

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministre de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A.MIRA de Bejaïa

Faculté de Technologie  
Département Génie Electrique



Mémoire de FIN d'Etude  
En vue de l'obtention du diplôme  
**Master**  
En Electromécanique, option :  
Maintenance Industrielle

**Thème**

**Optimisation des révisions partielles des systèmes réparables intégrant  
les modèles à réduction arithmétique de l'âge (ARA1)**

Devant le jury composé de :

- Mr : K. KABYL, Président
- Mr : EL. AIT MOKHTAR, Examineur
- Mr : R. LAGGOUNE, Promoteur
- M<sup>lle</sup> : L.MAY, Co-Promoteur

Présenté par :

- YAHIAOUI Amina
- HAOUALI Marwa

*Année universitaire : 2021/2022*

# **REMERCIEMENT**

*En premier lieu, nous remercions le bon Dieu de nous avoir donné la santé, le courage et la volonté pour réaliser ce travail.*

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre promoteur **Mr. LAGGOUNERadouane** pour son aide, sa disponibilité et ses conseils pour l'aboutissement de ce travail, qu'il trouve ici notre profonde gratitude toute notre reconnaissance et notre respect.*

*En remerciement aussi **m<sup>elle</sup> MAY Lamia** pour son encadrement tout le long de ce projet et pour son orientations et conseils très efficaces.*

*Nos remerciements vont également aux membres de jury pour l'intérêt qu'ils portent à ce travail en ayant accepté la lourde tâche de l'examiner*

## ***Dédicace :***

*A mes très chers parents, qui ont su être à la hauteur avec leur compréhension et leurs incontestables encouragements pendant toute ma carrière.*

*A mes chers frères Hani et Lounis*

*A chers sœurs Mounia et Farah*

*A toute la famille Yahiaoui*

*A mon cher mari et toute sa famille*

*A tous mes amis proches et loin Donia, Yasmina, Wahid, Sohaibe, Acile.*

*A Ma collègue Haouali Marwa*

***Amina Yahiaoui***

# *Dédicace*

*Je dédie ce travail :*

*A mes parents qui ont su placer confiance en moi depuis mes premiers pas sur terre, qui m'ont entouré, tout le long de ma vie, de leur amour et soutien, dont les sacrifices qu'ils ont consentis m'ont permis d'atteindre ce niveau.*

*A mon cher frère CIF-EDDINE*

*A ma chère sœur CELIA*

*A mon petit cher frère SOUFIL*

*A mon cher mari Djazil et toute sa famille*

*A Ma collègue AMINA*

*A tous ceux que j'aime et ceux qui m'aiment*

**MARWA HAOUALI**

## Liste des figures

### Chapitre I

<b>Figure I.1</b> : Les types de maintenance	2
<b>Figure I.2</b> : Surveillance du fonctionnement du bien	5
<b>Figure I.3</b> : les prévisions extrapolées	5
<b>Figure I.4</b> : Schéma explicatif de la maintenance corrective	6
<b>Figure I.5</b> : Procédure d'intervention après défaillance	7
<b>Figure I.6</b> : Séquence d'événement pour la stratégie de maintenance de type âge	12
<b>Figure I.7</b> : Séquence d'événement pour la stratégie de maintenance en bloc	14

### Chapitre II

<b>Figure II.1</b> : Fonction de densité de probabilité - Loi exponentielle	16
<b>Figure II.2</b> : La courbe en baignoire	17
<b>Figure II.3</b> : intensité de défaillance dans le cas ABAO	19
<b>Figure II.4</b> : intensité de défaillance dans le cas AGAN	19
<b>Figure II.5</b> : réduction arithmétique	20
<b>Figure II.6</b> : intensité de défaillance dans le modèle de réduction aléatoire d'intensité de défaillance	21
<b>Figure II.7</b> : intensité de défaillance dans le modèle de réduction fixe d'intensité de défaillance	22
<b>Figure II.8</b> : réduction géométrique	23
<b>Figure II.9</b> : intensité de défaillance dans le modèle hybride	26
<b>Figure II.10</b> : Âge virtuel	27
<b>Figure II.11</b> : Intensité dans un modèle d'âge virtuel	28
<b>Figure II.12</b> : Intensité dans un modèle ARA1	31
<b>Figure II.13</b> : Intensité dans un modèle ARA2	31
<b>Figure II.14</b> : Intensité dans un modèle $ARA_{\infty}$ pour $\rho = 0.5$ .	32

<b>Figure III.1</b> : Programme du cout total en fonction de temps t (jours) et de différentes périodicités K	43
---	----



## Liste des abréviations

AFNOR	Association française de normalisation
MP	Maintenance préventif
MC	Maintenance correctif
ABAO	aussi mauvais que vieux (As Bad As Old)
AGAN	aussi bon que neuf (As Good As New)
ARA	modèle à réduction arithmétique de l'âge
ARA <sub>m</sub>	modèle à réduction arithmétique de l'âge de mémoire
TBF	temps de bon fonctionnement
TAM	temps propre d'indisponibilité
rPAR	Réduction proportionnelle a l'âge
BMS	Brown-Mahoney-Sivazlian
ARA	Réduction arithmétique de l'âge
HPP	Processus de poisson homogène
PPNH	Processus de poisson non homogène
DMP	Durée maintenance préventif
DMC	Durée maintenance correctif

## **Symboles et notations utilisés**

**$\beta$**  : paramètre de la forme de la loi de Weibull.

**$\rho$**  : facteur d'amélioration de la loi de Weibull.

**$\eta$**  : paramètre d'échelle de la loi de Weibull.

**$m$**  : nombre de maintenance préventive.

**$C_p$**  : cout de maintenance préventive.

**$C_c$**  : cout de maintenance corrective.

**$C_{ov}$**  : le cout de maintenance générale par unité de temps.

**$K$** : le nombre de cycle.

**$T$**  : la périodicité (jours).

**$C(t)$**  : fonction du cout de maintenance.

**$H(t)$**  : nombre moyen de défaillance.

**$\lambda$** : Le taux de défaillance

**$\lambda(t)$**  : L'intensité de défaillance

**$E [C(t)]$**  : Espérance de cout d'un cycle

**$C[T]$**  : cout totale

**$E [t]$**  : Espérance de la longueur d'un cycle

# Table des matières

## REMERCIEMENT

Dédicace :

Introduction Générale.....	1
----------------------------	---

### Généralité Sur La Maintenance

Introduction.....	2
I.1 Définition de la maintenance .....	2
I.2 Les différents Types de maintenance.....	2
I.2.1 La maintenance préventive .....	3
I.2.2 La maintenance corrective .....	4
I.3 Les activités de maintenance (norme NF EN 13306) :.....	5
I.3.1 Inspection : .....	5
I.3.2 Surveillance : .....	5
I.3.3 Réparation : .....	6
I.3.4 Dépannage :.....	6
I.3.5 Amélioration : .....	6
I.3.6 Modification : .....	6
I.3.7 Révision : .....	6
I.3.8 Reconstruction : .....	6
I.4 Objectifs de la maintenance.....	6
I.4.1. Objectifs opérationnels .....	6
I.4.2 Objectifs économiques.....	6
I.5 niveaux de maintenance (norme FD X 60-000) :.....	7
I.6 Efficacité de la Maintenance .....	8
I.7 Politique de maintenance .....	8
I.7.1 Définition : .....	8
I.7.2 Diverses politiques de maintenance existantes : .....	8
Conclusion .....	12

### Efficacité sur la maintenance

Introduction.....	12
II.1 Processus stochastique : .....	12
II.1.1 Définition:.....	12
II.1.2 Types des processus stochastiques.....	12
II.5 Fiabilité .....	14

II.5.1 Définition .....	14
II.5.2 Principales fonctions statistiques utilisées en fiabilité .....	14
II.5.3 Lois principales de probabilités utilisées en fiabilité .....	15
II.1 Modèles d'efficacité de la maintenance : .....	18
II.1.1 MODELES DE BASES : .....	18
II.1.2 Modèles de réduction d'intensité de défaillance .....	19
II.1.3 Modèles de réduction d'âge .....	24
II.1.4 Modèle hybride : .....	25
II.2 Modèles de l'âge virtuel : .....	26
II.2.1 Construction de modèle de l'âge virtuel .....	26
II.2.2 Modèles de Kijima .....	28
II.2.3 Modèle de PAR (Réduction proportionnelle à l'âge) .....	29
II.2.4 Modèle de BMS .....	29
II.2.5 Modèle de réduction géométrique de l'âge ; .....	29
II.2.6 Modèle de réduction arithmétique de l'âge : .....	30
Conclusion .....	33
Modèle de révision intégrant l'efficacité de la maintenir	
Introduction .....	34
III.1 Choix de la politique de maintenance : .....	34
III.2 Modélisation .....	35
III.2.1 Formalisation du cout de maintenance en intégrant l'efficacité (Réduction arithmétique d'âge) .....	36
III.3 Résolution .....	38
III.4 Optimisation du cout total de la maintenance .....	39
III.5 Impact de l'optimisation du nombre de révision partielle sur le cout : .....	40
Conclusion .....	41
Conclusion Générale .....	42



# Introduction Générale

---

## Introduction Générale

Dans l'industrie, le temps c'est de l'argent et moins il y a de temps d'arrêt, plus il y a de profit.

La maintenance industrielle a pour fonction principale d'assurer le bon fonctionnement des outils de production ; Elle n'a plus aujourd'hui comme seul objectif de réparer l'outil de travail mais aussi de prévoir et éviter les dysfonctionnements. Nous pouvons la définir comme étant un état d'esprit, une manière de penser, ensuite une nouvelle discipline.

En réalité le système mécanique est sujet a deux types de maintenance la préventive et la corrective. les interventions préventives améliore l'état de fonctionnement du système. Donc on s'intéressera à la maintenance préventive qui est une maintenance effectuée selon la probabilité de défaillance d'un bien ou dégradation d'un service rendu, elle doit permettre d'éviter des défaillances des matériels en cours d'utilisation.

Une bonne partie des modèles de maintenance développés dans la littérature supposent qu'une action de maintenance, soit remet le système dans un état neuf (un renouvellement par exemple) ou le laisse dans le même état que juste avant l'intervention (maintenance minimale). Or, il est plus réaliste de considérer qu'après une action de maintenance le système deviendra dans un état intermédiaire, entre aussi bon que neuf et aussi mauvais que vieux. De ce fait, la modélisation de l'efficacité de la maintenance s'avère très importante. Plusieurs modèles de maintenance imparfaite ont été développés, les plus répandus sont ceux de l'âge virtuel, qui consistent à supposer qu'un système maintenu se comporte comme un système neuf dont l'âge est inférieur à l'âge réel.

Notre travail est basé sur l'optimisation des révisions partiel des systèmes réparables intégrant le modèle à réduction arithmétique de l'âge mémoire 1 ( $ARA_1$ ) et l'intégration de ce dernier dans un coût de maintenance dans le but de l'optimiser suivant une hypothèses bien définis.

Pour atteindre ces objectifs, nous avons segmenté notre travail en trois chapitres.

Pour le premier chapitre nous commençons par la présentation de la maintenance telle que les types de cette dernière, leurs objectifs et intérêts dans le domaine industriel. Il sera suivi du chapitre 2 qui sera consacré à la présentation des différents processus stochastiques ensuite les lois de la fiabilité utilisé dans cette étude et nous montrerons les modèles de l'efficacité de la maintenance. Enfin le troisième chapitre, il est dédié à l'application numérique, où nous avons intégré notre modèle d'efficacité (réduction Arithmétique d'âge mémoire 1  $ARA_1$ ) dans l'expression du coût de maintenance.

En fin, nous terminerons notre travail par une conclusion générale qui sera récapitulative de toutes les étapes et les déductions.

## Généralité sur la maintenance

### Introduction

La maintenance est la médecine des machines, elle assure le suivi continu du matériel en service dans le but de prévenir les défaillances attendues ainsi que détecter et les classer les en observant l'évolution du système puis à le diagnostiquer en localisant les éléments défaillants et en identifiant les causes premières.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser aux concepts de base de la maintenance, les différents types de maintenance, les activités de maintenance, l'objectif de la maintenance et les niveaux de la maintenance car elle occupe une place importante dans les industries.

### I.1 Définition de maintenance

Ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise (D'après la Norme AFNOR X 60-010)

Maintenir c'est donc effectuer des opérations (Dépannage, graissage, visite, réparation, amélioration, etc.) qui permettent de conserver le potentiel du matériel pour assurer la continuité et la qualité de la production [1].

### I.2 Types de maintenance

Le diagramme suivant synthétise selon la norme (NF EN 13306) les types de maintenance

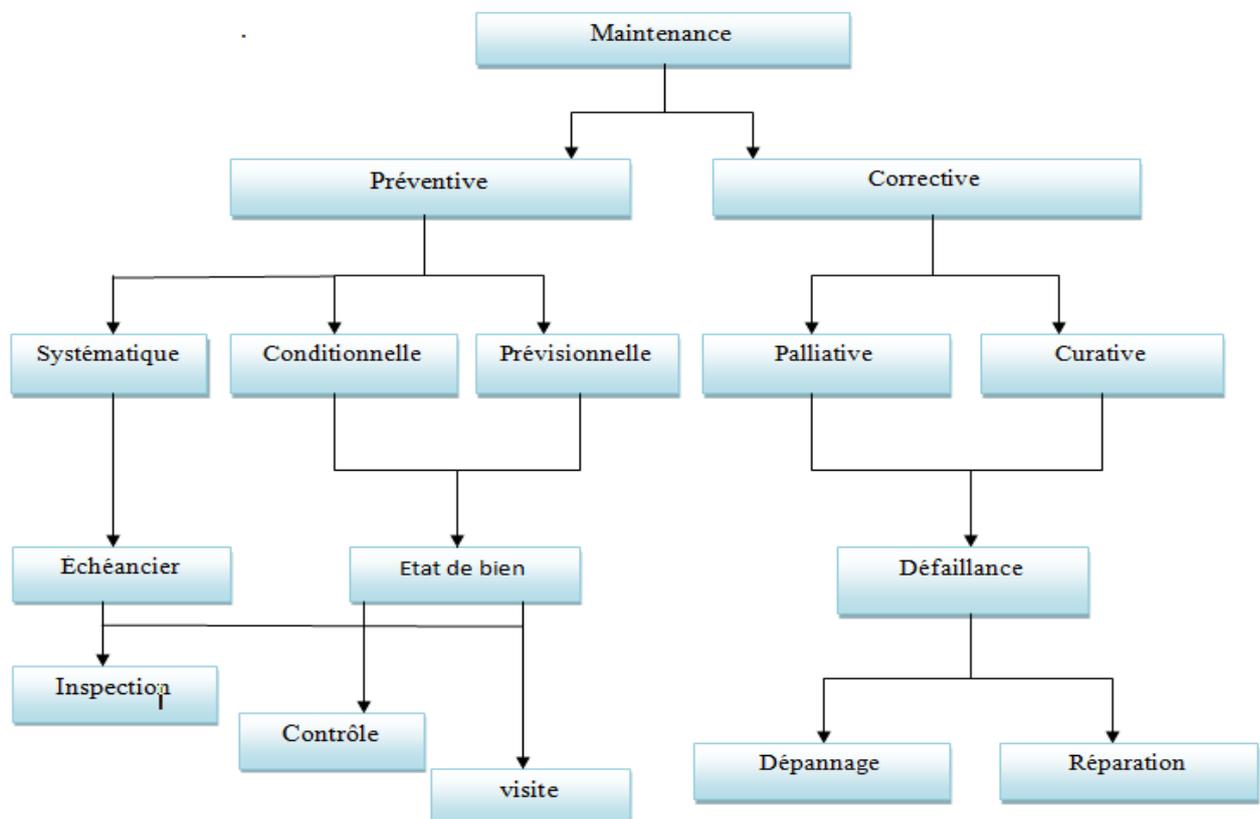


Figure I.1 : Les types de maintenance

## I.2.1 Maintenance préventive

Une maintenance effectuée dans l'intention de réduire la probabilité de défaillance d'un bien ou la dégradation d'un service rendu (AFNOR X 60-010)

Les activités correspondantes sont déclenchées selon un échéancier établi à partir d'un nombre prédéterminé d'unités d'usage (maintenance systématique), et/ou des critères prédéterminés significatifs de l'état de dégradation du bien ou du service (maintenance conditionnelle)[2].

