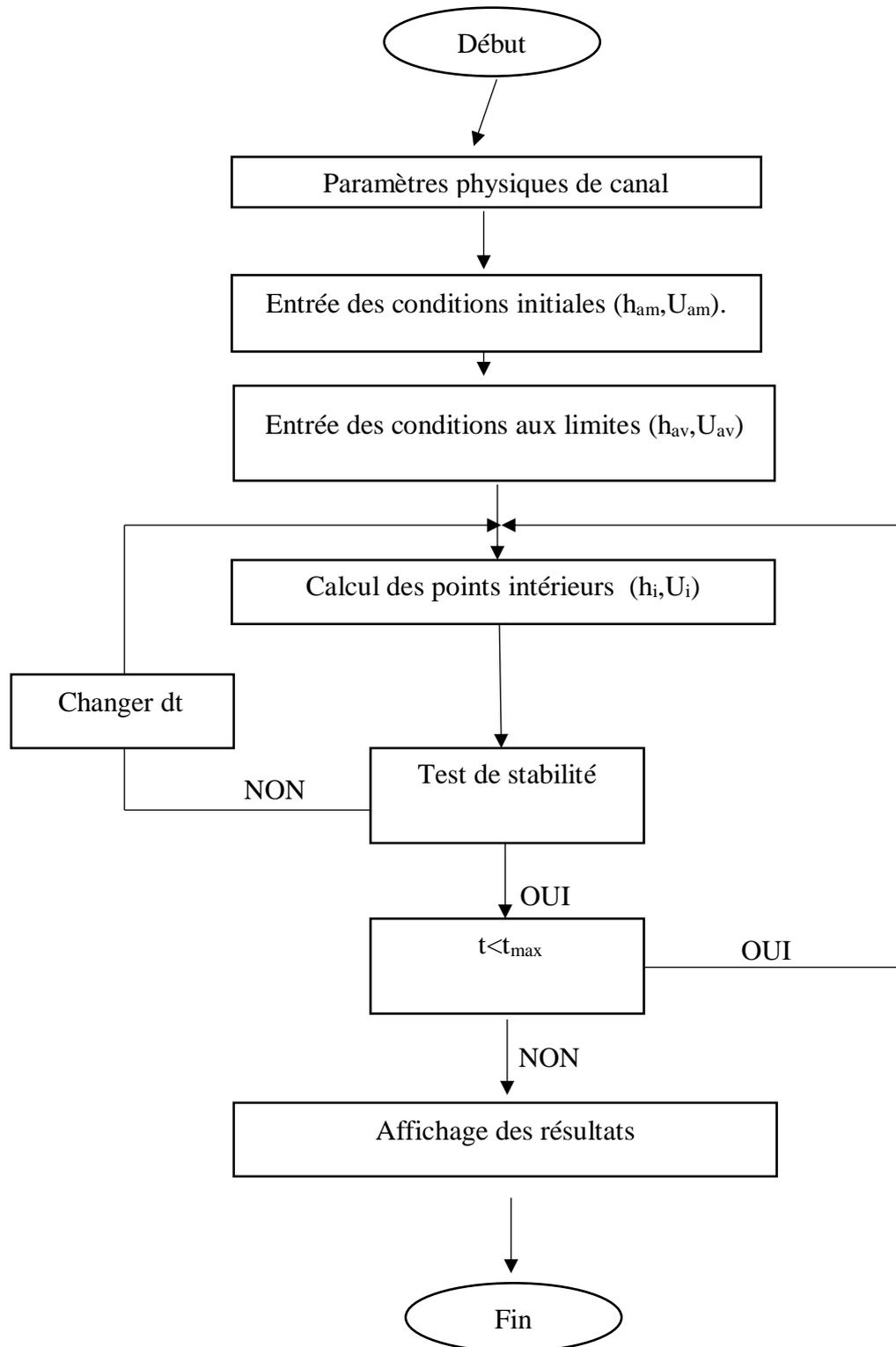
La fenêtre principale Matlab (Figure (III.10)) regroupe quatre sous-fenêtres qui sont : Fenêtre de commande (command window), Espace de travail (workspace), Répertoire de travail (current folder) et Historique des commandes (command history).

- 1- La sous-fenêtre centrale command windows permet d'introduire séquentiellement les différentes commandes matlab et d'afficher le résultat. L'invité `>>` indique que Matlab est prêt à recevoir les commandes pour réaliser des calculs ;
- 2- Le Workspace affiche le nom, le type ainsi que la taille des variables exécutées ;
- 3- Le Current Directory affiche le répertoire de travail courant avec son chemin (path en anglais) ;
- 4- La sous-fenêtre Command *History* énumère toutes les commandes ayant été saisies .



## III.2.7. Organigramme de calcul

L'outil de calcul que nous avons réalisé est une structure qui peut être représentée dans l'organigramme suivant :

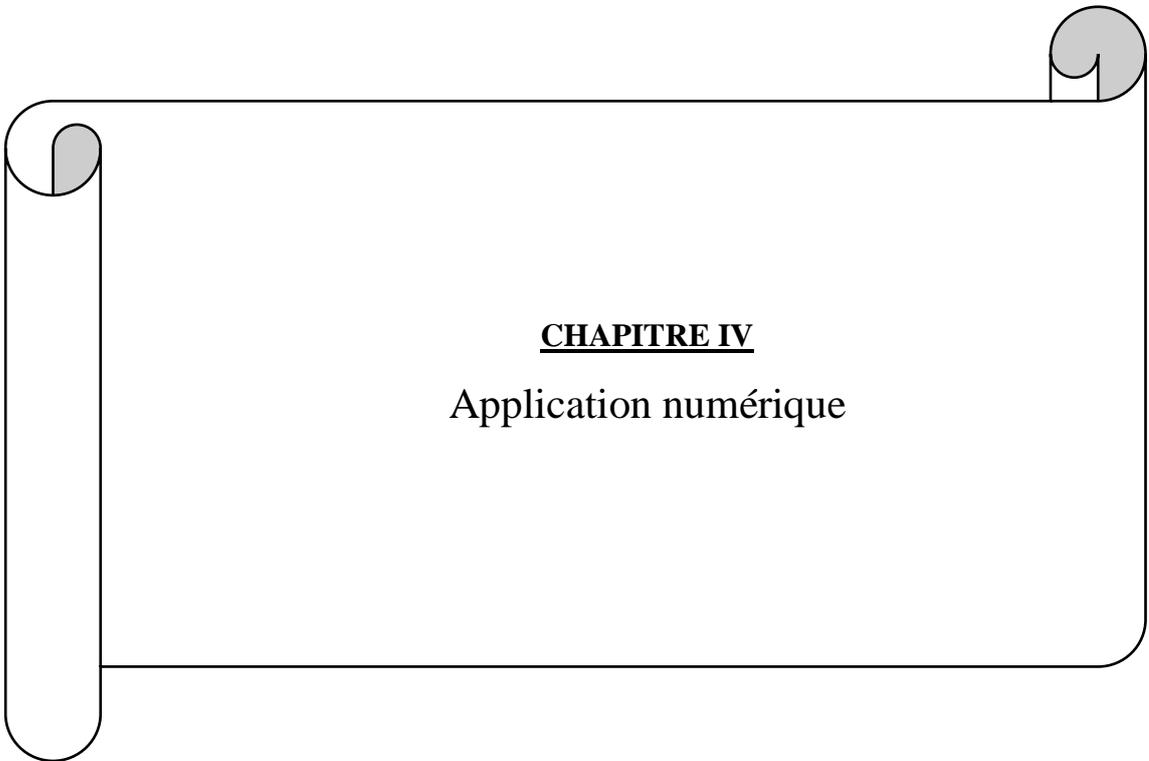


## Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté le système d'équations de Saint-Venant qui est basé sur les deux principes, la conservation de la masse et de mouvement. Ces équations différentielles ont une solution analytique que pour les cas simple. Dans le cas général, la résolution numérique s'impose.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté la méthode des différences finies pour la résolution des équations de Barré de Saint-Venant 1D. Cette méthode consiste à remplacer les opérateurs différentiels par les opérateurs algébriques afin d'établir les expressions des paramètres de l'écoulement ( $h$ ,  $U$ ).

Ensuite, nous avons présenté trois schémas numériques pour la résolution des équations de Barré Saint Venant celle de Lax-Friedrichs a une étape, Lax-Friedrichs à deux étapes et Lax-Friedrichs modifié pour un fluide idéal et réel.



**CHAPITRE IV**  
Application numérique

## Introduction

Dans ce chapitre nous avons utilisé les équations de Saint-Venant pour modéliser les phénomènes des écoulements à surface libre. La méthode des différences finies a été choisie pour simuler le phénomène. Dans l'objectif de tester la validité du modèle mathématique qui gouverne les écoulements non permanents à surface libre, les simulations numériques seront comparées avec les résultats expérimentales et analytiques d'autres auteurs.

Afin de valider le modèle proposé pour des problèmes liés aux ruptures de barrage, nous avons effectué une série de cas-tests :

- Ecoulement dû à la rupture de barrage sur un fond sec et mouillé, plat et sans frottement dans un canal rectangulaire de largeur constante (problème 1D) ;
- Ecoulement dû à la rupture de barrage sur un fond sec, plat et avec frottement dans un canal rectangulaire de largeur constante (problème 1D) ;
- Ecoulement dû à la rupture de barrage sur un plan incliné avec frottement.

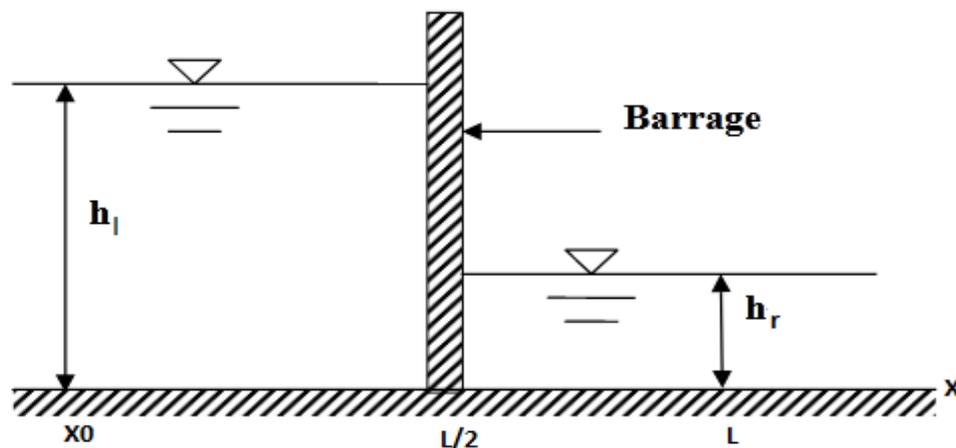
La solution donnée à tous ces problèmes est soit analytique soit issue à des résultats expérimentaux.

