

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR**

**ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA**

**FACULTE DE TECHNOLOGIE**

**DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

**MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de

**MASTER**

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Par :

**Mr. BACHA Abderezak**

## Thème

**Analyse élasto-plastique d'une plaque perforée par la méthode des éléments finis**

Soutenu le 24/06/2025 devant le jury composé de :

Dr. BOUZIDI Safia

Président

Dr. YAYA Kamel

Rapporteur

Dr. METHIA Mounir

Examineur

**Année Universitaire 2024-2025**

تيعشلا تيطار قميدلا تيرازجلا تيروممجلا

Populaire et Démocratique Algérienne République

يملعلا شجبلا و يملعلا جيلعلا قرارو

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



جامعة بجاية  
Tasdawit n Bgayet  
Université de Béjaïa

## Déclaration sur l'honneur

### Engagement pour respecter les règles d'authenticité scientifique dans l'élaboration d'un travail de recherche

Arrêté ministériel n° 1082 du 27 Décembre 2020(\*)

fixant les règles relatives à la prévention et la lutte contre le plagiat

Je soussigné,

Nom : BACHA.....

Prénom : Abderezak.....

Matricule : 191931069680.....

Spécialité et/ou Option : Construction Mécanique.....

Département : Génie Mécanique.....

Faculté : Technologie.....

Année universitaire : 2024/2025

et chargé de préparer un mémoire de (Licence, Master, Autres à préciser) : Master.

Intitulé: Analyse élasto-plastique d'une plaque perforée par la méthode des éléments finis

.....  
.....

déclare sur l'honneur, m'engager à respecter les règles scientifiques, méthodologiques, et les normes de déontologie professionnelle et de l'authenticité académique requises dans l'élaboration du projet de fin de cycle cité ci-dessus.

Fait à Béjaïa le

24/06/2025

Signature de l'intéressé

(\*) Lu et approuvé

.....

(\*) Arrêté ministériel disponible sur le site [www.univ-bejaia.dz/formation](http://www.univ-bejaia.dz/formation) (rubrique textes réglementaires)

## Remerciements

Tout d'abord, je remercie Dieu Tout-Puissant de m'avoir donné la force, la patience et le courage nécessaires pour mener à bien ce modeste travail.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon encadrant, **Mr. Yaya**, pour sa patience, ses conseils avisés, son accompagnement constant ainsi que pour le partage de ses connaissances tout au long de ce projet.

Je remercie également **Mme Bouzidi**, présidente du jury, pour avoir accepté de présider cette soutenance. Qu'elle trouve ici l'expression de ma sincère gratitude.

Mes remerciements vont aussi à **Mr. Methia**, examinateur, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'évaluer mon travail et pour ses remarques pertinentes.

J'adresse également mes sincères remerciements à l'ensemble des enseignants de mon département, pour la qualité de leur enseignement et leur dévouement tout au long de mon parcours universitaire.

Enfin, j'exprime ma gratitude à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce mémoire. Une pensée particulière va à mes amis pour leur soutien tout au long de ces années d'étude.

## **Dédicaces**

Je dédie ce travail, fruit de plusieurs années d'efforts, à ceux qui comptent le plus pour moi :

À mes parents bien-aimés, pour leur amour inestimable, leurs sacrifices et leur soutien indéfectible. Ce mémoire est aussi le reflet de leur dévouement.

À mes grands-parents, dont les valeurs et les bénédictions m'accompagnent chaque jour.

À mon oncle Soufiane, pour sa présence constante, ses encouragements et ses conseils précieux.

À mes frères, Younes et Redouane, pour leur affection, leur soutien et leur confiance.

À mes amis de toujours Sofiane, Yasser, Zoubir, Wassim, Amine et Bako, merci pour votre amitié sincère, votre énergie et vos encouragements.

À mes collègues Kiki, Habib, Hamza, ainsi qu'à toute la promo 2024–2025, pour les moments partagés, les efforts collectifs et l'ambiance unique vécue tout au long de ce parcours universitaire.

**BACHA Abderezak**

# Sommaire

<b>Remerciements .....</b>	<b>i</b>
<b>Dédicaces .....</b>	<b>ii</b>
<b>Sommaire.....</b>	<b>iii</b>
<b>Liste des figures .....</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>vii</b>
<b>NOMENCLATURE.....</b>	<b>viii</b>
<b>Introduction Générale .....</b>	<b>1</b>
<b>Généralités.....</b>	<b>2</b>
<b>I.1 Structures mécaniques et résistance des matériaux .....</b>	<b>2</b>
<b>I.2 Généralités sur les plaques .....</b>	<b>3</b>
<b>I.3 La méthode des éléments finis .....</b>	<b>6</b>
<b>Théorie de l'élasticité et de l'élasto-plasticité .....</b>	<b>9</b>
II.1. Introduction : .....	9
II.2. Comportement élastique des matériaux : .....	10
II.2.1. La loi de Hooke : .....	10
<b>II.2.2 Phénomène de concentration des contraintes : .....</b>	<b>12</b>
a) Exemple classique : plaque infinie avec trou circulaire .....	12
b) Interprétation du facteur de concentration $K_t = 3$ : .....	13
<b>II.2.3 Hypothèses de l'élasticité linéaire : .....</b>	<b>14</b>
a) Linéarité .....	14
b) Réversibilité .....	14
c) Petites déformations .....	14
d) Continuité.....	15
e) Homogénéité .....	15
II.3. Comportement élastoplastique des matériaux .....	15
II.3.2 Critère de plasticité de von Mises : .....	17
<b>II.3.3 Lois d'écrouissage : parfait, linéaire, non linéaire : .....</b>	<b>19</b>
II.3.4. Comportement irréversible et cycle de chargement : .....	23
<b>Simulation Élasto-plastique d'une Plaque Perforée par la Méthode des Éléments Finis</b>	<b>27</b>
III. 1. Introduction .....	27
III.2. Définition du problème physique et géométrique .....	28
III.2.1. Construction géométrique dans COMSOL .....	29
III.2.2 Propriétés mécaniques du matériau .....	31
III.3. Conditions aux limites et chargement .....	32

III.3.1. Conditions aux limites.....	32
III.3.2. Fonction de chargement .....	34
III.4. Étapes de modélisation dans COMSOL Multiphysics .....	36
III.4.1. Initialisation du modèle :.....	36
III.4.2. Définition des paramètres globaux et fonction de chargement : .....	36
III.4.3. Création du maillage : .....	37
III.4.4. Définition du matériau et des lois de comportement : .....	39
III.4.5. Critère de plasticité et loi d'écoulement : .....	40
III.4.6. Configuration de l'étude et résolution incrémentale : .....	40
III.4.7. Post-traitement et visualisation : .....	41
III.4. Conclusion .....	42
<b>Résultats et interprétation .....</b>	<b>44</b>
IV.1 Développement des zones plastiques .....	45
IV.2 Évolution de la contrainte de von Mises .....	48
IV.3 Répartition des contraintes de von Mises le long de l'arc .....	49
IV.4 Comparaison des modèles de durcissement.....	51
IV.5 Contraintes résiduelles après déchargement .....	52
IV.6 Commentaires sur la qualité du maillage .....	53
<b>Conclusion Générale .....</b>	<b>54</b>
<b>Références Bibliographiques .....</b>	<b>56</b>
<b>Résumé .....</b>	<b>57</b>

# Liste des figures

Figure I.1 : Type de structures.

Figure I.2 : Une plaque d'épaisseur  $h$ .

Figure I.3 : Domaine d'utilisation des plaques.

Figure I.4 : Etape de l'analyse d'un problème aux limites.

Figure II.1 : Représentation schématique de l'état des contraintes plane  $\sigma_z = 0, \tau_{xz} = 0, \tau_{yz} = 0$ .

Figure II.2 : Répartition des contraintes autour du trou.

Figure II.3 : Courbe contrainte-déformation en traction montrant les zones élastique et plastique.

Figure II.4 : Courbe écrouissage.

Figure II.5 : Représentation géométrique du critère de von Mises dans l'espace des contraintes.

Figure II.6 : Courbe de durcissement : écrouissage isotrope linéaire.

Figure II.7 : Courbe de durcissement : écrouissage parfait.

Figure II.8 : Courbe de durcissement : écrouissage non linéaire.

Figure II.9 : Boucle hystérésis sur un diagramme contrainte-déformation : chargement, déchargement.

Figure III.1 : Plaque perforée soumise à une traction uniaxiale.

Figure III.2 : Capture de la géométrie dans COMSOL après soustraction du cercle.

Figure III.3 : Modélisation d'une plaque perforée soumise à une traction uniaxiale avec conditions aux limites de symétrie et de charge.

Figure III.4 : Représentation graphique de la fonction de chargement COMSOL.

Figure III.5 : Vue globale du maillage généré dans COMSOL.

Figure III.6 : Configuration de l'auxiliary sweep dans COMSOL.

Figure IV.1 : Vue du maillage de la plaque modélisée avec un zoom sur le raffinement autour du trou.

Figure IV.2 : Contrainte équivalente de von Mises pour un paramètre de charge de 0.55.

Figure IV.3 : Zone plastifiée pour un paramètre de charge de 0.55.

Figure IV.4 : Contrainte équivalente de von Mises pour un paramètre de charge de 1.05

Figure IV.5 : Zone plastifiée pour un paramètre de charge de 1.05.

Figure IV.6 : Contrainte équivalente de von Mises pour un paramètre de charge de 1.1.

Figure IV.7 : Zone plastifiée pour un paramètre de charge de 1.1.

Figure IV.8 : Évolution de la contrainte maximale de von Mises en fonction du paramètre de charge.

Figure IV.9 : Contrainte de von Mises le long de l'arc pour un paramètre de charge de 1.1.

Figure IV.10 : Contrainte de von Mises le long de l'arc pour un paramètre de charge de 2.2.

Figure IV.11 : Comparaison des contraintes de von Mises pour les deux modèles à un paramètre de charge de 1.1.

Figure IV.12 : Contraintes résiduelles de von Mises après déchargement.

Figure IV.13 : Détail du raffinement du maillage autour du trou.



# Liste des tableaux

Tableau III.1 : Géométrie de la plaque modélisée

Tableau III.2 : Les paramètres mécaniques utilisés

Tableau III.3 : Résumé des conditions au limites imposée

Tableau III.4 : Paramètres de chargement

# NOMENCLATURE

Symbole	Définition	Unité(SI)
$E$	Module d'Young (raideur en élasticité)	MPa
$\nu$	Coefficient de Poisson	—
$G$	Module de cisaillement	MPa
$\rho$	Masse volumique du matériau	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma_x, \sigma_y$	Contraintes normales selon les directions principales	MPa
$\tau_{xy}$	Contrainte de cisaillement dans le plan	MPa
$\epsilon_x, \epsilon_y$	Déformations normales selon les directions principales	—
$\gamma_{xy}$	Déformation de cisaillement	—
$\sigma_{eq}$	Contrainte équivalente de von Mises	MPa
$\epsilon_{pe}$	Déformation plastique équivalente accumulée	—
$\sigma_y$	Limite d'élasticité	MPa
$\sigma_u$	Contrainte ultime	MPa
$H$	Module d'écrouissage	MPa
$\sigma_{max}$	Contrainte maximale observée dans la structure	MPa
$f(\sigma, \kappa)$	Fonction de charge (ou critère de plasticité)	—
$\kappa$	Variable interne d'écrouissage	—
$\dot{\epsilon}_p$	Vitesse de déformation plastique	s <sup>-1</sup>
$t$	Temps ou paramètre de chargement dans COMSOL	s ou —
para	Paramètre scalaire de chargement incrémental dans COMSOL	—
loadfunc(t)	Fonction d'interpolation du chargement appliqué	MPa
$K_t$	Facteur de concentration de contraintes	—
$\sigma_0$	Contrainte nominale imposée	MPa
solid.epeGp	Déformation plastique équivalente (COMSOL)	—
solid.mises	Contrainte de von Mises (COMSOL)	MPa

# **Introduction Générale**

# Introduction Générale

La simulation numérique joue un rôle clé dans l'analyse du comportement mécanique des matériaux, particulièrement dans le cas de structures complexes soumises à des charges variées. Les plaques perforées, couramment utilisées dans de nombreux secteurs industriels tels que l'aéronautique, le génie civil et l'industrie automobile, sont particulièrement sensibles aux concentrations de contraintes autour des trous. Ces zones de concentration peuvent entraîner des déformations plastiques localisées et, à terme, une rupture prématurée de la structure.

Ce mémoire se concentre sur la modélisation élasto-plastique d'une plaque perforée soumise à une sollicitation mécanique croissante, en utilisant la méthode des éléments finis (MEF) avec COMSOL Multiphysics. Cette méthode permet de simuler avec précision le comportement des matériaux non linéaires en tenant compte des effets plastiques, offrant ainsi une vue réaliste de la réponse de la structure sous différentes conditions de charge. L'objectif principal est d'étudier l'influence de deux lois d'écrouissage sur la distribution des contraintes et l'évolution des zones plastifiées autour de l'ouverture. Le premier cas repose sur un écrouissage linéaire (linear hardening), tandis que le second utilise une loi d'écrouissage basée sur une courbe contrainte-déformation expérimentale interpolée (interpolated hardening), permettant ainsi de comparer les effets de ces deux approches sur le comportement du matériau.

En analysant le passage du comportement élastique au plastique, cette simulation permet d'identifier les zones de plastification et de mieux comprendre les phénomènes qui influencent la performance des structures perforées sous charge. Ce travail est essentiel pour optimiser la conception de telles structures et améliorer leur résistance aux sollicitations mécaniques.

# **Chapitre I**

## **Généralités**

# Généralités

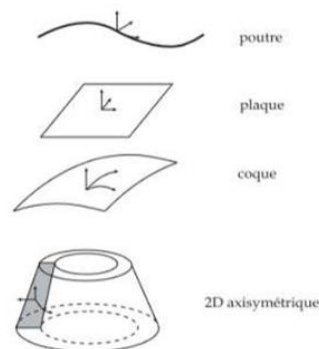
## I.1 Structures mécaniques et résistance des matériaux

### I.1.1 Définition d'une structure en mécanique

Dans le domaine de la mécanique des structures, une structure est un solide dont au moins une dimension est beaucoup plus petite que les autres. Ce type de modélisation permet de simplifier l'analyse du comportement mécanique, notamment pour les poutres (modèles unidimensionnels), les plaques et coques (modèles bidimensionnels), ou encore les structures axisymétriques (réduction en 2D grâce à la symétrie).

Les hypothèses géométriques que l'on peut formuler à partir de ces simplifications sont fondamentales pour la modélisation. Elles permettent de proposer des modèles cinématiques adaptées, c'est-à-dire des modèles décrivant les déplacements possibles du solide sous l'effet de chargements. L'objectif est de capturer les phénomènes essentiels tout en gardant un modèle suffisamment simple pour permettre des résolutions analytiques ou numériques.

La mécanique des structures reste aujourd'hui une discipline centrale en ingénierie, car elle permet de résoudre de nombreux problèmes en temps réduit. Elle est particulièrement utile dans le cadre des simulations numériques, notamment celles réalisées par la méthode des éléments finis, car elle diminue considérablement les coûts de calcul par rapport à des modélisations tridimensionnelles complètes.



**Figure I.1 : Type de structures**

### **I.1.2 Résistance des matériaux**

La résistance des matériaux (RdM) est une branche classique de la mécanique, utilisée pour analyser les déformations et contraintes dans les structures soumises à des sollicitations mécaniques. Cette approche repose sur plusieurs hypothèses fondamentales :

- Les déplacements et déformations sont petits.
- Les matériaux sont considérés comme élastiques linéaires et isotropes.
- Les effets dynamiques sont négligés (études statiques ou quasi-statiques).
- Le principe de Saint-Venant permet de remplacer des charges ponctuelles par leur torseur équivalent à distance.
- Le principe de superposition est applicable en raison du caractère linéaire des équations [1].

Ces hypothèses rendent la RdM particulièrement efficace pour les calculs rapides et fiables sur des structures simples ou modérément complexes. Elle constitue souvent une première étape avant d'envisager des approches plus avancées comme la méthode des éléments finis.

## **I.2 Généralités sur les plaques**

### **I.2.1 Introduction**

Les plaques sont des éléments structurels très présents dans les domaines industriels à haute exigence : génie civil, construction navale, automobile, aéronautique, ou encore biomédical (ex. parois artérielles). Elles sont souvent utilisées dans des configurations où leur épaisseur est très faible comparée à leur longueur et leur largeur.

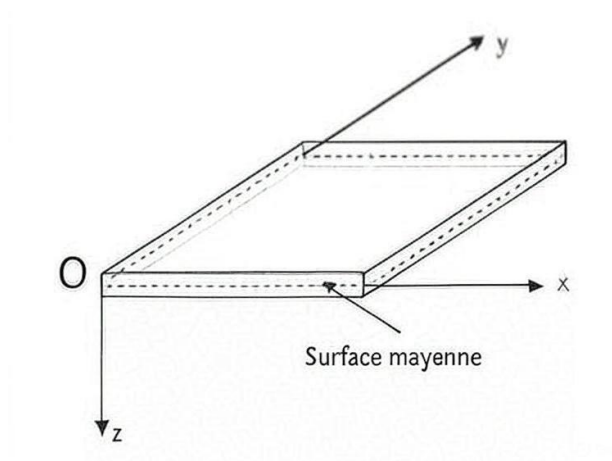
Grâce à leur forme et leur comportement mécanique particulier, les plaques ont fait l'objet de nombreuses recherches depuis plus d'un siècle. Leur modélisation est indispensable pour assurer la fiabilité et la performance des structures dans lesquelles elles sont intégrées [2].

### I.2.2 Définition d'une plaque

Une plaque peut être définie comme un solide mince, délimité par une surface de référence plane (souvent dans le plan  $x$ - $y$ ) et une faible épaisseur variable notée  $h(x, y)$ . Cette épaisseur est suffisamment petite pour que les efforts normaux dans la direction perpendiculaire à la surface soient négligeables.

Les plaques peuvent être constituées de matériaux homogènes ou bien être multicouches, c'est-à-dire formées par l'empilement de matériaux aux propriétés différentes, notamment des matériaux composites orthotropes.

L'analyse des plaques se fait généralement dans le cadre de l'élasticité plane, ce qui signifie que seules les contraintes et déformations dans le plan de la plaque sont prises en compte [2].



