

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

MEMOIRE
PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE
MASTER
FILIÈRE : GÉNIE MÉCANIQUE
SPÉCIALITÉ : INSTALLATION ÉNERGÉTIQUE ET TURBOMACHINES

PAR :

FENGAL Imad

FERHANE Yougourtane

Thème

Etude expérimentale et théorique de l'apparition des instabilités hydrodynamique dans un système de Taylor-Couette combinés : Effet de l'angle de conicité du cylindre rotatif intérieur

Soutenu le 02/07/2019 devant le jury composé de :

- | | |
|-----------------------|-----------|
| •Mr NAIT BOUDA Faïçal | Examineur |
| •Mr ALLOUCHE Moussa | Président |
| •Mr ADNANE Mahfoud | Encadreur |

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2018-2019

Dédicaces

On dédié ce travail a tous ceux qui nous sont chers

*À nos parents qu 'ont toujours étaient présents et
qui sont à l'origine de tout ce qu 'on est, par leur
confiance et leurs amour on a toujours vue clair
dans la vie.*

À nos frères et sœurs,

À nos amis et camarades.

Remerciements

Ce travail a été mené sous l'encadrement de Monsieur ADNANE Elmahfoud, docteur en énergétique et mécanique des fluides et enseignant à l'université de Bejaia, à qui on tient à adresser notre profonde gratitude. On a apprécié la sympathie et la grande disponibilité avec lesquelles il nous a dirigé tout au long de ce mémoire. On le remercie pour ses conseils, ses encouragements, ses orientations. Ainsi que, sa gentillesse de nous avoir offert toutes les conditions de travail et la totale confiance mise en nous.

On tient à remercier vivement Monsieur AOLMI Mheni le concepteur et réalisateur du dispositif expérimental de nous l'avoir confié pour notre étude et Monsieur LALAOUA Adel chercheur et doctorant en génie mécanique énergétique et rhéologie à l'université de Bejaia pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

On tient à remercier Monsieur ALLOUCHE Moussa, enseignant chercheur au département de génie mécanique de nous avoir fait l'honneur de présider notre jury et Monsieur NAIT BOUDA Faïçal d'avoir bien voulu consacré son temps à examiner ce travail.

On exprime nos vifs remerciements à l'ensemble des enseignants de génie mécanique.

Nos pensées vont également à tous ceux qui nous ont soutenus et encouragé dans les moments difficiles pendant ces années, on les remercie vivement.

Merci à tous.

Sommaire

Liste des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Introduction Générale 01

Partie 1 : Revue Bibliographique

Chapitre I : Synthèse bibliographique sur l'étude de l'écoulement de Taylor-Couette

I.1 : Introduction	04
I.2 : Définition de l'écoulement	04
I.3 : La genèse	05
I.4 : Domaines d'application	09
I.5 : Conclusion	09

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement Taylor-Couette

II.1 : Introduction	11
II.2 : Phénoménologie	11
A) Première observations	12
B) Critère de stabilité	13
C) Mise en évidence de la première instabilité : l'onde stationnaire de Taylor	14
D) Régime de transition laminaire-turbulent pour le cas $m_\Omega = 0$	16
1. Régime laminaire stable	17
2. Régime laminaire perturbé	17
a) Domaine de l'onde de Taylor	18
b) Ondes azimutales (2eme instabilité) ou wavy mode (wvf)	18
c) Mouvement ultérieure	19
E) Diagramme de stabilité générale	20
II.3 : Effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette	21

Sommaire

A) Facteur géométrique	22
1. Effet du rapport des rayons $\eta = \frac{R_1}{R_2}$	22
2. Effet du facteur d'aspect $\Gamma = \frac{H}{d}$	23
3. Effet de la forme géométrique du corps tournants (combinaison)	23
a) Combinaison cylindre-cylindre	24
b) Combinaison cône-cône	24
c) Combinaison cylindre dans un cône	24
d) Combinaison cône dans un cylindre	25
4. Effet de bords	25
B) Facteur dynamique	26
1. Effet de la surface libre	26
2. Effet du débit axial et radial	27
3. Effet de l'accélération	28
II.4 : Conclusion	28

Partie2 : Etude expérimentale

Chapitre III : Dispositif expérimental et conditions d'essais

III.1 : Introduction	30
III.2 : Dispositif expérimental	30
A) Aspect mécanique	30
1. Système d'écoulement	30
B) Aspect électrique	32
1. Motorisation	32
C) Aspect physico-chimique	33
1. Le fluide d'essai	33
D) Aspect métrologique	33
1. Mesure de la vitesse de rotation Ω_1	33
2. Mesure de la température du fluide T_0	33
3. Mesure de la masse volumique et la viscosité du fluide	34
E) Aspect optique	34
1. Visualisation par réflexion de la lumière	34

Sommaire

2. Visualisation par transmission laser	35
III.3 : Procédure d'essais	36
A) Condition de mise en régime des vitesses	36
III.4 : Conclusion	37

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1 Introduction	39
IV.2 : Etude de l'écoulement sans effet d'angle de conicité du cylindre intérieur tournant (écoulement entre deux cylindres coaxiaux)	40
2.1 : Evolution du nombre d'ondes axiales	43
2.2 : Nombre et taille des vortex	43
IV.3 : Etude de l'écoulement avec effet d'angle de conicité du cylindre intérieur tournant (écoulement entre cylindre et cône coaxiaux)	44
3.1 : Evolution du nombre d'ondes axiales en fonction du nombre de Taylor	44
3.2 : Evolution du nombre d'ondes axiales en fonction de l'angle de conicité α	45
3.3 : Visualisation des phénomènes hydrodynamique pour les différents angles de conicité	46
A) Pour $\alpha=1$	46
B) Pour $\alpha=5$	46
C) Pour $\alpha=10$	47
D) Pour $\alpha=12$	47
3.4 : Nombre et taille des vortex	48
IV.4 : Discussions	49
IV.5 : Conclusion	50

Partie 3 : Etude théorique

Chapitre V : Formulation de la problématique

V.1 : Introduction	52
V.2 : Choix de système de coordonnées	52
V.3 : Hypothèses simplificatrices	53
V.4 : Mise en équations	53
4.1 : Equation de continuité	53

Sommaire

4.2 : Equation de Navier-Stokes	53
4.3 : Calcul du champ de vitesse	54
4.4 : Calcul du champ de pression et la contrainte de cisaillement	55
V.5 : Phénomène d'instabilité	57
5.1 : Caractérisation et analyse des Phénomènes d'instabilité	57
5.1.1 : Théorie de stabilité linéaire	57
A) Etape une : linéarisation des équations de Navier-Stokes	57
B) Etude de l'évolution des perturbations	57
5.1.2 : Enoncé de critère de la stabilité	58
5.1.3 : Notion de paramètres de contrôle	60
A) Nombre de Reynolds	60
B) Nombre de Taylor	60
V.6 : Conclusion	61

Chapitre VI : Procédure numérique

VI.1 : Introduction	63
VI.2 : Méthodes de résolution numérique	63
VI.2.1 : Positon du problème	63
VI.2.2 : Présentation des logiciels	63
2.2.1 : Logiciel de dessin GAMBIT	63
A) Création des géométries	64
B) Le maillage	65
2.2.2 : Logiciel de simulation FLUENT	66
A) Description du solveur de FLUENT	66
B) Simulation par FLUENT	67
C) Manipulation sous FLUENT	67
VI.3 : Résultats de la simulation numérique	70
3.1 : Système d'écoulement sans effet de l'angle de conicité (cas nominal)	71
A) Les longueurs des tourbillons	72
B) La vitesse radiale, axiale et tangentielle	72
C) Les contours des vitesses	73
D) La contrainte de cisaillement	73
3.2 : Système d'écoulement avec effet de l'angle de conicité du cylindre intérieur tournant	74
A) Nombres et tailles des tourbillons	74

Sommaire

B) Les vitesses radiales, axiales et tangentielles	76
C) Les contraintes de cisaillement	78
3.3 : L'influence de l'angle de conicité α sur le champ des vitesses	79
3.4 : L'influence de l'angle de conicité α sur la contrainte de cisaillement τ	80
3.3 : Comparaison des résultats de la simulation avec ceux de l'expérience	81
VI.4 : Conclusion	82
<hr/>	
Conclusion générale et perspectives	83
<hr/>	
Références bibliographique	86
<hr/>	

Nomenclature des symboles

Lettres latins :

R_1	Rayon du cylindre intérieur
R_2	Rayon du cylindre extérieur
H_u	Hauteur du fluide
H	Hauteur du cylindre intérieur
d	Espace entre les deux cylindres coaxiaux ou espace annulaire
Re	Nombre de Reynolds
Re_1	Nombre de Reynolds du cylindre intérieur
Re_2	Nombre de Reynolds du cylindre extérieur
m_Ω	Le rapport des vitesses de rotation
Ta	Nombre de Taylor dérivant de la définition de Stuart ($Ta = Ts$)
A, B	Des constante
V	Vitesse d'écoulement du fluide selon la direction r
F	Forces centrifuges
r	Composante cylindrique de la direction radial
v	Composante tangentielle de la vitesse d'écoulement du fluide
TVF	Taylor Vortex Flow
Tc_2	Nombre de Taylor correspondant à l'apparition des ondes azimutales ou wavy mode
Tc_1	Nombre de Taylor correspondant à l'apparition de la première instabilité
r, θ, z	Coordonnée cylindriques
n	Nombre de vortex
Tf	Nombre de Taylor correspondant à l'apparition du régime de fluctuation
T_0	Température du fluide
t	Temps
K	Constante d'étalonnage du viscosimètre fourni par le constructeur

T'_c	Nombre de Taylor correspondant à l'apparition du chaos
u, v, w	Composantes du champ de vitesse moyenne radiale, tangentielle, axiale
m	Masse
V_0	Volume du fluide
P	Pression
ρg	Accélération de pesanteur ou gravité
M	Moment cinétique

Lettres Grecs :

μ	Viscosité dynamique
ν	Viscosité cinématique
Γ	Le rapport d'aspect axial
δ	Le rapport d'aspect radial (jeu radial)
η	Le rapport des rayons
Ω_1	Vitesse de rotation du cylindre intérieur
Ω_2	Vitesse de rotation du cylindre extérieur
∇	Le laplacien
ρ	Masse volumique
ω	Vitesse angulaire
α	Angle de conicité
τ	Contrainte de cisaillement
$s = \sigma + i\omega$	Paramètre complexe
Σ	Symbole de sommation
θ	Composante cylindrique de la direction tangentielle
τ_{des}	Temps déstabilisant
τ_S	Temps stabilisant

Liste des figures chapitre I :

Figures	Titre	Page
Figure I.1	Expérience de Taylor-Couette : le fluide est cisailé entre deux cylindres coaxiaux	6
Figure I.2	Sir Isaac newton (1643-1727)	7
Figure I.3	Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836)	7
Figure I.4	George Gabriel Stokes (1819-1903)	7
Figure I.5	Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975)	8

Liste des figures chapitre II :

Figure II.1	Système d'écoulement de Taylor-couette caractérisé par le rayon du cylindre intérieur tournant R_1 , le rayon du cylindre extérieur R_2 (fixe ou tournant) et la hauteur de la colonne de fluide H	12
Figure II.2	Profil de vitesse de Couette au sein de l'espace annulaire ($d = R_2 - R_1$) , obtenue par A. Mahfoud [2018]	17
Figure II.3	Schématisation des cellules de Taylor, A. Mahfoud [2018]	19
Figure II.4	Diagramme de transition laminaire-turbulent obtenu par A.Bouabdalah	20
Figure II.5	Diagramme de phase des étapes observé dans l'écoulement de Taylor-Couette en fonction du nombre de Reynolds du cylindre intérieure Re_1 et nombre de Reynolds du cylindre extérieur Re_2 .	21
Figure II.6	Généralisation des phénomènes d'instabilités de type Taylor-Couette dans différent dispositif d'écoulement	23

Figure II.7	Comparaison des valeurs critiques du nombre du Taylor d'un écoulement entre cône coaxiaux en position CG1 et CG2 $\delta=0.3$ (d'après M. Noui 1992)	24
Figure II.8	Représentation des profils de vitesse dans l'entrefer entre cylindre et cône (M.Wimmer 2000)	25

Liste des figures chapitre III :

Figure III.1	Les différents cônes utilisés pendant l'expérience	31
Figure III.2	Schéma représentatif du système d'écoulement (coup latérale)	31
Figure III.3	L'ensemble du dispositif	32
Figure III.4	Tachymètre digitale DT 2236 compte-tours portatif	33
Figure III.5	Thermomètre électrique	33
Figure III.6	Viscosimètre d'Ostwald	34
Figure III.7	Visualisation d'un état d'écoulement par réflexion optique	35
Figure III.8	La nappe laser pour la visualisation interne du fluide	35

Liste des figures chapitre IV :

Figure IV.1	Visualisation des états d'écoulement par mode de réflexion de la lumière et par la nappe laser ; (a) Régime laminaire, (b) Apparition de deux cellules d'Eckman, (c) 1 ^{ère} instabilité (vortex de Taylor) et (d) Apparition des fluctuations	42
Figure IV.2	Evolution du nombre de vortex n en fonction de Ta pour $\alpha=0^\circ$	43
Figure IV.3	Evolution du nombre de vortex en fonction du nombre de Taylor pour les différents angles de conicité ($\alpha=1$ et 5°), $Ta=Tc_1=43$	44

Figure IV.4	Evolution du nombre de vortex en fonction du nombre de Taylor pour les différents angles de conicité ($\alpha=10$ et 12°), $Ta=TC_1=43$	45
Figure IV.5	Evolution du nombre de vortex en fonction de l'angle de conicité α , à $Ta=TC_1$	45
Figure IV.6	Visualisation de l'effet de l'angle de conicité pour $\alpha=1^\circ$ à $Ta=TC_1$ et $\Omega_1=\Omega C_1$	46
Figure IV.7	Visualisation de l'effet de l'angle de conicité pour $\alpha=5^\circ$ à $Ta=TC_1$ et $\Omega_1=\Omega C_1$	46
Figure IV.8	Visualisation de l'effet de l'angle de conicité pour $\alpha=10^\circ$ à $Ta=TC_1$ et $\Omega_1=\Omega C_1$	47
Figure IV.9	Visualisation de l'effet de l'angle de conicité pour $\alpha=12^\circ$ à $Ta=TC_1$ et $\Omega_1=\Omega C_1$	47

Liste des figures chapitre V:

Figure V.1	système de coordonnées cylindrique	50
Figure V.2	Un élément fluide	54
Figure V.3	Etude de stabilité temporelle	58

Liste des figures chapitre VI :

Figure VI.1	interface de GAMBIT	64
Figure VI.2	Les panneaux de création des volumes sous GAMBIT	64
Figure VI.3	Le maillage de l'espace annulaire ou le domaine fluide	65
Figure VI.4	Schéma synoptique des étapes à utilisées pour la simulation à l'aide des logiciels Fluent et Gambit	70

Figure VI.5	Les vortex apparus le long de l'espace annulaire, 20 tourbillons de taille 6x6 mm	71
Figure VI.6	les profils des vitesses le long de l'espace annulaire, $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	72
Figure VI.7	les contours des vitesses, a) vitesse radiale, b) vitesse axiale et d) la vitesse tangentielle, $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	73
Figure VI.8	la contrainte de cisaillement τ sur la paroi du cylindre extérieur, $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	74
Figure VI.9	diminution des tourbillons en fonction de l'angle de conicité	75
Figure VI.10	Contours de lignes de courant pour les différentes géométries à l'état critique $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	76
Figure VI.11	Evolution des champs de vitesse pour différents α à $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	77
Figure VI.12	L'évolution de la contrainte de cisaillement sur la paroi du cylindre extérieur à $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	78
Figure VI.13	Evolution de la vitesse radiale pour différents α à $Ta=Tc_1=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	79
Figure VI.14	Evolution de la vitesse axiale pour différents α à $Ta=Tc_1=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	79
Figure VI.15	Evolution de la vitesse tangentielle pour différents α à $Ta=Tc_1=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	79
Figure VI.16	Evolution de la contrainte de cisaillement pour différents α à $Ta=Tc_1=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn	80

Figure VI.17	Comparaison des résultats de la simulation avec ceux de l'expérience pour différent angles de conicités à l'état critique <i>$Ta=Tc_1=44$ et $\Omega_1=4.48$ tr/mn</i>	81
---------------------	---	----

La liste des tableaux partie 1 :

Chapitre II

Tableaux II.1	Nombre de Taylor critique correspond à l'appariation de l'onde de Taylor en fonction du rapport des rayons η	22
----------------------	---	----

La liste des tableaux partie 2 :

Chapitre III

Tableaux III.1	les dimensions des cônes en fonction des angles de conicités	30
Tableaux III.2	Tableau des caractéristiques géométriques	32

Chapitre IV

Tableaux IV.1	Etats critiques caractérisant le régime de transition laminaire-turbulent	40
Tableaux IV.2	Nombre et taille de chaque tourbillon à $Ta=T_{c1}=43$	43
Tableaux IV.3	Les nombres et les tailles des tourbillons de chaque cône intérieur à l'état critique $Ta=44$ et $\Omega_I=\Omega_{c1}=10.08 \text{ tr /min}$	58

La liste des tableaux partie 3 :

Chapitre VI

Tableaux VI.1	paramètres de relaxation	69
Tableaux VI.2	Le nombre et la taille des tourbillons pour l'écoulement de base	72
Tableaux VI.3	Les nombres et les tailles des tourbillons de chaque cône intérieur à l'état critique $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48 \text{ tr/mn}$	75

Introduction générale

Introduction générale :

L'étude des phénomènes d'instabilités demeure primordiale pour résoudre les problèmes posés par la maîtrise et le contrôle des processus industriels et elle est également essentielle quand il s'agit d'expliquer leurs mécanismes et leurs propriétés.

Les instabilités hydrodynamiques sont en fait le reflet de la compétition entre les différentes forces de tendances opposées agissant sur le fluide en mouvement. Dans le cas des instabilités centrifuges qui nous intéressent, ici, les forces en question relèvent principalement de la viscosité et de l'inertie. Lorsque le mouvement est lent, les forces de viscosité l'emportent et l'écoulement est alors purement circulaire. Au fur et à mesure que la vitesse de rotation s'accroît engendrant des modifications du régime et de la structure du mouvement, qui est caractérisée par des brisures de symétrie successives appelées instabilités. Ce régime transitoire se termine par l'établissement du chaos puis le développement de la turbulence.

D'une façon générale, les instabilités centrifuges apparaissent dans les écoulements confinés entre deux surfaces courbées concentriques (cylindres, ellipsoïdes, cônes, sphères,...). Cette situation phénoménologique peut se compliquer lorsqu'on introduit des facteurs d'influence qui peuvent modifier la structure et le comportement de l'écoulement. En particulier, parmi les facteurs d'influence agissant sur l'écoulement ceux-ci peuvent être d'origine très diverse telles que les dimensions géométriques, le taux de remplissage, la nature des parois (lisses, rugueuse, poreuse). Egalement, on peut envisager d'appliquer l'effet d'un écoulement axial superposé, les champs de température et de masse, ou bien un champ de force électrique et magnétique (MHD), etc...

Dans ce contexte, il semble que le domaine investigué est très vaste et apparaît d'une importance considérable puisque il traite de plusieurs thématiques qui relèvent de plusieurs disciplines fondamentales et de nombreuses applications techniques et industrielles. Dans les années quatre-vingt-dix, Randal Tag a dressé dans un compte rendu, dont il recense environ deux mille articles parus depuis I. Newton. En particulier, depuis presque un siècle, on constate une intensification et un renouvellement des sujets traités par des mécaniciens, physiciens, astrophysiciens et mathématiciens depuis les travaux fondateurs de G. I. Taylor. Le système d'écoulement entre deux cylindres concentrique a été investi par des chercheurs à composante pluridisciplinaire relevant des sciences fondamentales (Chimie, Biologie, Médecine, Physique, Géophysique, etc...) et de divers technologies telles que: Génie des

Introduction générale

matériaux, Génie Atomique, Génie agroalimentaire, Génie Biomédicale etc... . Ce système d'écoulement a joué un rôle analogue à la découverte de l'Atome d'hydrogène dans la naissance de la mécanique quantique [8] et pour certains il a été comparé à la drosophile en biologie [9]. Ceci explique les raisons qui motivent la tenue d'une conférence internationale périodique dédié à ce domaine incluant les écoulements analogues ou qui en dérivent tels que les mouvements à configuration sphérique, conique, disque ou de type Taylor– Dean, Rayleigh - Bénard, Taylor-Couette-Poiseuille, etc.... La dernière rencontre (20th ICTW) s'est déroulée en Juillet 2018 à Marseille/France et la prochaine (21th ICTW) se tiendra en 2020.

Parmi les sujets abordés qui se situent, au centre des préoccupations des chercheurs, on trouve la problématique de la nature et de la structure de l'instabilité qui reste d'actualité et les conditions d'apparition ainsi que le rôle joué au sein de l'écoulement.

L'objectif de notre travail consiste à étendre l'étude de ce système d'écoulement avec l'effet de l'angle de conicité du cylindre intérieur tournant qui est utilisées dans certaines pratiques industrielle. Autrement dit, il s'agit d'analyser les effets de conicité qui peuvent conduire à des modifications significatives de la nature du régime et la structure des instabilités hydrodynamique qui se déclenchent.

Le mémoire est articulé comme suit :

Au premier chapitre, on s'intéresse à la synthèse bibliographique sur l'étude de l'écoulement de Taylor-Couette et l'on décrit les travaux fondateurs sur ce type d'écoulement, et l'on s'est attaché à dégager les applications pratiques les plus intéressantes à explorer, à savoir, Sciences médicales, Génie des procédés, Biotechnologie et Ecologie, Traitement et récupération des eaux usées, Extraction et industrie pétrolière.

Au deuxième chapitre, on a décrit les phénomènes d'instabilités hydrodynamiques apparait dans le système l'écoulement de type Taylor-Couette. Les propriétés principales et de ces instabilités sont décrites pour le cas où le cylindre intérieur tourne et le cylindre extérieur est maintenu fixe. Puis on s'intéresse plus particulièrement aux travaux consacrés à ce type de mouvement lorsque il est soumis à diverses influences telles que les effets de géométrie tels que : le jeu radial, rapport des rayons, limitation axiale, forme géométrique du corps tournant (cônes coaxiaux, sphères coaxiales, combinaisons cylindre-cône...), effets dynamiques (débit axial et radial, surface libre et accélération...).

Introduction générale

Au troisième chapitre, on procède à la description du dispositif expérimental qu'on a utilisé, ainsi que les méthodes de mesures adoptées toutes en précisant les conditions expérimentales de mise en œuvre et les exigences de mesures.

Au quatrième chapitre, on décrit les phénomènes visualisés et l'on note les différentes observations dans un système d'écoulement entre deux cylindres coaxiaux (écoulement de référence) comme une première procédure, et dans une deuxième procédure, on procède au système d'écoulement entre un cylindre et un cône et on cherche à mettre en évidence l'effet de conicité sur l'instabilité de l'écoulement à savoir : les ondes axiales (nombre et taille) et la valeur critique de l'apparition de la première instabilité. On analyse les résultats obtenus en procédant à une représentation phénoménologique en fonction des paramètres sensible : nombres de Taylor critiques Tc et l'angle de conicité α .

Au cinquième chapitre, on porte sur une tentative théorique qui s'intéresse à l'étude de l'écoulement de Taylor-couette entre deux cylindres coaxiaux ainsi ces instabilités hydrodynamiques. On se propose de formuler les équations générales qui régissent le mouvement (équations de Navier-Stokes et équations de continuité) dans un système de coordonnées appropriées.

Au sixième chapitre, on décrit le logiciel de dessin et de maillage et on aborde la description du code de simulation numérique utilisé et on procède au choix des paramètres de calcul. On présente les résultats obtenus par la simulation numérique, en se basant sur des données et des conditions expérimentales représentées dans le chapitre 3. Cette partie a pour objectif la simulation de l'écoulement et l'étude de l'effet de l'angle de conicité sur son mécanisme et ces instabilités toute en comparant nos résultats à ceux de l'expérimental. Les résultats sont présentés sous plusieurs formes telles que les lignes du courant, champ des vitesses, contraintes de cisaillement, etc...

L'ensemble de nos travaux s'achève par une conclusion générale synthétisant les principales recherches effectuées et l'on propose des perspectives intéressantes permettant de réaliser l'approfondissement des résultats obtenus.

Partie 1 : Revue bibliographique

**Chapitre I : synthèse bibliographique sur l'étude de
l'écoulement Taylor-Couette**

Chapitre I : synthèse bibliographique sur l'étude de l'écoulement de Taylor-Couette

I.1 : Introduction :

L'étude de l'écoulement Taylor-Couette occupe une place importante dans l'histoire de la dynamique des fluides ; il est devenu le modèle prototype pour l'étude des instabilités hydrodynamique en vue de réaliser la prévision de leur apparition, la description de leurs propriétés ainsi que la transition vers le chaos et la turbulence développée.

Les écoulements tournants ont été étudiés, la première fois, par Isaac Newton en, 1687 [1], depuis cette première tentative, on enregistre des milliers de publications traitant ce type d'écoulement [2].

Plusieurs études expérimentales, analytiques et numériques ont été faites au cours de ces dernières années sur l'écoulement de Taylor-couette, dans lequel le fluide est contenu entre deux cylindres de rotation concentriques, il a même été jugé nécessaire d'organiser une rencontre mondiale entièrement consacrée à ce système d'écoulement;

<< International Couette-Taylor Workshop >>.

I.2 : Définition de l'écoulement :

En mécanique des fluides, un écoulement de Couette désigne l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux surfaces, dont l'une est en mouvement par rapport à l'autre. L'écoulement est dû à la force d'entraînement visqueuse qui agit sur le fluide. Le nom de cet écoulement se réfère au physicien français du *XIX^e* siècle Maurice Couette [1], qui a inventé le premier viscosimètre à rotation et le physicien britannique Geoffrey Ingram Taylor qui a fondé des études sur la stabilité linéaire du fluide visqueux, 1923.

Un écoulement de TC s'obtient en insérant un fluide entre deux cylindres concentriques (espace annulaire) qui ne tournent pas à la même vitesse angulaire. La viscosité met le fluide en mouvement car au niveau de leurs surfaces de contact, le fluide visqueux et les cylindres doivent y avoir la même vitesse (3), ce qu'engendre une apparition de tourbillons dans l'écoulement, cela est appelé l'instabilité de TC.

Dans le cas général, l'écoulement de TC, est le mouvement d'un fluide défini entre deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2 tournants respectivement à des vitesses angulaires Ω_1 et Ω_2 en Co-rotation ou contra-rotation ou l'un des cylindre est tournant est l'autre fixe, et de hauteur données H (figure I.1).

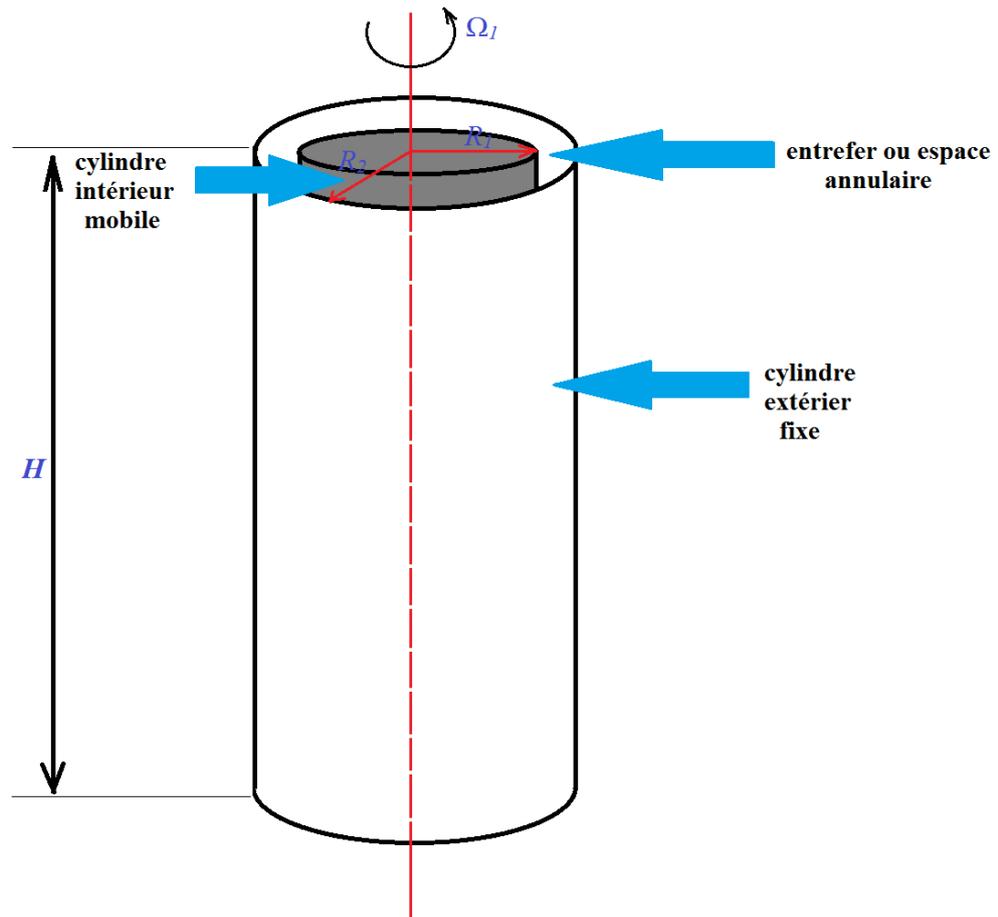


Fig. I.1 : Expérience de Taylor-Couette : le fluide est cisailé entre deux cylindres coaxiaux.

I.3 : La genèse :

On peut faire remonter la première étude d'un fluide entraîné par la rotation d'un cylindre à Isaac Newton, 1687 (figure I.2) qui s'intéressa aux fluides en rotation. Plus tard, dans un article de 1848, George Gabreil Stokes évoqua le problème d'un fluide en mouvement entre deux cylindres mobiles et coaxiaux [1]; il suggéra que la mise en rotation de la paroi cylindrique interne devait produire la situation la moins stable, puisque, raisonna-t-il, elle engendrait une force centrifuge qui projette le fluide vers la paroi externe, contribuant ainsi à distabiliser l'écoulement. C'est à Lord Rayleigh que l'on doit, en 1880, une première formalisation théorique de ce problème, pour le cas particulier de fluides non visqueux.