### IV.1.Problème idéal de rupture de barrage

Dans ce problème on concéder un canal rectangulaire à fond plat  $S_0=0$  et sans frottement, c'est-à-dire qu'il n'y a aucun terme source, le problème est purement hyperbolique. Un barrage est placé au milieu du canal. La hauteur à l'amont du barrage est fixée à  $h_1=1\text{m}$ , et la hauteur à l'aval  $h_r$  du barrage varie pour changer la nature de l'écoulement. (Figure (IV.1)).

Les dimensions sont :

- Longueur du canal :  $L=1\text{m}$
- Position du barrage :  $x=L/2=0.5\text{m}$



**Figure IV-1** Condition initiale du problème

Nous allons comparer la hauteur d'eau et la vitesse obtenues par le modèle avec la solution analytique qui est calculée selon la méthode de Stoker [29].

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = \begin{cases} \mathbf{h}_l, & \mathbf{x} \leq \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_r, & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{cases} \quad \text{IV-1}$$

$$H(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} h_l, & \text{si } \frac{x}{t} \leq -\sqrt{gh_l} \\ \frac{1}{9g} \left( 2\sqrt{gh_l} - \frac{x}{t} \right)^2, & \text{si } \sqrt{gh_l} \leq \frac{x}{t} \leq U_m - \sqrt{gh_m} \\ \mathbf{h}_m, & \text{si } U_m - \sqrt{gh_m} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{s} \\ h_r, & \text{si } \mathbf{s} \leq \mathbf{x} \leq \infty \end{cases} \quad \text{IV-2}$$

$$U(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \frac{x}{t} \leq -\sqrt{gh_l} \\ \frac{2}{3} \left( \frac{x}{t} + \sqrt{gh_l} \right), & \text{si } -\sqrt{gh_l} \leq \frac{x}{t} \leq (U_m - \sqrt{gh_l}) \\ 2(\sqrt{gh_l} - C_m), & \text{si } (U_m - \sqrt{gh_l}) \leq \frac{x}{t} \leq s \\ 0, & \text{si } s \leq \frac{x}{t} \leq \infty \end{cases} \quad \text{IV-3}$$

Où  $\mathbf{h}_m$  et  $\mathbf{U}_m$  sont exprimés en termes de vitesse de propagation du choc  $\mathbf{s}$ . Les équations suivantes sont résolues afin d'obtenir  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{h}_m$  et  $\mathbf{U}_m$ .

$$\mathbf{h}_m = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{8s^2}{gh^2} \right)} - 1 \right) \mathbf{h}_r \quad \text{IV-4}$$

$$\mathbf{U}_m = \mathbf{s} - \frac{gh_r}{4s} \left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{8s^2}{gh^2} \right)} \right) \quad \text{IV-5}$$

$$\mathbf{U}_m + 2\sqrt{gh_m} - 2\sqrt{gh_l} = 0 \quad \text{IV-6}$$

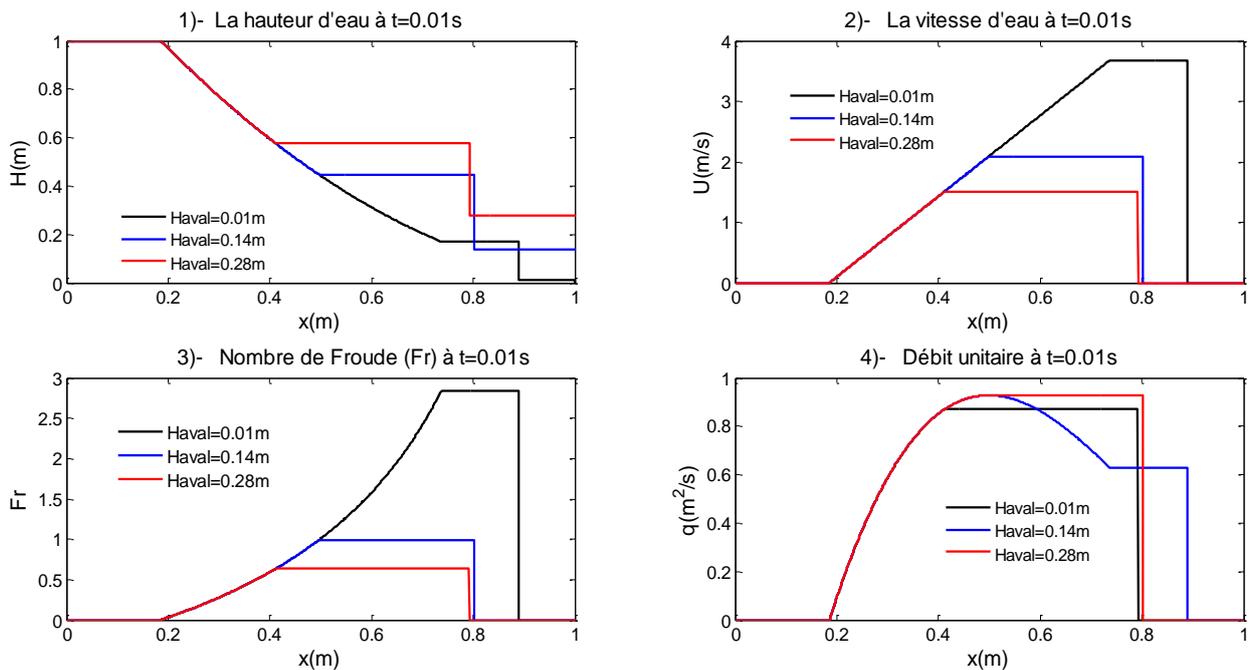
(IV-4), (IV-5) et (IV-6) décrivent les équations de Rankine Hugoniot [29].

## IV.2. Influence du rapport $\frac{h_r}{h_l}$ (la hauteur aval) sur le régime d'écoulement

### Condition du test

La hauteur amont ( $h_l$ ) reste 1.0 m pour toutes les simulations. La hauteur en aval  $h_r$  prend selon chaque simulation des valeurs différentes : 0.01 m, 0.14 m et 0.28 m.

Les résultats que nous avons obtenus sont représentés dans la figure (IV-2), cette figure nous montre la variation des paramètres de l'écoulement (la vitesse, le nombre de Froude, le débit unitaire) en fonction des différents hauteurs aval en utilisant la méthode analytique de stocker.



**Figure IV-2** 1)- Résultats analytiques à  $t=0.01s$ ,  $H$  amont =  $1m$  et  $H_{aval} = (0.01m, 0.14m, 0.28m)$  ;2)- Variation de vitesse d'écoulement  $U(m/s)$  ;3)- Variation de nombre de Froude ;4)- Variation de débit sur l'unité de longueur( $m^2/s$ )

On constate d'après la Figure (IV-2) que :

Quand le rapport  $\frac{h_r}{h_l}$  est plus grand que  $0,14$ , l'écoulement est sous critique (fluvial) dans l'ensemble du bassin qui signifie la remontée d'onde qui va perturber l'amont de canal. Lorsque le rapport  $\frac{h_r}{h_l}$  est plus petit que  $0,14$ , l'écoulement est super critique (torrentiel) en aval et sous critique en amont du barrage qui signifie que la vitesse de fluide est supérieure à la vitesse de l'onde, l'amont de barrage n'a aucune influence sur l'aval. Pour que  $\frac{h_r}{h_l} = 0.14$ , le régime d'écoulement est critique en aval.

### IV.3. Etude comparative entre la solution analytique et la solution numérique dans le cas sec et humide :

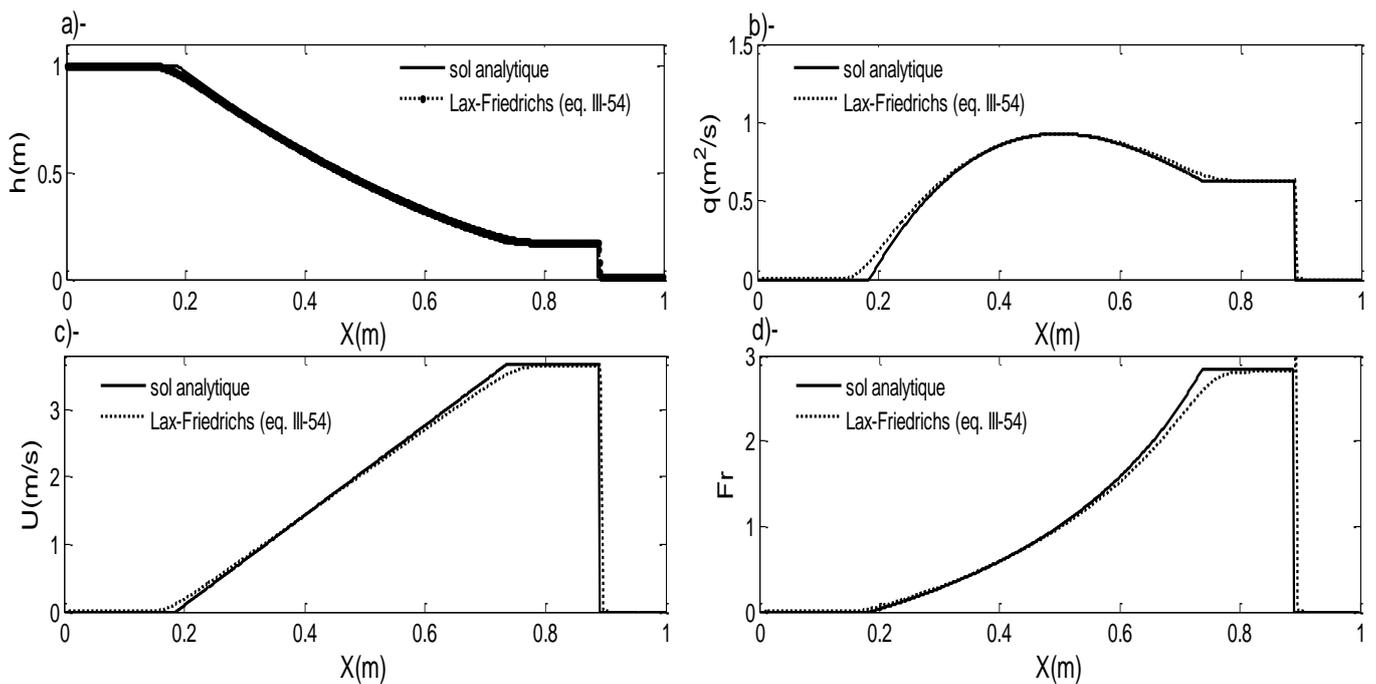
Pour valider le modèle, nous avons effectué une étude comparative entre les résultats du modèle numérique et les résultats analytiques. A  $t=0.01$  s après la rupture de barrage on aura selon les conditions suivantes :

