

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : installations énergétiques et turbomachines

Par :

MOUHOUBI Youba

REBAI Hanine

Thème

**Analyse de la transition laminaire-turbulent dans un écoulement
poiseuille**

Soutenu le2022 devant le jury composé de :

Mr. Djema Amar

Président

Mr. Naït Bouda Faïçal

Rapporteur

Mr. Allouche Moussa

Examineur

Année Universitaire 2021-2022

Remerciement

Nos remerciements vont tout d'abord à notre dieu pour la santé et le courage qu'il nous a donné pour terminer ce modeste travail. Nous voudrions adresser nos remerciements les plus profonds et les plus sincères à notre encadreur « NAÏT BOUDA FAÏÇAL ». Nous tenons à témoigner de la confiance qu'il nous a accordée dès le début du mémoire, et du soutien indéfectible qu'il nous a apporté durant tout son déroulement. Nous tenons à remercier très sincèrement l'ensemble des membres du jury qui nous font le grand honneur d'accepter de juger notre travail. Nous remercions aussi tous les enseignants du département G. Mécanique pour tout le savoir que nous avons acquis grâce à eux durant notre formation. Enfin, Nous remercions toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce mémoire.

A ma mère pour ses encouragements et ses sacrifices.

A mon cher père que le ciel avait accueilli les bras ouverts . Paix a son âme, le soutien et la confiance que tu m'avais accordée était le carburant de mon courage et ma volonté, ton affection ton amour ne m'ont jamais quitté.

A mon cher frère qui est mon ciel et mes chères sœurs qui sont mes étoiles, à mes grands-parents, a ma famille et à tous ceux qui ont partagé avec moi tous les moments d'émotion lors de la réalisation de ce travail. Ils m'ont chaleureusement supporté et encouragé tout au long de mon parcours.

A tous mes amis qui ont contribué de près ou de loin dans ce travail.

A mon cher binôme *Hanine*

A tous mes collègues, pour leurs aides. Avec qui j'ai partagé beaucoup de souvenirs inoubliables.

A tous ceux que j'aime.

Merci !

MOUHOUBI

Youba

Dédicaces

J'ai le grand plaisir de dédier ce modeste travail :

A ma très chère mère, qui me donne toujours l'espoir de vivre et qui n'a jamais cessé de prier pour moi ;

A mon très cher père, pour ses encouragements, son soutien, surtout pour son amour et son sacrifice afin que rien n'entrave le déroulement de mes études.

A mes frères koussaila et Abdelhafid et ma sœur ;

A mes meilleurs amis qui ont été un vrai soutien avant et durant la réalisation de ce travail : *Zinou, Loucif, Massi.B, Massi.K, Idir, Didin,*

Et mes chers collègues et tout qui m'aide et compulse ce modeste travail

En fin, je remercie mon cher binôme, Youba, qui a contribué à la réalisation de ce modeste travail.

REBAI

Hanine

Table des matières

| | |
|---|----|
| Introduction générale..... | 1 |
| I.1 Introduction..... | 3 |
| I.2 Définition..... | 3 |
| I.2.1 Ecoulement poiseuille plan | 3 |
| I.2.2 Ecoulement poiseuille cylindrique | 3 |
| I.2.3.1 Écoulement Laminaire..... | 4 |
| I.2.3.2 Ecoulement turbulent | 4 |
| I.3. Les instabilités hydrodynamiques | 4 |
| I.3.1. Qu'est-ce une instabilité ?..... | 4 |
| I.3.2. Exemples en mécanique des fluides | 4 |
| I.3.3. Expérience de Reynolds..... | 5 |
| I.3.4 Les instabilités hydrodynamiques | 5 |
| I.4 Conclusion | 6 |
| II.1 Introduction..... | 7 |
| II.2. Écoulement de Poiseuille dans une conduite cylindrique..... | 7 |
| II.2.1.Longueur d'établissement..... | 8 |
| II.2.2. Transition Laminaire-Turbulent..... | 9 |
| II.3. Profil des vitesses : | 12 |
| II.3.1. Nombre de Reynolds critique..... | 12 |
| II.4. Cas de l'écoulement de Poiseuille plan | 13 |
| II.4.1 Longueur d'établissement..... | 14 |
| II.4.2 Transition dans le cas plan | 15 |
| II.5. Stabilité des écoulements de poiseuille : | 15 |
| II.5.1. Exemple d'écoulement instable | 15 |
| II.5.2 Etude de la stabilité | 18 |
| II.5.3 Analyse de stabilité linéaire..... | 18 |
| II.5.4 Analyse de stabilité linéaire unidirectionnelle | 19 |
| II.6. Conclusion | 21 |
| III.1 Introduction..... | 22 |
| III.2 Position du problème | 22 |
| III.2.1 Modèle physique | 22 |
| III.2.2 Hypothèses de travail : | 23 |
| III.2.3 Equations du mouvement : | 23 |

| | |
|--|----|
| III.3 Procédure de simulation | 24 |
| III.3.1 Géométrie..... | 25 |
| III.3.1.1 Création des lignes transversales selon y..... | 25 |
| III.3.2 Choix du Maillage | 26 |
| III.3.2.1 Courbe des résidus et itérations | 26 |
| III.3.2.2 Profil de vitesse | 27 |
| III.3.2.3 La longueur d'établissement Le | 29 |
| III.3.2.4 La vitesse maximale et minimale | 30 |
| III.3.2.5 Conclusion du Test de convergence..... | 31 |
| III.4 Résultats et discussions..... | 31 |
| III.5 Commentaires: | 41 |
| III.6 Conclusion | 41 |
| Conclusion générale | 42 |

Liste des figures

| | |
|---|----|
| FIGURE I. 1 : Expérience de Reynolds..... | 5 |
| FIGURE II. 1 : Ecoulement stationnaire | 7 |
| FIGURE II. 2 : Longueur d'établissement | 8 |
| FIGURE II. 3 : Expérience d'Osborne Reynolds | 9 |
| FIGURE II. 4 : Différents régimes d'un écoulement..... | 10 |
| FIGURE II. 5 : L'évolution du régime d'écoulement lorsque le Re augmente | 11 |
| FIGURE II. 6 : Profils de vitesse selon le nombre de Reynolds..... | 12 |
| FIGURE II. 7 : Les régimes d'écoulement..... | 13 |
| FIGURE II. 8 : Ecoulement entre deux plaques planes parallèles..... | 13 |
| FIGURE II. 9 : Deux disques en verre entre lesquels se trouve un fluide visqueux | 16 |
| FIGURE II. 10 : Versement d'une goutte visqueuse sur un liquide | 16 |
| FIGURE II. 11 : Ecoulement en jet | 17 |
| FIGURE II. 12 : Vent au-dessus d'un relief marqué | 17 |
| FIGURE II. 13 : Origine des vagues | 17 |
| FIGURE II. 14 : La stabilité linéaire | 18 |
| FIGURE II. 15 : Stabilité linéaire unidirectionnelle [12]..... | 19 |
| FIGURE II. 16 : Zone d'instabilité de l'équation d'Orr-Sommerfeld [14] | 21 |
| FIGURE III. 1 : Écoulement entre deux plaques parallèles | 23 |
| FIGURE III. 2 : Géométrie | 25 |
| FIGURE III. 3 : Courbe de résidu | 27 |
| FIGURE III. 4 : Courbe de résidu | 27 |
| FIGURE III. 5 : Le profil de vitesse U à $x=7.5$ m | 28 |
| FIGURE III. 6 : Le profil de vitesse U à $x=7.5$ m | 28 |
| FIGURE III. 7 : Variation de U selon l'axe du canal | 29 |
| FIGURE III. 8 : Variation de U selon l'axe du canal | 29 |
| FIGURE III. 9 : Courbe de résidu | 31 |
| FIGURE III. 10 : Pression statique en fonction de x | 32 |
| FIGURE III. 11 : Le profil de vitesse U à $x=1.5$ m | 32 |
| FIGURE III. 12 : Le profil vitesse U à $x= 5$ | 33 |
| FIGURE III. 13 : Le profil de vitesse U à $x=7.5$ | 33 |
| FIGURE III. 14 : Courbe de résidu | 34 |
| FIGURE III. 15 : La pression statique en fonction de x | 34 |
| FIGURE III. 16 : Le profil de vitesse U à $x=1.5$ | 35 |
| FIGURE III. 17 : Le profil de vitesse U à $x=5$ | 35 |
| FIGURE III. 18 : Le profil de vitesse U à $x=7.5$ | 36 |
| FIGURE III. 19 : Courbe de résidu | 36 |
| FIGURE III. 20 : La pression statique en fonction de x | 37 |

| | |
|---|----|
| FIGURE III. 21 : Le profil vitesse U à $x=1.5$ | 37 |
| FIGURE III. 22 : Le profil vitesse U à $x=5$ | 38 |
| FIGURE III. 23 : Le profil vitesse U à $x=7.5$ | 38 |
| FIGURE III. 24 : Courbe de résidu | 39 |
| FIGURE III. 25 : La pression statique en fonction de x | 39 |
| FIGURE III. 26 : Le profil vitesse U à $x=1.5$ | 40 |
| FIGURE III. 27 : Le profil vitesse U à $x=5$ | 40 |
| FIGURE III. 28 : Le profil vitesse U à $x=7.5$ | 41 |

Nomenclature

Nomenclature

Paramètres sans dimension

| Symboles | Dénominations |
|--------------------------|-----------------------------|
| Re | Nombre de Reynolds |
| Re_c | Nombre de Reynolds critique |

Lettres latines

| Symboles | Dénominations | |
|-----------------|----------------------------------|-------|
| D | Diamètre | [m] |
| R | Rayon d'un cylindre | [m] |
| r | Coordonnée radiale | [m] |
| L | Longueur d'une conduite | [m] |
| L_e | Longueur d'établissement | [m] |
| H | Hauteur du canal | [m] |
| P | Pression | [Pa] |
| ΔP | Différence de pression | [Pa] |
| V | Vitesse d'entrée | [m/s] |
| V_{max} | Vitesse maximale de l'écoulement | [m/s] |
| T | Période temporelle | [s] |

Lettres grecques

| Symboles | Dénominations | |
|-----------|-------------------------------|----------------------|
| μ | Viscosité dynamique | [Kg/ms] |
| ν | Viscosité cinématique | [m ² /s] |
| ρ | Masse volumique | [Kg/m ³] |
| λ | Longueur d'onde | [m] |
| η | Fréquence complexe | [s ⁻¹] |
| κ | Nombre d'onde | |
| ω | Pulsation | [rad/s] |
| β | Taux d'amplification temporel | [S ⁻¹] |

Introduction générale

Introduction générale

L'écoulement de poiseuille est un écoulement qui est rencontré dans plusieurs applications. Il se manifeste lorsqu'un fluide s'écoule dans un canal sous l'effet d'un gradient de pression. Il se présente sous deux configurations, cylindrique ou plan.

Les écoulements délimités par des parois connaissent une transition vers la turbulence caractérisée par la coexistence de domaines laminaires et turbulents dans une certaine plage du nombre de Reynolds Re , ce régime transitoire se situe entre un seuil supérieur R_t au-dessus duquel la turbulence est uniforme (sans caractéristiques) et un seuil inférieur R_g en dessous duquel toute forme de turbulence disparaît, éventuellement à la fin de transitoires chaotiques. Les cas les plus emblématiques d'un écoulement le long de plaques planes transitant vers/ depuis la turbulence selon la coexistence se présentent généralement sous la forme de bandes, alternativement laminaires et turbulentes, et orientées obliquement par rapport à la direction générale de l'écoulement. La décroissance finale des bandes à R_g indique la pertinence de la percolation dirigée et de la criticité au sens des transitions de phase de la physique statistique. La nature de la transition à R_t , où les bandes se forment, est encore quelque peu mystérieuse et ne s'adapte pas facilement au schéma retenu pour les instabilités de formation de motif à un paramètre de contrôle croissant sur un fond laminaire. En revanche, les bandes se forment à R_t à partir d'un fond turbulent uniforme à un paramètre de contrôle décroissant turbulent uniforme. Les ingrédients d'une théorie possible de laminaire-turbulent sont discutés.

Lorsque l'on étudie la transition vers la turbulence, on considère généralement la transition de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent. La transition est un état instable. L'état bifurqué n'existe qu'au-dessus du seuil de stabilité linéaire et reste proche des états de base. Dans d'autres écoulements, comme dans l'écoulement plan de Couette, la transition se produit généralement de manière abrupte par l'apparition de domaines turbulents coexistant avec des domaines laminaires.

Ces domaines peuvent prendre des formes plus ou moins régulières turbulent qui s'installent est souvent caractérisé par une dynamique spatio-temporelle complexe. Dans ce cas, la transition est gouvernée par les propriétés de l'espace des phases à distance finie de l'état de base. En conséquence, la description de la transition est hors de portée de toute

méthode perturbante. Alternativement, on peut considérer la transition inverse de l'écoulement turbulent à l'écoulement laminaire. Il s'avère que le régime intermittent est précédé d'une modulation de l'état turbulent homogène, qui peut être décrite dans un formalisme faiblement non linéaire.

Dans notre travail nous aborderons au premier chapitre les différentes définitions des différents écoulements, où nous parlerons de l'écoulement poiseuille cylindrique en premier degré, la transition laminaire-turbulent, pour clôturer à la fin avec les instabilités hydrodynamiques.

Dans le chapitre II, on citera les différents théorèmes et les équations lesquelles on aura besoin pour mener au bien notre étude, tel celles des régimes (laminaires et transitoires) et le passage entre les deux, la loi de Hagen-Poiseuille, le nombre de Reynold, équation de Navier-stokes et toute autre loi en relation avec notre étude.

Le dernier chapitre sera consacré pour la préparation et la réalisation d'une simulation d'un écoulement entre deux plaques parallèles, où les résultats de cette simulation ainsi leurs interprétations seront exposées durant.

Chapitre I :

Définitions

I.1 Introduction

La mécanique des fluides est une branche de la mécanique des milieux continue, c'est le domaine de la physique consacré à l'étude des fluides, ses caractéristiques, et les forces internes associées.

Elle se divise en deux sous-domaines : la statique des fluides qui étudie les fluides au repos, et la dynamique des fluides qui étudie le fluide en mouvement, et sur celle-là qu'elle va se reposer l'étude qu'on mènera dans ce qui suit de notre mémoire.

Ce premier chapitre est consacré aux écoulements, où nous parlerons de l'écoulement poiseuille cylindrique en premier degré, la transition laminaire-turbulent, pour clôturer à la fin avec les instabilités hydrodynamiques.

I.2 Définition

I.2.1 Ecoulement poiseuille plan

Un écoulement de poiseuille plan est écoulement laminaire stationnaire entre deux plaques parallèles fixes.

I.2.2 Ecoulement poiseuille cylindrique

Écoulement poiseuille cylindrique ou loi de poiseuille, également appelée loi de Hagen-poiseuille et une loi en mécanique des fluides qui décrit l'écoulement laminaire stationnaire limité par des parois immobiles d'un fluide avec une certaine viscosité et ce dans un tube cylindrique, cette découverte est le fruit des travaux de l'ingénieur allemand Gotthif-Hagen et d'un physicien français, Jean-Léonard-Marie Poiseuille [1].

I.2.3 transition laminaire-turbulent

La transition laminaire-turbulent est le mécanisme par lequel un écoulement à l'état turbulent. Sa description utilise généralement le nombre de Reynolds qui mesure localement le rapport entre les forces d'inertie et les forces liées à la viscosité. Il s'agit d'un phénomène d'instabilité complexe, dépendant de conditions telles que l'état de surface dans le cas d'une couche limite ou les perturbations sonores appliquées. Ce phénomène, réversible (on parle

dans ce cas de relaminarisation), a été étudié essentiellement dans le contexte des couches limites mais s'applique à tout type d'écoulement [2].

I.2.3.1 Écoulement Laminaire

Le mouvement des particules fluides se fait de façon régulière et ordonnée, les tubes de courant ne se mélangent pas, les couches fluides glissent les unes sur les autres sans se mélanger et les échanges d'énergie entre elles sont réduits, les écoulements laminaires sont réversibles [2].

I.2.3.2 Écoulement turbulent

Le déplacement des particules est irrégulier et des fluctuations aléatoires de vitesse se superposent au mouvement moyen du fluide, les petits éléments de fluide sont animés de mouvements désordonnés, les tubes de courant ne se conservent pas long de l'écoulement, les couches fluides se mélangent et les échanges d'énergie entre elles sont importants, les écoulements turbulents sont irréversibles et aussi augmentent les échanges et les frottements, les écoulements turbulents sont irréversibles [2].

I.3. Les instabilités hydrodynamiques

I.3.1. Qu'est-ce une instabilité ?

De nombreux systèmes physiques présentent des instabilités, mais qu'est-ce que cela signifie ? Même si on peut donner une définition mathématique cela ne serait pas pédagogique en début de cours. D'une manière pragmatique, une instabilité se manifeste dans un système lorsque celui-ci passe brusquement d'un état parfaitement légitime à un autre état tout aussi légitime, mais tout de même très différent. Cette transition d'un état à un autre est spontanée, c'est à dire. Déclenché par un bruit dans le système qui se retrouve amplifié. C'est ce côté "inattendu", "incontrôlé" ou "surprise" des instabilités qui crée autant d'intrigue et qui a poussé des générations de chercheurs à vouloir offrir des explications diverses et multiples [3].

I.3.2. Exemples en mécanique des fluides

Les fluides sont des milieux très déformables et c'est probablement la raison principale de l'omniprésence des instabilités dans les écoulements. Il y a simplement beaucoup de manières pour faire couler un fluide et parfois il préfère choisir une toute autre

trajectoire que celle qu'on imaginait. En pratique, quasiment tous les écoulements deviennent turbulents et c'est les instabilités hydrodynamiques qui permettent cette transition. Donnons quelques exemples pour commencer [3].

I.3.3. Expérience de Reynolds

L'expérience de Reynolds est peut-être l'expérience la plus classiques de la mécanique des fluides. Comme le montre la figure 1.1, un fluide est poussé à travers un tube cylindrique transparent. Grâce à un fin filet d'encre, Reynolds réussit à montrer qu'il existe un régime laminaire qui devient instable au-delà d'un certain nombre de $Re = VD/v$ critique : $Re > Rec$. Ce nombre portera par la suite son nom. Contrairement à ce qu'on peut croire, l'origine de cette instabilité n'a absolument rien d'évident et il a fallu attendre assez longtemps avant de disposer d'outils théoriques (stabilité non-linéaire, solutions non-linéaires exactes) qui permettent de comprendre les instabilités sous-critiques [3].