Chapitre I : synthèse bibliographique sur l'étude de l'écoulement de Taylor-Couette



Fig. I.2 : Sir Isaac NEWTON (1643-1727)

Les équations régissant la dynamique d'un fluide visqueux furent établies par Claude Navier (1823) et George Stokes (1845)(figure I.3.4). L'introduction de la notion de viscosité rendit nécessaire la mise au point d'appareils capables de la mesurer le plus précisément possible.



Fig. I.3 : Claude Louis Marie Henri NAVIER
(1785-1836)



Fig. I.4 : George Gabriel STOKES
(1819-1903)

En 1881 à Vienne, l'Austro-hongrois Max Margules proposa un modèle de viscosimètre constitué de deux cylindres concentrique (Meyer-Spasche [4]). En 1890, le français Maurice Couette reprit cette technique et mesura la viscosité de l'eau au moyen d'un appareil de type

Chapitre I : synthèse bibliographique sur l'étude de l'écoulement de Taylor-Couette

$S_i - R_o$. Il remarqua que la mesure de la viscosité demeurait constante pour de faibles vitesses de rotation, puis changeait brusquement au-delà d'un certain seuil critique. Couette attribua ce comportement à l'apparition d'un régime turbulent.

Indépendamment, un Anglais, Mallock mena des expérimentations similaires à celle de Couette (1888, 1896), en étendant son étude à la configuration $S_i - R_o$. Dans ce dernier cas, ces résultats mirent en évidence un régime instable quelles soient les vitesses de rotation qu'il utilisa, ce qui était en totale adéquation avec le critère de Rayleigh. Mais dans le cas $S_i - R_o$, il trouva des seuils de stabilité, ce qui contredisait le critère.

En 1923, dans un article fondateur [3], Taylor (fig. I.5) reprit les résultats de Mallock en combinant une approche théorique et une approche expérimentale. Par une étude de stabilité linéaire du fluide visqueux (linéarisation des équations de Navier-Stokes par méthode des petites perturbations autour d'un écoulement de base, en supposant les cylindres de longueurs infinies), Taylor montra que le profil de Couette est valable pour de faibles vitesses de rotation, se révélait instable face à de petites perturbations axisymétriques au-delà de certains seuils de rotation : il prouva l'existence d'un seuil de transition dans le cas $S_i - R_o$ (à l'inverse des résultats de Mallock qui n'en trouva pas); quant à la configuration $S_i - R_o$, elle devait rester stable dans tous les cas (contrairement aux observations de Couette et Mallock). Taylor suggéra une liste de sources d'erreur dans le dispositif de Mallock. D'une part, une rigidité insuffisante du système était susceptible d'engendrer des vibrations parasites.

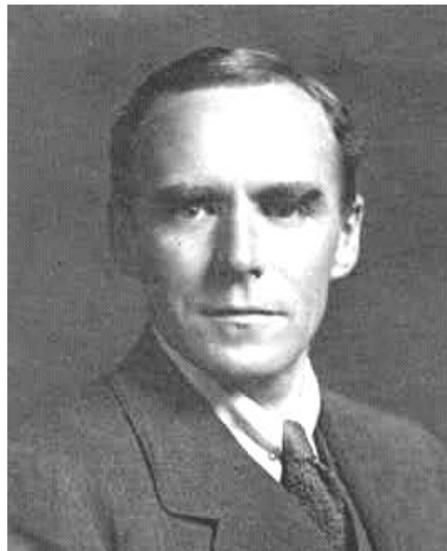


Fig. I.5 : Geoffrey Ingram TAYLOR (1886-1975)

Chapitre I : synthèse bibliographique sur l'étude de l'écoulement de Taylor-Couette

Les premiers travaux de Taylor contiennent des mesures dans une grande gamme de rapports des rayons $\eta = R_i / R_o$. Dans ses publications de 1936 [5], il utilise onze différentes tailles pour le cylindre intérieur et se focalise sur la mesure du couple exercé par le fluide. Cependant, la technique utilisée ne permet l'accès à cette quantité qu'avec un seul des cylindres en rotation, le couple est mesuré grâce à un système de contrepoids qui maintient le second cylindre en repos.

La publication de Wendt 1933, est complémentaire de celle de Taylor. S'il n'utilise que trois rapports d'aspect, Wendt mesure, en plus des couples, les profils de rotation grâce à une ingénieuse technique de mesure de l'élévation du ménisque de la surface (la partie courbe de la surface) laissée libre du fluide. Il explore également des régimes où les deux cylindres sont en mouvement.

En 1976, J.A Cole a exploré l'effet d'une taille finie du dispositif de Couette sur les phénomènes de transition du mouvement de l'écoulement et de vortex de Taylor à la vague azimutale. Il a prouvé que l'aspect des cellules se produit aux extrémités des cylindres pour une valeur de nombre de Reynolds Re (très au-dessous de la valeur critique Re_l).

Ce dernier correspond au cas classique de la taille infinie étudié en 1965 par D. Coles. D'ailleurs J.A Cole a constaté que le nombre de Reynolds Re_2 caractérisant l'établissement du régime azimutal de vague augmente considérablement quand la taille de l'écoulement est réduite.

Dans le cadre d'une étude faite par Favé (1999) et suivi par la suite par Mehel en (2006) [6], une étude expérimentale sur les mécanismes d'interaction entre les structures de la turbulence et le développement d'une phase dispersée (gaz ou vapeur) dans une expérience de Taylor-Couette diphasique, avec rotation du cylindre intérieur. La localisation de la phase vapeur (ou gazeuse) et son influence sur l'écoulement dépend de la géométrie et de la nature même de l'écoulement. Dans ce contexte, l'expérience de Taylor-Couette diphasique constitue une approche originale pour comprendre les différents mécanismes des échanges de quantités de mouvement entre phases en écoulement confiné, cisailé et tourbillonnaire.

Chapitre I : synthèse bibliographique sur l'étude de l'écoulement de Taylor-Couette

I.4 : Domaines d'application :

Les écoulements de Taylor-Couette trouvent des applications en génie des procédés et l'industrie chimique et pharmaceutique (Ogihara, 2002), pour la filtration membranaire et pour le dessalement, en géophysique pour la convection dans le manteau terrestre, dans les techniques de rhéométrie (Koos, 2012), dans la culture de cellules animales (Haut, 2003), dans le traitement sanguin en médecine (Ameer, 1999), dans les procédés d'électro-galvanisation de l'acier (Chen et al, 1990 ; Komoda, 1983), la fabrication du papier et textile (Skali, 1991), et surtout dans le domaine des turbomachines. On peut citer aussi la technique utilisant les turbines qui s'intègrent dans les alternateurs des centrales électriques, les turbines que l'on rencontre dans les turboréacteurs en avionique, les centrifugeuses et les viscosimètres. Egalement, il existe un autre domaine de grande importance qui concerne son utilisation systématique en tribologie pour établir des conditions optimales de lubrification des paliers de transmission de vitesses dans l'industrie automobile, en aéronautique et les centrales de production de l'énergie électrique...

I.5 : Conclusion :

Dans ce tour d'horizon de la littérature, nous avons essayé de regrouper les différentes recherches et travaux concernant les écoulements de Taylor-Couette, l'intérêt accordé à ce type d'écoulement explique la richesse des études expérimentales et la diversité des approches numériques et théoriques, par la suite, l'écoulement de Taylor-Couette a fait l'objet de nombreux travaux, parce qu'il sert de système-modèle en hydrodynamique et joue un rôle important dans plusieurs applications industrielles, ce qui laisse apparaître plusieurs configurations et paramètres qui influent sur l'instabilité de ce système d'écoulement.

**Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets de
stabilité de l'écoulement Taylor-Couette**

II.1 : Introduction :

L'écoulement de Taylor Couette est défini par le mouvement d'un fluide évoluant dans un espace annulaire constitué de deux cylindres coaxiaux en rotation. Ce type d'écoulement est un cas d'école pour l'étude des instabilités hydrodynamique et de la transition vers la turbulence, ceci n'a pas cessé de suscité l'intérêt de nombreux chercheurs vu que l'instabilité passe par plusieurs étapes, en plus de ca, plusieurs effets influent sur la stabilité de l'écoulement.

II.2 : Phénoménologie :

Une succession de différents modes d'instabilité se développe dans le système d'écoulement de Taylor-Couette en fonction de la variation du cylindre tournant [7], et les différents paramètres d'écoulements :

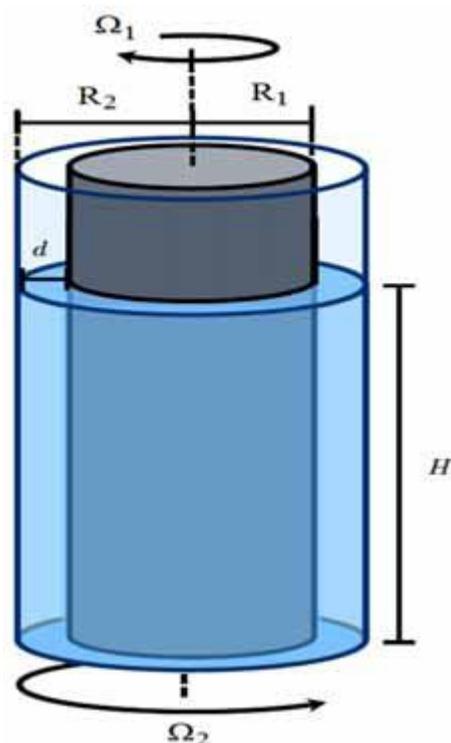


Fig. II.1 : système d'écoulement de Taylor-Couette caractérisé par le rayon du cylindre intérieur tournant R_1 , le rayon de cylindre extérieur R_2 (fixe ou tournant) et la hauteur de la colonne de fluide H .

Le cylindre intérieur tourne avec une vitesse angulaire Ω_1 et le cylindre extérieur avec une vitesse Ω_2 . L'analyse dimensionnelle montre que six paramètres peuvent intervenir dans la caractérisation de l'écoulement.

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

- Il s'agit d'abord des paramètres géométriques qui définissent la configuration de l'écoulement :
 - Le rapport d'aspect axial $\Gamma = \frac{H}{d}$ qui définit la hauteur ou la limitation axiale du mouvement.
 - Le rapport d'aspect radial $\delta = \frac{d}{R_1}$ détermine l'influence du jeu radial sur l'écoulement.
 - Le rapport des rayons $\eta = \frac{R_1}{R_2}$ détermine aussi l'influence du jeu radial sur l'écoulement.
- On dénombre, trois autres paramètres dynamiques constitués par les nombres de Reynolds des deux cylindres Re_1 , Re_2 et le rapport des vitesses de rotation des cylindres m_Ω .
 - Pour le cylindre intérieur $Re_1 = \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu}$,
 - pour le cylindre extérieur $Re_2 = \frac{\Omega_2 R_2 d}{\nu}$,
 - le rapport des vitesses de rotation $m_\Omega = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$.

La combinaison de ces paramètres de control fait apparaitre un nouveau nombre adimensionnel appelé nombre de Taylor : $Ta = \frac{R_1 \Omega_1 d}{\nu} \sqrt{\frac{R_2 - R_1}{R_1}} = \frac{R_1 \Omega_1 d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_1}} = Re \sqrt{\delta}$ tel que $d = R_2 - R_1$ est l'espace annulaire et ν est la viscosité cinématique du fluide.

A) Premières observations :

La première étude de M. Couette (1888-1890) qui a comme objectif la mesure de la viscosité des liquides [8, 9, 10, 11], lui a permis de réaliser les premières observations des phénomènes d'instabilités hydrodynamiques entre deux cylindres concentriques. En utilisant un appareil constitué de deux cylindres coaxiaux très longs avec un cylindre intérieur immobile et l'extérieur tourne et par la méthode de mesure de couple exercé par l'eau sur le cylindre intérieur, Couette a observé que lorsque les valeurs de la vitesse angulaire du cylindre extérieur sont faibles ou modérées, l'écoulement est laminaire et le couple est proportionnel à la vitesse angulaire. Par contre, si la vitesse angulaire atteint des valeurs élevées, l'écoulement d'eau devient instable et le couple évolue de façon fluctuante ou erratique. Ce phénomène est dû au développement d'une forme de mouvement turbulent. Par la suite, Mallock (1896) [12]

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

a développé un appareil similaire pour étudier le couple transmis par la viscosité du fluide à travers l'espace annulaire entre deux cylindres concentriques qui tournent indépendamment. Le but de son travail consiste à déterminer les limites entre lesquelles le mouvement du fluide est stable dans l'espace annulaire et la manière avec laquelle l'écoulement de fluide devient instable. Mallock a mené ses expériences dans trois configurations différentes: (1) le cylindre extérieur en rotation et cylindre intérieur fixe; (2) cylindre intérieur en rotation avec cylindre extérieur au repos et (3) le cylindre extérieur tourne et le cylindre intérieur fixe avec un espace annulaire variable. Dans ce travail Mallock a indiqué que si le cylindre intérieur tourne, le mouvement du fluide est tourbillonnaire et instable, même à des vitesses très faibles, et donc il ne peut pas convenir pour effectuer des mesures de la viscosité. Par ailleurs, Mallock a signalé que dans le cas où le cylindre extérieur en rotation et le cylindre intérieur fixe, les valeurs du couple mesurées avec son appareil augmentent de façon linéaire avec la vitesse de rotation du cylindre extérieur. En fait, ces mesures sont régulières jusqu'à une certaine valeur critique de la vitesse de rotation mais au-delà les lectures du couple commencent à fluctuer de façon irrégulière.

B) Critère de stabilité :

Malgré les observations et les mesures qui ont réalisées par Couette et Mallock, ceux-ci n'ont pas pu établir un critère définissant la stabilité hydrodynamique des fluides. Cela a motivé Rayleigh (1917) [13] à effectuer une étude sur les conditions qui favorisent la stabilité ou l'instabilité du mouvement d'un fluide entre deux cylindres concentriques en rotation. Il a conclu que l'écoulement non visqueux (fluide parfait) reste stable si l'expression suivante est vérifiée :

$$\frac{d}{dr} |\Omega r^2| \geq 0 \quad (\text{II.1})$$

Cette expression constitue l'énoncé du critère de stabilité selon Lord Rayleigh.

Si l'on intègre cette équation entre $r=R_1$ et $r=R_2$, on trouve l'expression suivante :

$$\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2 \geq 0 \quad (\text{II.2})$$

Dans la géométrie envisagée telle que $\Omega_2 = 0$ et $\Omega_1 \neq 0$, seul le cylindre intérieur tourne.

Il apparaît, selon le critère (2) (cas de cylindre intérieur en rotation avec cylindre extérieur au repos) que l'écoulement devrait toujours être instable même pour des vitesses de rotation Ω_1 arbitrairement faibles. En fait, dans le cas d'un fluide visqueux la loi (II.1) n'est plus valable pour prévoir la condition de stabilité du mouvement car la force centrifuge déstabilisante

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

s'oppose à l'autre force stabilisante provenant du frottement visqueux. Au – delà du régime laminaire la relation (II.2) ne permet pas de caractériser la suite des régimes d'écoulement.

C) Mise en évidence de la première instabilité : l'onde stationnaire de Taylor :

En 1921 G.I. Taylor s'inspire de travail théorique de Lord Rayleigh, en proposant un nouvel appareil à cylindres concentriques [14]. Cet appareil est conçu de façon à permettre aux deux cylindres de tourner indépendamment. Les résultats des expériences de Taylor ont été rapportés dans son papier 1923 [3]. Dans ce travail, Taylor a fourni des explications expérimentales et analytiques pour l'apparition et le développement des instabilités de l'écoulement entre des cylindres concentriques en rotation. Le but de cette expérience consiste à évaluer le seuil critique de la stabilité de l'écoulement en mesurant le couple résistant. L'expérience de Taylor a montré que, lorsque la vitesse angulaire du cylindre intérieur dépasse un certain seuil, l'écoulement de Couette devient instable. Dans cet article, Taylor a appliqué avec succès la théorie de la stabilité linéaire pour un écoulement visqueux entre cylindres concentriques qui a permis de prédire la condition essentielle de déclenchement de l'instabilité en fonction du rapport des rayons des deux cylindres, $\eta = \frac{R_1}{R_2}$, Leurs rapport de vitesses de rotation $m_\Omega = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$ et de la viscosité cinématique du fluide ν . Aussi, dans le cas d'un espace annulaire mince ($\eta = \frac{R_1}{R_2} \rightarrow 1$) ou $\delta = \frac{d}{R_1} \ll 1$, le seuil critique obtenu théoriquement dans le cas ($m_\Omega = 0$) pour lequel l'écoulement de fluide entre les deux cylindres devient instable est donné par :

$$T_{Sc1} = \frac{\pi^4(1+2\delta)}{0.057(1-0.652\delta)+0.00056(1-0.652\delta)^{-1}} = 1706 \quad (\text{II.3})$$

T_{Sc1} est la valeur critique du nombre de Taylor au sens de J. T Stuart (1958). Toutefois, on préfère utiliser $Ta_c = \sqrt{T_{Sc}}$ et donc le résultat $T_{c1} = 41.3$ est la première valeur du nombre de Taylor critique, à partir de laquelle l'instabilité se déclenche et l'écoulement circulaire de Couette (CF) devient perturbé et au-delà duquel des structures tourbillonnaires (vortex de Taylor) apparaissent. En s'inspirant des travaux G. I. Taylor (1923) [3], plusieurs investigations ont été réalisées sur les plans analytique et numérique dans le but de prédire et afin de mieux comprendre les phénomènes de l'instabilité de Taylor. Parmi ces investigations on cite les travaux de Jeffrey (1928) [15], S. Chandrasekhar (1954; 1961) [16, 17], R. C. Di Prima (1961) [18].

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

H. Jeffreys (1928) [15] a été le premier auteur qui a proposé une approche alternative de la solution du modèle de la théorie linéaire proposée par G. I. Taylor (1923) [3]. Dans le cas d'un espace mince $\delta = \frac{d}{R_1} \ll 1$, H. Jeffreys a réduit les équations de la théorie linéaire de la stabilité de Taylor à une seule équation différentielle du sixième ordre. En utilisant une analyse asymptotique, il a estimé la valeur du premier nombre critique de Taylor soit approximativement égale 1709. Cette valeur de nombre de Taylor critique $T_{Sc1} = 1709$ est en bon accord avec la valeur de G.I Taylor $Ta_{Sc1} = 1706$. Par la suite, D. Meksyn (1946, 1950) a généralisé cette approche en utilisant la méthode de Riemann et le développement asymptotique pour établir le nombre de Taylor critique en fonction de η et donc valable pour un espace annulaire mince et large. S. Chandrasekhar (1954) [16] et Di Prima (1961) [18] ont obtenu une autre expression du premier nombre de Taylor critique. Cette expression de T_{Sc1} est une fonction du jeu radial et le rayon du cylindre intérieur R_1 , dans l'approximation des espaces annulaire minces et uniquement le cylindre intérieur qui tourne $\Omega_2 = 0$, T_{Sc} s'écrit comme suit:

$$T_{Sc} = 1695 \left(1 + \frac{d}{2R_1} \right) \quad (\text{II.4})$$

Cinq ans plus tard, S. Chandrasekhar (1961) [17] en théorie linéaire a obtenu deux équations simples pour le calcul du nombre critique de Taylor dans le cas où les deux cylindre sont en rotation, qui sont en fonctions de $m_\Omega = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$ et valable dans le cas du petit espace annulaire $\eta \rightarrow 1$, on a :

$$T_{Sc1} = \frac{3416}{1+m_\Omega} \left(1 - 7.61 * 10^{-3} \left(\frac{1-m_\Omega}{1+m_\Omega} \right)^2 \right) \text{ si } m_\Omega \rightarrow 1 \text{ et } \eta \rightarrow 1 \quad (\text{II.5})$$

$$T_{Sc1} = 1182(1 - m_\Omega)^4 \text{ si } m_\Omega \rightarrow \infty, \eta \rightarrow 1 \quad (\text{II.6})$$

En 1965, P. H. Roberts [19] a effectué une analyse théorique de l'apparition des ondes axiales pour différentes valeurs du rapport des rayons $\eta = \frac{R_1}{R_2}$ et le cylindre extérieur immobile

$\Omega_2 = 0$; il a trouvé que le nombre de Taylor critique correspond à l'apparition de la première instabilité varie selon la formule suivante :

$$T_{Sc1} = 4931\eta^2 - 10087\eta + 6895.2 \quad (\text{II.7})$$

D'autres estimations du premier nombre critique de Taylor sont données par A. Bouabdallah (1980) [20], Parker et Merati (1996) [21], W. M. J. Batten et al. (2004) [22,23], Shiomi et al.

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

(2000) [24], et la littérature qui traite l'écoulement entre deux cylindre en rotation apparait vaste et très riche. D'autres investigations sont effectuées soit sur le plan expérimental soit sur le plan théorique.

Pour des vitesses de rotations assez faible, l'écoulement est stable et stationnaire. Par contre, si on augmente de plus en plus la vitesse de rotation des cylindres ou si l'on change leurs sens de rotation, l'écoulement devient instable et instationnaire, et on observe divers états de plus en plus complexes.

D) Régimes de transition laminaire-turbulent pour le cas $m_\Omega = 0$:

En pratique, on a recensé que la majorité des travaux se focalise sur l'étude du cylindre intérieur tournant ($\Omega = \Omega_1$) avec un cylindre extérieur maintenu au repos ($\Omega_2 = 0$) et pour un espace annulaire relativement mince ($\frac{R_1}{R_2} = 1 - \delta$ avec $\delta = 0.10$). La raison principale tient au fait que cette configuration d'écoulement est la plus répandue en science fondamentale ou de la nature et qui est le plus souvent utilisée dans l'industrie comme on le verra plus loin. Dans cette configuration si on augmente Ω_1 progressivement et d'une manière lente ou quasi-statique, au-delà d'une certaine valeur du paramètre de contrôle appelée valeur critique $T_a > T_{c1}$, l'écoulement de Taylor-Couette présente une série de transitions. Les différentes expériences menées par différentes techniques de mesures dans le cadre d'un faible espace annulaire ($\delta \approx 0.10$) confirment l'existence de plusieurs régimes de transition:

- Régime laminaire stable : $T_a < T_{c1} = 41.2$
- Régime laminaire perturbé ou instable : $41.2 \leq T_a < 740$
- Régime de pré-turbulence ou chaos : $740 \leq T_a < 4500$
- Régime de turbulence complètement développé : $T_a \geq 4500$

1. Régime laminaire stable :

Si la vitesse de rotation du cylindre intérieur tournant Ω_1 est proche d'une valeur faible ou nulle, le régime d'écoulement est dit laminaire ou stationnaire. En fait, c'est ce type d'écoulement qu'on appelle mouvement de Couette. Celui-ci est alors est indépendant du temps t et représente un écoulement stationnaire purement tangentiel ou azimutal qui est décrit à l'aide de la seule coordonnée radiale r comme suit :

$$V = Ar + \frac{B}{r} \tag{II.8}$$

Où les constantes A et B sont déterminé par les conditions aux limites, à savoir,

$$V = R_1\Omega_1 \text{ à } r = R_1 \text{ et } V = 0 \text{ à } r = R_2 \text{ d'où } A = \frac{\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \text{ et } B = \frac{(\Omega_1 - \Omega_2) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}. \tag{II.9}$$

L'expression de la vitesse montre que la force centrifuge $F = \rho \frac{V^2}{r}$ est plus élevée du côté proche du cylindre intérieur $r = R_1$, donc lorsque la vitesse de rotation Ω_1 de ce dernier dépasse une certaine valeur critique Ω_{c1} , l'écoulement laminaire devient instable : c'est le début du régime de transition laminaire-turbulent.

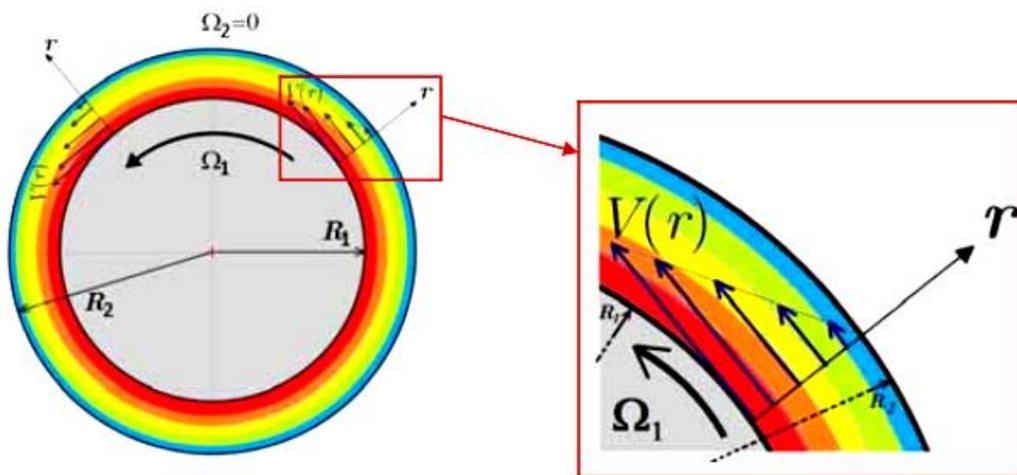


Fig. II.2 : Profil de vitesse de Couette au sein de l'espace annulaire $d = R_2 - R_1$, obtenu par A. Mahfoud (2018) [25].

2. Régime laminaire perturbé :

Il comporte plusieurs régimes d'écoulement que l'on peut recenser comme suit :

a. Domaine de l'onde de Taylor : La 1ère instabilité ou onde de Taylor (**Taylor Vortex Flow: TVF**) : correspond à l'onde axiale ou cellules de Taylor. G. I. Taylor [3]. Cet auteur a fourni un travail fondamental qui est resté historiquement exemplaire puisque c'est la première fois en 1923 qu'un problème d'instabilité a été résolu à la fois, théoriquement et expérimentalement. Il a montré que le régime laminaire stable devient instable pour une valeur critique de la vitesse de rotation du cylindre intérieur correspondant à une valeur critique du nombre de Taylor ($T_{c1} = 41.3$), et expérimentalement ($T_{c1} = 41.2$). Par la suite, ce résultat a été vérifié théoriquement par R.C Di Prima [18] $T_{c1} = 41.17$ et ensuite

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

par S. Chandrasekhar [16] $T_{c_1} = 41.41$ à l'aide de deux méthodes de calculs différentes. Et à partir de la valeur $T_a = T_{c_1}$, le mouvement de fluide s'organise en un empilement de tourbillons toriques contra-rotatifs qui occupent la largeur de l'espace annulaire d et se propagent suivant l'axe z . Ce type de structure cellulaire est appelé vortex de Taylor ou instabilité axisymétrique qui reste stable dans la gamme suivante du nombre de Taylor : $(41.2 \leq T_a \leq 48)$.

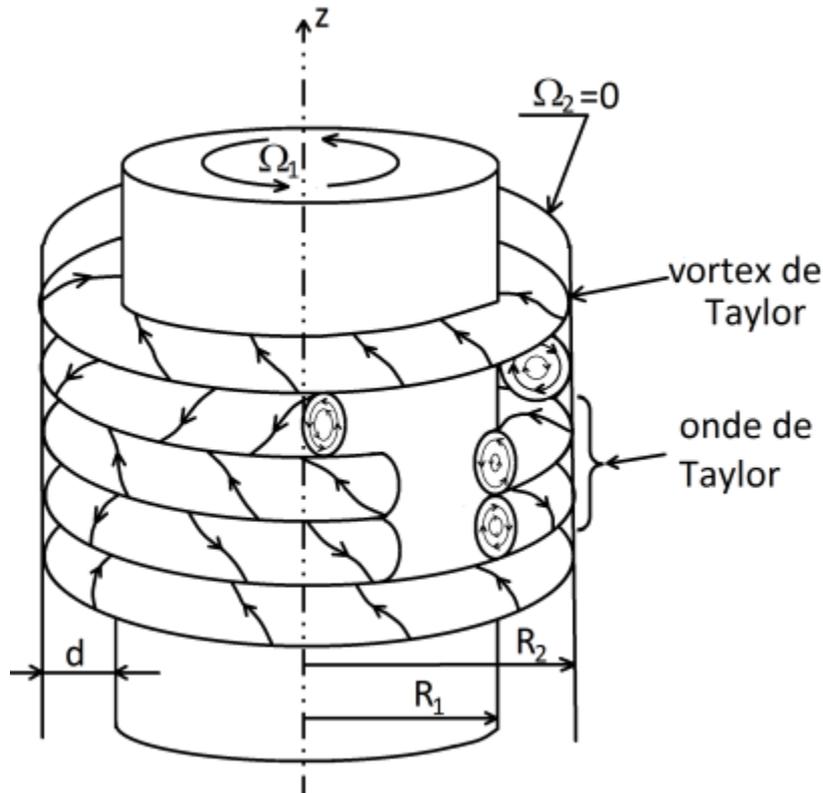


Fig. II.3 : schématisation des cellules de Taylor, A. Mahfoud (2018) [25].

b. Ondes azimutales (2ème instabilité) ou Wavy Mode (WVF) : Ce régime d'écoulement apparaît pour un nombre de Taylor plus élevé tel que $T_{c_2} = 48$, si $\delta = 0.10$, il correspond à l'onde azimutale ou Wavy mode, un mouvement comportant des tourbillons ondulés azimutalement et tournant autour de l'axe oz .

Il s'agit d'une onde azimutale qui se propage dans la direction angulaire (θ) avec une fréquence d'oscillation ω qui donne lieu à un système d'ondes instationnaires se superposant aux cellules de Taylor : l'ensemble de l'écoulement est décrit selon un mouvement secondaire doublement périodique en (z) et (θ).

Le rapport entre la propagation de l'onde azimutale et la vitesse de rotation du cylindre intérieur ($\frac{\omega}{\Omega_1}$), varie de 0.33 jusqu'à 0.50 selon le nombre de Taylor imposé par King et al.