#### IV.3.1. Cas sec

##### Condition du test

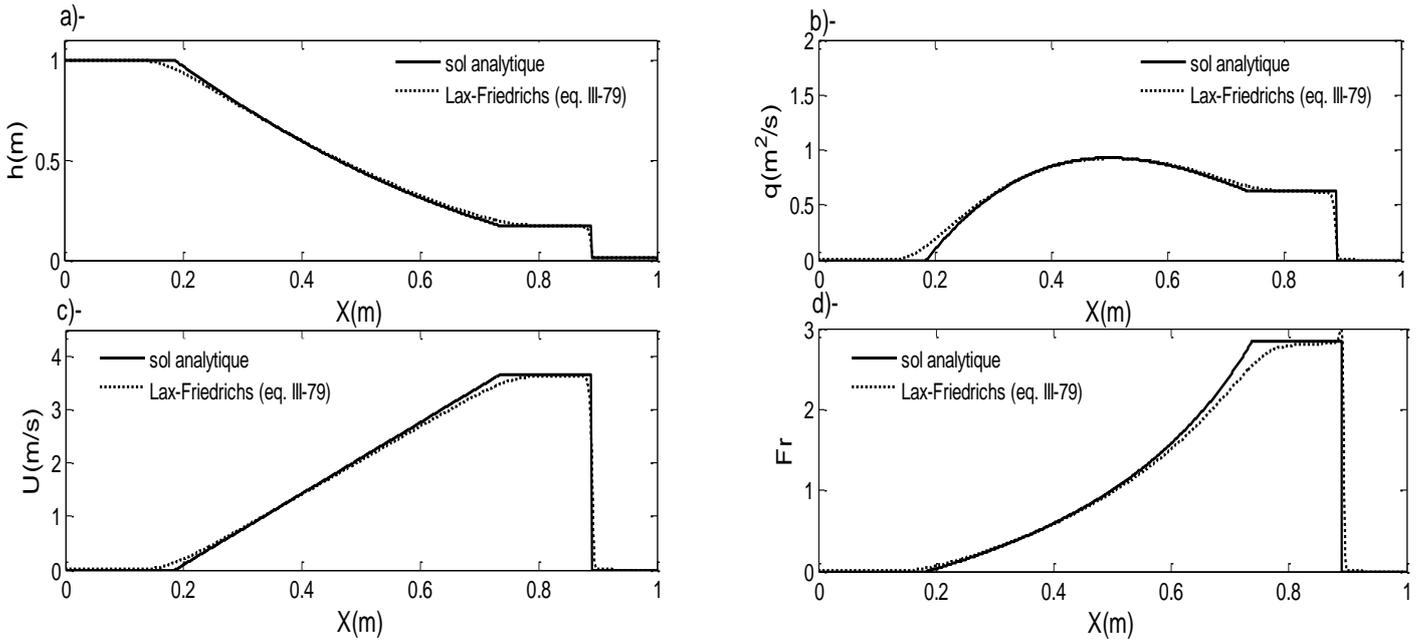
- La longueur de barrage  $L=1$  m
- La hauteur en amont  $h_1 = 1$  m
- La hauteur en aval  $h_r = 1$  cm
- Nombre de courant  $C_n = 0.95$
- Coefficient de pondération  $\alpha = 0.7$
- Nombre de maille  $n=1000$
- Le pas de discrétisation  $\Delta x = \frac{L}{n}$

Les résultats de simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à une étape sont les suivants (Figure (IV.3)) :



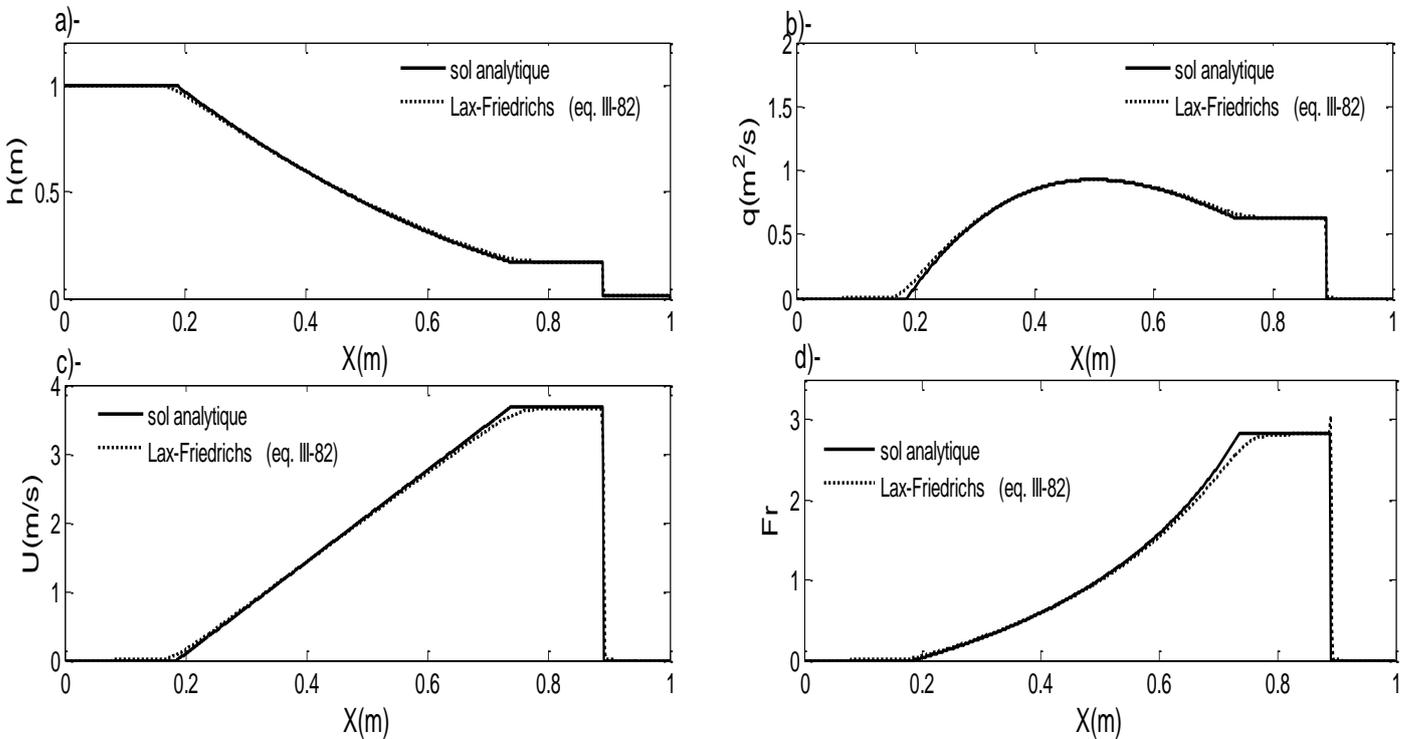
**Figure IV-3** a)- Elévation à  $t=0.01$ s,  $H_{aval} = (0.01$  m) ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ) ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$  (m/s) ; d)- Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à une étape

Les résultats de la simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes sont représentés dans la (Figure (IV.4)) :



**Figure IV-4** a)- Elévation à  $t=0.01s$ ,  $H_{aval} = (0.01m)$  ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ) ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$  ( $m/s$ ) ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à deux étapes

La Figure (IV.5) montre les résultats de la simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes modifié :



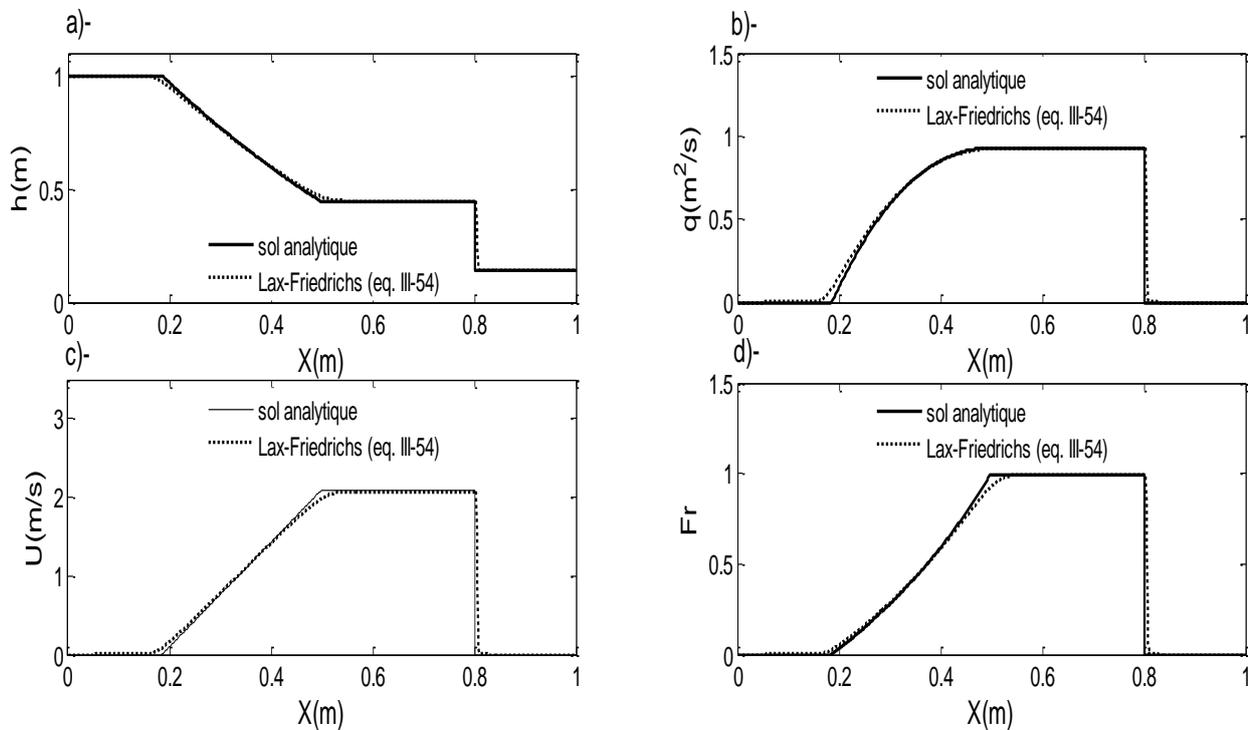
**Figure IV-5** a)- Elévation à  $t=0.01s$ ,  $H_{aval} = (0.01m)$  ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ) ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$  ( $m/s$ ) ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax - modifié