**Figure I.2 :** Une plaque d'épaisseur  $h$

### I.2.3 Différents types de plaques

On distingue plusieurs types de plaques selon la nature des matériaux et leur comportement mécanique :

- **Plaques isotropes** : leurs propriétés mécaniques sont identiques dans toutes les directions du plan. Ce sont les plus simples à modéliser et les plus couramment utilisées dans les structures en béton ou en acier.



- **Plaques orthotropes** : elles présentent des propriétés mécaniques différentes selon deux directions perpendiculaires, comme dans le bois ou dans les dalles renforcées. On les retrouve fréquemment dans la construction navale ou aéronautique [3].
- **Plaques anisotropes** : leurs propriétés mécaniques varient dans toutes les directions. Elles sont typiques des matériaux composites, notamment utilisés dans les structures aériennes pour leur performance et leur légèreté.

### I.2.4 Domaines d'utilisation des plaques

L'usage des plaques est extrêmement large dans le monde industriel. Elles sont utilisées dans :

- La construction des bâtiments et ouvrages d'art (ponts, dalles).
- L'industrie automobile (carrosseries, châssis).
- Le secteur aéronautique et spatial (coques d'avion, panneaux thermiques).
- La fabrication d'éléments mécaniques (couvercles, tôles, pièces de machines).

Les plaques peuvent avoir des géométries simples (rectangulaires, circulaires) ou complexes, selon les besoins de conception [4].



L'industrie automobile



La construction des ouvrages d'art



La fabrication d'éléments mécaniques



Le secteur aéronautique

**Figure I.3** : Domaine d'utilisation des plaques

## I.3 La méthode des éléments finis

### I.3.1 Introduction

La méthode des éléments finis (MEF) est aujourd'hui la plus utilisée dans l'analyse numérique des structures mécaniques, en raison de sa capacité à modéliser des géométries complexes, des matériaux non linéaires, et des conditions de chargement variées.

Contrairement à d'autres méthodes numériques comme les différences finies ou les éléments de frontière, la MEF est suffisamment souple pour traiter des structures tridimensionnelles minces comme les plaques, avec une grande précision [3].

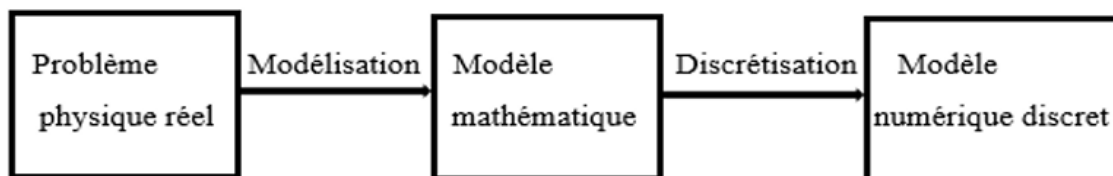
### I.3.2 Principe de la méthode

La MEF repose sur l'idée de subdiviser un solide continu en un ensemble fini de petits éléments simples (triangles, quadrilatères, tétraèdres, etc.) sur lesquels les équations de l'élasticité peuvent être résolues localement. Ces solutions locales sont ensuite assemblées pour obtenir une approximation du comportement global [5].

### I.3.3 Démarche de mise en œuvre

Pour modéliser un problème par la MEF, on suit deux étapes fondamentales [6] :

1. **Modélisation** : il s'agit de représenter la géométrie, les conditions aux limites et les charges.
2. **Discrétisation** : consiste à découper la structure en éléments finis et à définir un maillage adéquat.



**Figure I.4** : Etape de l'analyse d'un problème aux limites

### **I.3.4 Concept de base**

Chaque élément fini possède un nombre limité de degrés de liberté, associés à ses nœuds. Le comportement mécanique de l'ensemble de la structure est obtenu en assemblant les contributions de tous les éléments. Ce modèle discret est considéré comme une bonne approximation du comportement du modèle réel [7].

### **I.3.5 Caractéristiques d'un élément fini**

Un élément fini est défini par :

- Sa géométrie (forme et dimensions).
- Le matériau qui le compose (loi de Hooke, comportement plastique, etc.).
- Ses nœuds (emplacements, connectivité).
- Les degrés de liberté associés.
- Les forces nodales (charges externes appliquées).

Ces caractéristiques permettent de construire la matrice de raideur (résistance interne) et le vecteur de charges (solllicitations appliquées) propres à chaque élément [3].

### **I.3.6 Étapes de la méthode**

Voici les étapes typiques d'une analyse par la MEF [6–8]:

1. Définition précise de la géométrie du système.
2. Discrétisation du domaine en éléments finis.
3. Choix du modèle physique et des hypothèses (élasticité, plasticité...).
4. Affectation des propriétés des matériaux.
5. Assemblage des matrices de raideur locales en une matrice globale.
6. Construction du vecteur global des efforts.
7. Application des conditions aux limites.
8. Intégration des forces ou chargements appliqués.
9. Résolution du système d'équations pour obtenir les déplacements aux nœuds.
10. Post-traitement des résultats : calcul des déformations, des contraintes, et interprétation.

# **Chapitre II**

## **Théorie de l'élasticité et de l'élastoplasticité**

# Théorie de l'élasticité et de l'élasto-plasticité

## II.1. Introduction :

Dans le cadre de ce travail, il m'a été nécessaire de m'appuyer sur les fondements de la mécanique des matériaux afin de comprendre et modéliser leur comportement sous sollicitation. Lorsque les contraintes restent modérées, les matériaux présentent une réponse linéaire et réversible : c'est le domaine de l'élasticité. Ce comportement est généralement décrit par la loi de Hooke, qui relie de manière proportionnelle les contraintes aux déformations [9].

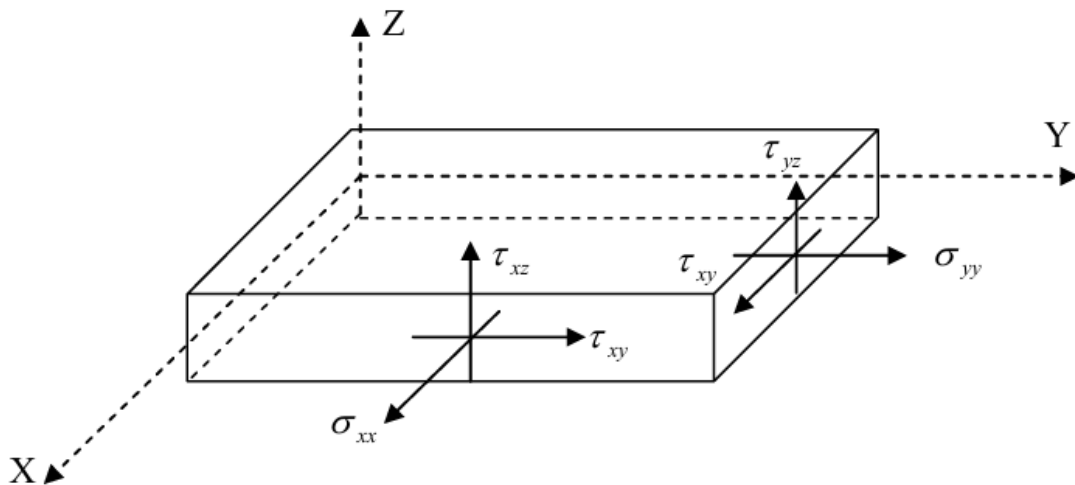
Cependant, dans de nombreux cas pratiques, les matériaux dépassent ce seuil élastique et entrent dans un régime irréversible : la plasticité. Ce changement de comportement, qui se traduit par des déformations permanentes, nécessite l'emploi de modèles plus complexes, regroupés sous le terme d'élastoplasticité.

Dans ce chapitre, je présente d'abord les notions fondamentales de l'élasticité linéaire, les hypothèses qui y sont associées, ainsi que le phénomène de concentration des contraintes, en particulier autour des discontinuités géométriques comme les trous. Ensuite, j'expose les principes de la plasticité, avec la transition entre comportement élastique et plastique, le critère de von Mises, les lois d'écrouissage, ainsi que les effets liés aux cycles de chargement [10]. Ces éléments théoriques me permettent de poser un cadre rigoureux pour l'analyse du comportement d'une plaque perforée soumise à un effort mécanique, telle que modélisée dans la suite de ce mémoire.

## II.2. Comportement élastique des matériaux :

### II.2.1. La loi de Hooke :

Le comportement élastique linéaire d'un matériau isotrope est classiquement modélisé à l'aide des lois de Hooke, qui traduisent une relation linéaire entre les contraintes et les déformations. Ces lois sont valables tant que le matériau reste dans le domaine élastique, c'est-à-dire qu'il retrouve sa forme initiale après déchargement, sans déformation permanente [9].



**Figure II.1:** Représentation schématique de l'état des contraintes plane  $\sigma_z = 0$ ,  $\tau_{xz} = 0$ ,  $\tau_{yz} = 0$

Dans le cadre de les contraintes plane (plane stress), on considère que l'épaisseur de la plaque est faible devant ses autres dimensions, et que les contraintes normales perpendiculaires au plan de la plaque (i.e.,  $\sigma_z$ ) sont négligeables. Ce cas est typiquement rencontré dans les plaques minces soumises à des sollicitations dans leur propre plan.

Hypothèses des contrainte plane :

- $\sigma_z = 0$  : la contrainte normale selon l'axe  $z$  est supposée nulle ;
- $\tau_{yz} = 0$  : les contraintes de cisaillement dans la direction normale à la plaque sont également négligées ;

- Le champ de déformation peut néanmoins inclure une composante  $\varepsilon_z$ , qui est induite par effet de Poisson.

Dans ce contexte, la loi de Hooke peuvent s'écrire sous forme matricielle reliant les vecteurs de déformations  $\{\varepsilon\}$  et de contraintes  $\{\sigma\}$ , à l'aide de la matrice de souplesse  $[S]$ , comme suit :

$$\{\varepsilon\} = [S] \cdot \{\sigma\} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

Où  $\{\varepsilon\}$  est le vecteur des déformations

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

$\{\sigma\}$  le vecteur des contraintes

Et la matrice de souplesse  $[S]$  pour un matériau isotrope dans le cas de la contrainte plane est donnée par

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Pour un matériau isotrope en contrainte plane :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Inversement, la relation contrainte-déformation s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \begin{bmatrix} \nu & 1 & 0 \\ 1 & \nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

### II.2.2 Phénomène de concentration des contraintes :

Lorsqu'un solide présente une discontinuité géométrique — telle qu'un trou, une encoche, une fissure ou un changement brusque de section — le champ de contraintes dans la structure n'est plus uniforme. Ces irrégularités géométriques créent ce qu'on appelle une concentration des contraintes, c'est-à-dire une augmentation locale des contraintes mécaniques à proximité immédiate de la discontinuité. Ce phénomène joue un rôle crucial dans le dimensionnement des structures, en particulier celles soumises à des sollicitations élevées ou répétées, car il peut engendrer des déformations plastiques localisées, voire entraîner l'initiation de fissures ou la rupture prématurée du matériau [10].

#### a) Exemple classique : plaque infinie avec trou circulaire

Un cas de référence largement étudié en mécanique des milieux continus est celui d'une plaque infinie possédant un trou circulaire de rayon  $a$ , soumise à une traction uniaxiale uniforme  $\sigma_0$  dans la direction horizontale (axe  $x$ ). Ce cas, bien que théorique, fournit un modèle idéal permettant d'analyser en détail le comportement mécanique autour d'une perforation. La solution analytique de ce problème a été obtenue par Kirsch en 1898, en utilisant la théorie de l'élasticité plane en coordonnées polaires. Elle reste encore aujourd'hui une base de référence pour la compréhension des effets de concentration [11].

L'analyse montre que la contrainte circonférentielle (ou tangentielle), notée  $\sigma_{\theta\theta}$ , atteint une valeur maximale sur le bord du trou (c'est-à-dire pour  $r = a$ ), et plus précisément au niveau des points situés perpendiculairement à la direction de la traction, soit pour les angles  $\theta = \pi/2$  et  $\theta = 3\pi/2$ .



À ces emplacements précis, la contrainte est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{max} = \sigma_{\theta\theta} \left( r = a, \theta = \frac{\pi}{2} \right) = 3\sigma_0 \quad (\text{II.7})$$

Autrement dit, les contraintes autour du trou peuvent être jusqu'à trois fois supérieures à la contrainte nominale  $\sigma_0$  imposée à l'infini.

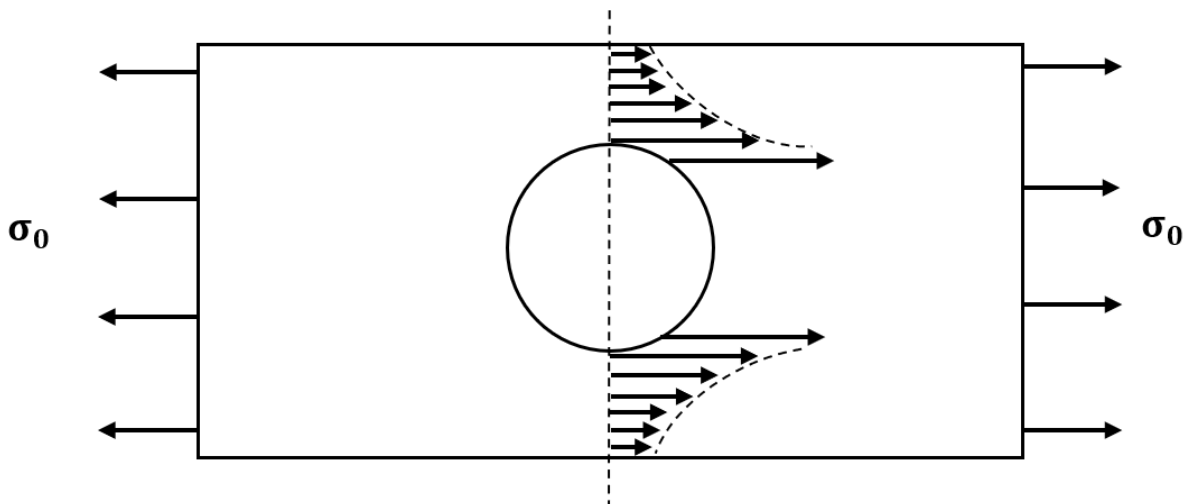
**b) Interprétation du facteur de concentration  $K_t = 3$  :**

Ce facteur de concentration  $K_t$ , défini par le rapport :

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \quad (\text{II.8})$$

vaut ici 3, ce qui est une valeur exacte obtenue à partir des équations de l'élasticité linéaire pour ce cas particulier. Le facteur 3 ne résulte donc pas d'une approximation ou d'une estimation empirique, mais d'une solution analytique rigoureuse tenant compte des conditions aux limites imposées par la présence du trou.

La valeur  $\sigma_{max} = 3 \cdot \sigma_0$  peut être interprétée de la manière suivante : les fibres du matériau situées juste au bord du trou, là où la matière est interrompue, doivent compenser l'absence de transmission d'efforts à travers le vide. Elles subissent ainsi un excès de sollicitation par rapport aux autres zones du matériau, ce qui conduit à une surtension mécanique localisée.



**Figure II.2 :** Répartition des contraintes autour du trou

### II.2.3 Hypothèses de l'élasticité linéaire :

La théorie de l'élasticité linéaire repose sur un ensemble d'hypothèses simplificatrices qui permettent de modéliser le comportement mécanique des matériaux soumis à des sollicitations modérées.

Ces hypothèses sont essentielles pour l'obtention de solutions analytiques ou numériques en mécanique des milieux continus [9].

Leur validité dépend du domaine d'application considéré, et elles peuvent devenir inadéquates dans les cas de chargements sévères ou de matériaux non linéaires.

#### a) Linéarité

Cette hypothèse suppose que la relation entre les contraintes et les déformations est linéaire, ce qui implique que le matériau suit la loi de Hooke dans sa forme simple. Ainsi, si l'on double la contrainte appliquée, la déformation résultante est également doublée. Cela permet d'utiliser des modèles mathématiques linéaires et rend les calculs plus simples. Cependant, cette relation n'est valable que dans la zone élastique du matériau, avant l'apparition d'un comportement plastique ou non linéaire.

#### b) Réversibilité

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, les déformations sont entièrement réversibles. Cela signifie que, lorsque la charge est supprimée, le matériau reprend exactement sa forme initiale sans aucune déformation résiduelle. Ce comportement est typique des métaux dans leur domaine élastique ou des matériaux conçus pour supporter des cycles de chargement-déchargement sans dommage permanent.

#### c) Petites déformations

On considère que les déformations subies par le matériau sont suffisamment faibles pour que les termes d'ordre supérieur puissent être négligés. Cela permet de simplifier les équations de déformation (notamment en négligeant les effets géométriques comme les grandes rotations). Cette hypothèse est généralement valable pour les structures rigides soumises à des efforts modérés, mais elle devient insuffisante dans le cas de flambement ou de grandes déformations plastiques.

### d) Continuité

Le matériau est modélisé comme un milieu continu, ce qui signifie qu'il ne présente pas de discontinuités locales (comme des vides, des inclusions ou des fissures). À cette échelle de modélisation, on suppose que les champs de déplacement, de contrainte et de déformation sont définis et continus en tout point du domaine. Cela permet d'utiliser les outils de l'analyse mathématique pour décrire le comportement du matériau à l'aide d'équations différentielles.

### e) Homogénéité

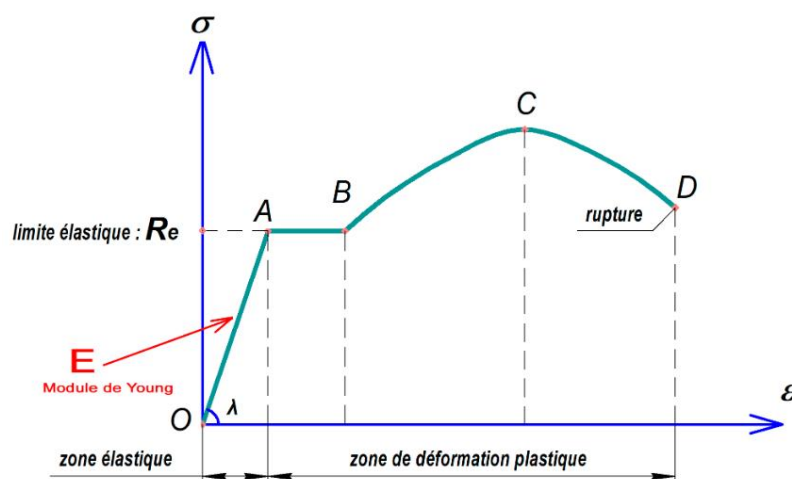
L'hypothèse d'homogénéité implique que les propriétés mécaniques (module d'Young, coefficient de Poisson, etc.) sont constantes dans tout le volume du matériau.