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

(1984) [26]. Autrement, D. Coles [23] a montré que le régime présente plusieurs états stables pour une même valeur du nombre de Taylor et chaque état d'écoulement est identifié par le couple (n : nombre de vortex et m : nombre d'onde azimutales ou circonférentielles). Le couple (n, m) caractérise ce qu'on appelle «non-unicité de l'écoulement».

c. Mouvements ultérieurs : Au-delà de $T_{c_2} = 48$, l'écoulement se complique et il apparaît très vite que la prévision des états d'instabilités ultérieures à l'onde azimutale devient quasi inextricable et le mouvement devient de plus en plus complexes le régime de fluctuation s'installe à $Ta \approx 400$. Le régime chaotique ou pré-turbulent s'établit avec la disparition de l'onde azimutale vers $Ta \approx 740$. Au-delà de cette valeur, on observe l'établissement de la turbulence complètement développée $Ta = 4500$ qui est elle-même marquée par la persistance de l'onde axiale qui se maintient toujours malgré la vitesse de rotation très élevée imposée sur le cylindre intérieur [20].

Les différents régimes de transition sont résumés dans le diagramme suivant à l'aide du nombre de Ta .

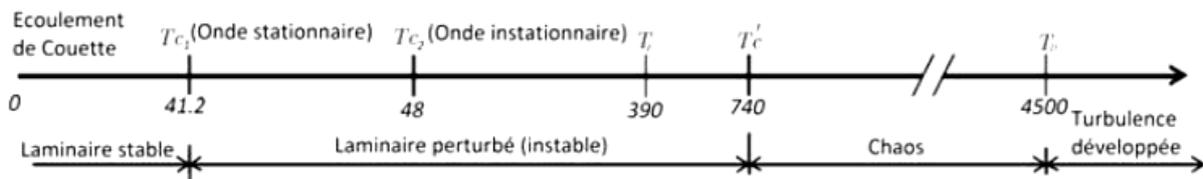


Fig. II.4 : Diagramme de transition laminaire-turbulent obtenu par A. Bouabdallah [20].

- $0 \leq Ta \leq T_{c1}$: écoulement circulaire de Couette.
- $Ta = T_{c1}$: apparition de l'onde axiale stationnaire (cellules de Taylor).
- $Ta = T_{c2}$: apparition de l'onde azimutale instationnaire (wavy mode).
- $Ta = T_f$: apparition des fluctuations chaotiques (fréquences à spectre large).
- $Ta = T_{c'}$: disparition de l'onde azimutale.
- $Ta = T_d$: disparition des fréquences a spectre large.
- $Ta \geq T_d$: régime de turbulence développée.

L'évolution des états de l'écoulement du régime laminaire vers le régime turbulent a été largement étudiée dans le cas des cylindres infiniment longs correspondant à un rapport d'aspect $\Gamma = \frac{H}{d}$ grand et le rapport des rayons η voisin de l'unité $\eta = \frac{R_1}{R_2} \approx 1$ ou tel que

$\delta = \frac{d}{R_1} \ll 1$. Cette configuration correspondant a la géométrie d'un faible espace annulaire

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

dans lequel il a été montré que le régime chaotique de l'écoulement s'installe rapidement après trois bifurcations seulement.

E) Diagramme de stabilité générale :

L'étude des phénomènes d'instabilité a été généralisée à d'autres situations intéressantes comme le cas où les deux cylindres sont en Co-rotation ou en contra-rotation. La prévision des instabilités dans un milieu visqueux a été synthétisée expérimentalement par D. Coles (1965) [23], et généralisée par C. D. Andereck et al. (1986) [27] sous la forme d'un diagramme général dans le plan des nombres de Reynolds associés :

$$Re_1 = \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu} \text{ et } Re_2 = \frac{\Omega_2 R_2 d}{\nu}.$$

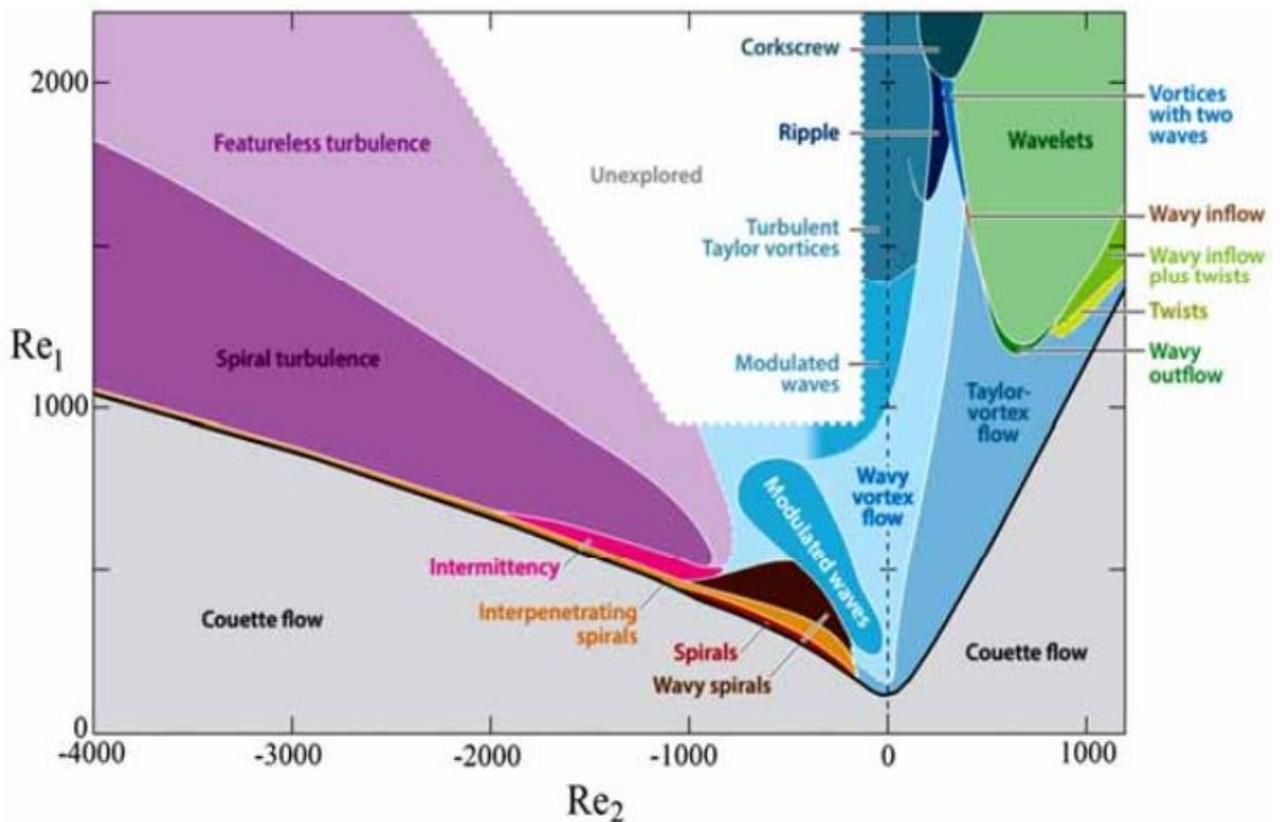


Fig. II.5 : Diagramme de phase des états observés dans l'écoulement de Taylor-Couette en fonction de nombre de Reynolds du cylindre intérieur Re_1 et nombre de Reynolds du cylindre extérieur Re_2 . La ligne épaisse représente la frontière entre l'écoulement laminaire de base en dessous de la ligne et les différents comportements de l'écoulement en dessus de la ligne.

(Figure tirée de C. D. Andereck et al. (1986) [27] et est adaptée avec la permission de Cambridge University Press par S. Grossmann et al. (2016) [28])

II.3 : Effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor Couette :

Les valeurs des seuils critiques d'apparition des régimes d'instabilité et le comportement de l'écoulement ne sont pas établis d'une façon précise, les résultats théoriques et expérimentaux montrent que les valeurs des seuils critiques et les modes d'instabilités dépend de plusieurs facteurs tels que : les effets géométrique, dynamique, rhéologique... [7].

A) Facteurs géométriques :

1. Effet du rapport des rayons $\eta = \frac{R_1}{R_2}$:

Le rapport entre le rayon R_1 et le rayon R_2 joue un rôle important sur l'appariation des seuils d'instabilités, P.H. Roberts (1965) [19], a obtenu les valeurs de Taylor critique pour différents rapports de rayons, le nombre de Taylor critique décroît en fonction de η , ce qui indique que le déclenchement de la première instabilité est relativement accélérée dans le cas d'un espace annulaire mince. Le nombre de Taylor critique augmente avec la diminution du rapport de rayon η comme le montre le tableau suivant :

Rapport des rayons $\eta = \frac{R_1}{R_2}$	Nombre de Taylor critique T_c
0.975	41.51
0.9625	41.68
0.950	41.88
0.925	42.28
0.900	42.70
0.875	43.14
0.850	43.61
0.750	45.84
0.650	48.82
0.50	55.67
0.36	67.46
0.28	79.65
0.20	101.76

Tableau II.1 : Nombre de Taylor critique correspond à l'appariation de l'onde de Taylor en fonction du rapport des rayons η . D'après P.H. Roberts (1965) [19].

2. Effet du facteur d'aspect $\Gamma = \frac{H}{d}$:

Le facteur d'aspect (soit axial ou radial), joue aussi un rôle important sur le mécanisme de transition laminaire-turbulent, J. A. Cole (1976) [29] et T. B. Benjamin (1978) [30] sont les premiers qui ont montré que le facteur d'aspect qui est définie par le rapport entre la hauteur de remplissage H et l'espace annulaire d , affecte profondément la transition laminaire-turbulent dans l'écoulement de TC. J. A. Cole (1976) [29] a étudié l'effet de la longueur finie des cylindres sur l'apparition des vortex de Taylor (TVF) et le wavy mode (WVF). Il a noté que l'apparition des vortex de Taylor se produit pour un nombre critique de Taylor T_{c1} très proche de la valeur critique du cas classique (cylindres à géométrie infinie). En revanche, il a constaté que le nombre de Taylor correspond à l'apparition du wavy mode augmente T_{c2} lorsque la longueur des cylindres est réduite (diminue).

3. Effets de la forme géométrique du corps tournant (combinaison) :

On se basant sur le principe de l'écoulement de Taylor-Couette, l'espace annulaire peut prendre plusieurs formes géométriques, ceci était l'objet de plusieurs études menées sur différentes combinaisons possible, à savoir, cas de deux cylindres coaxiaux, cas de deux cônes coaxiaux, cas d'un cylindre dans un cône et cas d'un cône dans un cylindre etc....

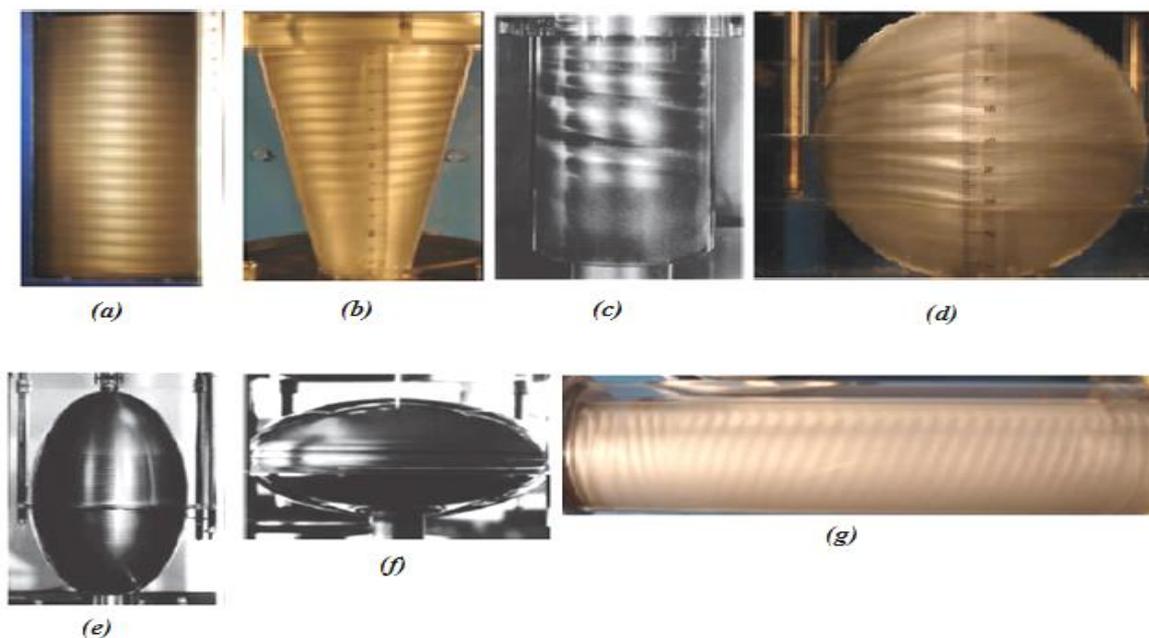


Fig. II.6 : Généralisation des phénomènes d'instabilités de type Taylor-Couette dans différents dispositifs d'écoulement.

- (a) Cylindres coaxiaux, A. Mahfoud (2018) [25].
- (b) Cônes coaxiaux, Y. Fatima (2018) [32].
- (c) Combinaison cône-cylindre, M. Wimmer (2000) [33].
- (d) Combinaison sphères coaxiaux, T. Tamsaout (2006) [34].
- (e) Ellipsoïde prolate, M. Wimmer (2000) [33].
- (f) Ellipsoïde Oblate, M. Wimmer (2000) [33].
- (g) Cylindres coaxiaux inclinés, D. Ahmed (2013) [7].

a. Combinaison cylindre-cylindre :

C'est le cas nominal pour l'étude des instabilités hydrodynamique et de la transition vers la turbulence dans l'écoulement de TC.

b. Combinaison cône-cône :

Dans le cas d'un écoulement entre deux cônes coaxiaux ayant le sommet orienté vers le haut (CG1), M. Noui (1992) [31], obtient que la vorticité tourbillonnaire calculée à partir du champ de vitesse indique que le mouvement est plus intense comparativement au cas où le sommet est orienté vers le bas (CG2). C'est pourquoi le seuil critique correspondant à l'apparition des instabilités n'est pas le même dans les deux configurations (CG1) et (CG2).

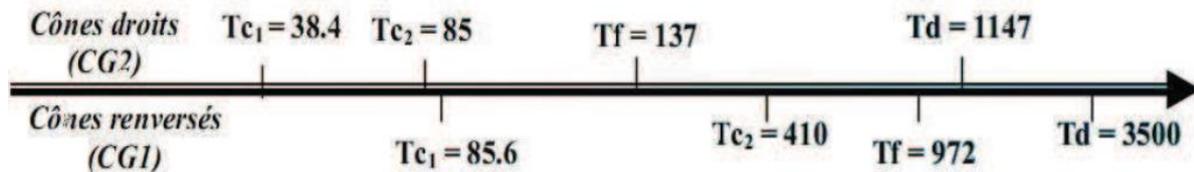


Fig. II.7 : comparaison des valeurs critiques du nombre de Taylor d'un écoulement entre cône coaxiaux en position CG1 et CG2 $\delta=0.30$ (d'après M. Noui (1992) [31]).

c. Combinaison cylindre dans un cône :

Dans ce cas le cylindre est placé à l'intérieur du cône, lors de sa rotation, l'écoulement de base est laminaire et tridimensionnel, Il s'établi dans l'espace annulaire pour des nombres de Reynolds subcritiques. L'écoulement secondaire a pour origine l'augmentation de l'influence des forces centrifuges. L'équilibre se produit entre force centrifuge et gradient de pression centripète. En raison d'un espace annulaire variable, on obtient un profil de vitesse circumférentielle, ayant une pente de plus en plus croissante, en allant vers des rayons

décroissants, dû aux différentes forces centrifuges et le champ de pression centripète est lié à l'écoulement secondaire qui est plus ou moins faible selon l'angle de conicité lié au cône extérieur fixe, la figure (fig. II.8) illustre les profils de vitesse, il apparait clairement une différence de profil de vitesse entre le petit et le large espace annulaire, résultants des modifications des forces centrifuges et du champ de pression en fonction de l'angle de conicité.

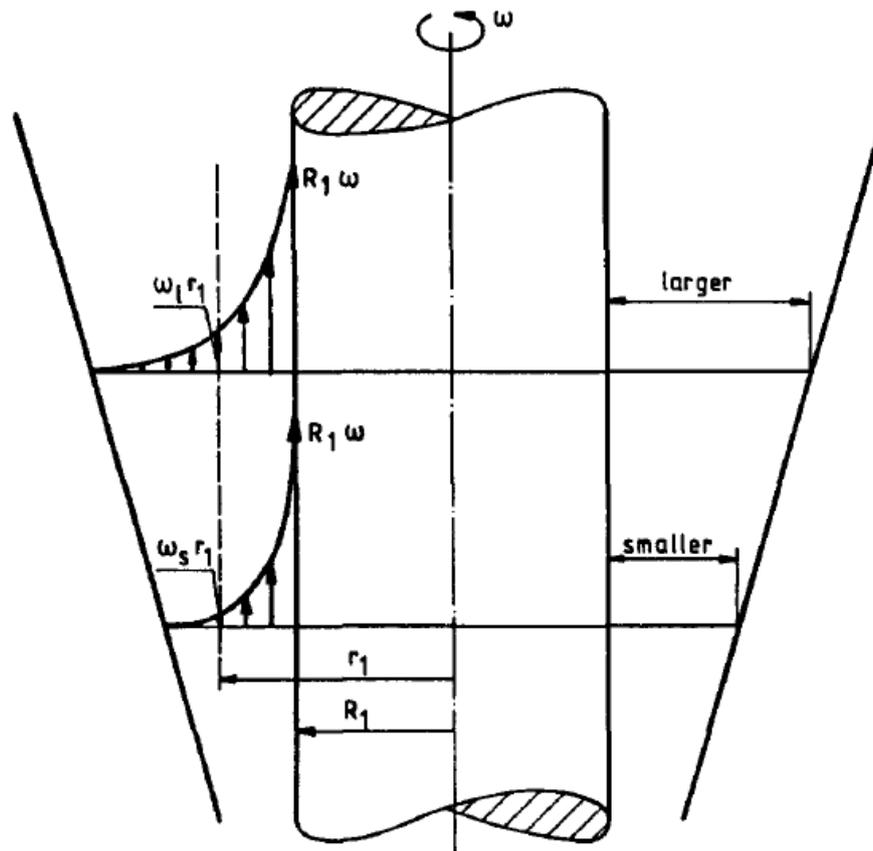


Fig. II.8 : Représentation des profils de vitesse dans l'entrefer entre cylindre et cône, M.

Wimmer (2000) [33].

d. Combinaison cône dans un cylindre :

Cette situation est plus compliquée que celle décrite précédemment, car, le rayon R et la largeur d'espace annulaire ne sont pas constants. L'écoulement de base est toujours laminaire et tridimensionnel. En raison de l'espace annulaire qui est variable, les instabilités apparaissent de façon privilégiée dans la région d'écoulements supercritique. Le sens de rotation des tourbillons méridionaux est le même que celui obtenu dans les écoulements entre cônes coaxiaux Y. Fatima (2009) [32]. Les premières cellules sont observées au milieu des

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

positions axiales et correspondent à une largeur moyenne de l'espace annulaire. Les vortex dû au fort écoulement secondaire se déclenchent pour des nombres de Taylor supercritiques en s'établissant faiblement mais ne peuvent pas s'établir dans la région à large espace annulaire. Par conséquent, elles ne peuvent se stabiliser qu'au milieu pour des espaces plus minces. Ce comportement dépend de l'angle de conicité de l'écoulement.

4. Effets de bords :

La structure de l'écoulement peut être fortement modifiée par les parois terminales. Loin de celle-ci, l'écoulement est dit géostrophique : la force centrifuge est contrebalancée par le gradient de pression et il ne se produit aucun écoulement radial tant que les vitesses angulaires sont suffisamment faibles : la viscosité parvient alors à dissiper l'énergie des particules fluides. Au voisinage immédiat des disques terminaux, l'écoulement géostrophique devient perturbé. En effet, en raison de l'adhérence du fluide à la paroi, le profil de vitesse azimuthal développé dans cette zone diffère de celui de la zone géostrophique. Il se produit un déséquilibre entre la force centrifuge et le gradient de la pression déclenchant un effet de pompage centripète ou centrifuge. Les écoulements développés au voisinage des parois terminales sont classés dans la famille des écoulements de type Eckman et Von Karman-Bödewat.

Pour une géométrie finie, les bords peuvent influencer fortement les transitions d'ordre supérieur puisque les tourbillons se développent au voisinage des bords. Par exemple, le régime des tourbillons ondulants de Taylor est atteint pour des vitesses de rotation plus élevées dans le cas de cylindres courts comparativement au cas des cylindres infiniment long J. A. Cole (1976) [29].

B) Facteurs dynamiques :

1. Effet de la surface libre :

Dans cette configuration, le liquide qui se trouve dans l'espace annulaire est délimité du côté supérieur par un autre fluide à l'état gazeux qui est l'air. Ce type d'écoulement appartient à la classe des écoulements à surface libre. Les investigations qui s'intéressent à l'étude de l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux en position verticale et avec effet de surface libre sur le bord supérieur sont classées selon Watanabe et al (2014) [36] en trois groupes : Le premier groupe a supposé que la longueur des cylindres est infinie en excluant l'effet de bord

Chapitre II : Phénomène d'instabilité et effets sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette

inferieur. Le deuxième groupe s'intéresse à l'étude de l'écoulement stratifié et le troisième groupe réalisa l'investigation de l'écoulement axialement asymétrique.

La structure des tourbillons au voisinage des bords a tendance à changer sensiblement avec la position azimutale. A. Cole (1976) [29] a montré que les parois terminales influentes sur les paramètres caractéristiques des régimes d'instabilité et plus particulièrement lorsque $\Gamma = \frac{H}{d} < 10$. Dans une géométrie de Taylor-Couette finie, les modes anormaux ont été observés pour la première fois par Benjamin et Mullin (1978) [35].

2. Effet du débit axial et radial :

R. C. Diprima (1960) [37] et Chandrasekhar (1961) [17] ont considéré que le débit axial et radial influent sur la naissance des instabilités dans un écoulement de TC. Par la suite, M. Hasson et B. W. Martin (1977) [38] ont généralisé cette recherche pour des espaces annulaires relativement larges dans le cadre d'une théorie linéaire de la stabilité. Les résultats obtenus montrent que la présence d'un écoulement axial a tendance à stabiliser l'écoulement de Couette.

Les résultats obtenus par R. M. Leuptow et al (1992) [39] montrent que la superposition d'un débit axial à l'écoulement de Couette circulaire génère de nombreux régimes d'écoulement qui dépendent de nombre de Ta et du nombre de Reynolds Re relatif à l'écoulement axial.

L'effet d'un débit radial sur l'écoulement de Couette circulaire a été étudié par K. Min et R. M. Leuptow (1994) [40]. Ils ont considéré différentes configurations associées à l'écoulement radial. Les résultats obtenus montrent que la direction du débit radial influe considérablement sur la stabilité de l'écoulement, à savoir :

- Cas d'un écoulement radial rentrant : le mouvement est stabilisé (inward flow configuration).
- Cas d'un écoulement sortant : le mouvement est déstabilisé (outward flow configuration).

Il est à souligner que l'écoulement radial mixte n'a pas encore fait l'objet d'une étude expérimentale ou théorique.

3. Effet de l'accélération :

Le taux d'accélération est un autre paramètre de contrôle important à prendre en compte, car la configuration d'écoulement apparue pendant la transition vers la turbulence est également déterminée par l'historique de l'écoulement, c'est-à-dire que cela dépend du fait que la vitesse angulaire de l'élément intérieur est augmenté ou diminué, quasi statique ou rapide. I. Nakamura et al (1990) [41] et aussi T. Watanabe et al (2005) [42] ont examiné l'effet de la mise en régime des vitesses à Ω_1 . Ils ont trouvé que pour une augmentation brusque de Ω_1 , le nombre de cellules qui apparaissent dans l'écoulement est 6 alors que pour une augmentation quasi-statique le nombre de ces structures est 5.

II.4 : Conclusion :

Cette synthèse des travaux antérieurs montre que l'apparition des instabilités centrifuges est relativement sensible aux différents paramètres à savoir, l'accélération du cylindre tournant, la modification de la géométrie, l'inclinaison du système d'écoulement, le débit axial et radial, par conséquent, peuvent accélérer ou retarder l'apparition des instabilités de l'écoulement de TC.

La modification géométrique est un facteur imposant dans l'apparition des différents régimes d'écoulement et les seuils des nombres de Taylor dans un système de Taylor-Coeutte, dans notre étude on a basé sur l'effet de l'angle de conicité du cylindre intérieur rotatif, quelle seront les résultats d'une telle expérience ?

Partie 2 : Étude expérimentale

**Chapitre III : dispositif expérimental et conditions
d'essais**

III.1 : Introduction :

Une étude expérimentale de l'écoulement de Taylor-Couette consiste à avoir un dispositif expérimental, ce dernier, nous permet de visualiser les différents modes d'écoulement, les différentes instabilités qui apparaissent en fonction de la vitesse de rotation et de caractériser les régimes de transition laminaire-turbulent.

On présente une description du dispositif expérimental, du fluide de manipulation et le mode opératoire suivi au cours de nos manipulations, ainsi, les différentes mesures prises en considération (les vitesses de rotation, la température, la densité et la viscosité) afin de se placer dans les meilleures conditions d'observations et d'essais.

III.2 : Dispositif expérimental

A) Aspect Mécanique :

1. Système d'écoulement :

Le système d'écoulement est constitué d'un cylindre extérieure fixe réalisé d'une matière transparente et isolante (plexiglas) afin d'avoir une bonne visualisation et qui joue le rôle d'appareille récipient pour l'ensemble du système d'écoulement.

Ce cylindre-récipient a pour rayon $R_2 = (47 \pm 0.05) \text{ mm}$, une hauteur $H = (133 \pm 0.05) \text{ mm}$, et cinq cônes intérieurs tournants d'une hauteur fixe qui est égale a la hauteur utile du fluide $H = H_u = (120 \pm 0.05) \text{ mm}$ représentés sur la (figure III.1) et le (tableau III.1), réalisés et usinés d'un solide opaque.

Cône	Angle de conicité	Rayon supérieure	Rayon inférieure
1^{er} cône	$\alpha = 0^\circ$	$R_{1_s} = 41 \pm 0.05 \text{ mm}$	$R_{1_i} = 41.0 \pm 0.05 \text{ mm}$
2^{ème} cône	$\alpha = 1^\circ$	$R_{2_s} = 41 \pm 0.05 \text{ mm}$	$R_{2_i} = 38.9 \pm 0.05 \text{ mm}$
3^{ème} cône	$\alpha = 5^\circ$	$R_{3_s} = 41 \pm 0.05 \text{ mm}$	$R_{3_i} = 30.5 \pm 0.05 \text{ mm}$
4^{ème} cône	$\alpha = 10^\circ$	$R_{4_s} = 41 \pm 0.05 \text{ mm}$	$R_{4_i} = 19.9 \pm 0.05 \text{ mm}$
5^{ème} cône	$\alpha = 12^\circ$	$R_{5_s} = 41 \pm 0.05 \text{ mm}$	$R_{5_i} = 15.5 \pm 0.05 \text{ mm}$

Tableau III.1 : les dimensions des cônes en fonction des angles de conicités.



Fig. III.1 : Les différents cônes utilisés pendant l'expérience.

Le cylindre extérieur à un couvercle supérieur d'une épaisseur $e = (7 \pm 0.05)mm$ a pour rôle de délimiter la hauteur utile du fluide et de maintenir l'axe de rotation, le couvercle à un trou pour le remplissage et la vidange, et un couvercle inférieur (base), voir (figure III.3).

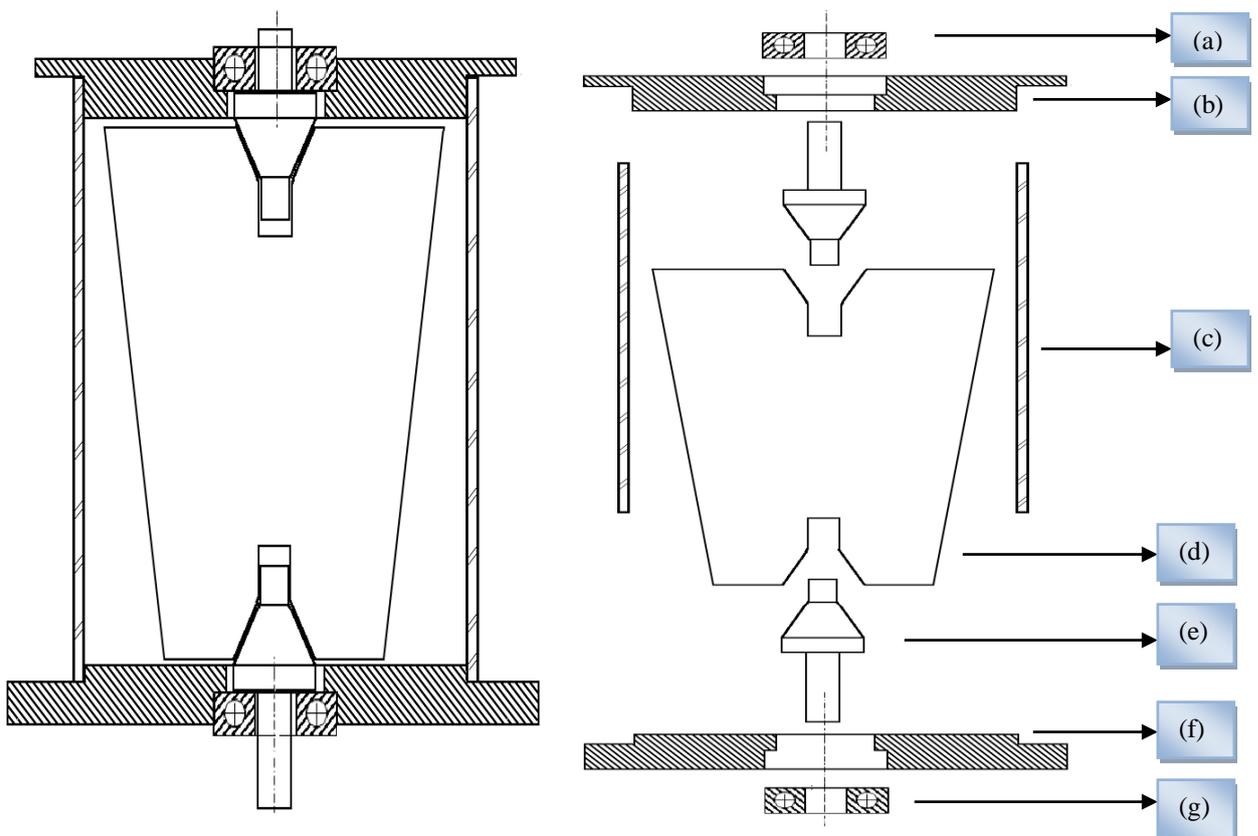


Fig. III.2 : schéma représentatif du système d'écoulement (coupe latérale).