## IV.3.2.Cas humide

1 casCondition du test

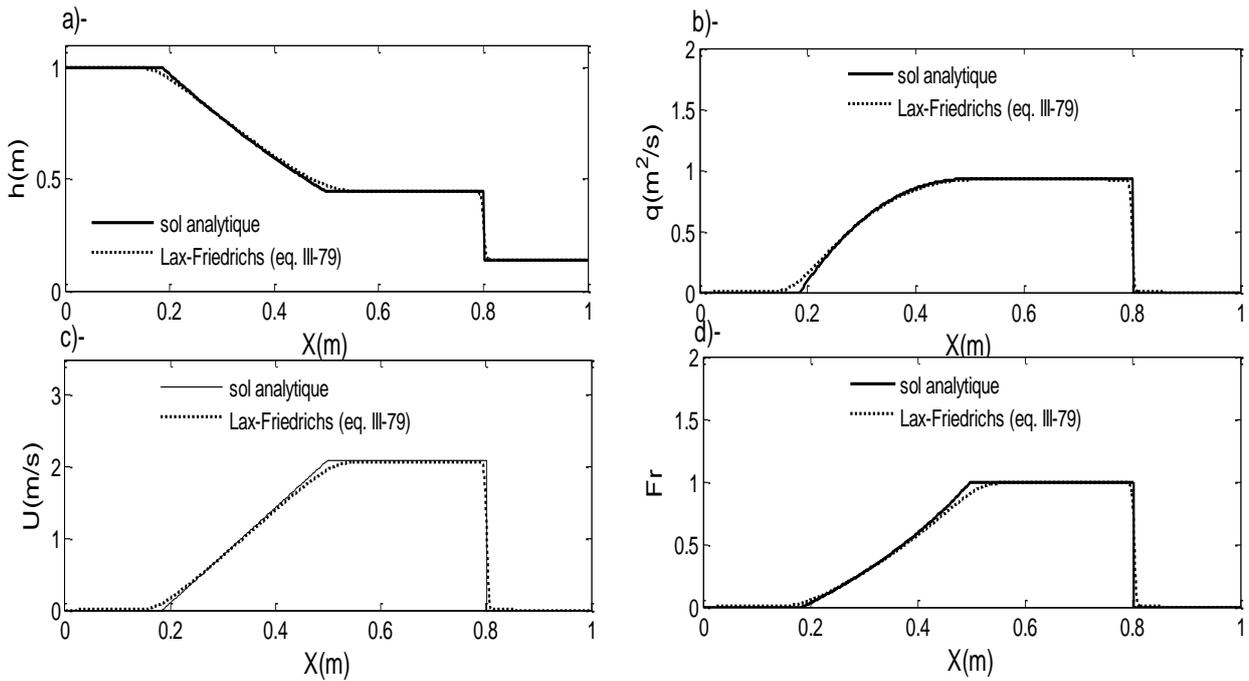
- La longueur de barrage  $L=1$  m
- La hauteur en amont  $h_1 = 1$  m
- La hauteur en aval  $h_r = 0.14$  m
- Nombre de courant  $C_n = 0.95$
- Coefficient de pondération  $\alpha = 0.7$
- Nombre de maille  $n=1000$
- Le pas de discrétisation  $\Delta x = \frac{L}{n}$

Les résultats de la simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à une étape pour la hauteur  $h_{\text{aval}}=0.14$  sont les suivants (Figure (IV.6)) :



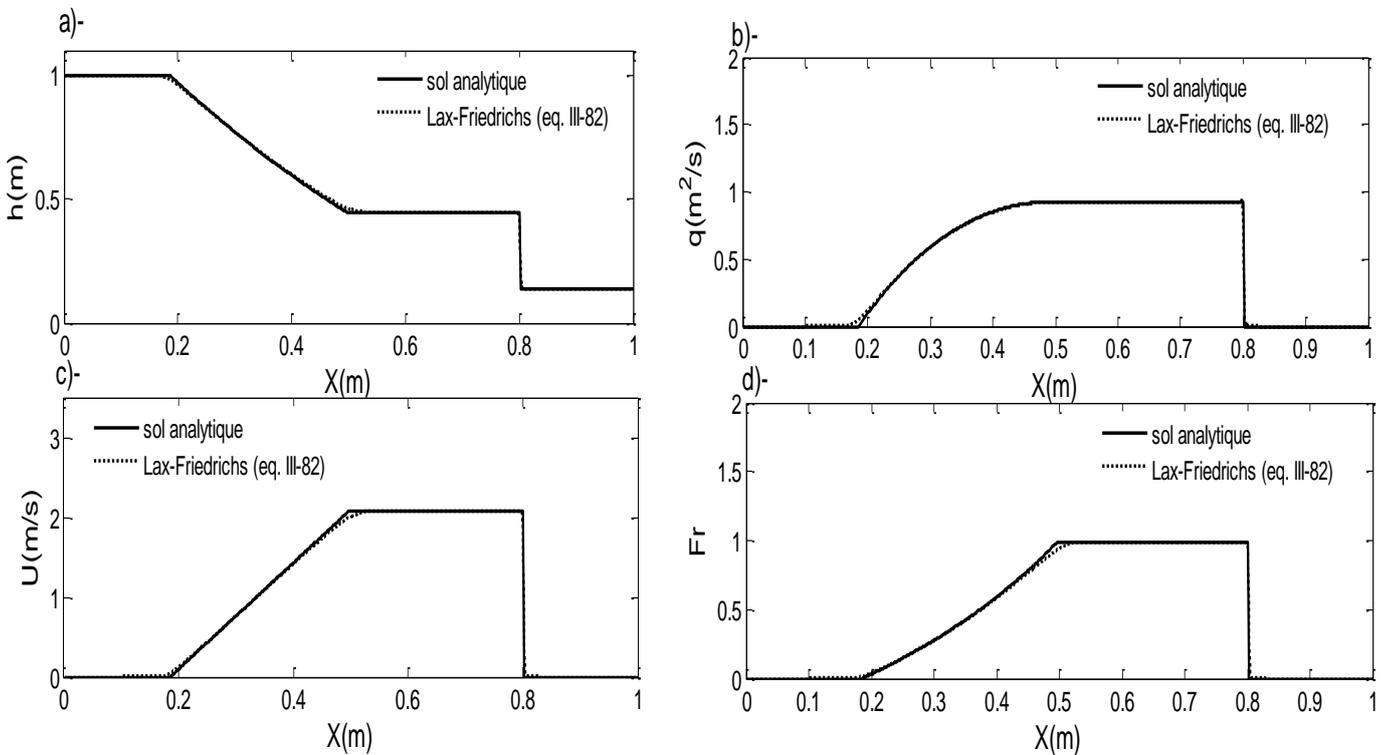
**Figure IV-6** a)- Elévation à  $t=0.01$ s,  $H_{\text{aval}}= (0.14\text{m})$  ; b)- Variation de débit unitaire (m<sup>2</sup>/s ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$ (m/s) ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à une étape

Les résultats de la simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes pour la hauteur  $h_{\text{aval}}=0.14$  sont les suivants (Figure (IV.7)) :



**Figure IV-7** a)- Elévation à  $t=0.01s$ ,  $H_{aval}=(0.14m)$  ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ) ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$  ( $m/s$ ) ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à deux étapes

Les résultats de la simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes modifié pour la hauteur  $h_{aval}=0.14$  sont illustrés dans la (Figure (IV.8)) :

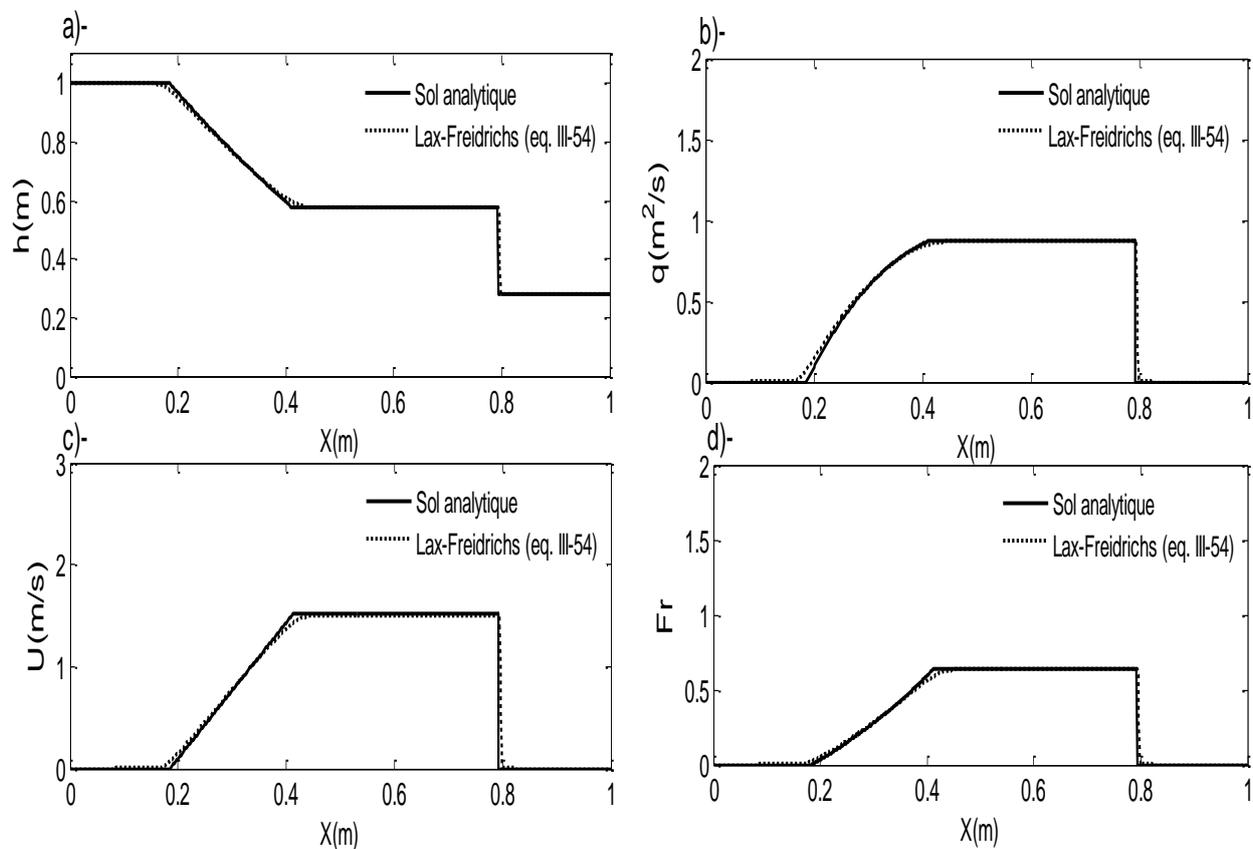


**Figure IV-8** a)- Elévation à  $t=0.01s$ ,  $H_{aval}=(0.14m)$  ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$ ) ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$  ( $m/s$ ) ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax – modifié