Le comportement est donc le même en tout point, indépendamment de la position. Cela exclut la prise en compte des hétérogénéités locales comme les grains cristallins, les inclusions ou les gradients de propriétés, sauf si l'on utilise des modèles plus complexes (par exemple, en mécanique des milieux hétérogènes).

## II.3. Comportement élastoplastique des matériaux

### II.3.1 Transition élasto-plastique uniaxiale :

Lors d'un essai de traction uniaxiale, le comportement mécanique d'un matériau métallique peut être schématiquement divisé en deux phases distinctes : une phase élastique suivie d'une phase plastique, séparées par une limite appelée limite d'élasticité, notée  $\sigma_y$  [9].

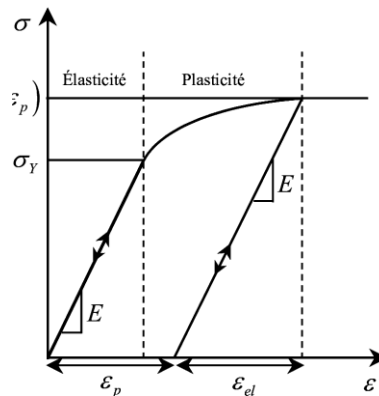


**Figure II.3:** Courbe contrainte-déformation en traction montrant les zones élastique et plastique

- **Phase élastique ( $0 \leq \sigma \leq \sigma_y$ ):** Dans cette phase, la contrainte  $\sigma$  est proportionnelle à la déformation  $\varepsilon$ , selon la loi de Hooke. Cette phase est réversible: lorsque la charge est supprimée, le matériau revient à sa forme initiale sans déformation permanente.
- **Phase plastique ( $\sigma > \sigma_y$ ):** Une fois la contrainte  $\sigma_y$  atteinte, le matériau entre dans la phase plastique. La déformation continue d'augmenter, mais de manière non-linéaire et irréversible.

Une partie de la déformation demeure même après retrait de la charge : c'est la déformation plastique permanente.

Dans cette phase, le matériau peut présenter un phénomène appelé écrouissage (ou durcissement), c'est-à-dire une augmentation progressive de la contrainte nécessaire pour continuer à plastifier le matériau [10]. Cela se traduit par une courbe contrainte-déformation à pente positive au-delà de  $\sigma_y$ .



**Figure II.4 :** Courbe écrouissage

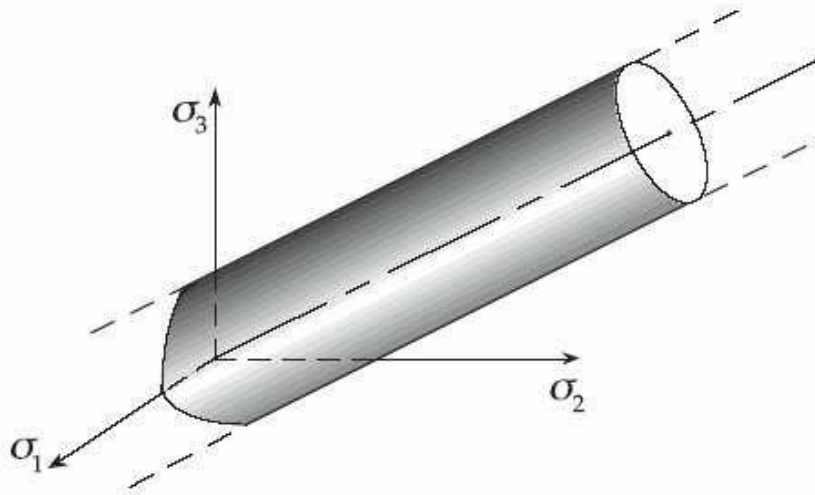
La déformation totale dans le domaine plastique peut ainsi être exprimée comme la somme de deux contributions :

$$\varepsilon_{\text{totale}} = \varepsilon_{\text{élastique}} + \varepsilon_{\text{plastique}} \quad (\text{II.9})$$

### II.3.2 Critère de plasticité de von Mises :

Dans le cas général d'un état de contrainte multiaxial, la transition entre comportement élastique et comportement plastique ne peut plus être caractérisée par une simple contrainte scalaire comme en traction uniaxiale. Il devient alors nécessaire d'introduire un critère de plasticité qui permette de déterminer si, pour un état de contrainte donné, le matériau reste dans le domaine élastique ou entre dans le domaine plastique [10].

Le critère de von Mises, également appelé critère de distorsion d'énergie, est l'un des plus utilisés pour les matériaux métalliques isotropes ductiles. Ce critère repose sur l'hypothèse que la plastification est induite lorsque l'énergie de distorsion atteint une valeur critique correspondant à celle mesurée en traction uniaxiale à la limite d'élasticité.



**Figure II.5 :** Représentation géométrique du critère de von Mises dans l'espace des contraintes (cylindre dans l'espace principal)

#### a) Définition de la contrainte équivalente de von Mises

Le critère de von Mises introduit une contrainte équivalente, notée  $\sigma_{eq}$ , définie à partir du second invariant  $J_2$  du tenseur des contraintes déviatoriques. Cette contrainte équivalente est donnée par :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3}J_2 = \frac{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_u)^2 + (\sigma_u - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yu}^2 + \tau_{ux}^2)}}{\sqrt{2}} \quad (\text{II.10})$$

Cette formulation permet de représenter le critère de plasticité dans un espace à six dimensions correspondant aux composantes indépendantes du tenseur des contraintes.

### b) Cas particulier des contraintes plane

Dans de nombreuses applications d'ingénierie, y compris celle étudiée dans ce mémoire (plaque mince perforée), l'état de contrainte peut être réduit à un état de contrainte plane, c'est-à-dire :

$$\sigma_u = \tau_{yu} = \tau_{ux} = 0 \quad (\text{II.11})$$

Dans ce cas, l'expression de la contrainte équivalente de von Mises se simplifie considérablement :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (\text{II.12})$$

### c) Condition de plasticité

Le critère de plasticité de von Mises s'exprime par la fonction :

$$f(\sigma, \kappa) = \sigma_{eq} - \sigma_y(\kappa) \leq 0 \quad (\text{II.13})$$

Cette condition signifie :

- Si  $f < 0$ , le matériau reste dans le domaine élastique.
- Si  $f = 0$ , le matériau est en cours de plastification.
- Si  $f > 0$ , la contrainte est théoriquement interdite (physiquement impossible dans le cadre du modèle).

Ce critère est très adapté pour les matériaux métalliques isotropes car il ne dépend pas des contraintes hydrostatiques (traces du tenseur des contraintes), ce qui correspond bien au comportement des métaux ductiles, peu sensibles à la pression hydrostatique.

**d) Application dans les simulations numériques**

Dans les simulations réalisées avec COMSOL Multiphysics®, le critère de von Mises est utilisé en combinaison avec différents modèles d'écrouissage (linéaire, interpolé, etc.) pour déterminer la zone plastifiée dans la plaque perforée. Le champ de  $\sigma_{eq}$  est visualisé pour identifier les régions où la condition  $f=0$  est atteinte, ce qui indique le début de la plastification locale.

**II.3.3 Lois d'écrouissage : parfait, linéaire, non linéaire :**

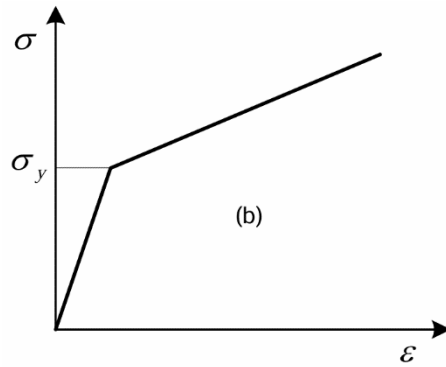
L'écrouissage (ou durcissement) désigne l'évolution de la limite d'élasticité d'un matériau au cours de la déformation plastique. Cette évolution traduit l'augmentation (ou non) de la résistance du matériau sous l'effet de la déformation plastique accumulée [12].

En d'autres termes, une fois que le matériau entre dans le domaine plastique ( $\sigma > \sigma_y$ ), la contrainte nécessaire pour poursuivre la plastification peut rester constante (écrouissage parfait), augmenter linéairement (écrouissage linéaire), ou suivre une loi non linéaire (comme dans le modèle de Ludwik).

**a) Écrouissage isotrope linéaire (utilisé dans notre étude) :**

L'écrouissage isotrope linéaire est une loi couramment utilisée pour modéliser l'évolution de la résistance d'un matériau métallique lors d'une déformation plastique. Elle suppose que la surface de charge (critère de plastification) s'étend uniformément dans l'espace des contraintes au fur et à mesure que la déformation plastique équivalente s'accumule, sans changement de forme.

Ce modèle est particulièrement adapté à de nombreux métaux ductiles (acier doux, aluminium, cuivre, etc.) dans le cadre de sollicitations monotones, comme celles simulées dans mon étude de plaque perforée.



**Figure II.6 :** Courbe de durcissement : écrouissage isotrope linéaire

- **Formulation de la contrainte d'écoulement**

L'évolution de la contrainte d'écoulement (aussi appelée contrainte de plastification courante), notée  $\sigma_{ys}(\epsilon_{pe})$ , est donnée par :

$$\sigma_{ys}(\epsilon_{pe}) = \sigma_{ys0} + E_{iso} \cdot \epsilon_{pe} \quad (\text{II.14})$$

Cette relation traduit le fait que plus un matériau plastifie, plus il devient résistant à une plastification supplémentaire.

- **Relation avec le module tangent**

Le module d'écrouissage isotrope est relié au module tangent plastique défini comme la pente de la courbe contrainte-déformation totale dans la phase plastique. Il est relié au module d'Young (comportement élastique) par la relation :

$$\frac{1}{E_{iso}} = \frac{1}{E_{Tiso}} - \frac{1}{E} \quad (\text{II.15})$$

Cette expression découle de la décomposition additive de la déformation, qui est une hypothèse fondamentale en plasticité. Elle consiste à supposer que la déformation totale d'un matériau



peut être séparée en deux contributions distinctes : une déformation purement élastique, réversible, et une déformation plastique, irréversible :

$$\varepsilon_{totale} = \varepsilon_{élastique} + \varepsilon_{plastique} \quad (II.16)$$

et de l'approximation linéaire entre les incréments de contrainte et de déformation dans le domaine plastique :

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_e + \Delta\varepsilon_p = \frac{\Delta\varepsilon}{E} + \frac{\Delta\varepsilon}{E_{iso}} \Rightarrow \Delta\varepsilon = E_{Tiso} \cdot \Delta\varepsilon \quad (II.17)$$

Cette formulation est essentielle dans les logiciels de simulation, car elle permet de définir un modèle élastoplastique simple, stable et adapté à l'analyse numérique.

- **Loi d'écoulement plastique**

L'évolution de la déformation plastique est régie par une règle d'écoulement issue de la théorie de la plasticité incrémentale.

Cette loi permet de relier l'accumulation de déformation plastique à l'état de contrainte, et s'écrit sous forme différentielle :

$$\dot{\varepsilon}_p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (II.18)$$

Le point placé au-dessus de la variable ( $\dot{\varepsilon}_p$ ) indique que l'on considère ici une vitesse de déformation plastique, ce qui reflète le caractère évolutif du comportement plastique. Cette vitesse de déformation est utilisée dans les formulations différentielles pour exprimer l'évolution incrémentale de la plastification sous chargement.

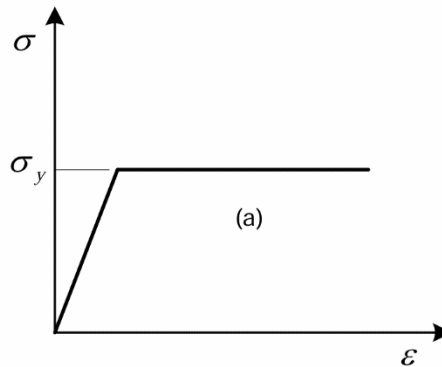
Cela s'inscrit dans le cadre de la plasticité incrémentale, où les algorithmes numériques considèrent des incréments de temps ou de charge pour mettre à jour l'état de contrainte et de déformation à chaque étape de calcul.

### b) Écrouissage parfait

Dans le cas de l'écrouissage parfait, la contrainte d'écoulement reste constante après l'atteinte de la limite d'élasticité initiale. Le matériau plastifie alors à contrainte constante, sans durcissement :

$$\sigma_y(\varepsilon_p) = \sigma_{y0} = \text{constante} \quad (\text{II.19})$$

Ce modèle est simple mais moins réaliste, car il ne rend pas compte de l'augmentation de résistance observée dans la plupart des métaux après la plastification.



**Figure II.7 :** Courbe de durcissement : écrouissage parfait

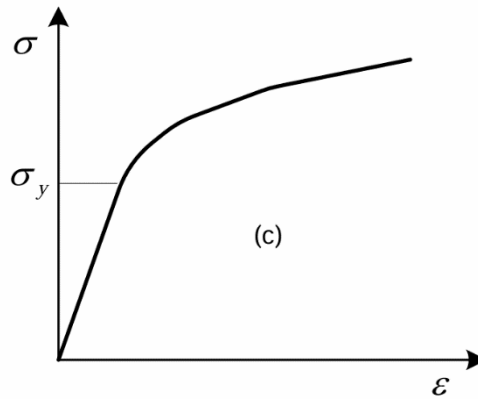
### c) Écrouissage non linéaire

L'écrouissage non linéaire, souvent modélisé par la loi de Ludwik (ou Ludwik-Hollomon), introduit une augmentation progressive et non linéaire de la contrainte d'écoulement avec la déformation plastique équivalente :

$$\sigma_y(\varepsilon_p) = \sigma_{y0} + k \cdot \varepsilon_p^n \quad (\text{II.20})$$

Remarque : Si  $n=1$ , on retrouve le cas linéaire.

Ce type de loi est plus adapté pour représenter un comportement plastique progressif, notamment dans les métaux ductiles soumis à de grandes déformations.



**Figure II.8 :** Courbe de durcissement : écrouissage non linéaire

#### II.3.4. Comportement irréversible et cycle de chargement :

Le comportement plastique d'un matériau est irréversible, contrairement au comportement élastique qui est réversible. Cela signifie que, lorsqu'un matériau dépasse sa limite d'élasticité, il subit une déformation plastique permanente, même si les contraintes reviennent à zéro [12]. Cette propriété est essentielle pour comprendre les modifications permanentes que subit une structure soumise à des efforts répétés ou à des surcharges ponctuelles.

Lors d'un cycle de chargement-déchargement, le comportement du matériau peut être résumé comme suit :

##### a) Chargement initial :

- Le matériau se comporte d'abord de manière élastique linéaire, selon la loi de Hooke [9].
- Lorsque la contrainte atteint la limite d'élasticité, le matériau entre dans un régime élastoplastique: la déformation totale se décompose en une partie élastique réversible et une partie plastique irréversible.
- Dans notre cas, cette évolution est gouvernée par une loi d'écrouissage isotrope linéaire: la contrainte d'écoulement augmente avec la déformation plastique équivalente, traduisant un durcissement du matériau.

**b) Déchargement**

- Une fois le chargement relâché, la courbe contrainte-déformation suit une pente élastique linéaire, parallèle à la pente initiale.
- Toutefois, cette phase de déchargement ne revient pas au point d'origine de la courbe, mais aboutit à une déformation plastique résiduelle: le matériau a gardé une trace permanente de la plastification.
- Ce phénomène donne naissance à des contraintes internes résiduelles, même en l'absence de chargement extérieur.

**c) Rechargement**

- Lorsqu'un nouveau chargement est appliqué dans la même direction, le matériau réagit d'abord de manière élastique à partir de l'état déchargé.
- Une nouvelle plastification n'a lieu que lorsque la contrainte atteint la nouvelle limite d'élasticité, modifiée par l'écrouissage.
- Cela traduit une capacité accrue du matériau à résister à une plastification supplémentaire, conséquence directe du durcissement observé précédemment.

Ce comportement peut être visualisé sur une courbe contrainte-déformation illustrant la reprise du chargement à partir de la déformation plastique résiduelle, suivie d'un nouveau seuil de plastification plus élevé.

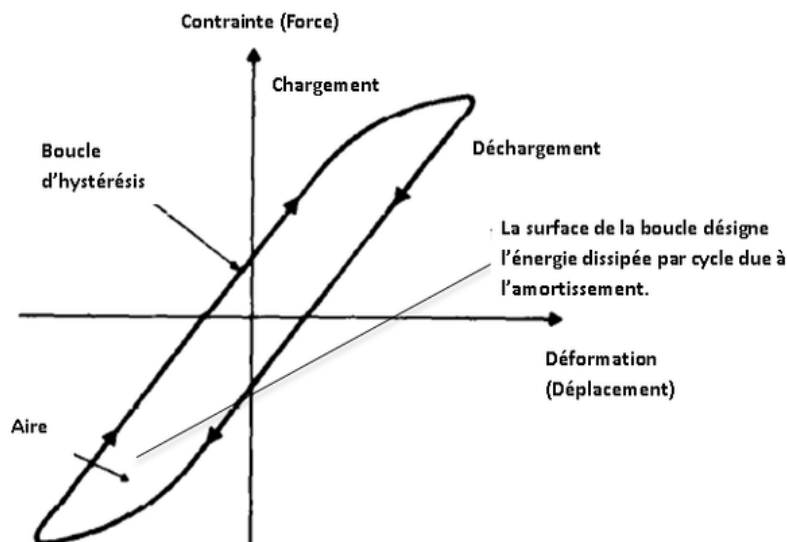
**d) Conséquences du comportement irréversible**

Cette irréversibilité du comportement plastique implique plusieurs phénomènes importants :

- **Contraintes résiduelles** : après un déchargement complet, certaines zones du matériau peuvent rester sous contrainte.
- **Accumulation de déformation plastique** : sous l'effet de chargements cycliques, la déformation plastique peut croître progressivement, même si les contraintes ne dépassent pas la nouvelle limite d'élasticité à chaque cycle.

- **Hystérésis mécanique** : le cycle contrainte-déformation forme une boucle fermée, caractéristique d'une dissipation d'énergie, ce qui est critique dans les phénomènes de fatigue.
- **Modification du comportement mécanique global** : après plastification, le matériau présente un comportement différent, renforcé ou affaibli selon les zones, affectant ainsi la réponse structurelle.

Ce type de comportement est essentiel dans l'analyse de la résistance des structures soumises à des sollicitations variables, notamment en présence de cycles thermomécaniques, de vibrations, de chocs ou de phénomènes de fatigue à long terme.