(a) Roulement supérieur, (b) Couvercle supérieur, (c) Cylindre extérieur, (d) Cône intérieur, (e) Axe de rotation en acier, (f) Couvercle inférieur, (g) Roulement inférieur.

Chapitre III : dispositif expérimental et conditions d'essais

Le cylindre intérieur tourne à une vitesse angulaire Ω_1 autour de l'axe verticale tandis que le cylindre extérieur et les parois inférieure et supérieure sont fixes. Les angles (d'ouverture/fermeture) du cylindre interne sont augmentés progressivement, de sorte que la configuration change de deux cylindres coaxiaux vers un cône rotatif dans un cylindre fixe. Cet écoulement est décrit par les paramètres suivants :

Le rayon intérieur	Le rayon extérieur	L'espace annulaire	Rapport d'aspect radial	Rapport des rayons	Hauteur de remplissage	Rapport d'aspect axial
R_1	R_2	$d = R_2 - R_1$	$\delta = \frac{d}{R_1}$	$\eta = \frac{R_1}{R_2}$	H	$\Gamma = \frac{H}{d}$
41 (mm)	47 (mm)	6 (mm)	0.146	0.872	120 (mm)	20

Tableau III.2 : Tableau des caractéristiques géométriques.

B) Aspect électrique :

1. motorisation :

L'entraînement du système s'effectue à l'aide d'un moteur à courant continu de marque MUHLER ayant une puissance $P = 100$ Watts, alimenté par un générateur électrique qui permet de stabilisé et/ou augmenter la vitesse de rotation. Le moteur est équipé d'un réducteur des vitesses de rapport 1/11, la transmission est assurée par le biais d'un flexible reliant le rotor du moteur à l'axe du cône intérieur tournant.

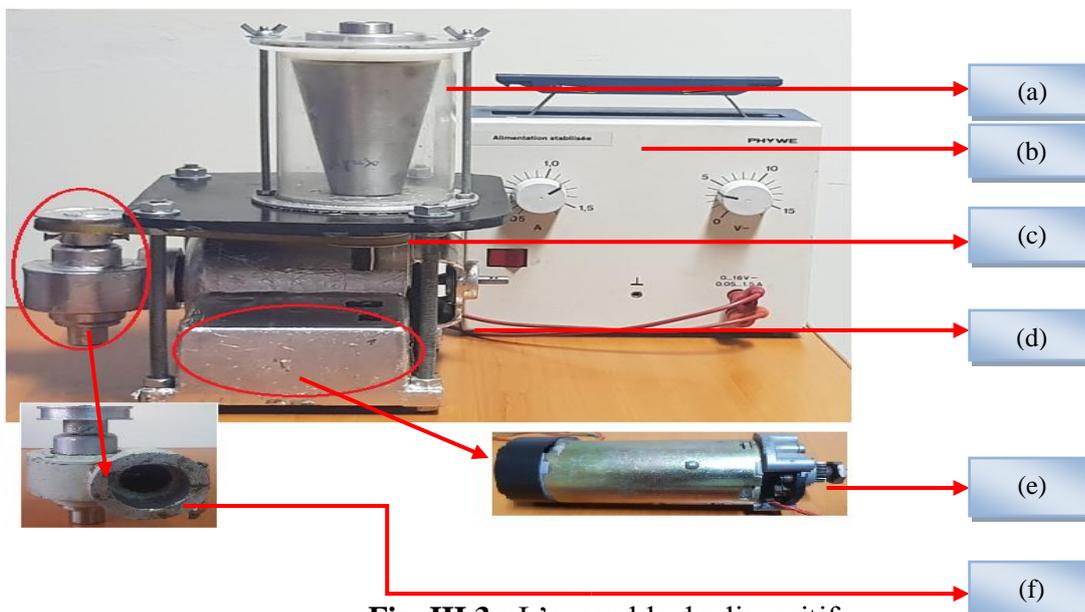


Fig. III.3 : L'ensemble du dispositif.

Chapitre III : dispositif expérimental et conditions d'essais

- (a) Système d'écoulement, (b) Générateur électrique, (c) Flexible en caoutchouc,
(d) Rotor du moteur, (e) Moteur, (f) Réducteur de vitesse de rotation.

C) Aspect physico-chimique :

1. Le fluide d'essai (mise en œuvre du produit de visualisation) :

La solution adoptée est composée de 75% de l'eau distillé, 25% de glycérol soit (750 ml et 250 ml respectivement), 4 g/l de poudre alimentaire argentin (colorant métallisé) et de 5 ml d'eau de javel.

Le glycérol permet d'augmenté la viscosité du fluide, la poudre d'Aluminium nous permet de bien visualiser le phénomène de cisaillement du fluide et l'eau de javel aussi joue un rôle important sur les parois (pour que les particules ne colle pas sur la paroi du cylindre extérieur).

Les propriétés physiques du fluide utilisé sont mesurées, à savoir, la viscosité, la densité et la température pour déterminer avec précision les nombres de Taylor et Reynolds caractérisant l'écoulement.

D) Aspect métrologique :

1. Mesure de la vitesse de rotation Ω_1 :

La vitesse de rotation du cylindre intérieur est mesurée directement à l'aide d'un tachymètre digital portable DT 2236 qui est un compte-tours multifonctions combiné, à contact et à réflexion optique. La précision des mesures du Tachymètre est de $\pm 0.1\%$ tr/min. La mesure de la vitesse de rotation Ω_1 se fait au niveau de l'axe inférieur du système équipé d'un flexible de couleur sombre comportant un ruban réfléchissant.



Fig. III.4 : tachymètre digital DT 2236 (Compte-tours portable).

2. Mesure de la température du fluide T_0 :

La mesure de la température du fluide T_0 est effectuée à l'aide d'un thermomètre électrique de type très performant et d'une précision inférieure à 1%.



Fig. III.5 : Thermomètre électrique.

3. Mesure de la masse volumique et la viscosité du fluide :

La mesure de la densité ou la masse volumique du fluide ρ est effectuée à l'aide d'une balance à haute sensibilité d'ordre 1/10000 g avec laquelle on a pesé la masse m d'un volume fixe $V_0 = 40 \text{ ml}$ du fluide lu directement a partir d'un récipient gradué, la masse volumique est déduite par la relation classique $\rho = \frac{m}{V_0}$ avec une précision $\frac{\Delta\rho}{\rho} < 1\%$.

L'étude rhéologique de la solution consiste essentiellement la détermination de la viscosité dynamique μ du fluide, la mesure est effectuée à l'aide d'un viscosimètre d'Ostwald (fig. III.6), en mesurant le temps t d'écoulement du fluide dans le tube capillaire entre le point a et le point b avec un chronomètre, puis, on prend en considération la constante d'étalonnage K du viscosimètre fournie par le constructeur ($K = 0.022055 * 10^{-6}$ USI) et la masse volumique du fluide. La viscosité est déduite par la relation $\mu = \rho K t$, comme on peut déduire aussi la viscosité cinématique une fois μ est connue ν par la relation $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, sachant que, on a travailler dans des conditions de température $T_0 = 25^\circ\text{C}$.

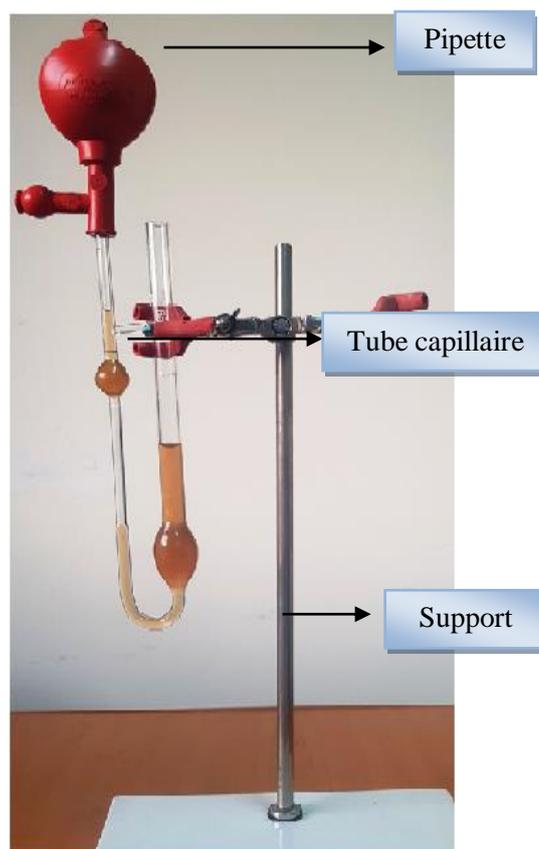


Fig. III.6 : Viscosimètre d'Ostwald.

E) Aspect optique :

La procédure de visualisation de l'écoulement a été mise en œuvre selon deux techniques opératoires :

1. Visualisation par réflexion de la lumière :

Ce mode d'observation procède par réflexion d'un faisceau lumineux diffusé par une source extérieure directement sur l'écoulement afin de mettre en évidence le régime et la structure correspondant au mouvement considéré (figure III.6).



Fig. III.7 : Visualisation d'un état d'écoulement par réflexion optique.

2. Visualisation par transmission laser :

Cette technique nous permet d'examiner la structure locale du mouvement, notamment la configuration détaillée des vortex de Taylor. La projection du faisceau lumineux par laser s'effectue sur un plan vertical et horizontal à l'aide d'un projecteur laser de la marque BOSCH (figure III.7). Selon les besoins exigés par l'expérience, on peut visualiser la totalité de l'espace annulaire de l'écoulement ou bien on peut isoler une seule cellule pour étudier ces détails avec précision.



Fig. III.8 : La nappe laser pour la visualisation interne du fluide.

III.3 : Procédures d'essais

Dans l'étude des instabilités hydrodynamique, il est indispensable d'introduire des nombres sans dimension qui caractérisent l'écoulement et qui font intervenir les facteurs déstabilisant et stabilisant rencontrés dans les problèmes considérés tel que les forces centrifuges et les forces visqueuses.

A) Condition de mise en régime des vitesses :

Etant donné que les caractéristiques géométriques sont fixées à l'avance et n'évoluent ni dans l'espace ni dans le temps, la valeur du paramètre de contrôle Ta et Re dépend essentiellement de la vitesse de rotation du cylindre intérieur Ω_I et de l'espace annulaire d et de la viscosité cinématique ν du fluide utilisé. Par conséquent, les valeurs de ces paramètres ne dépendent que de Ω_I tel que :

$$\left. \begin{aligned} Ta &= \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_1}} = \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu} \sqrt{\delta} \\ Re &= \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu} \end{aligned} \right\} \rightarrow Ta = Re \sqrt{\delta}$$

$$Ta = \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_1}} = \Omega_1 \times C \text{ Avec } C = \frac{R_1 d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_1}}$$

La constante C dépend alors des caractéristiques du dispositif et du fluide employé, tel que la viscosité cinématique ν , le rayon intérieur R_1 et l'espace annulaire d . En pratique, on estime la valeur de $C \approx 40$, la vitesse de rotation Ω_I peut être calculée en fonction de chaque nombre de Taylor à chaque essai avec la relation suivante : $\Omega_1 = Ta/C$ avec la condition de mise en régime vérifie l'intégralité suivante :

$$\frac{\Delta \Omega_1}{\Omega_1} \leq 1\% \quad (III.1)$$

Cette inégalité correspond au procédé quasi-statique, autrement dit, un mode très lent d'accroissement de la vitesse angulaire, il apparaît également nécessaire pour s'assurer de bonne reproductibilité des mesures qui est d'ailleurs assez proche de l'incertitude expérimentale commise sur l'évaluation de la vitesse angulaire.

A partir du repos, on met le moteur en marche en augmentant progressivement la vitesse en respectant l'inégalité (III.1), puis on s'arrête quelques minutes afin de permettre à l'écoulement de se stabiliser dans l'état qu'il occupe et l'on observe alors l'apparition du phénomène correspondant.

Chapitre III : dispositif expérimental et conditions d'essais

Pour Ω_l choisi, caractérisant l'apparition d'un phénomène, on note les mesures caractéristiques associées aux structures considérées et l'on prend une photographie de l'état de l'écoulement.

III.4 : Conclusion

Afin de répondre aux exigences expérimentales, nous avons modifié certains paramètres sur le dispositif expérimental destiné aux essais de visualisation pour analyser qualitativement les structures de l'écoulement qui seront soumis à l'influence de l'angle de conicité du cône intérieur rotatif. Ainsi le plus grand soin a été apporté aux mesures des caractéristiques géométrique et dynamique afin de déterminer avec précision les paramètres d'influences Re et Ta associés aux changements de régime et de structures.

En outre, on a pu décrire la méthode de visualisation en utilisant un fluide de travail (chargé en particules métalliques) compatible avec la technique optique utilisée par réflexion de la lumière ainsi que par la nappe laser.

Le dispositif expérimental conçu et mis en place a permis de réaliser l'exploration du mouvement d'un fluide confiné entre deux cylindres coaxiaux avec l'effet de l'angle de conicité du cylindre intérieur tournant. Le but est de visualiser les différents régimes d'écoulement qui apparaissent dans un système de Taylor-Couette combiné : cône-cylindre et de déterminer leurs seuils d'apparition et les nombres de Taylor et Reynolds critique.

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1 Introduction :

Après avoir créé les conditions de mesures favorables et adaptées à nos investigations on a effectué systématiquement des essais de caractérisation pour chaque géométrie envisagée. Ainsi, pour un régime donné, on étudie les conditions d'apparition des structures de l'écoulement et l'on détermine les caractéristiques associées telles que le nombre d'onde axial, nombre de vortex, vitesse de phase, etc.... par visualisation d'abord dans le cas où le système d'écoulement est entre deux cylindres coaxiaux qui sera le dispositif de référence.

Par la suite, on procède à l'étude de l'écoulement avec effet de géométrie (angle de conicité du cylindre intérieur rotatif) afin d'étendre les observations précédentes dans le but de mettre en évidence l'influence de la conicité sur l'écoulement. On varie α graduellement (0, 1, 5, 10 jusqu'à 12°) et on note systématiquement ses effets sur la nature et la structure de l'écoulement.

On s'intéresse essentiellement à la mise en évidence des phénomènes d'instabilités hydrodynamiques liés à l'ensemble du processus de transition laminaire-turbulent et aux effets géométriques. A cet effet, on s'assure des conditions d'essais permettant d'effectuer des mesures reproductibles puis l'on effectue la caractérisation liée à la naissance des structures observées.

IV.2 : Etude de l'écoulement sans effet d'angle de conicité du cylindre intérieur tournant (écoulement entre deux cylindres coaxiaux) :

Les observations menées dans cette configuration nous ont permis de mettre en évidence les différentes instabilités de référence du système d'écoulement considéré :

Nombre de Taylor critique	T_{c1}	T_{c2}	T_f	$T'c$
Type d'instabilité	1 ^{ère} instabilité ou onde axiale : vortex de Taylor	2 ^{ème} instabilité ou onde azimutale : wavy mode	Apparition des fluctuations	Déclenchement du chaos

Tableau IV.1 : Etats critiques caractérisant le régime de transition laminaire- turbulent.

Nos mesures commencent par le régime laminaire stable qui est l'écoulement de base (figure IV.1(a)) existant en l'absence de toute perturbation, celui-ci peut être décrit comme un mouvement homogène à haut degré de symétrie dans tout le fluide jusqu'à la valeur de $Ta \approx 34$ qui se caractérise par la naissance de deux cellules (cellules d'Eckman), l'une, est localisée au bord inférieur et l'autre, au bord supérieur (figure IV.1(b)). Ensuite, on augmente légèrement la vitesse de rotation Ω_I puis l'on constate la formation des vortex de Taylor qui se propagent des bords vers le milieu du dispositif jusqu'à l'apparition complète des ondes stationnaires dans la totalité du système d'écoulement, correspondant à la valeur du nombre de Taylor critique $T_{c1} = 41 \pm 2$. Cette valeur est assez proche de la prédiction théorique $T_{c1} = 41,2$. Par conséquent, on peut admettre que l'écoulement est globalement stable définissant le régime laminaire de base lorsque $Ta < T_{c1}$.

Le régime laminaire perturbé qui s'établit au-delà de la valeur critique $Ta = T_{c1} = 41 \pm 2$ annonce le régime de transition laminaire – turbulent qui se subdivise en quatre états successifs en se présentant comme suit :

- 1^{ère} instabilité ou onde axiale (vortex de Taylor) à T_{c1} (figure IV.1(c)). L'apparition de la première instabilité se produit à la valeur critique T_{c1} , Celle-ci consiste en un mouvement secondaire ou onde axiale périodique selon (oz) de nature stationnaire associée à l'écoulement de base. L'écoulement s'organise selon un empilement cellulaire sous forme de rouleaux ou vortex de Taylor. L'apparition de cette instabilité intervient en nombre fini n de cellules. On compte $n=20$ cellules ou vortex

Chapitre IV : Résultats et discussions

correspondant à 10 ondes stationnaires dont la longueur d'onde $\lambda=2d=12mm$ coïncidant sensiblement avec une longueur égale au double de l'espace annulaire $d=6mm$.

- 2^{ème} instabilité ou onde azimutale (Wavy Mode) à T_{c2} . Le second état de l'écoulement de nature instationnaire est caractérisé par l'établissement de l'onde azimutale correspondant à une deuxième valeur critique $T_{c2}=48\pm3$. Cette deuxième instabilité qui se superpose à la première donne lieu alors à un écoulement doublement périodique se propageant à la fois dans la direction axiale z et azimutale.
- Apparition des fluctuations T_f (figure IV.1(d)). Pour des vitesses encore supérieures à Ω_{c2} , le mouvement se complique avec l'apparition d'un processus de modulation des ondes azimutales puis lorsque Ta augmente pour atteindre la valeur caractéristique $T_f=388\pm8$, on assiste alors à la naissance du régime des fluctuations qui s'installe partout au sein de l'écoulement. Ainsi, on constate que les ondulations circumférentielles deviennent moins nombreuses et se présentent dans un état de plus en plus dégradé.
- Déclenchement du chaos $T'c$. Un déclenchement du régime chaotique qui débute avec la disparition de l'onde azimutale au voisinage de la valeur $T'c=740\pm20$. Cet état est caractérisé par une intensification du régime des fluctuations qui se superpose aux cellules de Taylor encore persistantes au sein de l'écoulement. Globalement, c'est un régime de turbulence naissante qui précède ultérieurement le développement de la turbulence complète.

Les résultats ainsi obtenus constituent une base de données crédible dans la mesure où ils ont permis de retrouver les observations effectuées par d'autres auteurs D. Coles [23], A. Bouabdallah [20] et A. Mahfoud [25].

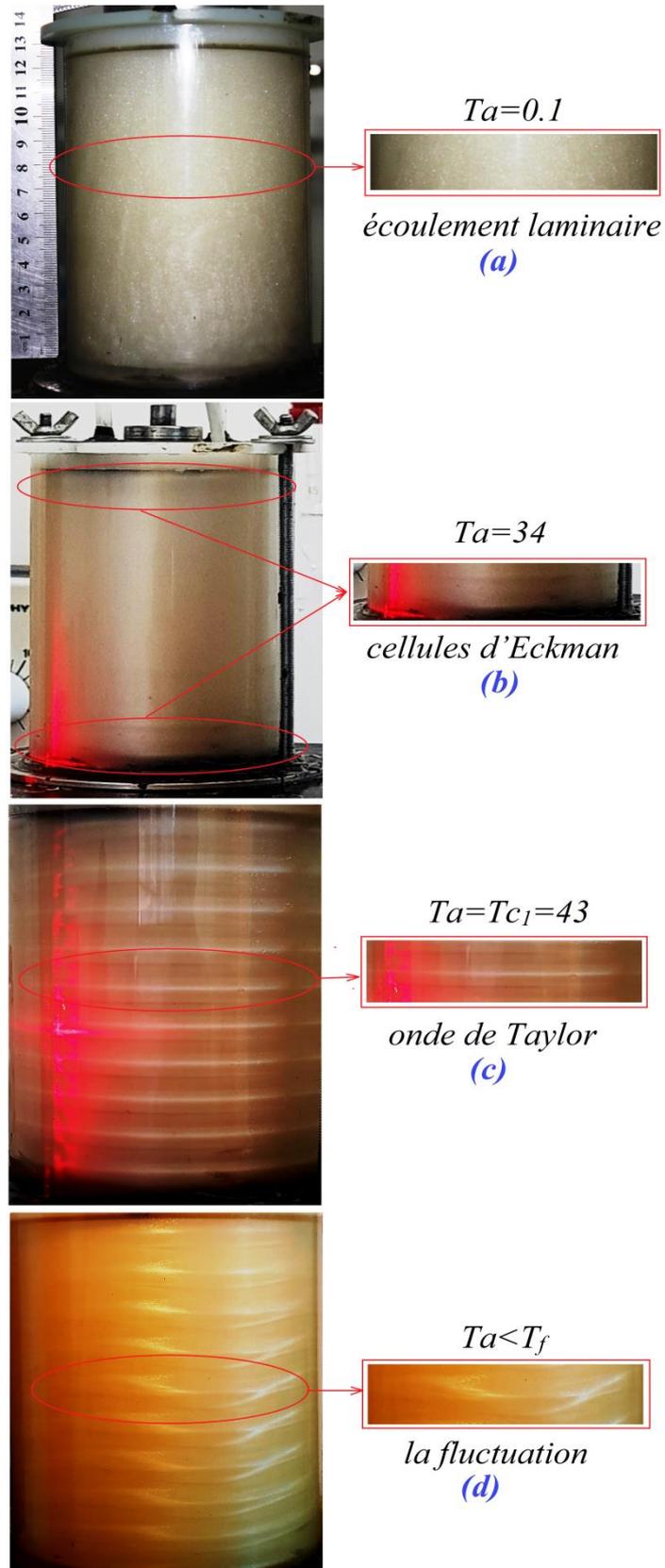


Fig. IV.1 : Visualisation des états d'écoulement par mode de réflexion de la lumière et par la nappe laser ; (a) Régime laminaire, (b) Apparition de deux cellules d'Eckman, (c) 1^{ère} instabilité (vortex de Taylor) et (d) Apparition des fluctuations.

2.1 : Evolution du nombre d'ondes axiales :

On augmentant la vitesse de rotation Ω_I graduellement de 0 jusqu'à $\Omega_{c1}=10.08 \text{ tr/min}$, le nombre d'ondes axiales évolue en fonction du nombre de Taylor. Lorsque $0 < Ta < 34$ aucune onde n'est apparue ce qui explique que l'écoulement est laminaire et la contrainte de cisaillement étant nulle, au-delà de $Ta=34$ on a aperçu la formation des ondes, allant jusqu'à dix onde à $Ta=T_{c1}=43$ (Figure. IV.2).

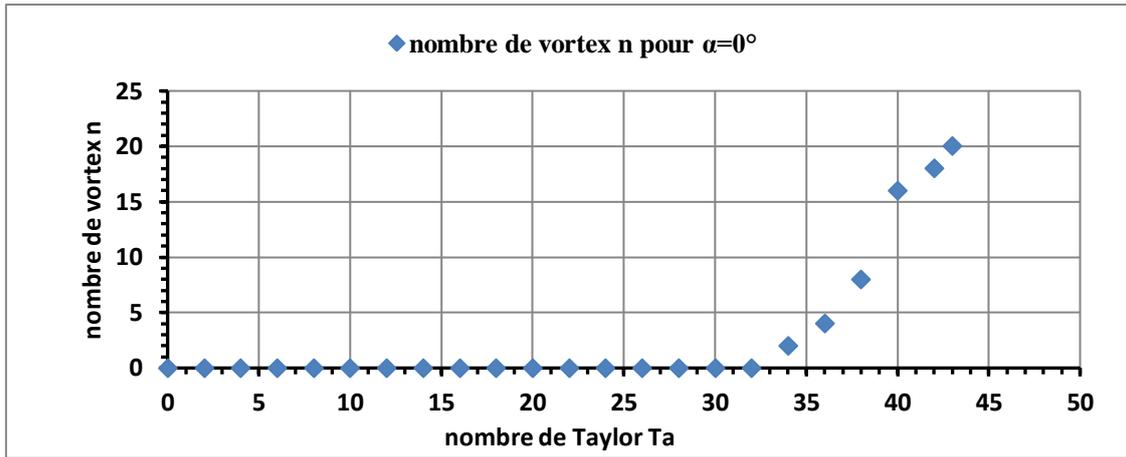


Fig. IV.2 : Evolution du nombre de vortex n en fonction de Ta pour $\alpha=0^\circ$.

2.2 : Nombre et taille des vortex :

Pour un écoulement entre deux cylindres coaxiaux et à l'état critique $Ta=T_{c1}=43$, on a observé l'apparition de dix ondes axiales $\Lambda=10$ (20 vortex de Taylor $n=20$) le long de la colonne fluide, tel que, les vortex des deux extrémités sont plus long que les autres. Les mesures effectuées sont faites à l'aide d'une règle avec laquelle on a mesuré la taille de chaque cellule. La taille de ces tourbillons est exprimée dans le tableau suivant :

Le nombre des tourbillons	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
La taille (mm)	7.5	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	5.5	5.5	6.0	6.0
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	6.0	6.0	5.5	5.5	5.5	6.0	6.0	6.0	6.0	7.5

Tableau IV.2 : Nombre et taille de chaque tourbillon à $Ta=T_{c1}=43$.

IV.3 : Etude de l'écoulement avec effet d'angle de conicité du cylindre intérieur tournant (écoulement entre cylindre et cône coaxiaux) :

Afin de mettre en évidence l'effet de l'angle de conicité α sur la structure de l'écoulement, on s'est limité sur le premier mode d'instabilité lorsque $Ta=Tc_1$, en augmentant la vitesse de rotation graduellement de 0 jusqu'à $\Omega_I=\Omega_{C1}=10.08 \text{ tr/min}$ pour chaque essai, on a observé une formation de tourbillons en fonction de la vitesse donnée. Différemment au cas d'écoulement entre deux cylindres ($\alpha=0^\circ$), la formation des ondes de Taylor dans ce cas se fait du bas en haut de l'espace annulaire pour les angles 1 et 5°, et du milieu du gap en haut pour $\alpha=10^\circ$ et $\alpha=12^\circ$ avec la formation d'un long tourbillon géostrophique en bas.

3.1 : Evolution du nombre d'ondes axiales en fonction du nombre de Taylor :

En augmentant la vitesse de rotation Ω_I graduellement, le nombre de Taylor Ta augmente ainsi, et de nouveaux vortex apparaissent jusqu'à atteindre la 1^{ère} instabilité (figure IV.3, 4).

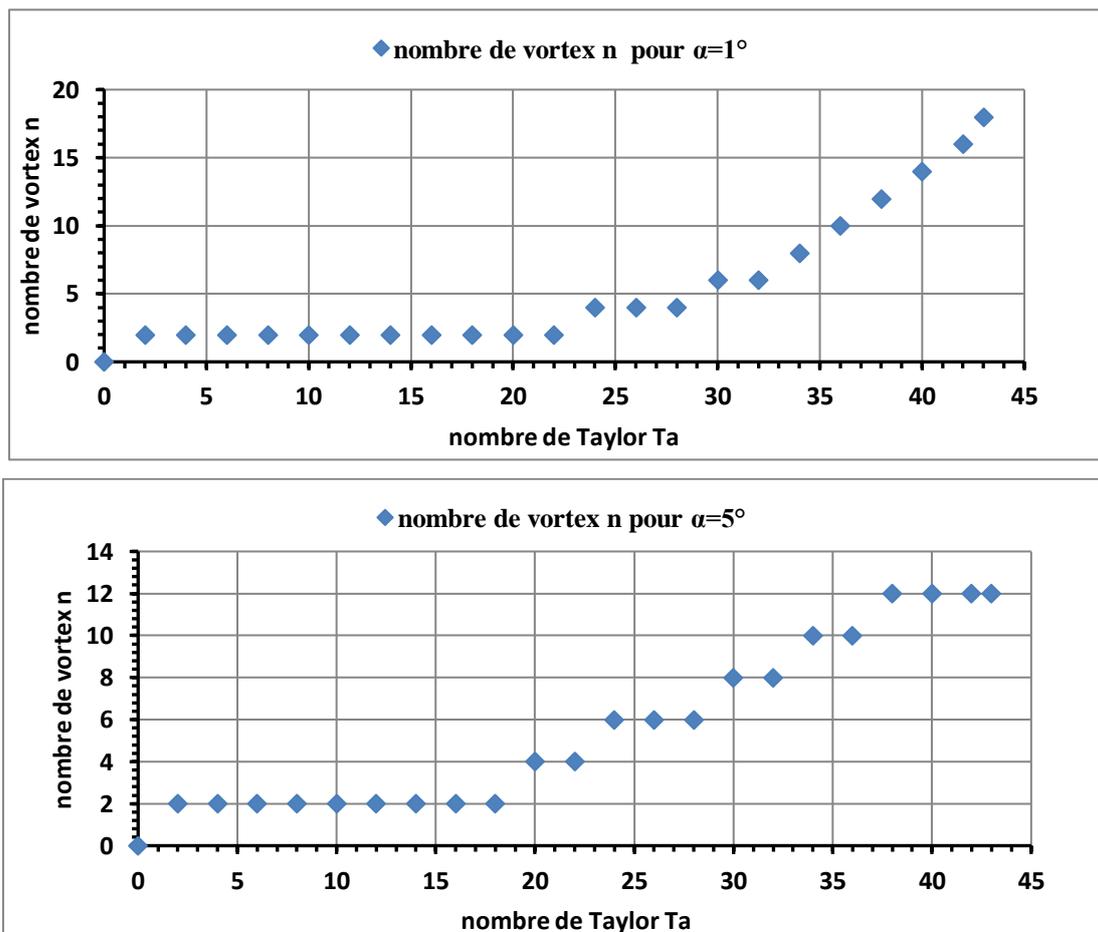


Fig. IV.3 : Evolution du nombre de vortex en fonction du nombre de Taylor pour les différents angles de conicité ($\alpha=1$ et 5°), $Ta=Tc_1=43$.