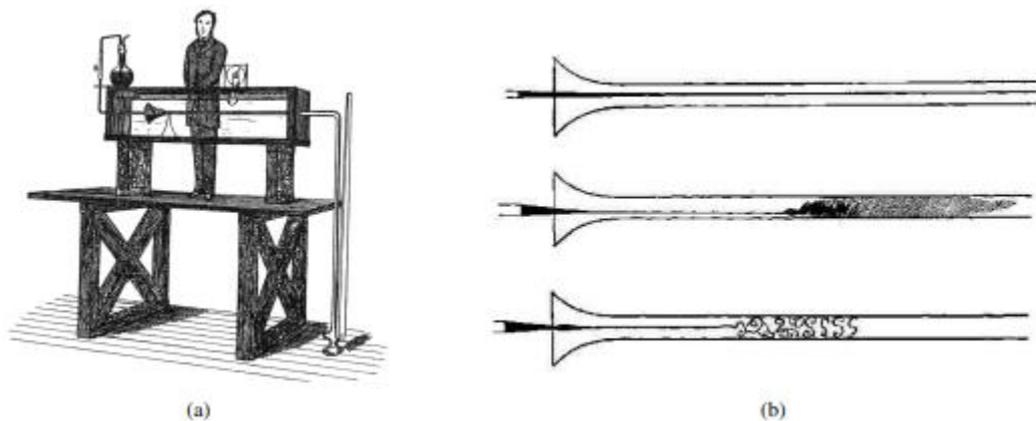


FIGURE I. 1 : Expérience de Reynolds

I.3.4 Les instabilités hydrodynamiques

Occupent une place de choix en mécanique des fluides. Depuis Osborne Reynolds et G. I. Taylor, on sait en effet que la transition d'un écoulement laminaire vers la turbulence est due au caractère instable de l'état laminaire vis-à-vis de certaines classes de perturbations, soit infinitésimales, soit d'amplitude finie. Ce paradigme a été pour la première fois magistralement mis en évidence par les travaux de G. I. Taylor sur l'instabilité de l'écoulement de Couette produit par la mise en rotation différentielle de deux cylindres coaxiaux. La théorie de l'instabilité hydrodynamique fait désormais partie de l'arsenal de techniques mis la disposition du mécanicien des fluides pour étudier les transitions dans une

grande variété d'écoulements en génie mécanique, en génie chimique, en aérodynamique et dans l'étude des phénomènes naturels (climatologie, météorologie, géophysique interne) [4].

La théorie classique de l'instabilité porte essentiellement sur les écoulements cisailés quasi parallèles ou parallèles, tels que la couche de mélange, le jet, le sillage, l'écoulement de Poiseuille dans un canal, l'écoulement de couche limite, etc. De telles configurations sont privilégiées dans les livres de Drazin & Reid et de Schnid & Henningson, et elles retiennent tout particulièrement l'attention des chercheurs de sensibilité << mécanicienne [4].

L'approche résolument ((physique D adoptée par l'auteur constitue une caractéristique essentielle de cet ouvrage. Pour chaque classe d'instabilité, François Charru présente, à l'aide de l'analyse dimensionnelle et d'arguments physiques élégants, le mécanisme responsable de l'amplification des perturbations. Ce type de raisonnement et l'évaluation des ordres de grandeur afférents sont souvent effectués avant tout développement mathématique systématique. L'auteur a également à cœur de présenter des exemples d'expériences de laboratoire permettant de valider les résultats théoriques [4].

I.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons parlé de la transition laminaire-turbulent et cela après avoir défini l'écoulement poiseuille, ensuite on a clôturé avec les instabilités hydrodynamiques, où on avait défini l'instabilité, on a donné un exemple sur les instabilités en mécanique des fluides, ensuite on a parlé sur l'expérience de Reynolds qui a donné comme fruit le nombre de Reynolds qui est un élément indispensable pour la plupart des calculs en mécanique des fluides, à la fin on donner la définition globale des instabilités hydrodynamiques.

**Chapitre II:
Généralité et
recherches
bibliographiques**

II.1 Introduction

La modélisation est la présentation d'un phénomène complexe sous forme de modèle formel, et c'est l'opération qui procède généralement chaque simulation. Le modèle mathématique permet d'analyser des phénomènes réels et de prévoir des résultats à partir de l'application d'une ou plusieurs théories à un niveau d'approximation donné.

Dans ce chapitre, on a évoqué les théorèmes et les équations desquelles on aura besoin pour mener au bien notre étude.

II.2. Écoulement de Poiseuille dans une conduite cylindrique

Un écoulement de Poiseuille est un écoulement laminaire stationnaire limité par des parois immobiles. On considère ici l'écoulement stationnaire, homogène, d'un fluide visqueux à l'intérieur d'une conduite cylindrique horizontale de rayon R , d'axe Ox .

Le mouvement du fluide est provoqué par des dispositifs externes qui imposent une différence de pression entre l'entrée et la sortie du fluide.[1]

- en $x = 0$ on impose une pression $P(0)$
- en $x = L$ la pression vaut $P(L) < P(0)$

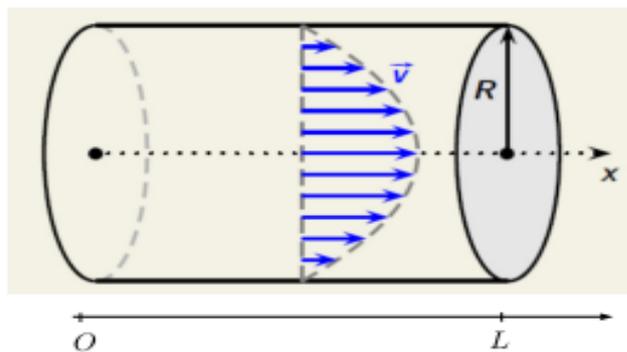


FIGURE II. 1 : Ecoulement stationnaire

On peut montrer que le profil des vitesses est parabolique :

$$\vec{v} = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \vec{e}_x \dots \dots \dots \text{II.1}$$

$$\text{Avec : } V_0 = \frac{P(0) - P(L)}{4\eta L} R^2 \dots \dots \dots \text{II.2}$$

Remarque : si le fluide était parfait on n'observerait pas de chute de pression .

II.2.1. Longueur d'établissement

Pour l'écoulement laminaire la longueur de d'établissement est donnée expérimentalement par

$$\frac{L_e}{D} \approx 0.06Re_e \dots \dots \dots \text{II.3}$$

Et pour un écoulement turbulent :

$$\frac{L_e}{D} \approx 4.4Re_e^{1/6} \dots \dots \dots \text{II.4}$$

où est la longueur d'établissement de l'écoulement développée [4].

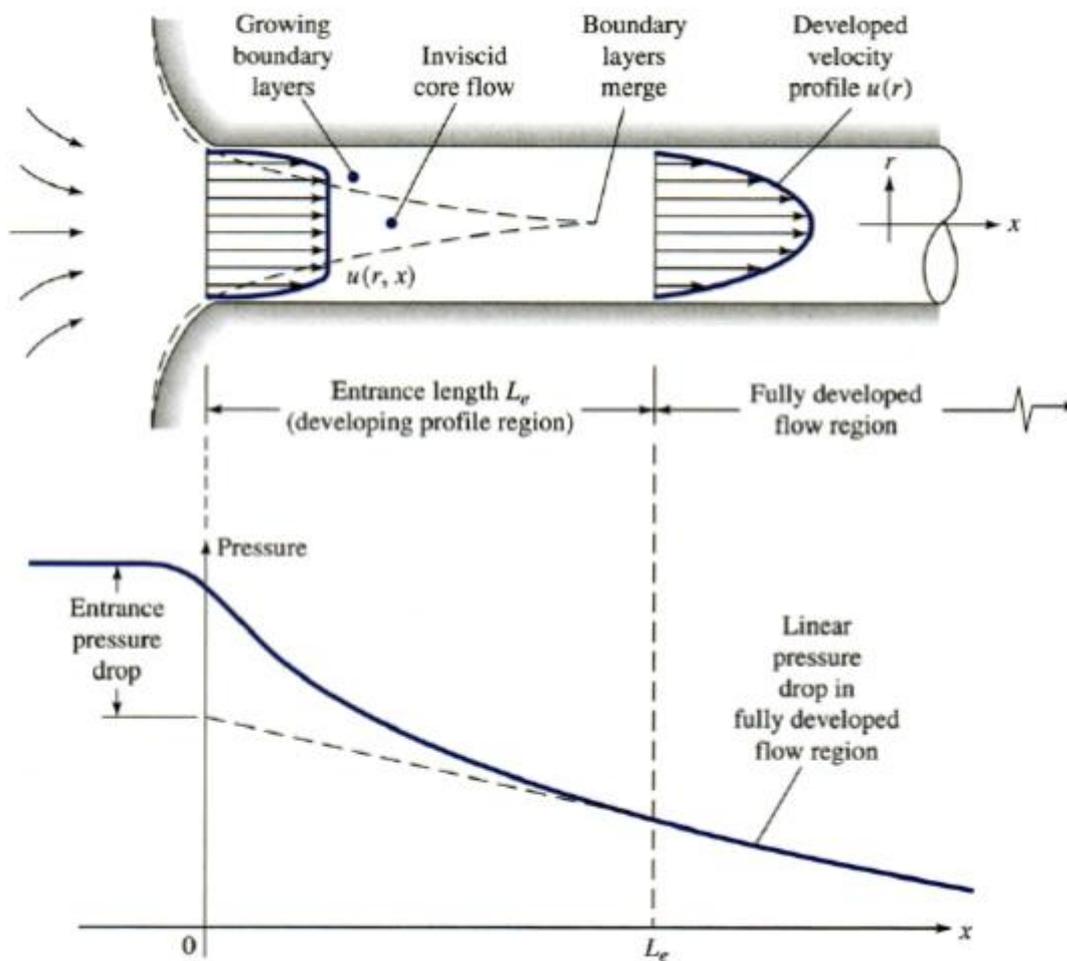


FIGURE II. 2 : Longueur d'établissement

II.2.2. Transition Laminaire-Turbulent

Etudier l'écoulement d'un fluide réel revient à résoudre l'équation fondamentale de la dynamique (équation de Navier-stokes). Mais en pratique, cette équation ne peut se résoudre analytiquement qu'en introduisant des hypothèses de travail qui permettront de résoudre cette équation dans le cadre de régimes d'écoulement particulières : le régime laminaire et le régime turbulent.

- On dit qu'un écoulement est laminaire lorsque le mouvement des particules fluides se fait de façon régulière et ordonnée.
- L'écoulement est turbulent lorsque le déplacement est irrégulier et que des fluctuations aléatoires de vitesse se superposent au mouvement moyen du fluide.
- En régime turbulent, on devra utiliser des relations empiriques généralement déterminées expérimentalement.

L'une des premières analyses de la transition d'un régime laminaire vers la turbulence est basée sur des observations d'écoulement dans une conduite cylindrique effectuées par **O. Reynolds** en 1883.[5]

Le montage expérimental schématisé sur la **Figure II.3** comporte un réservoir de liquide sous pression débouchant sur une conduite cylindrique. Un tube mince permet l'injection de colorant.

Lorsque l'écoulement est laminaire, le filet décolorant est rapidement dispersé. Dans cette situation, une mesure de la composante de vitesse axiale montre que celle-ci fluctue de façon aléatoire dans l'espace et dans le temps [6].

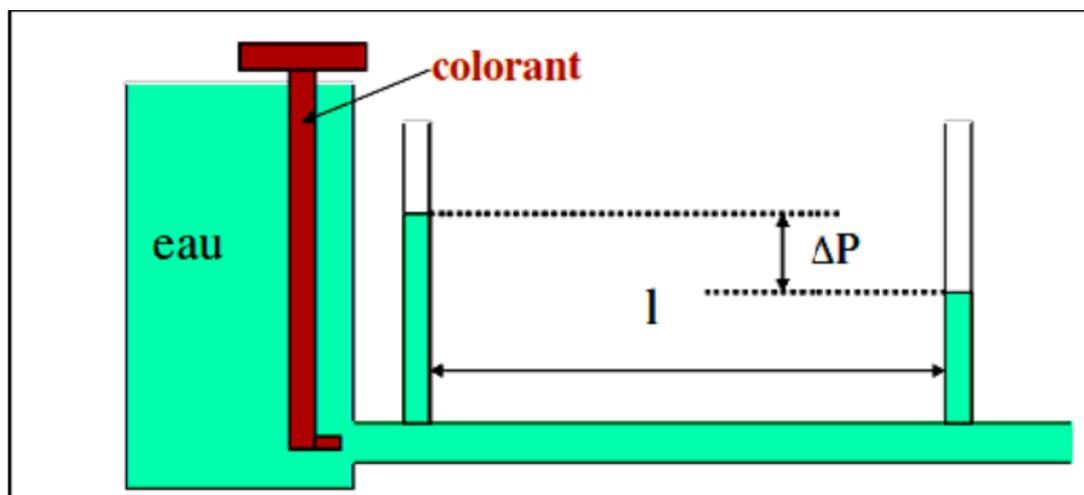


FIGURE II. 3 : Expérience d'Osborne Reynolds

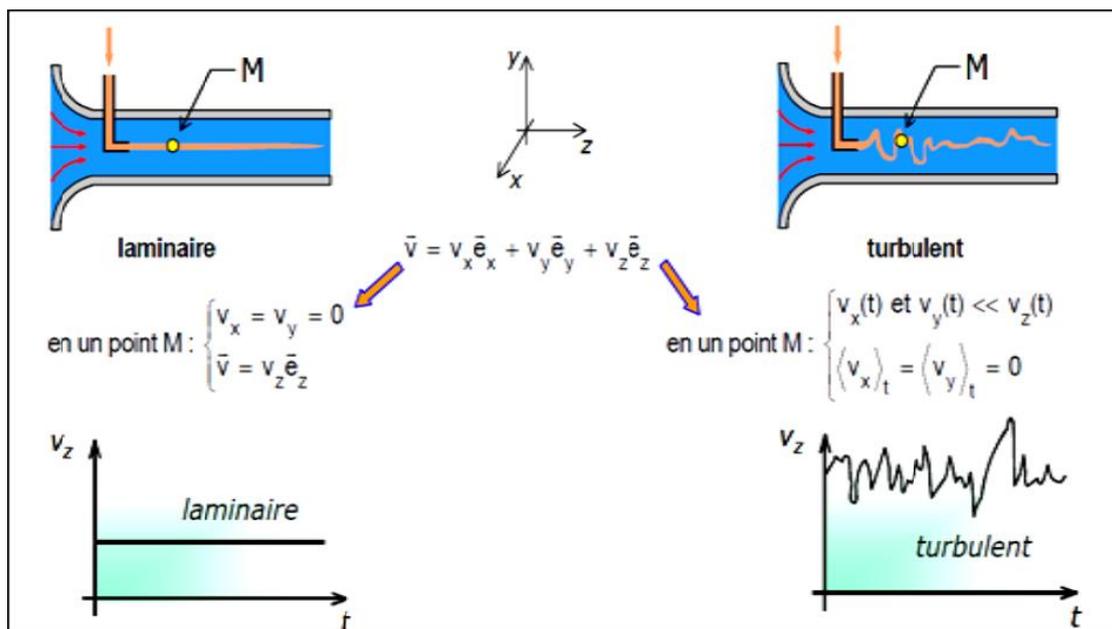


FIGURE II. 4 : Différents régimes d'un écoulement

A partir de ces observations, les travaux de Reynolds ont alors permis de montrer que la transition du régime laminaire au régime turbulent (**Figure II-4**) n'est pas seulement conditionnée par le débit mais dépend d'un ensemble de paramètres qu'il convient de regrouper pour former une quantité sans dimensions qu'on appellera **Nombre de Reynolds**

Ce nombre prend en compte la vitesse moyenne de l'écoulement **V**, le diamètre **D** de la conduite (ou tout autre paramètre de longueur caractérisant l'écoulement), ainsi que les propriétés intrinsèques du fluide (masse volumique **ρ** et viscosité **μ**) :

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \dots\dots\dots II.5$$

avec

ρ : La masse volumique [**ρ**]

μ : viscosité [**μ**]

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$: viscosité cinématique [**ν**]

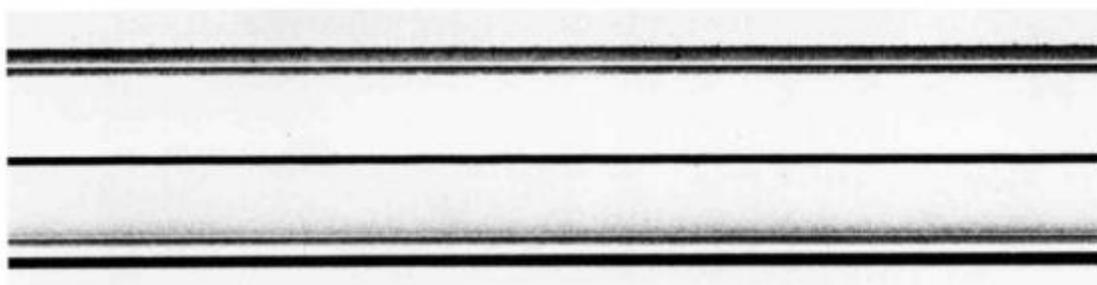
V : vitesse [**v**]

Compte tenu des dimensions de chacun des paramètres, on vérifiera facilement que le nombre de Reynolds est bien sans dimensions.

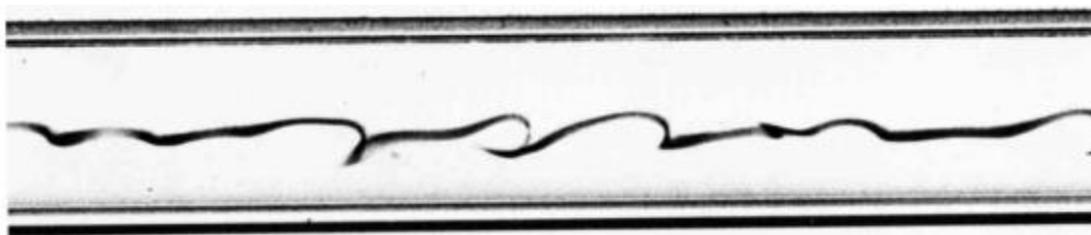
Ce nombre compare les temps de transport de quantité de mouvement diffusif (lié à la viscosité) et convectif (lié au déplacement des particules fluides) dans le fluide.

L'expérience historique d'Osborne Reynolds (1880) consistait à visualiser les lignes de courant dans un écoulement en conduite cylindrique en injectant un filet de colorant à l'entrée de la conduite. À section de conduite constante, le Re était alors contrôlé par la valeur du débit dans la conduite. Les figures ci-dessous rendent compte de l'évolution du régime d'écoulement lorsque le Re augmente.

- Laminaire



- Transitoire



- Turbulent



FIGURE II. 5 : l'évolution du régime d'écoulement lorsque le Re augmente

Pour de faibles valeurs de Re , les lignes de courant sont stationnaires, l'écoulement est laminaire. Il est décomposable en couches s'écoulant les unes sur les autres sans s'interpénétrer. À grand Re , les lignes de courant ne sont plus identifiables, on observe un fort

brassage transversalement à la direction de l'écoulement, le régime est turbulent. Pour un Re intermédiaire, on observe une succession aléatoire entre des zones de régime laminaire et des « bouffées turbulentes », caractéristique d'un régime de transition entre laminaire et turbulent [7].