La maintenance préventive est pratiquée de deux manières :

### I.2.1.1 Maintenance préventive systématique

Est une maintenance préventive effectuée suivant un échéancier établi, suivant le temps ou le nombre d'unité d'usage. (AFNOR X-60-010)

C'est une maintenance préventive exécutée a des intervalles de temps préétablis ou selon un nombre défini d'unités d'usage mais sans contrôle préalable de l'état du bien.

### I.2.1.2 La maintenance préventive conditionnelle et prévisionnelle

Est une maintenance préventive subordonnée à un type d'événement prédéterminé révélateur de l'état du bien (AFNOR X-60-010).

#### a. La maintenance conditionnelle

Maintenance préventive basée sur une surveillance du fonctionnement du bien et/ou des paramètres significatifs de ce fonctionnement et intégrant les actions qui en découlent.

La surveillance du fonctionnement et des paramètres peut être exécutée selon un calendrier, ou à la demande.

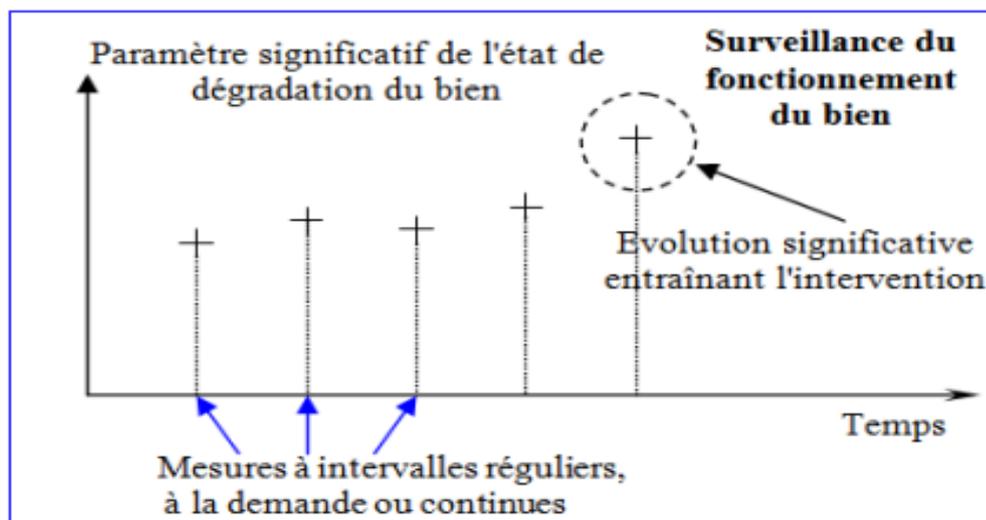


Figure I.4 : Surveillance du fonctionnement du bien [4]

## Généralité Sur La Maintenance

La maintenance conditionnelle aujourd'hui, fait l'objet d'une demande croissante dans un grand nombre d'applications industrielles.

Cette méthode présente donc l'avantage d'éviter la surprise et de permettre généralement la planification de l'intervention ainsi de limiter au strict minimum les arrêts des machines.

### b. Maintenance prévisionnelle

Est une maintenance conditionnelle exécutée en suivant les prévisions extrapolées de l'analyse et de l'évaluation de paramètres significatifs de la dégradation du bien

L'analyse de la tendance de l'évolution du paramètre, permet en fonction d'une valeur limite du paramètre à ne pas dépasser (seuil limite) de programmer l'intervention[2].

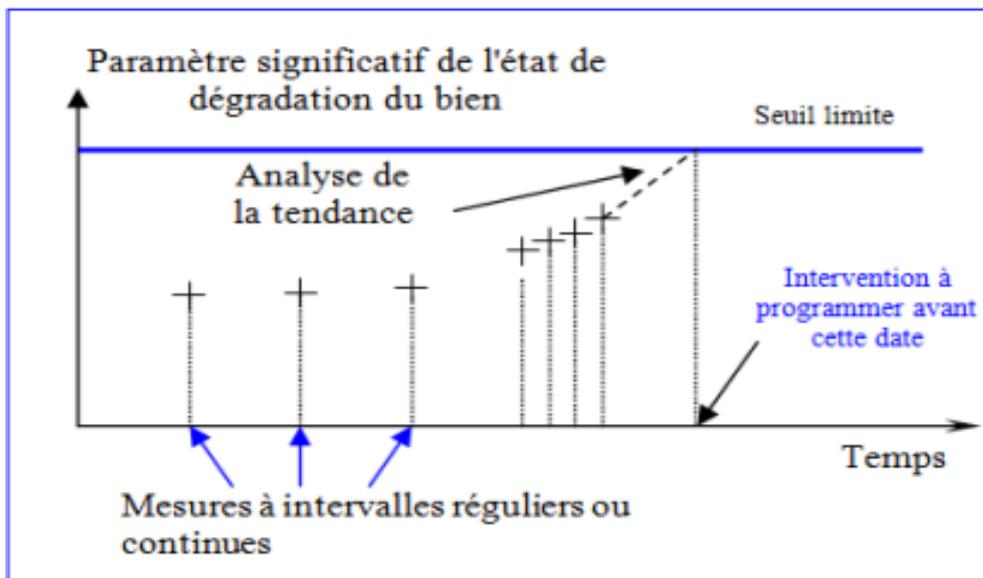


Figure I.5 : les prévisions extrapolées [4]

### I.2.2 La maintenance corrective

Elle est effectuée après défaillance d'un appareil (AFNOR X60)

Elle est réalisée à la suite d'une défaillance est qui a pour but de rétablir le fonctionnement du matériel, on procédera à une réparation, ou au remplacement du matériel défaillant, suivant que l'on ait affaire à des matériels complexes réparables ou au remplacement de composant défaillant.

Il existe deux formes possibles de maintenance corrective :

### a) La maintenance palliative

Appelée dépannage, elle est destinée pour permettre à un matériel d'accomplir provisoirement tout ou une partie d'une fonction requise. C'est une remise en état provisoire.

### b) La maintenance curative

Appelée réparation, dont l'objectif est de ramener le système à un niveau de performance donné. Elles forment souvent la deuxième phase d'un dépannage (Caractère définitif).

Elle a pour le but de rétablir un bien dans un état spécifié ou de lui permettre d'accomplir une fonction requise. Elle caractérise les actions de réparation au sens de « guérir ».

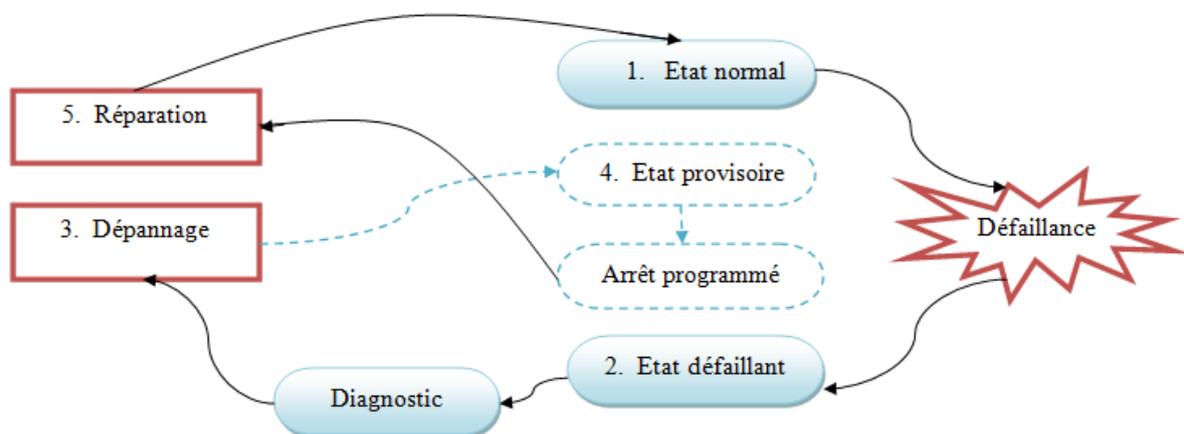


Figure I.7: Procédure d'intervention après défaillance [4]

## I.3 Les activités de maintenance (norme NF EN 13306) :

### I.3.1 Inspection :

C'est un contrôle de conformité réalisé en mesurant, observant, testant ou calibrant les caractéristiques significatives d'un bien.

En général, l'inspection peut être réalisée avant, pendant ou après d'autres activités de maintenance.

### I.3.2 Surveillance :

C'est l'activité exécutée manuellement ou automatiquement ayant pour objet d'observer l'état réel d'un bien.

La surveillance se distingue de l'inspection en ce qu'elle est utilisée pour évaluer l'évolution des paramètres du bien avec le temps.

### **I.3.3 Réparation :**

Ce sont les actions physiques exécutées pour rétablir la fonction requise d'un bien en panne.

### **I.3.4 Dépannage :**

Ce sont les actions physiques exécutées pour permettre à un bien en panne d'accomplir sa fonction requise pendant une durée limitée jusqu'à ce que la réparation soit exécutée.

### **I.3.5 Amélioration :**

Ensemble des mesures techniques, administratives et de gestion, destinées à améliorer la sûreté de fonctionnement d'un bien sans changer sa fonction requise.

### **I.3.6 Modification :**

Ensemble des mesures techniques, administratives et de gestion, destinées à changer la fonction d'un bien.

### **I.3.7 Révision :**

Ensemble complet d'examen et d'actions réalisés afin de maintenir le niveau requis de disponibilité et de sécurité.

### **I.3.8 Reconstruction :**

Action suivant le démontage d'un bien et la réparation ou le remplacement des composants qui approchent de la fin de leur durée de vie utile et/ou devraient être systématiquement remplacés.

La reconstruction diffère de la révision en ce qu'elle peut inclure des modifications et/ou améliorations. L'objectif de la reconstruction est normalement de donner à un bien une vie utile qui peut être plus longue que celle du bien d'origine [3].

## **I.4 Objectifs de la maintenance**

Les objectifs de la maintenance peuvent être classés en deux types :

### **I.4.1. Objectifs opérationnels**

- Maintenir l'équipement dans un état acceptable ;
- Assurer la disponibilité maximale de l'outil de production à un prix raisonnable ;
- Créer un service qui élimine les pannes à tout instant ;
- Augmenter à la limite la durée de vie de l'outil de production ;
- Obtenir un rendement maximal ;
- Maintenir les installations dans une priorité.
- Diminuer la probabilité de défaillance en service ;
- Diminuer les temps d'arrêt en cas de révision ou de panne ;
- Permettre de décider la maintenance corrective dans les bonnes conditions ;
- Supprimer les causes des accidents graves ;
- Améliorer les conditions de travail du personnel de production (ambiance de maintenance).

### **I.4.2 Objectifs économiques**

- Réduire au maximum les coûts de la maintenance ;
- Réduire les temps d'arrêt de production.
- Prévenir et aussi prévoir les interventions de maintenance corrective coûteuse ;

- Eviter les consommations anormales d'énergie, de lubrifiant, ...

### **I.5 Les niveaux de maintenance (norme FD X 60-000)**

La maintenance et l'exploitation d'un bien s'exercent à travers de nombreuses opérations, parfois répétitives, parfois occasionnelles, communément définies jusqu'alors en cinq niveaux de maintenance.

#### ➤ **Niveau 1 :**

**Définition :** Actions simples nécessaires à l'exploitation et réalisées sur des éléments facilement accessibles en toute sécurité à l'aide d'équipements de soutien intégrés au bien. (Réglage simple).

**Intervenant :** L'utilisateur du bien

#### ➤ **Niveau 2 :**

**Définition :** Actions qui nécessitent des procédures simples et/ou des équipements de soutien (intégrés au bien ou extérieurs) d'utilisation ou de mise en œuvre simple.

**Intervenant :** Personnel qualifié

Un personnel est qualifié lorsqu'il a reçu une formation lui permettant de travailler en sécurité sur un bien présentant certains risques potentiels, et est reconnu apte pour l'exécution des travaux qui lui sont confiés, compte tenu de ses connaissances et de ses aptitudes.

#### ➤ **Niveau 3 :**

**Définition :** Opérations qui nécessitent des procédures complexes et/ou des équipements de soutien portatifs, d'utilisation ou de mise en œuvre complexes.

**Intervenant :** Technicien qualifié.

#### ➤ **Niveau 4 :**

**Définition :** Opérations dont les procédures impliquent la maîtrise d'une technique ou technologie particulière et/ou la mise en œuvre d'équipements de soutien spécialisés.

**Intervenant :** Technicien ou équipe spécialisée.

#### ➤ **Niveau 5 :**

**Définition :** Opérations dont les procédures impliquent un savoir-faire, faisant appel à des techniques ou technologies particulières, des processus et/ou des équipements de soutien industriels. Ce sont des opérations de rénovation, reconstruction, etc.

**Intervenant :** Constructeur ou société spécialisée.

## I.6 Efficacité de la Maintenance

Les systèmes industriels sont soumis à des opérations de maintenance préventive et corrective afin de les conserver en état de marche, tout en justifiant d'un certain nombre de contraintes de sûreté de fonctionnement qui dépend naturellement étroitement de l'efficacité de ces opérations de maintenance. Classiquement, on suppose soit que la maintenance est inefficace, soit qu'elle remet les matériels à neuf. La première hypothèse est certainement trop pessimiste. La deuxième hypothèse est valide pour les composants défaillants remplacés par des neufs, mais ce n'est plus le cas pour les systèmes constitués de plusieurs composants : le remplacement d'un composant entraîne un rajeunissement du système global mais pas une remise à neuf [5].

## I.7 Les politiques de maintenance

### I.7.1 Définition :

Selon l'association française de normalisation (AFNOR) une politique de maintenance consiste à fixer les orientations (méthodes, programmes, budgets ... etc.) dans le cadre des objectifs fixés par les responsables de l'entreprise.