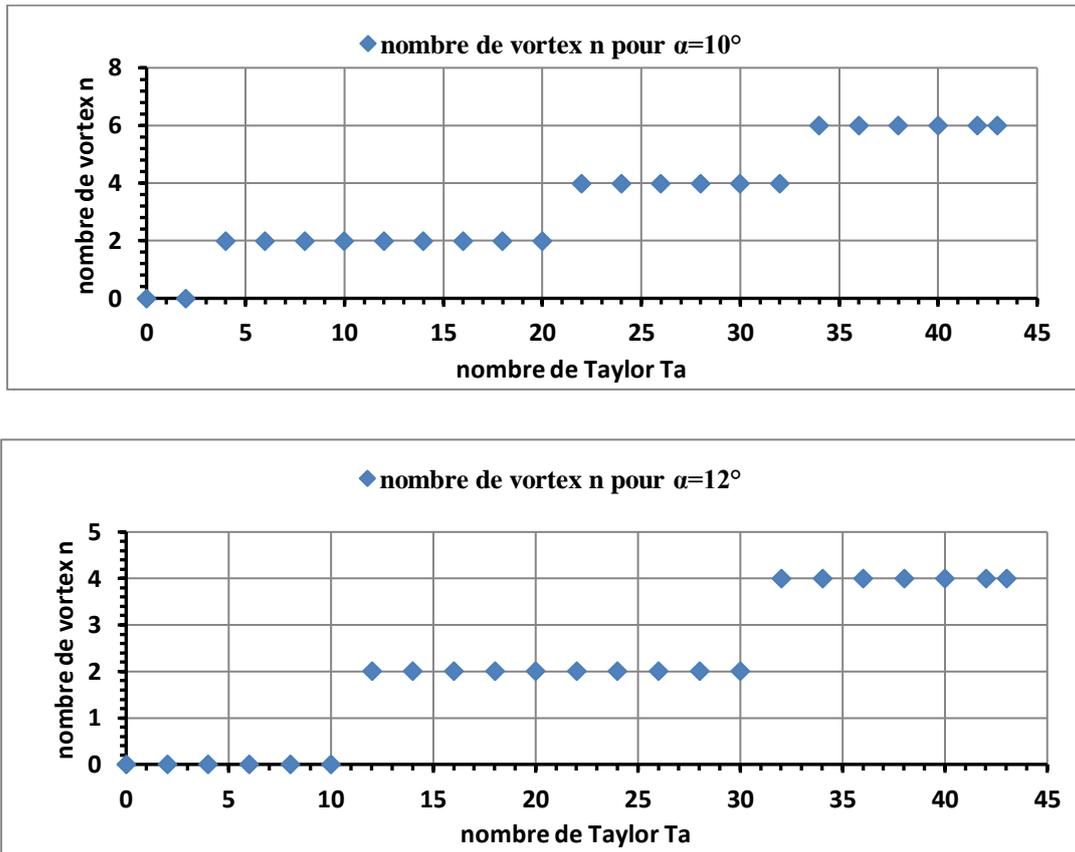


Fig. IV.4 : Evolution du nombre de vortex en fonction du nombre de Taylor pour les différents angles de conicité ($\alpha=10$ et 12°), $Ta=T_{c1}=43$.

3.2 : Evolution du nombre d'ondes axiales en fonction de l'angle de conicité α :

En augmentant l'angle de conicité du cône intérieur à chaque fois, on a constaté que le nombre de vortex formés diminue (figure IV.5), en passant de $\alpha=0^\circ$ à 1° le nombre de tourbillons s'est diminué de 2 ce qui donne 18 tourbillons pour $\alpha=1^\circ$ et 12, 6 et 4 tourbillons pour $\alpha=5, 10$ et 12° respectivement. Ces résultats expliquent que la modification géométrique de l'espace annulaire influe sur l'écoulement et sur l'instabilité hydrodynamique.

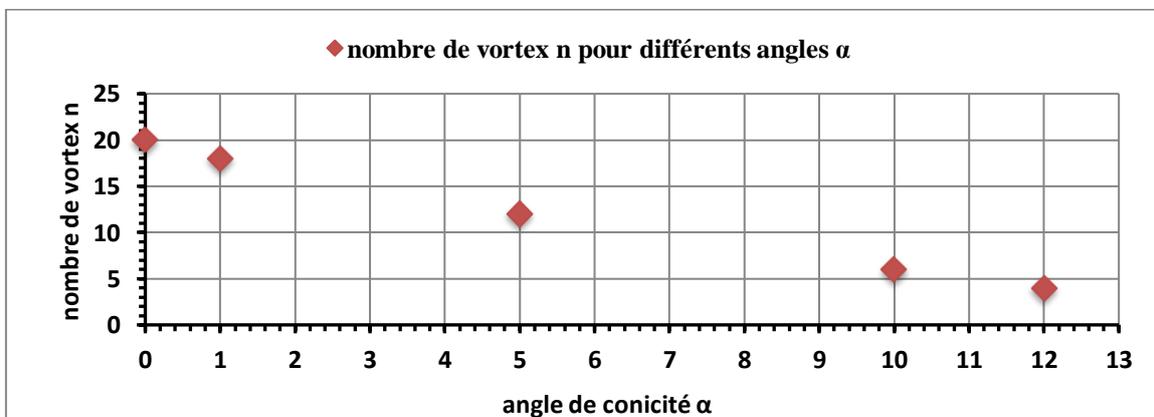


Fig. IV.5 : Evolution du nombre de vortex en fonction de l'angle de conicité α , à $Ta=T_{c1}$.

3.3 : Visualisation des phénomènes hydrodynamique pour les différents angles de conicité :

De cette étude photométrique on a pu mettre en évidence la topographie de l'écoulement avec l'effet de l'angle de conicité à $Ta=Tc_1=43$.

A) Pour $\alpha=1^\circ$:

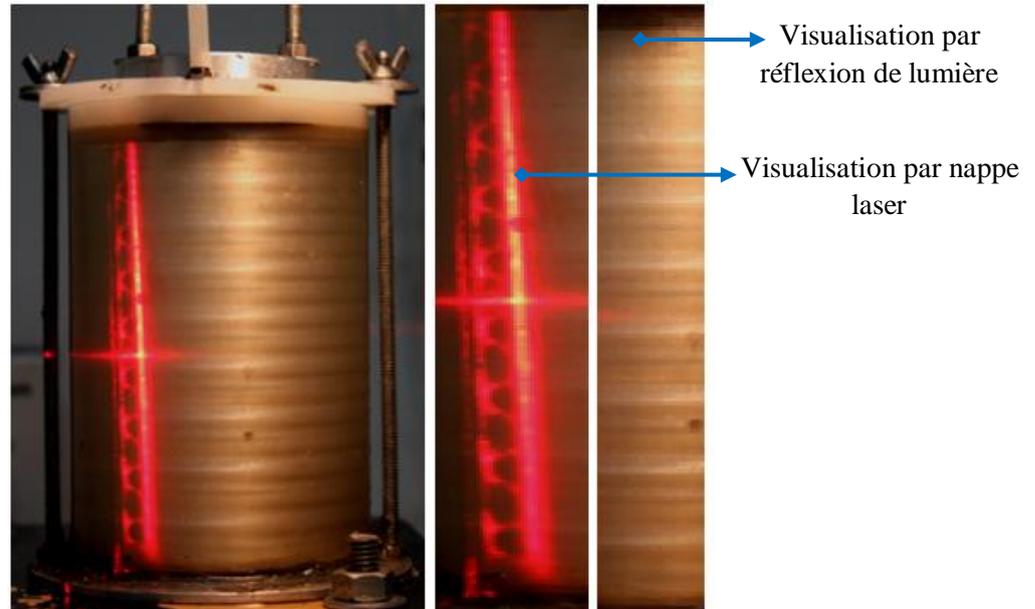


Fig. IV.6 : Visualisation de l'effet de l'angle de conicité pour $\alpha=1^\circ$ à $Ta=Tc_1$ et $\Omega_I=\Omega C_1$.

B) Pour $\alpha=5^\circ$:

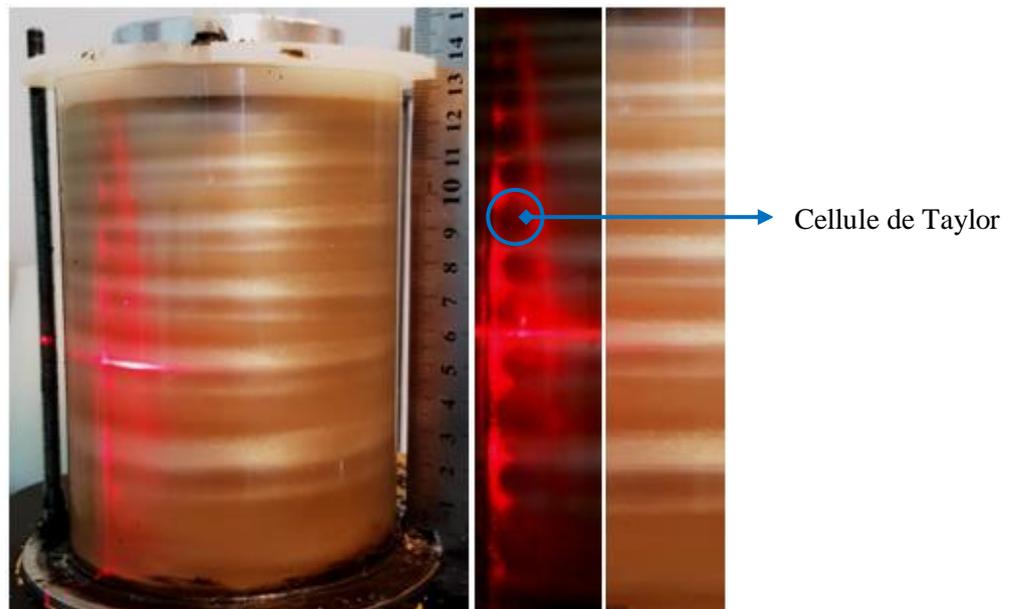


Fig. VI.7 : Visualisation de l'effet de l'angle de conicité pour $\alpha=5^\circ$ à $Ta=Tc_1$ et $\Omega_I=\Omega C_1$.

C) Pour $\alpha=10^\circ$:

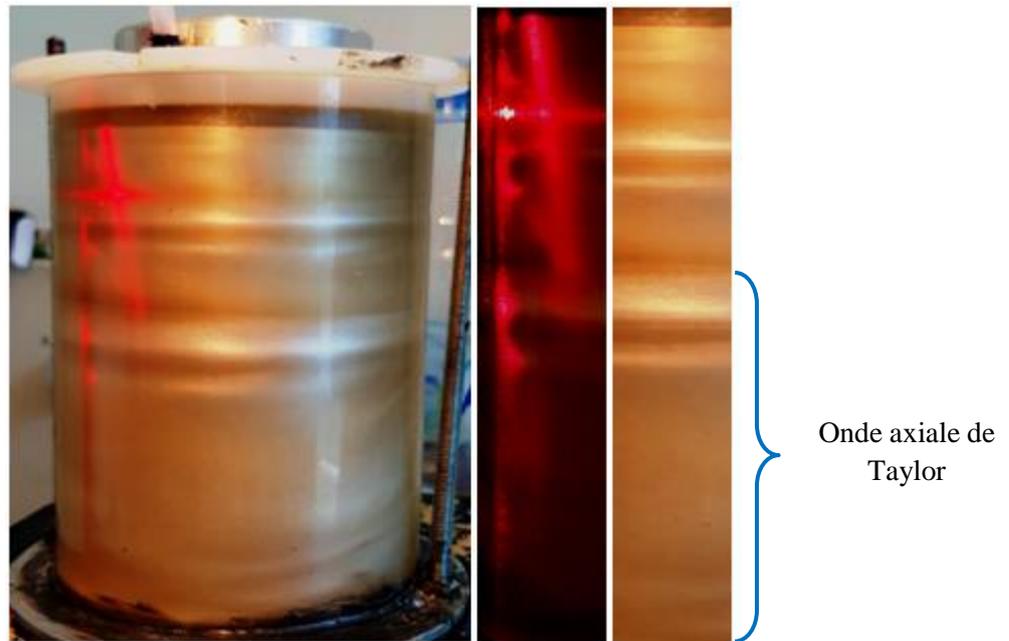


Fig. IV.8 : Visualisation de l'effet de l'angle de conicité pour $\alpha=10^\circ$ à $Ta=T_{c1}$ et $\Omega_l=\Omega_{c1}$.

D) Pour $\alpha=12^\circ$:



Fig. IV.9 : Visualisation de l'effet de l'angle de conicité pour $\alpha=12^\circ$ à $Ta=T_{c1}$ et $\Omega_l=\Omega_{c1}$.

3.4 : Nombre et taille des vortex :

Cône $\alpha=1^\circ$		Cône $\alpha=5^\circ$		Cône $\alpha=10^\circ$		Cône $\alpha=12^\circ$	
Numéro	Taille (mm)	Numéro	Taille (mm)	Numéro	Taille (mm)	Numéro	Taille (mm)
1	10	1	23	1	73	1	93
2	7.0	2	13	2	12	2	10
3	7.5	3	15	3	16	3	12
4	7	4	10	4	6.5	4	7
5	7.5	5	12	5	7.5		
6	6.5	6	8.5	6	5.5		
7	7	7	10.5				
8	6.5	8	7				
9	7	9	7.5				
10	6	10	4				
11	6.5	11	4.5				
12	6	12	5.5				
13	6						
14	5.5						
15	6						
16	5						
17	5.5						
18	7.5						

Tableau VI.3 : Les nombres et les tailles des tourbillons de chaque cône intérieur à l'état critique $Ta=44$ et $\Omega_I=\Omega_{c1}=10.08 \text{ tr/min}$.

IV.4 : Discussions :

Après avoir caractérisé les phénomènes hydrodynamiques liés à l'effet de l'angle de conicité α sur l'écoulement, il convient de faire la comparaison des résultats obtenus à ceux établis en système cylindrique (Taylor-Couette classique) ainsi qu'aux résultats trouvés dans la littérature :

1. D'abord on note que la valeur critique du nombre de Taylor Tc_1 pour l'apparition de la première instabilité hydrodynamique est grande par rapport à celle de G. I. Taylor [3], cela est dû au rapport des rayons η qui est plus grand (un espace annulaire large), ce qui explique l'influence du jeu radial sur l'écoulement.
2. Dans le cas d'un système à espace annulaire constant en position verticale, la formation des tourbillons se fait de bords extrêmes au milieu, contrairement lorsque l'espace annulaire est variable, la formation des tourbillons se fait du bas en haut pour des faibles angles de conicité et du milieu vers le bord supérieur pour des angles plus grands.
3. L'évolution des ondes axiales dans un système classique est différente à celle dans un système avec effet de conicité. Les premières cellules apparaissent à partir de $Ta=34$ pour le premier système.
4. Le nombre d'ondes axiales diminue en augmentant l'angle de conicité, ce qui engendre la variation des tailles des vortex pour chaque cas.
5. La forme géométrique des cellules dépend de la forme de l'espace annulaire, lorsque ce dernier est constant, les cellules prennent une forme quasiment carrée et lorsqu'il est variable, elles prennent la forme de l'espace qu'elles occupent voir même des formes géostrophique lorsque l'espace annulaire est plus large.
6. L'effet de l'angle de conicité du cylindre intérieur tournant a pour conséquence essentiellement d'accélérer relativement l'apparition des ondes axiales.

IV.4 : Conclusion :

L'exploitation des données expérimentales nous a permis de mettre en évidence le premier mode d'instabilité hydrodynamique présent dans l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux dont le cylindre intérieur est rotatif.

Cet écoulement est influencé par l'effet de l'angle de conicité qui va introduire un retard considérable sur l'apparition de la première instabilité (cellules de Taylor) et un changement sur le comportement du fluide, cet effet engendre une diminution des tourbillons dès que l'angle α augmente.

Par une légère modification dans le système d'écoulement de Taylor-Couette, on a mis en lumière l'effet d'un espace annulaire variable sur les caractéristiques spatio-temporelles de l'écoulement entre un cylindre et cône coaxiaux en rotation, où on a pu conclure que les instabilités hydrodynamiques dépendent de la géométrie, autrement dit, l'écoulement est sensiblement influencé par la conicité du cylindre intérieur.

Partie 3 : Étude théorique

Chapitre VI : Etude numérique

Chapitre VI : Etude numérique

VI.1 : Introduction :

On commence par la présentation des logiciels de simulation numérique Gambit et Fluent. La simulation numérique basée sur la méthode des volumes finis. Pour mettre au point la technique de simulation, on s'intéresse d'abord au système d'écoulement de Taylor-Couette entre deux cylindres coaxiaux dont le cylindre intérieur est en rotation et le cylindre extérieur est maintenu fixe, en suite, dans une seconde étape on s'intéresse a la situation d'un écoulement combiné entre cylindre et cône.

Les résultats de la simulation numérique seront représentés sous formes des graphs et des contours qui donnent l'évolution du champ des vitesses, les contraintes de cisaillement et les nombres et les tailles des tourbillons.

VI.2 : Méthodes de résolution numérique :

VI.2.1 : Positon du problème :

L'écoulement de Taylor-Couette est simuler en tenant compte l'effet de l'angle de conicité qui vari de 0 a 12°, les différentes géométries sont mailler pour que l'écoulement sera simuler avec un logiciel ou codes de CFD (Computational Fluide Dynamique) qui utilisent la méthode des volumes finis permet de construire un modèle de simulation numérique qui soit capable de traiter et de résoudre la dynamique générée dans un espace annulaire.

On dégage les valeurs de référence conforme aux données de la littérature, pour tout les cas. Il s'agit d'évaluer les valeurs critiques caractérisant les modes d'instabilités sur le plan hydrodynamique et le comportement du fluide influé par les paramètres géométriques et l'on étend l'investigation aux conditions d'apparition des vortex de Taylor que l'on étudie qualitativement et quantitativement, on lance les calculs jusqu'à l'obtention de la convergence de la solution sur la base des données expérimentales.

VI.2.2 : Présentation des logiciels :

2.2.1 : logiciel de dessin GAMBIT :

GAMBIT (Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit) c'est un préprocesseur intégré pour l'analyse en CFD. Il est utilisé pour définir et créer le modèle d'étude (surface ou volume) et de mailler suivant le bon vouloir de l'utilisateur. Son utilisation est simple, principalement il faut prendre les menus en haut à droite et effectuer les taches en partant du menu de gauche pour aller jusqu'à celui de droite [43]. Eventuellement, une géométrie dessinée dans un autre logiciel de CAO (Conception Assisté par Ordinateur) peut être

Chapitre VI : Etude numérique

importée dans ce processeur. GAMBIT a une interface facile à manipuler décomposée de plusieurs parties (figure VI.1).

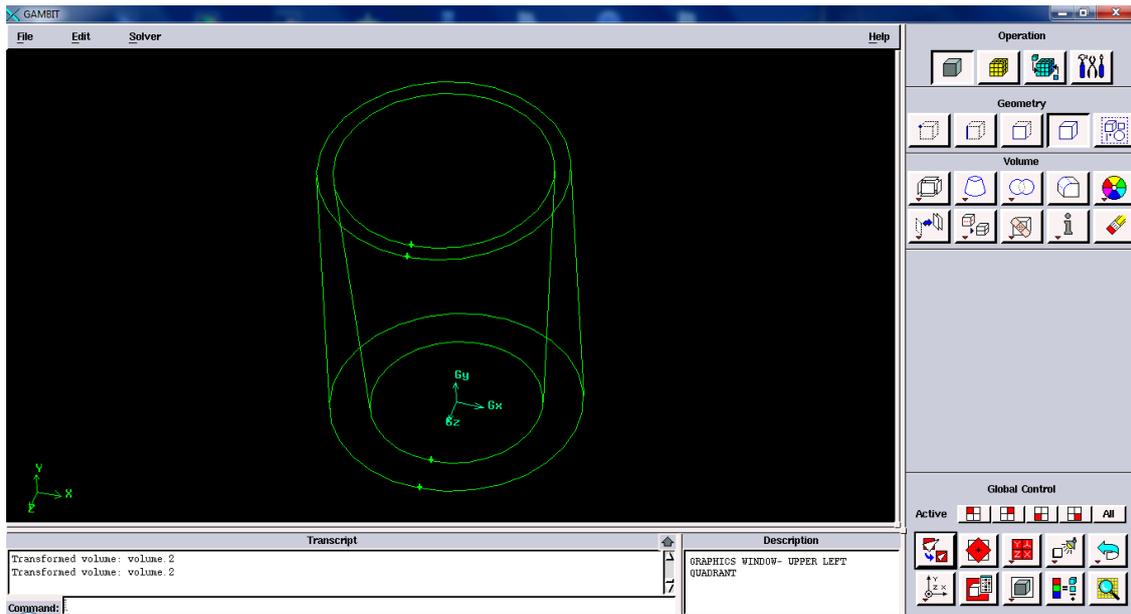


Fig. VI.1 : interface de GAMBIT.

A) Création des géométries :

Dans cette partie nous détaillons la géométrie et les variables géométriques utilisées dans notre simulation, on a créé sept géométries, en gardant la hauteur H et le rayon supérieur constants et en changeant le rayon inférieur qui est décrit par l'angle de conicité pour chaque géométrie (figure VI.2).

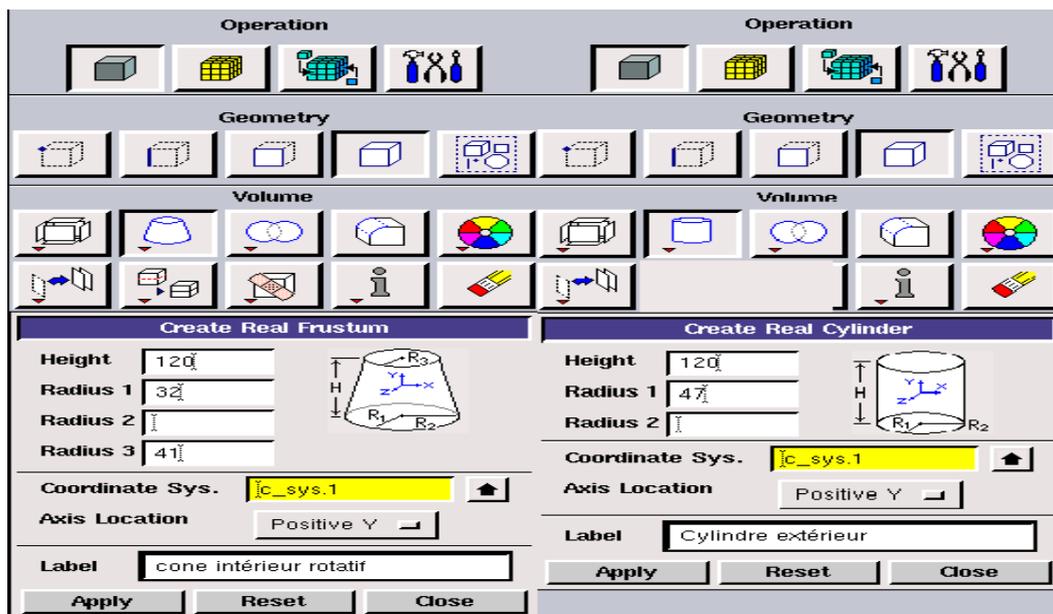


Fig. VI.2 : Les panneaux de création des volumes sous GAMBIT.

B) Le maillage :

Après avoir créé toutes les géométries, on procède à un maillage sur le même logiciel GAMBIT, Nos configurations sont de formes simple où l'écoulement suit pratiquement la forme naturelle de la géométrie cylindrique ou conique construites sur la base d'un maillage à cellules quadrilatères et Hexaédriques pour le cas 3D développé. Dans ce travail, la conception du maillage ne présente aucune difficulté particulière et se fait selon une distribution uniforme des éléments. Le choix s'est porté sur un maillage structuré (hexaédriques).

Le nombre de nœuds, de cellules et de faces de chaque géométrie sont 439920, 403200 et 1246080 respectivement.

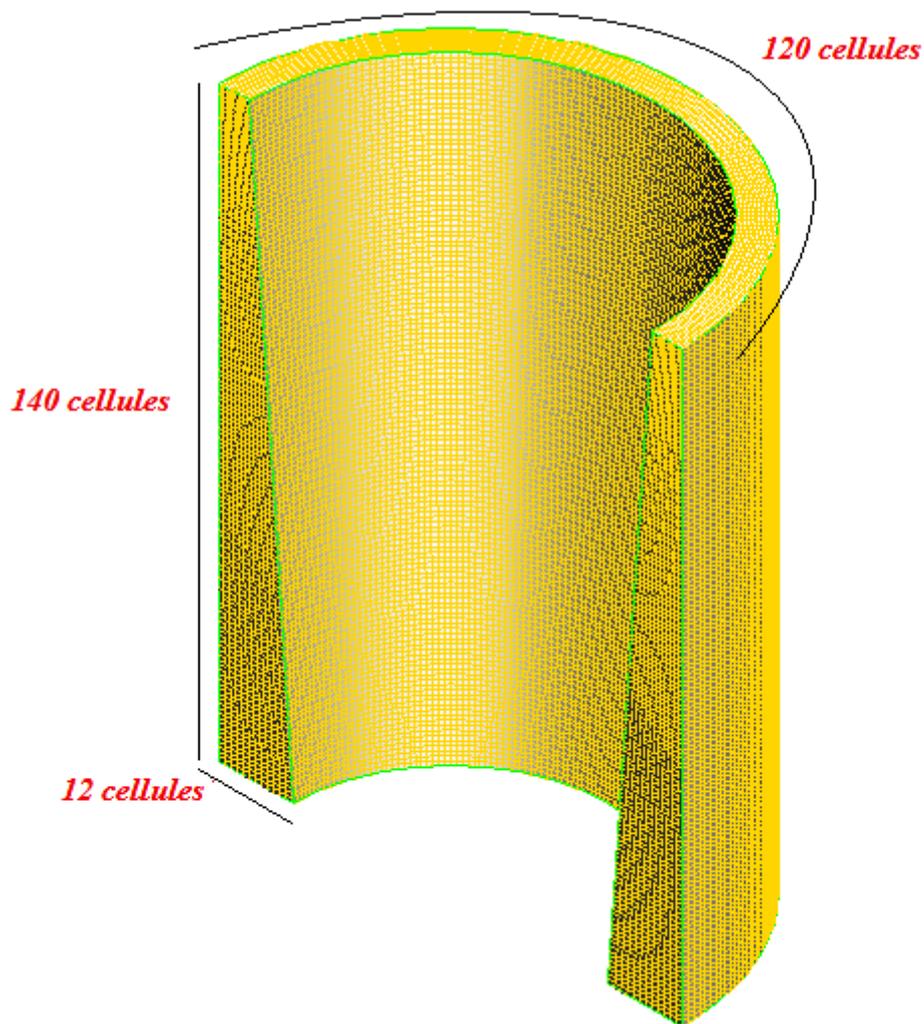


Fig. VI.3 : Le maillage de l'espace annulaire ou le domaine fluide.

Chapitre VI : Etude numérique

2.2.2 : Logiciel de simulation FLUENT :

Après la conception de la géométrie et la définition des conditions aux limites ainsi que le maillage réalisés par le logiciel Gambit, on procède à l'implémentation de notre géométrie sous le logiciel FLUENT qui permettent de réaliser des simulations 2D ou 3D en hydrodynamique par la résolution des équations qui gouvernent le mouvement du fluide.

A) Description du solveur de FLUENT :

FLUENT est un Code commercial de calcul CFD (Computational Fluid Dynamics) capable de simuler des problèmes des écoulements des fluide. Il est basé sur la méthode des volumes finis pour résoudre les équations associées à la description du mouvement des fluides et les transferts thermiques dans/ou autour des géométries complexes. Il sert à résoudre des problèmes d'écoulement avec des maillages structurés ou non structurés qui peuvent être produits pour des géométries complexes avec une facilité relative. Les types de mailles supportées sont des mailles, en 2D (triangulaires, quadrilatérales), ou en 3D (tétraédriques, hexaédriques, pyramidales) et les mailles mixtes (hybrides) [44].

Fluent emploie le langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offertes par ce langage (allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui permet une exécution simple ou parallèle en tant que plusieurs processus simultanés sur le même poste de travail ou sur des postes séparés pour une meilleure rapidité et efficacité. Fluent s'utilise à travers une interface graphique tel que l'utilisateur peut adapter ou augmenter selon les besoins, en écrivant des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

A titre indicatif, on peut énumérer les capacités de modélisation des problèmes suivants :

- Ecoulements 2D ou 3D ;
- Etats permanents ou transitoires ;
- Ecoulements incompressibles ou compressibles, non visqueux, laminaires ou turbulents, Newtonien ou non ;
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou radiatif ;
- Les écoulements avec changement de phases ;
- Ecoulements en milieu poreux.

Ce code de calcul emploi la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation. Les équations intégrales qui gouvernent l'écoulement, tels que l'équation de continuité, l'équation de conservation de quantité de mouvement, celle de l'énergie ainsi que d'autre scalaires, sont résolues par cette méthode statique. En utilisant cette technique basée sur un volume de contrôle, FLUENT passe par les étapes suivantes:

Chapitre VI : Etude numérique

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.
- Intégration des équations gouvernantes sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes (les inconnus), telles que les vitesses, pression, température...
- Linéarisation des équations discrétisées et résolution du système d'équations linéaires résultant. Pour pouvoir mettre à jour les valeurs des variables inconnues dépendantes.