II.3. Profil des vitesses :

Les lois analytiques établies pour les écoulements laminaires ne sont plus valables à grand nombre de Reynolds. L'écoulement étant turbulent il se produit localement des variations de vitesse aléatoires. Cependant, on peut encore définir un champ des vitesses et un profil de vitesse en effectuant des moyennes temporelles.

Dans une conduite cylindrique de section circulaire, le profil des vitesses n'est plus parabolique mais obéit à une loi empirique qui dépend de la valeur de Re [8].

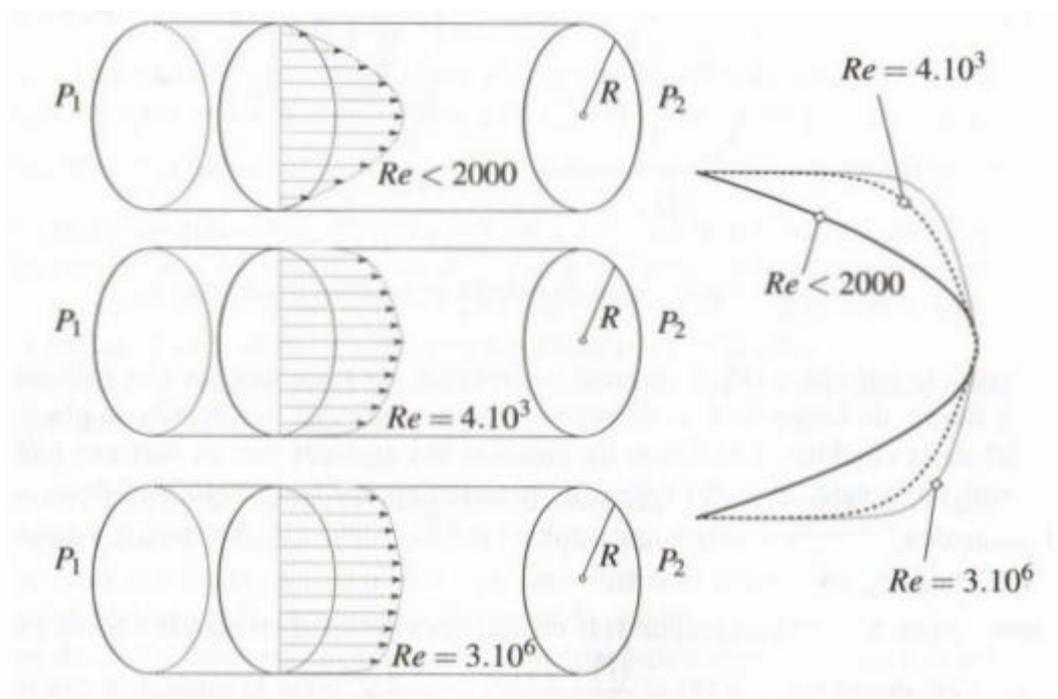


FIGURE II. 6 : Profils de vitesse selon le nombre de Reynolds

II.3.1. Nombre de Reynolds critique

On constate généralement que la transition d'un régime laminaire à un régime turbulent (figure) s'effectue lorsque $\approx 2000 = Re_c$, Nombre de Reynolds critique dans une conduite cylindrique.

- Pour $Re \approx 2000$, l'écoulement reste laminaire et une perturbation localisée introduite dans l'écoulement est progressivement dissipée.
- Dans un intervalle de Re de **2000 à 4000**, des «paquet» turbulent sont connectés dans le conduit de façon intermittente.
- Aux nombres de Reynolds plus élevés $Re > 4000$, l'écoulement devient turbulent dans son ensemble ; c'est-à-dire que les forces de viscosité ne sont plus suffisantes pour empêcher les inévitables perturbations d'engendrer des tourbillons qui se superposent à l'écoulement global.

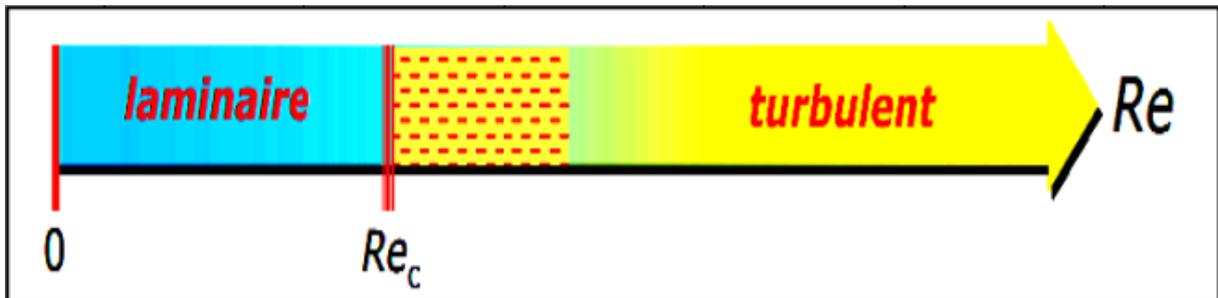


FIGURE II. 7 : les régimes d'écoulement

En prenant certaines précautions pour éviter au maximum les perturbation (vibration aspérités de la conduite...) l'écoulement peut rester laminaire au-delà de Re_c , jusqu'à une certaine limite (imprécise) qui dépendra essentiellement du niveau de précautions prises pour repousser l'apparition des turbulences [2].

II.4. Cas de l'écoulement de Poiseuille plan

On considère un écoulement entre deux plaques planes parallèles illustré en figure

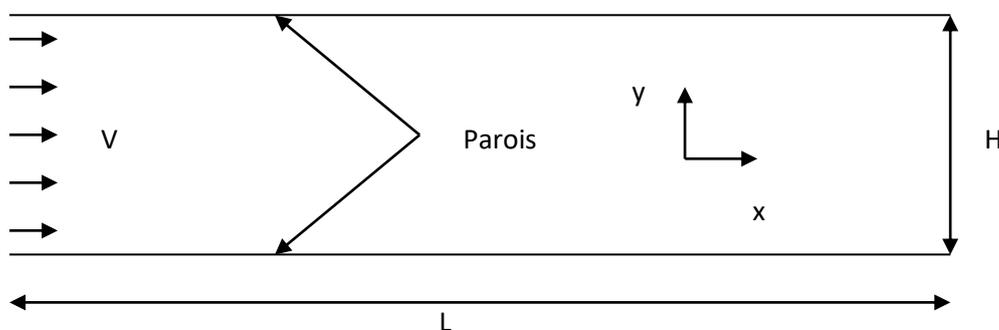


FIGURE II. 8 : Ecoulement entre deux plaques planes parallèles

Le nombre de Reynolds est défini comme suit :

$$Re = \frac{\rho VH}{\mu} = \frac{VH}{\nu}$$

Lorsque le nombre de Reynolds est inférieur à 5000, le régime est laminaire. Sous l'hypothèse d'un écoulement laminaire établi, il existe une solution analytique aux équations de Navier Stokes : l'écoulement de Poiseuille menant à un profil de vitesse parabolique.

$$\vec{v} = u(y)\vec{x} = -6V \left(\frac{y^2}{H^2} - \frac{y}{H} \right) \vec{x} \dots \dots \dots \text{II.6}$$

Le gradient de pression selon x est également analytique :

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{-12V\mu}{H^2} = cte \dots \dots \dots \text{II.7}$$

II.4.1 Longueur d'établissement

A partir d'un profil de vitesse uniforme en entrée, l'observation de l'établissement du profil de vitesse parabolique est subordonnée à la longueur du canal. Baber et Emerson présentent deux relations empiriques pour calculer la longueur d'établissement proposées par Atkinson et Al [9] et Chen [10].

Relation de Atkinson et al

$$\frac{L_e}{D} = 0.3215 + 0.011R_e \dots \dots \dots \text{II.8}$$

Relation de Chen

$$\frac{L_e}{D} = \frac{0.315}{0.0175R_e + 1} + 0.011R_e \dots \dots \dots \text{II.9}$$

A titre d'exemple pour $R_e = 1990$ et $D = 0.2m$, on obtient une longueur d'établissement :

Relation de Atkinson et al [9] :

$$\frac{L_e}{D} = 0.3215 + 0.011R_e \Rightarrow L_e = 4.44 m$$

Relation de Chen [10] :

$$\frac{L_e}{D} = \frac{0.315}{0.0175R_e + 1} + 0.011R_e \Rightarrow L_e = 4.37 m$$

II.4.2 Transition dans le cas plan

Contrairement au cas cylindrique, la transition est observée pour des Reynolds relativement plus élevés. Ainsi :

- Pour $Re \approx 5000$, l'écoulement reste laminaire et une perturbation localisée introduite dans l'écoulement est progressivement dissipée.
- Dans un intervalle de Re de 5000 à 6000, des «paquet» turbulent sont convectés dans le conduit de façon intermittente.
- Aux nombres de Reynolds plus élevés $Re > 6000$, l'écoulement devient turbulent dans son ensemble ; c'est-à-dire que les forces de viscosité ne sont plus suffisantes pour empêcher les inévitables perturbations d'engendrer des tourbillons qui se superposent à l'écoulement global.

II.5. Stabilité des écoulements de poiseuille :

Toutes les solutions d'équations du mouvement ne peuvent pas réellement se produire dans la nature, même si elles sont exactes. Ceux qui se produisent réellement doivent non seulement obéir aux équations de la dynamique des fluides, mais doivent également être stables [11].

Il est donc nécessaire d'évaluer la **stabilité** de l'écoulement

II.5.1. Exemple d'écoulement instable

- Les instabilités ne sont pas uniquement liées à la turbulence
- Même pour des écoulements très visqueux, des instabilités peuvent exister
 - **Exemple :**
 - deux disques en verre entre lesquels se trouve un fluide visqueux.
 - une traction verticale est exercée pour séparer les disques.



FIGURE II. 9 : deux disques en verre entre lesquels se trouve un fluide visqueux

• Exemple :

- un disque en verre contient un liquide
- on verse une goutte d'un liquide de viscosité différente au centre.



FIGURE II. 10 : versement d'une goutte visqueuse sur un liquide

• Exemples :

- écoulement en jet (par ex. en sortie de robinet, injection de produits, ...) Exemples d'écoulements instables.

Stable en dessous d'une certaine hauteur de chute

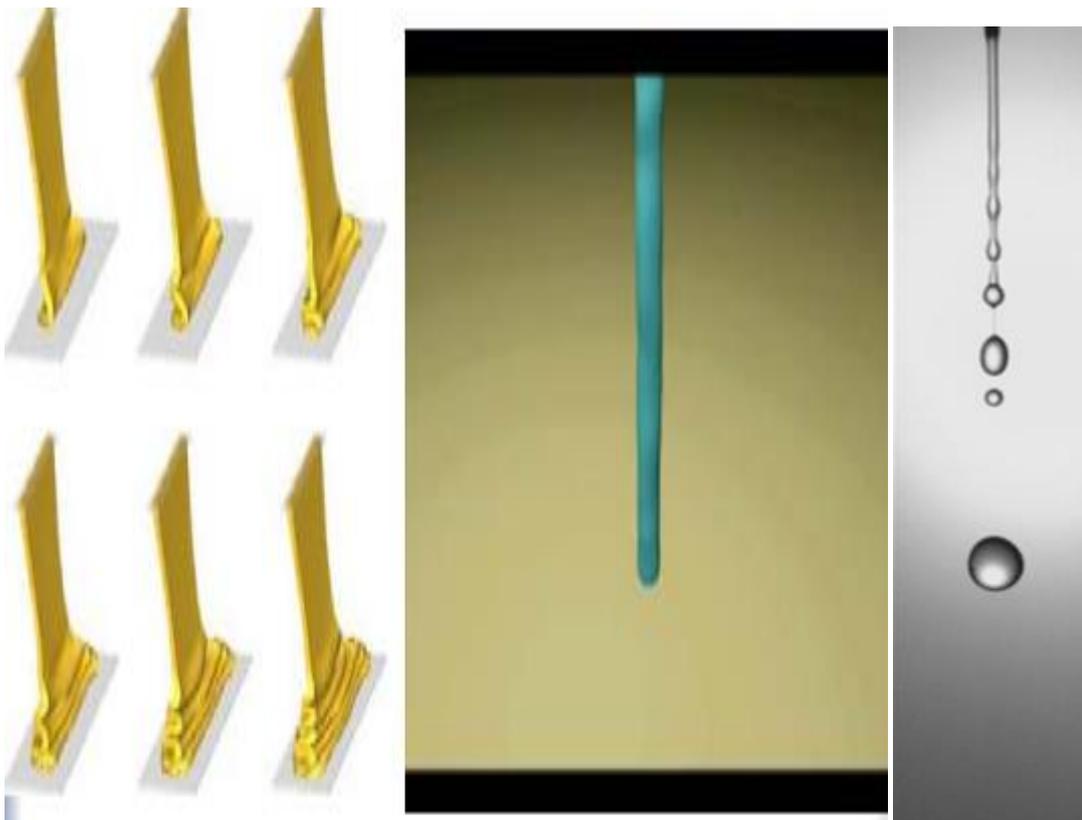


FIGURE II. 11 : Ecoulement en jet

- Instabilité de Kelvin-Helmholtz

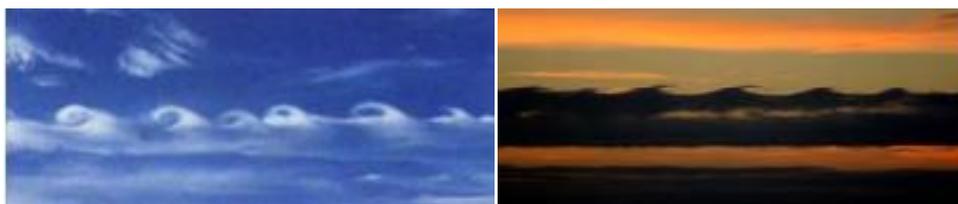


FIGURE II. 12 : Vent au-dessus d'un relief marqué

-Couches de fluides de densité et/ou de viscosité différentes (ex : origine des vagues)



FIGURE II. 13 : Origine des vagues

II.5.2 Etude de la stabilité

-La stabilité linéaire d'un set d'équations peut être évaluée par l'analyse de petites perturbations de la solution [11].

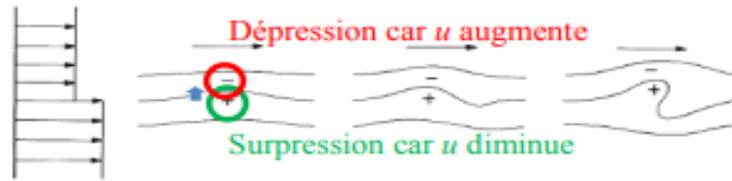


FIGURE II. 14 : La stabilité linéaire

-Considérons le système d'équation pour un fluide newtonien incompressible

-Considérons la solution des équations stationnaires

$$\begin{aligned} & \vec{U}_0(\vec{r}), p_0, \vec{F}_0(\vec{r}) \\ & \vec{U}_1(\vec{r}, t), p_1, \vec{1}(\vec{r}, t) \end{aligned}$$

-Le champ vectoriel perturbé peut s'écrire

$$\begin{cases} \vec{U} = \vec{U}_0 + \vec{U}_1 \\ p = p_0 + p_1 \\ \vec{F} = \vec{F}_0 + \vec{F}_1 \end{cases}$$

II.5.3 Analyse de stabilité linéaire

- Analyse de stabilité par décomposition de Fourier
- Une perturbation peut s'exprimer en toute généralité comme [11].

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \vec{C}_n(\vec{r}) e^{i(\vec{k}_n \cdot \vec{r} - a_n t)} \dots\dots\dots \text{II.10}$$

$$a_n = \omega_n + i\beta_n$$

$$\vec{k}_n = \vec{k}_n^r + i\vec{k}_n^i$$

$$\vec{C}_n = \vec{a}_n + i\vec{b}_n$$

$a_n, b_n, k_n^r, k_n^i, j, \beta_n, \omega_n$ Réels

Rappel : $e^{i\delta} = \cos(\delta) + i \sin(\delta)$

- \vec{C}_n fixés par les conditions initiales et aux limites de la perturbation
- Analyse de chaque mode n
- L'analyse de stabilité consiste à introduire l'expression générique dans le système perturbé et d'en déduire les valeurs des coefficients $k_{n,j}^i$, pour la stabilité spatiale, et β_n , pour la stabilité temporelle, en fonction des autres paramètres [12].

La stabilité peut ainsi être analysée :

- Temporellement : augmentation de l'amplitude avec le temps
- Spatialement : augmentation de l'amplitude selon une ou plusieurs coordonnées
- Temporellement et spatialement
- Condition de stabilité d'un mode n : $\vec{C}(\vec{r}) e^{\beta t} e^{-\vec{k}_i \cdot \vec{r}} e^{i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)}$
 - $\beta < 0$ → Stable, décroissance exponentielle avec le temps.
 - $\beta = 0$ → Neutre
 - $\beta > 0$ → Instable, croissance exponentielle avec le temps
 - Les composantes imaginaires de \vec{k} fournissent une information de stabilité spatiale
 - Le problème général
 - sera stable si tous ses modes le sont
 - deviendra instable quand la plus petite valeur atteindra son critère
 - ce mode déterminera l'amplification de l'instabilité et sa forme spatiale

II.5.4 Analyse de stabilité linéaire unidirectionnelle

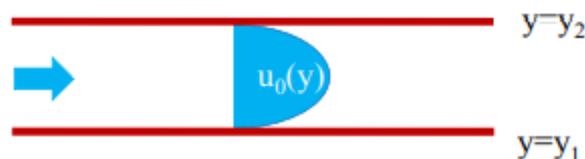


FIGURE II. 15 : stabilité linéaire unidirectionnel [12]

La solution de base est $\vec{U}_0 \begin{pmatrix} u_0(y) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Et les conditions aux limites d'imperméabilité et de non glissement y_1 et y_2

- Considérons les perturbations 2D suivantes :

Ondes planes de

$$Xz \left\{ \vec{U}_1 = \delta \begin{pmatrix} \tilde{u}(y) \\ \tilde{v}(y) \\ \tilde{w}(y) \end{pmatrix} e^{i(kx + \xi z - \alpha t)} \right. \dots \text{II.11}$$

$$p_1 = \delta \tilde{p} e^{i(kx + \xi z - \alpha t)}$$

$$|\delta| \ll 1$$

- Etude de l'instabilité temporelle : k, ξ réels et $\alpha = \omega + i\beta$ II.12

- Etude de l'instabilité spatiale selon x : α, ξ réels $k = \xi + i\eta$ II.13

- L'étude de stabilité linéaire d'un écoulement de Poiseuille 1D amène à l'équation différentielle ordinaire linéaire de Orr-Sommerfeld (équation de l'amplitude de la perturbation) [12].

$$\left(\left(\frac{d}{dy} \right)^2 - k^2 \right)^2 \tilde{v} - \frac{i\kappa}{v} \left[\left(\left(\frac{d}{dy} \right)^2 - k^2 \right) \tilde{v} - u_0'' \tilde{v} \right] = 0 \dots \text{II.14}$$

$$k^2 = \kappa^2 + \xi^2 \dots \text{II.15}$$

L'intégration et la prise en compte des conditions aux limites d'imperméabilité et de non glissement en y_1 et y_2

$$\tilde{v} = \frac{d\tilde{v}}{dy} = 0 \dots \text{II.16}$$

Permet d'écrire un système homogène qui se traduit par un problème aux valeurs propres pour une solution non triviale [13].