### I.7.2 Les diverses politiques de maintenance existantes

Il existe de nombreuses stratégies de maintenance développées par différents chercheurs dans le domaine, on peut distinguer deux grandes familles de "mono-composant" et de "multi-composant", la plupart des stratégies qui s'appliquent aux systèmes mono-composants sont applicables aux systèmes multi-composants ou s'il n'y a pas de dépendances (structurelles, économiques, de défaillance, etc.) dans les sections suivantes, nous définirons celles-ci et les stratégies qu'elles contiennent, nous identifierons donc nuances et différences afin de mieux les exploiter. Dans les prochaines sections, nous définirons ceux-ci et les stratégies qu'ils contiennent, et nous ferons attention aux nuances et aux différences afin de mieux les utiliser [14].

#### I.7.2.1 Les politiques mono-composants

##### I.7.2.1.1 Politique de maintenance selon l'âge [14]

Les stratégies de maintenance basées sur l'âge comprennent le remplacement correctif lorsque l'équipement est défaillant, ou le remplacement préventif lorsque l'équipement atteint l'âge  $T$  et n'est pas défectueux. L'âge  $T$  représente la période de remplacement préventif. L'idée de cette stratégie est d'effectuer les remplacements préventifs autant que possible au moment où l'équipement est susceptible de tomber en panne. En d'autres termes, si l'équipement tombe en panne avant l'âge  $T$ , une maintenance corrective est nécessaire. L'âge réel de l'équipement est remis à zéro en raison du remplacement préventif et correctif par un nouvel équipement. Afin de définir la stratégie optimale correspondante, il faut déterminer la période optimale  $T^*$  pour le remplacement préventif.

- **Critère de coût**

L'espérance du coût de maintenance par unité de temps notée  $C$  s'écrit sous la forme :

## Généralité Sur La Maintenance

---

$$C [T] = \frac{C_{MC} F(T) + C_{MP} R(T)}{\int_0^T R(T) dt} \quad (1.1)$$

Sachant que  $C_{MC}$  est le coût d'une action de maintenance corrective,  $C_{MP}$  est le coût d'une action de maintenance préventive avec  $C_{MP} \gg C_{MC}$  et  $T$  est l'âge du remplacement préventif du système.

- **Critère de disponibilité :**

Soient les durées moyennes des actions de maintenance correctives et préventives notées  $D_{MC}$  et  $D_{MP}$  respectivement sachant que les durées des actions de maintenance corrective sont largement supérieures à celles du préventif  $D_{MC} \gg D_{MP}$

Selon les deux hypothèses suivantes :

- $X = D + D_{MC}$  si le système tombe en panne dans un intervalle de temps  $[D, D + d_D]$  avec  $T \geq D$
- $X = D + D_{MP}$  si le système fonctionne sans défaillance jusqu'à atteindre l'âge  $T$ , ce qui se produira avec une probabilité  $R(T)$ .

La formule (1.2) représente l'espérance de la période de renouvellement de ce modèle tel que :

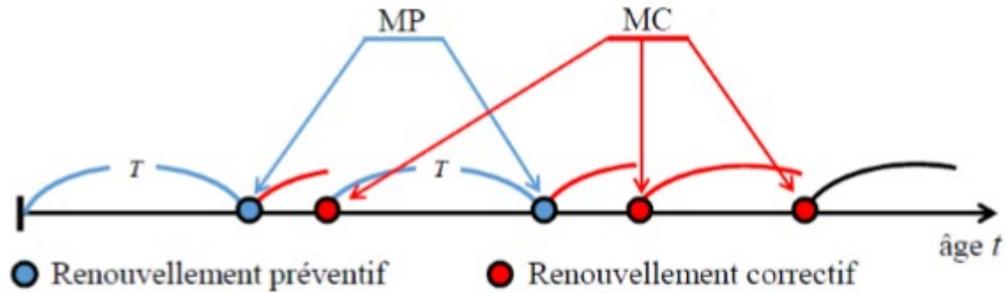
$$E[X] = D_{MP} R(T) + D_{MC} F(T) + \int_0^T R(T) dt \quad (1.2)$$

L'équation (1.3) représente le rapport de l'espérance du temps de bon fonctionnement et l'espérance du cycle de vie :

$$A(T) = \frac{\int_0^T R(T) dt}{\int_0^T R(t) dt + D_{MC} F(t) + D_{MP} R(T)} \quad (1.3)$$

Dans le cas de la politique de maintenance selon l'âge, l'évolution de la disponibilité est inversement proportionnelle à celle des coûts de maintenance [6].

La figure (I.9) présente un schéma simple des séquences des événements dans cette stratégie [6].



**Figure I.9:** Séquence d'événement pour la stratégie de maintenance de type âge [14].

### I.7.2.1.2 La politique de maintenance en bloc :

Cette stratégie, souvent appelée "stratégie de maintenance périodique", implique des remplacements préventifs à des intervalles prédéterminés. En cas de défaillance, un remplacement correctif de l'équipement aura lieu. Contrairement aux modèles de maintenance basés sur l'âge, les stratégies basées sur les blocs peuvent avoir un impact inutile sur les nouveaux équipements. Pour remédier à ce problème, des modèles étendus basés sur les blocs ont été développés pour effectuer des réparations ou des remplacements minimaux des équipements plus anciens [6].

- **Critère de coût**

L'équation (1.4) représente la fonction de l'espérance du coût de maintenance par unité de temps correspondante à ce modèle tel que :

$$C(T) = \frac{C_{MC}\Lambda(T) + C_{MP}}{T} \quad (1.4)$$

Avec  $\Lambda(T) = \int_0^T \lambda(t) dt$  (1.5)

$\Lambda(T)$  est le "taux de hasard cumulé" et  $\lambda(t)$  le taux d'occurrence de défaillance.

- **Critère de disponibilité**

La figure (1.6) représente le critère de disponibilité, sa fonction objective est écrite sous la forme

$$A(T) = \frac{T}{T + D_{MC}\Lambda(T) + D_{MP}}$$

(1.6)

Avec  $D_{MC}$  et  $D_{MP}$  les durées moyennes des actions de maintenance correctives et préventives notées respectivement.

La figure II.14: représente le déroulement de cette politique :

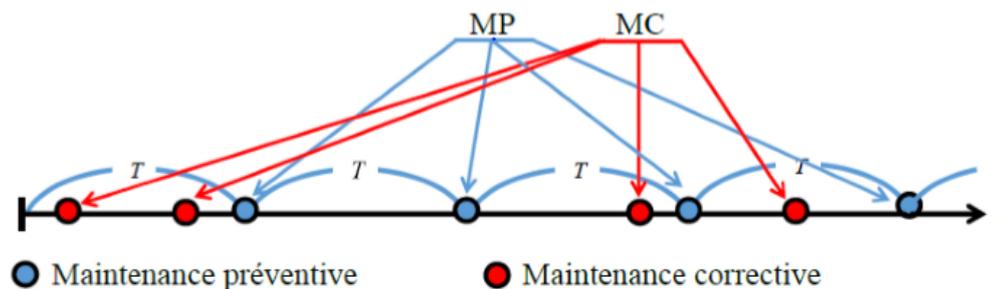


Figure I.10 Séquence d'événement pour la stratégie de maintenance en bloc

### I.7.2.1.3 Politique de maintenance préventive périodique imparfaite avec réparation minimale à la défaillance

Considérée comme l'une des plus réalistes pour un système réparable, elle prévoit le remplacement régulier des équipements avec une réparation minimale en cas de défaillance. Cette réparation n'a aucun effet sur l'évolution du taux de défaillance du système. L'état de l'équipement est aussi mauvais qu'avant l'action de maintenance. La différence entre cette stratégie et la stratégie de maintenance par blocs est que ces actions de maintenance sont imparfaites, que la période  $T$  représente le temps imparfait de la maintenance et que le système n'est mis à jour qu'après avoir fonctionné pendant un certain temps, à savoir  $KT$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, K$  [14].

### I.7.2.1.4 Politique de limite de défaillance

Dans la stratégie actuelle, les actions PM ne sont exécutées que lorsque certaines métriques de fiabilité atteignent des seuils prédéterminés (comme les taux de défaillance), et les actions MC sont exécutées lorsque les seuils sont dépassés. Il existe de nombreuses autres métriques de fiabilité, mais les plus courantes sont l'usure, la dégradation cumulative, etc. La politique nécessite un échantillon important pour planifier ces actions MC, et ces données sont parfois difficiles à obtenir [14].

### I.7.2.1.5 Politique de maintenance préventive séquentielle

Dans cette politique, la périodicité des actions de maintenance n'est pas égale, cette politique suppose que le système ait besoin de plus en plus d'actions de maintenance avec le temps, donc la périodicité des actions de maintenance diminue avec le vieillissement. Et ce qui la différencie de la politique de bloc est le fait qu'une action de maintenance n'est planifiée que lorsque l'action qui la précède est exécutée [14].

### I.7.2.1.6 Politique de maintenance de limite à la réparation

La politique de limite de réparation combine les deux politiques suivantes :

- Politique de limite de coût de réparation : la réparation dépend d'un coût estimé à un seuil prédéterminé, si ce seuil est franchi le système est inévitablement remplacé par un nouveau. Son inconvénient est que cette décision de réparation-remplacement dépend entièrement du coût d'une seule réparation et non d'une moyenne des coûts considérés dans un intervalle de temps.

Politique de limite de temps de réparation : Comme son nom l'indique, cette politique dépend entièrement du temps consacré aux actions de réparation. Si le temps dépasse une certaine période, l'action est annulée et le système est remplacé par un nouveau [14].

### **I.7.2.2 Les politiques multi-composants**

La différence entre la stratégie de maintenance d'un système multi-composant et celle d'un système mono-composant réside dans les diverses dépendances entre les sous-systèmes répartis sur plusieurs niveaux. Les opérations de maintenance sur les systèmes multi-composants nécessitent plus de précision et de connaissances que sur les systèmes mono-composants [14].

### **Conclusion**

Dans ce premier chapitre, nous avons introduit les concepts de base de la maintenance, nous présentons dans un premier temps sa définition ainsi que ses différentes formes et ses principales activités.

Nous avons ainsi présenté les divers politique de maintenance existant **Nous avons revu qu'il suscite 5 niveaux de maintenance dont leur utilisation pratique n'est concevable qu'entre des parties qui sont convenues de leur définition précise, selon le type de bien à maintenir.**

Dans le deuxième chapitre nous allons parler de l'efficacité de maintenance.



## **Efficacité sur la maintenance**

### **Introduction**

Ce chapitre est consacré à la présentation quel loi de fiabilité, l'efficacité de maintenance qui se divers aux modèles de base, et les modèles d'efficacité de maintenance imparfaite.

### **II.1 Les processus stochastique**

#### **II.1.1 Définition:**

Un processus stochastique est un ensemble de variables aléatoires qui dépend d'un ou plusieurs paramètres. Dans l'analyse des séries temporelles, ce paramètre est le temps. Formellement, il est défini comme un ensemble de variables aléatoires  $Y$  indexées au temps  $t$ . De cette façon,  $Y$  a une distribution de probabilité donnée pour chaque valeur de  $t$ .

#### **II.1.2 Types des processus stochastiques**

##### **II.1.2.1 Processus de renouvellement**

Lorsque le taux de défaillance de l'équipement ou du système réparable est fixe et que les défaillances sont indépendantes, le processus de défaillance correspond au processus de mise à jour. Cette procédure suppose que l'équipement a été réparé jusqu'à un nouvel état : le temps entre les défaillances correspond alors au moment où l'équipement a connu sa première défaillance. Un équipement réparé, considéré comme neuf (AGAN), est en effet autonome, et il est raisonnable de supposer que la distribution de ses temps de défaillance est la même. Ceci est équivalent à la méthode appliquée aux équipements non réparables et offre la possibilité d'utiliser des distributions statistiques classiques. En effet, les temps de défaillance sont distribués de la même manière et la récupération après défaillance se fait via l'hypothèse parfaite (AGAN). On peut considérer que les temps de défaillance observés sont obtenus à partir de plusieurs matériaux identiques et fonctionnent indépendamment les uns des autres. Par conséquent, pour les dispositifs non réparables, l'ordre chronologique des défaillances n'a pas d'importance, leurs temps d'occurrence peuvent être réorganisés par ordre croissant pour pouvoir utiliser la distribution classique de la durée de vie [11].

##### **II.1.2.2 Processus de poisson homogène**

Le processus de renouvellement pour lequel les temps entre défaillances successives sont distribués selon une loi exponentielle, est, comme nous l'avons vu, un modèle stochastique appelé processus homogène de poisson (HPP).

Ce processus est un cas particulier du processus de renouvellement. Le nombre de défaillances, suit une distribution de poisson de moyenne  $\lambda(t)$ .

Dans ces conditions, les intervalles entre les temps de défaillance sont indépendants, et suivent la même distribution exponentielle. Le nombre attendu  $n$  de défaillances dans un intervalle de temps  $t$ , est  $n = \lambda_t$ ,  $\lambda$  étant le ROCOF du matériau réparable. Le ROCOF a, alors, une fonction d'intensité  $\lambda(t) = \lambda$ , qui est constante ; on l'appelle alors le taux de défaillance [11].

La densité de défaillance,  $f(t)$ , dans ce cas, est :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (2.1)$$

Le nombre de défaillances cumulé au temps  $t$ ,  $N(t)$  suit une distribution de poisson. Dans cette condition la probabilité d'observer  $N(t)=k$  défaillances, dans l'intervalle  $(0, t)$  est égale à :

$$P[N(t) = k] = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} \quad (2.2)$$

Ce modèle est le plus courant dans le domaine de la fiabilité du matériel réparable.

### **II.1.2.3 Processus de poisson non homogène :**

Enfin, lorsque le nombre de défaillances par unité de temps n'est plus stationnaire et évolue en fonction du temps, les intervalles entre les défaillances ne sont plus indépendants ou identiquement distribués. Le modèle le plus simple pour décrire cette situation est le processus de Poisson non-homogène (PPNH). Dans ce cas, le taux de défaillance (ROCOF), également connu sous le nom de fonction de force  $\lambda(t)$ , varie avec le temps et le processus est non stationnaire[11].

Le nombre de défaillances dans l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$  suit une distribution de Poisson moyenne :

$$\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt \quad (2.3)$$

Le processus NHPP suppose que la fonction d'intensité augmente ou diminue de façon monotone. Les fonctions statistiques les plus couramment utilisées dans le processus NHPP sont la distribution de Weibull et la distribution log-linéaire conditionnée par l'historique des défaillances et des réparations.

La loi de puissance est la loi la plus couramment choisie car elle est simple et similaire à la loi de Weibull, qui est souvent utilisée pour les matériaux non réparables.

Le processus NHPP est utilisé lorsque la réparation d'un composant défaillant d'un dispositif complexe n'entraîne pas de changement significatif de la fiabilité de ce dispositif : il peut être interprété comme un modèle de réparation minimale.

En raison de sa simplicité d'utilisation, ce modèle est le plus largement utilisé dans la littérature pour représenter les observations relatives aux matériaux réparables.

