

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Installation énergétique et turbomachines

Par :

AKIF Hamou

BELLOUZE Nadir

Thème

**Convection mixte dans une cavité circulaire avec un cylindre intérieur chauffé en
utilisant un fluide non-Newtonien**

Soutenu le 25/06/2025, devant le jury composé de:

M. N. BOUTALBI
M. H. MEHDAOUI
M. D. SADAoui

Président
Rapporteur
Examineur

Année Universitaire 2024-2025

Populaire et Démocratique Algérienne République

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Déclaration sur l'honneur

**Engagement pour respecter les règles d'authenticité scientifique dans
l'élaboration d'un travail de recherche**

Arrêté ministériel n° 1082 du 27 décembre 2020^()*

fixant les règles relatives à la prévention et la lutte contre le plagiat

Je soussigné,

Nom : BELLOUZE

Prénom : Nadir

Matricule : 171733007231

Spécialité et/ou Option : Installation énergétique et turbomachines.....

Département: Génie Mécanique.....

Faculté: science et technologies

Année universitaire : 2024/2025

Et chargé de préparer un mémoire de : Master

Intitulé: Convection mixte dans une cavité circulaire avec un cylindre intérieur chauffé en
utilisant un fluide non-newtonien

Déclare sur l'honneur, m'engager à respecter les règles scientifiques,
méthodologiques,

Et les normes de déontologie professionnelle et de l'authenticité académique requises
dans l'élaboration du projet de fin de cycle cité ci-dessus.

Fait à Béjaïa

le.../.../.....

Signature de l'intéressé

^(*) Lu et approuvé

.....

Populaire et Démocratique Algérienne République

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Déclaration sur l'honneur

**Engagement pour respecter les règles d'authenticité scientifique dans
l'élaboration d'un travail de recherche**

Arrêté ministériel n° 1082 du 27 décembre 2020^()*

fixant les règles relatives à la prévention et la lutte contre le plagiat

Je soussigné,

Nom : AKIF.....

Prénom : Hamou.....

Matricule : 181833002477.....

Spécialité et/ou Option : Installation énergétique et turbomachines.....

Département: Génie Mécanique.....

Faculté: science et technologies

Année universitaire : 2024/2025

Et chargé de préparer un mémoire de : Master

Intitulé: Convection mixte dans une cavité circulaire avec un cylindre intérieur chauffé en
utilisant un fluide non-newtonien

Déclare sur l'honneur, m'engager à respecter les règles scientifiques,
méthodologiques,

Et les normes de déontologie professionnelle et de l'authenticité académique requises
dans l'élaboration du projet de fin de cycle cité ci-dessus.

Fait à Béjaïa

le.../.../.....

Signature de l'intéressé

^(*) Lu et approuvé

Remerciements

Nous remercions Dieu qui nous a donné le pouvoir et nous a aidé à terminer ce modeste travail.

Pour cette occasion, nous tenons à exprimer nos plus vifs remerciements à tous ceux qui nous ont aidé de loin ou de près à la réalisation et à la mise au point de ce travail, en particulier

*L'encadreur : Mr **Hamza Mehdaoui***

Nous remercions également tout le staff administratif et pédagogique de l'université Abderrahmane mira département génie mécanique et les étudiants de département de génie mécanique.

Nos vifs remerciements vont également à nos très chers parents, frères, sœurs et amis/es. Qui ont toujours été là pour nous.

Dédicaces

A mes chers parents pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,

A toute mes chers frèreset ma chère sœur pour leurs soutien tout au long de mon parcours universitaire,

*A toute la famille Akif, Saadi pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,
A Mes oncles mes tantes cousin/es voisin/es*

A mes amis Saalim Azzoug. Bouzid Hemouche. Pour leur appui et leur encouragement,

Finalement, nous remercions tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien,

Merci d'être toujours là pour moi.

AKIF HAMOU

Dédicaces

A mes chers parents pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,

*A toute mes chère sœurset mon cher frère **Djazil** pour leurs soutien tout au long de mon parcours universitaire,*

*A toute la famille **Bellouze** pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,
A Mes oncles mes tantes cousin/es voisin/es*

*A mes amis **Zerguini Yacine.Ben ali Yassmine** Pour leur appui et leur encouragement,*

Finalement, nous remercions tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien,

Merci d'être toujours là pour moi.

BELLOUZE NADIR

Sommaire

Remerciements	<i>i</i>
Dédicaces	<i>ii</i>
Liste des Figures	<i>iii</i>
Liste des Tableaux	<i>v</i>
Nomenclature	<i>vi</i>
<u>Introduction générale</u>	<i>1</i>
<u>Chapitre I : Généralités et synthèses bibliographique</u>	<i>3</i>
I.1 Introduction	3
I.2 Types de transfert de chaleur	3
I.2.1 Conduction	3
I.2.2 Rayonnement	4
I.2.3 Convection	4
I.3 Modèles de fluides utilisés	5
I.3.1 Fluide Newtonien	5
I.3.2 Fluide non-newtoniens	6
<u>Chapitre II : Position du problème et modèle mathématique</u>	<i>20</i>
II.1 Introduction	20
II.2 Position du problème	20
II.2.1 Hypothèses simplificatrices	21
II.3 Equations gouvernants du problème	21
II.3.1 Forme dimensionnelle des équations	22
II.3.2 Conditions aux limites	23
II.3.3 Forme adimensionnelles des équations et des conditions aux limites	23
II.3.4 Condition aux limites adimensionnelles	24
II.4 Méthode Numérique	25
II.4.1 Principe de la méthode des volumes finis	25
<u>Chapitre III : Résultats et discussions</u>	<i>26</i>
III.1 Introduction	26
III.2 Choix de maillage	26
III.3 Validation	27
III.4 Effet du nombre de Reynolds	29

<u>III.5 Effet du nombre de Grashof</u>	35
<u>III.6 Effet de l'indice d'écoulement (n)</u>	40
<u>III.7 Effet de nombre de Carreau</u>	46
<u>Conclusion générale</u>	52
<u>Référence bibliographiques</u>	54
<i>Résumé/Abstract</i>	

Liste des figures

Liste des figures

Figure I. 1: Schéma de différents types de transfert de chaleur.	3
Figure I. 2: Schéma simplifié du système physique dans la présente étude [1].....	9
Figure I. 3: Schéma de l'espace annulaire étudié [2]	10
Figure I. 4: Géométrie physique et conditions aux limites [3].....	11
Figure I. 5: Schéma du passage annulaire chauffé [4].....	12
Figure I. 6: Géométrie avec condition aux limites [5].....	13
Figure I. 7: Modèle physique considéré [6].....	13
Figure I. 8: Géométrie et application du modèle d'anneau [7].	14
Figure I. 9: Schéma géométrique et paramètres dimensionnels étudiés de l'enceinte [8].....	15
Figure I. 10: Modèle physique [9].....	16
Figure I. 11: Schématique du système [10].	17
Figure I. 12: Modèle physique considéré par J. S. Yoo [11].	18
Figure I. 13: Modèle physique considéré [12]	18
Figure I. 14: Schéma du problème considéré par Teamah [13].	19
Figure II. 1: Domaine physique étudié.	21
Figure III. 1: L'influence du maillage sur le nombre de Nusselt local.	27
Figure III. 2: Comparaison des lignes d'isothermes.	28
Figure III. 3: Comparaison des lignes de courants et les isothermes pour différent nombre de Reynolds (Re) : Gr=100, Ca=3.3 et n=0.5.....	31
Figure III. 4: Effet de Reynolds sur les profils de température pour différent angle (Φ) Gr=100, Ca=3.3, n=0.5.....	32
Figure III. 5: Profils de température dans différent positions de (Φ) pour différent nombre de Reynolds : Gr=100, Ca=3.3, n=0.5.....	33
Figure III. 6: Variation de nombre de Nusselt local sur le cylindre intérieur pour différent nombre de Reynolds: Gr=100, Ca=3.3, n=0.5.	34
Figure III. 7: Comparaison les lignes de courants et les isothermes pour différent nombre de Grashof : Re=140, Ca=3.3, n=0.5.	36