- Valeurs propres $\alpha = f(u_0, k)$
- Vecteurs propres \tilde{v}
 - Zone d'instabilité de l'équation d'Orr-Sommerfeld

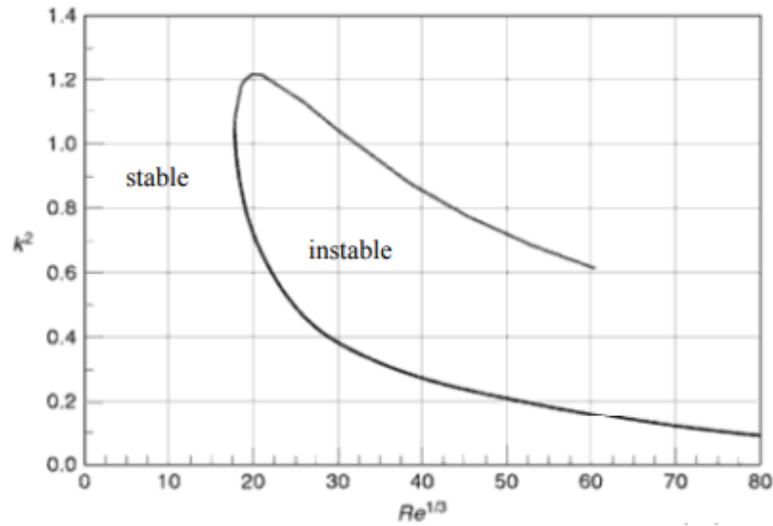


FIGURE II. 16 : Zone d'instabilité de l'équation d'Orr-Sommerfeld [14]

II.6. Conclusion

La modélisation d'un problème physique permet de lui donner une approche mathématique afin de l'étudier et de le résoudre.

Ce chapitre était consacré aux théorèmes et aux équations des écoulements dans ces deux régimes (laminaires et transitoires) et le passage entre les deux, ou on a cité la loi de Hagen-Poiseuille, le nombre de Reynold, équation de Navier-stokes et toute autre loi en relation avec notre étude.

Chapitre III : Modèle mathématique et les conditions aux limites

III.1 Introduction

Le but de l'étude est l'exploration de la transition du régime laminaire au régime turbulent d'un écoulement de poiseuille plan par le biais d'une simulation numérique.

Dans ce chapitre on présentera le problème physique à étudier et sa formulation mathématique en premier lieu. Ensuite on exposera les étapes pour une simulation numérique du problème. Au final, on tentera de résoudre la problématique de la transition pour ce type d'écoulement et identifier la zone de transition.

III.2 Position du problème

III.2.1 Modèle physique

Nous allons faire une simulation numérique pour faire une étude sur un écoulement de poiseuille 2D entre deux plaques planes parallèles.

Les dimensions du canal : Pour cette étude on suppose un long canal de telle sorte que l'écoulement dépasse largement la longueur d'établissement dans le cas de cette géométrie qui peut dépasser 5 m avec une hauteur de 0.2m (voir chapitre2). D'où le choix des dimensions suivantes :

Les dimensions du canal :

- La longueur 10 m.
- Hauteur du canal 0,2 m.

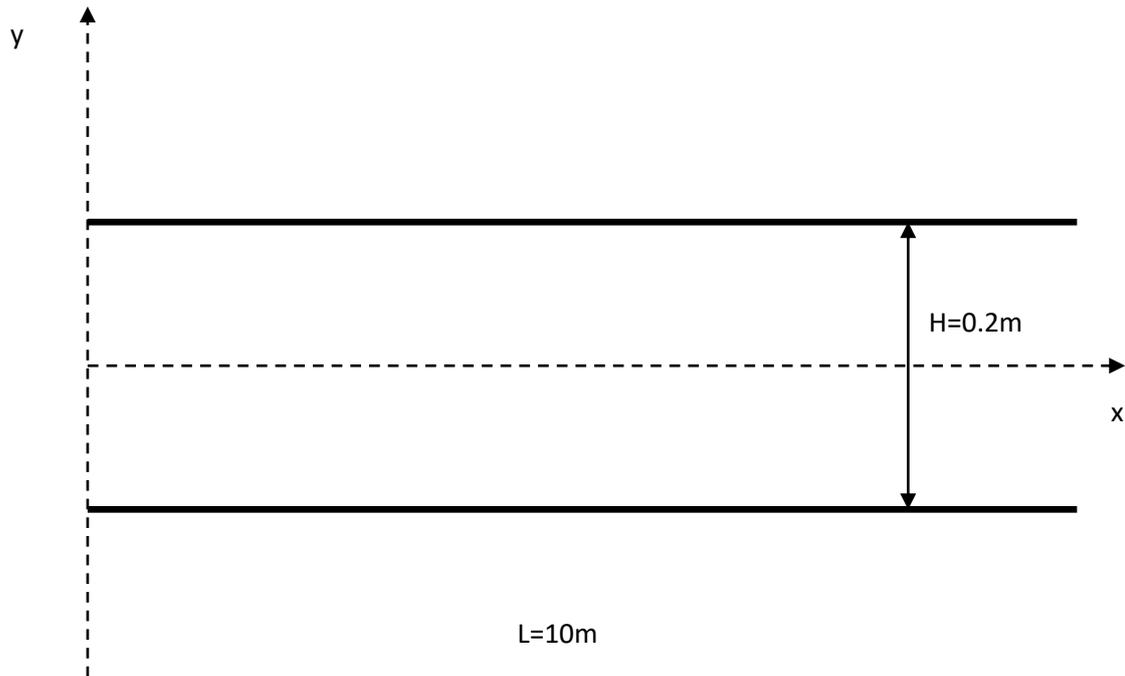


FIGURE III. 1 : Écoulement entre deux plaques parallèles

III.2.2 Hypothèses de travail :

Il est nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses afin d'établir un modèle mathématique simple qui décrit la physique de ce problème. Les hypothèses utilisées :

- L'écoulement est incompressible, bidimensionnel, permanent.
- le fluide considéré Newtonien.
- Effet de pesanteur négligé

III.2.3 Equations du mouvement :

Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots \text{III-1}$$

Equation de quantité de mouvement suivant (x)

$$\frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \dots\dots\dots \text{III.2}$$

Equation de quantité de mouvement suivant (y)

$$\frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \dots\dots\dots \text{III.3}$$

III.2.4 Conditions aux limites

On définit les conditions aux limites suivantes :

$$x = 0 \quad 0 \leq y \leq \frac{H}{2} : v = 0, u = U$$

$$y = 0 \quad 0 \leq x \leq L : \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad v = 0$$

$$y = \frac{H}{2} \quad 0 \leq x \leq L : u = 0 \quad v = 0$$

Les simulations sont réalisées avec l'eau comme fluide en écoulement

Les paramètres du fluide :

$$\rho = 998.2 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\mu = 10^{-3} \text{ kg.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$$

III.3 Procédure de simulation

Dans ce qui suit-on procédera à la résolution du problème posé par le moyen d'une simulation numérique à l'aide d'un code de calcul après avoir créé la géométrie correspondante.

III.3.1 Géométrie

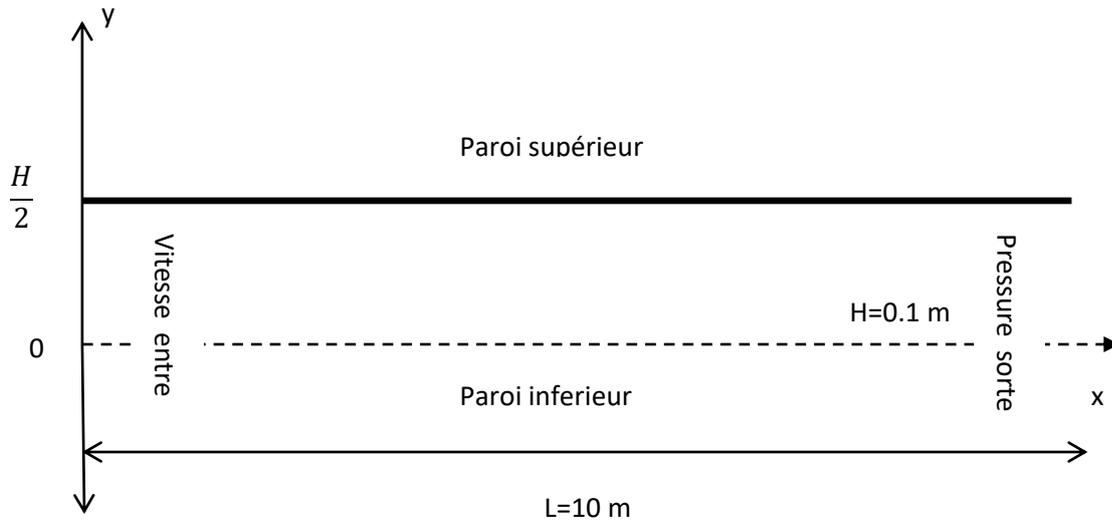


FIGURE III. 2 : Géométrie

III.3.1.1 Création des lignes transversales selon y

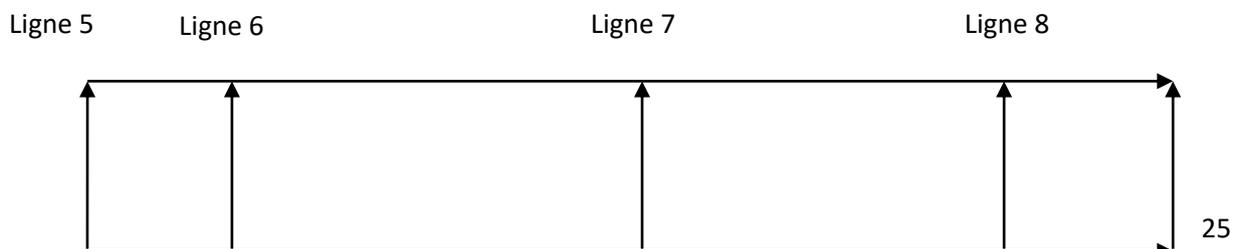
Afin de représenter des résultats tout le long du canal on choisit quatre lignes transversales repérées par les deux points d'extrémité de chaque ligne dans le repère adopté :

$$\text{Ligne 5 : } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ligne 6 : } \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ligne 7 : } \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ligne 8 : } \begin{pmatrix} 7.5 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 7.5 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$



III.3.2 Choix du Maillage

Test d'indépendance du maillage : Afin de choisir le maillage approprié pour notre étude on teste deux maillages. On suppose que selon y le choix de 50 points est largement suffisant selon la littérature et d'après la distance entre les deux plaques.

Nous simulons le problème pour les deux maillages : 50x100 et 50x200.

Soient n et m le nombre de nœuds respectivement suivant l'axe des y et l'axe des x .



III.3.2.1 Courbe des résidus et itérations

Pour $n=50$ $m=100$

Le nombre d'itération après la convergence est=1633

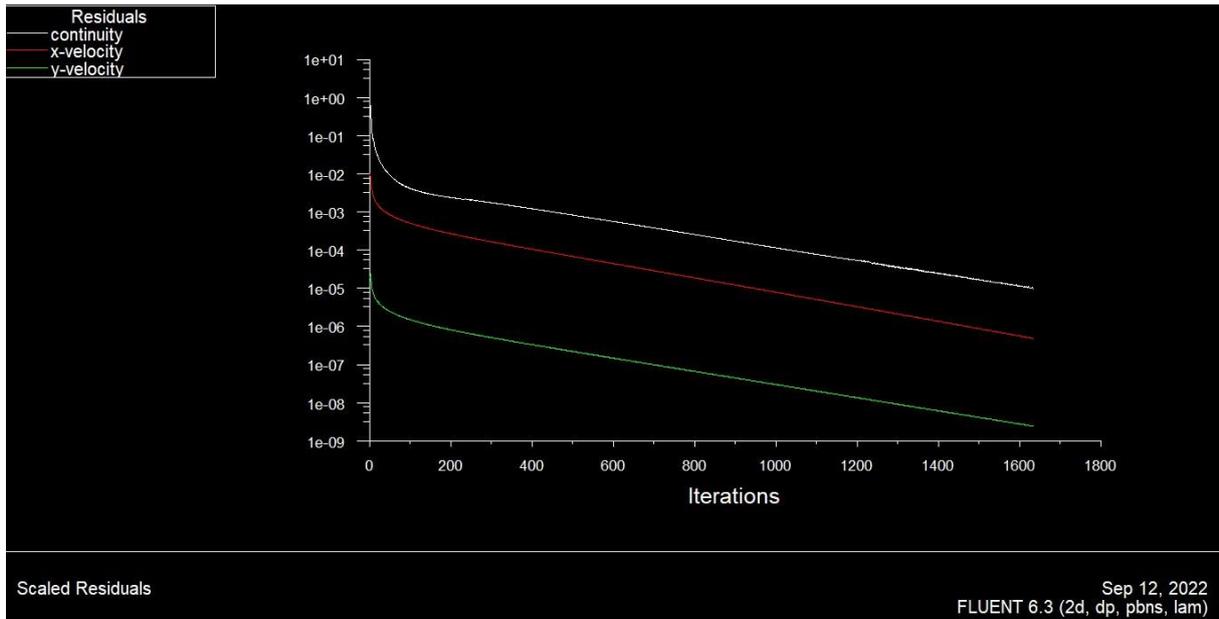


FIGURE III. 3 : courbe de résidu

- Pour $n=50$ $m=200$

Le nombre d'itération après convergence est=1443

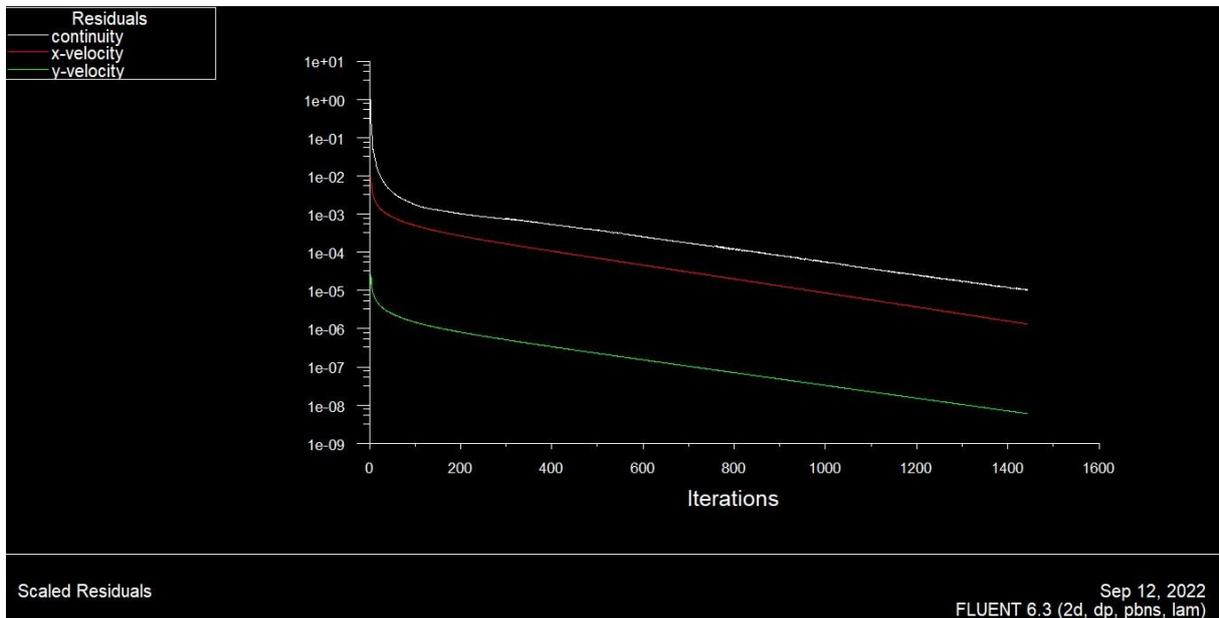


FIGURE III. 4 : courbe de résidu

III.3.2.2 Profil de vitesse

Ci-dessous le profil de vitesse U selon y le long de la ligne 8 pour les deux maillages :

Pour $n=50$ $m=100$

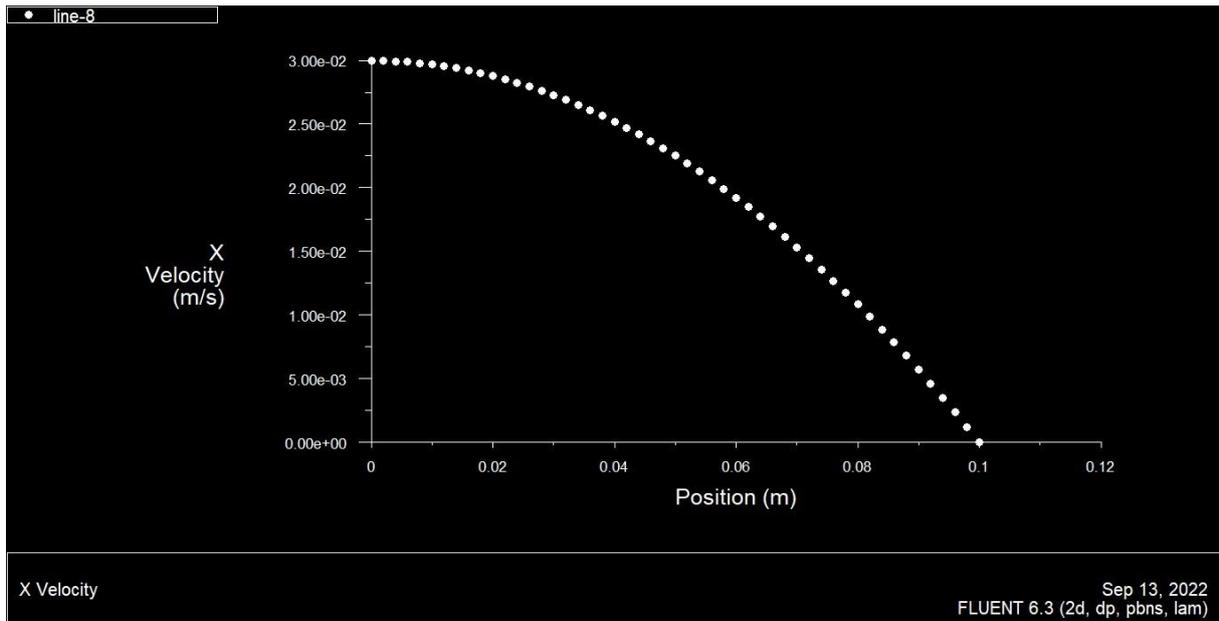


FIGURE III. 5 : Le profil de vitesse U à $x=7.5$ m

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 8 pour les deux maillages :