B) Simulation par FLUENT :

Dans cette partie, on s'intéressera à la simulation de l'écoulement de Taylor-Couette en adoptant une approche directe qui consiste à résoudre les équations de Navier Stokes à toutes les échelles de la turbulence.

C) Manipulation sous FLUENT :

Au chargement du maillage sous FLUENT, Il s'agit, en premier lieu, de mettre la géométrie à l'échelle appropriée. Le logiciel permet aussi de réordonner les nœuds, les surfaces et les cellules en mémoire, de telle façon qu'ils aient la même disposition dans la grille et dans la mémoire. Ceci permet d'améliorer les performances du calcul et l'efficacité de l'accès à la mémoire.

La modélisation avec Fluent s'effectue en plusieurs étapes:

File → Read → Mesh

Cette opération nous permet de lire le fichier mesh ou la géométrie conçue auparavant sur GAMBIT.

File → Read → Case/Case and Data

Ces opérations permettant de lire les grilles importées à partir de GAMBIT et les datas sauvegardés.

Mesh → Check

Cette opération permet de reconnaître les maximums et les minimums des domaines de la simulation ainsi que la vérification du non présence d'un volume négative.

Mesh → Info → Size

Cette étape nous renseigne sur notre domaine à simuler comme le nombre de maille, du nœud et de face.

Define → General → Scale

Elle nous permet de changer l'unité des dimensions du système, dans notre étude on utilise le millimètre (mm).

Chapitre VI : Etude numérique

Define → Models → Viscous

Cette case nous permet de bien préciser notre régime d'écoulement, chaque modèle à une méthode précise avec laquelle le logiciel dérive les équations de transport et les équations dominantes, et la dérivation des équations du modèle repose sur des considérations phénoménologiques et l'empirisme.

Define → Materials

Cette case nous permet de choisir un solide de simulation ou un fluide (liquide ou gaz) et ces propriétés physico-chimiques, pour notre simulation on a opté pour l'utilisation du l'eau (water liquide) ayant une masse volumique de $\rho = 998.2 \text{ (Kg/m}^3\text{)}$, et une viscosité cinématique $\nu = 1.003 \cdot 10^{-3} \text{ (Kg/m.s)}$.

Define → Cell Zone Condition

Elle nous permet de définir les conditions de la simulation voir la zone de simulation autour de l'axe de rotation Y.

Define → Boundaries Conditions

Cette commande permet de poser les conditions aux limites. Le cylindre/cône intérieur sera défini tournant avec une vitesse de rotation autour de l'axe Y, en changeant la vitesse de rotation progressivement pour des nombres de Taylor appropriés.

Solve → Solution Methods

- Cette opération nous permet de choisir la formulation du solveur, en choisissant la méthode du couplage pression-vitesse **PISO** (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) qui est basée sur le degré le plus élevé de la relation approximative entre les corrections de pression et de vitesse. Cet algorithme répète les calculs jusqu'à ce que le résidu (erreur) soit minimal. Pour améliorer l'efficacité de ce calcul, l'algorithme PISO effectue deux corrections supplémentaires telles que la correction d'asymétrie (Skewness correction) et la correction de moment (Neighbor correction). Cette formulation répond à nos exigences pour effectuer la simulation de l'écoulement pour les différents nombres de Taylor.
- Cette opération nous permet aussi de choisir les schémas de discrétisation, on a choisit la méthode **Green-Gauss Node Based** pour la discrétisation spatiale du gradient des vitesses, cette méthode répond aux exigences de notre simulation en terme de précision. Le choix du schéma d'interpolation de la pression s'est fait aussi, on choisissant le schéma **Second Ordre** qui peut être utilisé pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulement incompressible, comme on a choisit aussi le schéma **Second Ordre Upwind** qui est employé pour traiter des écoulements non alignés au maillage, comme le cas ou notre fluide est cisailé entre un cylindre et un cône.

Chapitre VI : Etude numérique

Solve → Solution Controls

Cette opération permet de choisir les facteurs de sous-relaxation (ralentissement et accélération) pour résoudre les problèmes non linéaires et afin de contrôler et réduire le changement produit durant chaque itération d'une variable de l'écoulement, le logiciel FLUENT permet d'agir sur les facteurs de sous relaxations assignées à un nombre de variables. On utilise des paramètres de sous relaxation présentée dans le Tableau VI.1. Ces paramètres permettent d'accélérer la convergence du calcul.

Variables	Facteurs de relaxation
Pression	0.7
Densité	1
Force de volume	1
Quantité de mouvement	0.7

Tableau VI.1 : paramètres de relaxation.

Solve → Monitors → Residuals

On doit préciser le résiduel afin d'obtenir des résultats précis. Notre calcul est fait pour une précision de 10^{-5} .

Solve → Solution Initialization

L'initialisation des calculs doit être prise en compte après chaque changement de données et de conditions pour pouvoir augmenter la vitesse de rotation du corps tournant sans répéter les étapes précédentes.

Solve → Run Calculation → Number of Iterations

Ici on précise le nombre des itérations après avoir introduit toutes les données du problème physique, allant jusqu'à 10^4 itération pour de bons résultats.

Display → Graphics and Animations → Contours

Le panneau de contours permet d'afficher et de contrôler les résultats des simulations en chaque instant souhaité.

Pour résoudre des problèmes en mécanique des fluides, thermiques ou dynamiques, par les logiciels FLUENT et GAMBIT, on doit d'abord suivre les étapes qui sont indiqués dans la figure (VI.4).

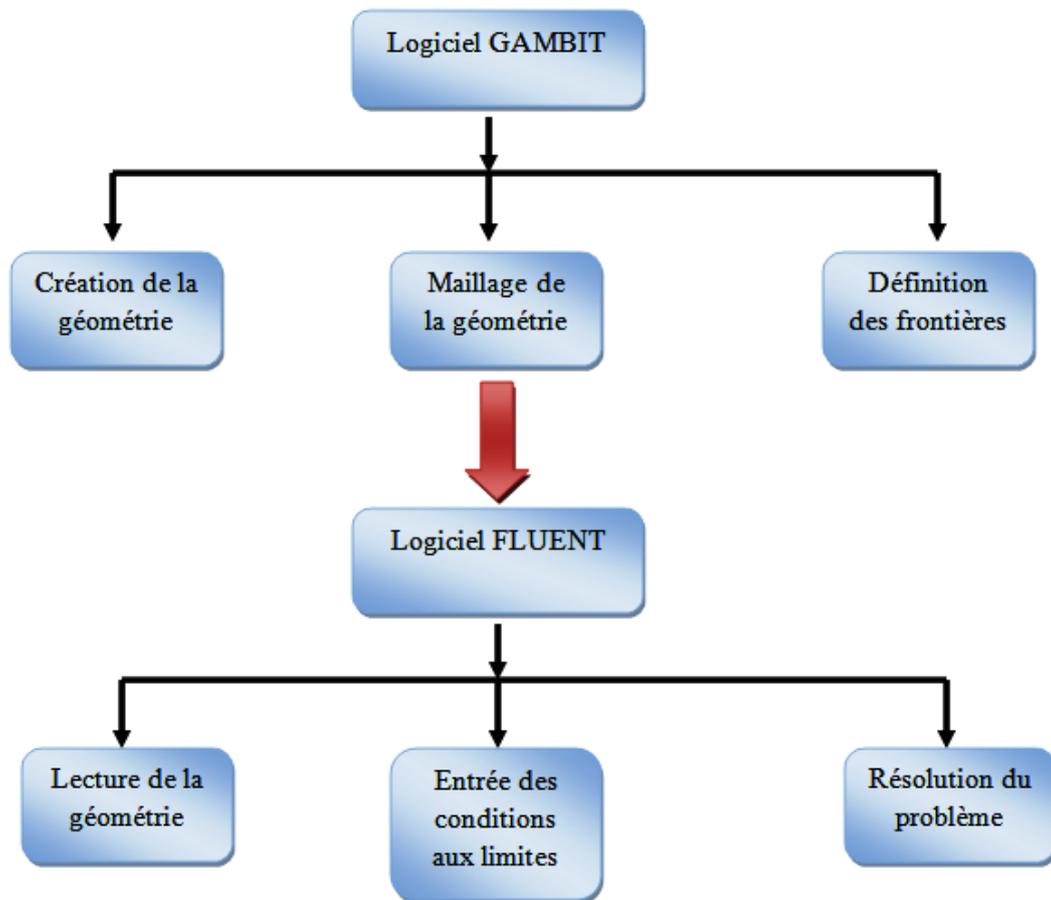


Fig. VI.4 : Schéma synoptique des étapes à utilisées pour la simulation à l'aide des logiciels Fluent et Gambit.

VI.3 : Résultats de la simulation numérique :

On tente de réaliser une approche des lois du mouvement à partir d'une simulation numérique appropriée. On présente les résultats obtenus par la simulation en se basant sur des données liées aux conditions expérimentales définies au chapitre III. Dans une première étape on valide notre démarche à partir de l'étude de l'écoulement dans un cas nominal (l'angle de conicité est nul), on se limitant sur la première instabilité où $Tc_1 = 44 \pm 0.5$. Ensuite, on cherche à mettre en évidence l'effet de l'angle de conicité sur les mécanismes de l'instabilité hydrodynamique.

L'ensemble des résultats se basent sur l'analyse des propriétés du mouvement à travers le tracé des lignes de courant, les contours des vitesses et les contraintes de cisaillement, etc....

De façon systématique toutes les prédictions numériques sont comparé aux résultats expérimentaux et avec d'autres travaux qui sont trouvés dans la littérature.

3.1 : Système d'écoulement sans effet de l'angle de conicité (cas nominal) :

Nos calculs numériques commencent par le système d'écoulement de base (écoulement entre deux cylindres coaxiaux) et par des valeurs de la vitesse de rotation Ω_1 du cylindre intérieur ($\alpha = 0^\circ$) très faible qui correspondent au régime laminaire stable. Ce régime d'écoulement est caractérisé par l'absence de toute perturbation au sein de la colonne fluide (loin des bords). Cependant on remarque l'existence d'un mouvement perturbé (tourbillon) au niveau des bords inférieur et supérieur du système d'écoulement. Ce tourbillon confirme clairement son existence à $Ta = 34$ et est appelé vortex ou tourbillon d'Eckman. Ensuite, on augmente graduellement la vitesse de rotation du cylindre intérieur et on suit le processus de formation des vortex de Taylor qui se propagent des bords extrêmes vers le milieu du dispositif jusqu'à l'apparition complète des cellules dans la totalité du cylindre (figure VI.5) à une vitesse de rotation critique $\Omega_c = 4.48 \text{ tr/mn}$ correspondant a la valeur critique du nombre de Taylor $Tc_1 = 44 \pm 0.5$. Cette valeur est assez proche de la valeur obtenue expérimentalement $Tc_1 = 43 \pm 0.5$.

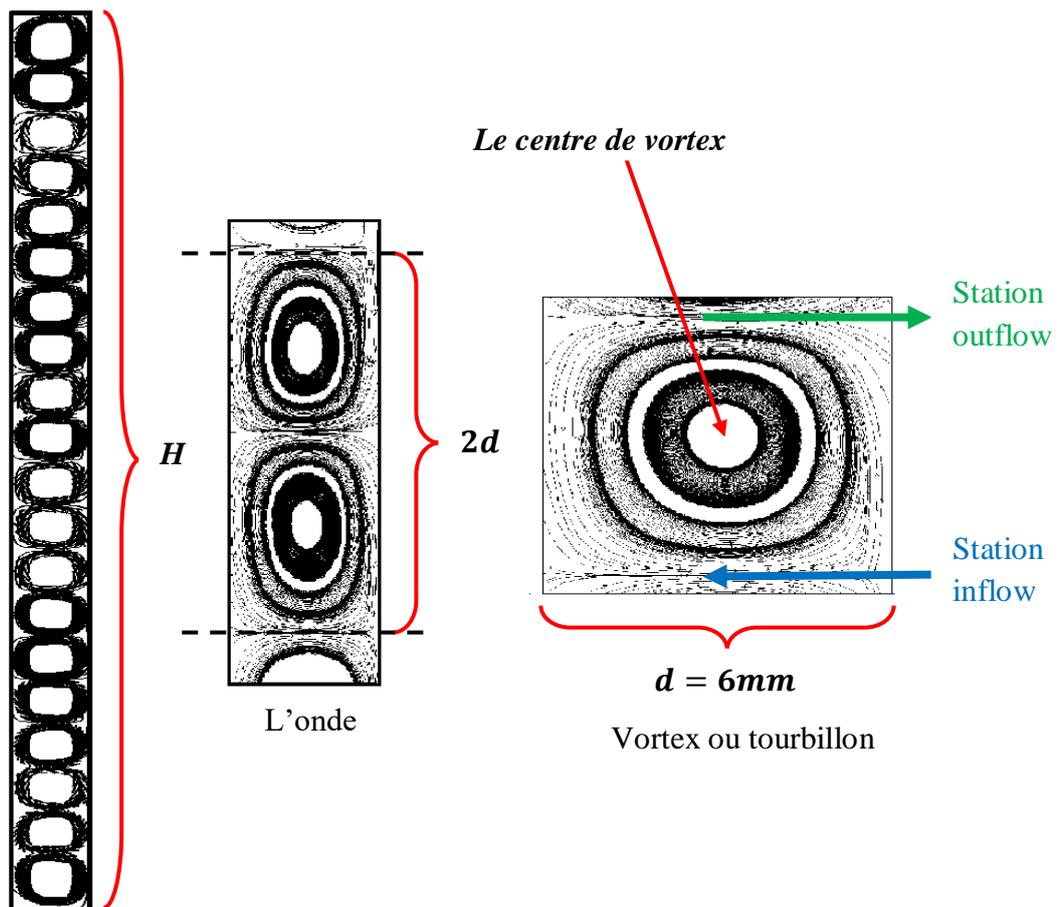


Fig. VI.5 : Les vortex apparus le long de l'espace annulaire, 20 tourbillons de taille 6x6 mm.

Chapitre VI : Etude numérique

A) Les longueurs des tourbillons :

Dans l'écoulement de base entre deux cylindres coaxiaux là où l'espace annulaire est constant sur le long de la hauteur H , on a constaté une apparition de dix ondes, telle que chaque onde est constitué de deux tourbillons de tailles (18 tourbillons de tailles presque identiques + 2 tourbillons d'Eckman plus long aux bords) comme il est détailler dans le tableau suivant :

Le nombre des tourbillons	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
La taille (mm)	7.6	5.7	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8	5.9	6.0
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	6.0	6.0	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8	5.7	5.7	7.5

Tableau VI.2 : Le nombre et la taille des tourbillons pour l'écoulement de base.

B) La vitesse radiale, axiale et tangentielle :

Le tracé d'une ligne droite le long du gap nous a permet d'extraire les valeurs des vitesses sur les différents directions, on procède alors aux tracés des profils des vitesses pour les trois composantes: radiale u , tangentielle v et axiale w le long de la ligne droite traversant l'espace annulaire au milieu allant de bord inférieur au bord supérieur. (Figure VI.6).

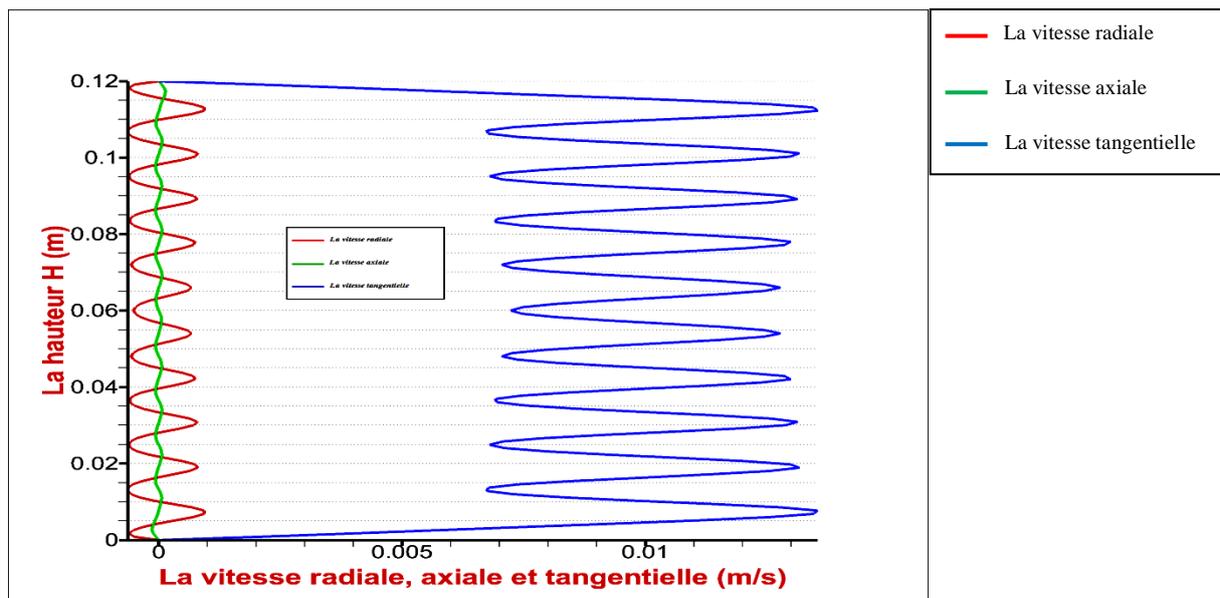


Fig. VI.6 : les profils des vitesses le long de l'espace annulaire, $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ *tr/mn*.

C) Les contours des vitesses :

Le tracé d'une surface plane au niveau du gap nous a permis de visualiser les contours des vitesses qui gouvernent l'écoulement (Figure VI.7).

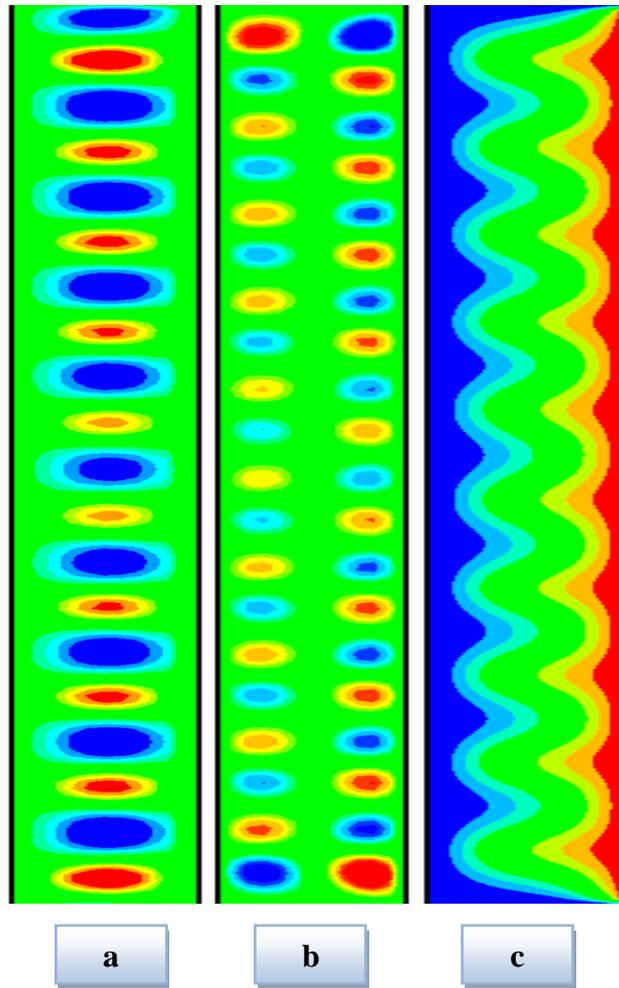


Fig. VI.7 : les contours des vitesses, a) vitesse radiale, b) vitesse axiale et c) la vitesse tangentielle, $Ta=44$ et $\Omega_1=4.48$ *tr/mn*.

D) La contrainte de cisaillement :

Le suivi de l'évolution de l'écoulement et le changement des régimes d'écoulement peut être fait aussi par la visualisation et le développement de la contrainte de cisaillement τ sur la paroi du cylindre extérieur fixe selon la direction verticale (oz), en tenant compte de notre étude expérimentale considérée comme référence, nos résultats numériques sont validés et l'évolution de la contrainte de cisaillement est représentée sur le contour de la paroi extérieure et sur le graph (Figure VI.8).

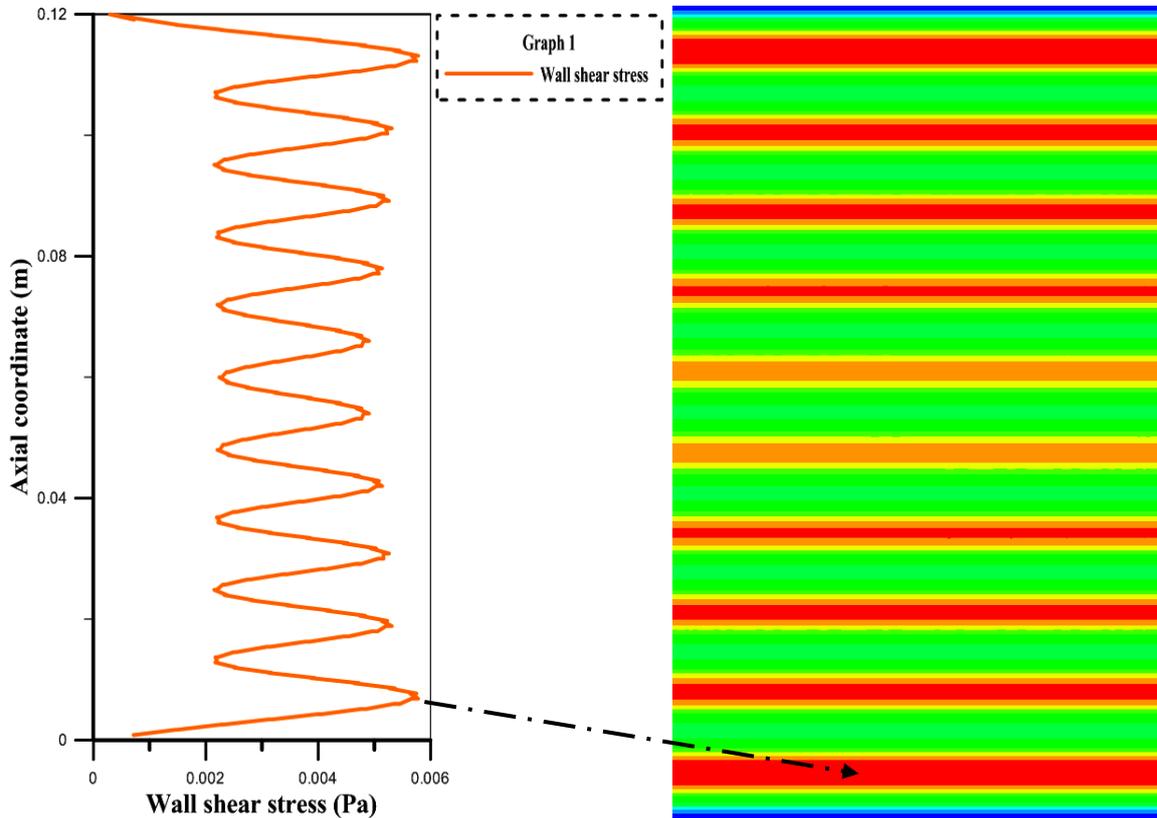


Fig. VI.8 : la contrainte de cisaillement τ sur la paroi du cylindre extérieur, $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn.

3.2 : Système d'écoulement avec effet de l'angle de conicité du cylindre intérieur tournant :

Dans une deuxième étape, on a procédé à une simulation numérique d'un système d'écoulement avec l'effet de l'angle de conicité du cylindre intérieur tournant (de $\alpha = 0^\circ$ jusqu'à $\alpha = 12^\circ$), en se référant à l'écoulement de base pour comparer les résultats et voir de près l'effet de la conicité sur l'apparition des tourbillons et sur l'évolution des vitesses et de la contrainte de cisaillement.

A) Nombres et tailles des tourbillons :

On a remarqué qu'à chaque fois on augmente l'angle de conicité (de 0, 1, 3, 5, 7, 10 jusqu'à 12°), le nombre des tourbillons diminue et leurs formes changent, telle que la taille et la largeur, cette dernière prend la forme de l'espace annulaire qui délimite le fluide en mouvement, comme il y a eu une naissance des tourbillons géostrophiques pour des angles plus grands.

Chapitre VI : Etude numérique

Le numéro et la taille de chaque tourbillons est préciser dans le tableau suivant :

Cône $\alpha=1^\circ$		Cône $\alpha=3^\circ$		Cône $\alpha=5^\circ$		Cône $\alpha=7^\circ$		Cône $\alpha=10^\circ$		Cône $\alpha=12^\circ$	
Numéro	Taille (mm)	Numéro	Taille (mm)	Numéro	Taille (mm)						
1	9.91	1	15.86	1	24.03	1	40.69	1	73.20	1	93.44
2	7.33	2	10.55	2	12.59	2	14.97	2	12.41	2	9.37
3	7.48	3	11.28	3	14.97	3	20.11	3	15.91	3	11.21
4	7.02	4	9.24	4	10.15	4	10.84	4	6.39	4	5.98
5	7.17	5	9.93	5	11.97	5	12.65	5	7.08		
6	6.7	6	8.02	6	8.39	6	6.74	6	5.01		
7	6.88	7	8.8	7	9.77	7	7.64				
8	6.5	8	7.26	8	6.89	8	6.2				
9	6.69	9	7.96	9	8.34						
10	6.26	10	6.52	10	3.57						
11	6.52	11	6.95	11	4.12						
12	6.03	12	5.39	12	5.21						
13	6.23	13	5.76								
14	5.7	14	6.48								
15	5.87										
16	5.23										
17	5.42										
18	7.06										

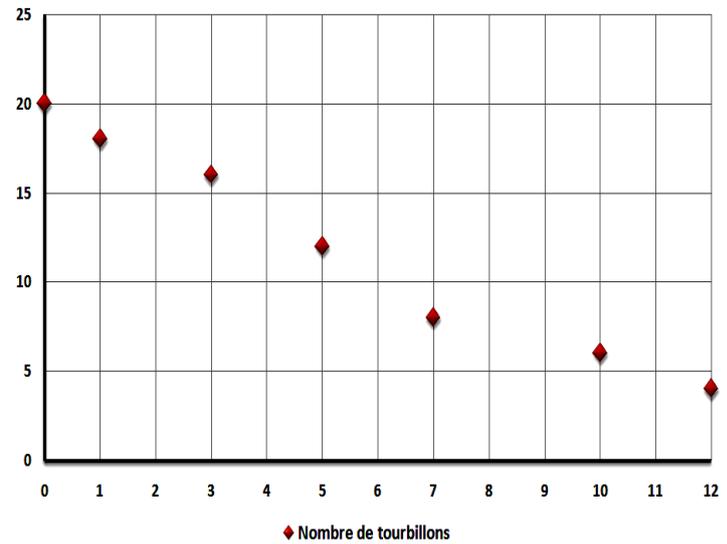


Fig. VI.9 : diminution des tourbillons en fonction de l'angle de conicité

Tableau VI.3 : Les nombres et les tailles des tourbillons de chaque cône intérieur à l'état critique $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ *tr/mn*.

Le tracé d'une surface plane au niveau du gap nous a permis de visualiser le contour des lignes de courant et d'équipotentiels qui traduit aussi la forme et la taille d'un tourbillon (Figure VI.10).

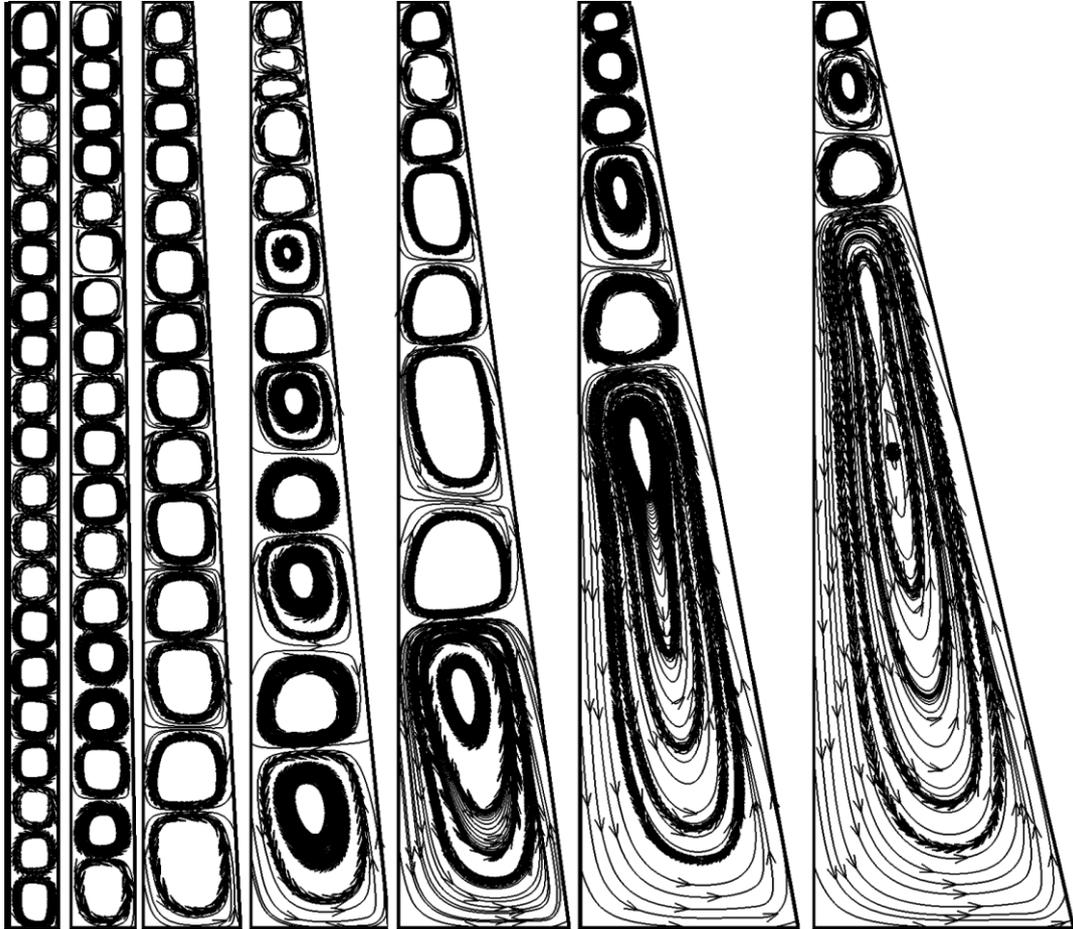


Fig. VI.10 : Contours de lignes de courant pour les différentes géométries à l'état critique

$Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn.