2<sup>ème</sup> casCondition du test

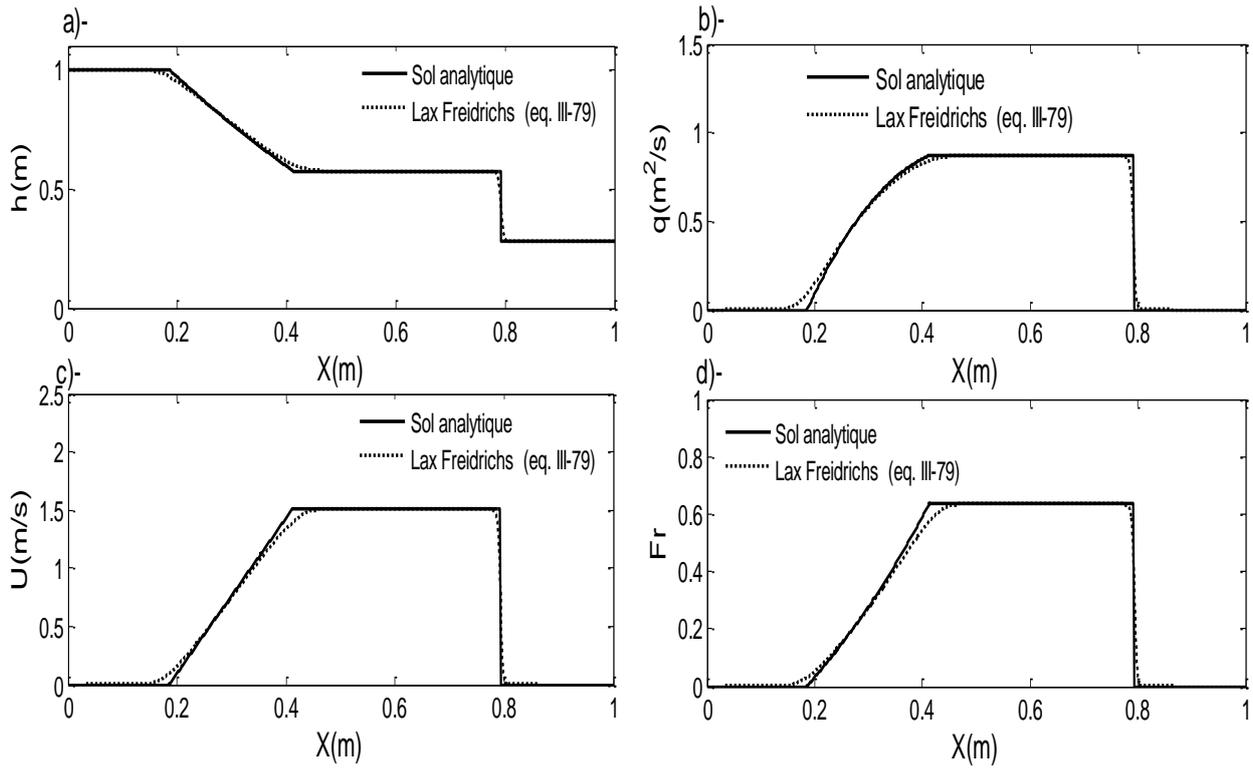
- La longueur de barrage  $L=1$  m
- La hauteur en amont  $h_1 = 1$  m
- La hauteur en aval  $h_r = 0.28$  m
- Nombre de courant  $C_n = 0.95$
- Coefficient de pondération  $\alpha = 0.7$
- Nombre de maille  $n=1000$
- Le pas de discrétisation  $\Delta x = \frac{L}{n}$

Les résultats de simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à une étape pour la hauteur  $h_{\text{aval}}=0.28$  sont les suivants (Figure (IV.9)):



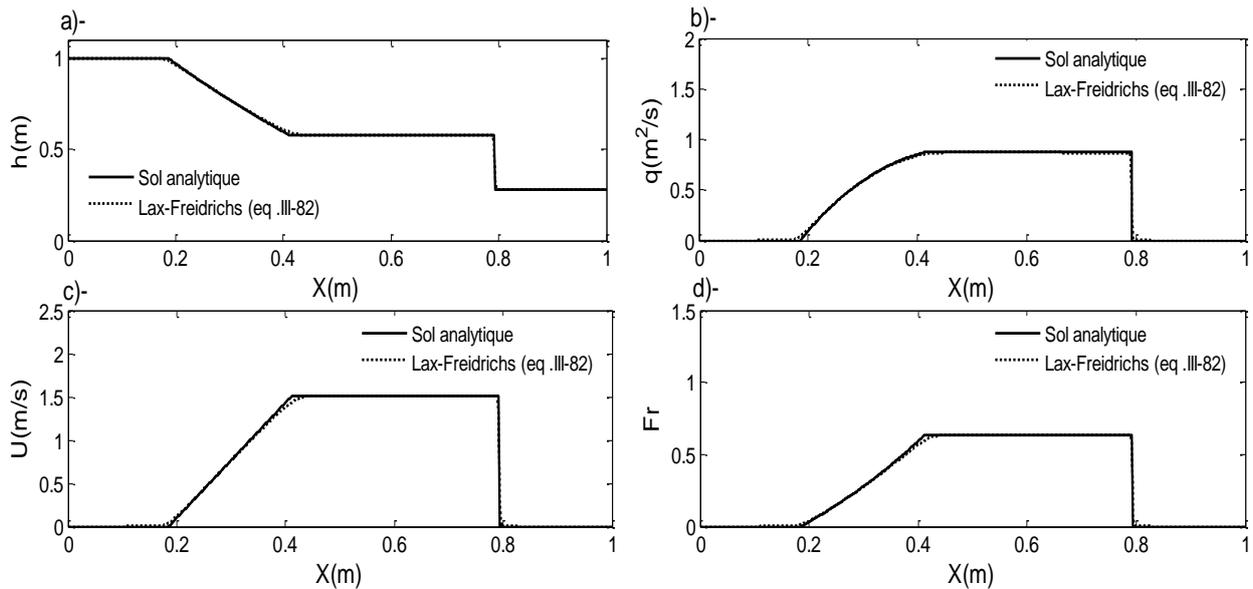
**Figure IV-9** a)- Elévation à  $t=0.01$ s,  $H_{\text{aval}}= (0.28\text{m})$  ; b)- Variation de débit unitaire ( $\text{m}^2/\text{s}$  ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$  ( $\text{m}/\text{s}$ ) ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à une étape

Les résultats de simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes pour la hauteur  $h_{\text{aval}}=0.28$  sont les suivants Figure (IV.10) :



**Figure IV-10** a)- Elévation à  $t=0.01s$ ,  $H_{aval}= (0.28m)$  ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$  ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$  ( $m/s$ ) ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax à deux étapes

Les résultats de simulation avec le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes modifié pour la hauteur  $h_{aval}=0.28$  sont les suivants (Figure (IV.11)) :



**Figure IV-11** a)- Elévation à  $t=0.01s$ ,  $H_{aval}= (0.28m)$  ; b)- Variation de débit unitaire ( $m^2/s$  ; c)- Variation de la vitesse d'écoulement  $U$  ( $m/s$ ) ; d)-Variation de nombre de Froude par le schéma de Lax – modifié

Le calcul d'erreur entre la solution analytique et les résultats simulés se calcule par la formule suivante [37] :

$$L = \sqrt{\frac{\sum_i^n (H_{\text{simulé},i} - H_{\text{analytique},i})^2}{\sum_i^n (H_{\text{analytique},i})^2}} \quad \text{IV-7}$$

Une comparaison quantitative entre les résultats calculés et les solutions analytiques est indiquée dans le tableau IV-1

**Tableau IV-1** Norme L pour la profondeur d'eau calculée dans le cas sec et humide

	Lax-friedrichs à une étape Eq. III-54	Lax-friedrichs à deux étapes Eq. III-79	Lax-friedrichs à deux étapes modifié Eq. III-82
$h_{\text{aval}}=0.01$	0.0212	0.0202	0.0117
$h_{\text{aval}}=0.14$	0.0298	0.0183	0.0101
$h_{\text{aval}}=0.28$	0.0263	0.0167	0.0093

On constate d'après le tableau précédent et les figures (IV-3,IV-4...IV-11) que le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes modifié donne une très bonne approximation (calage) entre la solution expérimentale et analytique, ces résultats indiquent que ce schéma donne une meilleure précision dans le régime fluvial et torrentiel et critique.

Le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes donne une très bonne approximation par rapporte au schéma à une étape dans le régime torrentiels et critique.

Le rapport  $\frac{h_r}{h_1}$  est en grande partie responsable du problème d'instabilités numériques qui se produisent dans la simulation de l'écoulement torrentiel dus à la rupture de barrage. La difficulté du problème augmente avec la décroissance du rapport  $\frac{h_r}{h_1}$ . Pour des valeurs de  $\frac{h_r}{h_1} > 0.01$ , les résultats numériques donnent une bonne coïncidence avec la solution analytique. Le schéma de Lax-Friedrichs modifié, est bien capable de simuler les écoulements torrentiels avec une bonne capture du front de choc pour le rapport  $\frac{h_r}{h_1} > 0.01$ .