**Figure II.9 :** Boucle hystérésis sur un diagramme contrainte-déformation : chargement, déchargement

## **Chapitre III :**

**Simulation    Élastoplastique  
d'une Plaque Perforée par la  
Méthode des Éléments Finis.**

# **Simulation Élasto-plastique d'une Plaque Perforée par la Méthode des Éléments Finis**

## **III. 1. Introduction**

La simulation numérique occupe une place centrale dans l'analyse du comportement mécanique des structures, notamment lorsqu'il s'agit d'appréhender des phénomènes non linéaires tels que la plastification. Dans le cadre de cette étude, l'accent est mis sur le cas particulier d'une plaque mince comportant une ouverture circulaire, soumise à une sollicitation mécanique croissante. La présence du trou engendre une concentration des contraintes, susceptible de provoquer une plastification localisée, phénomène couramment rencontré dans les applications industrielles (aéronautique, génie civil, mécanique des matériaux).

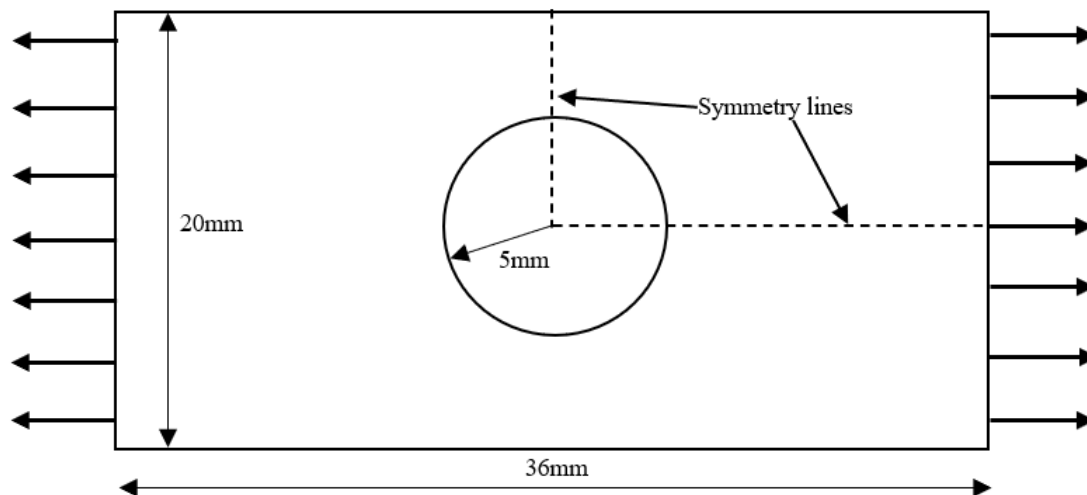
Afin de reproduire avec précision ce comportement, la méthode des éléments finis est mise en œuvre via le logiciel COMSOL Multiphysics. Le modèle intègre un matériau isotrope avec deux lois d'écrouissage distinctes : l'une linéaire, l'autre issue d'une courbe contrainte-déformation expérimentale interpolée. Cette double approche permet de comparer l'effet de la loi de comportement sur la répartition des contraintes et l'extension des zones plastifiées.

Le présent chapitre détaille les différentes étapes de la modélisation : définition de la géométrie, maillage adapté, conditions aux limites, paramétrage du chargement, ainsi que la configuration des lois de comportement plastique. L'objectif est de mettre en évidence les spécificités de la réponse élastoplastique d'une structure affaiblie géométriquement, et de souligner l'importance d'une modélisation réaliste dans l'interprétation des résultats.

### III.2. Définition du problème physique et géométrique

Dans cette étude de cas, on s'intéresse au comportement mécanique non linéaire d'une plaque mince comportant une ouverture circulaire centrale, soumise à un chargement mécanique croissant. L'objectif est de simuler, à l'aide de la méthode des éléments finis, la réponse élastoplastique du matériau, en mettant en évidence la distribution des contraintes, les zones de plastification et leur évolution sous l'effet d'une sollicitation croissante.

Ce type de problème est représentatif de nombreuses situations industrielles (aéronautique, génie civil, mécanique des structures), dans lesquelles des ouvertures ou des discontinuités géométriques induisent des concentrations de contraintes pouvant entraîner une plastification



localisée, puis une rupture.

**Figure III.1 :** Plaque perforée soumise a une traction uniaxiale.

Hypothèses de modélisation :

- Etat des contraintes plane (plane stress), applicable lorsque l'épaisseur de la plaque est faible par rapport aux autres dimensions, et que les efforts sont appliqués dans le plan. Cela permet de modéliser en 2D tout en conservant une bonne approximation du comportement réel.



- Matériau isotrope et homogène, c'est-à-dire que le matériau possède les mêmes propriétés mécaniques dans toutes les directions et ces propriétés sont constantes dans tout le domaine étudié.
- Double symétrie du problème. La géométrie et le chargement sont symétriques par rapport aux axes verticaux et horizontaux. Il est donc possible de ne modéliser qu'un quart de la plaque tout en conservant l'exactitude du comportement global, en appliquant des conditions de symétrie appropriées.

Élément	Valeur
Largeur (quart de plaque)	18 mm
Hauteur (quart de plaque)	10 mm
Rayon du trou central	5 mm
Épaisseur (hors plan)	10 mm

**Tableau III.1** : Géométrie de la plaque modélisée

Cette géométrie permet de conserver le comportement global de la structure tout en réduisant le domaine de calcul à 25 % de la surface réelle.

### III.2.1. Construction géométrique dans COMSOL

La géométrie est construite dans **COMSOL Multiphysics 6.0** à l'aide des étapes suivantes, dans l'environnement *Model Builder* :

#### 1. Définir l'unité de longueur

- Aller dans l'arbre du modèle : Component 1 > Geometry 1
- Dans la fenêtre de paramètres, choisir l'unité **millimètre (mm)**

#### 2. Créer le rectangle

- Menu : Geometry > Rectangle
- Largeur : 18 mm ; Hauteur : 10 mm
- Position d'origine : (0, 0)
- Cliquer sur **Build Selected**

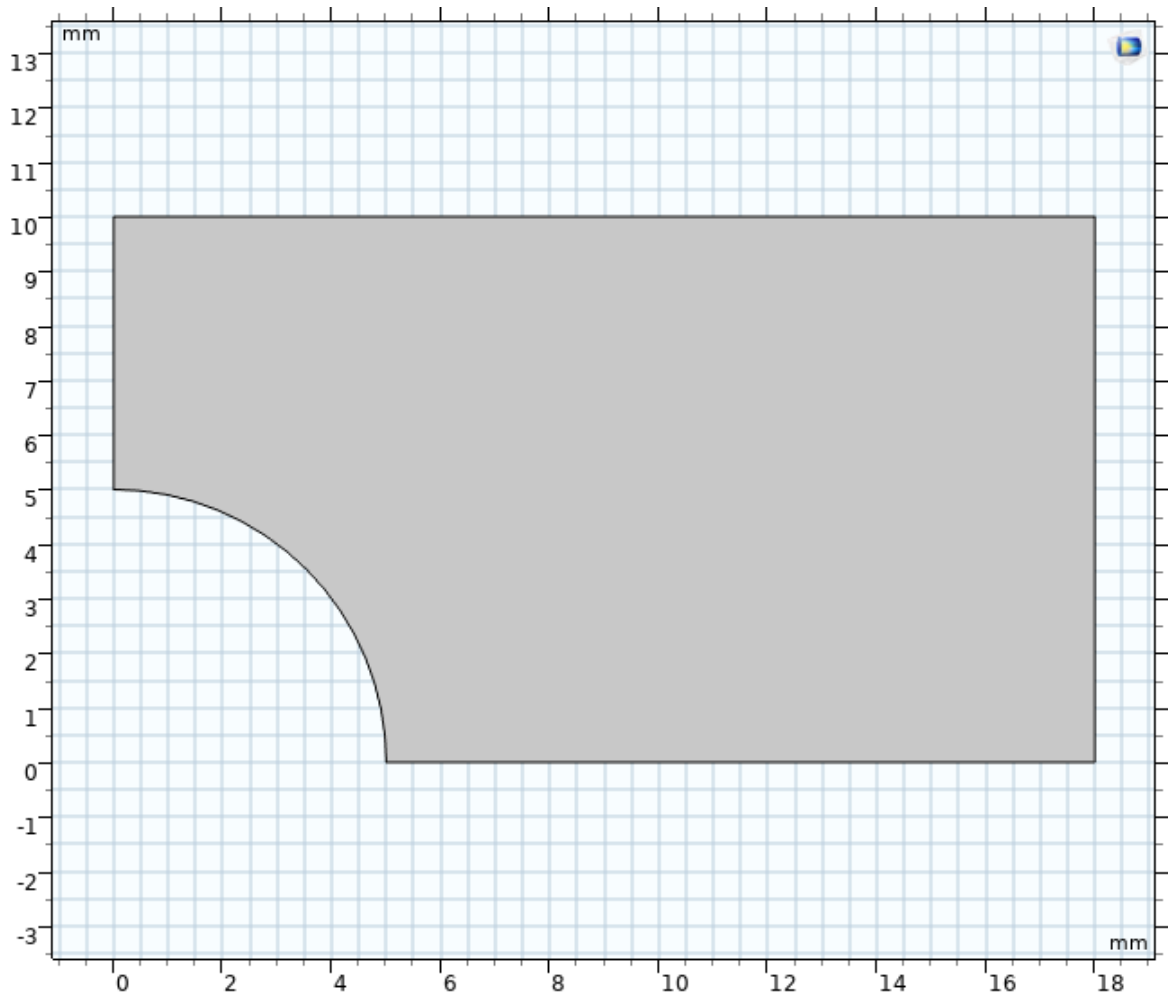
#### 3. Créer le cercle

- Menu : Geometry > Circle
- Rayon : 5 mm
- Position d'origine : (0, 0)
- Cliquer sur **Build Selected**

4. **Opération booléenne de différence**

- Menu : Geometry > Booleans and Partitions > Difference
- Objet principal : le rectangle
- Objet à soustraire : le cercle
- Cliquer sur **Build Selected**

Cette opération crée la géométrie finale d'un quart de plaque avec un trou centré à l'angle intérieur.



**Figure III.2 :** Capture de la géométrie dans COMSOL après soustraction du cercle.

### III.2.2 Propriétés mécaniques du matériau

Dans cette étude, le matériau utilisé pour la plaque est modélisé en supposant un comportement élastoplastique isotrope. Cela signifie que les propriétés mécaniques sont les mêmes dans toutes les directions (isotropie) et que le matériau peut subir une déformation plastique après avoir atteint une certaine limite de contrainte (comportement non linéaire).

Deux lois de comportement plastiques sont mises en œuvre dans le modèle afin de comparer leur influence sur la réponse mécanique de la plaque :

1. Le premier modèle repose sur un écrouissage linéaire, caractérisé par un module tangent constant. Ce modèle suppose que, après avoir atteint la limite d'élasticité, la contrainte augmente linéairement avec la déformation plastique.
1. Le second modèle utilise une loi interpolée, construite à partir d'une courbe contrainte-déformation expérimentale. Cette méthode permet de reproduire plus fidèlement le comportement réel du matériau, notamment lorsque l'écrouissage n'est pas parfaitement linéaire.

Propriété	Symbole	Valeur	Unité
Module d'Young	E	$70 \times 10^9$	Pa
Coefficient de Poisson	$\nu$	0.2	—
Densité	$\rho$	7850	kg/m <sup>3</sup>
Limite d'élasticité	$\sigma_y$	$243 \times 10^6$	Pa
Module tangent	H	$2.171 \times 10^9$	Pa

**Tableau III.2 :** Les paramètres mécaniques utilisés

Le module d'Young représente la raideur du matériau en régime élastique. Le coefficient de Poisson décrit la contraction latérale lorsqu'un étirement longitudinal est appliqué. La densité n'intervient pas directement dans cette étude statique, mais elle est définie pour compléter le modèle de matériau. La limite d'élasticité correspond au seuil à partir duquel le matériau

commence à se déformer plastiquement. Enfin, le module tangent est utilisé dans le modèle d'écrouissage linéaire pour décrire la pente de la courbe contrainte-déformation après plastification.

Dans COMSOL Multiphysics, ces paramètres sont introduits manuellement lors de la définition du matériau. Deux jeux de propriétés plastiques sont créés :

- Pour le premier cas (écrouissage linéaire), le module tangent est entré directement dans le champ correspondant à l'option de plasticité isotrope linéaire.
- Pour le second cas (courbe expérimentale), une fonction d'interpolation est définie à partir de points de données tabulées. Cette fonction fournit la contrainte équivalente en fonction de la déformation plastique équivalente, et est utilisée pour construire la loi d'écrouissage personnalisée.

L'intérêt de comparer ces deux approches est de comprendre l'impact du réalisme de la loi de comportement sur la localisation et l'évolution de la plastification, ainsi que sur la distribution des contraintes dans la structure.

### **III.3. Conditions aux limites et chargement**

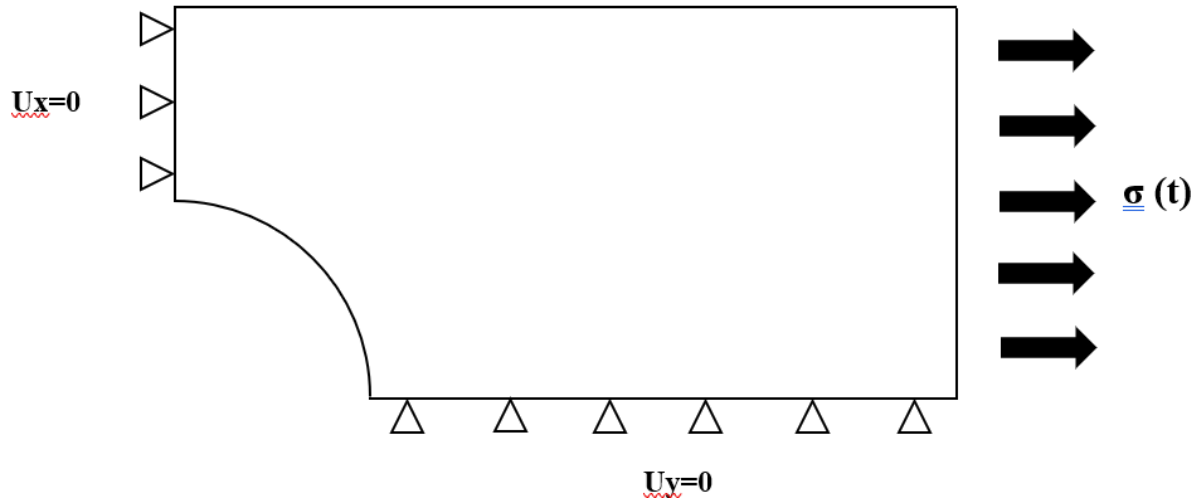
Dans cette simulation, des conditions aux limites adaptées à la géométrie et au type de chargement sont appliquées sur les frontières du modèle réduit (quart de plaque). Le choix de ces conditions vise à respecter la symétrie mécanique du problème tout en reproduisant un état de sollicitation réaliste sur la plaque complète.

#### **III.3.1. Conditions aux limites**

Des conditions de symétrie sont appliquées sur deux côtés du domaine modélisé :

- Le bord gauche (correspondant à l'axe de symétrie vertical de la plaque) est bloqué en déplacement horizontal. Cela revient à imposer  $u_x = 0$ .
- Le bord inférieur (correspondant à l'axe de symétrie horizontal) est bloqué en déplacement vertical, donc  $u_y = 0$ .

Cela permet de simuler correctement le comportement d'un quart de plaque sans introduire de perturbations artificielles.



**Figure III.3 :** Modélisation d'une plaque perforée soumise à une traction uniaxiale avec conditions aux limites de symétrie et de charge

Sur le bord vertical droit ( $x = 18 \text{ mm}$ ), une contrainte horizontale est appliquée progressivement pour simuler l'action d'un effort de traction. Ce chargement est croissant, jusqu'à dépasser légèrement la limite élastique du matériau, puis décroissant jusqu'à annulation. Cela permet de simuler un cycle de chargement-déchargement typique, et d'observer l'effet d'un retour élastique ou de l'éventuel écoulement plastique résiduel.

Bord concerné	Condition imposée
Bord gauche ( $x = 0$ )	$U_x = 0$ (symétrie)
Bord inférieur ( $y = 0$ )	$U_y = 0$ (symétrie)
Bord droit ( $x = 18 \text{ mm}$ )	Contrainte croissante jusqu'à 133.65 MPa, puis décroissante

**Tableau III.3 :** Résumé des conditions aux limites imposées

### III.3.2. Fonction de chargement

Le chargement appliqué sur le bord droit est défini dans COMSOL à l'aide d'une fonction d'interpolation dépendant du temps ou d'un paramètre de contrôle noté para. Cette fonction permet de spécifier une évolution du chargement sans coder explicitement une expression analytique, les valeurs tabulées sont :

T	$\sigma(t)$ (MPa)
0.0	0
1.1	133.65
2.2	0

**Tableau III.4 :** Paramètres de chargement

Cela signifie que la contrainte passe de 0 à 133.65 MPa, puis redescend à 0. La valeur maximale est choisie de façon à ce que la contrainte moyenne sur la section affaiblie dépasse de 10 % la limite élastique du matériau. Cela garantit l'initiation d'un comportement plastique autour du trou.