## II.5 La fiabilité

La mise en œuvre d'un modèle de maintenance nécessite une parfaite connaissance du comportement opérationnel du matériel, ceci est obtenu par la détermination des lois de survie (fiabilité) les plus réaliste possible [3].

### II.5.1 Définition

La fiabilité caractérise l'aptitude d'un système ou d'un matériel à accomplir une fonction requise dans des conditions données pendant un intervalle de temps donné. C'est donc une grandeur  $\varepsilon [0,1]$ .

### II.5.2 Les principales fonctions statistiques utilisées en fiabilité

Le temps d'apparition de la défaillance d'un appareil est imprédictible et a un caractère aléatoire. On dira qu'il s'agit d'une variable aléatoire. On appelle variable aléatoire T une variable telle qu'à chaque valeur t de T on peut associer une probabilité, la correspondance entre cette variable aléatoire et la probabilité qui lui est associée établit une loi de probabilité.

#### II.5.2.1 Fonctions de fiabilité (Fonction de survie)

C'est la probabilité de fonctionnement sans défaillance pendant la période  $[0, t]$ , en d'autres termes la fiabilité a l'instant t correspond a la probabilité que le système n'ait pas subi de défaillance durant sa durée de vie T elle est noté R(t) :

$$R(t) = P ( t < T ) \quad (2.4)$$

#### II.5.2.2 Fonctions de répartition

C'est la probabilité d'avoir au moins une défaillance pendant la période  $[0, t]$ .

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (2.5)$$

#### II.5.2.3 Densité de probabilité

Il s'agit de la probabilité d'avoir une défaillance à un instant précis t, elle est notée f(t), et c'est la fonction dérivée de la fonction F(t)

$$f(t) = \frac{d F(t)}{dt} = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \exp \left( - \left( \frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta} \right) \quad (2.6)$$

#### II.5.2.4 Taux de défaillance

Le taux de défaillance instantané  $\lambda(t)$  mesure la probabilité qu'une défaillance d'un dispositif se produise dans l'intervalle de temps  $[t, t + dt]$  sachant qu'elle est fonctionné entre  $[0, t]$ .

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2.7)$$

### **II.5.2.5 Espérance Mathématique**

L'espérance mathématique représente la moyenne des temps de bon fonctionnement (Mean up time MUT)

$$MUT = E(t) = \int_0^{\infty} x f(x) dx \quad (2. 8)$$

### **II.5.3 Lois principales de probabilités utilisées en fiabilité**

La fiabilité d'un système réparable est caractérisée par la loi de probabilité de sa durée de bon fonctionnement les lois de probabilité les plus utilisées en fiabilité sont la loi exponentielle et la loi de Weibull

#### **II.5.3.1 Loi exponentielle**

C'est un cas particulier de la loi de Weibull, cette loi est définie par un seul paramètre constant ( $\lambda$ ),

Elle est souvent utilisée pour évaluer la fiabilité des matériels qui subissent des défaillances brusques telles que l'électronique

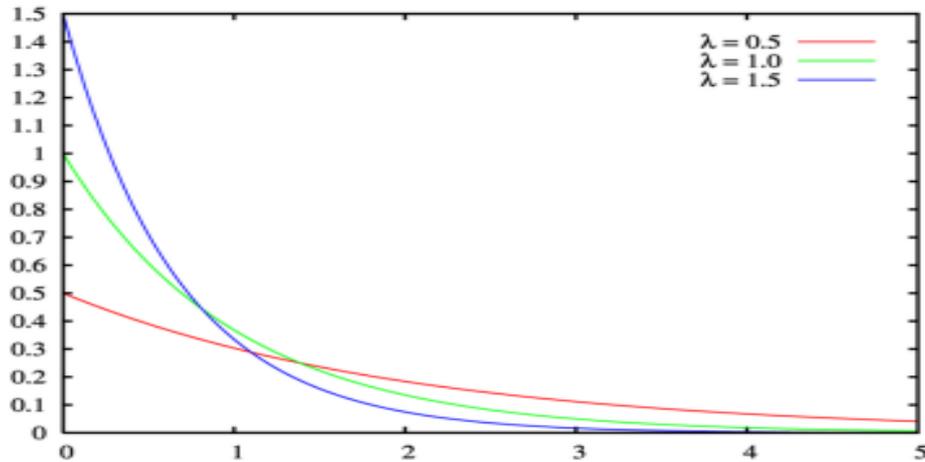
Elle est caractérisé par :

$$\text{La fiabilité : } R(t) = \exp(-\lambda t) \quad (2. 9)$$

$$\text{Densité de probabilité } f(t) = \lambda \exp(-\lambda t) \quad (2. 10)$$

$$\text{Le taux de défaillance } \lambda(t) = \lambda \quad (2. 11)$$

$$\text{La durée de vie moyenne } MUT = \frac{1}{\lambda} \quad (2. 12)$$



**Figure II.1** : Fonction de densité de probabilité - Loi exponentielle [3]

#### II.4.3.2 Loi de Weibull

La loi de Weibull est la loi la plus populaire dans le domaine de la fiabilité. Cette popularité est due notamment à sa forme flexible et au fait qu'elle englobe d'autres lois de probabilité elle est souvent définie par deux paramètres, le paramètre de forme  $\beta$  et le paramètre d'échelle  $\eta$  un troisième paramètres parfois considéré, le paramètre de location  $\gamma$  il permet de prendre en considération un éventuel décalage du point de départ de la courbe par rapport à l'origine.

Loi de Weibull est caractérisée par :

La fiabilité : 
$$R(t) = \exp\left(-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right) \quad (2.13)$$

Densité de probabilité: 
$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right) \quad (2.14)$$

Le taux de défaillance : 
$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (2.15)$$

La durée de vie moyenne : 
$$MUT = \gamma + \eta \Gamma\left(\frac{1+\beta}{\beta}\right) \quad (2.16)$$

## L'efficacité de la maintenance

Où  $\Gamma$  est la fonction gamma d'Euler défini par :

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} \exp(-t) dt \quad (2.17)$$

Sachant que :  $\beta$ ,  $\eta$  et  $\gamma$  des paramètres de Weibull tel que :

$$\beta > 0, \eta > 0 \text{ et } \gamma \in ] - \infty; +\infty[$$

### II.4.3.2.1 Signification des paramètres de la loi de Weibull

**Le paramètre de forme  $\beta$**  : ce paramètre donne des indications sur le mode des défaillances et l'évolution du taux de défaillances dans le temps, (tel que  $\beta > 0$ ).

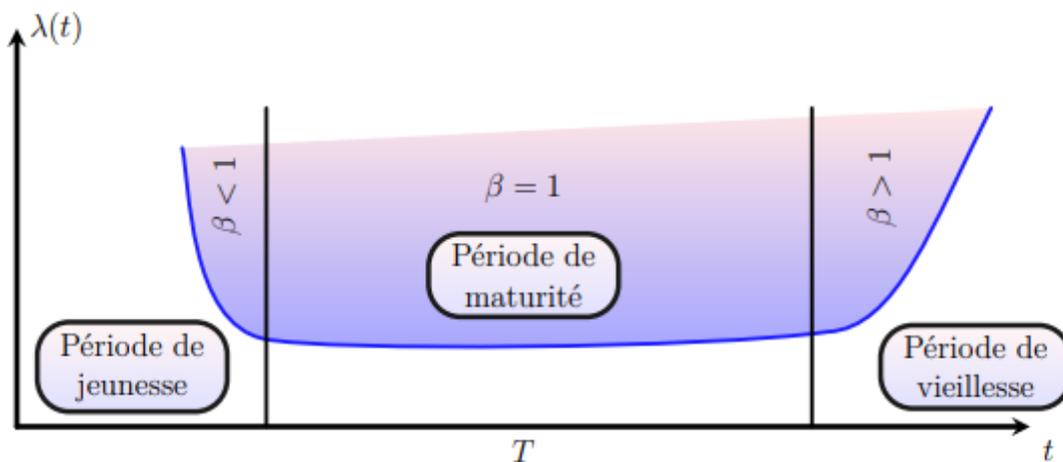


Figure II.2 : La courbe en baignoire [15]

$\beta < 1$  : le taux de défaillance est élevé au début de la vie du dispositif ensuite, il diminue assez rapidement avec le temps (décroissant) le système est dans la phase de jeunesse et son état s'améliore ;

$\beta > 1$  : La période de vieillissement le taux de défaillance est croissant, cette période correspond à une dégradation irréversible des caractéristiques du matériel, d'où une usure progressive le système se dégrade et se trouve dans la phase de vieillesse ;

$\beta = 1$  : La période de bon fonctionnement (maturité), où le taux de défaillance est approximativement constant, le système est dans sa phase de vie utile.

**Le paramètre d'échelle  $\eta$**  : ce paramètre prend l'unité du temps il est appelé aussi durée de vie caractéristique Lorsque  $t - \gamma = \eta$ , alors  $F(t) = 63\%$  ;

## *L'efficacité de la maintenance*

---

### **Le paramètre de localisation $\gamma$ :**

Si  $\gamma < 0$ , une défaillance est déjà présente avant la collecte de donnée. on peut dire que le matériel a subi une dégradation avant sa mise en service industrielle

Si  $\gamma = 0$ , une probabilité de défaillance sera présente dès la mise en service du système.

Si  $\gamma > 0$ , la probabilité de défaillance dans les premières utilisations du système est nulle.

### **II. 3 Modèles d'efficacité de la maintenance**

Les systèmes industriels nécessitent des opérations de maintenance préventive et corrective, dans sa vie opérationnelle, pour le but d'assurer leur bon fonctionnement et les conserver en état de marche.

La garantie de fonctionnement de ces systèmes dépend naturellement et étroitement de l'efficacité de ces opérations de maintenance.

L'efficacité de la maintenance tend vers deux modèles extrêmes, qui sont les modèles de base : soit la maintenance remet le système dans l'état AGAN (as good as new), soit elle remet le système dans l'état où il était juste avant la défaillance. Et dans deux modèles intermédiaires : le modèle d'intensité de défaillance et le modèle d'âge virtuel, qui sont plus pratiques et réalistes. La combinaison de ces deux modèles donne le modèle hybride.

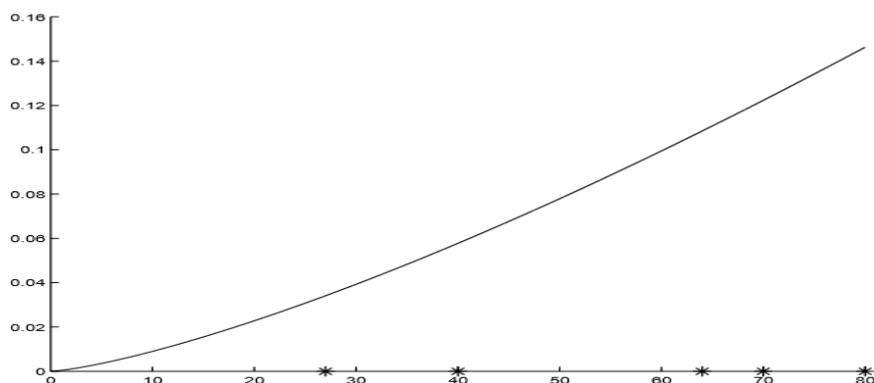
#### **II.3.1 MODELES DE BASES**

##### **II.3.1.1 Le modèle ABAO**

Le modèle ABAO (As Bad As Old) est le modèle de la maintenance préventive minimale, il se base sur la réparation des systèmes juste après la défaillance, cette réparation remet le système en marche à son état juste avant la défaillance, sans avoir des dégradations ou des améliorations au niveau de ce système[1].

La fonction d'intensité de défaillance (taux de défaillance) dans le cas de maintenance ABAO dépend que de temps (voir figure II.3). Elle se donne sous la forme suivante :

$$\lambda_t = \lambda(t) \tag{1.18}$$



**Figure II.3:** intensité de défaillance dans le cas ABAO[1]

### II.3.1.2 Le modèle AGAN :

Le modèle AGAN (As Good As New) est le modèle de la maintenance préventive parfait, il se considère que chaque maintenance rend le système à neuf[1]

Les durées inter-défaillances, sont alors indépendantes identiquement distribués, l'intensité de défaillance pour ce modèle suit le processus de renouvellement, sa fonction est donnée par l'expression :

$$\lambda_t = \lambda(t - T_i) \quad (2.19)$$

L'intensité de défaillance dépend seulement du temps écoulé depuis la dernière panne. La figure (II.4) représente l'intensité de défaillance d'un système pour des MP

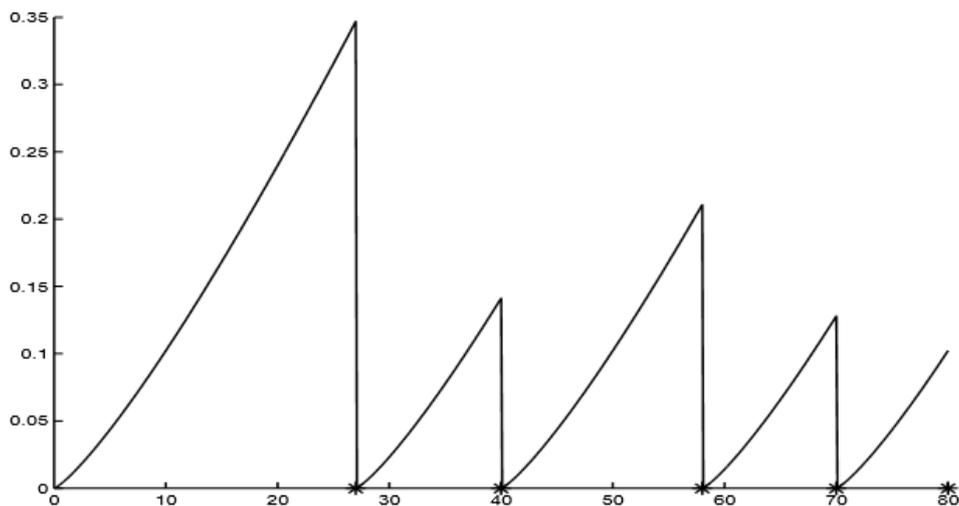


Figure II.4: intensité de défaillance dans le cas AGAN[1]

### II.3.2 Les modèles de réduction d'intensité de défaillance

L'effet de la maintenance sur le système est de réduire l'intensité des défaillances de ce dernier, Il est donc inclus entre les effets de la maintenance ABAO et AGAN. [3]

Cette classe de modèle peut être divisée en deux sous-classes :

#### II.3.2.1 Le modèle de réduction arithmétique d'intensité de défaillance :

Après la maintenance, le système a été restauré dans un meilleur état qu'avant. Réduire l'intensité de la défaillance d'un montant correspondant à cet effet de maintenance, Cependant, sans affecter la forme de la courbe[3] .