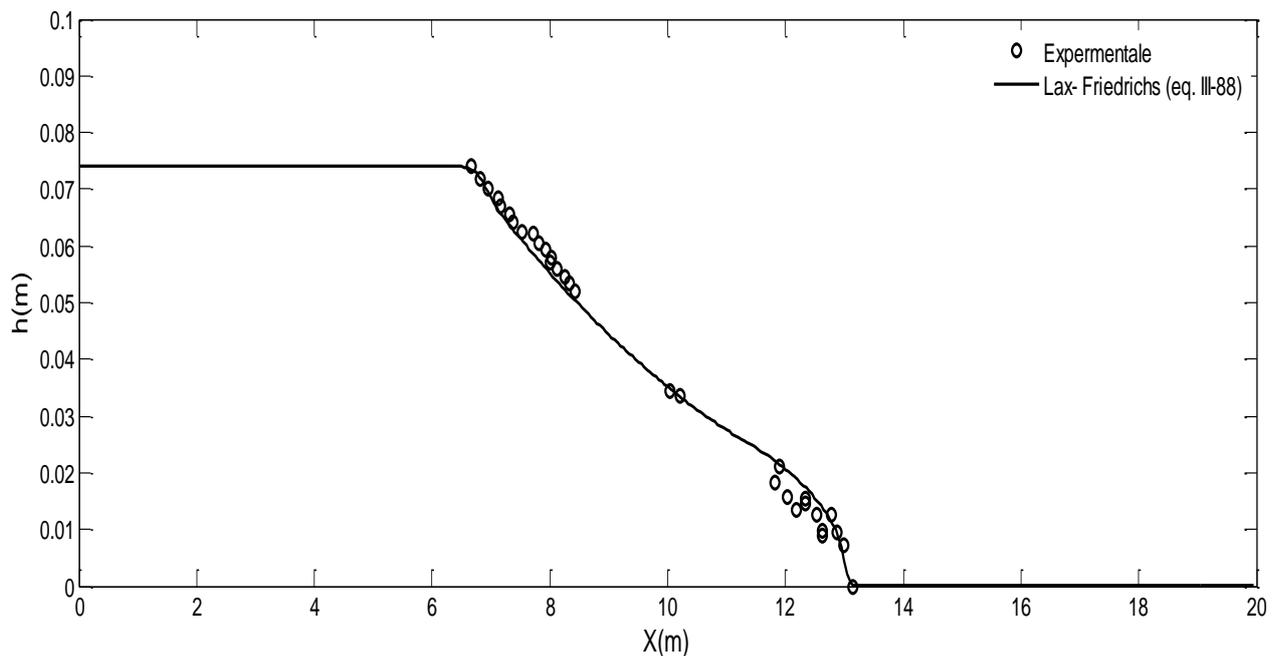
#### IV.4. Rupture de barrage sur un plan horizontal avec frottement

Schoklitsch (1917) a étudié l'écoulement de rupture d'un barrage sur un fond sec à l'aval. Le canal mesure 0.096 m de largeur, 0.08 m de hauteur et 20 mètres de longueur. Le barrage est placé au milieu du canal. La hauteur d'eau en amont du barrage est de 0.074m et à l'aval du barrage le canal est sec. Le coefficient de rugosité de Manning utilisé dans cette expérience est de 0.009 s/m<sup>1/3</sup> [37].

Les résultats de cette expérience ont fait l'objet de comparaison avec notre modèle développé et présentés dans la figure (IV-12) :

Condition du test

- La longueur de barrage  $L=20$  m
- La hauteur en amont  $h_1 = 0.074$ m
- La hauteur en aval  $h_r = 10^{-4}$  m
- La largeur de canal  $B=0.096$  m
- Coefficient de rugosité  $n=0.009$  s/m<sup>1/3</sup>
- Nombre de courant  $C_n = 0.98$
- Coefficient de pondération  $\alpha = 0.85$
- Nombre de maille  $n=400$
- Le pas de discrétisation  $\Delta x = \frac{L}{n}$



**Figure IV-12** Hauteur d'eau le long du canal après rupture de barrage sur un fond sec

La figure montre les profils de surface d'eau mesurés par Schoklitsch (1917) et simulés par le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes modifié à  $t=9.40$  secondes après la rupture de barrage (eq.IV-63).

Cette figure indique une bonne concordance entre les profils de surface d'eau expérimentaux et les profils obtenus. Ces derniers montrent que le mouvement du front d'onde est bien simulé par le modèle numérique actuel (eq. IV-63). Ces résultats prouvent que le modèle numérique à deux étapes modifié (eq.IV-63) est très précis.

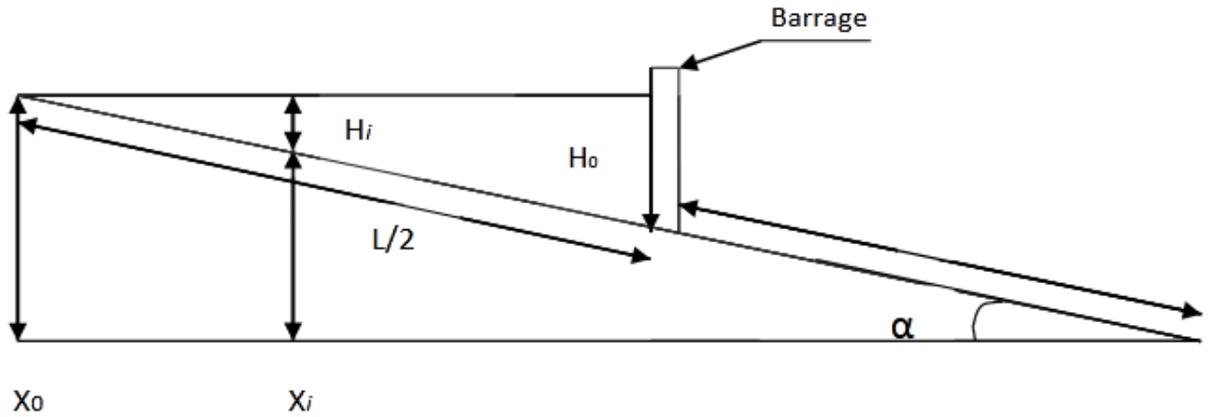
D'après ces résultats, on peut conclure que la technique utilisée dans ce travail est capable de modéliser l'onde progressive après rupture de barrage sur un lit initialement sec avec frottement.

#### IV.5. Rupture de barrage sur un plan Incliné avec frottement

L'expérience a été menée dans un canal rectangulaire d'une longueur  $L=122$  m, d'une largeur  $B=1,22$  m, d'une pente de fond  $\alpha = 0,005$  et d'un coefficient de Manning  $n = 0.0085$ . La profondeur d'eau en amont du barrage est de 0,305 m et la profondeur d'eau en aval est nul (lit

sec). Le barrage a été placé au milieu du canal. Le pas de discrétisation  $\Delta x$  est pris égal à 1m. La Figure (IV.13) montre le schéma d'essais de cette expérience.

Cette expérience a été réalisée en laboratoire par US Corps of Engineers [37]. Le cas de test ci-dessus compare la simulation des résultats avec la solution expérimentale.



**Figure IV-13** Schéma d'essais d'une onde de rupture d'un barrage dans un plan incliné

Les paramètres pour résoudre les problèmes de l'onde de rupture de barrage dans un canal incliné sont [25]:

#### IV.5.1. Les conditions aux limites

Conditions initiales

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = \frac{2H_0}{L} X_i \quad ; \quad \forall x \in \left[0, \frac{L}{2}\right] \quad \text{IV-8}$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = \mathbf{0} \quad ; \quad \forall x \in \left[\frac{L}{2}, L\right] \quad \text{IV-9}$$

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = \mathbf{0} \quad ; \quad \forall x \in [L] \quad \text{IV-10}$$

Conditions Finales

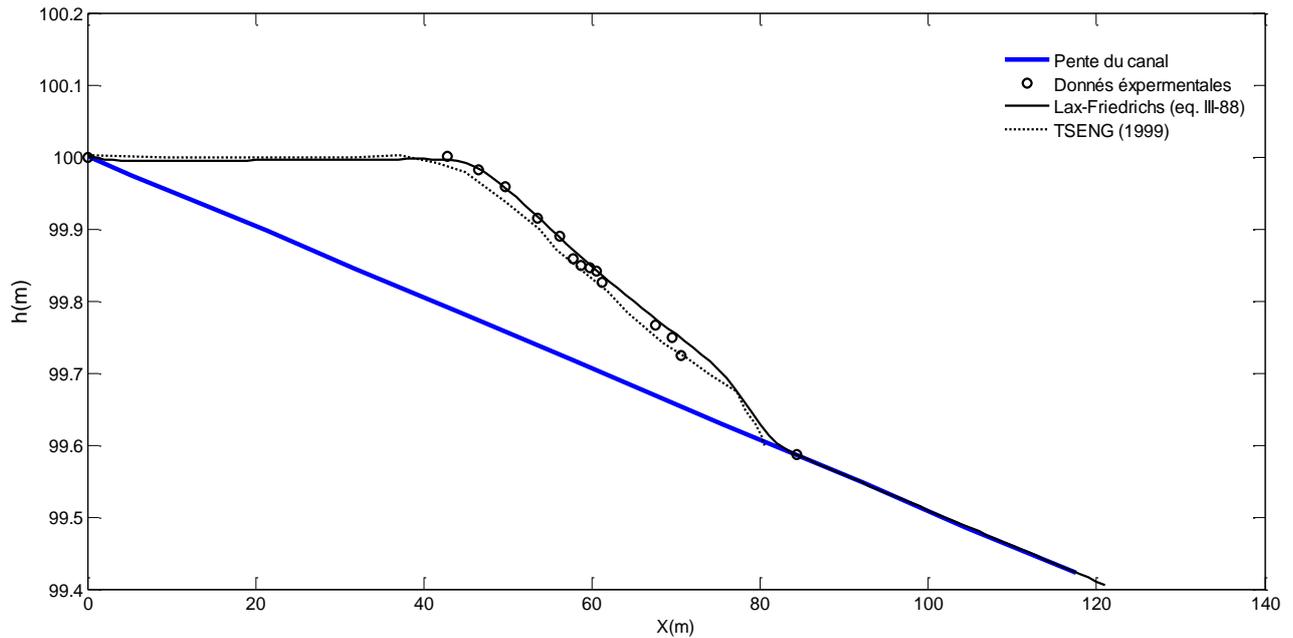
$$\mathbf{h}(\mathbf{0}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad ; \quad \forall t \in T \quad \text{IV-11}$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{nx}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad ; \quad \forall t \in T \quad \text{IV-12}$$

$$\mathbf{U}(\mathbf{0}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad ; \quad \forall t \in T \quad \text{IV-13}$$

$$\mathbf{U}(\mathbf{nx}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad ; \quad \forall t \in T \quad \text{IV-14}$$

La figure (IV-14) montre les résultats de comparaison avec l'expérience réalisée en laboratoire de Waterway Experiment Station (WES) et les résultats expérimenté par Ming TSENG [37].