- Pour $n=50$ $m=200$

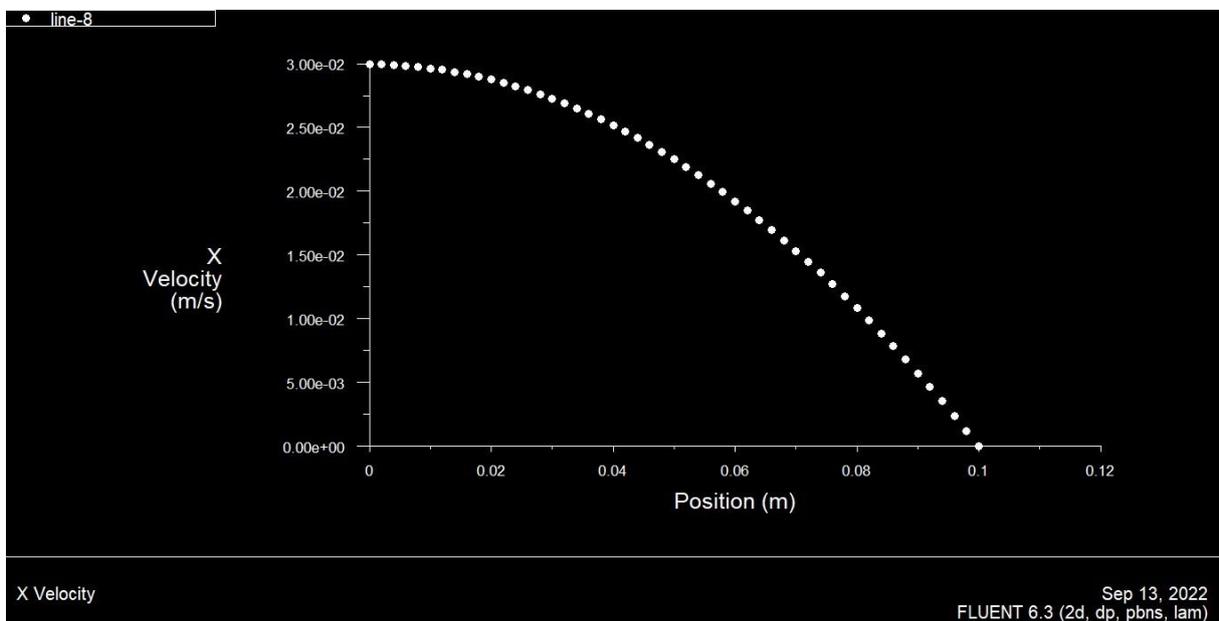


FIGURE III. 6 : Le profil de vitesse U à $x=7.5$ m

III.3.2.3 La longueur d'établissement L_e

- Pour $n=50$ $m=100$

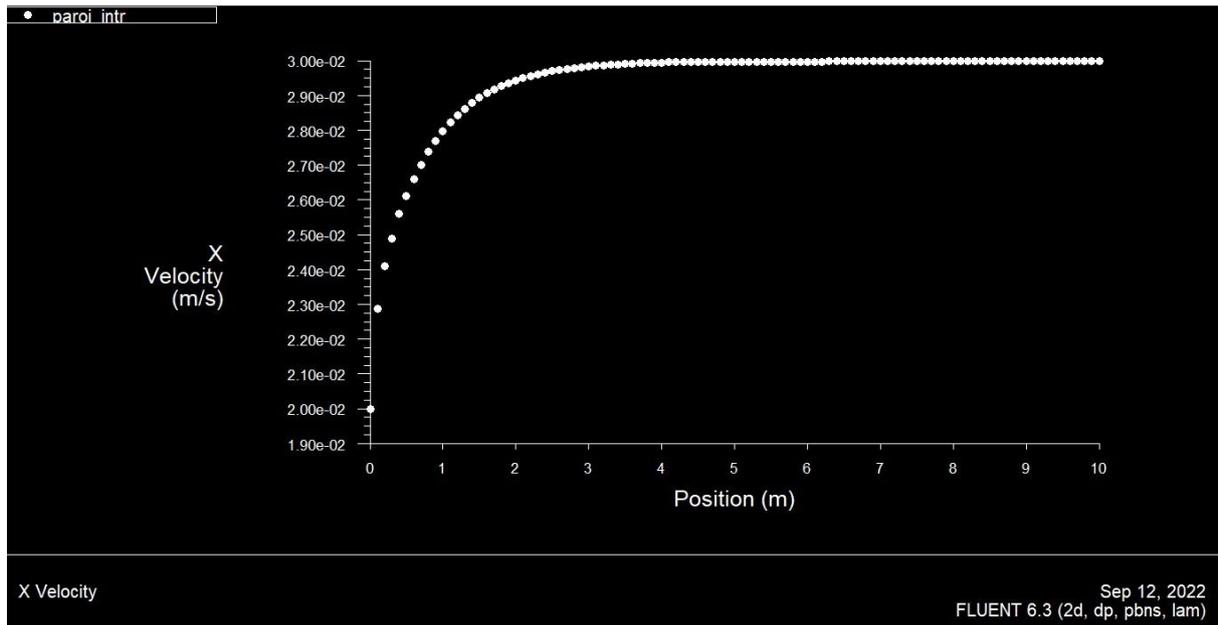


FIGURE III. 7 : Variation de U selon l'axe du canal

- Pour $n=50$ $m=200$

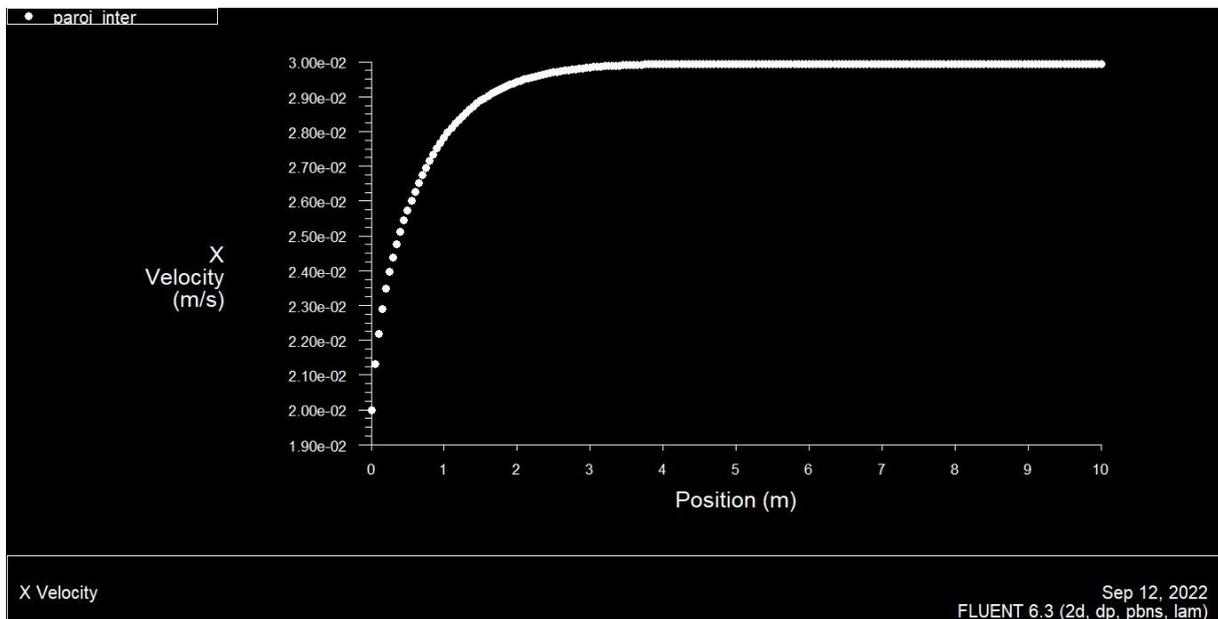
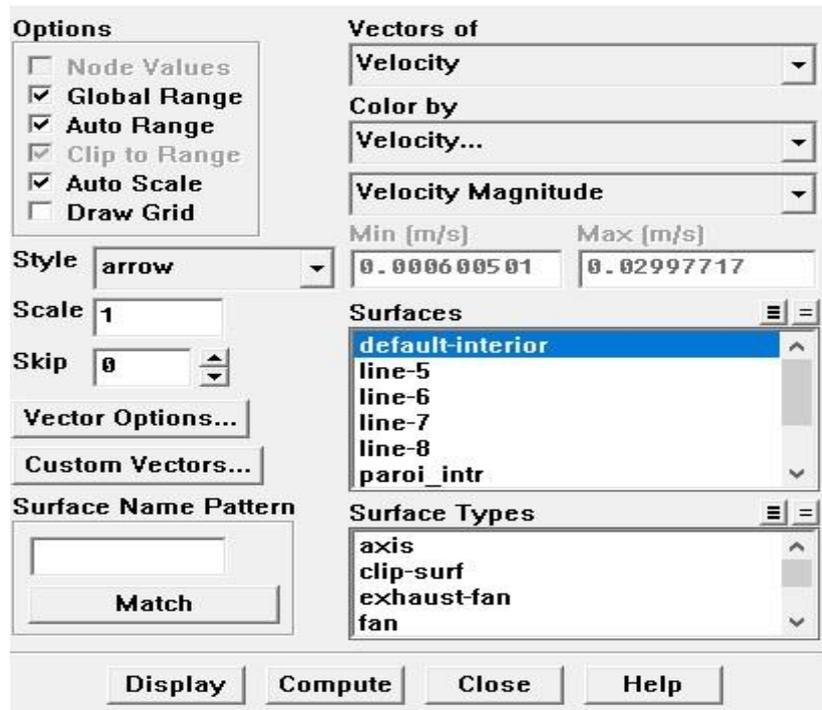


FIGURE III. 8 : Variation de U selon l'axe du canal

Pour les deux cas on trouve approximativement la même longueur : $L_e=3.5m$

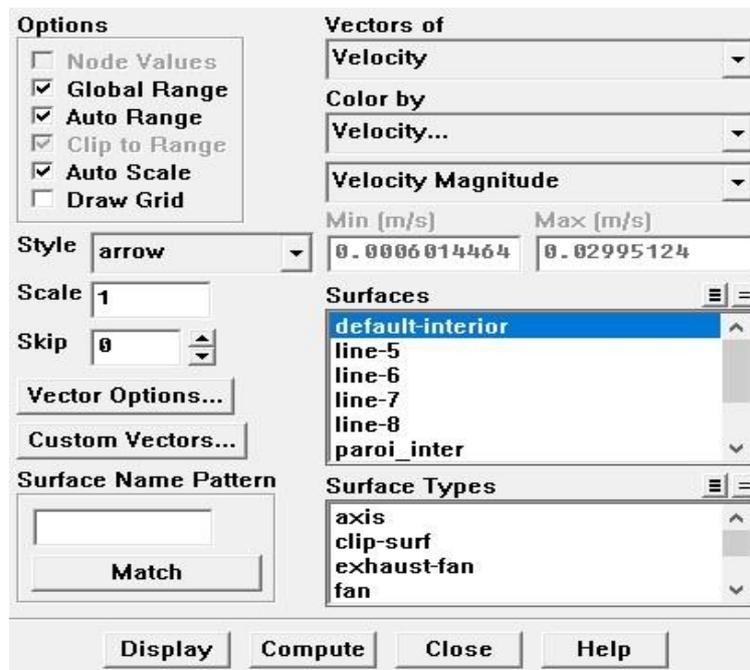
III.3.2.4 La vitesse maximale et minimale

- Pour $n=50$ $m=100$



$$V_{max} = 0.02997m/s \quad V_{min} = 0.0006005m/s$$

- Pour $n=50$ $m=200$



$$V_{max} = 0.02995m/s \quad V_{min} = 0.0006001m/s$$

III.3.2.5 Conclusion du Test de convergence

D'après la comparaison des résultats avec les deux maillages 50x100 et 50x200, on constate que le maillage 50x100 donne des résultats très proche de ceux de 50x200. Ainsi, pour la suite de nos calculs on choisit alors le maillage 50x100.

III.4 Résultats et discussions :

Afin d'explorer le début de la transition on fait varier la vitesse d'entrée de 0.02m/s à 0.06m/s :

- Pour $v=0.02\text{m/s}$ $D=0.2\text{ m}$

$$Re = \frac{D \cdot v}{1,0048 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,2 \cdot 0,02}{1,0048 \cdot 10^{-6}} = 3981$$

Le nombre d'itération après la convergence est=1633

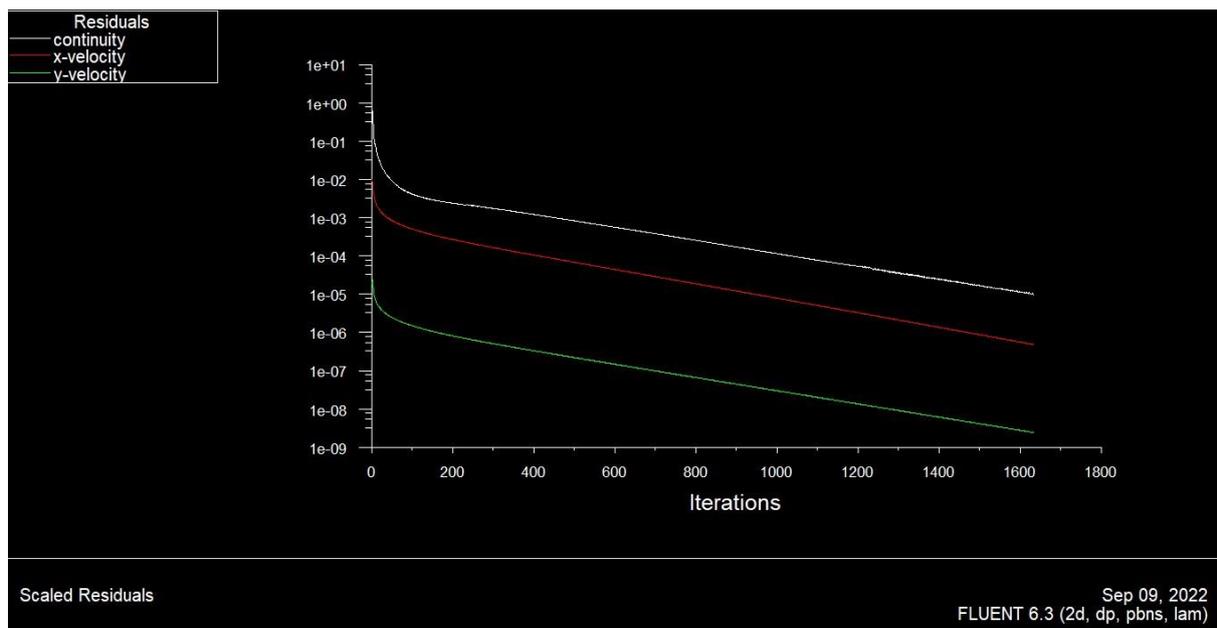


FIGURE III. 9 : courbe de résidu

La pression

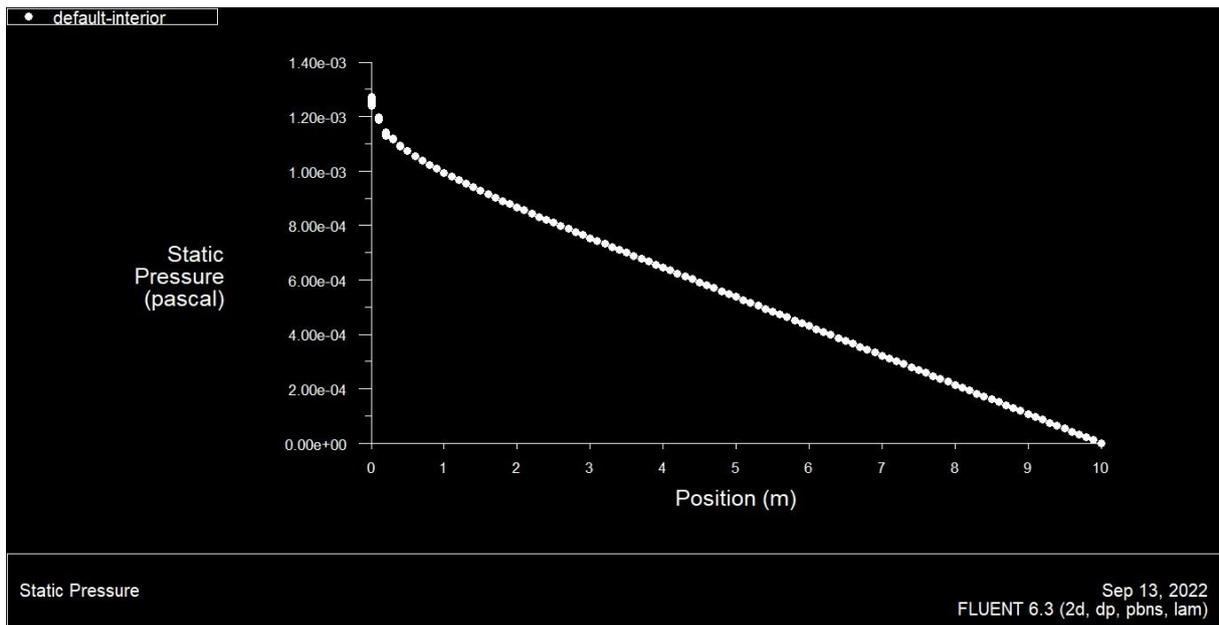
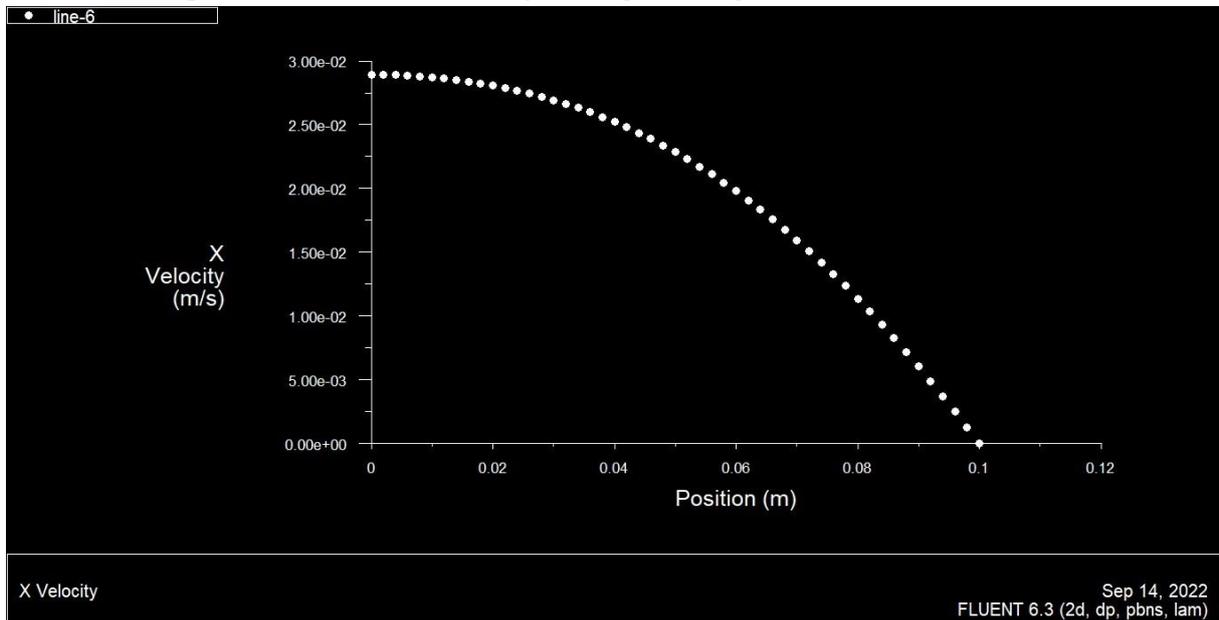