## *L'efficacité de la maintenance*

---

Son expression mathématique s'écrit:

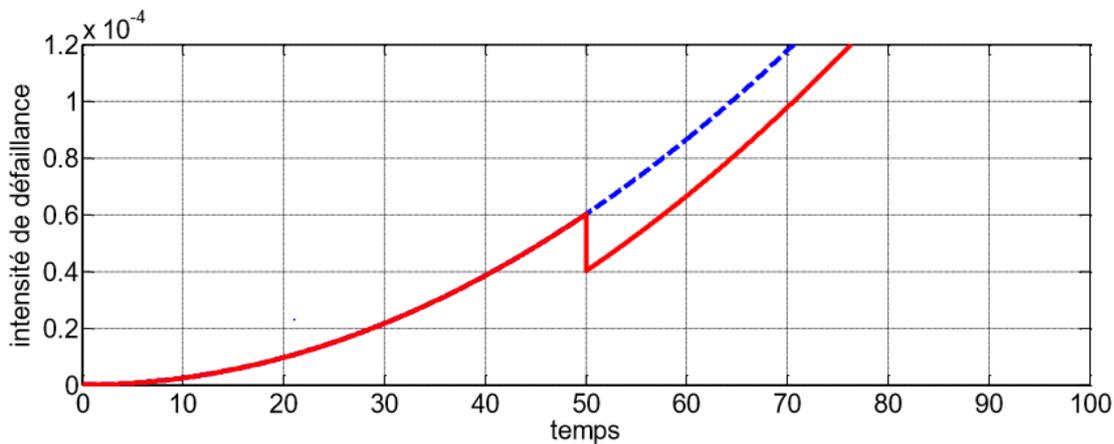
$$\lambda_1(t) = \lambda_0(t) - \delta_1 \quad (2.20)$$

La fonction d'intensité de défaillance s'écrit donc :

$$\lambda_n(t) = \lambda_0(t) - \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (2.21)$$

Tel que  $n$  est le nombre d'actions de maintenances [6].

Lorsque l'effet de réparation n'affecte pas la courbe d'intensité de défaillance, après l'opération de réparation, la courbe d'intensité de défaillance redémarre à partir d'un point plus bas qu'avant l'intervention de maintenance, mais parallèle à la courbe d'intensité de défaillance initiale, Comme le montre la figure II.5 :



**Figure II.5:** réduction arithmétique [2]

### II.3.2.1.1 Modèle de réduction aléatoire d'intensité de défaillance :

Le modèle suppose un environnement dans lequel des opérations de maintenance sont rencontrées lors d'interventions, et il est difficile d'imaginer des opérations de maintenance avec des effets de contrôle. Par conséquent, le degré de réduction de l'intensité des défaillances varie selon l'opération de maintenance[3]. (Voir la figure II.6).

Le modèle est donné par l'expression suivante :

$$\lambda_1(t) = \lambda_0(t) - \delta_1 \quad (2.22)$$

$$\lambda_2(t) = \lambda_1(t) - \delta_2 = \lambda_0(t) - \delta_1 - \delta_2 = \lambda_0(t) - (\delta_1 + \delta_2) \quad (2.23)$$

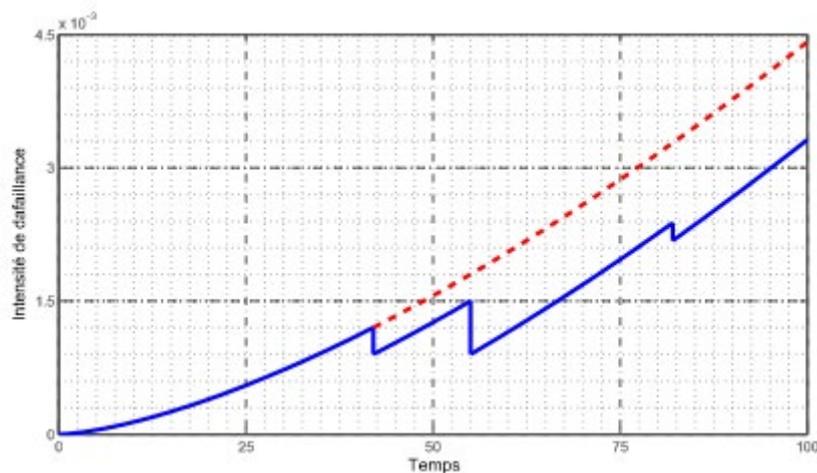
$$\lambda_2(t) = \lambda_0(t) - \sum_{i=1}^2 \delta_i \quad (2.24)$$

Pour n

$$\lambda_n(t) = \lambda_0(t) - \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (2.25)$$

L'intensité de défaillance de ce modèle après l' $i^{\text{ème}}$  PM s'écrit :

$$0 \leq \delta_i \leq \lambda_0(T_i) - \sum_{j=1}^n \delta_j \quad (2.26)$$



**Figure II.6:** intensité de défaillance dans le modèle de réduction aléatoire d'intensité de défaillance [3]

### II.3.2.1.2 Modèle de réduction fixe d'intensité de défaillance :

Ce modèle peut être considéré comme un cas particulier du modèle précédent. Sur la base des hypothèses suivantes :

- Les opérations MP peuvent être préparées à l'avance.
- Tous les matériels nécessaires à la réalisation de ces opérations sont disponibles.
- Le caractère répétitif des opérations MP permet aux équipes de maintenance de les maîtriser et de les contrôler. [2]

## L'efficacité de la maintenance

Par conséquent, le modèle suppose que l'effet de l'action des PM et la quantité de réduction de l'intensité de défaillance sont les mêmes. (Voir la figure II.7)

On a l'intensité de défaillance pour  $i$  n'est pas fixe, après la  $i^{\text{ème}}$  PM s'écrit :

$$\lambda_n(t) = \lambda_0(t) - \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (2.27)$$

Pour  $i$  fixe

L'intensité de défaillance de ce modèle après la  $i^{\text{ème}}$  PM s'écrit :

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) - n\delta \quad (2.28)$$

Sachant que pour tout

$$i = 1, 2, \dots, n, \lambda_0(T_i) - i\delta \geq 0 \quad (2.29)$$

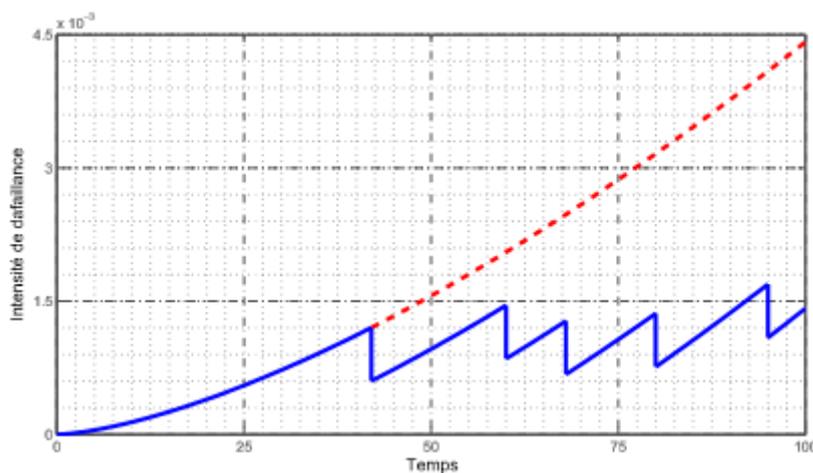


Figure II.7: intensité de défaillance dans le modèle de réduction fixe d'intensité de défaillance[3]

### II.1.2.2 Le modèle de réduction géométrique d'intensité de défaillance :

Le modèle provient directement du processus géométrique, également connu sous le nom de processus de quasi-mise à jour, où  $a$  est le facteur de réduction de l'intensité des défaillances. Supposons que le produit (entre la fonction d'intensité de défaillance et  $a$ ) est le résultat d'un système mal entretenu.

Pour  $0 \leq a \leq 1$  la fonction d'intensité de défaillance devient après la première action de maintenance imparfaite [2]

## L'efficacité de la maintenance

$$\lambda(t) = \alpha\lambda_0(t) \quad (2.30)$$

Après la 2<sup>ème</sup> action de maintenance imparfaite :

$$\lambda(t) = \alpha^2\lambda_0(t) \quad (2.31)$$

La fonction d'intensité de défaillance de ce modèle s'écrit- :

$$\lambda(t) = \alpha^n\lambda_0(t) \quad (2.32)$$

Contrairement aux modèles de réduction arithmétique, dans cette classe la courbe d'intensité des défaillances est influencée par l'effet des réparations. Par conséquent, après l'action de maintenance, la courbe d'intensité de défaillance recommence à partir d'un point inférieur à celui d'avant l'action de maintenance avec une courbe d'une allure différente à la cour initiale (voir la figure II.8)

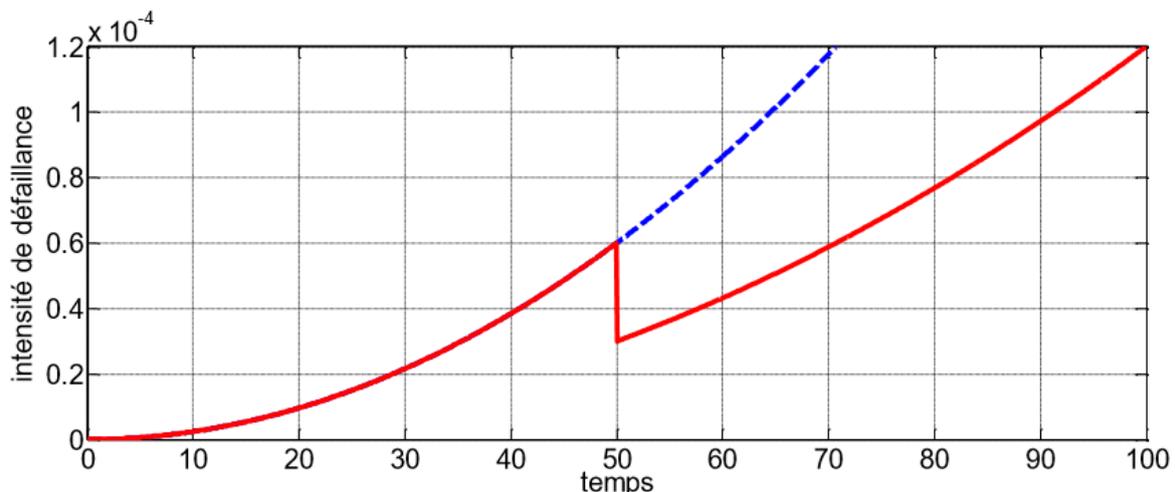


Figure II.8: réduction géométrique [2]

### II.1.2.2 .1 Modèle de réduction aléatoire d'intensité de défaillance :

Le modèle suppose un environnement dans lequel des opérations de maintenance sont rencontrées lors d'interventions, et il est difficile d'imaginer des opérations de maintenance avec des effets de contrôle. Par conséquent, le degré de réduction de l'intensité des défaillances varie selon l'opération de maintenance.

Le modèle est donné par l'expression suivante :

$$\lambda_1(t) = \alpha_1 \lambda_0(t) \tag{2.33}$$

$$\lambda_2(t) = \alpha_2 \lambda_1(t) = \alpha_2 \alpha_1 \lambda_0(t) \tag{2.34}$$

$$\lambda_n(t) = \prod_{i=1}^n \alpha_i \lambda_0(t) \tag{2.35}$$

### II.3.2.2.2 Modèle de réduction fixe d'intensité de défaillance :

On a l'intensité de défaillance pour  $i$  n'est pas fixe, après la  $i^{\text{ème}}$  PM s'écrit :

$$\lambda_1(t) = \alpha_1 \lambda_0(t) \tag{2.36}$$

$$\lambda_2(t) = \alpha_2 \lambda_1(t) \tag{2.37}$$

$$\lambda_2(t) = \alpha_2 \alpha_1 \lambda_0(t) \tag{2.38}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

$$\lambda_2(t) = \alpha^2 \lambda_0(t) \tag{2.39}$$

$$\lambda_n(t) = \alpha^n \lambda_i(t) \tag{2.40}$$

### II.3.3 Les modèles de réduction d'âge

La principale de la classe de ces modèles considère comme l'intensité de temps est égale a l'intensité initiale du temps  $A_i$  ou  $A_i > t$  avec :

$$A_i = t - \sum_{i=1}^n S(i, T_1, \dots, T_i) \tag{2.41}$$

## *L'efficacité de la maintenance*

---

L'âge réel du système est en fonction du temps pour cela on définit l'âge virtuel du système comme fonction positive de son âge réel.

L'intensité de défaillance du modèle de réduction d'âge est définie par :

$$\lambda_t = \lambda(t - \sum_{i=1}^n S(i, T_i, \dots, T_i)) \quad (2.42)$$

### **II.3.4 Le modèle hybride :**

Un modèle hybride est une combinaison de deux types de réductions de résistance à la rupture. Bien qu'ils aient des hypothèses différentes sur la réduction de l'intensité des défaillances, le modèle les rassemble et améliore le concept de réduction de l'âge virtuel. Malgré l'impact positif de ses opérations de maintenance mal appliquées, la dégradation du système continue à se développer [2].

L'équation mathématique de l'intensité de défaillance est :

$$\lambda(t) = \alpha \lambda_0(t - \delta T_i) \quad (2.43)$$

Telque :

$$t \in [T_i, T_{i+1}], \quad 0 < \delta < 1 \text{ et } 0 < \alpha < 1$$

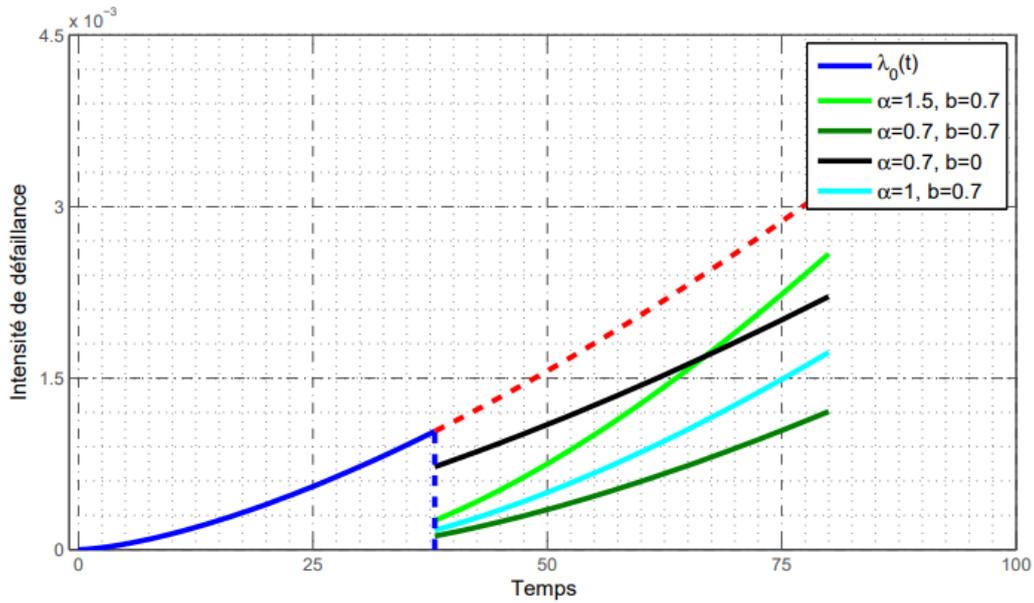
La valeur de  $\alpha$  détermine les effets de l'action de maintenance effectuée sur le système, on distingue quatre cas qui sont montrés dans la figure II.9:

$\alpha > 1$  et  $0 < \delta < 1$  : Modèle hybride avec réduction de l'âge virtuel et une augmentation de la dégradation

$0 < \alpha < 1$  et  $0 < \delta < 1$  : L'effet est doublé (modèle hybride avec réduction de l'âge virtuel et réduction d'intensité de défaillance).