Dans COMSOL, la fonction est définie comme suit :

1. Aller dans l'onglet **Global Definitions > Functions**
2. Créer une fonction d'interpolation locale loadfunc
3. Entrer les points tabulés  $t - \sigma(t)$  dans le tableau
4. Définir l'argument t comme sans unité, et la sortie en MPa
5. Sélectionner une interpolation linéaire et une extrapolation linéaire

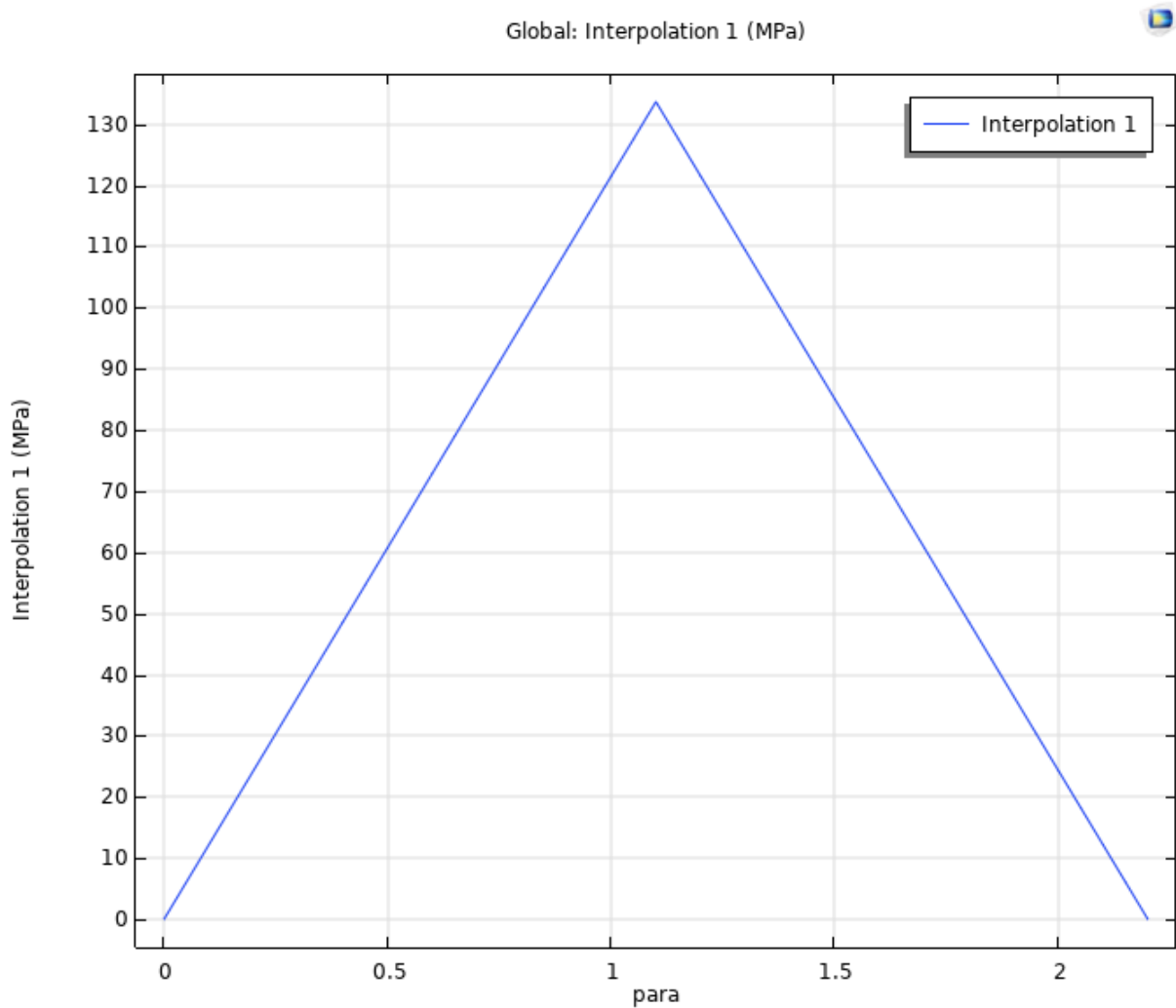
Ensuite, cette fonction est utilisée pour définir la charge sur le bord droit :

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \text{loadfunc(para)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

C'est donc une contrainte normale horizontale appliquée suivant l'axe x. Le vecteur de charge est nul dans la direction y.

Dans le module Solid Mechanics de COMSOL, cette force est appliquée via l'option **Boundary Load**, avec :

- Direction : x
- Valeur : `loadfunc(para)`
- Paramètre balayé automatiquement dans l'étude stationnaire



**Figure III.4 :** Représentation graphique de la fonction de chargement COMSOL

Le paramètre para est défini comme un paramètre global variant de 0 à 2.2 par pas de 0.05, ce qui permet de balayer toutes les étapes du cycle de chargement.

### III.4. Étapes de modélisation dans COMSOL Multiphysics

La modélisation numérique du comportement élastoplastique de la plaque perforée est effectuée à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics. Cette plateforme permet de simuler le comportement de structures mécaniques complexes en intégrant des lois de comportement non linéaires, telles que l'élastoplasticité avec ou sans écrouissage.

Le processus de modélisation repose sur une séquence d'étapes logiques, allant de la définition du modèle physique à l'analyse des résultats. Ces étapes sont détaillées ci-dessous.

#### III.4.1. Initialisation du modèle :

Le modèle est défini comme un composant bidimensionnel (2D), ce qui permet de travailler en approximation de contrainte plane, une hypothèse valide pour les plaques minces soumises à des efforts dans leur propre plan. Le module **Solid Mechanics** est utilisé pour la modélisation du comportement mécanique, et il est enrichi avec les fonctionnalités du module **Nonlinear Structural Materials**, indispensable pour la prise en charge des lois plastiques.

- Composant : 2D
- Interface physique : Solid Mechanics
- Hypothèse : plane stress (contrainte plane)
- Étude choisie : Stationary (étude statique)
- Balayage paramétrique : activation de **Auxiliary Sweep** sur le paramètre global para, qui sera utilisé comme facteur de chargement

Cette configuration permet de simuler le comportement d'une structure soumise à un chargement croissant, avec un suivi étape par étape de la réponse du matériau, notamment le franchissement de la limite d'élasticité et la progression de la plastification.

#### III.4.2. Définition des paramètres globaux et fonction de chargement :

Dans l'onglet **Global Definitions**, deux éléments sont définis :

- Un paramètre scalaire nommé **para**, sans unité, qui représente une échelle de temps fictive ou un facteur d'évolution du chargement. Ce paramètre est utilisé comme variable de balayage incrémental dans l'étude.



- Une fonction d'interpolation locale **loadfunc(t)**, qui définit l'évolution de la contrainte appliquée sur le bord droit de la plaque.

Cette fonction décrit un cycle de chargement-déchargement. Elle est appelée dans le modèle à l'aide de l'expression `loadfunc(para)`.

Le chargement est ensuite appliqué via un **Boundary Load** dans l'interface Solid Mechanics. Le vecteur de force appliqué sur le bord droit ( $x = 18$  mm) est défini comme suit :

- $F_x = \text{loadfunc}(para)$  (III.2)

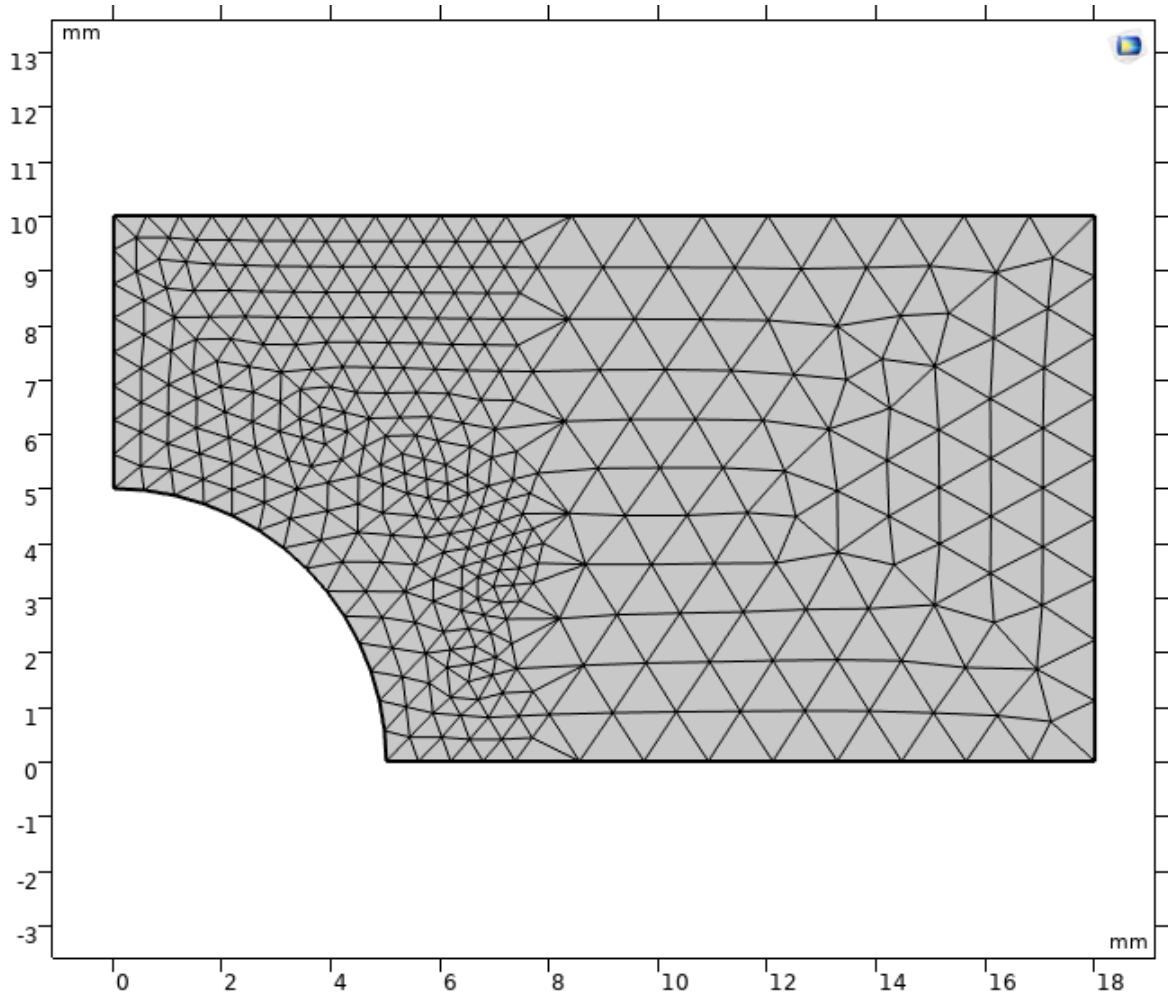
- $F_y = 0$  (III.3)

Cette charge est appliquée de manière uniforme sur tout le bord sélectionné, simulant une traction progressive.

#### III.4.3. Création du maillage :

Le maillage est généré à l'aide de l'outil **Free Triangular**, qui permet de mailler des géométries arbitraires en triangles non structurés. Pour obtenir une meilleure précision autour du trou central, une opération de raffinement local est réalisée dans une zone de délimitation définie par :

- $x \in [0, 8]$  mm
- $y \in [0, 10]$  mm



**Figure III.5** – Vue globale du maillage généré dans COMSOL.

Cette zone correspond à la partie de la plaque la plus susceptible de développer des gradients importants de contrainte. Un maillage plus fin est donc essentiel pour capturer correctement l'évolution de la plastification autour de cette discontinuité géométrique.

Le nombre total d'éléments dans le maillage est d'environ 700. Ce nombre a été choisi après plusieurs essais, de manière à garantir une précision satisfaisante sans alourdir inutilement le temps de calcul.

#### III.4.4. Définition du matériau et des lois de comportement :

Un nouveau matériau est créé dans COMSOL à l'aide de l'outil **Blank Material**. Les propriétés mécaniques de base du matériau sont introduites :

- Module d'Young : 70 GPa
- Coefficient de Poisson : 0.2
- Limite d'élasticité : 243 MPa

Deux lois de comportement plastique sont considérées :

##### a) Cas 1 : Écrouissage linéaire

- Le comportement plastique est modélisé avec un écrouissage isotrope linéaire.
- Le module tangent **H** est défini comme 2.171 GPa.
- Cette valeur est entrée dans l'onglet Plasticity > Isotropic Hardening, en choisissant l'option Linear.

Cette approche suppose que la contrainte augmente de manière linéaire avec la déformation plastique après dépassement de la limite élastique.

##### b) Cas 2 : Écrouissage interpolé

Dans ce deuxième cas, une fonction tabulée  $\sigma_{tab}(\epsilon)$  est introduite. Elle représente la relation contrainte-déformation établie à partir de données expérimentales.

La contrainte d'écrouissage est modifiée selon la relation :

$$\sigma_h(\epsilon_p) = \sigma_{tab}\left(\epsilon_p + \frac{\sigma_{eq}}{E}\right) - \sigma_y \quad (III.4)$$

Dans COMSOL, cette relation est implémentée via une variable personnalisée hardening:

hardening = max(0, stress\_strain\_curve(solid.epe+solid.mises/solid.E)-solid.sigmags)

Cette expression garantit que la fonction de durcissement reste nulle tant que le matériau reste élastique, elle est ensuite utilisée dans l'onglet Plasticity > User Defined pour définir la loi d'écrouissage.

#### III.4.5. Critère de plasticité et loi d'écoulement :

Le critère de plasticité de von Mises est utilisé. Il est fondé sur l'énergie de distorsion et est bien adapté aux matériaux isotropes tels que les métaux. Le critère s'exprime par :

$$\varphi(\sigma) = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \cdot s : s\right)} - \sigma_y \quad (\text{III.5})$$

où  $s$  est le tenseur des contraintes déviatoriques.

Le potentiel plastique est défini par :

$$Q = \sqrt{3 \cdot II_2^S + \varepsilon} \quad (\text{III.6})$$

où  $II_2$  est le second invariant du tenseur déviatorique, et  $\varepsilon$  est une valeur positive très faible ajoutée pour éviter les divisions par zéro lorsque les contraintes sont proches de zéro.

Ces fonctions sont soit disponibles dans les options internes du module, soit entrées manuellement dans les champs User Defined si l'on souhaite les modifier ou les adapter.

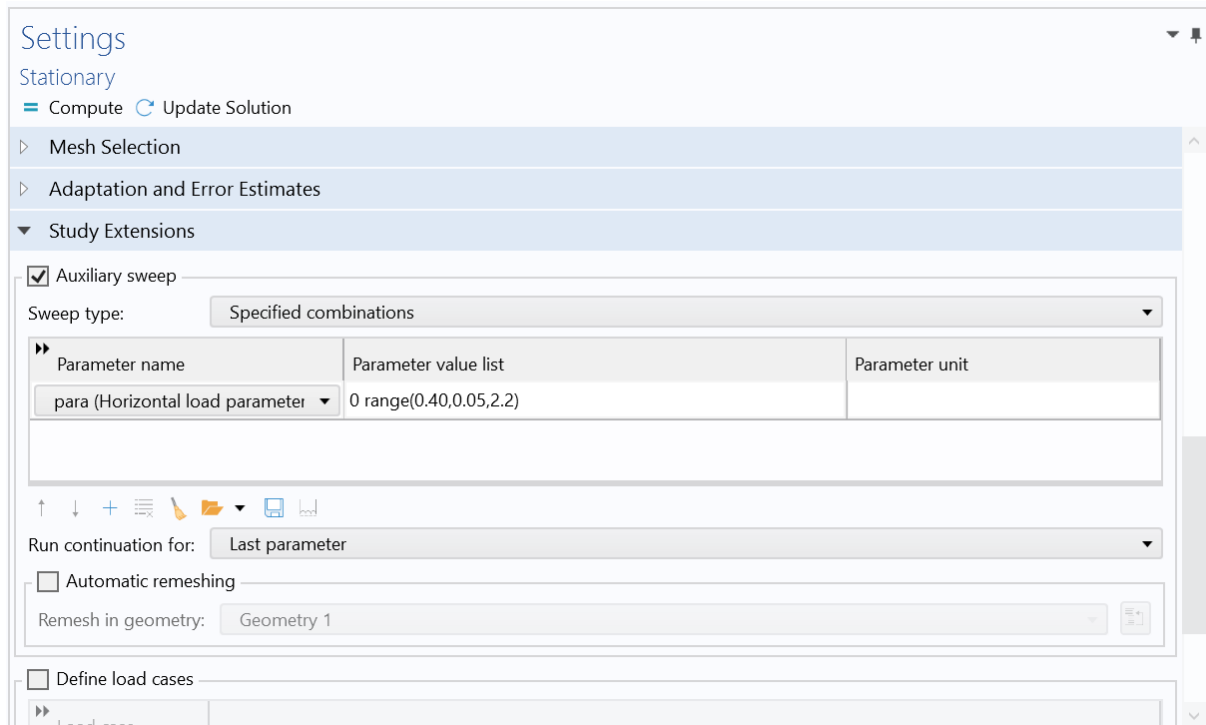
#### III.4.6. Configuration de l'étude et résolution incrémentale :

L'étude est définie comme **Stationary** (stationnaire), avec un balayage paramétrique sur la variable para.

Plage de balayage :

- Valeur initiale : 0.40
- Pas d'incrément : 0.05
- Valeur finale : 2.20

Cela génère environ 37 étapes de simulation, correspondant à une évolution progressive du chargement. À chaque étape, le solveur calcule l'état mécanique de la structure en tenant compte de l'historique plastique accumulé.



**Figure III.6 :** Configuration de l’auxiliary sweep dans COMSOL. Le paramètre para est balayé de 0,4 à 2,2 par pas de 0,05 pour simuler l’évolution progressive du chargement mécanique.

Les réglages du solveur sont adaptés à la nature non linéaire du problème :

- Méthode de résolution : Fully Coupled
- Tolérance relative :  $1e-3$  (voire  $1e-4$  en cas de convergence difficile)
- Nombre maximum d’itérations : 50
- Utilisation des valeurs précédentes comme point de départ pour améliorer la convergence
- Méthode de continuation automatique activée si nécessaire

#### III.4.7. Post-traitement et visualisation :

Une fois la résolution effectuée, plusieurs grandeurs mécaniques internes sont exploitées :

- solid.mises : contrainte équivalente de von Mises
- solid.epeGp : déformation plastique équivalente
- solid.speqv : contrainte équivalente

Une zone plastifiée est identifiée grâce à une expression booléenne :

$$\text{zone\_plastique} = \text{solid.epeGp} > 0$$

Cette expression est utilisée dans un **Plot Group** pour afficher, à chaque étape de chargement, la répartition spatiale des zones du matériau ayant dépassé la limite d'élasticité.

Ce type de représentation permet de visualiser clairement l'initiation et l'extension de la plastification autour du trou, élément central de l'analyse.

### **III.4. Conclusion**

Ce chapitre a exposé en détail la démarche de modélisation d'une plaque perforée soumise à un chargement croissant, en tenant compte du comportement élastoplastique du matériau. L'utilisation de la méthode des éléments finis, combinée aux fonctionnalités avancées du logiciel COMSOL Multiphysics, a permis de construire un modèle rigoureux, intégrant à la fois des hypothèses géométriques pertinentes et des lois de comportement adaptées.

Deux approches ont été retenues pour représenter la plasticité : un écrouissage linéaire simplifié et une loi interpolée fondée sur une courbe contrainte-déformation expérimentale. L'ensemble du modèle a été configuré pour simuler un cycle de chargement-déchargement, avec un maillage raffiné dans les zones critiques et un chargement défini de manière paramétrique.