Figure III. 8: Effet de nombre de Grashof sur les profils de température pour différent angle (Φ) : $Re=140$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.	37
Figure III. 9: Profils de température dans différent positions de (Φ) pour différent nombre de Grashof : $Re=140$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.	39
Figure III. 10: Variation de nombre de Nusselt local sur le cylindre intérieur pour différent nombre de Grashof : $Re=140$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.	40
Figure III. 11: Effet de l'indice d'écoulement sur les isothermes et les lignes de courants pour : $Re=140$, $Gr=100$, $Ca=3.3$.	42
Figure III. 12: Effet de indice d'écoulement sur le profil de température pour différent angle (Φ) : $Re=140$, $Gr=100$, $Ca=3.3$.	43
Figure III. 13: Effet de indice d'écoulement sur le profil de température pour différent angle (Φ) : $Re=140$, $Gr=100$, $Ca=3.3$.	44
Figure III. 14: Variation de nombre de Nusselt local sur le cylindre intérieur pour différent indice d'écoulement: $Re=140$, $Gr=100$, $Ca=3.3$.	45
Figure III. 15: Comparaison des lignes de courants et les isothermes pour ($Re=140$, $Gr=100$, $n=0.5$).	47
Figure III. 16: Effet de nombre de Carreau sur les profils température pour différent angle (Φ) : $Re=140$, $Gr=100$, $n=0.5$.	49
Figure III. 17: Profils de température dans différent positions de (Φ) pour différent nombre de Carreau : $Re=140$, $Gr=100$, $n=0.5$.	50
Figure III. 18: Variation de nombre de Nusselt local sur le cylindre intérieur pour différent nombre de Carreau: $Re=140$, $Gr=100$, $n=0.5$.	51

Liste des Tableaux

Liste des tableaux

Tableau II. 1 : Conditions aux limites.	23
Tableau II. 2 : Condition aux limites adimensionnelles.....	24
Tableau III. 1 : Nusselt moyen pour différents maillages considérés.....	27

Nomenclature

Nomenclature

C_p : Chaleur spécifique à pression constante.....	$(J.kg^{-1}.K^{-1})$
Q : Densité de flux.....	$(W.m^{-2})$
g : L'accélération de pesanteur.....	$(m.s^{-2})$
h : Coefficient d'échange par convection.....	$(W.m^2.K^{-1})$
P : Pression statique de fluide.....	(Pa)
P_0 : Pression atmosphérique.....	(Pa)
T_{ref} : Température référence.....	(K)
T_{env} : Température de l'environnement.....	(K)
T_c : Température chaude.....	(K)
T_f : Température froide.....	(K)
T_P : Température de la surface du solide.....	(K)
T_{∞} : Température du fluide loin de la surface du solide.....	(K)
U : Composante adimensionnelle horizontale de la vitesse.....	$(-)$
u : Composante dimensionnelle horizontale de la vitesse.....	$(m.s^{-1})$
V : Composante adimensionnelle de la vitesse.....	$(-)$
v : Composante dimensionnelle de la vitesse.....	$(m.s^{-1})$
X : Coordonnée horizontale cartésienne adimensionnelle.....	$(-)$
x : Coordonnée horizontale cartésienne dimensionnelle.....	(m)
Y : Coordonnée vertical cartésienne adimensionnelle.....	$(-)$
y : Coordonnée vertical cartésienne dimensionnelle.....	(m)
D : le tenseur taux de déformation.....	$(-)$

Symboles grecs

Θ : Température adimensionnelle.....	$(-)$
α : Diffusivité thermique.....	$(m^2.s^{-1})$
β : Coefficient d'expansion thermique à pression constante.....	(K^{-1})
λ : Conductivité thermique.....	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
ϕ : Flux de chaleur transmis par convection.....	(W)
μ : Viscosité dynamique.....	$(kg.m^{-1}.s^{-1})$

μ_0 :	Viscosité pour un cisaillement nul.....	($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$)
μ_∞ :	Viscosité pour un cisaillement infini.....	($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$)
λ :	La constante de temps caractéristique.....	(-)
$\dot{\gamma}$:	Le temps de cisaillement.....	(s^{-1})
τ :	Contrainte de cisaillement.....	(Pa)
n :	l'indice de l'écoulement du fluide.....	(-)
ν :	Viscosité cinématique.....	($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)
ρ :	Masse volumique.....	(kg.m^{-3})
ρ_0 :	Masse volumique à T_0	(kg.m^{-3})
ΔT_{ref} :	Température de référence.....	(K)
ω :	Vitesse angulaire.....	(rad/s)
δ :	Constante de Stefan-Boltzmann.....	($\text{W.m}^{-2}\text{K}^{-4}$)
ε :	Emissivité entre 0 et 1.....	(-)

Groupements adimensionnels

Pr :	Nombre de Prandtl.....	(-)
Re :	Nombre de Reynolds.....	(-)
Gr :	Nombre de Grashof.....	(-)
Nu :	Nombre de Nusselt.....	(-)
S :	Rapport entre la viscosité infini et nul.....	(-)
Ca :	Nombre de Carreau.....	(-)

Introduction générale

Introduction générale

Le transfert de chaleur est un processus qui se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection naturelle, forcée ou mixte) on le trouve dans plusieurs secteurs de l'industrie tel que les échangeurs de chaleur, les composants électroniques, réacteurs nucléaires, stockage de fluide, capteur solaire....etc.

La simulation numérique dans l'étude des problèmes physiques tels que les écoulements de fluides et les phénomènes de transferts thermiques occupe une place très importante dans la recherche et l'industrie. Dans ce domaine, la modélisation mathématique est fondée sur les équations de conservation de la mécanique des fluides, couplées avec l'équation de conservation de l'énergie. Leur résolution numérique est rendue possible en utilisant une méthode numérique convenable.

Le phénomène de convection a une importance fondamentale et trouve des applications dans de nombreux domaines (astrophysique, océanographie, géophysique, pollution de l'air, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, isolation thermique, métallurgie, extractions pétrolières, exploitation géothermique et stockage de certains produits agricoles) ; notamment le refroidissement des composants électroniques car la majorité des composants d'un ordinateur chauffent allant d'une très faible production de chaleur pour les lecteurs optiques, à une production beaucoup plus importantes pour les microprocesseurs par exemple.

Cette étude présente une simulation numérique de la convection mixte dans une cavité circulaire entre deux cylindres horizontaux en utilisant la méthode des volumes finis. Le cylindre intérieur est totalement chauffé, contrairement au cylindre extérieur qui est à la température froide. L'étude a pour objectif de déterminer l'influence des paramètres essentiels du problème sur le transfert de chaleur par convection.

Ce travail est présenté en trois chapitres :

Le premier chapitre, est consacré à des généralités sur la convection, et une synthèse bibliographique concernant quelques travaux antérieurs ayant étudié le transfert de chaleur par convection mixte en utilisant des fluides non newtonien.

Le deuxième chapitre consiste à la présentation de la configuration géométrique étudiée (modèle physique), le modèle mathématique contenant les équations gouvernants ce type de transfert de chaleur ainsi que les conditions aux limites associées, et l'explication de la méthode des volumes finis utilisé.

Le troisième chapitre comporte la validation du model adopté, ainsi que la présentation, la discussion et l'interprétation des résultats de simulation.

Finalement, nous terminerons par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.