$0 < \alpha < 1$  et  $\delta = 0$  : Modèle de réduction géométrique d'intensité de défaillance

$\alpha = 1$  et  $0 < \delta < 1$  : Modèle de réduction proportionnelle de l'âge virtuel.



**Figure II.9** intensité de défaillance dans le modèle hybride.[2]

## II.4 Les modèles de l'âge virtuel :

### II.4.1 Construction de modèle de l'âge virtuel

L'idée des modèles d'âge virtuel apparaît en 1979 dans les recherches de Malik, mais leur construction mathématique n'a été proposée qu'en 1988 par Kijima, Morimura et Suzuki [7].

Un modèle d'âge virtuel est caractérisé par la donnée d'une suite de variables aléatoires positives :

$$A = \{A_i\}_{t \geq 0} \text{ telles que } A_0 = 0$$

Ces modèles sont basés sur hypothèse suivante : Après la  $i^{\text{ème}}$  maintenance, le système se comporte comme un système neuf qui aurait fonctionné une durée  $A_i$  sans tomber en panne.  $A_i$  peut donc être considéré comme l'âge virtuel du système après la  $i^{\text{ème}}$  maintenance. [7]

Pour traduire mathématiquement cette hypothèse on considère une variable aléatoire  $Y$  de même loi de premier instant de défaillance  $T_1 = X_1$  (donc de fonction de répartition) et indépendante des durées inter- défaillance, alors l'hypothèse effectuée revient à écrire :

$$\forall_i \geq 0, \forall_x \geq 0, P(X_{i+1} > x | A_i, X_i) = P(Y > A_i + x | Y > A_i, A_i)$$

L'intensité de défaillance du modèle c'est écrit :

$$\lambda_t = \lambda(t - T_{N_t} - A_{N_t}) \tag{2.44}$$

## *L'efficacité de la maintenance*

---

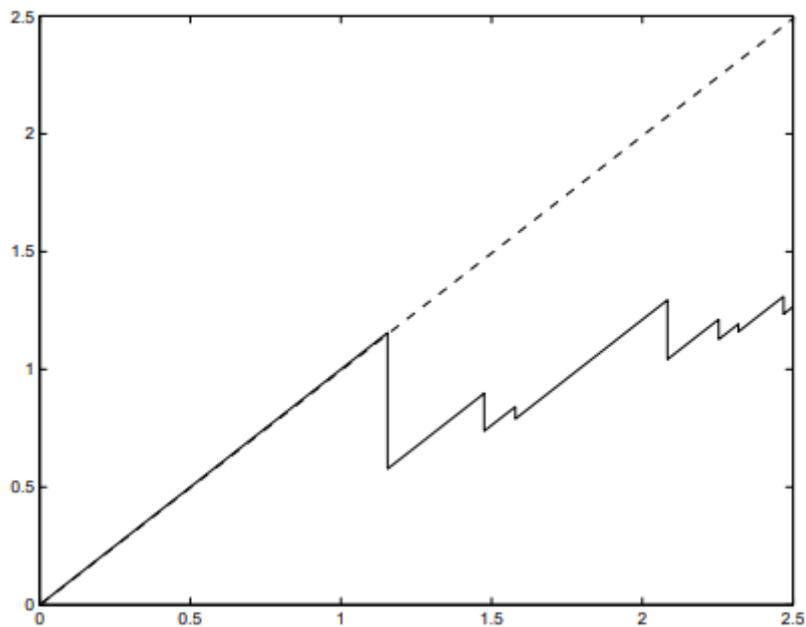
Les  $A_i$  sont appelés âge effectifs.

Modèle de maintenance minimale (ABAO) :  $\tau_i \geq 0, A_i = T_i$

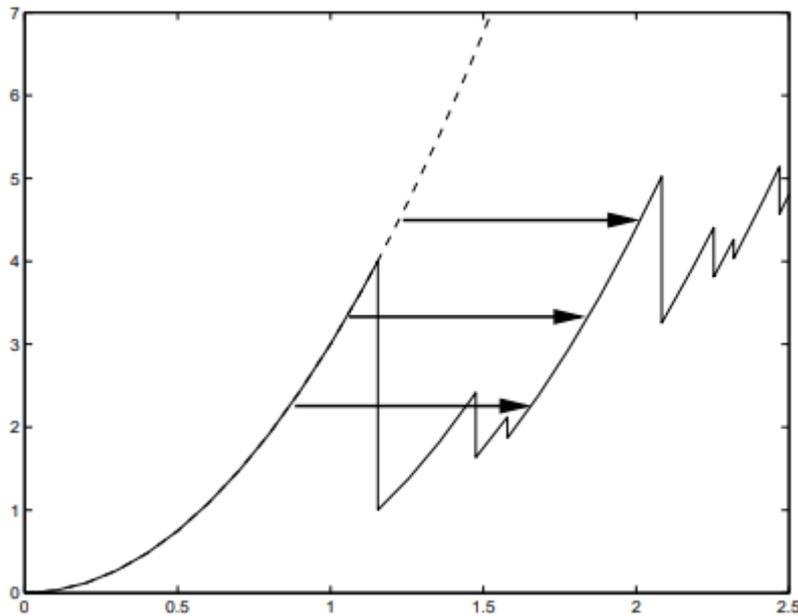
Modèle de maintenance parfaite (AGAN) :  $\tau_i > 0, A_i = 0$

En effet, dans le cas ABAO, le système après maintenance est aussi mauvais que vieux, donc son âge virtuel est égal à son âge réel, et dans le cas AGAN, le système après maintenance est comme neuf, donc son âge virtuel

La figure II.10 Donne un exemple d'évolutions de l'âge virtuel du système au cours du temps et la figure II.11 Représente l'intensité de défaillance correspondante. On peut remarquer qu'à tout instant, l'intensité de défaillance est parallèle horizontalement à l'intensité.



**Figure II.10** : Âge virtuel [7]



**Figure II. 11:** Intensité dans un modèle d'âge virtuel [7]

### II.2.2 Les modèles de Kijima

Kijima définit deux classes de modèles d'âges virtuels, connus sous le nom de modèles de Kijima de types I et II :

- Modèles de Kijima de type I : L'effet de la  $i^{\text{ème}}$  maintenance est de réduire l'âge virtuel du système avant la défaillance, à savoir  $A_{i-1} + X_i$ , d'une quantité proportionnelle à la durée écoulée depuis la dernière maintenance  $B_i X_i$ , avec  $B_i \in [0, 1]$ . On obtient alors [7] :

$$45) \quad \begin{aligned} \varphi_i &\geq 1 & A_i &= A_{i-1} + (1 + B_i)X_i \end{aligned} \quad (2.)$$

A partir de l'équation, on en déduit l'intensité de défaillance de ce modèle :

$$\lambda_t = \lambda(t - T_{N_t} + \sum_{j=1}^n (1 - B_j)X_j) \quad (2.46)$$

- Modèles de Kijima de type II : L'effet de la  $i^{\text{ème}}$  maintenance est de réduire l'âge virtuel global du système d'une quantité qui lui est proportionnelle  $B_i$ , avec  $B_i \in [0, 1]$ . On obtient alors [7].

$$\varphi_i \geq 1 \quad A_i = (1 - B_i)(A_{i-1} + X_i) \quad (2.47)$$

## L'efficacité de la maintenance

---

On en déduit alors l'intensité de défaillance de ce modèle :

$$\lambda_t = \lambda(t - T_{Nt} + \sum_{j=1}^{-n} (\prod_{k=j}^{-n} (1 - B_k)) X_j) \quad (2.48)$$

Pour ces deux modèles, la variable  $B_i$  représente l'efficacité de la  $i^{\text{ème}}$  maintenance.

$B_i = 1 \Rightarrow A_i = 0$  donc  $I^{\text{ème}}$  maintenance est (AGAN)

$B_i = 0 \Rightarrow A_{i-1} + X_{<i}$  donc  $I^{\text{ème}}$  Maintenance est (ABAO)

### II.4.3 Modèle de PAR (Réduction proportionnelle à l'âge)

Kijima est considéré lorsque les  $B_i$  ne sont pas aléatoire, le processus de défaillances est un processus ponctuel auto-excité. On notera :

$$\lambda_t = \lambda(t - \rho T_n) \quad (2.49)$$

$\rho$  S'appelle le facteur d'alimentation ou efficacité de maintenance.

Cette relation nous permet d'être en situation dans les deux extrêmes AGAN et ABAO comme suit :

$\rho = 1$  : La maintenance est parfaite (AGAN).

$\rho \in ]0; 1[$  : La maintenance efficace.

$\rho = 0$  La maintenance est minimale (ABAO)

$\rho < 0$  : La maintenance est nuisible.

Dans ce modèle, évaluer l'efficacité de la maintenance revient à estimer le paramètre  $\rho$

### II.4.4 Modèle de BMS

Quand on suppose que les efficacités des maintenances sont déterministes et constantes dans le modèle de Kijima de type II on retrouve une idée proposée par **Brown Mahoney et Sivazlian (BMS)** et on obtient comme intensité de défaillance.

$$\lambda_t = \lambda \left( t - \rho \sum_{j=0}^{N_t} (1 - \rho)^j T_{N_t-j} \right) \quad (2.50)$$

### II.4.5 Le modèle de réduction géométrique de l'âge ;

Quand l'âge virtuel résulte de la multiplication de l'âge réel par une quantité inférieure à 1, on obtient des modèles à réduction géométrique de l'âge. Le plus simple d'entre eux, équivalent au modèle ARA1, est défini par l'intensité [7] :

$$\lambda_t = \lambda \left( \frac{t}{T} \right) \quad (2.51)$$

### **II.4.6 Le modèle de réduction arithmétique de l'âge :**

Le modèle à réduction arithmétique d'âge (ARA) est l'ensemble des modèles d'âge virtuel pour lesquels l'effet de la réparation est réduire arithmétiquement l'âge virtuel  $V_t$  d'une quantité dépendant de l'histoire du processus des défaillances [7] :

$$V_{T_n^+} = (V_{T_n^-}) - a_n(T_n) \quad (2.52)$$

Tel que

$T_n$  Représente le vecteur des  $n$  instants de défaillance  $(T_1, \dots, T_n)$

$a_n$  Une fonction déterministe de ces instants de défaillance.

Comme  $V_t = t$  pour  $t \leq T_1$  l'âge virtuel peut s'écrire  $V_t = t - S_{N_t}(T_{N_t})$

Le modèle PRA qui a une intensité de défaillance  $\lambda_t = \lambda(t - \rho T_{N_t})$  et le modèle BMS qui a une intensité de défaillance  $\lambda_t = \lambda(t - \rho \sum_{j=0}^{N_t} (1 - \rho)^j T_{N_t-j})$  sont des modèles de ARA.

Signalons pour terminer que, la réduction d'âge a été supposée arithmétique : l'âge virtuel est obtenu en soustrayant une certaine quantité à l'âge réel. De plus, le modèle PAR peut être considéré comme une simplification du modèle BMS au sens où l'effet de la maintenance porte seulement sur l'instant de la dernière défaillance, et pas sur tous les instants des défaillances précédentes. On peut alors imaginer que cet effet porte sur plusieurs instants de défaillance précédents. On construit ainsi les modèles que nous avons appelés à Réduction Arithmétique de l'Age de mémoire  $m$  [7].

#### **II.4.6.1 Les modèles à réduction arithmétique de l'âge de mémoire $m$ (ARA $_m$ ):**

Doyen et Gaudin ont proposé une classe de modèles dite à réduction arithmétique d'âge de mémoire  $m$  (ARA $_m$ ) dont le principe est que la réduction d'âge dépend de l'effet des  $m$  des instants de défaillances qui peuvent influencer sur l'intensité.

Le modèle PAR pouvait être considéré comme une simplification du modèle BMS au sens où l'effet de la maintenance porte seulement sur l'instant de la dernière défaillance, et pas sur tous les instants des défaillances précédentes. On peut alors imaginer que cet effet pourrait porter sur plusieurs instants de défaillance précédents. On construit ainsi les modèles à réduction arithmétique de l'âge de mémoire  $m$  (ARA $_m$ ), définis par leur intensité :

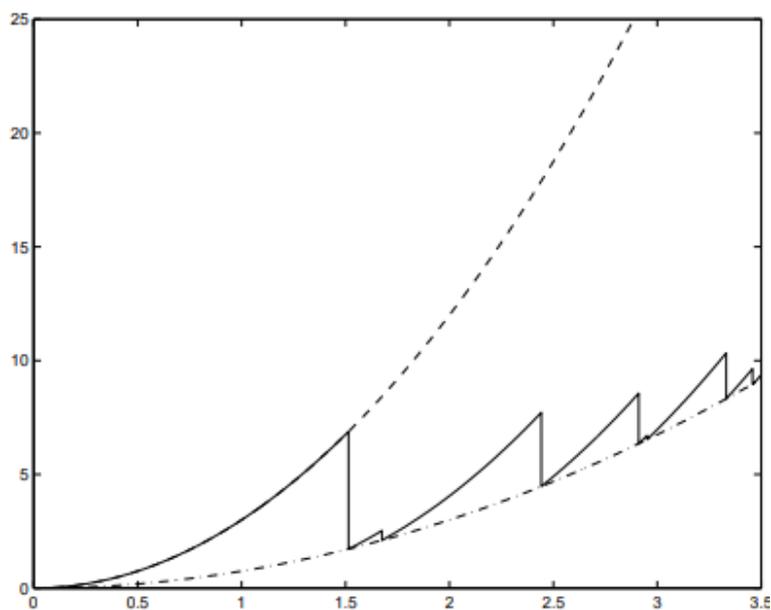
$$\lambda_t = \lambda \left( t - \rho \sum_{j=0}^{\text{Min}(m-1, N_t - 1)} (1 - \rho) T_{N_t - j} \right) \quad (2.53)$$

La mémoire  $m$  reflète une propriété markovienne : c'est le nombre maximal d'instantanés de défaillance précédents qui peuvent influencer l'intensité de défaillance. Le modèle PAR peut donc être considéré comme un modèle ARA1 et le modèle BMS comme un modèle ARA $\infty$ .