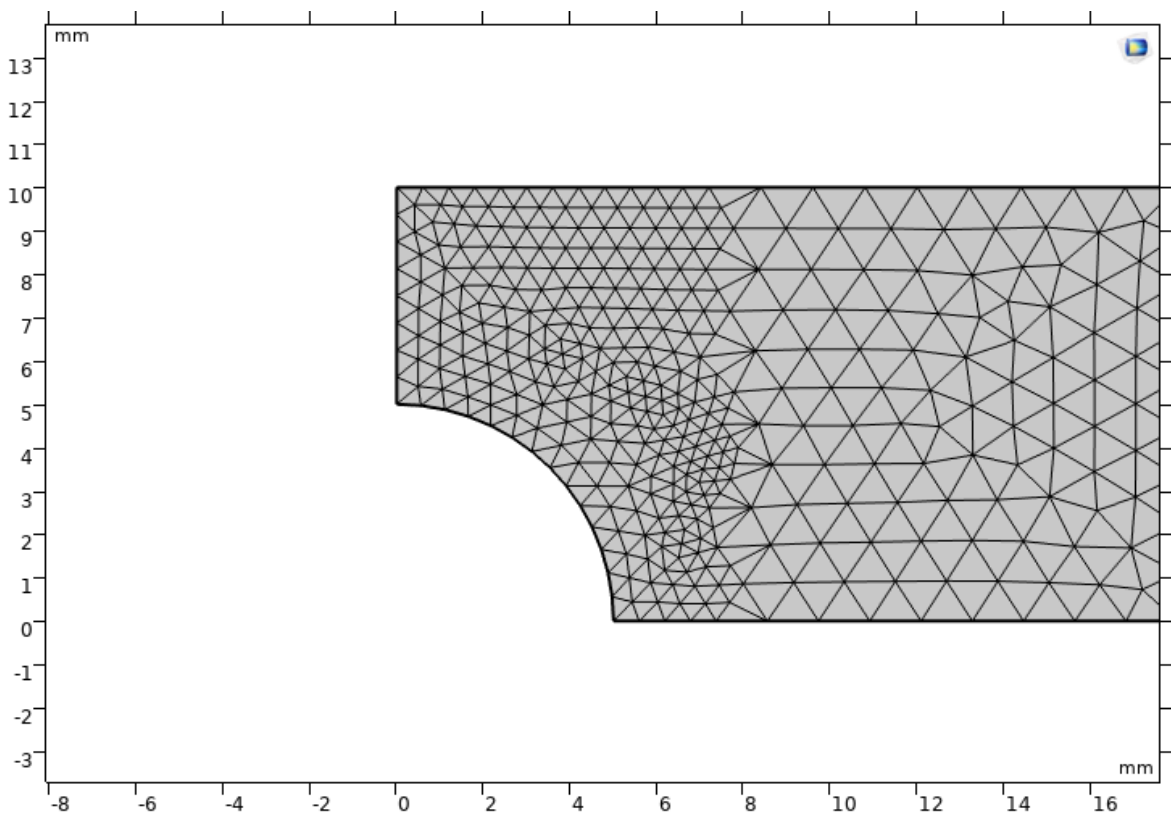
Cette phase de modélisation constitue une base essentielle pour l'étape suivante, qui portera sur l'analyse des résultats obtenus et l'interprétation du comportement mécanique de la plaque sous sollicitation.

# **Chapitre IV**

## **Résultats et Discussion**

## Résultats et interprétation

L'étude menée sur la plaque percée a permis de simuler le comportement de la structure sous un chargement progressif jusqu'à la phase plastique, puis lors du déchargement. La simulation a été réalisée sur un quart de plaque en exploitant les symétries de la géométrie. Le maillage a été affiné autour du trou afin de bien représenter les zones où les gradients de contraintes sont les plus élevés.

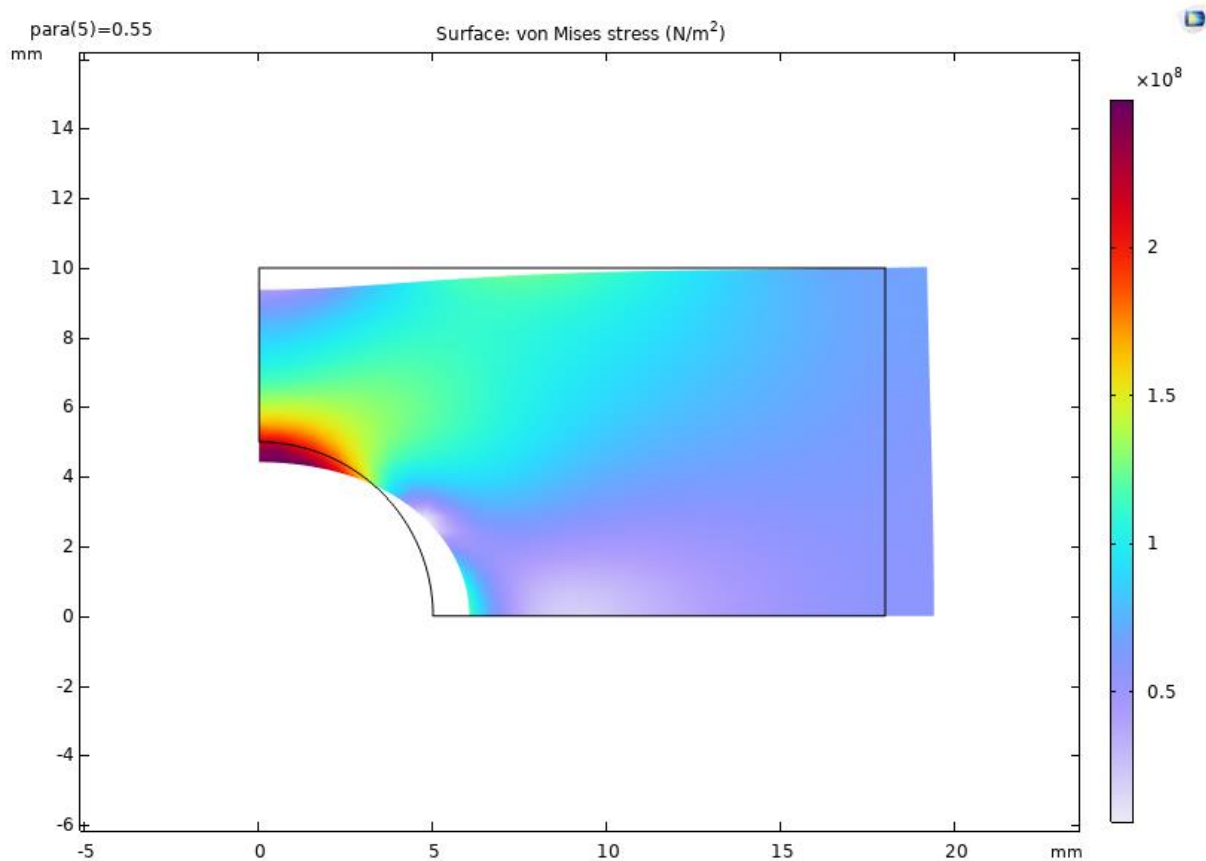


**Figure IV.1 :** Vue du maillage de la plaque modélisée avec un zoom sur le raffinement autour du trou.

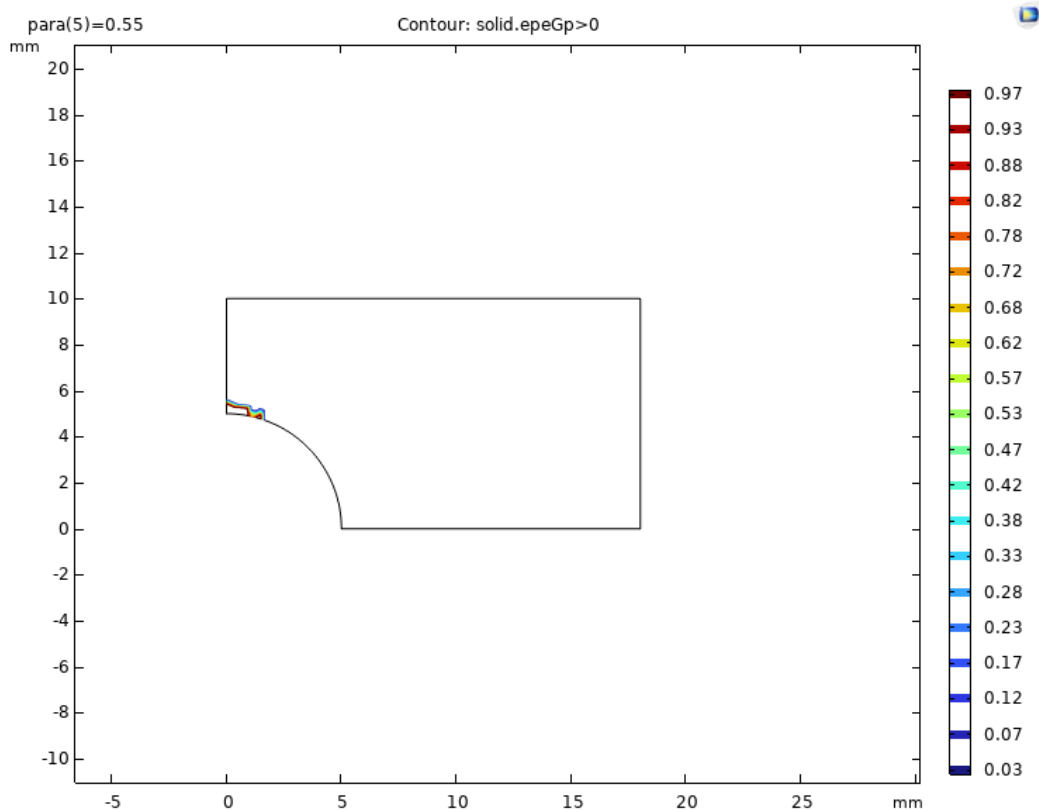


## IV.1 Développement des zones plastiques

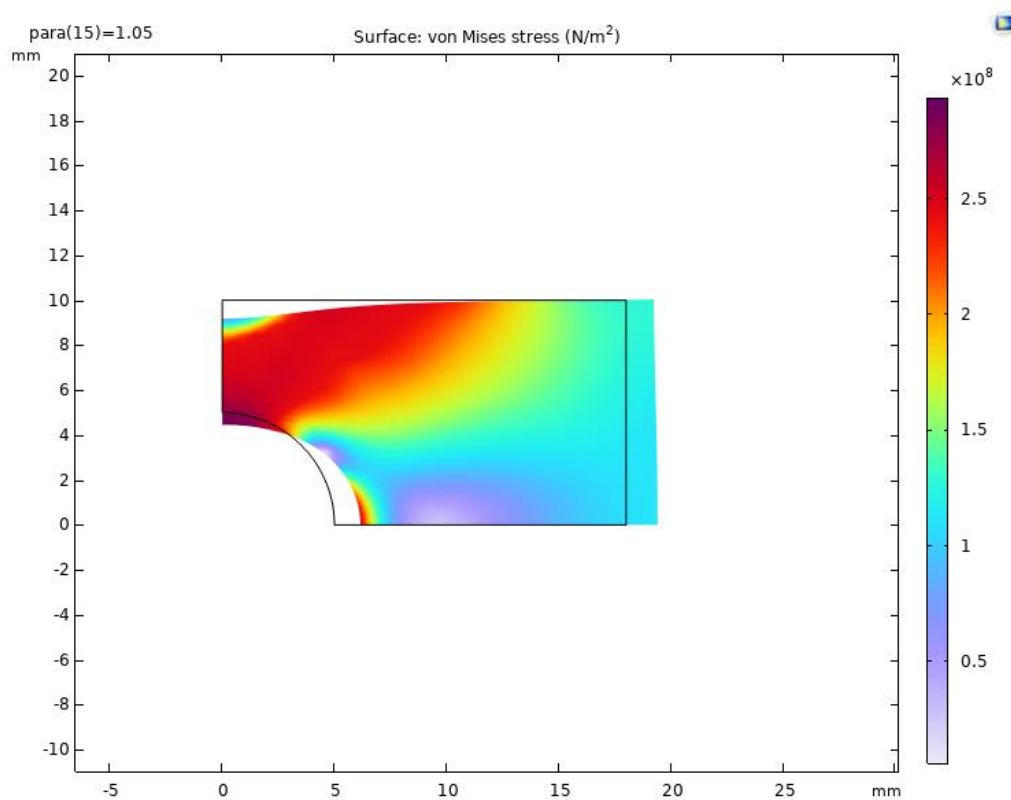
Les cartes obtenues montrent que la zone plastique apparaît d'abord au bord du trou dès les premiers niveaux de chargement au-delà de la limite d'élasticité. La plastification débute localement autour du trou sur tout l'arc modélisé. À mesure que le paramètre de charge augmente, la zone plastifiée s'étend radialement en suivant la forme circulaire de l'ouverture. Pour les charges inférieures à 1, la plastification reste confinée autour du trou. À partir de 1.05, la zone plastifiée devient plus importante et commence à s'élargir vers l'extérieur.



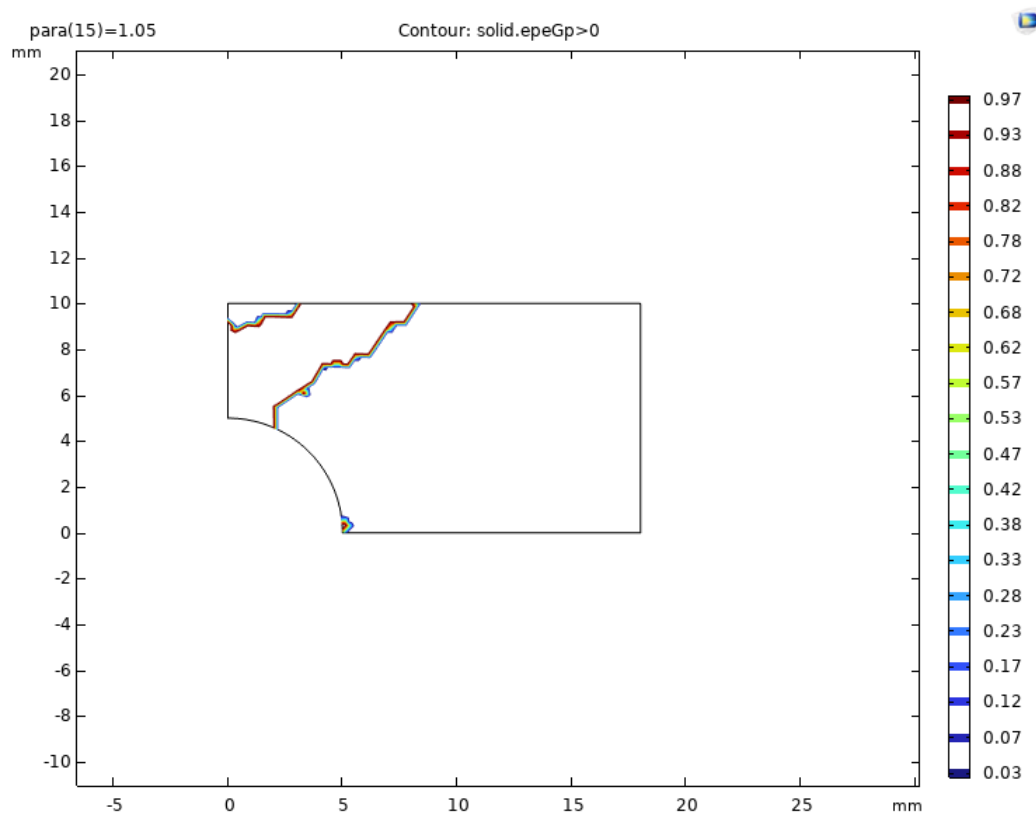
**Figure IV.2 :** Contrainte équivalente de von Mises pour un paramètre de charge de 0.55.



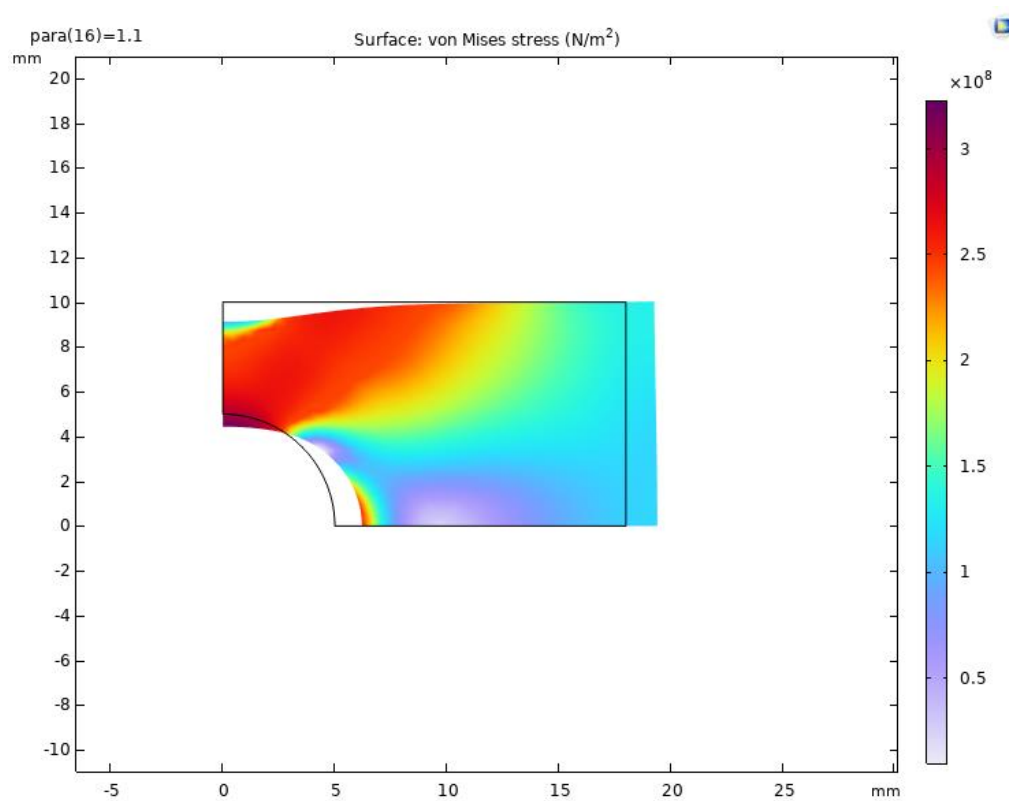
**Figure IV.3 :** Zone plastifiée pour un paramètre de charge de 0.55.