B) Les vitesses radiales, axiales et tangentielles :

L'augmentation de l'angle de conicité (effet de la géométrie) influe sur l'écoulement, on procède alors aux tracés des profils des vitesses pour les trois composantes: radiale u , tangentielle v et axiale w le long des lignes droites traversant l'espace annulaire au niveau du centre de la cellule, au niveau de la station inflow (écoulement rentrant) et au niveau de outflow (écoulement sortant), les résultats sont représentés pour chaque angle sur un graph et contour appropriés (Figure VI.11).

Chapitre VI : Etude numérique

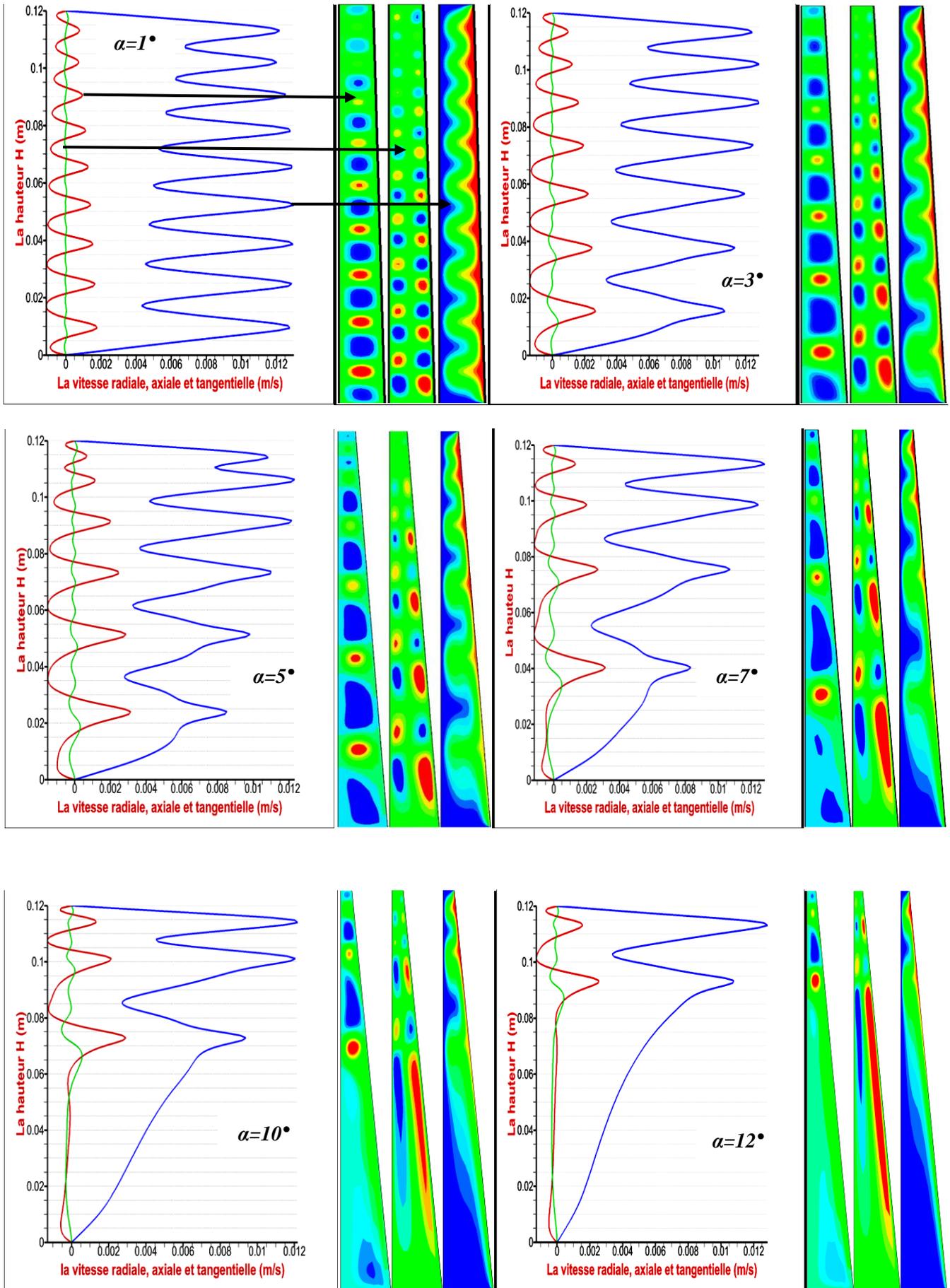


Fig. VI.11 : Evolution des champs de vitesse pour différents α à $Ta=44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn.

C) Les contraintes de cisaillement :

Le suivi de l'évolution de l'écoulement peut être fait aussi par la visualisation et le développement de la contrainte de cisaillement τ sur la paroi du cylindre extérieur fixe selon la direction verticale (r,z), en tenant compte de l'écoulement de base (entre deux cylindre coaxiaux) comme référence pour bien constaté l'effet de l'angle de conicité sur le développement des contraintes de cisaillement.

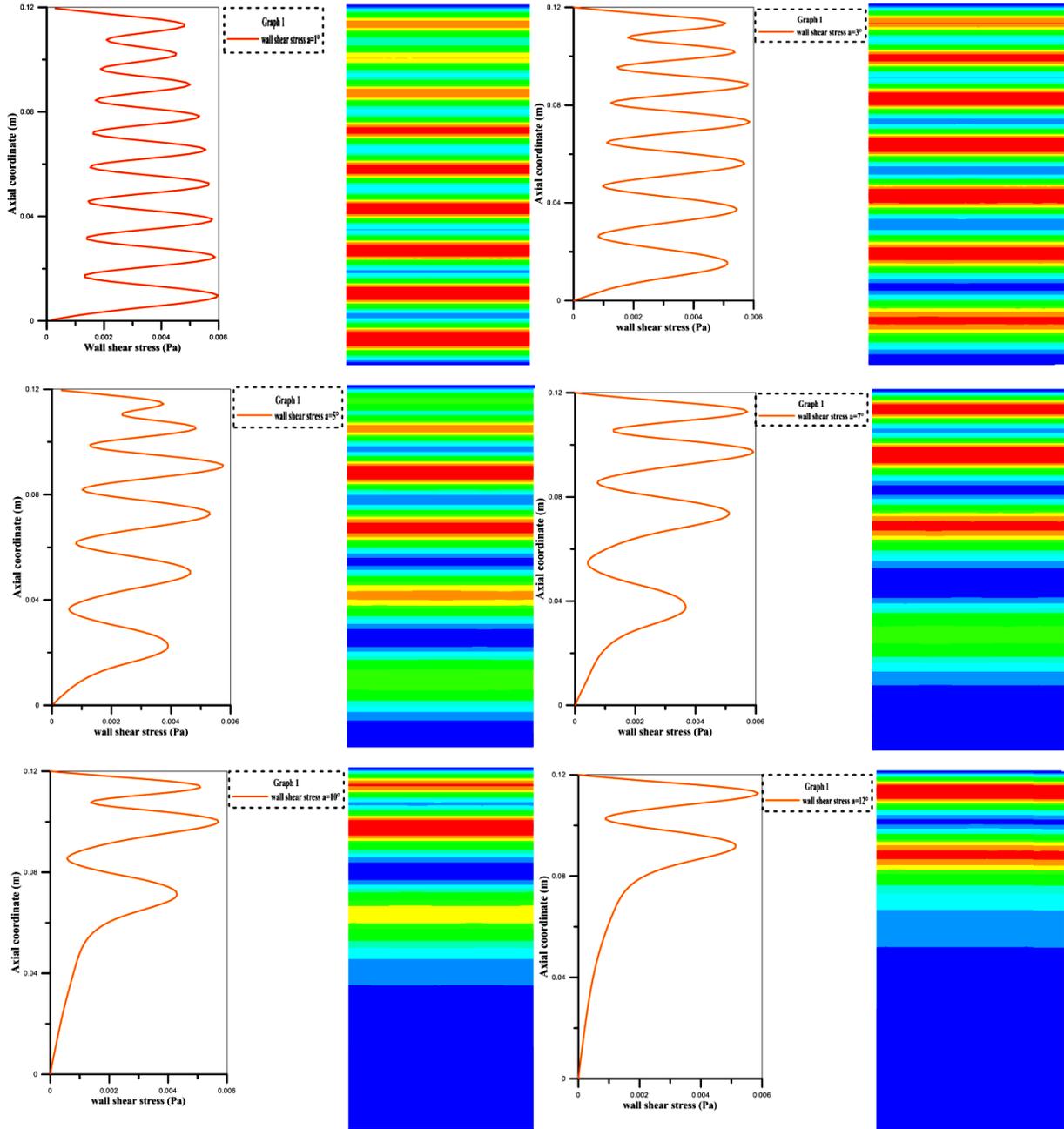


Fig. VI.12 : L'évolution de la contrainte de cisaillement sur la paroi du cylindre extérieur à $Ta=44$ et $\Omega_1=4.48 \text{ tr/mn}$.

3.3 : L'influence de l'angle de conicité α sur le champ des vitesses :

Le champ de vitesse est caractérisé par trois composantes, à savoir, la composante radiale u , la composante tangentielle v et la composante axiale w . Ces composantes sont représentées sous forme des courbes d'évolution le long d'une ligne traversant le milieu de l'espace annulaire pour différents α (0, 7 et 12°).

- Evolution de la vitesse radiale :

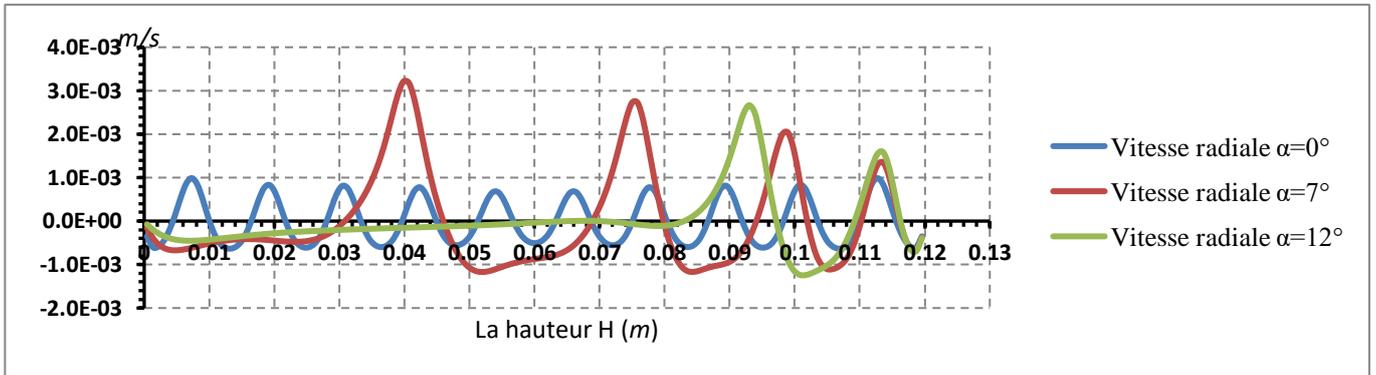


Fig. VI.13 : Evolution de la vitesse radiale pour différents α à $Ta=Tc_1= 44$ et $\Omega_1=4.48$ tr/mn.

- Evolution de la vitesse axiale :

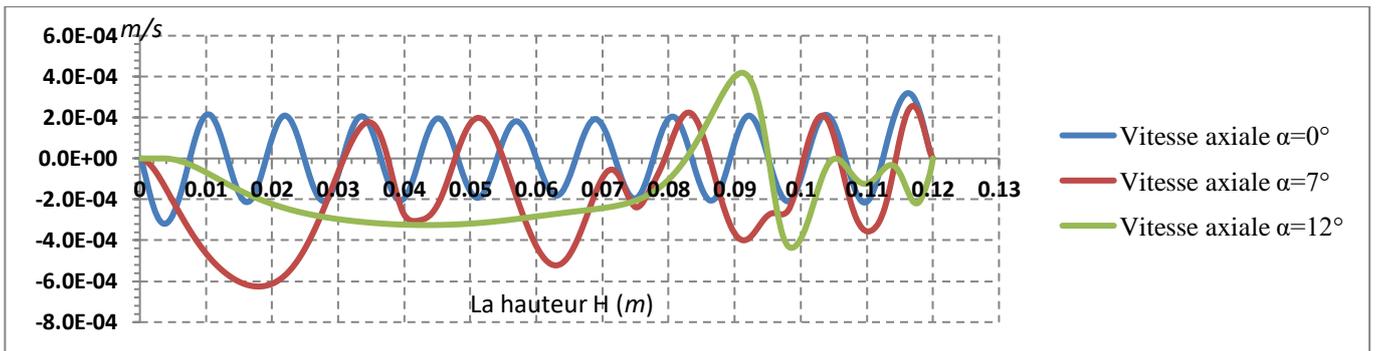


Fig. VI.14 : Evolution de la vitesse axiale pour différents α à $Ta=Tc_1= 44$ et $\Omega_1=4.48$ tr/mn.

- Evolution de la vitesse tangentielle :

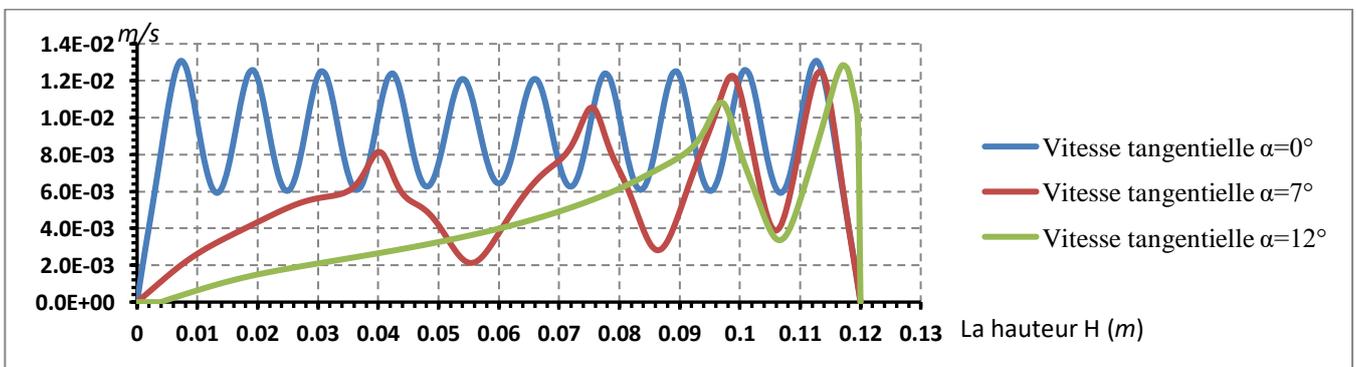


Fig. VI.15 : Evolution de la vitesse tangentielle pour différents α à $Ta=Tc_1= 44$ et $\Omega_1=4.48$ tr/mn.

Chapitre VI : Etude numérique

L'évolution des composantes axiale, radiale et tangentielle du champ de vitesse suivant des droites parallèles à l'axe (z) qui passent par le milieu du gap dans les plans méridiens (r, z) pour différents angles de conicités et à $Ta = T_{c1} = 44$, expliquent l'existence d'un facteur influant sur le comportement hydrodynamique, la forme périodique des courbes montrent l'existence d'un écoulement descendant et ascendant et la persistance des ondes de Taylor. L'intensité de ces vitesses en valeur absolue est maximale au niveau de l'interface où les courbes sont curvilignes, ce qui explique l'absence de mouvement tourbillonnaire pour le cas où l'angle de conicité est plus grand (cas de $\alpha=12^\circ$). De ces graphes on peut également dénombrer le nombre de vortex formés dans chaque plan méridien. On compte dix ondes ou (20 vortex) dans les plans (r, z) pour l'écoulement de base ($\alpha=0^\circ$), quatre ondes (8 vortex) pour $\alpha=7^\circ$ et deux ondes (4 vortex) pour $\alpha=12^\circ$.

3.4 : L'influence de l'angle de conicité α sur la contrainte de cisaillement τ :

Afin d'étudier l'influence de l'angle de conicité sur l'écoulement, on a tracé les courbes d'évolutions des contraintes de cisaillement le long d'une ligne droite traversant l'espace annulaire au milieu pour différents α (Figure VI.16).

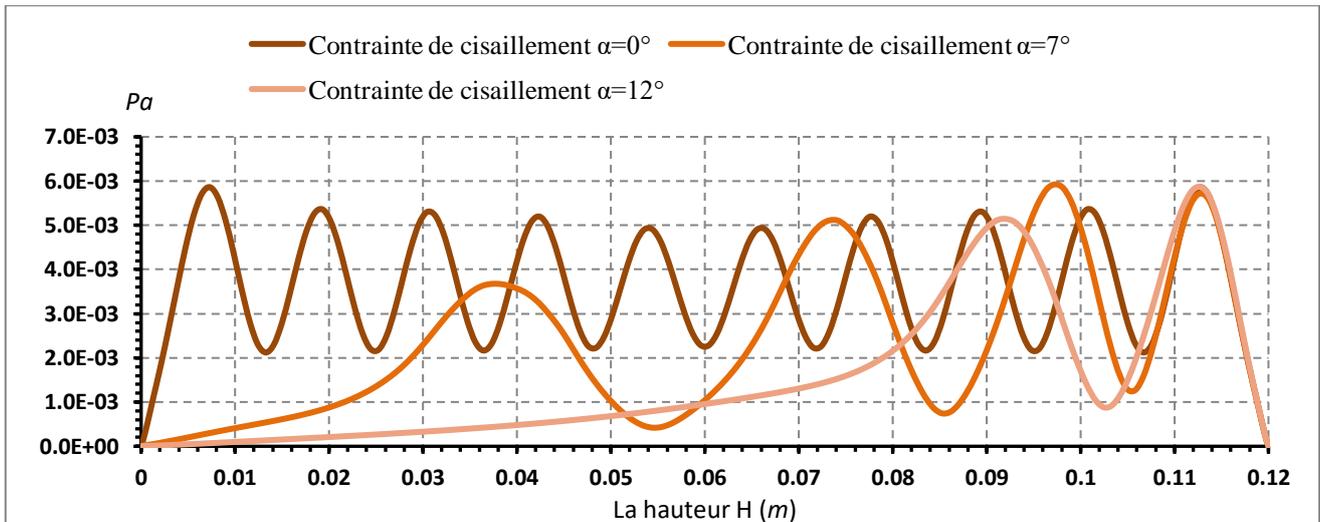


Fig. VI.16 : Evolution de la contrainte de cisaillement pour différents α à $Ta=T_{c1}= 44$ et $\Omega_I=4.48$ tr/mn.

Les courbes représentées sur la figure VI.16, expliquent le régime d'écoulement. Pour des espaces annulaires plus grands, l'écoulement est laminaire contrairement aux petits espaces annulaires où l'écoulement est turbulent. La courbe (contrainte de cisaillement $\alpha=12^\circ$) montre l'existence de deux régimes d'écoulement, de 0 jusqu'à 93 mm un écoulement laminaire et au-delà l'écoulement est turbulent.

3.3 : Comparaison des résultats de la simulation avec ceux de l'expérience :

On se basant sur le contour et la courbe d'évolution de la contrainte de cisaillement pour comparer les résultats numérique à ceux de l'expérimental, les nombres d'ondes ou de vortex sont pratiquement les mêmes pour les deux résultats, ce qui traduit la validité de la comparaison (Figure VI.17).

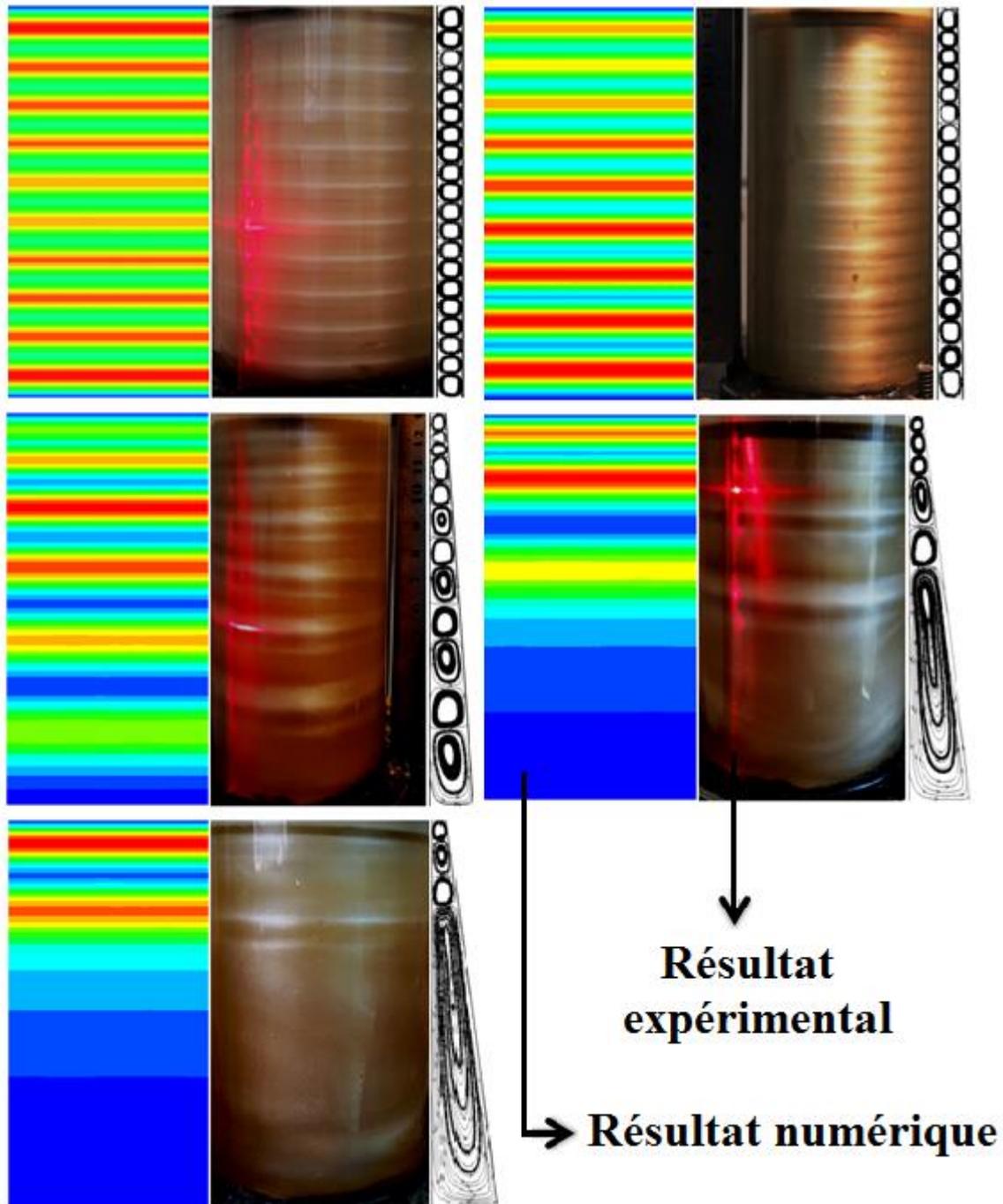


Fig. VI.17 : Comparaison des résultats de la simulation avec ceux de l'expérience pour différent angles de conicités $\alpha = 0^\circ, 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ et 12° respectivement à l'état critique

$$Ta = Tc_1 = 44 \text{ et } \Omega_1 = 4.48 \text{ tr/mn.}$$

VI.4 : Conclusion :

On a pu créer les différentes géométries et choisir le bon maillage des volumes sur GAMBIT, comme on a pu adapter le logiciel FLUENT à nos conditions de travail qui sont proches de la réalité expérimentale. L'utilisation du logiciel Fluent pour simuler numériquement l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux par la méthode des volumes finis apparaît très efficace. Aussi, l'application des modèles et les méthodes choisis auparavant répondent à nos exigences puisque elles donnent des résultats très proches des mesures expérimentales qui sont inférieure à 0.7%.

Après la simulation numérique, le tracé des contours et des graphes d'évolution du champ des vitesses et de la contrainte de cisaillement ainsi que le tracé de la fonction du courant, nous ont permis d'analyser l'écoulement de Taylor-Couette. De cette analyse on a pu déterminer le seuil critique correspondant à l'apparition de la première instabilité Tc_1 et mettre en évidence les différentes caractéristiques liées à cet écoulement, tels que le nombre, la forme des cellules et leurs tailles que ce soit pour l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux ou entre cylindre et cône. En définitive, l'étude numérique nous a permis de bien comprendre le mécanisme d'apparition ou de formation de la structure cellulaire et même sa destruction lorsque l'écoulement est soumis à un effet géométrique (angle de conicité du cylindre intérieur tournant).

Chapitre V : Formulation de la problématique

Chapitre V : Formulation de la problématique

V.1 : Introduction :

La présente formulation analytique de la problématique porte sur une tentative théorique qui s'intéresse à l'étude de l'écoulement de Taylor-couette entre deux cylindres coaxiaux ainsi ces instabilités hydrodynamiques.

On se propose de formuler les équations générales qui régissent le mouvement (équations de Navier-Stokes et équations de continuité) dans un système de coordonnées appropriées. Par la suite, on a établi les équations régissant la stabilité de l'écoulement dans le cadre d'une théorie linéaire et dans le cadre d'une approximation du petit espace annulaire constant ou variable.

V.2 : Choix de système de coordonnées :

Afin de mettre une approche analytique d'un écoulement entre deux cylindres coaxiaux, on choisi un système de coordonnées cylindrique composé par les trois axes (r, θ, z) , dont r est la direction radiale, θ est la direction azimutale et z est la direction axiale de l'écoulement.

La description du champ de vitesse V_r de composantes (u, w, w) et de pression P s'effectuent en fonction de l'espace et du temps t , sont représentées dans un système de coordonnées cylindriques au point $M(r, \theta, z)$ (figure V.1) de façon que V_r et le champ de pression P vérifient les équations de mouvement.

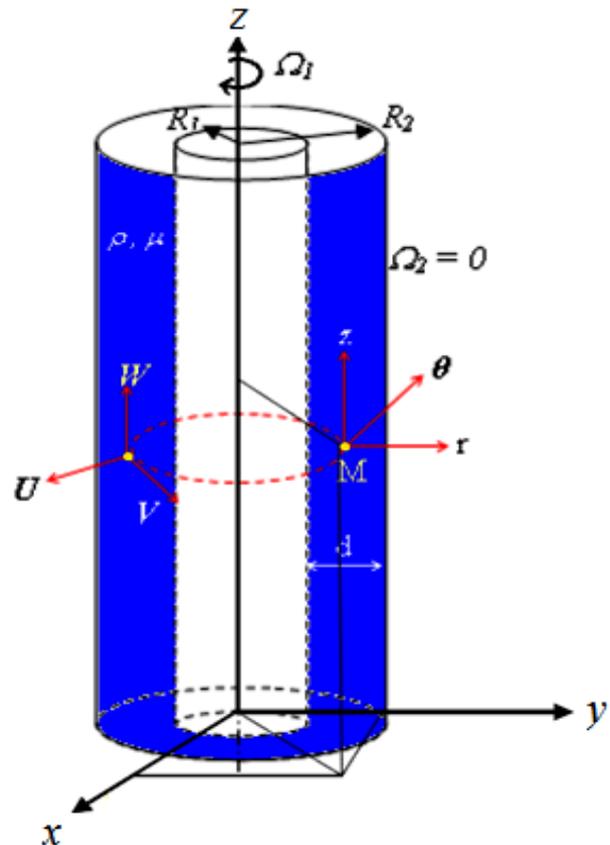


Fig. V.1 : système de coordonnées cylindrique.

Chapitre V : Formulation de la problématique

V.3 : Hypothèses simplificatrices :

Pour l'écoulement d'un fluide à propriétés physiques supposées constantes (μ et ρ), les hypothèses qui simplifient notre étude sont :

- ✓ L'écoulement est tridimensionnel dans le plan (r, θ, z) .
- ✓ Fluide visqueux et newtonien.
- ✓ L'écoulement est permanent $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.
- ✓ Le mouvement est axisymétrique $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$.

V.4 : Mise en équations :

4.1 : Equation de continuité :

Pour un écoulement incompressible, l'équation de continuité en coordonnées cylindriques se présente sous la forme suivante.

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{V.1})$$

4.2 : Equation de Navier-Stokes :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + (\text{grad}.V)u - \frac{v^2}{r} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \nu \left(\nabla^2 u - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u}{r^2} \right) + f_r \\ \frac{\partial v}{\partial t} + (\text{grad}.V)v + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \nu \left(\nabla^2 v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} \right) + f_\theta \\ \frac{\partial w}{\partial t} + (\text{grad}.V)w = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \nu (\nabla^2 w) + f_z \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

$$\text{Avec : } \text{grad}.V = u \frac{\partial}{\partial r} + v \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (\text{V.3})$$

$$\text{Et : } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{V.4})$$

En appliquant les conditions aux limites liées à l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux, considérons que le cylindre intérieur tourne à une vitesse $\Omega_1 > 0$ et le cylindre extérieur étant fixe $\Omega_2 = 0$, les bornes des extrémités supérieure et inférieure sont fixes, tel que :

$$\text{À } r = R_1 \quad v = R_1 \Omega_1 \quad \text{et} \quad u = w = 0 \quad \text{si } r = R_1$$

Chapitre V : Formulation de la problématique

$$\text{Et à } r = R_2 \quad v = 0 \quad \text{et} \quad u = w = 0 \quad \text{si} \quad r = R_2 \quad (\text{V.5})$$

Les équations de Navier-Stokes donnent selon les trois projections :

$$\begin{cases} -\rho \frac{v^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r} \\ 0 = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ 0 = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g \end{cases} \quad (\text{V.6})$$

L'intérêt de cette présentation du système d'équation met en évidence les contributions de la force centrifuge $-v^2/r$ selon (r) et de la force de cisaillement uv/r selon (θ) .