CHAPITRE I

Généralités et synthèses

bibliographique

Chapitre I : Généralités et synthèses bibliographique

I.1 Introduction

Le transfert de chaleur est le processus d'échange d'énergie sous forme de chaleur entre des objets ou des environnements de températures différentes. Il s'agit d'un transfert irréversible. Deux objets à la même température sont en équilibre thermique. Sinon, l'objet chaud transférera la chaleur à l'objet froid. Ce processus se déroule selon trois modes : (*Conduction, convection et rayonnement.*)

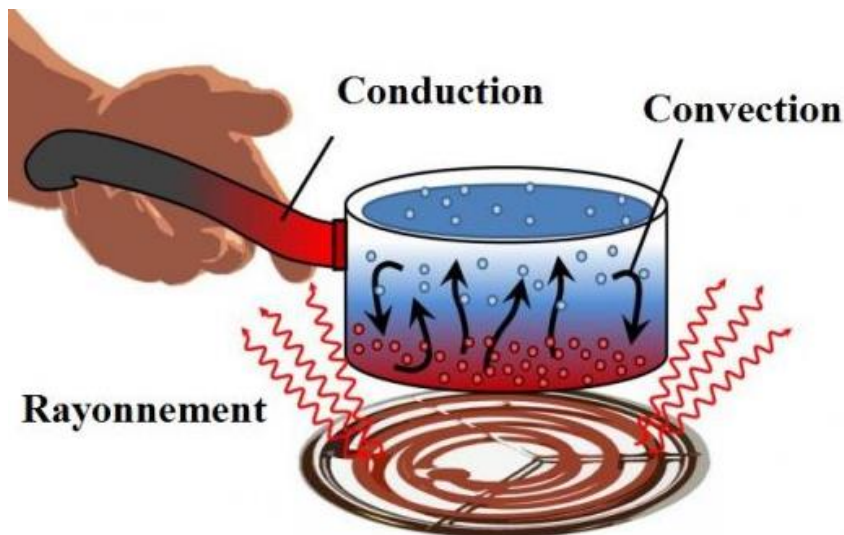


Figure I. 1: schéma de différents types de transfert de chaleur.

I.2 Types de transfert de chaleur

I.2.1 Conduction

Il s'agit d'un type de transfert d'énergie qui a lieu entre deux régions d'un même milieu à des températures différentes ou entre de milieu en contact sans aucun transfert de matière à l'échelle microscopique. C'est un phénomène irréversible similaire à la diffusion selon la loi de fourrier, ce transport d'énergie dans les fluides (liquides et gaz) résulte au niveau microscopique de l'anisotropie de la fonction de distribution des vitesses. Dans les solides, la conduction thermique est assurée d'une part par les électrons de conduction et d'autre part par les vibrations du réseau cristallin.

- **Loi de fourrier**

La densité de flux thermique traversant la couche est proportionnelle au gradient de température est :

$$\vec{q} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T) \quad (I.1)$$

I.2.2 Rayonnement

Le transfert de chaleur radiatif se produit lorsque la chaleur est libérée par un objet. Les particules qui composent l'objet émettent de l'énergie électromagnétique dans la gamme infrarouge cette énergie radiante permet de transférer la chaleur de la matière, en particulier dans le vide, où le rayonnement est le seul mécanisme de transfert de chaleur. Par exemple, le soleil émet plusieurs ondes électromagnétiques différentes, couvrant le spectre.

Le flux de chaleur est décrit selon la loi de Stefan-boltzmann :

$$Q = \varepsilon \delta A (T^4 - T_{env}^4) \quad (I.2)$$

Q : énergie rayonnée par seconde (W)

ε : Émissivité entre 0 et 1

δ : Constante de Stefan-Boltzmann ($W.m^{-2}K^{-4}$).

A : surface de l'objet qui émet le rayonnement thermique (m^2).

T : température de l'objet (K).

T_{env} : Température de l'environnement (K).

I.2.3 Convection

Il s'agit d'un processus de transfert de chaleur qui implique l'échange d'énergie par le mouvement de matière à un niveau macroscopique. Ce type de mouvement se produit dans un milieu liquide en écoulement ou entre une paroi solide et un liquide en mouvement. Ce mécanisme de transmission suit les lois de Newton. La convection se produit selon trois modes (*la convection naturelle, la convection forcée et la convection mixte*).

Le flux de chaleur est décrit selon les lois de Newton suivant :

$$\varphi = hS(T_p - T_{\infty}) \quad (I.3)$$

φ : Flux de chaleur transmis par convection (W).

h : Coefficient de transfert de chaleur par convection (W/m^2K).

T_p : Température de la surface du solide (K).

T_{∞} : Température du fluide loin de la surface du solide (K).

S : Aire de la surface de contact solide/fluide (m^2).

- **Convection naturelle**

Le phénomène de convection naturelle (ou libre) c'est quand le fluide se déplace sans aucun agent extérieur, lié aux variations de sa température, a pour origine les variations de la masse volumique au sein d'un fluide. Donc, la mise en mouvement du fluide n'est pas due à une cause extérieure, mais à la distribution de la température à l'intérieur du même fluide.

- **Convection forcée**

Le mouvement des fluides est le résultat de forces (influences) externes (par exemple, le chauffage central avec accélérateurs, les pompes, etc.). Ce type de transfert est plus rapide que la convection naturelle. En convection forcée, la poussée d'Archimède est négligeable par rapport à la force nécessaire pour déplacer le fluide par conséquent, la force du transfert de chaleur par convection forcée est directement liée à l'état de mouvement du fluide.

- **Convection mixte**

Il s'agit d'un phénomène de transfert de chaleur qui se produit en raison de la combinaison de la convection naturelle et forcée. Les deux modes existent simultanément. Ce processus de transfert peut avoir lieu dans de nombreux domaines différents, tels que la cuisson des aliments ou le refroidissement des appareils électronique. Le type de convection peut être déterminé à partir du nombre sans dimension de Richardson (Ri). Le nombre de Richardson (Ri) est le rapport du carré du nombre Grashof (Gr) au nombre de Reynolds (Re^2).

- Si $\frac{Gr}{Re^2} < 0.1$ la convection forcée est dominante.
- Si $\frac{Gr}{Re^2} > 10$ la convection naturelle est dominante.
- Si $0.1 < \frac{Gr}{Re^2} < 10$ la convection mixte est dominante.

I.3 Modèles de fluides utilisés

I.3.1 Fluide Newtonien

Par définition pour un fluide newtonien, indépendante du taux de cisaillement et de la contrainte de cisaillement. C'est une propriété intrinsèque du matériau qui ne dépend que de la pression et de la température

La viscosité caractérise complètement le comportement de l'écoulement d'un fluide newtonien à température et pression constantes.

D'un point de vue plus général et en utilisant l'écriture sous forme tensorielle, l'état de contrainte d'un fluide Newtonien en mouvement est donné par :

$$\bar{\sigma} = -\bar{p}I + \bar{\tau} \quad (\text{I.4})$$

Où p désigne la pression statique du fluide.

Pour un fluide incompressible :

$$\bar{\tau} = 2\mu D \quad (\text{I.5})$$

Au final la loi de comportement d'un fluide Newtonien incompressible s'énonce simplement :

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}I + 2\mu D \quad (\text{I.6})$$

Ici $D = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ est le tenseur de taux de déformation.