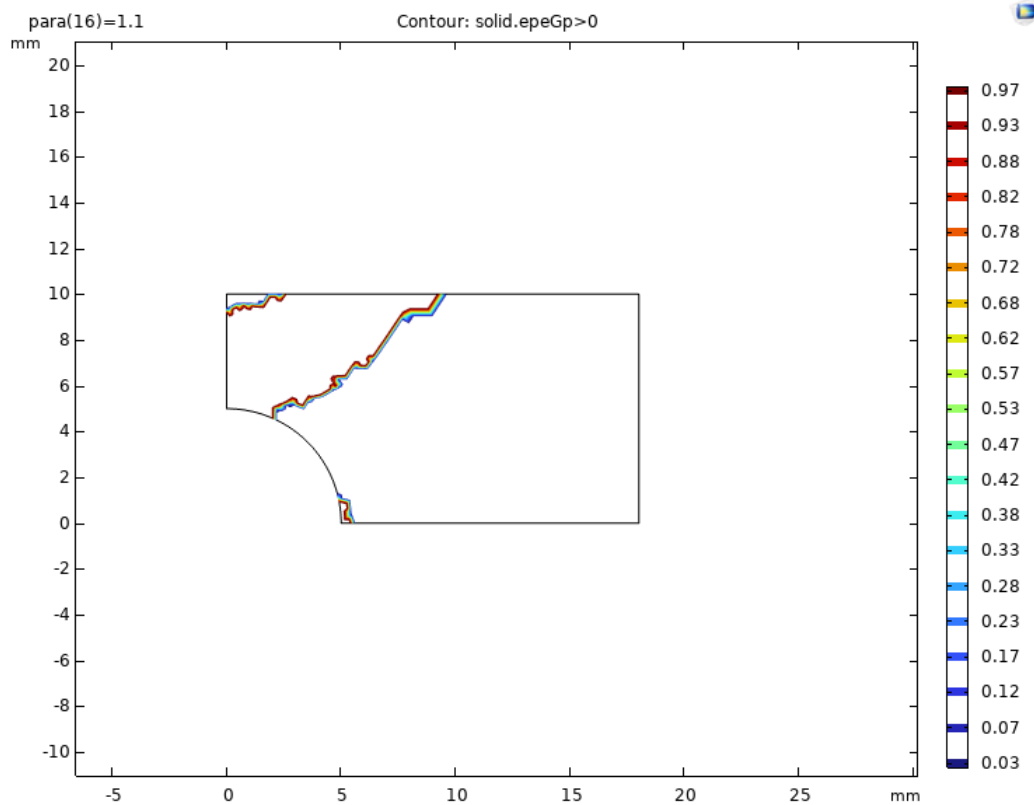
**Figure IV.4 :** Contrainte équivalente de von Mises pour un paramètre de charge de 1.05



**Figure IV.5 :** Zone plastifiée pour un paramètre de charge de 1.05.



**Figure IV.6 :** Contrainte équivalente de von Mises pour un paramètre de charge de 1.1.

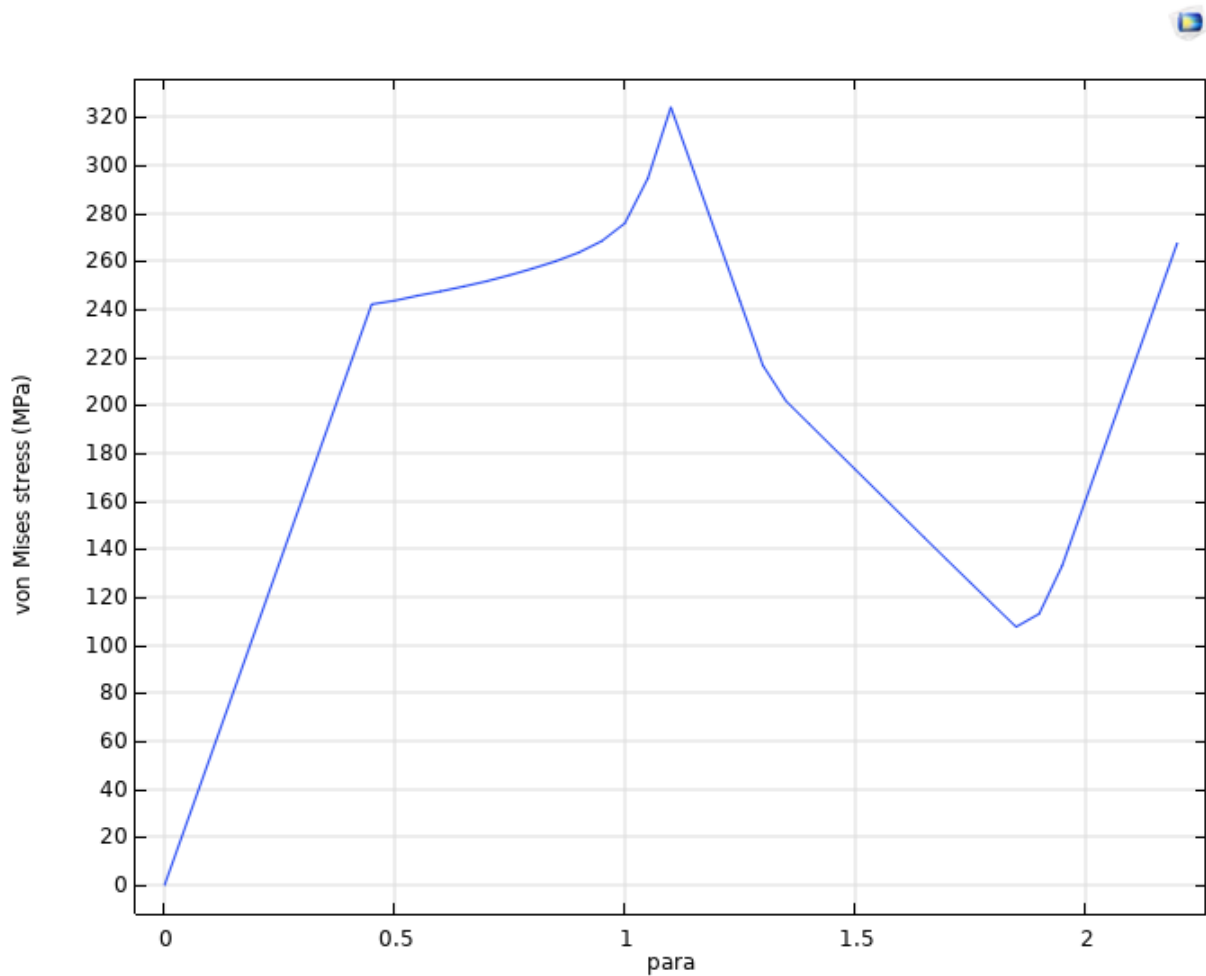


**Figure IV.7 :** Zone plastifiée pour un paramètre de charge de 1.1.

## IV.2 Évolution de la contrainte de von Mises

La contrainte de von Mises maximale a été tracée en fonction du paramètre de charge. Le graphe montre que la contrainte augmente régulièrement lors de la phase de montée en charge, pour atteindre un maximum de l'ordre de 324 MPa pour un paramètre de charge de 1.1. Cela correspond au moment où la structure est la plus sollicitée avant le déchargement.

Ensuite, lors du déchargement, la contrainte de von Mises diminue progressivement. On remarque que la contrainte ne retombe pas immédiatement à des valeurs faibles : elle reste significative, ce qui traduit la présence de contraintes résiduelles dues aux déformations plastiques permanentes.

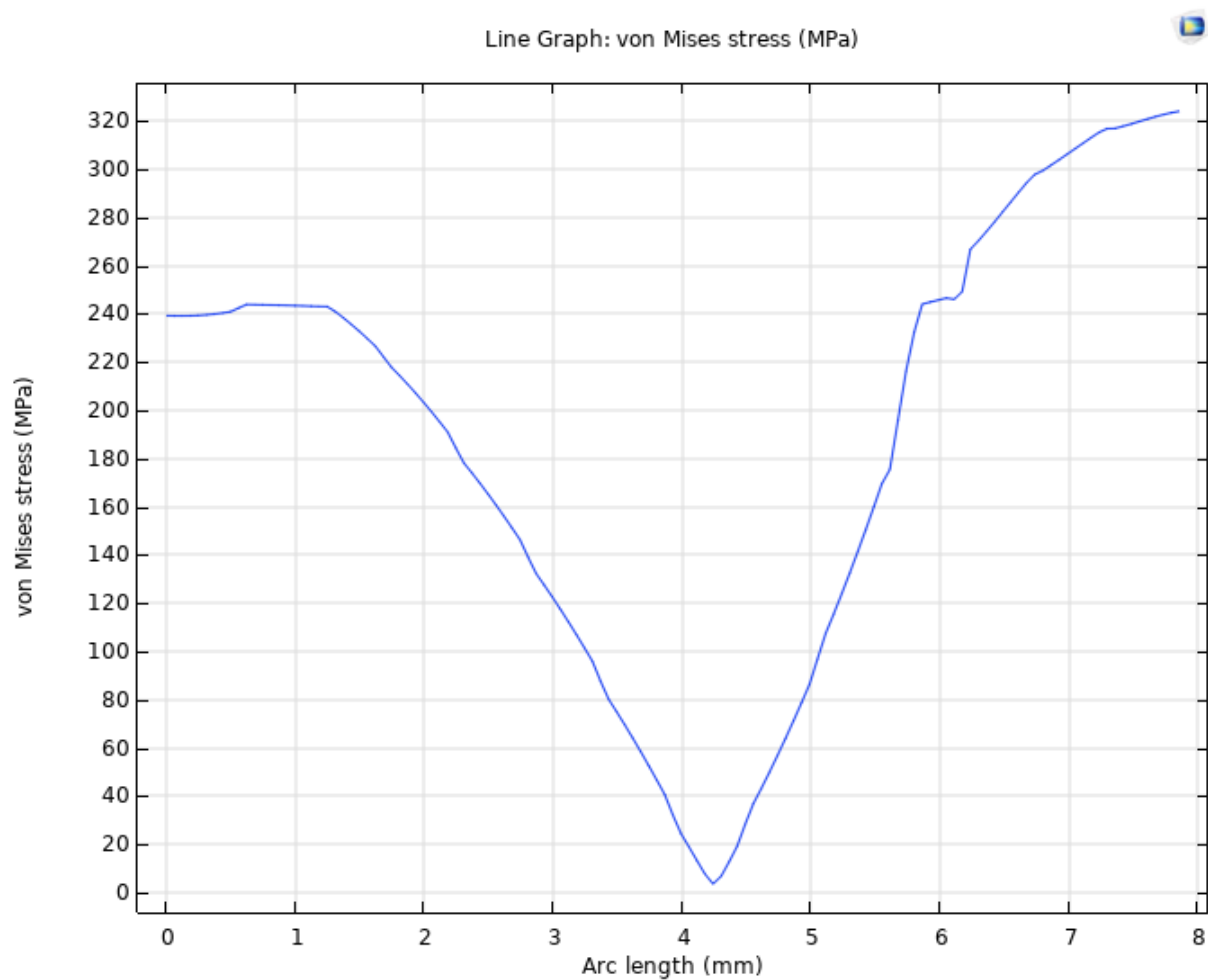


**Figure IV.8 :** Évolution de la contrainte maximale de von Mises en fonction du paramètre de charge.

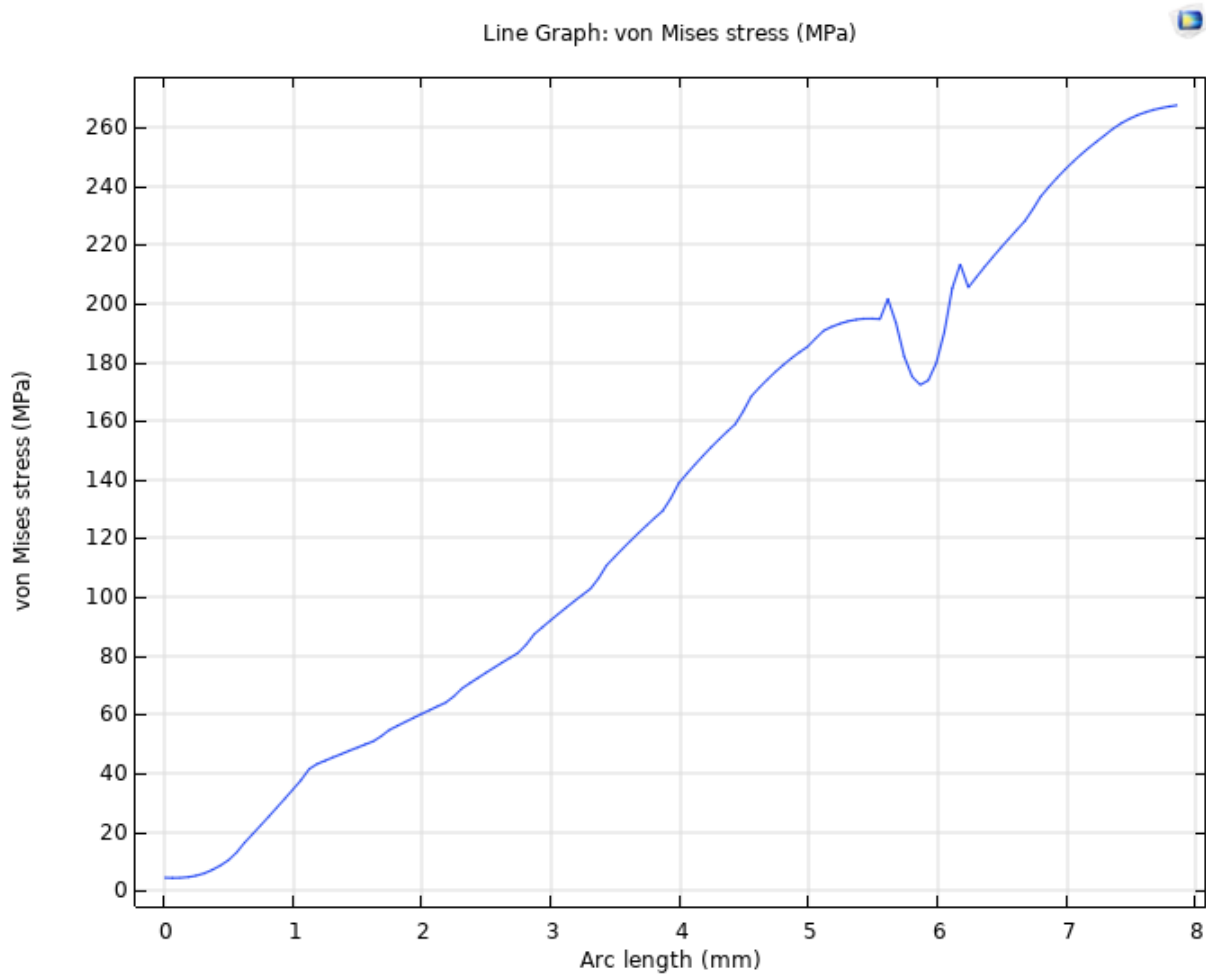
### IV.3 Répartition des contraintes de von Mises le long de l'arc

Pour compléter l'analyse, des courbes ont été tracées représentant la contrainte de von Mises le long de l'arc au bord du trou pour deux situations : un paramètre de charge de 1.1 (avant le déchargement) et un paramètre de charge de 2.2 (phase de déchargement avancée). Ces courbes permettent de voir comment la contrainte varie le long de l'arc et de repérer les points de concentration.

Pour un paramètre de charge de 1.1, la contrainte atteint un pic au contact de l'ouverture, ce qui est attendu en raison des concentrations. À 2.2, la contrainte est plus faible sur tout l'arc car la charge appliquée a diminué, mais elle reste non nulle, ce qui traduit les contraintes résiduelles.



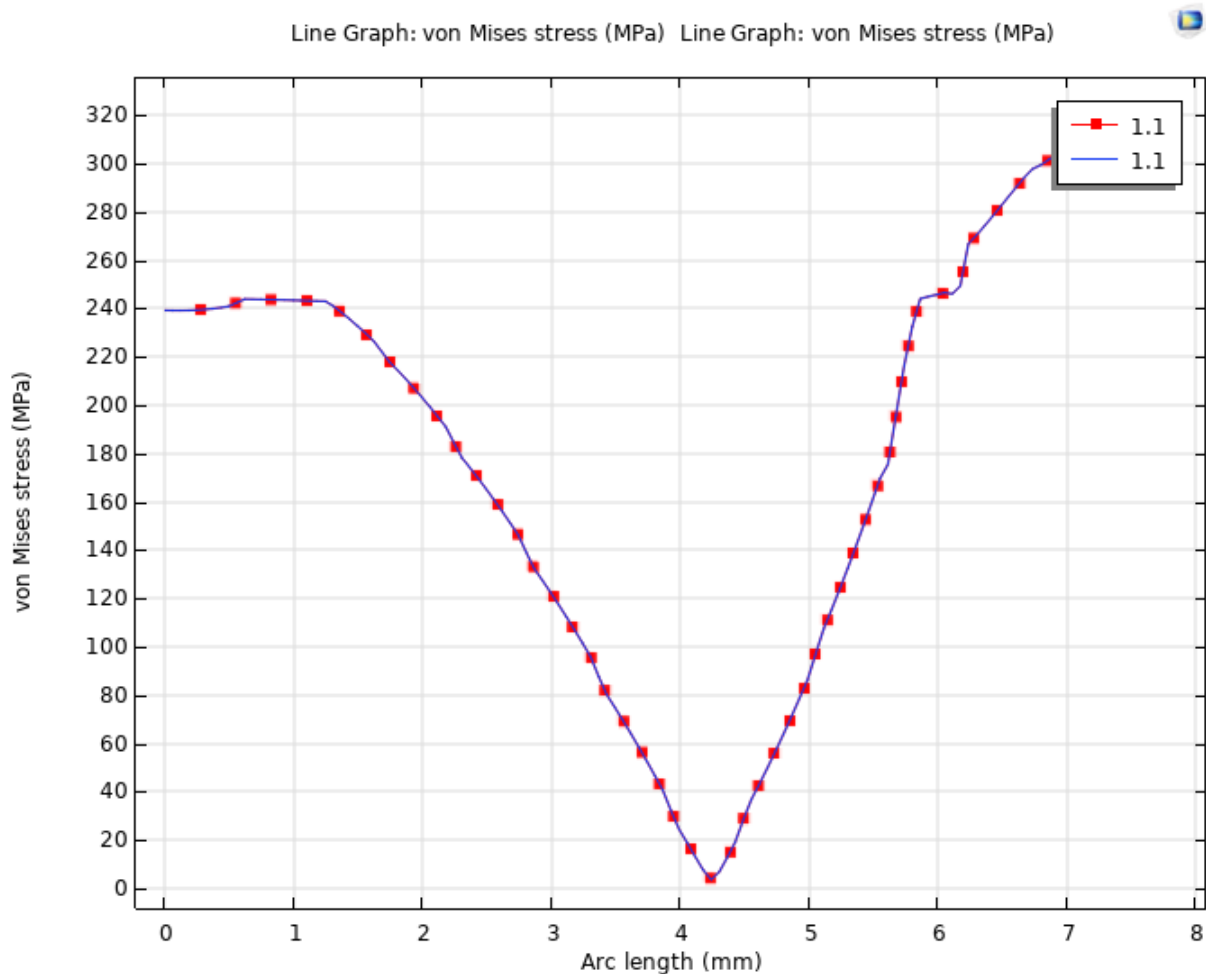
**Figure IV.9 :** Contrainte de von Mises le long de l'arc pour un paramètre de charge de 1.1.