FIGURE III. 10 : pression statique en fonction de x

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 6

FIGURE III. 11 : Le profil de vitesse U à $x=1.5m$

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 7

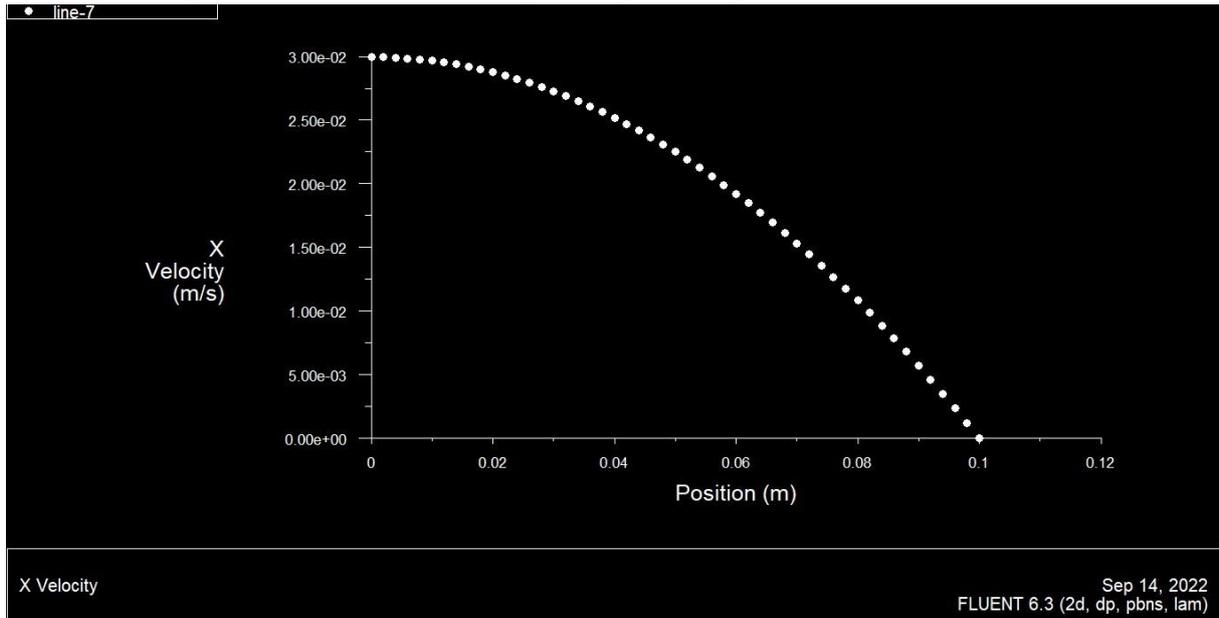


FIGURE III. 12 : Le profil vitesse U à $x=5$

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 8

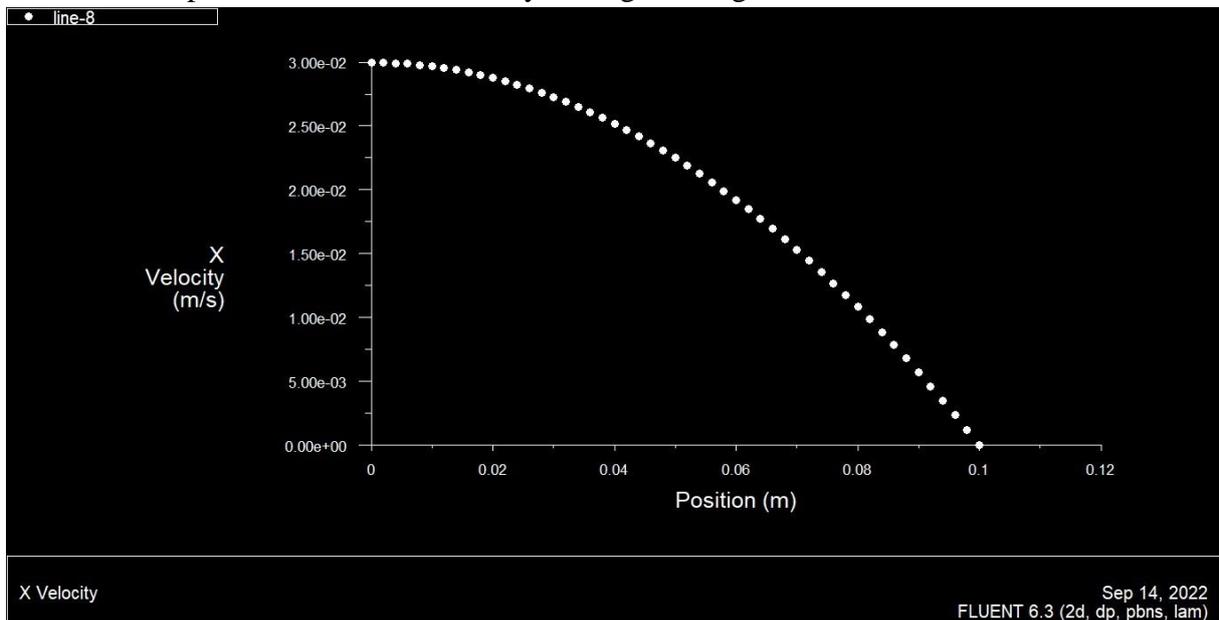


FIGURE III. 13 : Le profil de vitesse U à $x=7.5$

- Pour $v=0.03$ m/s $D=0.02$ m

$$Re = \frac{D \cdot v}{1,0048 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,2 \cdot 0,03}{1,0048 \cdot 10^{-6}} = 5971$$

Le nombre d'itération après la convergence est=1633

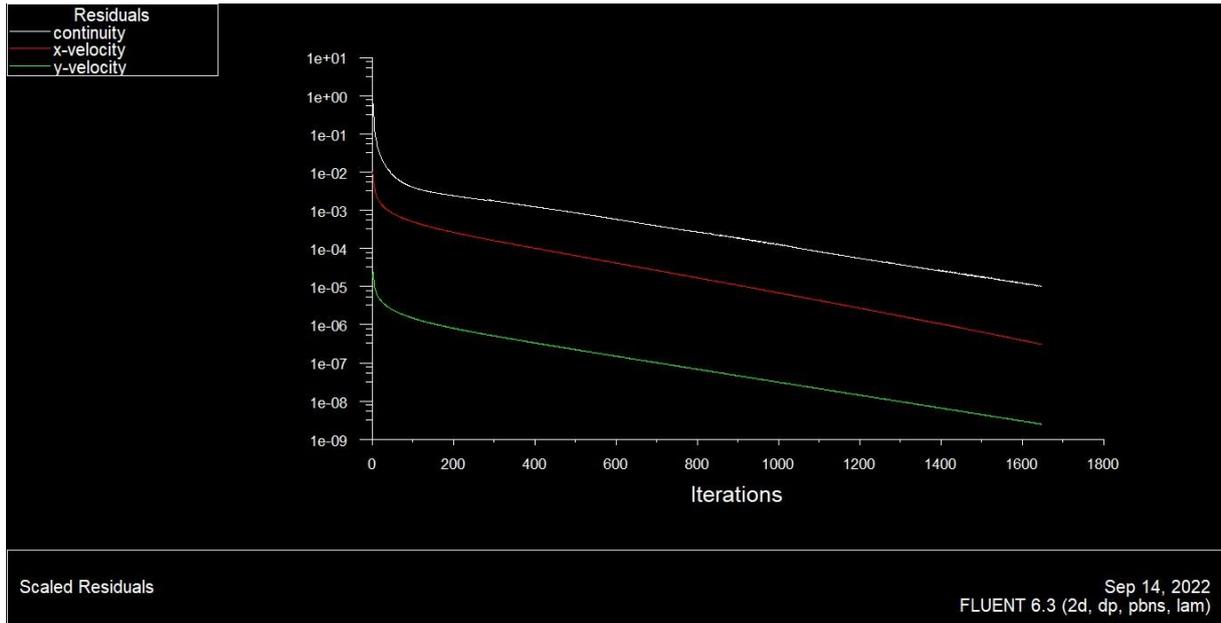


FIGURE III. 14 : courbe de résidu

La pression

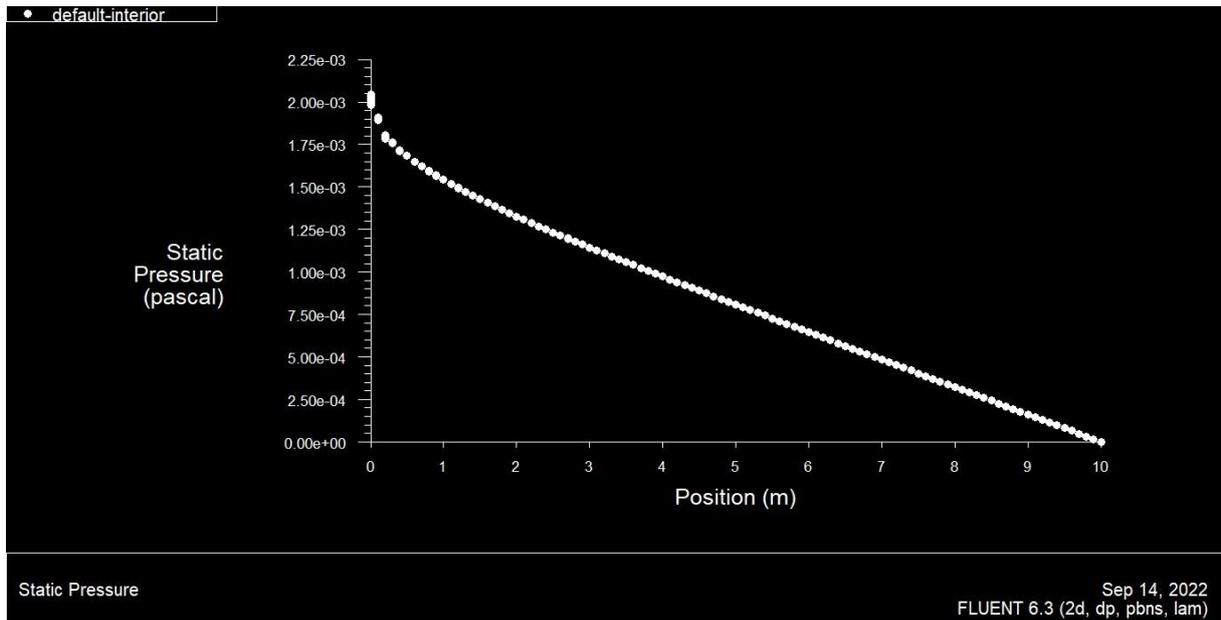


FIGURE III. 15 : La pression statique en fonction de x

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 6

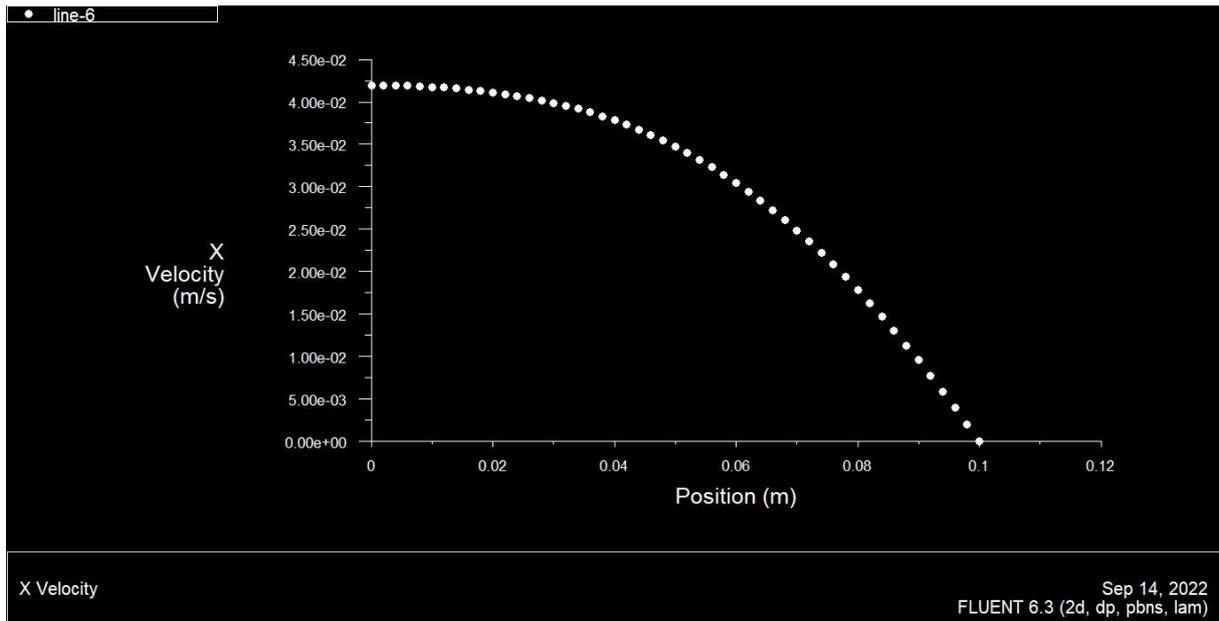


FIGURE III. 16 : Le profil de vitesse U à $x=1.5$

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 7

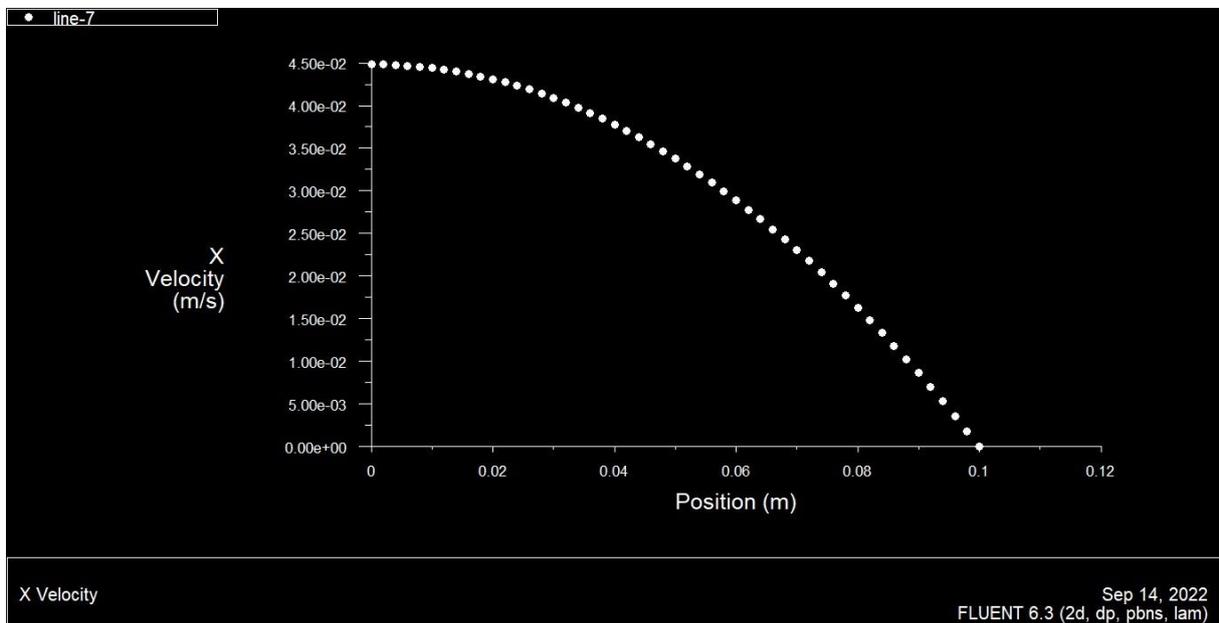


FIGURE III. 17 : Le profil de vitesse U à $x=5$

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 8

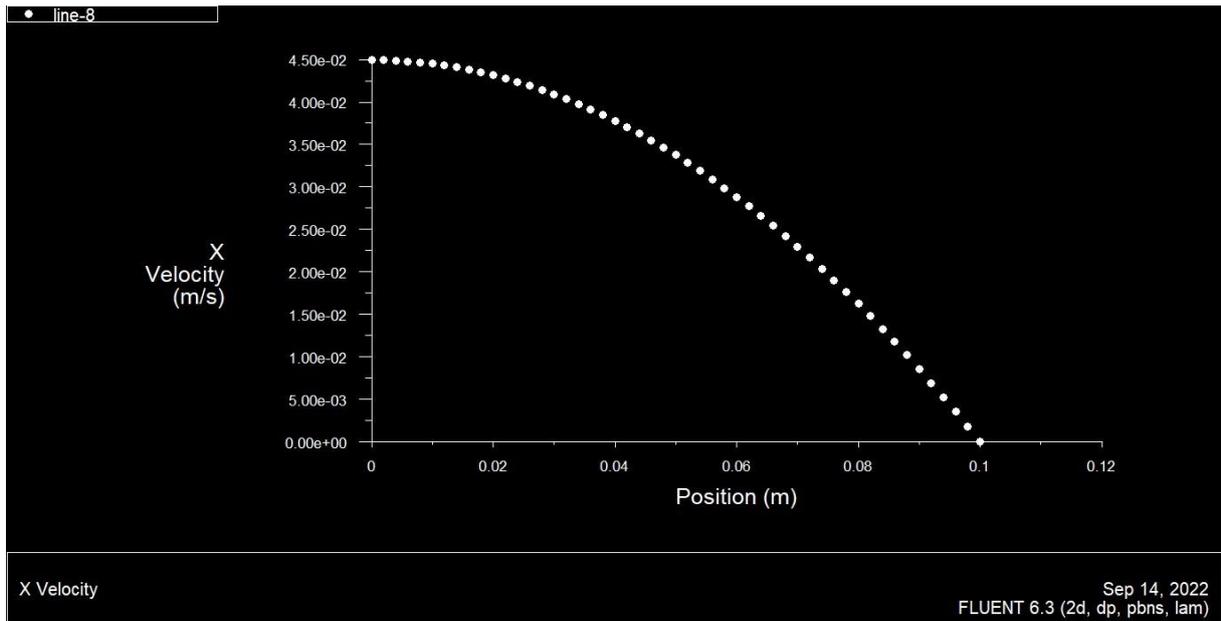


FIGURE III. 18 : Le profil de vitesse U à x=7.5

- Pour $v=0.04$ m/s $D=0.2$ m

$$Re = \frac{D \cdot v}{1,0048 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,2 \cdot 0,04}{1,0048 \cdot 10^{-6}} = 7962$$