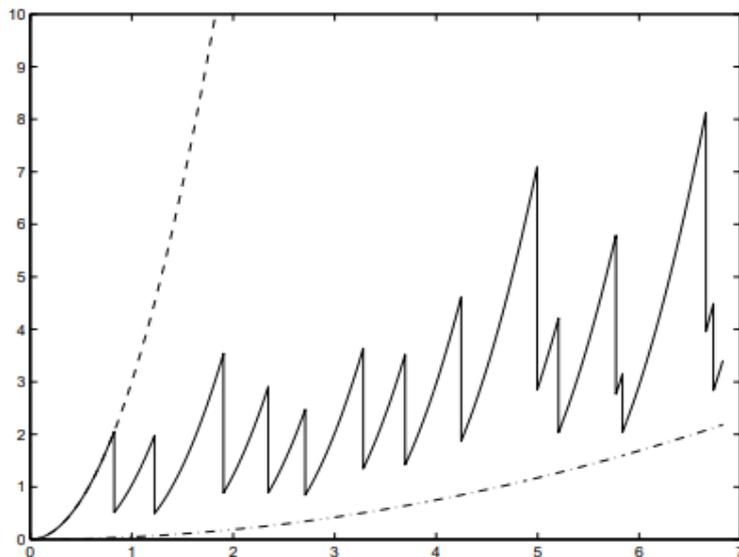
### II.4.6.2 Le modèle de réduction arithmétique de l'âge (ARA1)

L'effet de la  $i^{\text{ème}}$  maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance  $A_{i-1} + X_i$  d'une quantité proportionnelle au temps  $X_i$  écoulé depuis la dernière maintenance.

$$A_i = A_{i-1} + X_i - \rho X_i \Rightarrow A_i = (1 - \rho)T_i \quad (2.54)$$



**Figure II.12 :** Intensité dans un modèle ARA1 [7]



**Figure II.13** : Intensité dans un modèle  $ARA_2$ [7]

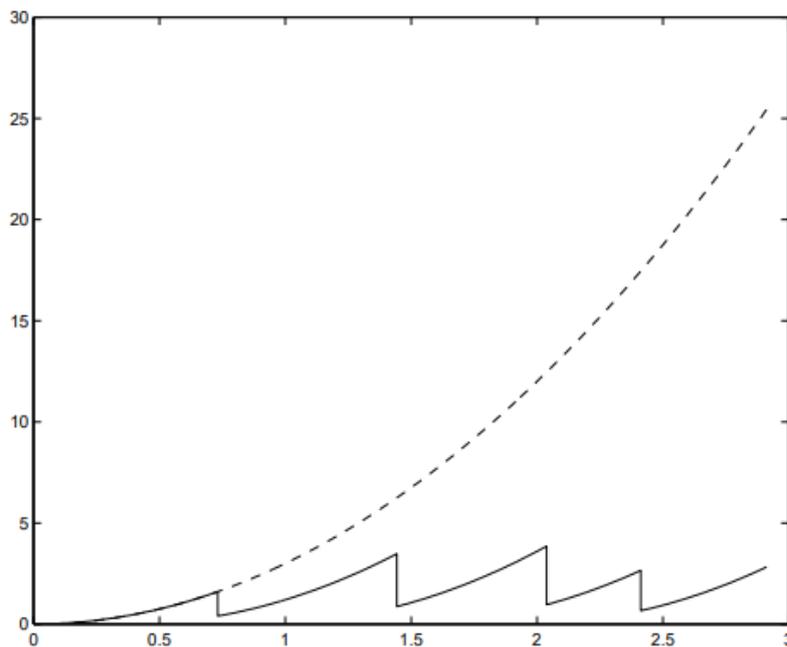
### II.4.6.3 Le modèle de réduction arithmétique de l'âge ( $ARA_\infty$ )

L'effet de la  $i^{\text{ème}}$  maintenance est de réduire l'âge virtuel Just avant la maintenance,  $A_{i-1} + X_i$  d'une quantité proportionnelle a cet âge virtuel.

$$A_i = (1 - \rho)(A_{i-1} + X_i) \tag{2.55}$$

$$\lambda_t = \lambda \left( t - \rho \sum_{j=0}^{N_{t-1}} (1 - \rho)^j T_{N_{t-j}} \right) \tag{2.56}$$

Ce modèle correspond au modèle de BMS



**Figure II.14 :** Intensité dans un modèle  $ARA_{\infty}$  pour  $\rho = 0.5$  [7]

La première ligne pointillée représente comme d'habitude l'intensité initiale et la seconde une nouvelle fonction intéressante : l'intensité d'usure minimale. En effet, pour les modèles ARA et pour d'autres, il existait une borne inférieure maximale  $\lambda_{\min}(t)$  pour l'intensité de défaillance, appelée intensité d'usure minimale : quelle que soit la politique de maintenance, l'intensité  $\lambda(t)$  ne peut pas être inférieure à  $\lambda_{\min}(t)$ . Pour le modèle  $ARA_m$ , il est facile de voir que l'intensité d'usure minimale est :

$$\lambda_{\min}(t) = \lambda ((1 - \rho)^m t) \quad (2.57)$$

### **Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons abordé une vue générale sur les modèles d'efficacité de maintenance qui assure le bon fonctionnement des systèmes industrielles.

Dans le chapitre suivant on choisira un modèle simple de réduction d'âge celui de  $ARA_1$  pour formaliser la politique de maintenances périodique avec réparation minimale à défaillance afin d'optimiser le coût total par unité de temps.

### Modèle de révision intégrant l'efficacité de la maintenir

#### Introduction

Les coûts de remplacement sont liés aux caractéristiques spécifiques de la pièce à remplacer, ou au coût commun du système, y compris la perte de production due aux temps d'arrêt du système et d'autres coûts fixes, tels que la mobilisation de l'équipe de maintenance, le démontage de la machine, le transport, les outils, etc. donc il ya un coût correctif  $C_c$  et un coût préventif  $C_p$  et on peut avoir une révision générale  $C_{ov}$ .

Le coût attendu par unité de temps est donné par :

$$C[T] = \frac{E[C(t)]}{E[t]} = \frac{\text{Espérance de cout d'un cycle}}{\text{Espérance de la longueur d'un cycle}} \quad (3.1)$$

On a pour un seul cycle de 0 à T :

$$C[T] = \frac{C_c H(T) + C_p}{T} \quad (3.2)$$

Pour (k - 1) K cycles :

$$C(T) = \frac{C_c + H_0(T) + C_p + C_c H_1(T) + C_p + \dots + C_c H_{(k-1)}(T) + C_p + C_{ov}}{KT} \quad (3.3)$$

L'intensité de défaillance pour le modèle réduction arithmétique d'âge est de la forme :

$$\lambda(t) = \lambda_i(t - \rho T_i) \quad (3.4)$$

Si On considère que la fonction d'intensité de défaillance suit la loi de Weibull qui donne :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t - \rho T_{Nt}}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (3.5)$$

#### III.1 Le choix de la politique de maintenance :

Nous avons choisi la politique de maintenance préventive avec réparation minimale a la défaillance pour son caractère planifiable ce qui permet une meilleur préparation des interventions.

## *Modèle de révision intégrant l'efficacité de la maintenance*

---

Les modèles de maintenance imparfaite les plus répondus : sont les modèles d'âge virtuel, pour notre étude nous utiliserons le modèle ARA (réduction arithmétique d'âge).

**Les hypothèses :**

- On considère que les réparations aux défaillances sont minimales.
- Les actions de maintenance préventives sont les mêmes pour chaque cycle K.
- Les actions de maintenance préventive sont effectuées suivant des périodes programmées à l'avance.
- Les durées inter-PM sont fixes et égales.
- Le cout  $C_p$  est le même pour chaque intervention de maintenance préventive.
- Le cout d'une réparation minimale  $C_c$  est le même à chaque intervention à la défaillance.
- Après K cycles le système reçoit une révision générale qui le remet à neuf (AGAN).
- Après chaque révision générale un cout estimé  $C_{ov}$  est dépensé.

### **III.2 Modélisation**

Le modèle de cout :

$$C[T] = \frac{E[C(t)]}{E[t]}$$

(3.6)

Avec :

$$E[C(t)] = \frac{C_{C_{sys}} + C_{p_{sys}} + C_{ov}}{KT} \quad (3.7)$$

Ce qui nous donne :

$$C(T) = \frac{C_c + H_0(T) + C_p + C_c H_1(T) + C_p + \dots + C_c H_{(k-1)}(T) + C_p + C_{ov}}{KT} \quad (3.8)$$

Avec :

$$C_{C_{sys}} = C_c H(t) \quad (3.9)$$

$$E[C(t)] = \frac{C_c H(t) + (k-1)C_p + C_{ov}}{KT}$$

**III.2.1 Formalisation du cout de maintenance en intégrant l'efficacité (Réduction arithmétique d'âge)**

On a la fonction hasard cumulée :

$$H(t) = \sum_{j=1}^K H_j \tag{3.10}$$

$$H_K = \int_{KT}^{(K+1)T} \lambda_K(t) dt \tag{3.11}$$

$$H(t) = \sum_{j=1}^K \int_{KT}^{(K+1)T} \lambda_K(t) dt \tag{3.12}$$

On considère que la fonction d'intensité de défaillance suit la loi de Weibull qui donne :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t - \rho T_{N_t}}{\eta} \right)^{\beta-1} \tag{3.13}$$

$$H_K = \int_{(K-1)T}^{KT} \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t - \rho T_{N_t}}{\eta} \right)^{\beta-1} dt \tag{3.14}$$

$$H_K = \frac{\beta}{\eta^\beta} \int_{(K-1)T}^{KT} (t - \rho T_{N_t})^{\beta-1} dt \tag{3.15}$$

Op suppose :  $X=(t- \rho T_{N_t})$  Donc :  $dX=dt$

$$X_0 = (K - 1)T - \rho T_{N_t} \tag{3.16}$$

$$X_1 = KT - \rho T_{N_t}$$

On aura donc

$$H_K = \frac{\beta}{\eta^\beta} \int_{X_0}^{X_1} X^{\beta-1} dX \tag{3.17}$$

$$H_K = \frac{\beta}{\eta^\beta} * \frac{1}{\beta} [X^\beta]_{X_0}^{X_1} = \left[ \left( \frac{X}{\eta} \right)^\beta \right]_{X_0}^{X_1} \tag{3.18}$$

$$H_K = \left(\frac{X_1}{\eta}\right)^\beta - \left(\frac{X_0}{\eta}\right)^\beta \quad (3.20)$$

$$H_K = \left(\frac{KT - \rho T_{N_t}}{\eta}\right)^\beta - \left(\frac{(K-1)T - \rho T_{N_t}}{\eta}\right)^\beta \quad (3.21)$$

$$T_{N_t} = (K-1)T \quad (3.22)$$

$$H_K = \left(\frac{KT - \rho(K-1)T}{\eta}\right)^\beta - \left(\frac{(K-1)T - \rho(K-1)T}{\eta}\right)^\beta \quad (3.23)$$

$$H(t) = \sum_{K=1}^{m+1} \left[ \left(\frac{KT - \rho(K-1)T}{\eta}\right)^\beta - \left(\frac{(K-1)T - \rho(K-1)T}{\eta}\right)^\beta \right] \quad (3.24)$$

$$E[C(t)] = \frac{(k-1)C_p + C_C \left\{ \sum_{K=1}^{m+1} \left[ \left(\frac{KT - \rho(K-1)T}{n}\right)^\beta - \left(\frac{(K-1)T - \rho(K-1)T}{n}\right)^\beta \right] \right\} + C_{ov}}{KT} \quad (3.25)$$

$$E[C(t)] = \frac{(k-1)C_p + C_{ov}}{KT} + \frac{C_C \left\{ \sum_{K=1}^{m+1} \left[ \left(\frac{KT - \rho(K-1)T}{n}\right)^\beta - \left(\frac{(K-1)T - \rho(K-1)T}{n}\right)^\beta \right] \right\}}{KT} \quad (3.26)$$

$$E[C(t)] = \frac{(k-1)C_p + C_{ov}}{KT} + \frac{C_C \left\{ \sum_{K=1}^{m+1} \left[ \left(\frac{(K - \rho(K-1))T}{n}\right)^\beta - \left(\frac{((K-1) - \rho(K-1))T}{n}\right)^\beta \right] \right\}}{KT} \quad (3.27)$$

$$E[C(t)] = \frac{(k-1)C_p + C_{ov}}{KT} + \frac{C_C \left\{ \sum_{K=1}^{m+1} \left[ \left(\frac{(K - \rho(K-1))}{n}\right)^\beta * T^\beta - \left(\frac{((K-1) - \rho(K-1))}{n}\right)^\beta * T^\beta \right] \right\}}{KT} \quad (3.28)$$

$$E[C(t)] = \frac{(k-1)C_p + C_{ov}}{KT} + \frac{C_C \left\{ \sum_{K=1}^{m+1} \left[ \left(\frac{(K - \rho(K-1))}{n}\right)^\beta - \left(\frac{((K-1) - \rho(K-1))}{n}\right)^\beta \right] * T^\beta \right\}}{KT} \quad (3.29)$$

$$E[C(t)] = \frac{(k-1)C_p + C_{ov}}{K} * T^{-1} + \frac{C_C \left\{ \sum_{K=1}^{m+1} \left[ \left(\frac{(K - \rho(K-1))}{n}\right)^\beta - \left(\frac{((K-1) - \rho(K-1))}{n}\right)^\beta \right] \right\}}{K} * T^{\beta-1} \quad (3.30)$$

### III.3 Résolution

#### Optimisation de la fonction du cout de maintenance :

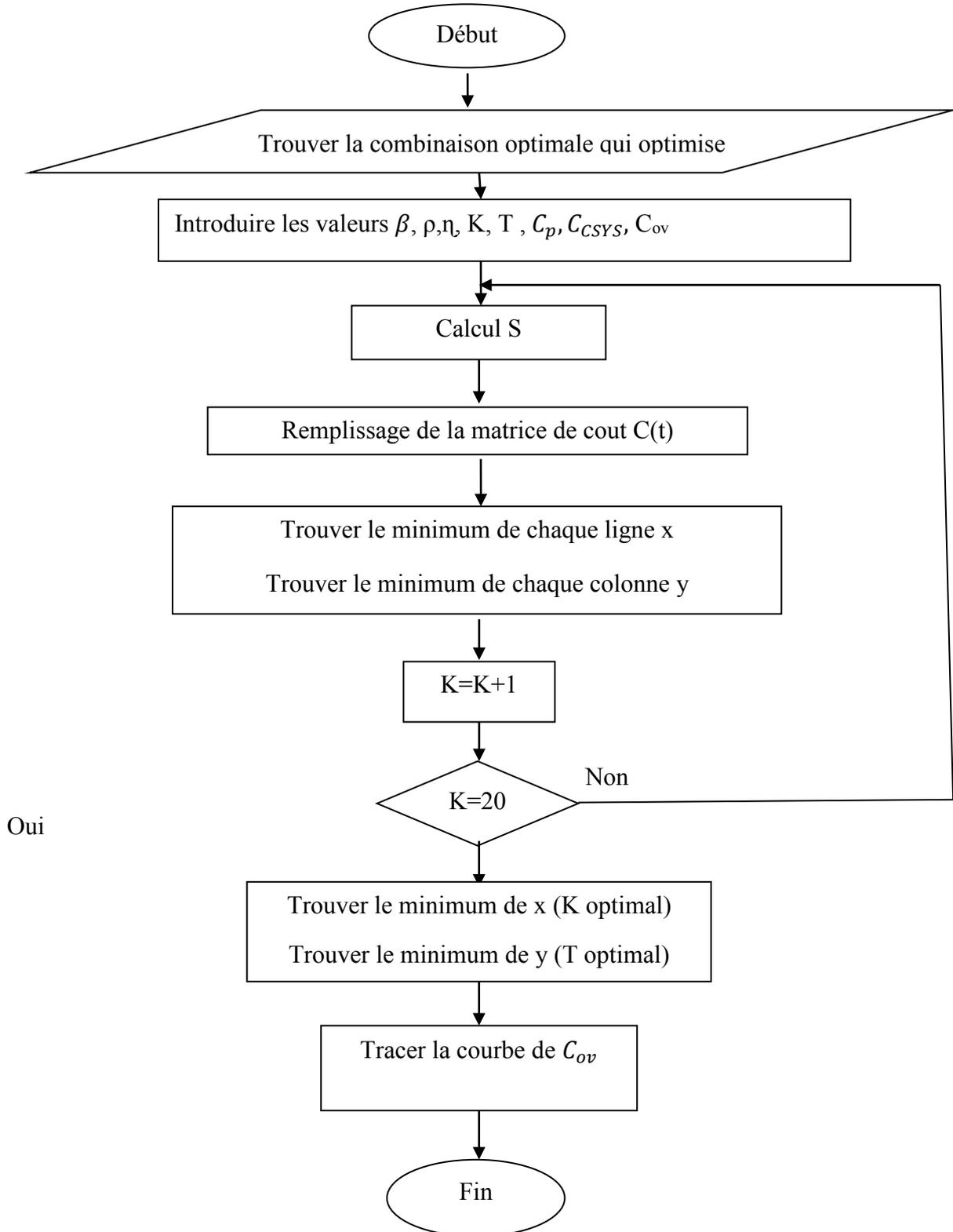


Figure III.1 Organigramme d'optimisation du cout  $C_{ov}$

## *Modèle de révision intégrant l'efficacité de la maintenance*

---

### **III.4 Optimisation du cout total de la maintenance**

Pour le même échantillon étudié au pavant, on suppose que le composant est maintenu de la manière suivante : les interventions de maintenances préventives imparfaites sont effectuées à des périodes fixes  $KT$ ,  $K=1,2,\dots,n$ .