I.3.2 Fluide non-newtoniens

On dit d'un fluide qu'il est non Newtonien lorsque sa courbe d'écoulement est non linéaire, c'est-à-dire que la viscosité n'est plus constante mais dépendante des conditions d'écoulement, du taux de cisaillement et parfois même de l'histoire de l'élément de fluide. La caractérisation rhéologique d'un fluide consiste à établir la relation qui existe entre sa déformation et la contrainte qui lui est appliquée. En fonction de sa réponse, l'on dit dépendance de temps ou non :

- Fluides indépendants du temps : le comportement rhéologique est indépendant de l'histoire mécanique antérieure de l'échantillon.
- Fluides dépendants du temps : le comportement rhéologique dépend en outre de la durée de cisaillement et de l'historique de l'échantillon

On peut envisager des complications possibles, la plus simple sera de dire que la viscosité dépend du cisaillement :

$$\mu = f(\dot{\gamma}) \quad (\text{I.7})$$

De nombreux modèles rhéologiques ont été suggérés dans la littérature afin de décrire le comportement d'un fluide non-newtonien, notamment :

- **Le modèle d'Ostwald ou la loi de puissance [14]** : il s'agit probablement du modèle le plus répandu, défini par la relation suivante :

$$\mu = K (\dot{\gamma})^{n-1} \quad (\text{I.8})$$

Dans ce modèle K représente la consistance du fluide et n ($0 < n < 1$) est un nombre adimensionnel nommé indice d'écoulement.

- **Le modèle de Carreau [15]** : est donné par la relation suivante :

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (\text{I.9})$$

μ_0 est la viscosité pour un cisaillement nul, μ_{∞} est la viscosité pour un cisaillement infini, λ est une constante de temps telle que $\frac{1}{\lambda}$ détermine un cisaillement critique à partir duquel la viscosité diminue fortement avec le taux de déformation et n est l'indice de l'écoulement du fluide

- **Le modèle de Cross [16]** : peut être exprimé par la relation suivante :

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \frac{1}{[1 + (\lambda \dot{\gamma})^m]} \quad (\text{I.10})$$

- **Le modèle de Carreau-Yasuda** : ce modèle constitue un intermédiaire entre ceux de Cross et de Carreau et s'exprime par :

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = [1 + (\lambda \dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{n}} \quad (\text{I.11})$$

Le paramètre a permet de généraliser les modèles de Cross ($a=1$) et de Carreau ($a=2$). Ce modèle à cinq paramètres offre une description précise du comportement rhéologique de nombreuses solutions polymères.

- **Le modèle d'Ellis** : tiennent en compte des plateaux de la viscosité à cisaillement nul est infini et s'exprime par :

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \frac{1}{1 + (\lambda_2 \sigma)^n} \quad (\text{I.12})$$

- **Le modèle de Casson** : utilisé pour caractériser les fluides à seuil et s'exprime par :

$$\sqrt{\sigma} = \sqrt{\sigma_y} + \sqrt{\mu_{pl} \cdot \dot{\gamma}} \quad (\text{I.13})$$

I.4 Recherche bibliographique

I.4.1 Etude antérieure sur la convection mixte dans des cavités circulaire

Dans une convection mixte, plusieurs études importantes ont été réalisées à cause de la facilité de sa réalisation, son efficacité et moins couteuse. Dans ce qui va suivre on s'intéresse qu'aux travaux relatifs avec la convection mixte.

Aboud et al. [1] ont étudié l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur par convection mixte d'une cavité circulaire remplie de nanofluide non newtonien (Cu – eau) avec un champ magnétique, ils ont étudié numériquement pour un phénomène bidimensionnel, en régime permanent, incompressible, écoulement laminaire en utilisant la méthode des éléments finis Galerkin (GFEM). Le nombre de Prandtl ($Pr=6.2$) et le nombre de Grashof ($Gr=100$) est supposé constant, alors que le nombre de Rishardson varie entre $0 \leq Ri \leq 1$, le nombre de Hartman varie entre $0 \leq Ha \leq 60$, l'indice de la loi de puissance est entre $0.2 \leq n \leq 1.4$, et la fraction volumique est entre $0 \leq \varphi \leq 1$. L'enceinte est constituée d'un cylindre rotatif externe qui est maintenu à une température froide (T_f) et un cylindre intérieur à une température chaude (T_c). Le rapport de diamètre circulaire intérieur par rapport à la longueur de l'espace annulaire est maintenu constant à 2. Les résultats montrent que le flux augmente avec l'augmentation de l'indice de loi de puissance, même jusqu'à $n=1$, ce qui amène le fluide à comporter comme un fluide newtonien. Le champ magnétique a un impact critique sur le modèle d'écoulement des fluides. Le nombre de Nusselt moyen augmente avec la diminution du nombre de Rishardson, en raison de l'amélioration du transfert de chaleur par convection forcée.

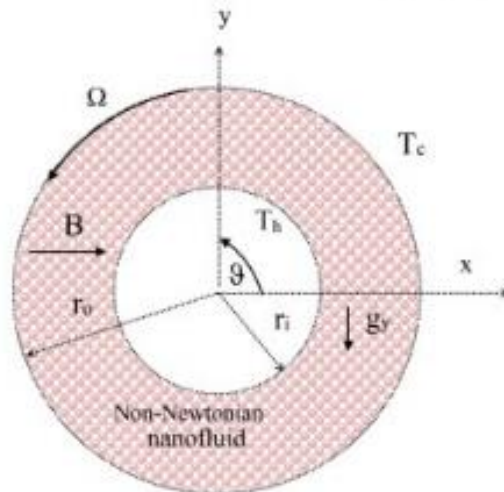


Figure I. 2:Schéma simplifié du système physique dans la présente étude [1].

H. Laidoudi et H. Ameer [2] ont étudié numériquement la convection mixte entre deux cylindres circulaires en rotation, sous disposition horizontale. Les cylindres ont une position concentrique avec un rapport de blocage de $d/D=2.5$. L'espace annulaire est complètement rempli de fluide de loi de puissance non newtonien. La surface du cylindre intérieur est chaude alors que la surface de l'extérieur est froide. Trois cas sont étudiés : dans le premier, le cylindre intérieur possède une vitesse de rotation constante, tandis que le cylindre extérieur est complètement fixe ; le deuxième cas : les deux cylindres sont tournant dans le même sens et à la même vitesse de rotation ; dans le dernier cas, les deux cylindres tournent en directions opposées à une vitesse de rotation similaire. Tous les cas étudiés sont examinés pour différentes valeurs de Reynolds ($Re=1-10$) nombre de Richardson ($Ri=0-3$) et l'indice de loi de puissance ($n=0.6-1.6$) au nombre de Prandtl ($Pr=50$). Voici quelques points importants comme résultats, le premier et dernier cas sont optimaux pour les applications de refroidissement. Le deuxième cas, ou les deux cylindres tournent dans la même direction, est optimal pour les applications d'isolation. Et le paramètre rhéologique n est très significatif dans le premier et dernier cas, mais n'a aucun effet dans le deuxième cas.

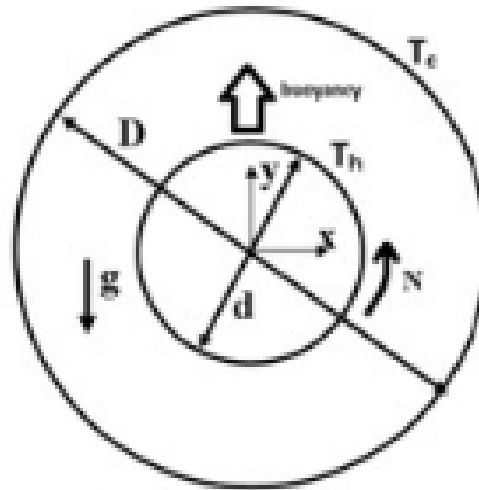


Figure I. 3:schéma de l'espace annulaire étudié [2].