Le nombre d'itération après la convergence est=1642

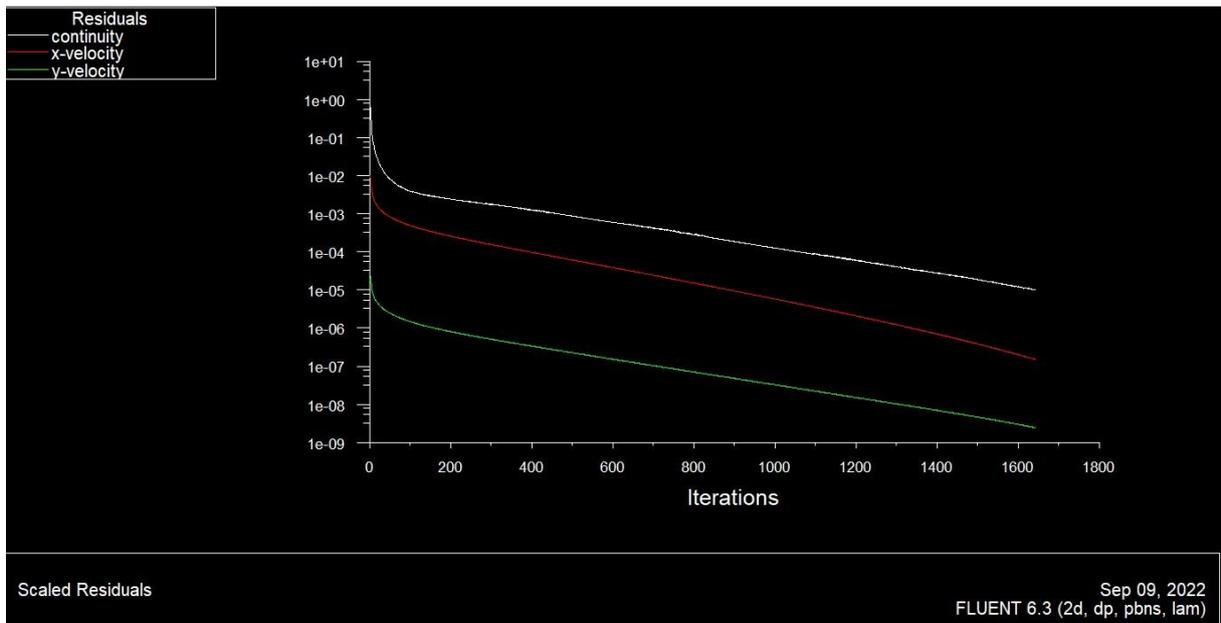


FIGURE III. 19 : courbe de résidu

La pression

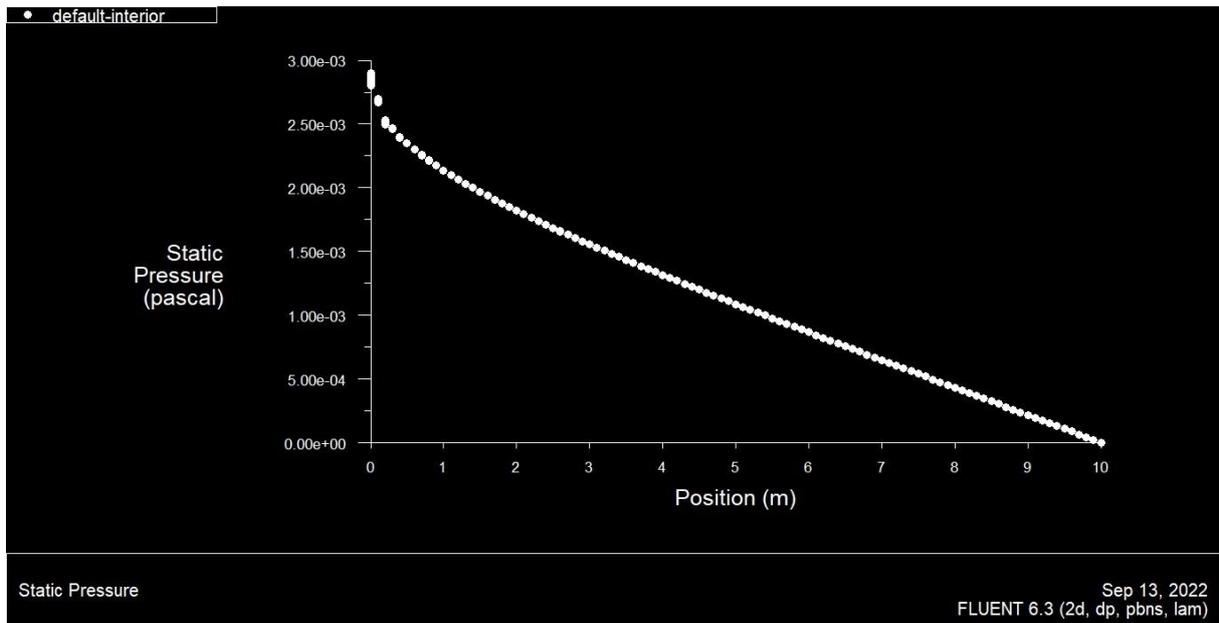


FIGURE III. 20 : la pression statique en fonction de x

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 6

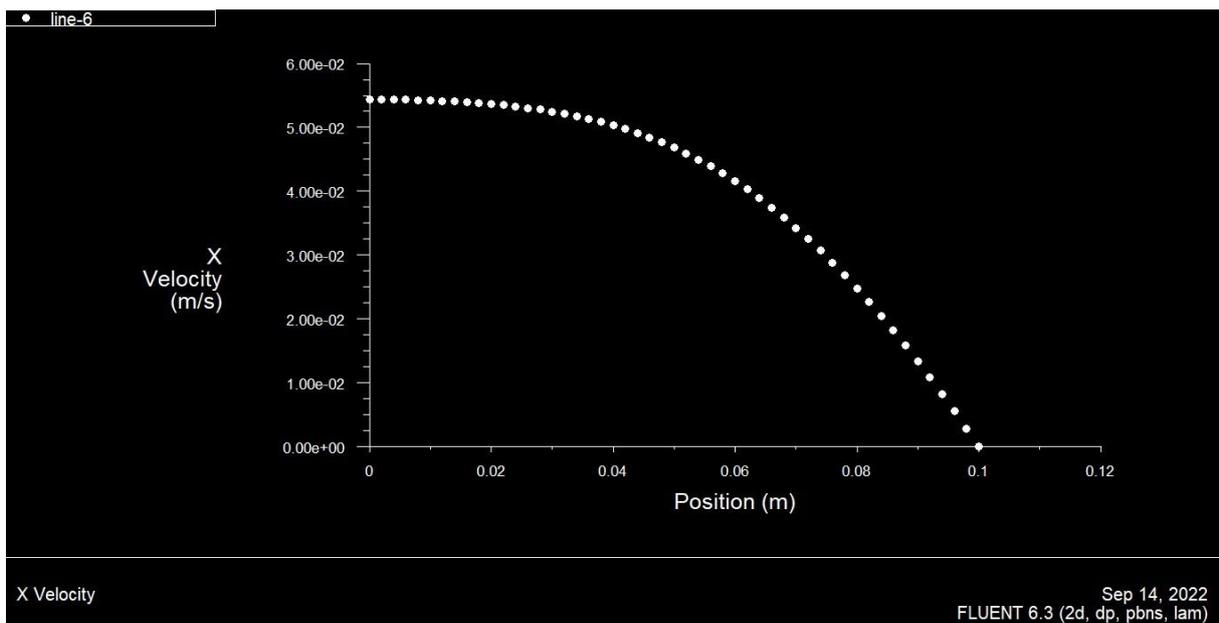


FIGURE III. 21 : le profil vitesse U à x=1.5

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 7

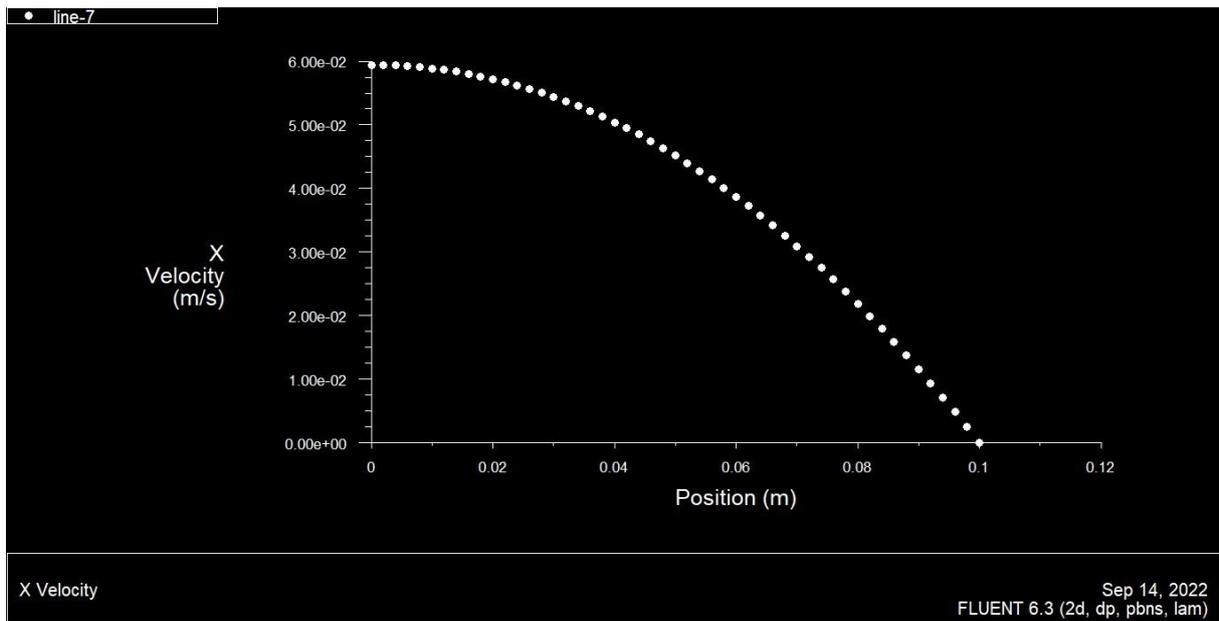


FIGURE III. 22 : le profil vitesse U à $x=5$

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 8

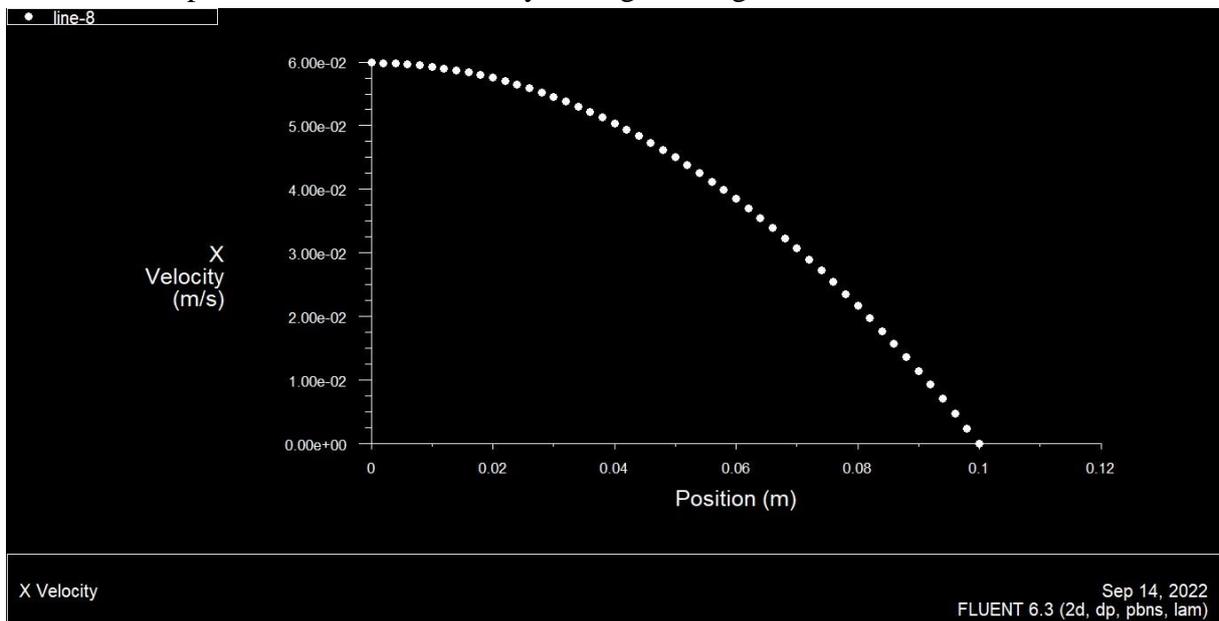
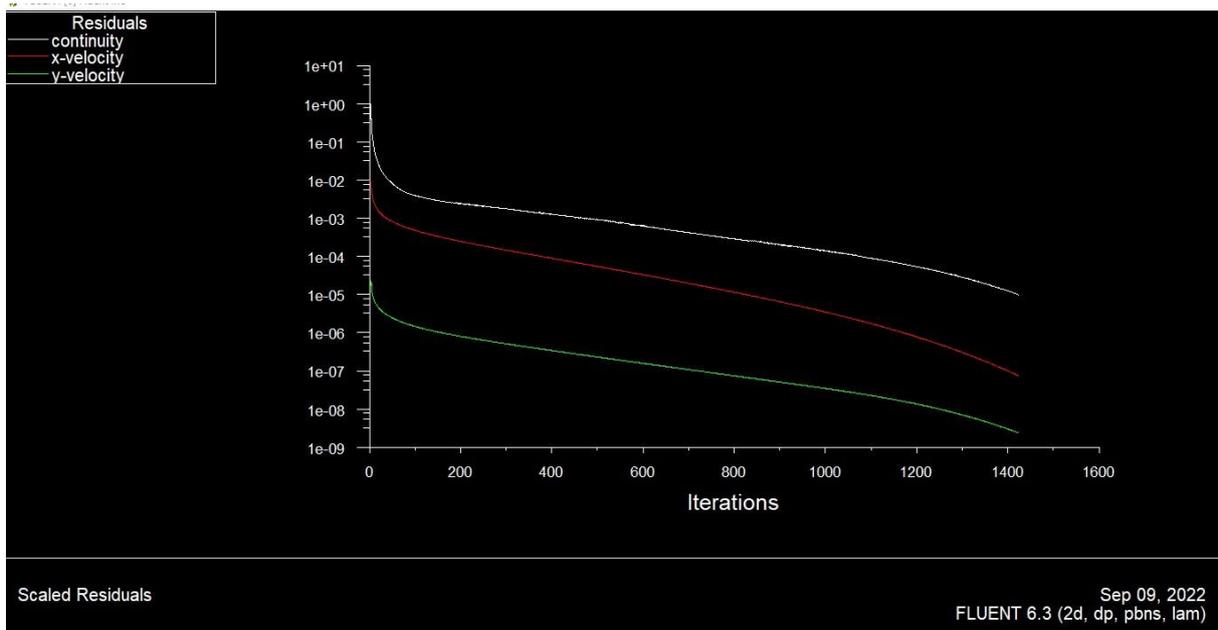


FIGURE III. 23 : le profil vitesse U à $x=7.5$

- Pour $v=0.06$ m/s $D=0.2$ m

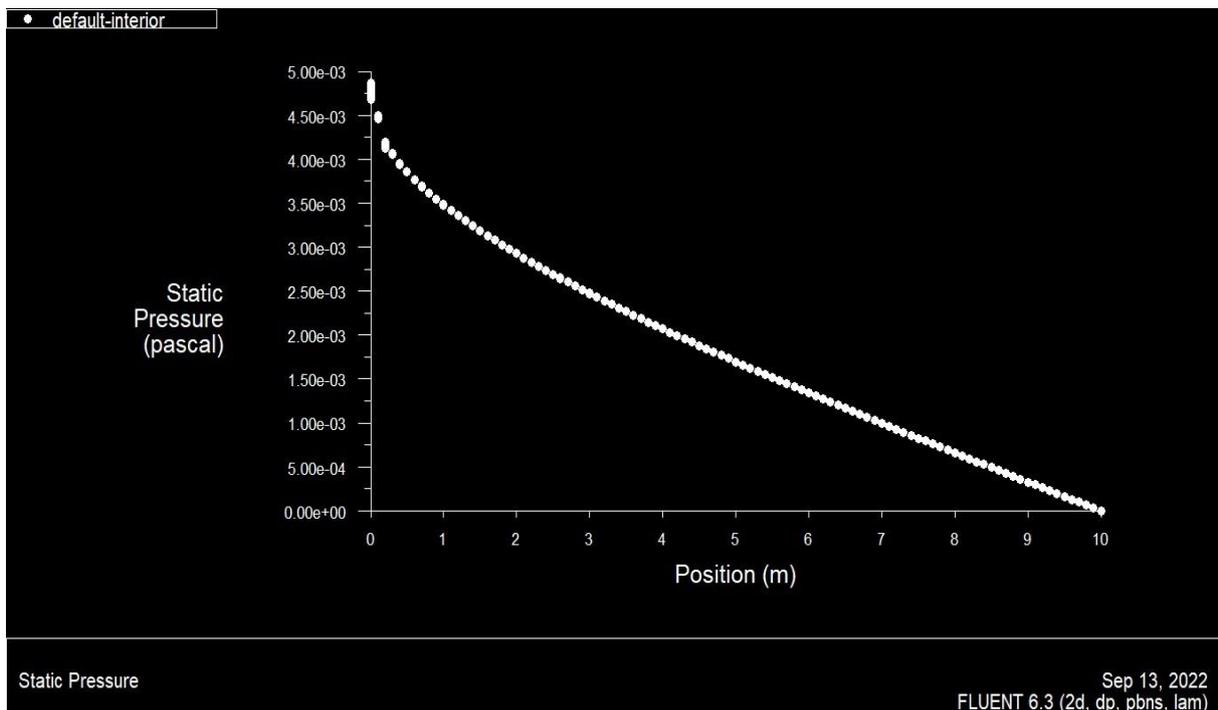
$$Re = \frac{D \cdot v}{1,0048 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,2 \cdot 0,06}{1,0048 \cdot 10^{-6}} = 11942$$

Le nombre d'itération après la convergence est=1423

**FIGURE III. 24 :** courbe de résidu

Dans ce cas, la courbe en fin d'itérations est de plus en plus visible est confirmée.