4.3 : Calcul du champ de vitesse :

Considérons en effet un élément de volume délimité par les rayons θ et $\theta + d\theta$ et par les cercles r et $r + dr$.

Le volume net du fluide qui rentre dans cet élément de volume est : (V.7)

$$ru(r)d\theta - (r + dr)u(r + dr)d\theta + v(\theta)dr - v(\theta + d\theta)dr$$

Lorsque le fluide est incompressible, cet accroissement de volume est nul, ce qui conduit à :

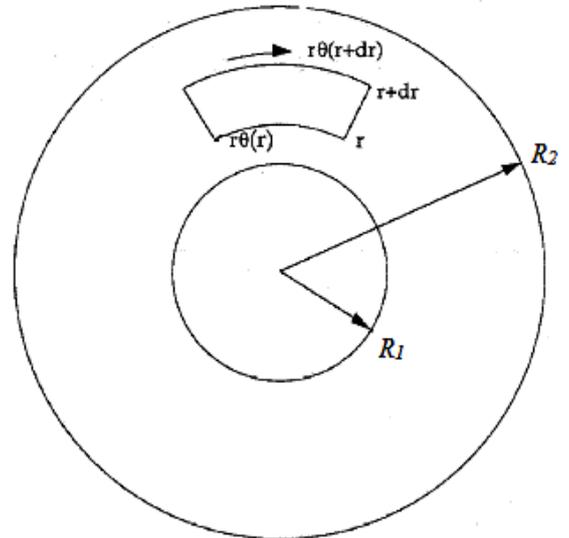
$$\frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{V.8})$$

Fig. V.2 : Un élément fluide.

La projection de l'équation de Navier-Stokes (V.2) sur les trois axes de direction a donné le système d'équation (V.6), dont la dernière s'intègre immédiatement sous la forme :

$$P(r, z) = -\rho g z + f(r) \quad (\text{V.9})$$

En introduisant ce résultat dans la première équation en projection, il vient que :



Chapitre V : Formulation de la problématique

$$v^2 = \frac{r}{\rho} \frac{df}{dr} = g(r) \quad (\text{V.10})$$

Ce qui montre aussi que la seule composante de vitesse non nulle est une fonction de r seulement. La deuxième équation en projection est alors :

$$\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} - \frac{v}{r^2} = 0 \leftrightarrow \frac{d}{dr} \left(\frac{dv}{dr} + \frac{v}{r} \right) = 0 \quad (\text{V.11})$$

$$\text{Soit, } \left(\frac{dv}{dr} + \frac{v}{r} \right) = A \quad (\text{V.12})$$

$$\text{Soit, } v(r) = Ar + \frac{B}{r} \text{ avec, } v(R_1) = \Omega_1 R_1 \text{ et } v(R_2) = \Omega_2 R_2 = 0 \quad (\text{V.13})$$

$$v(r) = \frac{\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} r + \frac{(\Omega_1 - \Omega_2) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \frac{1}{r} \quad (\text{V.14})$$

$$\text{Avec, } A = \frac{\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \text{ et } B = \frac{(\Omega_1 - \Omega_2) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (\text{V.15})$$

4.4 : Calcul du champ de pression et la contrainte de cisaillement :

Sur toute facette de normale (\vec{n}) il existe une contrainte tangentielle de viscosité (dans la direction θ) d'expression générale :

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = \mu r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) = -2\mu \frac{B}{r^2} \quad (\text{V.16})$$

Aussi le fluide exerce sur la paroi interne du cylindre extérieur une force élémentaire tangentielle qui par unité de longueur dz vaut en module :

$$dF = |\tau_{r\theta}(R_2)| R_2 d\theta = 2\mu \frac{B}{R_2} d\theta \quad (\text{V.17})$$

Son moment par rapport au centre du cylindre s'exprime par $dM = R_2 dF$ de sorte que le couple résultant vaut par unité de longueur dz :

$$M = \int_0^{2\pi} 2\mu B d\theta = 4\pi\mu B = 4\pi\mu \frac{(\Omega_1 - \Omega_2) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (\text{V.18})$$

Avec le résultat précédent, on a :

Chapitre V : Formulation de la problématique

$$\frac{df}{dr} = \frac{\rho v^2}{r} = \rho \left(A^2 r + 2 \frac{AB}{r} + \frac{B^2}{r^3} \right), \quad (\text{V.19})$$

$$\text{Soit, } f(r) = \rho \left(\frac{A^2}{2} r^2 + 2AB \cdot \ln(r) - \frac{B^2}{2r^2} \right) + P_0, \quad (\text{V.20})$$

D'où l'expression du champ de pression :

$$P(r, z) = \rho \left(\frac{A^2}{2} r^2 + 2AB \cdot \ln(r) - \frac{B^2}{2r^2} \right) + P_0 - \rho g z \quad (\text{V.21})$$

Nous pouvons aussi écrire l'équilibre des forces qui s'exercent sur l'élément de volume que nous avons considéré ci-dessus. Si l'écoulement reste stable, nous pouvons supposer que chaque élément de fluide se déplace avec une vitesse tangentielle constante sur une trajectoire circulaire. Un tel élément a une accélération centripète égale à $\frac{v^2}{r}$. Dans la direction radiale, le gradient de pression équilibre cette accélération centripète. Ecrivons la résultante des forces sur l'élément de volume projetée sur la direction radiale :

$$-(r + dr)P(r + dr)d\theta + r(P_r)dr + 2P(r)dr \frac{d\theta}{2} = -\rho \frac{v^2}{r} r dr d\theta \quad (\text{V.22})$$

$$\text{Avec, } \frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{v^2}{r} \quad (\text{V.23})$$

Dans la direction tangentielle, écrivons le couple résultant de l'action des contraintes tangentielles, couple qui est nul puisque l'élément de volume se déplace à une vitesse angulaire constante (notons que la pression est indépendante de θ , elle n'apparaît donc pas dans l'équation ci-dessous) :

$$-(r + dr)^2 \tau_{r\theta}(r + dr)d\theta + r^2 \tau_{r\theta}(r)d\theta = 0 \quad (\text{V.24})$$

$$\text{Soit, } \frac{\partial(r\tau_{r\theta})}{\partial r} = 0 \quad (\text{V.25})$$

Soit, $\tau_{r\theta} = C/r^2$ La contrainte tangentielle est proportionnelle à la vitesse de déformation :

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) = \mu r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \quad (\text{V.26})$$

La contrainte tangentielle sur le cylindre extérieur est donc :

Chapitre V : Formulation de la problématique

$$\tau_{r\theta}(r = R_2) = 2\mu \frac{(\Omega_1 - \Omega_2)R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (\text{V.27})$$

V.5 : Phénomène d'instabilité :

Pour avoir une bonne connaissance sur les fondements théorique du problème, on se propose de donner, ici, une description des phénomènes d'instabilités afin de mettre en évidence les hypothèses de travail utilisées ainsi que les propriétés caractéristiques en régime de transition.

5.1 : Caractérisation et analyse des Phénomènes d'instabilité :

Le but de l'analyse des phénomènes d'instabilités consiste à énoncer les conditions de leur apparition et de déterminer dans quel domaine le mouvement persiste afin d'analyser ces états en fonction des paramètres gouvernant l'écoulement.

5.1.1 : Théorie de stabilité linéaire :

La non-linéarité des équations de Navier-Stokes ne permet pas d'étudier simplement la stabilité des solutions trouvées. Il est possible néanmoins de définir des critères de stabilité ou d'instabilité. Sans détailler le processus (assez complexe), on peut en distinguer trois grandes étapes.

A) Etape une : linéarisation des équations de Navier-Stokes :

On considère l'écoulement d'un fluide de viscosité cinématique μ et de masse volumique ρ constantes. Afin d'étudier la stabilité, on considère le champ de vitesse et le champ de pression comme la somme d'une solution (connue) et d'une petite perturbation :

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = \bar{U}(\bar{x}, t) + \bar{u}'(\bar{x}, t) \quad \text{Avec} \quad \|\bar{u}'(\bar{x}, t)\| \ll \|\bar{U}(\bar{x}, t)\| \quad (\text{V.28})$$

$$\bar{p}(\bar{x}, t) = \bar{P}(\bar{x}, t) + \bar{p}'(\bar{x}, t) \quad \text{Avec} \quad \|\bar{p}'(\bar{x}, t)\| \ll \|\bar{P}(\bar{x}, t)\| \quad (\text{V.29})$$

On obtient des équations Navier-Stokes linéaire pour les variables $\bar{u}'(\bar{x}, t)$ et $\bar{p}'(\bar{x}, t)$, il est alors possible d'étudier le comportement de ces perturbation dans le temps et /ou l'espace.

B) Etude de l'évolution des perturbations :

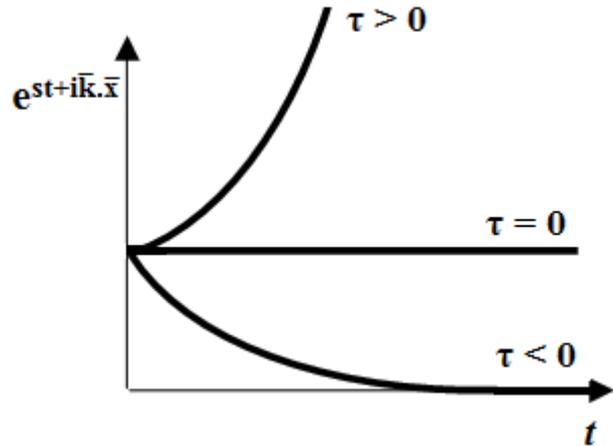
On exprime les perturbations comme superposition de modes normaux :

Chapitre V : Formulation de la problématique

$$\bar{u}'(\bar{x}, t) = \sum \bar{u}'_0 e^{st+i\bar{k}\cdot\bar{x}} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{Evolution spatiale} \\ \text{Evolution tempc} \end{array}$$

(V.30)

Le terme (st) représente l'évolution temporelle et $(\bar{k}\cdot\bar{x})$ représente l'évolution spatiale et s est un complexe : $s = \tau + i\omega$



- Si $\tau > 0$ évolution instable ;
- Si $\tau = 0$ évolution stable neutre ;
- Si $\tau < 0$ évolution stable.

Fig. V.3 : Etude de stabilité temporelle [20]

5.1.2 : Enoncé de critère de la stabilité :

Pour étudier la stabilité de l'écoulement circulaire d'un fluide entre deux cylindres coaxiaux, Lord Rayleigh a énoncé une loi qui caractérise son apparition et a constaté que : « l'origine de l'instabilité de l'écoulement rotatif est une instabilité centrifuge. Dans un écoulement en rotation, la trajectoire des particules fluide résulte de l'équilibre entre la force centrifuge et le gradient de pression radial centripète, égal et opposé. Pour savoir si un tel écoulement est stable ou non, il faut regarder si le déplacement d'une particule fluide dans la direction radial va être amplifié (cas d'instabilité) ou au contraire atténué (cas de stabilité) »

Considérons une particule de fluide initialement à la distance (r) de l'axe des deux cylindres. Celle-ci a une ortho radial $V = r\Omega(r)$, et subit donc une force centrifuge $F = \frac{\rho v^2}{r}$ qui est contre carrée (en opposition) par un gradient de pression centripète $\frac{\partial P}{\partial r}$. Si l'on déplace cette particule avec $(r + dr)$, elle va devoir ralentir.

En conséquence, la force centrifuge de la particule fluide diminue, et ne sera donc plus compensée par le gradient de pression environnant en $(r + dr)$, à ce moment là deux possibilités peuvent se présenter :

Chapitre V : Formulation de la problématique

- **1^{ère} Possibilité :**

Le cas où $M = (r + dr)$: le moment cinétique correspondant à la position $(r + dr)$ est supérieure à $M = L(r)$ correspondant à celui en la position (r) , le gradient de pression en $(r + dr)$ aura tendance à ramener la particule fluide à sa position initiale c'est-à-dire en (r) . Dans ce cas l'écoulement est dit alors stable.

- **2^{ème} Possibilité :**

Le cas où $M = (r + dr)$ est inférieur à $M = L(r)$, la particule subit une force centrifuge supérieure au gradient de pression centripète environnant, et la particule continue son chemin à (r) croissant. Dans ce cas l'écoulement est dit stable.

On peut formaliser ce raisonnement par le critère de stabilité de Rayleigh qui peut s'écrire comme suite :

$$\text{L'écoulement est stable si } \frac{dM}{dr} > 0 \quad (\text{V.31})$$

Pour un fluide parfait (viscosité nulle) le critère de Rayleigh s'écrit comme suit :

$$\frac{d}{dr} \Omega r^2 \geq 0 \quad (\text{V.32})$$

Pour vérifier le critère de Rayleigh pour tout (r) compris entre R_1 et R_2 , il faut satisfaire l'inéquation d'écoulement de (V.29) :

$$\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2 \geq 0 \quad (\text{V.33})$$

Dans notre étude nous avons le cylindre intérieur tournant et le cylindre extérieur fixe, on a $\Omega_1 \neq 0$ et $\Omega_2 = 0$. Il apparaît, selon le critère (V.33) que l'écoulement devrait toujours être instable même pour de faibles vitesses de rotation (Ω_1).

Dans le cas des fluides visqueux la loi (V.31) n'est plus valable et ceci est dû à l'opposition de la force centrifuge déstabilisante à la force de frottements stabilisante provoquée par les frottements visqueux.

Au-delà du régime laminaire, la relation (V.33) ne permet pas de décrire la suite des régimes d'écoulement. On introduit alors la notion de paramètres de contrôle qui sont des nombres, sans dimension, qui comparent l'effet relatif de ces deux forces (force stabilisantes et force déstabilisantes). Ce sont le nombre de Reynolds et le nombre de Taylor qui sont basés sur la vitesse caractéristique $V_1 = \Omega_1 R_1$, l'espace annulaire (d) et la hauteur du remplissage (H).

Chapitre V : Formulation de la problématique

5.1.3 : Notion de paramètres de contrôle :

A) Nombre de Reynolds :

De l'équation de Navier-Stokes :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u - \nu \Delta u = -\nabla P / \rho, \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases}$$

(V.34)

Il découle une caractéristique physique des écoulements : le nombre de Reynolds.

Le terme $(u \cdot \nabla)u$ est appelé (terme convectif), c'est un terme non linéaire générateur d'instabilités et c'est lui qui est tenu pour responsable de l'aspect turbulent lorsqu'il advient et le terme $\nu \Delta u$ est le (terme visqueux) ; il a l'effet contraire de lisser l'écoulement et de lui donner un caractère laminaire.

Et c'est l'ordre de grandeur du rapport entre ces deux termes qui va conditionner l'aspect de l'écoulement. On définit ainsi le nombre (sans dimension) de Reynolds de l'écoulement :

$$Re = \frac{|(u \cdot \nabla)u|}{|\vartheta \Delta u|} = \frac{V_1 d}{\vartheta} \quad (\text{V.35})$$

V_1 : Désigne la vitesse du cylindre intérieure tournant $V_1 = \Omega_1 R_1$.

d : L'espace entre les deux cylindres ou espace annulaire $d = R_2 - R_1$.

ϑ : Viscosité cinématique $\vartheta = \frac{\mu}{\rho}$.

Ce nombre compare la prépondérance des effets des deux forces, l'une stabilisante qui est la force visqueuse et, l'autre, déstabilisante est imposée par la force centrifuge.

B) Nombre de Taylor :

Il est souvent utilisé comme un nombre caractéristique de la géométrie cylindrique liée aux systèmes tournant. Il apparait comme une combinaison du nombre de Reynolds (Re) et du facteur géométrique $\delta = \frac{d}{R_1}$.

Chapitre V : Formulation de la problématique

Ainsi, le nombre de Taylor (Ta) de l'écoulement apparait comme rapport entre deux temps caractéristique :

$$Ta = \frac{\tau_s}{\tau_{des}} \quad (V.36)$$

τ_s : Indique le temps de la diffusion visqueuse due au transfert de vorticité sur la distance (d) (temps de stabilisation).

τ_{des} : Est le temps caractéristique d'advection du fluide sous l'action de la force centrifuge sur une distance (d) dans la direction radiale (temps de déstabilisation).

Ainsi, cette dernière peut être évaluée à partir de la loi fondamentale de la dynamique exprimant la force centrifuge exercée sur une particule dans la direction radial telle-que :

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = m \frac{V_1^2}{r} \quad (V.37)$$

En faisant apparaitre les caractéristiques temporelles et spatiales de la vitesse V_1 , on aura :

$$\frac{d}{\tau_{des}^2} = \frac{V_1^2}{R_1} \quad (V.38)$$

Dés lors le paramètre de contrôle peut être évalué en fonction des caractéristiques de l'écoulement :

$$Ta = \frac{V_1 d}{\vartheta} \sqrt{\frac{d}{R_1}} = Re \sqrt{\delta} \quad (V.39)$$

En fait, ce résultat est surtout valable dans le cas du petit espace annulaire $\delta \ll 1$.

V.6 : Conclusion :

Dans cette étude théorique on a pu formaliser la problématique étudiée, on formulant les équations générales qui régissent le mouvement (équations de Navier-Stokes et équations de continuité) et les équations régissant la stabilité de l'écoulement dans le cadre d'une théorie linéaire et dans le cadre d'une approximation du petit espace annulaire constant ou variable dans un système de coordonnées appropriées. Comme on a caractérisé les paramètres de contrôle de l'écoulement, tel que, le nombre de Reynolds et le nombre de Taylor.

Conclusion générale et perspectives

Après avoir analysé les travaux principaux consacrés à l'étude de l'écoulement de type Taylor-Couette (cylindres, cônes, sphères coaxiales) on a constaté que celui entre un cylindre et un cône coaxiaux a été peu abordé.

L'écoulement entre deux cylindres coaxiaux dont celui de l'intérieur est tournant, est sensible aux plusieurs paramètres, tels que l'angle de conicité, l'intensité et le sens de la vitesse de rotation, le taux d'accélération, le jeu radial...etc, pour cela on a tenté de présenter une analyse approfondie se rapportant aux phénomènes d'instabilités hydrodynamique liées au cas d'une configuration géométrique peu explorée en modifiant indépendamment ou simultanément l'angle de conicité du cylindre intérieur rotatif.

C'est là que réside l'originalité de ce travail qui a pour centre d'intérêt l'observation et la caractérisation de ce type de mouvement à travers les étapes qui sont physiquement les plus significatives : l'apparition des ondes axiales, les brisures du mouvement et la transition de l'ordre vers le désordre liée aux mécanismes d'instabilités.

Dans ce but, on a pu faire une étude qui repose sur une triple approche qui se décline sur l'étude expérimentale et une simulation numérique pour bien mettre en évidence l'effet de conicité du cylindre intérieur sur le système d'écoulement de Taylor-Couette, nos recherches ont été faites d'une manière à ce que l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux est pris comme l'écoulement de référence afin de pouvoir comparer entre les deux systèmes.

Dans un premier temps, notre étude expérimentale s'est focalisée d'abord sur la mise en place du dispositif d'essais et des conditions de travail. Ainsi, la mise en œuvre du fluide utilisé pour la visualisation. En mettant le dispositif en marche, celui-ci a contribué à l'analyse des structures d'instabilités hydrodynamique qui apparaissent pour le cas d'un écoulement sans effet et celui avec l'effet de l'angle de conicité, ainsi la détermination de la valeur critique T_{c1} de l'apparition de la première instabilité de Taylor-Couette. Ces observations ont permis de mettre en évidence la grande variété phénoménologique suivante :

Dans le cas d'écoulement de référence (entre deux cylindres coaxiaux), on a observé une naissance de deux tourbillons d'Eckman aux extrémités à $Ta \approx 34$, au-delà de cette valeur, la

Conclusion générale

formation des tourbillons progressent vers un empilement de ces derniers le long de l'espace annulaire en formant 20 tourbillons correspondant à 10 ondes axiales qui décrivent l'atteinte de la première instabilité à une valeur critique $Ta = T_{c1} = 43$. Ensuite, dans le cas d'un écoulement entre un cylindre et un cône coaxiaux on a observé des phénomènes d'instabilités différents au cas de référence. Cette fois-ci, la naissance des tourbillons dépend de l'angle de conicité qui s'impose comme un facteur influant sur la structure de l'écoulement qu'est traduit par la formation des ondes axiales qui varient d'un angle à un autre. En augmentant α à chaque fois, on a observé une diminution du nombre de cellules formées, ainsi que, une évolution sur leurs formes et tailles.

D'autre part, l'étude de la problématique posée a été faite à l'aide d'une simulation numérique qui vise à retrouver les résultats expérimentaux permettant de faciliter grandement l'interprétation et l'explication des mécanismes d'apparition et/ou de disparition des structures tourbillonnaires. Après avoir choisi les paramètres et les modes de résolution appropriés. Les tracés des lignes du courant, le champ des vitesses et les contraintes de cisaillement montrent que la conicité a un effet de faire disparaître les tourbillons et modifié la structure de l'écoulement au seuil critique de l'apparition de la première instabilité $T_{c1} = 44$.

La simulation de l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux a été validé par les résultats expérimentaux, on faisant une comparaison des deux aboutissements, on a constaté effectivement qu'à partir de $Ta \approx 34$ l'écoulement connaît une naissance de deux tourbillons d'Eckman et que l'augmentation progressive de la vitesse de rotation engendre la première instabilité à $\Omega_{c1} = 4.48 \text{ tr/mn}$ correspondant à une valeur critique de Taylor qu'est $T_{c1} = 44$, avec une formation de 20 cellules de Taylor.

Par ailleurs, La simulation de l'écoulement avec l'effet de l'angle de conicité a été également validé, on a constaté incontestablement que l'augmentation de la conicité engendre des influences sur les mécanismes d'instabilité, on a enregistré une diminution de tourbillons (de 20 tourbillons jusqu'à 4) allant de $\alpha = 0^\circ$ jusqu'à $\alpha = 12^\circ$ respectivement aux mêmes valeurs critique précédentes, avec une évolution du champ de vitesse et de la contrainte de cisaillement qui sont eux même affectées par la variation du jeu radial.

Au stade actuel, de nos recherches on a pu accéder à un grand nombre de résultats qui correspondent à une importante richesse phénoménologique qui mérite d'être prolongée par approfondissement des investigations expérimentales et théoriques. A l'aide des moyens

Conclusion générale

appropriés, il s'agit essentiellement de reproduire une étude plus vaste qui s'étale vers d'autres instabilités, autrement dit, contribuer à l'étude du Wavy Mode, de la fluctuation et du déclenchement du chaos dans un système d'écoulement de Taylor-Couette avec effet de l'angle de conicité du cylindre intérieur tournant.

Références bibliographique :

Références bibliographique :

[1] C. Olivier, contribution à l'étude numérique des écoulements en rotation avec parois. Application au système de Taylor-Couette, thèse de doctorat, Université d'Aix Marseille (2003).

[2] D. T. Richard, Instabilités hydrodynamiques dans les écoulements en rotation différentielle, thèse de doctorat, Université Paris 7 (2001).

[3] G. I. Taylor, Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders, Phil. Trans. Roy. Soc. A vol.223, 289-343 (1923).

[4] R. Meyer-Spasche. Pattern formation in viscous flows : the Taylor-Couette problem and Rayleigh-Bénard convection. *International Series of Numerical Mathematics* (1999), vol.128 Birkhauser Verlag Ed.

[5] G. I. Taylor, Fluid friction between rotating cylinders. II. Distribution of velocity between concentric cylinders when outer one is rotating and inner one is a rest, Proc. Roy. Soc. A vol.157, N°.892, 565-578 (Dec.2, 1936).

[6] K. Badredine, simulation numérique de l'écoulement de Couette-Taylor, thèse de magister, Université d'Oran (2011).

[7] D. Ahmed, étude des phénomènes d'instabilité en présence d'une suspension dans l'écoulement de Taylor-Dean, thèse de doctorat, Université d'Alger, Université de Bretagne Occidentale (2013).

[8] M. Couette. "Sur un nouvel appareil pour l'étude du frottement des fluides". CR Acad Sci 107 (August 6):388-390 Note presented by M. Lippmann (Molecular physics) (1888).

[9] M. Couette. "La viscosité des liquides". Bulletin des Sciences Physiques 4:40-62, 123-133, 262-278, (1888).

[10] M. Couette. "Distinction de deux régimes dans le mouvement des fluides". J. Phys. Theor. Appl., 1890.

[11] M. Couette. "Etudes sur le frottement des liquides". Doctorat ès-sciences Physiques (May 30) Faculté des Sciences de Paris - 1st thesis, Gauthier-Villars et fils, Paris, In-4 °, p 119, (1890)

Références bibliographique :

- [12] A. Mallock, "Experiments on fluid viscosity", *Phil. Trans. R. Soc. A*, vol. 1897, pp. 41-56, 1896.
- [13] L. Rayleigh, On the dynamics of revolving fluids, *Proc. R. Soc. London. A*, vol. 93, pp 148-154, (1917).
- [14] G. Taylor, "Experiments with rotating fluids" *P. Camb. Philos. Soc.*, vol. 20, pp. 326-329, (1921).
- [15] H. Jeffreys, Some cases of instability in fluid motion, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 118 (779), 195-208, (1928).
- [16] S. Chandrasekhar, The stability of viscous flow between rotating cylinders, *Mathematika*, 1, 5-13, (1954).
- [17] S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and hydromagnetic stability, First edition, Oxford, Oxford University press. (1961).
- [18] R. C. Di Prima " Stability of nonrotationally symmetric disturbances for viscous flow between rotating cylinders", *Physics of Fluids (1958-1988)* 4, 751-755, (1961).
- [19] P. H. Roberts "The solution of the characteristic value problem", *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 283 (1395), 550-556, (1965).
- [20] A. Bouabdallah, "Instabilités et turbulence dans l'écoulement de Taylor-Couette", Thèse Doctorat d'état, 1980.
- [21] J. Parker, and P. Merati, "An investigation of turbulent Taylor-Couette flow using Laser Doppler Velocimetry in a refractive index matched facility", *Journal of Fluid Engineering*, 118 (4), 810-818, (1996).
- [22] W. M. J. Batten, N. W. Bressloff, and S. R. Turnock, "Numerical simulations of the evolution of Taylor cells from a growing boundary layer on the inner cylinder of a high radius ratio Taylor-Couette system", *Physical Review E*, 66, 066302, (2002).
- [23] D. Coles, Transition in circular Couette flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 21, 385-425, (1965).

Références bibliographique :

- [24] Y. Shiomi, S. Nakanishi et H. Kutsuna, CFD calculation for two-phase flow in concentric annulus with rotating inner cylinder, *Phoenics Journal of Computational Fluid Dynamics and its Application*, 13 (1), 29-40, (2000).
- [25] A. Mahfoud, Contribution à l'étude des instabilités dans le système d'écoulement de Taylor-Couette à configuration cylindrique. Application aux effets de géométrie et à l'influence du champ magnétique, thèse de doctorat, Université de HOUARI Boumedienne USTHB (2018).
- [26] G. P. King, Y. Li, W. Lee, H.S. Swinney, and P.S Marcus "Wave speeds in wavy Taylor-vortex flow". *J Fluid Mech* 141:365–390(1984).
- [27] C. D. Andereck, S. S. Liu, and H. L. Swinney, "Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders", *Journal of Fluid Mechanics*, 164, 155-183. (1986).
- [28] S. Grossmann, D. Lohse et C. Sun, "High-Reynolds Number Taylor-Couette Turbulence", *Annu. Rev. Fluid Mech.* 48:53–80, (2016).
- [29] J. A. Cole, "Taylor vortex instability and annulus-length effects", *Journal of Fluid Mechanics*, 75, 1-15, (1976).
- [30] T. B. Benjamin "Bifurcation Phenomena in Steady Flows of a Viscous Fluid: I. Theory". *Proceedings of the Royal Society* 359, 1-26, (1978).
- [31] M. Noui, Stabilité hydrodynamique entre cônes coaxiaux tournants, thèse de magister, , Université de HOUARI Boumedienne USTHB (1992).
- [32] Y. Fatima, étude théorique et expérimentale des phénomènes de transition laminaire-turbulent dans l'écoulement entre deux cônes coaxiaux tournants, thèse de magister, Université de HOUARI Boumedienne USTHB (2009).
- [33] M. Wimmer, "Taylor vortices at different geometries", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, LNP 549, pp. 194–212. (2000).
- [34] T. Tamsaout, Effets des caractéristiques spatio-temporelles sur les conditions d'apparition des instabilités entre sphères coaxiales en rotations, thèse de magister, UMBB, Boumerdes (2006).

Références bibliographique :

- [35] T. B. Benjamin, et T. Mullin, Bifurcation Phenomena in Steady flow of a viscous fluid Experiments, J. Fluid Mech., Vol. 359, N°1696, 27-43 (1978).
- [36] T. Watanabe, Y. Toya, S. Hara "Development and Flow Modes of Vertical Taylor-Couette System with Free Surface". World Journal of Mechanics, 4, 90-96, (2014).
- [37] R. C. Di Prima, The stability of a viscous fluid between rotating cylinders with an axial flow,' J. Fluid Mech. 9, 621. (1960).
- [38] M. Hasson et B. W. Martin, Proc. Royal Soc. London., A Vol. 382, pp352. (1977).
- [39] R. M. Leuptow, A. Docter, K. Min, Stability of axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder, Physics Of Fluids, Vol. 4, pp446-2455, (1992).
- [40] K. Min, R. M. Leuptow, hydrodynamic stability of viscous flow between rotating porous cylinders with radial flow, Phys. Of Fluids A, Vol. 6, N° 1 pp 144-151, (1994).
- [41] I. Nakamura, Y. Toya, et S. Yamashita, An experiment on a Taylor vortex in a gap with a small aspect ratio, (bifurcation of flow in asymmetric system), JSME Int. J. Ser. II Fluids 33, pp 685, (1990).
- [42] T. Watanabe, Y. Toya, et Y. Nakamura, Development of surface flow between concentric cylinders with vertical axis, J. Phys, Conf. Series 14, pp 9-19, (2005).
- [43] GAMBIT help.
- [44] FLUENT help.