T. Tayebi et F. Hakan [3] : ont étudié une analyse numérique de la production d'entropie due à la convection naturelle dans un passage annulaire entre des cylindres elliptiques horizontaux est réalisée. Un nanofluides hybride AL_2O_3 -Cu/eau est utilisé comme fluide de test. L'écoulement est induit par un gradient de température entre un cylindre elliptique interne chauffé uniformément et un cylindre elliptique externe froid. Les équations fondamentales du régime laminaire permanent, pour un fluide newtonien incompressible sous l'approximation de boussinesq, sont formulées en coordonnées elliptiques et discrétisées par la méthode des volumes finis à l'aide d'un code FORTRAN développé en interne. L'étude examine l'influence du nombre de Rayleigh et de la fonction volumique des nanoparticules hybride sur les caractéristiques thermo-hydrodynamiques. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Rayleigh au l'ajout de nanoparticules hybrides dans l'eau pure intensifie l'écoulement convectif naturel et le transfert thermique, tout en augmentant la production d'entropie thermique et frictionnelle. À faible nombre de Rayleigh, l'entropie est principalement due aux irréversibilités thermiques, tandis qu'à des valeurs élevées, l'irréversibilité frictionnelle devient prédominante.

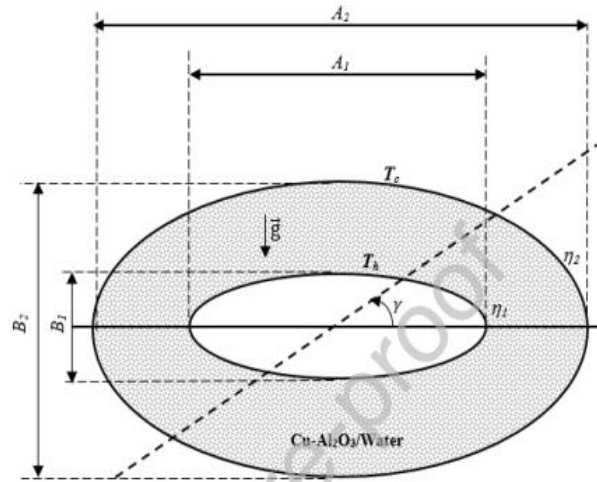


Figure I. 4: Géométrie physique et conditions aux limites [3].

Yulin Ma et M. Jamiata [4] : dans cette étude numérique, l'écoulement en convection naturelle entre plusieurs tubes chauds et froids différentiels placés dans un espace confiné entre deux cylindres coaxiaux horizontaux adiabatiques, rempli de trois types de nanofluides, est analysé. L'effet de divers paramètres, notamment la position des sources et puits de chaleur, le nombre de tubes, le nombre de Rayleigh (Ra), la concentration volumique (ϕ) et le type de nanoadditifs, sur les isothermes, les lignes de courant, la fonction de courant et le nombre de Nusselt moyen (Nu), est étudié. Les équations gouvernantes sont résolues numériquement en utilisant la méthode des volumes finis basée sur le contrôle de volume. L'algorithme semi-implicite method for Pressure-Linked Equation (simple) est employé pour le couplage pression-vitesse. Les résultats obtenus montrent que l'utilisation d'un nanofluide améliore considérablement le transfert thermique dans la cavité étudiée. Pour toutes les configurations examinées avec deux cylindres, la configuration à 30° présente les valeurs de Nu les plus élevées, suivie des configurations à $60^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ et 180° , respectivement. Pour les configurations avec trois cylindres, le classement des valeurs de Nu , du plus élevé au plus bas, est respectivement : cas 2C, cas 2A et cas 2B. Enfin, pour les configurations avec quatre cylindres, la valeur maximale de Nu est observée pour les cas 3B, tandis que la valeur minimale est obtenue pour les cas 3A.

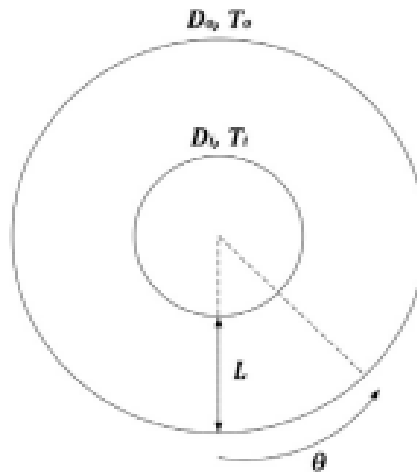


Figure I. 5: schéma du passage annulaire chauffé [4].

H. Mihoubi et T. Tayebi [5] : ont réalisé une étude numérique basée sur l'analyse de la convection naturelle laminaire dans un échangeur de chaleur annulaire cylindrique concentrique est menée. Le fluide de travail est confiné entre deux cylindres horizontaux concentriques maintenus à des températures uniformes différentes. Les équations gouvernantes de l'écoulement (continuité, quantité de mouvement et énergie) sont résolues numériquement à l'aide de la méthode des volumes finis (FVM). L'étude est réalisée pour un nombre de Rayleigh compris entre (10^2 et 10^5) et une fraction volumique de nanoparticules variant de 0 à 12%. La conductivité thermique effective et la viscosité du mélange de nanofluides sont calculées respectivement à l'aide du modèle de Maxwell-Garnett (MG-model) et du modèle de Brinkman. Les résultats sont présentés sous forme d'isothermes, de structures d'écoulement et de distribution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique des nanoparticules d'argent. Les résultats obtenus sont discutés en détail et montrent un excellent accord avec les données de la littérature. Il est observé que l'intensité de l'écoulement et le transfert thermique augmentent avec l'accroissement de la fraction volumique de nanoparticules et du nombre de Rayleigh. De plus, l'efficacité thermique dépend du nombre de Rayleigh ainsi que de la fraction volumique des nanoparticules

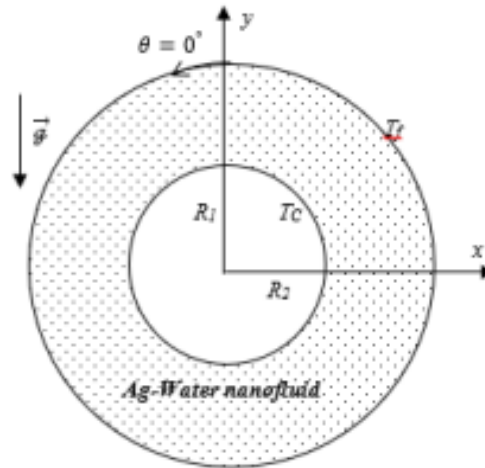


Figure I. 6: Géométrie avec condition aux limites [5].

T. Fusegi, F. Bakhtier et K. S. Ball [6] : ont conduit une étude expérimentale sur la convection mixte dans une cavité horizontale cylindrique dont le cylindre intérieur est chauffé et tournant dans le sens antihoraire, figure (I.6). Ils ont mis l'accent sur la vitesse d'écoulement et les caractéristiques du flux de transfert de chaleur. Les résultats ont été obtenus pour une gamme du nombre de Grashof allant de $1,39 \times 10^2$ à $1,39 \times 10^5$ avec des valeurs variables du paramètre de rotation u (de m à 1). Le nombre de Prandtl considéré était de 0,72.

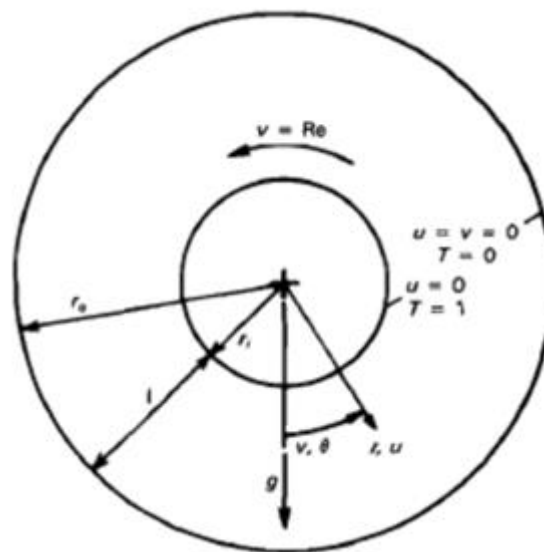


Figure I. 7: Modèle physique considéré [6].