**Figure IV-14** Comparaison des résultats calculés et expérimentaux pour une rupture de barrage sur un plan incliné

D'après la figure (IV-14), on constate que la courbe obtenue par le modèle numérique modifié s'approche d'une manière satisfaisante aux résultats expérimentaux.

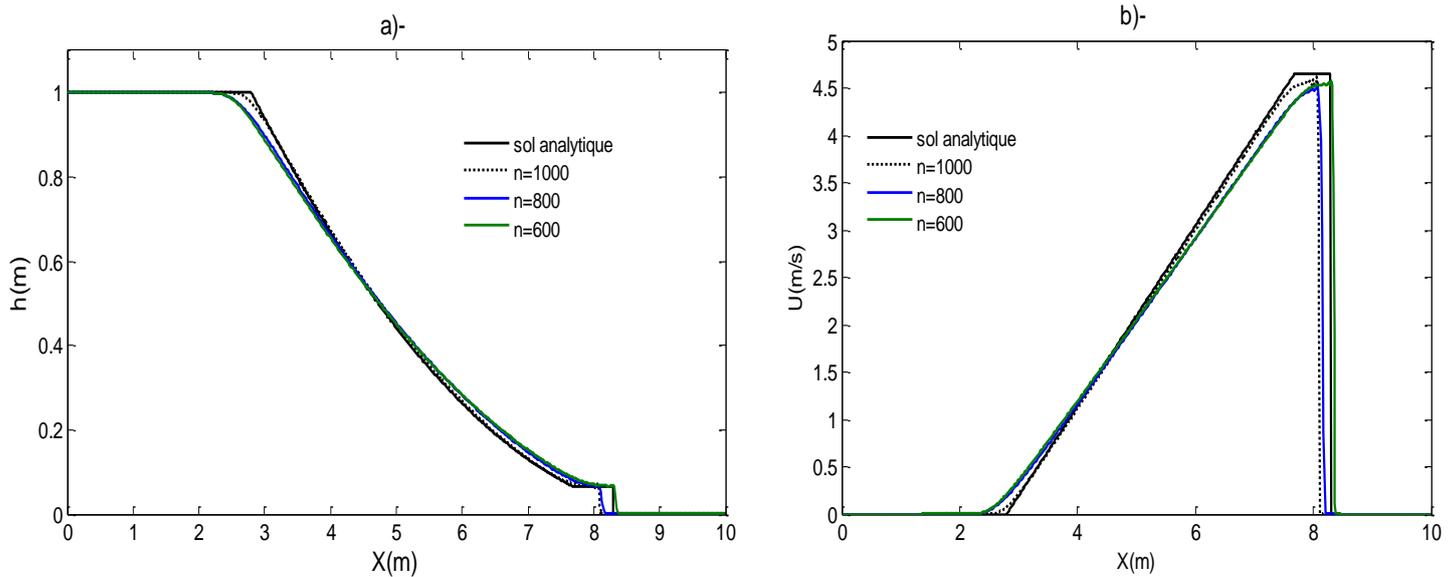
#### IV.6. Effet de pas de discrétisation sur la vitesse et la hauteur d'écoulement

Dans cette expérience on étudie l'influence de nombre de maille sur les paramètres d'écoulements ( $h$ ,  $U$ ), et on fixe les autres paramètres physique et numérique tel –que la hauteur initial et aval, le nombre de courant....etc. Les résultats obtenu a  $t=0.01$ s après la rupture de barrage sont illustrées dans la Figure (IV.15) :

:

##### Condition du test

- La longueur de barrage  $L=10$ m
- La hauteur en amont  $h_1 = 1$  m
- La hauteur en aval  $h_r = 1$  cm
- Coefficient de pondération  $\alpha= 0.7$
- Nombre de maille varie pour chaque simulation  $n=1000,700,400$
- Le pas de discrétisation varie pour chaque simulation  $dx=L/n$
- Nombre de courant  $C_n = 0.98$



**Figure IV-15** effets de pas de discrétisation sur l'écoulement

a)-Elévation de la hauteur d'eau (m) ;b)-la vitesse d'écoulement (m/s)

Les erreurs sont calculées pour chaque pas de discrétisation et les résultats obtenus sont mentionnés dans le Tableau (IV.2) :

**Tableau IV-2** Norme L pour la profondeur d'eau calculée pour des différents pas

Nombre de maille	Erreur
400	0.5905
700	0.2999
1000	0.0164

On constate que la solution numérique est d'autant plus proche de la solution analytique Pour un pas de désertisation faible c.-à-d. (nombre de maille est  $n$  est grande).

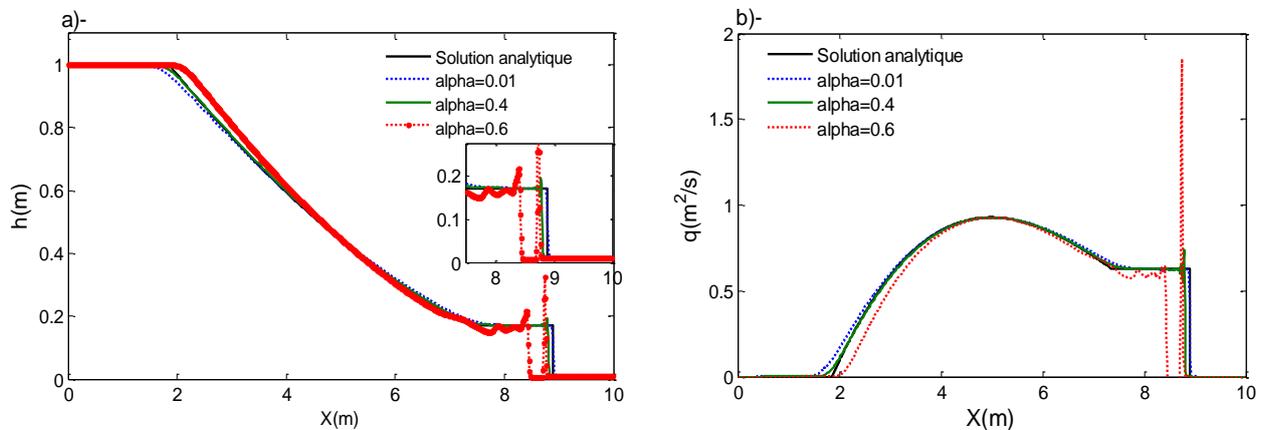
#### IV.7. Influence de la viscosité numérique sur le débit et la hauteur d'écoulement

Le but de cette étude est de déterminer la valeur idéale de paramètre de pondération  $\alpha$ ,

##### Condition du test

- La longueur de barrage  $L=10$  m
- La hauteur en amont  $h_1 = 1$  m
- La hauteur en aval  $h_r = 10^{-4}$  m
- Coefficient de pondération se varié pour chaque simulation  $\alpha = 0.01, 0.4, 0.6$
- Nombre de maille  $n=1000$
- Le pas de discrétisation  $dx=10^{-2}$  m
- Nombre de courant  $C_n = 0.6$

Les résultats obtenus à  $t=0.01s$  après la rupture de barrage sont illustrés dans la figure IV-16 :



**Figure IV-16** Effets de viscosité numérique

Les résultats obtenus dans la figure précédente nous permettent de conclure que :

- ✓ Plus la viscosité proche de 0 plus le schéma a tendance à lisser les perturbations ;
- ✓ Plus la viscosité proche de 1 plus le schéma génère des oscillations importantes ;
- ✓ Les résultats à l'aval de canal sont plus sensibles pour le lissage.

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a utilisé le schéma explicite du Lax-Friedrichs (schéma de Lax-Friedrichs à une étape, schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes, schéma de Lax-Friedrichs modifié) pour étudier l'effet de la hauteur d'eau à l'aval du barrage sur le régime de l'écoulement. Ensuite on a effectué une comparaison entre les résultats numériques et la solution analytique pour la validation du modèle. Les résultats numériques discutés nous permettent de conclure que pour les trois cas étudiés, c'est le schéma de Lax-Friedrichs modifié qui donne une bonne approximation dans les trois cas entre la solution analytique et la solution expérimentale.

Après on a effectué une comparaison entre notre résultat simulé par le schéma de Lax-modifié et les résultats expérimentés par Schoklitsch (1917) dans un canal horizontal à sec avec la prise en compte de terme source, une deuxième comparaison avec les résultats expérimentés par (WES) et Tseng sur un plan incliné.

Enfin, on a étudié l'effet de quelques paramètres physique et numérique sur l'allure d'onde de rupture de barrage dans le cas horizontal à sec.

## Conclusion générale

Ce mémoire présente l'étude de la propagation de l'onde de rupture du barrage sur un plan horizontal et incliné. Le système d'équation Saint-Venant 1D est utilisé pour modéliser les écoulements à surface libre.

La vérification du modèle pour étudier correctement les écoulements rapidement variés est faite en comparant les résultats numériques obtenus avec la solution analytique, les résultats expérimentaux et les résultats simulés d'autres auteurs.

Trois schémas numériques aux différences finies, à savoir le schéma de Lax-Friedrichs à une étape, le schéma de Lax-Friedrichs à deux étapes et le schéma de Lax-Friedrichs modifié pour simuler la rupture de barrage, sont utilisés.

Le profil de la surface libre a été calculé pour les deux régimes d'écoulements, fluvial et transcritique. Dans le régime fluvial, le lit est mouillé à l'aval du barrage et dans le régime transcritique, le lit est sec.

Les simulations numériques discutées ci-dessus, permettent de conclure que :

- La viscosité numérique donne un bon lissage lorsque elle est proche de  $0(\alpha \neq 0)$  ;
- Les résultats numériques s'approchent aux résultats analytiques pour des maillages fins.