La pression

**FIGURE III. 25 :** la pression statique en fonction de x

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 6

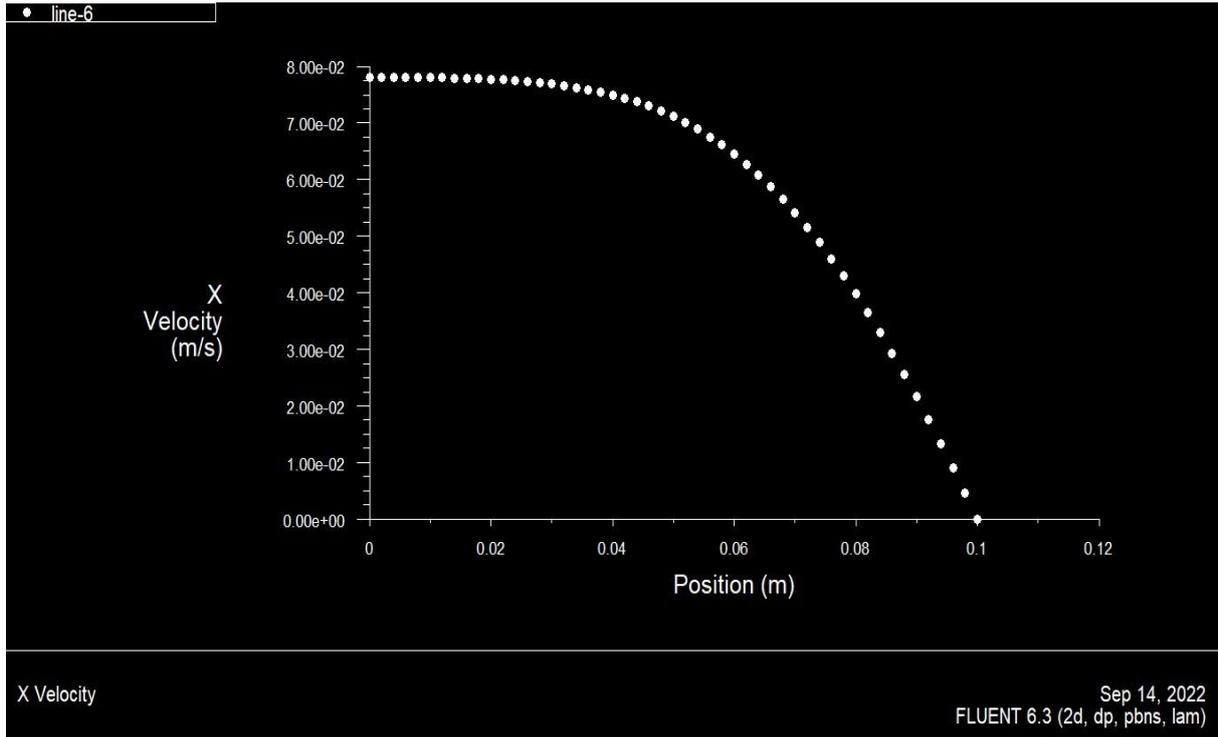


FIGURE III. 26 : le profil vitesse U à $x=1.5$

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 7

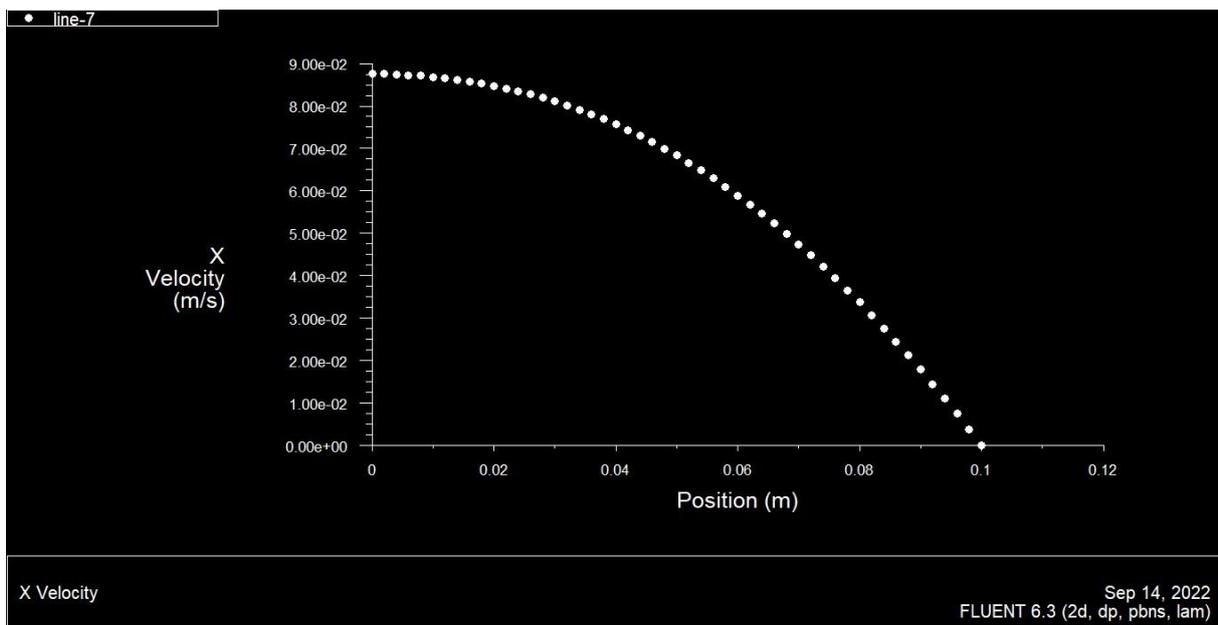


FIGURE III. 27 : le profil vitesse U à $x=5$

Ci-dessous le profil de vitesse V_x selon y le long de la ligne 8

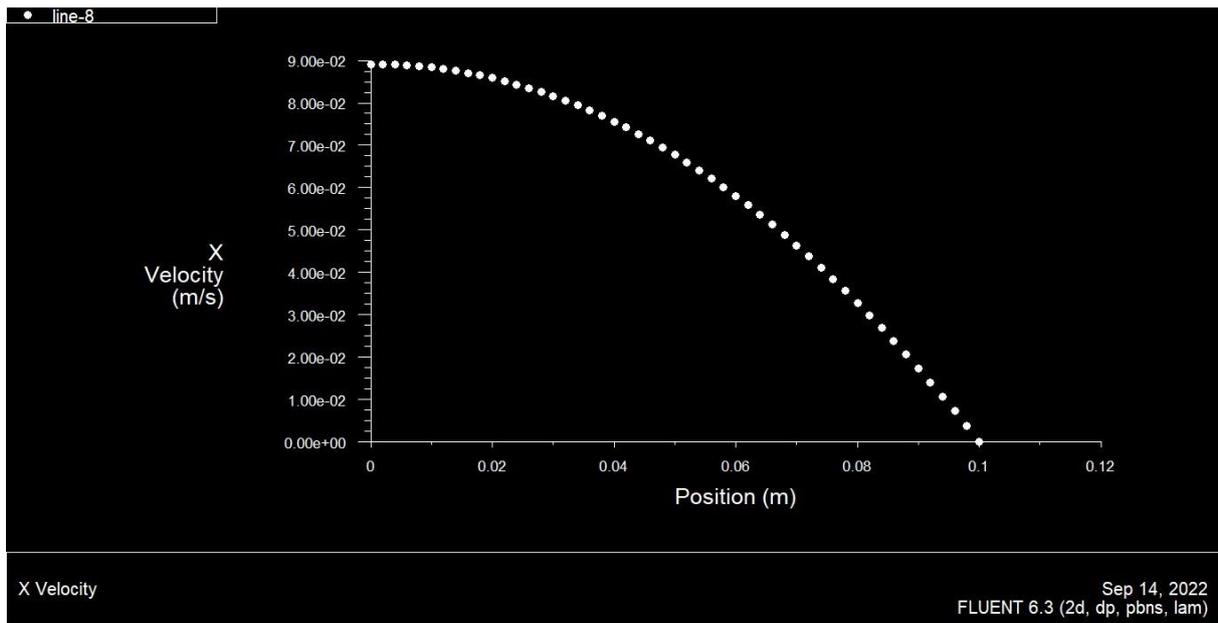


FIGURE III. 28 : le profil vitesse U à $x=7.5$

III.5 Commentaires :

D'après les représentations précédentes un changement commence à apparaître à partir de la vitesse d'entrée 0.03m/s dans la courbe des résidus où celle de la vitesse V_x s'écarte légèrement et se rapproche plus de celle de la vitesse V_y à la fin des itérations, ce qui n'était pas visible pour les nombres de Reynolds inférieurs. On constate aussi un début de diminution de nombre d'itérations nécessaires pour la convergence à partir de cette valeur. Le changement d'allure de la courbe des résidus est encore plus visible pour une vitesse de 0.04m/s où la courbe commence à avoir une courbure en fin d'itérations.

Ce changement observé avec l'augmentation du nombre de Reynolds nous fait penser qu'il a une relation à un début de transition du régime d'écoulement.

III.6 Conclusion

D'après les calculs en faisant varier la vitesse d'entrée on a constaté qu'un changement s'opère dans l'allure des courbes de résidus à partir d'une vitesse d'entrée de 0.03m/s et ce changement est de plus en plus visible pour une vitesse de 0.04m/s. Par conséquent, on suggère que cet intervalle peut être celui de la transition d'autant plus que l'intervalle des nombres de Reynolds pour ses vitesses est approximativement entre 6000 et 8000 qui est globalement en concordance avec la littérature pour le cas d'un écoulement de Poiseuille plan.

Conclusion générale

Conclusion générale

L'objectif de notre travail est de présenter les résultats de nos calculs par simulation numérique, la variation de la vitesse entre deux plaques planes parallèles immobile. Les résultats trouvés sont approximativement proches à ceux donnés dans la théorie.

Le fluide utilisé pour la simulation est un fluide Newtonien.

Ainsi cette analyse est réalisée en faisant varier la vitesse d'entrer du fluide (l'eau) entre les deux plaques.

Pour la réalisation de cette simulation on a établi des hypothèses de travail afin de pouvoir établir un modèle mathématique simple et qui décrit la physique de ce problème, qui sont :

- L'écoulement est incompressible, bidimensionnel, permanent.
- le fluide considéré Newtonien.
- Effet de pesanteur négligé

Après avoir effectué la simulation, on a pu résoudre le problème de la transition pour ce type d'écoulement poiseuille plan et on a pu identifier la zone de transition qui se situe entre 0.03m/s et 0.04 m/s qui correspondent à un nombre de Reynolds entre 6000 et 8000.

Dans ce travail, le premier chapitre était consacré pour les différentes définitions des différents écoulements, où on a défini l'écoulement poiseuille cylindrique et plans, la transition laminaire-turbulent et les instabilités hydrodynamiques.

Au deuxième chapitre, on tenter d'établir un modèle mathématique pour deux cas d'écoulements poiseuille qui sont l'écoulement poiseuille cylindrique et poiseuille plan.

A la de ce travail et au chapitre trois, on a réalisé une simulation numérique qui nous a permet d'identifier de transition d'un écoulement plan, où nous avons obtenu des résultats satisfaisants et si proches des résultats théoriques.

Références bibliographie

Références bibliographiques

Références bibliographiques

[1] <https://ats.leblouch.bzh>

[2] : ELAZIOUTI Abdelkader << Cours mécanique des fluides >>, Université de Saida, années 2015/2016.

[3] : https://www4.ac-nancy-metz.fr/physique/ancien_site/tpphys/Term/Reynolds/Reynolds3

[4] :H. L. Langhaar, "Steady Flow in the Transition Length of a Straight Tube," J. Appl. Mech , 1942.

[5] :J. Carbonnet- M. Roques. Mécanique des fluides. Académie de NancyMetz, 1998.

[6] : R. Ben hamouda. Notions de Mécanique des fluides. Cours et Exercices Corrigés. Centre de Publication Universitaire, Tunis, 2008.

[7] : J. Roussel. Cours de Mécanique des fluides, 2010.

[8] : J.L.Wojkiewicz. « MOOC mécanique des fluides, structuration, activités pédagogiques et certification » Printemps d'UNIT, Université Paris ouest, Nanterre la défense, 2015

[9] : B. Atkinson, M. P. Brocklebank, C. C. H. Card, and J. M. Smith. Low reynolds number developing flows. AIChE J, 1969.

[10] : R. Y. Chen. Flow in the entrance region at low reynolds numbers. J. Fluids Eng , 1973.

[11] : <https://www.hach.ulg.ac.be>

[12] : Betchov. R . And Criminale W.O , Stability of parallel flows, Academic , 1967.

[13] :C.E. GROSH ,H,Salwen, , the stability of steady and time-dependent plane Poiseuille flow –J, Fluid.Mesh,1968 .

[14] : Instabilités hydrodynamiques, Université Paris-Saclay. M₂ DFE, Années 2021-2022

Annexe

Annexe A

Méthode des Volumes Finis (MVF)

1. Méthode des Volumes Finis dans le cas monodimensionnel

1.1 Formulation monodimensionnelle de l'Equation de Poisson par la MVF

L'équation de poisson dans le cas monodimensionnel s'écrit

$$\frac{d}{dx} \left(\varepsilon \frac{d\varphi}{dx} \right) + \rho = 0 \dots\dots\dots 1$$

L'équation intégrée sur le volume fini limité par les faces (w, e)

$$\int_e^w \frac{d}{dx} \left(\varepsilon \frac{d\varphi}{dx} \right) dx + \int_w^e \rho dx = 0 \dots\dots\dots 2$$

Après intégration on aura :

$$\left(\varepsilon \frac{d\varphi}{dx} \right)_e - \left(\varepsilon \frac{d\varphi}{dx} \right)_w + \int_w^e \rho dx = 0 \dots\dots\dots 3$$

Un profil linéaire a été choisi afin d'exprimer la variation du potentiel φ entre les nœuds voisins :

$$\left[\varepsilon_e \left(\frac{\varphi_E - \varphi_P}{(\delta x)_e} \right) - \varepsilon_w \left(\frac{\varphi_P - \varphi_W}{(\delta x)_w} \right) \right] + \delta_P \Delta x \dots\dots\dots 4$$

Tels que :

φ_P : Potentiel électrique au nœud P

φ_E : Potentiel électrique au nœud E

φ_W : Potentiel électrique au nœud W

$(\delta x)_e$: Distance entre les nœuds P et E

$(\delta x)_w$: Distance entre les nœuds W et P

Δx : Longueur de volume fini

Ainsi l'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$\partial_P \varphi_P = \partial_E \varphi_E + \partial_W \varphi_W + S$$

Avec :

$$\partial_E = \frac{\varepsilon_e}{(\delta x)_e}$$

$$\partial_W = \frac{\varepsilon_w}{(\delta x)_w}$$

$$\partial_P = \partial_E + \partial_W$$

$$S = \delta_P \Delta x$$

Dans le cas d'un maillage uniforme

$$\Delta x = (\delta x)_e = (\delta x)_w$$

Alors on aura

$$\partial_E = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_w}$$

$$\partial_W = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w}$$

$$\partial_P = \partial_E + \partial_W$$

Formulation monodimensionnelle de l'Equation de Schrödinger par la MVF

L'équation de Schrödinger dans le cas monodimensionnel s'écrit :

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{m^*} \frac{\partial X^\alpha}{\partial x} \right) \right] + U X^\alpha = E^\alpha X^\alpha \dots\dots\dots 5$$

Intégrons cette équation sur le volume fini limité par les interfaces (e, w)

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left[\int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{m^*} \frac{\partial X^\alpha}{\partial x} \right) \partial s \right] + \int_w^e U X^\alpha dx = \int_w^e E^\alpha X^\alpha \dots\dots 6$$

De la même manière que l'équation de Poisson, on choisit un profil linéaire.

L'intégration de l'équation (6) donne :

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{X_E^\alpha - X_P^\alpha}{\Delta x} - \frac{1}{m_w^\alpha} \left(\frac{X_P^\alpha - X_X^\alpha}{\Delta x} \right) \right] U_P X_P^\alpha \Delta X = E^\alpha X_P^\alpha \Delta X \dots\dots\dots 8$$

Ainsi l'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$a_P X_P^\alpha = a_E X_E^\alpha + a_W X_W^\alpha$$

$$a_E = \frac{\hbar}{2m_E^* \Delta x}$$

$$a_W = \frac{\hbar}{2m_W^* \Delta x}$$

$$a_P = a_E + a_W + (U_P - E_\alpha)$$

Résumé

Dans ce mémoire nous avons réalisé une simulation numérique d'un écoulement poiseuille entre deux plaques parallèles fixes où nous avons varié la vitesse d'entrée afin de déterminer la zone de transition laminaire-turbulent, les équations de Navier-Stokes ont été simplifiées en utilisant les hypothèses d'un écoulement plan 2D (selon l'axes x,y) afin de retrouver le profil de vitesse, la variation de la vitesse d'entrée nous a permis de remarquer qu'un changement s'opère dans l'allure des courbes des résidus, un changement qui est de plus en plus visible pour une grande vitesse d'entrée, ce changement nous permet de déterminer le nombre de Reynolds critique qui nous a permis à son tour de déterminer la zone de transition qui se situe entre 6000 et 8000.

Mot clé : simulation numérique, écoulement poiseuille, vitesse d'entrée, zone de transition laminaire-turbulent, Navier-Stokes, écoulement plan 2D, profil de vitesse, Reynolds critique.

Summary

In this memory we carried out a numerical simulation of a poiseuille flow between two fixed parallel plates where we varied the entry velocity in order to determine the laminar-turbulent transition zone, the Navier-Stokes equations were simplified using the hypotheses of a 2D plane flow (along the x, y axes) in order to find the velocity profile, the variation of the entry velocity has allowed us to notice that a change takes place in the pace of the curve of the residuals, a change which is more and more visible for a high speed of entry, this change allows us to determine the critical Reynolds number which in turn allows us to determine the transition zone which is between 6000 and 8000.

Key word: numerical simulation, poiseuille flow, inlet velocity, laminar-turbulent transition zone, Navier-Stokes, 2D planar flow, velocity profile, critical Reynolds.

ملخص

في هذه الذاكرة ، أجرينا محاكاة عددية لتدفق poiseuille بين لوحين متوازيين ثابتين حيث قمنا بتغيير سرعة الدخول من أجل تحديد منطقة الانتقال الصفائية المضطربة ، وتم تبسيط معادلات Navier-Stokes باستخدام فرضيات تدفق المستوى ثنائي الأبعاد (على طول المحاورين x و y) من أجل العثور على ملف تعريف السرعة ، سمح لنا التباين في سرعة الدخول بملاحظة حدوث تغيير في وتيرة منحنى البقايا ، وهو تغيير أكثر وضوحًا لسرعة دخول عالية ، يسمح لنا هذا التغيير بتحديد عدد رينالد الحرج الذي يسمح لنا بدوره بتحديد منطقة الانتقال التي تقع بين 6000 و 8000. الكلمة الرئيسية: المحاكاة العددية ، تدفق poiseuille ، سرعة المدخل ، منطقة الانتقال الصفحية المضطربة ، Navier-Stokes ، التدفق المستوي ثنائي الأبعاد ، ملف تعريف السرعة ، رينالد الحرجة.