M. Mirazaie et E. Lakzian [7] : L'étude numérique porte sur le transfert de chaleur par convection dans un anneau avec des sources thermiques par paires et cylindre circulaire intérieur en rotation. Un nanofluide Cu-eau est utilisé pour remplir l'espace entre les cylindres. Deux paires de sources thermiques (T_c et T_h) sont positionnées autour des cylindres intérieur et extérieur, tandis que les autres surfaces sont considérées adiabatiques. Les équations de gouvernance sont résolues sur un maillage computationnel non uniforme dans le cylindre en rotation, en utilisant l'approximation de boussinesq et en tenant compte de l'eau proche du point d'inversion de densité. La méthode des volumes finis est appliquée. L'étude analyse les effets de la vitesse angulaire adimensionnelle de rotation ($-700 \leq \omega \leq 700$), la fraction volumique des nanoparticules ($0.0 \leq \phi \leq 0.08$), la position des sources thermiques, la conductivité thermique et la viscosité dynamique. Le nombre de Rayleigh et le nombre Prandtl sont fixés à $Ra=10^5$ et $Pr=13.31$. Les résultats, validés par des études expérimentales et numériques antérieures, sont présentés sous forme de nombre de Nusselt moyen, de conductivité thermique et de viscosité dynamique. L'ajout de nanoparticules, la rotation du cylindre et la prise en compte des effets de boussinesq améliorent le taux de transfert thermique. L'augmentation de la vitesse angulaire et l'utilisation du nanofluide accroissent le transfert de chaleur. Enfin, les résultats indiquent que ces paramètres sont pertinents pour des applications industrielles et dans le domaine des réacteurs.

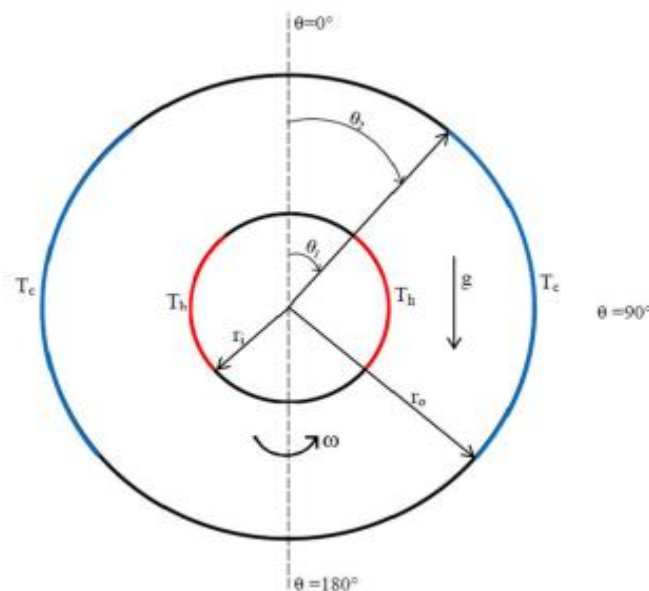


Figure I. 8: Géométrie et application du modèle d'anneau [7].

S. Rozati et M. Goodarzi [8] : cette étude analyse la physique des écoulements et le transfert thermique naturel du nanofluid eau/ag en utilisant la méthode des volumes finis (FVM). La fraction volumique des nanoparticules solides varie entre 0 et 6% dans une enceinte elliptique, soumise à des angles d'attaque compris entre 45° et 135° . L'objectif principal est de déterminer l'angle d'attaque optimal pour maximiser les performances de transfert thermique. Les résultats montrent qu'une augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une amplification de la force de flottabilité et une intensification des composantes de vitesse dans l'enceinte, modifiant ainsi la structure des lignes de courant selon l'angle d'attaque. L'accroissement du nombre de Rayleigh améliore la répartition thermique entre les sources chaude et froide. Les variations de l'angle d'attaque influencent la formation et l'intensité des gradients de température. Une élévation de l'angle d'attaque, notamment lorsque la chaleur est transférée vers la partie supérieure de l'enceinte, induit des gradients thermiques plus marqués en raison du déséquilibre de l'écoulement et du déplacement relatif des sources de chaleur. A $Ra=1 \times 10^3$, la diminution de la force de flottabilité et les variations de densité négligeables rendent le coefficient de frottement moyen insignifiant pour tous les angles étudiés. Lorsque l'angle d'attaque augmente (90° et 135°), la composant de vitesse tangentielle est affaiblie par la gravité, ce qui réduit les contraintes superficielles et l'adhésion du fluide à la paroi chaude.

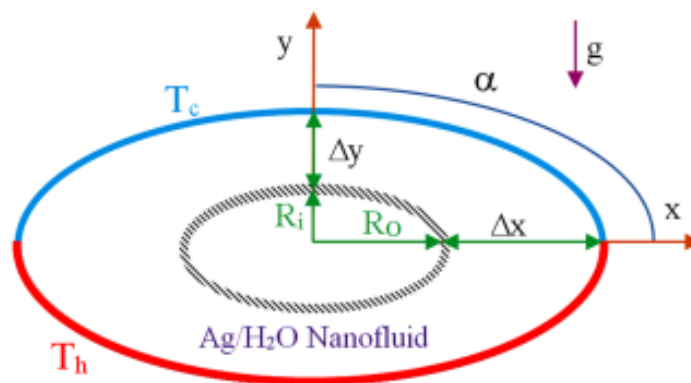


Figure I. 9:Schéma géométrique et paramètres dimensionnels étudiés de l'enceinte[8].

C. Ryad et S. Djamel, S. Adel et M. Smail [9] : ont fait un travail qui porte une étude numérique de la convection mixte doublement diffusive autour d'un anneau horizontal avec un cylindre interne muni d'ailettes. Les forces de flottabilité thermique et soluté sont maintenues en imposant des températures et des concentrations uniformes aux cylindres interne et externe. Les effets de flottabilité sont pris en compte via l'approximation de boussinesq. L'effet de convection forcée est induit par la rotation du cylindre externe avec une vitesse angulaire (ω) dans les sens antihoraire. L'étude est menée pour différentes combinaisons de nombres sans dimension, notamment le nombre de rapport de flottabilité (N), le nombre de Lewis (Le), le nombre de Richardson (Ri) et le nombre de Grashof (Gr). Les isothermes, les iso concentrations et les lignes de courant, ainsi que le nombre de Nusselt et de Sherwood moyens et locaux, ont été analysés. Un schéma des volumes finis est adopté pour résoudre les équations de transport de la continuité, de la quantité de mouvement, de l'énergie et du transfert de masse. Les résultats montrent que l'ajout d'ailettes sur le cylindre interne, combiné à la rotation du cylindre externe, améliore significativement les transferts de chaleur et de masse dans l'anneau.

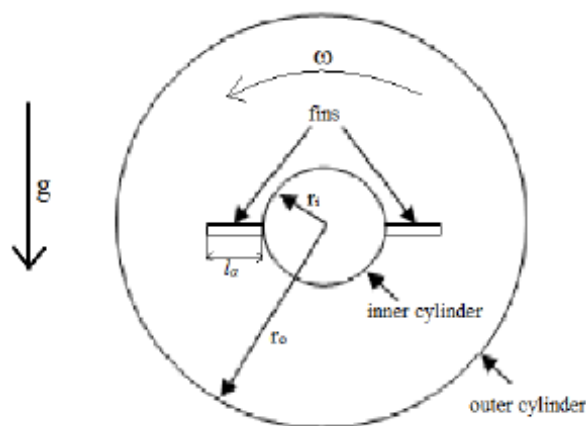


Figure I. 10:Modèle physique [9].