L'analyse de ces résultats prouve la fiabilité de schéma numérique de Lax-Friedrichs modifié dans la résolution des équations de Saint-Venant dans la simulation de l'onde de rupture de barrage sur un fond horizontal et incliné sans et avec frottement.

Les résultats des études de rupture de barrage sont très utiles pour la sécurité de la zone située à l'aval de barrage contre les inondations. Ils doivent par conséquent être exploités de manière optimale pour sécuriser au maximum ces ouvrages contre ce phénomène. La sécurité des populations riveraines dépend de la qualité de l'information qu'elles reçoivent et cette tâche fait partie de l'ingénierie en hydraulique.

### Bibliographie

- [1] **Vazquez, J. (2006)**, «Hydraulique à surface libre,Systèmes hydraulique Urbains»,ed.,Engees strasbourg,France,104 pages.
- [2] **Toumi, A. (2016)**, «Hydraulique à surface libre, Modélisation et Simulation en hydraulique», sur le site Université de 08 Mai 1945, Guelma.Consulté le 02 juillet 2022.  
<http://dspace.univ-guelma.dz>.
- [3] **Berreksi, A. (2016)**, «Hydraulique générale ,Hydraulique à surface libre»sur le site de l'Université A.mira, bejaia.Consulté le 24 juin 2022.  
<https://elearning.univ-bejaia.dz>.
- [4] **Vazquez, J. et Dufresne, M. (2016)**, «Surface libre dans un puits de chute par la modélisation 3D», sur le site ENGEES.Consulté le 20 mai 2022 , 154 pages.  
<http://hydraulique-des-reseaux.engees.eu/>
- [5] **Graf,W. et Altinakar,M. (2000)**, «Hydraulique fluviale, Ecoulement et phenomene de transport dans les cannaux a géometrie simple, vol. 16, Éd., Presses polytechniques et universitaire Romandes, suisse.
- [6] **Ikni, T. (2021)**, «Hydraulique fluviale », sur le site de l'Université A.mira, bejaia.Consulté le 24 juin 2022.,10 pages.  
<https://elearning.univ-bejaia.dz>.
- [7] **Kert, C. ( 2008)**, «Amélioration de la sécurité des barrages et ouvrages hydrauliques», Déposé sur le Bureau de l'Assemblée nationale, France,198 pages.
- [8] **Lucas, G. et Malou, C.** «TPE Barrage hydroélectriques», sur le site E-monsite.Consulté le 21 mai 2022.  
<http://barrages-hydroelectriques.e-monsite.com/>].
- [9] **Benkaci, S. (2014)**, «dimensionnement des lacs collinaires»,sur le site Slideshare.Consulté le 17 mai 2022.  
<https://fr.slideshare.net>.
- [10] **Benchaiba, I.(2022)**, «Ouvrages et aménagement hydraulique ,Différents types de barrages et choix du profil type».sur le site Departement hydraulique de l'université de batna.Consulté le 20 juillet 2022.  
<https://www.staff.univ-batna2.dz>.
- [11] **(en ligne)**, «Barrage de Grand Coulee»,sur le site Wikipédia.Consulté le 03 juillet 2022.  
<https://fr.wikipedia.org/>.

- [12] **Ministère de l'écologie et du développement durable.(2004)**, «Barrages et digues».sur le site Side:Consulté le 23 mai 2022.  
<http://www.ecologie.gouv.fr>.
- [13] **Maillant, P. , Roux, H. et Binet, C. (2007)**, «Divers types de barrage» sur le site AscoTP.Consulté le 21 mai 2022.  
<http://www.planète-tp.com>.
- [14] **Rahmani, K. (2014)**, «Quelques solutions des ondes de rupture d'un barrage sur un fond sec et inclinée»,Projet de fin d'études, Université Hadj lakhdar, Batna,68 pages.
- [15] **Haghighi, I. (2012)**,«Caractérisation des phénomènes d'érosion et dispersion des sols».Thèse de doctorat ,Université du Paris-est, France.
- [16] **Ministère chargé du développement durabl.(Octobre 2010)**,sur le site Aria.Consulté le 22 mai 2022.  
<https://www.aria.developpement-durable.gouv.fr> [Accès le 22 Mai 2022].
- [17] **Marc,J**, «Perregaux:Le barrage de L'oued Fergoug»,Éd., LABOULBENE, France.
- [18] **Chanson, H. ( 2006)**, «Analytical Solutions of the Dam Break Wave Problem on Horizontal,» La Houille Blanche, Australie, 92:3, 76-86 pages.
- [19] **Sekou,T. et Diallo, S. (2001)**, «Etude d'un écoulement transitoire à surface libre (dam-break) «onde de rupture d'un barrage, »»,Projet de fin d'études Université A.mira, bejaia.
- [20] **Szydłowski, M. et Machalińska-Murawska, J. (2013)**, «Lax-Wendroff and McCormack Schemes for Numerical Simulation of Unsteady Gradually and Rapidly Varied Open Channel Flow,» *Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, vol. 60, n°11231-3726.
- [21] **Naik, S. ( 2015)**, «Numerical Simulation of a Dam Break Flow Using Finite Difference Approach,»,Projet fin d'études , Department of civil engineering national institute of technology rourkrla, 54 pages.
- [22] **Gu,S.et Xianpei,Z. , Liqun,R. et Hongwei, X. (2017)**, «SWE-SPHysics Simulation of Dam Break Flows at South-Gate Gorges Reservoir»,Ed., Gordon Huang and Yurui Fan,China,20 pages.
- [23] **Maher, A. (2005)**, «Sur les méthodes de discrétisation numérique de problèmes hyperboliques non linéaires appliquées aux équations de Barré de Saint-Venant pour la modélisation de l'hydraulique en réseau d'assainissement,»,Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur – Strasbourg I, France.
- [24] **Dalmas, V. ( 2018)**, «Approximations d'ordre réduit des équations de Saint-Venant pour la modélisation de vallée hydroélectrique»,Thèse de doctorat,Université de Grenoble, France.

- [25] **Khaled, T. ( 2018)**, «Etude des écoulements instationnaires a surface libre - onde de rupture de barrage»,Projet de fin d'études , Université A.mira, bejaia.
- [26] **Martin, A. (2010)**,«Etude analytique de l'influence du frottement sur l'ecoulement des eaux dans les cannaux d'assainissement»,Projet fin d'études, Ecole polytechnique d'abomey-calavi, Benin.
- [27] **Oueslati, S. ( 2014)**, «Etude analytique et numerique du probleme de saint-venant avec une dynamique biologique»,Thèse de doctorat, Université de carthage, tunisie.
- [28] **Benamirouche, D. etMahdaoui, H. ( 2014)**, «Resolution numérique des équation de saint-venant 1d par la méthode des defferances finies»,Projet de fin d'études, Université A.mira, bejaia.
- [29] **Shi, Y.-E. ( 2006)**, «Résolution numérique des équations de Saint-Venant par la technique de projection»,Thèse de doctorat , Ecole doctorale SIMEM, l'université de Caen - Basse Normandie U.F.R. de sciences.
- [30] **Legendre, G. ( 2021)**, «Introduction à l'analyse numérique»,Support de cours, : Université de dauphine, France,510 pages.
- [31] **Ghostine, R. ( 2009)**, «Contribution à la résolution numérique des équations de Barré de Saint Venant bidimensionnelles par une méthode de type éléments finis discontinus : application à la simulation des écoulements au sein des carrefours dans la ville»,Thèse de doctorat,Ed., IMFS,Université de strasbourg, France.
- [32] **Marc, B. ( 2002)**,«Transport de fluc en reseau D'assainissement :modele 1D pour l'hydraulique des collecteur et deversoirs avec prise en compte des discontinuité»,Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg,France,225 pages.
- [33] **Kaci, T. (2021)**,«La résolution du système d'équations de Saint Venant par la méthode des différences finies - Rupture de barrage»,Projet de fin détudes Université A.mira, bejaia.
- [34] **Eleuterio, T. , Arturo H. , et dumbser, M. ( 2008)**,«Force shemes on unstructured meshes I:Conservative hyperbolic systems»,Thèse de doctorat, Elsevier Science, italie.
- [35] **Kenouch, S.( 2016)**, «Méthodes numériques et programmation»,Support de cours, Université M. Khider, Biskra.
- [36] **Ming-Hseng, T. ( 1999)**, «Verification of 1-D Transcritical Flow Model in Channels»,Ed., National Center for High-Performance Computing, Taiwan,.
- [37] **Khan ,A. et Lai, W. (2012)**, «discontinuous Galerkin Method dor aD shallow Water Flows in natural Rivers»,Thèse de doctorat, Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics,China.



## ملخص

يتناول هذا العمل مع المحاكاة العددية لموجة تمزق السد في مستوى أفقي و مائل , هذه الظاهرة موصوفة في معادلات سان فنان أحادية البعد. يتم استخدام طريقة الفروق المحدودة لتقدير هذه المعادلات. تمت دراسة تأثير الرقم التحليلي وخطوة التقدير وارتفاع المصب والزوجة الاصطناعية. تم إعداد النتائج العددية مقارنة بالحل التحليلي، والتجريبي من قبل الباحثين في هذا المجال. النتائج التي تم الحصول عليها بهذه الطريقة مرضية.

الكلمات المفتاحية هدم سد، سان فنان، طريقة الفروق المنتهية، تدفق غير مستقر، الزوجة الاصطناعية.

## **Résumé**

Ce travail traite la simulation numérique de l'onde de rupture d'un barrage dans un canal horizontal et incliné. Ce phénomène est décrit par les équations de Saint Venant unidimensionnelle. La méthode des différences finies est utilisée pour la discrétisation de ces équations. L'effet de nombre de courant, le pas de discrétisation, la hauteur à l'aval et la viscosité artificielle sont étudiés. Le calage des résultats numériques est fait par rapport à la solution analytique, et expérimentale d'autres chercheurs dans ce domaine Ces résultats obtenus avec cette méthode sont satisfaisants.

**Mots clés** : rupture de barrage, Saint Venant, méthode des différences finies, viscosité artificielle

## **abstract**

This work deals with the numerical simulation of the rupture wave of a dam in a dry and horizontal channel. This phenomenon is described by the one-dimensional Saint-Venant equations. The finite difference method is used for the discretization of these equations. The effect of the current number, the discretization step, the downstream height and the artificial viscosity are studied. The setting of the numerical results is made compared to the analytical solution, and experimental by researcher in this field These results obtained with this method are satisfactory.

**Key word:** dam break, Saint Venant, finite difference method, artificial viscosity