**Figure IV.10 :** Contrainte de von Mises le long de l'arc pour un paramètre de charge de 2.2.

#### IV.4 Comparaison des modèles de durcissement

Les résultats montrent que les deux modèles de durcissement testés (linéaire et interpolé) donnent des résultats très proches en termes de répartition des contraintes et de développement des zones plastiques. La fonction interpolée a été définie pour reproduire la même pente de durcissement que le modèle linéaire, ce qui explique que les différences sont négligeables dans ce cas.

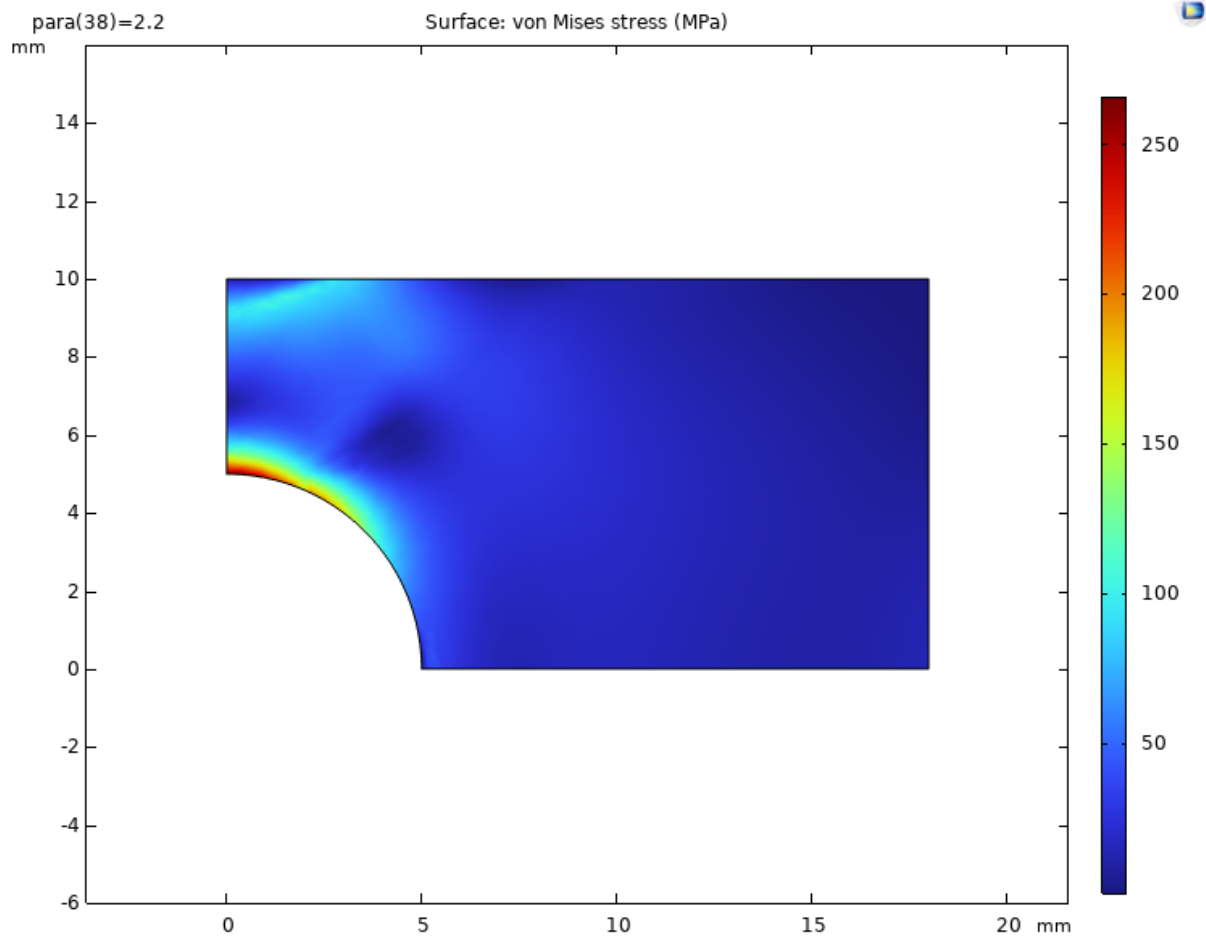


**Figure IV.11 :** Comparaison des contraintes de von Mises pour les deux modèles à un paramètre de charge de 1.1.

#### IV.5 Contraintes résiduelles après déchargement

Après le cycle de chargement-déchargement, les cartes des contraintes résiduelles montrent que des contraintes subsistent autour du trou. Ces contraintes sont la conséquence des déformations plastiques accumulées lors du chargement. Elles sont localisées principalement dans la zone initialement plastifiée.

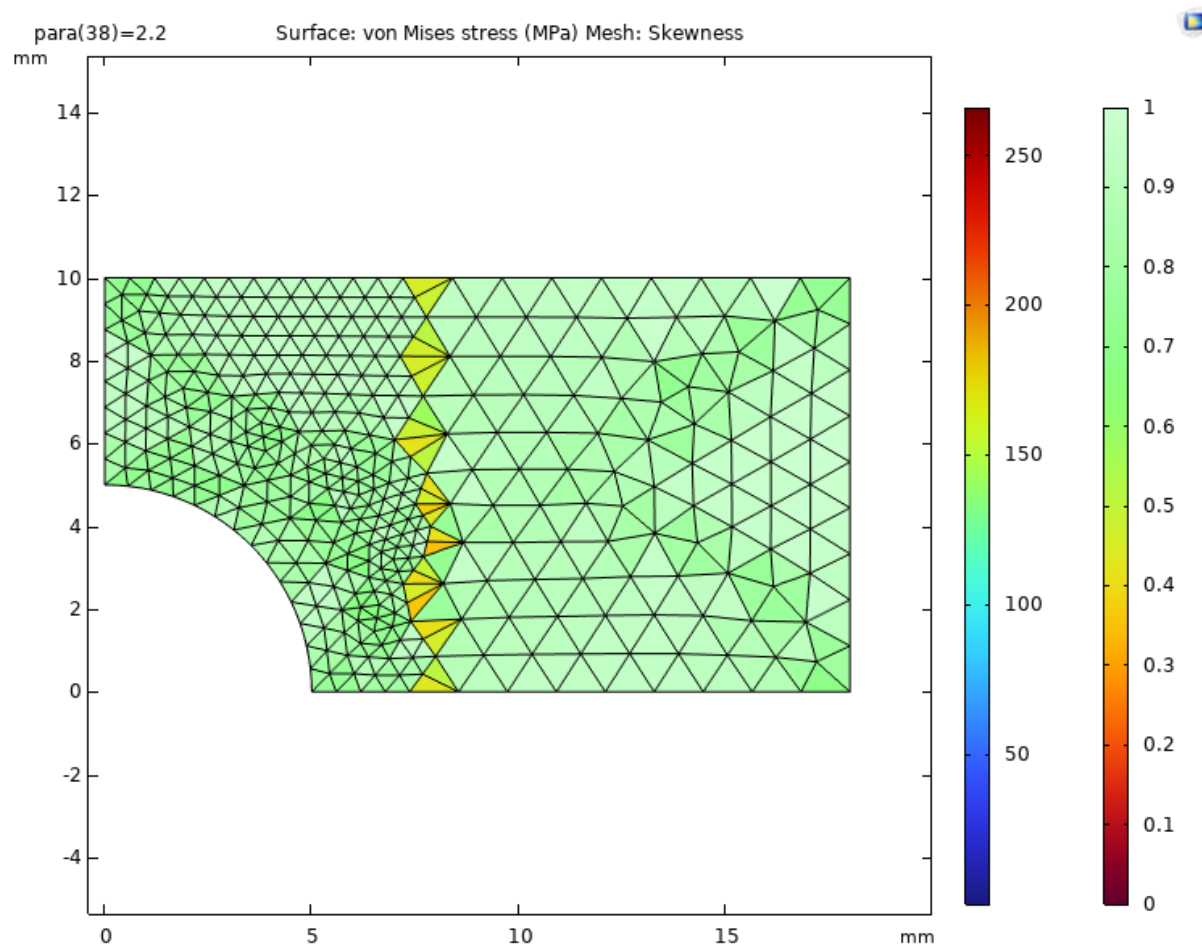




**Figure IV.12 :** Contraintes résiduelles de von Mises après déchargement.

#### IV.6 Commentaires sur la qualité du maillage

Le maillage utilisé comportait environ 700 éléments avec un raffinement au voisinage du trou. Cette configuration a permis d'obtenir des résultats précis sans problème notable de convergence. Le choix du raffinement a été validé par la stabilité des résultats obtenus.



**Figure IV.13 :** Détail du raffinement du maillage autour du trou.

# **Conclusion Générale**

## Conclusion Générale

Ce travail de simulation élasto-plastique d'une plaque perforée, réalisé à l'aide de COMSOL Multiphysics, a permis de comparer les effets de deux lois d'écrouissage : l'écrouissage linéaire et l'écrouissage interpolé. Les résultats obtenus pour les deux cas d'étude ont montré une distribution des contraintes et des zones plastifiées identiques, ce qui indique que, dans ce contexte particulier, les deux modèles produisent des réponses similaires.

Bien que théoriquement distinctes, les deux approches ont donné des résultats convergents, ce qui prouve que l'écrouissage linéaire est suffisant pour décrire de manière efficace le comportement plastique de la plaque perforée dans ce cas précis. Ce constat met en lumière l'adéquation de cette approche simplifiée pour des scénarios similaires, où des modèles plus complexes, comme l'écrouissage interpolé, n'apportent pas de différences significatives.

En conclusion, cette étude a validé l'utilisation de l'écrouissage linéaire pour la simulation du comportement plastique dans les structures perforées et a souligné l'efficacité de ce modèle dans ce type de problème. De futures recherches pourraient se concentrer sur des géométries plus complexes ou des matériaux présentant des comportements plastiques plus marqués, où les différences entre les modèles d'écrouissage pourraient devenir plus significatives.

# **Références Bibliographiques**

## Références Bibliographiques

- [1] Sylvain Drapier, Mécanique des structures & Approximation numérique, octobre 2019
- [2] Jean 3 Luis Batoz, Modélisation des structures par éléments finis, volume 2 poutre et plaque
- [3] : Derbane Saïd, Modélisation des plaques par la méthode des éléments finis, Mémoire de Magister, Université Mohamed Khider, Biskra, (2012).
- [4] DEGHBOUDJ Samir, Investigation Numérique du Comportement Thermomécanique d'une Plaque Carrée Isotrope, Université de Tébessa May 2018
- [5] François. Frey, et Jarostove. Jirousek, « Analyse des structures et milieu continu par la méthode des éléments finis », volume 6, Presses polytechniques, édition (2001). [
- 6] Bessais L : « Analyse des structures par la M.E.F basée sur l'approche en Déformation » Thèse de Magistère en Génie Mécanique, Biskra 2012.
- [7] Zienkiewicz O, Taylor R, "The Finite élément Method", McGraw-Hill, London 1991.
- [8] Arnaud D. Fabrice G et Frédéric R, " Aide-Mémoire 3Mécanique des structures, Résistance des matériaux", Dunod, Paris, 2008.
- [9] S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, Theory of Elasticity, 3rd ed., McGraw-Hill, 1970.
- [10] J. Lubliner, Plasticity Theory, Macmillan, 1990.
- [11] G. Kirsch, "Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre," Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, vol. 42, pp. 797–807, 1898.
- [12] J. Lemaitre and J.-L. Chaboche, Mechanics of Solid Materials, Cambridge University Press, 1990.
- [13] J. C. Simo and T. J. R. Hughes, Computational Inelasticity, Springer, 1998.

## Résumé

### Analyse élasto-plastique d'une plaque perforée par la méthode des éléments finis

Ce travail porte sur la simulation du comportement élastoplastique d'une plaque perforée soumise à une traction uniaxiale, en utilisant la méthode des éléments finis via COMSOL Multiphysics. Deux lois d'écrouissage ont été comparées : un modèle linéaire et un modèle interpolé basé sur une courbe expérimentale. L'objectif était d'évaluer l'influence du type d'écrouissage sur la répartition des contraintes et le développement des zones plastiques autour du trou. Les résultats numériques montrent une bonne concordance entre les deux modèles, validant l'utilisation du modèle linéaire pour ce type de structure. Cette étude met en évidence l'intérêt d'une modélisation réaliste pour la prédiction du comportement mécanique des structures affaiblies.

**Mots-clés :** Plaque Perforée (1), Elasto-plasticité (2), Méthode des Eléments Finis (3), COMSOL Multiphysics (4), Ecrouissage Linéaire (5), Ecrouissage Interpolé (6).

---

## Abstract

### Elastoplastic Analysis of a Holed Plate Using the Finite Element Method

This study investigates the elasto-plastic behavior of a holed plate subjected to uniaxial tensile loading, using the finite element method through COMSOL Multiphysics. Two hardening laws are compared: a linear isotropic hardening model and an interpolated hardening law derived from an experimental stress-strain curve. The goal is to evaluate the influence of the hardening model on stress distribution and the development of plastic zones around the hole. Numerical simulations indicate that both approaches yield similar results, suggesting that the linear hardening model is sufficiently accurate for this type of structure. These findings emphasize the relevance of simplified plasticity models in predicting the mechanical response of geometrically weakened components.

**Keywords:** Holed Plate (1), Elasto-plasticity (2), Finite Elements Method (FEM) (3), COMSOL Multiphysics (4), Linear Hardening (5), Interpolated Hardening (6).

---

## ملخص

### التحليل الإلستو-بلاستيكي للوحة مثقوبة باستخدام طريقة العناصر المنتهية

يتناول هذا العمل محاكاة سلوك لوحة مثقوبة خاضعة لشد أحادي المحور، وذلك باستخدام التحليل الإلستو-بلاستيكي عبر طريقة العناصر المنتهية باستخدام برنامج. تمت مقارنة قانوني تصلب: نموذج خطي ونموذج مُقارب مستند إلى منحنى تجريبي. الهدف من الدراسة هو تقييم تأثير نوع التصلب على توزيع الاجهادات وتطور المناطق البلاستيكية حول الثقب. أظهرت النتائج العددية توافقاً جيداً بين النموذجين، مما يُثبت صلاحية استخدام النموذج الخطي لهذا النوع من البنى.

**الكلمات المفتاحية :** اللوحة المثقوبة (1)، الإلستو-بلاستيكي (2)، طريقة العناصر المنتهية (3)، COMSOL (4)، التصلب الخطي (5)، التصلب المقارب (6).

## Résumé

### Analyse élasto-plastique d'une plaque perforée par la méthode des éléments finis

Ce travail porte sur la simulation du comportement élastoplastique d'une plaque perforée soumise à une traction uniaxiale, en utilisant la méthode des éléments finis via COMSOL Multiphysics. Deux lois d'écrouissage ont été comparées : un modèle linéaire et un modèle interpolé basé sur une courbe expérimentale. L'objectif était d'évaluer l'influence du type d'écrouissage sur la répartition des contraintes et le développement des zones plastiques autour du trou. Les résultats numériques montrent une bonne concordance entre les deux modèles, validant l'utilisation du modèle linéaire pour ce type de structure. Cette étude met en évidence l'intérêt d'une modélisation réaliste pour la prédiction du comportement mécanique des structures affaiblies.

**Mots-clés :** Plaque Perforée (1), Elasto-plasticité (2), Méthode des Eléments Finis (3), COMSOL Multiphysics (4), Ecrouissage Linéaire (5), Ecrouissage Interpolé (6).

---

## Abstract

### Elastoplastic Analysis of a Holed Plate Using the Finite Element Method

This study investigates the elasto-plastic behavior of a holed plate subjected to uniaxial tensile loading, using the finite element method through COMSOL Multiphysics. Two hardening laws are compared: a linear isotropic hardening model and an interpolated hardening law derived from an experimental stress-strain curve. The goal is to evaluate the influence of the hardening model on stress distribution and the development of plastic zones around the hole. Numerical simulations indicate that both approaches yield similar results, suggesting that the linear hardening model is sufficiently accurate for this type of structure. These findings emphasize the relevance of simplified plasticity models in predicting the mechanical response of geometrically weakened components.

**Keywords :** Holed Plate (1), Elasto-plasticity (2), Finite Elements Method (FEM) (3), COMSOL Multiphysics (4), Linear Hardening (5), Interpolated Hardening (6).

---

## ملخص

### التحليل الإلستو-بلاستيكي للوحة مثقوبة باستخدام طريقة العناصر المنتهية

يتناول هذا العمل محاكاة سلوك لوحة مثقوبة خاضعة لشد أحادي المحور، وذلك باستخدام التحليل الإلستو-بلاستيكي عبر طريقة العناصر المنتهية باستخدام برنامج كومصول. تمت مقارنة قانوني تصلب: نموذج خطي ونموذج مُقارب مستند إلى منحني تجريبي. الهدف من الدراسة هو تقييم تأثير نوع التصلب على توزيع الاجهادات وتطور المناطق البلاستيكية حول الثقب. أظهرت النتائج العددية توافقاً جيداً بين النموذجين، مما يُثبت صلاحية استخدام النموذج الخطي لهذا النوع من البنى.

**الكلمات المفتاحية :** اللوحة المثقوبة (1)، الإلستو-بلاستيكي (2)، طريقة العناصر المنتهية (3)، COMSOL (4)، التصلب الخطي (5)، التصلب المقارب (6).