K. Khellaf et G.Lauriat [10] : ont étudié numériquement dans un court anneau vertical avec un cylindre interne chauffé et en rotation. Le cylindre externe refroidi est à l'arrêt et les plaques de fin horizontales sont supposées adiabatiques. L'effet de la viscosité non-newtonienne à fluage, modélisée par l'équation constitutive de Carreau décalée, est examiné. Les calculs ont été réalisés pour différentes valeurs de l'indice de flux et du nombre de Weissenberg, avec le nombre de Prandtl basé sur la viscosité à taux de cisaillement nul,

tandis que le rapport des rayons et le rapport hauteur écart sont maintenus constants. Les résultats montrent que l'effet de fluage réduit le facteur de frottement au niveau du cylindre en rotation et augmente le transfert de chaleur à travers l'espace annulaire. Il est également montré que la réduction de la viscosité apparente peut entraîner des écoulements oscillants, en particulier pour la convection forcée centrifuge.

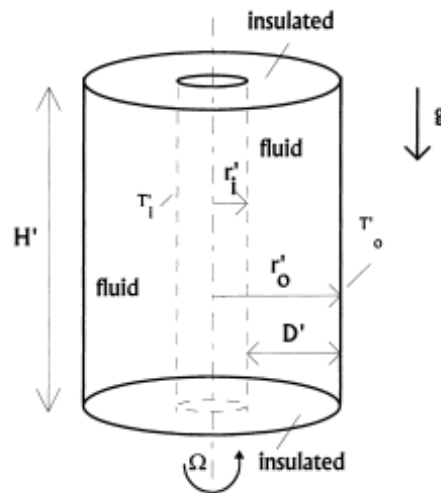


Figure I. 11:Schématisation du système [10].

J.S. Yoo [11] : ont conduit une étude numérique sur la convection mixte dans un espace annulaire entre deux cylindres concentriques (figure I.13). Le cylindre intérieur chaud tourne lentement dans le sens antihoraire avec une vitesse angulaire constante alors que le cylindre extérieur est supposé fixe. Les résultats sont obtenus pour divers combinaisons de Ra et Re et pour $Pr=0.7$. L'objectif de cette étude est d'enquêter sur l'effet de la force centrifuge (due à la rotation du cylindre intérieur) sur les caractéristiques de transfert de chaleur et les caractéristiques de l'écoulement à l'intérieur de l'anneau horizontal en régime de convection mixte.

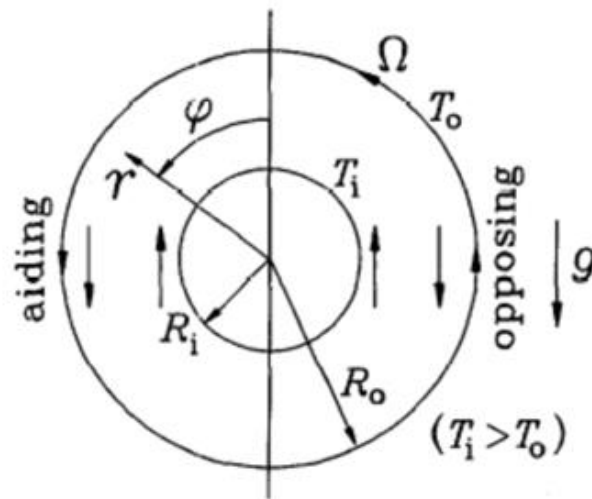


Figure I. 12:Modèle physique considéré par J. S. Yoo [11].

Hazar et al [12] : ont considéré l'écoulement dans un espace annulaire compris entre deux cylindres concentriques. Le cylindre extérieur étant refroidi et le cylindre intérieur étant chauffé, figure(I.14). La comparaison avec les résultats expérimentaux de Kuen et Goldstein montrent un bon accord. Les isothermes, les lignes de courant et le champ de vitesse ont été présentés pour $Ra=2.66 \times 10^4$.

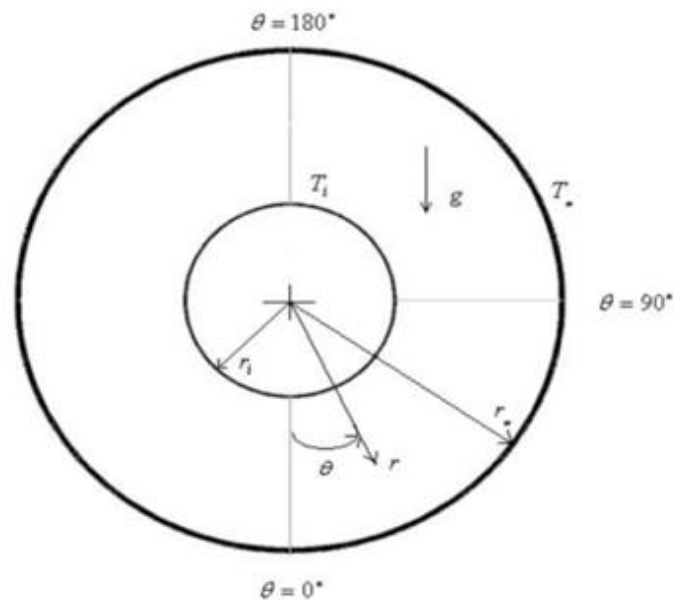


Figure I. 13:Modèle physique considéré [12].

M. Teamah [13] : ont considéré la convection mixte dans l'espace annulaire limité par deux cylindres coaxiaux en régime à double diffusion (thermique et massique). Le cylindre intérieur maintenu à une température chaude T_h tourne dans le sens antihoraire tandis que le cylindre extérieur immobile est à une température froide T_c figure (I.8). L'étude est conduite pour les $10^6 \geq Ra_T \geq 10^2$; $0,1 \leq Le \leq 10$. Dans cette étude le nombre de Prandtl, le nombre de Reynolds rotatif et le rapport des rayons sont maintenus constants et valent respectivement $Pr=0,7$; $Re=10^2$ et $r_e/r_i= 0,5$. Les résultats prévus pour les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens ont été corrélés en fonction du nombre de Lewis, du nombre de Rayleigh thermique et du rapport de flottabilité. Une comparaison a été faite avec les résultats disponibles dans la littérature et une bonne concordance est constatée.

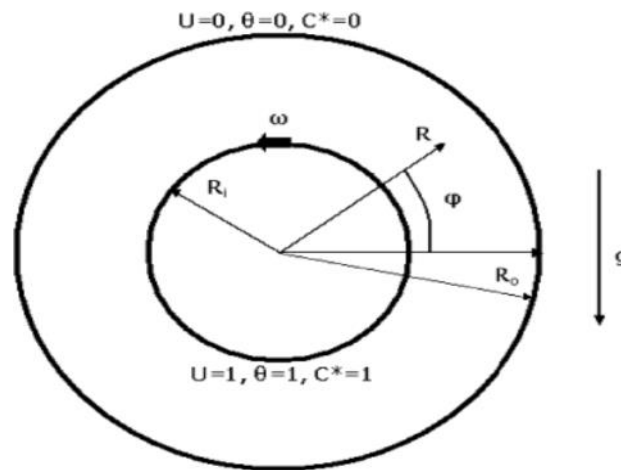


Figure I. 14:Schéma du problème considéré par Teamah [13].

Chapitre II

Position du problème et modèle mathématique

Chapitre II : Position du problème et modèle mathématique

II.1 Introduction

Le transfert de chaleur par convection entre deux cylindres concentriques à fait l'objet de nombreuse étude en raison de son large gamme d'application telle que les échangeurs de chaleur, les capteurs solaires, les réacteurs nucléaire, dans ce chapitre nous exposons les équations mathématique modélisant le problème traité dans notre étude.