Le cout de maintenance préventif est de  $C_p=10.000u.m$

Les défaillances sont corrigées par des réparations minimales, le cout de maintenance corrective est de  $C_c=15000u.m$

Après les deux interventions de maintenance préventive, l'élément est remplacé complètement (renouvellement), son cout de révision général est de  $C_{ov}=20.000 u. m$

L'optimisation du cout est effectuée à l'aide d'un programme sur code de calcul MATLAB 7 qui représenté avec l'organigramme dans ce chapitre, et ces résultats sont :

$$K^*=5$$

$$T^*=40 \text{ jours}$$

$$C^*=1975 \text{ u.m/jours}$$

K	T (jours)	$C_g * \left(\frac{U.m}{jour} 10^3\right)$
1	127	2.5522
2	80	2.1305
3	60	2.0144
4	48	1.9786
5	40	1.9750
6	35	1.9872
7	31	2.0082
8	28	2.0345
10	23	2.0957
12	20	2.1627
20	14	2.4448

Afin d'assurer une bonne disponibilité de la troisième partie et de minimiser le coût total de maintenance par unité de temps, il est préférable d'effectuer une maintenance

---

## Modèle de révision intégrant l'efficacité de la maintenance

préventive de correction partielle imparfaite tous les 4 jours de fonctionnement, après 5 de ces corrections, nous effectuerons une révision générale,

Une révision générale sera effectuée, Ceci inclut une mise à jour complète du composant bien maintenu parfaitement (AGAN).

La figure suivante illustre les résultats de l'optimisation :

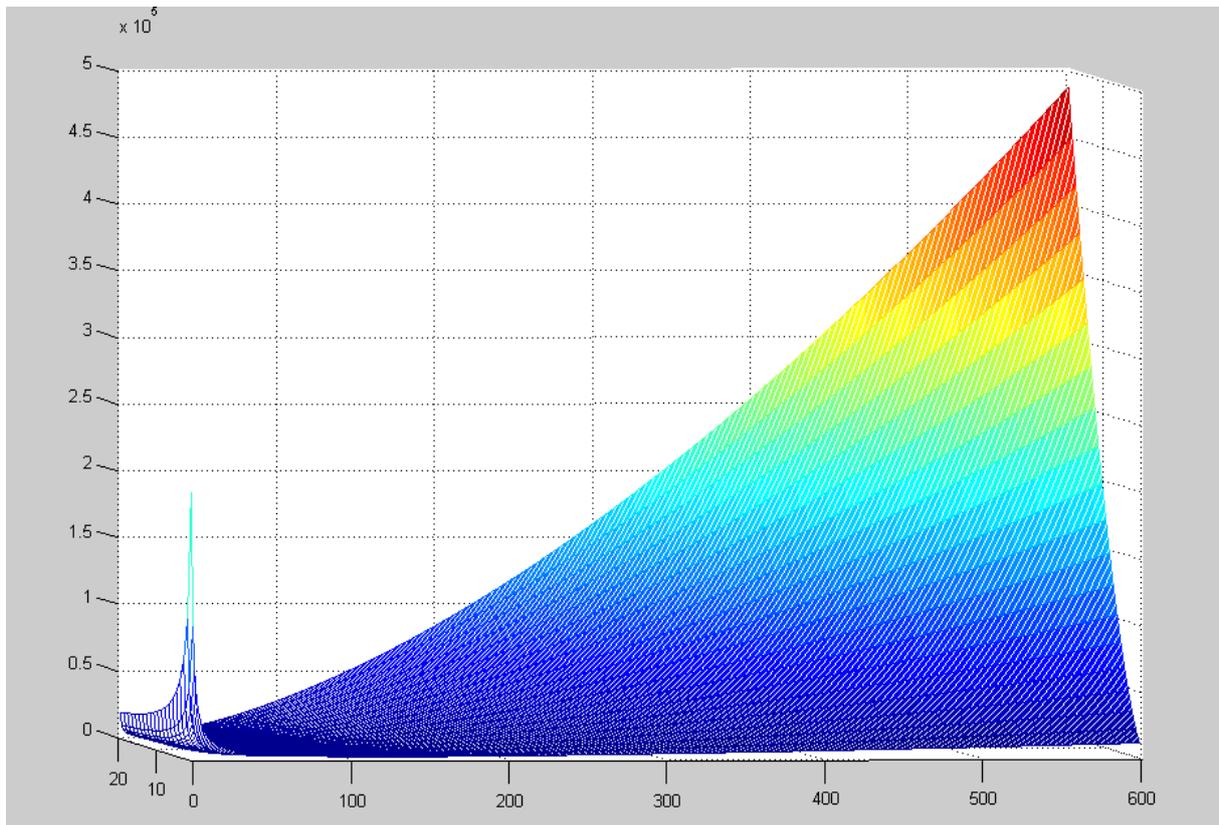


Figure III.2: Le cout total en fonction du temps t (jours) et de différentes périodicités K.

### III.5 Impact de l'optimisation du nombre de révisions partielle sur le cout

En utilisant la formule :

$$E[C(t)] = \frac{(k-1)C_p + C_C \left\{ \sum_{K=1}^{m+1} \left[ \left( \frac{KT - \rho(K-1)T}{n} \right)^\beta - \left( \frac{(K-1)T - \rho(K-1)T}{n} \right)^\beta \right] \right\} + C_{ov}}{KT}$$

Selon ce qui est pratiqué dans l'entreprise à savoir : effectuer une révision partielle chaque 75 jours et au bout de 2 révisions partielles, on effectue une révision générale (K=2, T=75 jours).

## *Modèle de révision intégrant l'efficacité de la maintenance*

---

Nous avons un cout total par unité de temps qui égale à :

$$C_T = 2055 \text{ u.m./jour}$$

Et le cout général optimal :

$$C_g^* = 1975 \text{ u.m./jour}$$

Le gain absolu est donné par :

$$G_{abs} = C_T - C_g^*$$

D'où

$$G_{abs} = 2055 - 1975 = 80 \text{ u.m./jour}$$

Le gain relatif est donné :

$$G_{rela} = \frac{C_T - C_g^*}{C_T} = \frac{80}{2055} = 0.0389$$

$$G_{rela} = 3.89\%$$

L'application numérique nous l'a révélé : la stratégie proposée est une révision après deux révisions partielles, le système fonctionne pendant 150 jours, et le coût total de maintenance  $C_T = 2055 \text{ u.m./jour}$

La nouvelle stratégie adoptée est la suivante : révision après quatre révisions partielles en 200 jours, le coût total de maintenance  $C_g^* = 1975 \text{ u.m./jour}$ , le bénéfice relatif est de 4% environ, et la durée de vie du système mécanique est prolongée de 50 jours.

### **Conclusion**

Dans ce chapitre, nous trouvons la combinaison optimale du nombre de cycles  $K$  et du temps de cycle  $T$  qui minimise le coût total par unité de temps  $C_g$ .

La mise en œuvre de notre plan d'exploitation permet d'économiser de 4% environ sur les coûts de maintenance par rapport au plan proposé, et d'une augmentation d'une durée de vie 50 jours.

# Conclusion Générale

---

## Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire a pour objectif principal d'intégrer l'efficacité de la maintenance pour mettre en place une stratégie de maintenance préventive des systèmes réparables, permettant de définir des temps d'intervention, qui peuvent minimiser le cout total de la maintenance par unité de temps.

La prise en compte de l'impact des actions de maintenance préventive nous a contraints à introduire le modèle d'efficacité de maintenance dans l'expression de l'espérance du cout total de maintenance par unité de temps.

Nous avons choisi la politique de maintenance préventive périodique imparfaite avec préparation minimale à la défaillance. Ce qui correspond à la pratique courant dans l'industrie, à savoir un équipement est généralement soumis à des révisions partielles, et au bout d'un certain nombre de révisions partielles le système fera l'objet d'un renouvellement.

Lors de la formalisation mathématique du modèle de cout, servant de fonction économique à l'optimisation, nous avons introduit l'efficacité de la maintenance par le biais du modèle réduction arithmétique d'âge de mémoire 1 ( $ARA_1$ ).

Finalement l'application numérique nous a permis de vérifier l'efficacité du modèle dans l'optimisation de la maintenance. En effet les comparaisons des résultats d'optimisation de notre modèle avec la politique suivie par l'entreprise a démontré un gain relatif de 4% environs du politique proposé.



## Référence bibliographiques

[1] :Y.DIJOUX : (Modèles d'âge virtuel et de risques concurrents pour la maintenance imparfaite ) thèses DOCTORAT, Institut National polytechnique de Grenoble-INPG, 2008.

[2] : M. AMRANI, I. BOUSSENOUNE, A. BENMIMOUN ; modélisation de l'efficacité de la maintenance des systèmes multi-composant, PFE de master, université de Bejaïa ,2019/2020

[3] : E. AIT MOKHTAR (Modélisation de l'efficacité de maintenance) cours de modèles de maintenances. Université de Bejaïa, 2019/2020

[4] : A.ZERBANI, étude technique et optimisation de la maintenance préventive de la machine de chan freinage, université Djelfa 2021

[5] : D.FRIHI (Maintenance industrielle) cours , université de 8 mai 1945 Djelfa ,2015.

[6] : Y.BRAKNI, G.IGUENATEN , stratégie de maintenance imparfaite pour un système en dégradation, PFE de master , Université de Bejaia, 2019/2020

[7] : L.Doyen, O.GAUDOIN : classes of imperfect repair models based on reduction of failure intensity or virtuel age , reliability engineering and system safety,84(2004),pp.45-56.

[9] J-L-Chabert,« Gauss et méthode des moindres carrés », chez Revenue d'histoire des sciences, tome 42, 1989, pp. 5-26.

[11] Henri Procaccia, Eric Ferton, Marc Procaccia, fiabilité et maintenance des matériels industriels réparables et non réparables, Lavoisier, 2011.

[12] : R. LAGGOUNE, A.CHATEAUNEUF, D.AISSANI, impact of few failure data on the opportunistic replacement policy for multi-component Systems, reliability engineering and system safety, 95,app.108-119,2010. )

[13] : Documentation AFNOR, recueil des normes françaises 2001.

[14] : B. AIT SAIDI et K.MOUHOUS ; optimisation des maintenances de la chaine de production de la semoulerie SSG, PFE de master, université de Bejaïa , 2020/2021.

[15] : A. SADKINE et B.YESSAD ; Optimisation de la maintenance basée sur la fiabilité, cas d'une centrifugeuse discontinue , PFE de master , université de Bejaïa , 2019/2020.

## Résumé

D'une manière générale, la maintenance est définie comme étant un ensemble d'actions correctives et préventives sur un système dans le but de le maintenir ou le remettre en état de marche.

Une bonne partie des modèles de maintenance développés dans la littérature supposent qu'une action de maintenance, soit remet le système dans un état neuf (un renouvellement par exemple) ou le laisse dans le même état que juste avant l'intervention (maintenance minimale). Or, il est plus réaliste de considérer qu'après une action de maintenance le système deviendra dans un état intermédiaire, entre aussi bon que neuf et aussi mauvais que vieux. De ce fait, la modélisation de l'efficacité de la maintenance s'avère très importante. Plusieurs modèles de maintenance imparfaite ont été développés, les plus répandus sont ceux de l'âge virtuel, qui consistent à supposer qu'un système maintenu se comporte comme un système neuf dont l'âge est inférieur à l'âge réel.

L'objectif principal de ce travail est l'intégration du modèle de l'efficacité de maintenance à réduction arithmétique d'âge ( $ARA_1$ ) dans le modèle du coût. Cela dans le but d'optimiser les révisions partielles des systèmes réparables, permettant de définir les instants des interventions qui pourront minimiser le coût total de la maintenance par unité temps.

Comme résultat d'optimisation, on obtient la combinaison optimale entre le nombre de révisions partielles  $K$  et leur périodicité optimale  $T$  avant que le système subisse une révision complète (renouvellement).

Generally speaking, maintenance is defined as a set of corrective and preventive actions on a system with the aim of keeping it or restoring it to working order.

Many of the maintenance models developed in the literature assume that a maintenance action either restores the system to a new state (e.g. renewal) or leaves it in the same state as it was just before the intervention (minimal maintenance). However, it is more realistic to consider that after a maintenance action the system will become in an intermediate state, between as good as new and as bad as old. Therefore, the modeling of the effectiveness of maintenance is very important. Several models of imperfect maintenance have been developed, the most widespread are the virtual age models, which consist in assuming that a maintained system behaves like a new system whose age is lower than the real age.

The main objective of this work is to integrate the arithmetic age reduction maintenance efficiency model ( $ARA_1$ ) into the cost model. This is done in order to optimize the partial revisions of repairable systems, allowing to define the moments of interventions that will minimize the total cost of maintenance per time unit.

As a result of the optimization, we obtain the optimal combination of the number of partial overhauls  $K$  and their optimal periodicity  $T$  before the system undergoes a complete overhaul (renewal).

## Mots clés

Maintenance imparfaite, âge virtuel, optimisation, systèmes réparables, révision partielle, réduction arithmétique d'âge.