II.2 Position du problème

Le dispositif physique étudié est représenté sur la **figure (II.1)**, l'écoulement est confiné dans l'entrefer, entre deux cylindres d'axe commun horizontal ($Z=0$) l'espace annulaire ($R = r_0 - r_i$) et délimité par un cylindre interne de rayons ($r_i = 40\text{mm}$) et de vitesse angulaire(ω), le cylindre externe à un rayon ($r_0 = 100\text{mm}$) et de vitesse angulaire nulle, la paroi du cylindre intérieur et extérieur sont maintenant à des températures (T_c, T_f) respectivement.

Dans cette étude, on se propose d'analyser le transfert de chaleur dans un espace annulaire coaxial, il s'agit alors d'étudier la convection mixte, afin de prédire l'influence de certains paramètres physique comme le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof, l'indice d'écoulement et le nombre de Carreau sur le comportement dynamique et thermique du fluide. La modélisation mathématique de problème et basé sur les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvements et de l'énergie afin de formuler un modèle de comportements proche du système étudié on doit introduire des hypothèses.

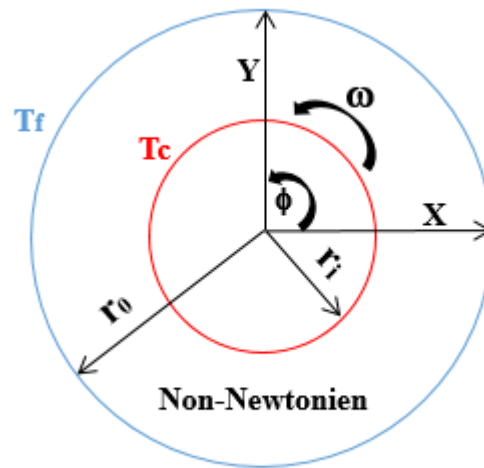


Figure II. 1: Domaine physique étudié.

II.2.1 Hypothèses simplificatrices

Pour simplifier la formulation du modèle mathématique, nous adopterons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le fluide est non-newtonien et incompressible.
- Le régime d'écoulement est laminaire.
- L'écoulement est stationnaire et bidimensionnel.
- La dissipation visqueuse est négligeable.
- Les propriétés physiques de fluide sont constantes ; sauf la masse volumique (ρ), qui obéit l'approximation de Boussinesq dans le terme de la pisée d'Archimède, est sa variation en fonction de la température est donnée comme suit :

$$\rho(T) = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.1})$$

II.3 Equations gouvernants du problème

Pour résoudre les équations différentielles décrivant le comportement thermique et dynamique du fluide étudié, nous utilisons un modèle mathématique basé sur les équations de Navier-stokes et de l'énergie.

II.3.1 Forme dimensionnelle des équations

- **Equation de conservation de la masse** (Equation de continuité)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.2})$$

- **Equation de conservation de quantité de mouvement**

$$\text{Selon OX : } u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right) \quad (\text{II.3})$$

$$\text{Selon OY : } u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right) + \rho g \beta \Delta T \quad (\text{II.4})$$

- **Equation de l'énergie**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.5})$$

$$\text{Avec : } \alpha = \frac{\lambda}{(\rho c_p)} \quad (\text{II.6})$$

Dans ce qui suit, nous considérons le fluide comme un fluide non-newtonien

La viscosité du fluide est modélisée à l'aide du modèle de carreau :

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (\text{II.7})$$

Les paramètres μ_0 , μ_∞ , λ , n et $\dot{\gamma}$ représentent des propriétés rhéologiques essentielles du fluide, plus précisément :

- μ_0 et μ_∞ sont respectivement les viscosités aux taux de cisaillement nul et infini
- λ désigne la constante de temps caractéristique, correspondant à l'inverse du taux de cisaillement auquel le fluide passe d'un comportement newtonien à un comportement suivant la loi de puissance.
- n est l'indice de comportement rhéologique définissant la nature du fluide.
- $\dot{\gamma}$ représente le taux de cisaillement.

L'indice de comportement n joue un rôle crucial dans la caractérisation du fluide

- Pour ($n=1$), le fluide se comporte comme un fluide newtonien avec une viscosité constante.

- Pour ($n > 1$), la viscosité apparente augmente avec le taux de cisaillement, indiquent un fluide dilatant (épaississant sous cisaillement).
- Pour ($0 < n < 1$), la viscosité apparente diminue avec le taux de cisaillement, caractérisant un fluide pseudo plastique (fluidifiant sous cisaillement).

II.3.2 Conditions aux limites

$r=r_i$	$0 < \phi < 360$	$u=\omega r_0 \sin \phi, v=\omega r_0 \cos \phi$	$T=T_c$
$r=r_0$	$0 < \phi < 360$	$u=v=0$	$T=T_f$

Tableau II. 1 : Conditions aux limites.

II.3.3 Forme adimensionnelles des équations et des conditions aux limites

L'adoption de variables adimensionnelles dans les équations gouvernantes offre un cadre plus robuste et universel pour l'analyse des phénomènes physiques. Les variables adimensionnelles suivantes sont introduites :

$$X = \frac{x}{R}, Y = \frac{y}{R}, U = \frac{u}{\omega r_0}, V = \frac{v}{\omega r_0}, P = \frac{p}{\rho \omega^2 r_0^2}, \theta = \frac{T-T_c}{T_f-T_c}, \bar{r}_0 = \frac{r_0}{R}, \bar{r}_1 = \frac{r_1}{R}, \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (\text{II.8})$$

Ou : $R = r_0 - r_i$

Le système d'équations adimensionnelles s'écrit comme suit :

- **Equations de conservation de la masse** (équation de continuité)

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.9})$$

- **Equation de conservation de quantité de mouvement**

$$\text{Selon OX : } U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}^2} \left(2 \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\mu} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\bar{\mu} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right) \quad (\text{II.10})$$

$$\text{Selon OY : } U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}^2} \left(2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(\bar{\mu} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\mu} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta \quad (\text{II.11})$$

- **Equation de l'énergie**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II.12})$$

II.3.4 Condition aux limites adimensionnelles

$\bar{r} = \bar{r}_1$	$0 < \varnothing < 360$	$U = \omega \bar{r}_0 \sin \varnothing$ $V = \omega \bar{r}_0 \cos \varnothing$	$\theta = 1$
$\bar{r} = \bar{r}_0$	$0 < \varnothing < 360$	$U = V = 0$	$\theta = 0$

Tableau II. 2 : Condition aux limites adimensionnelles.

La viscosité adimensionnelle est :

$$\bar{\mu} = S + (1 - S)[1 + Ca^2 \dot{\gamma}^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (\text{II.13})$$

Les paramètres adimensionnels, à savoir le nombre de Reynolds (Re), le nombre de Grashof (Gr) et le nombre de Prandtl (Pr), sont définis en fonction de la viscosité du fluide à un taux de cisaillement nul.

$$\text{Nombre de Reynolds :} \quad \mathbf{Re} = \frac{\rho \omega r_0 R}{\mu_0} \quad (\text{II.14})$$

$$\text{Nombre de Grashof thermique :} \quad \mathbf{Gr} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T R^3}{\mu_0^2} \quad (\text{II.15})$$

$$\text{Nombre de Prandtl :} \quad \mathbf{Pr} = \frac{\mu_0}{\rho \alpha} \quad (\text{II.16})$$

$$\text{Nombre de Carreau :} \quad \mathbf{Ca} = \frac{\lambda \omega r_0}{R} \quad (\text{II.17})$$

$$\text{Rapport entre la viscosité infini et nul:} \quad \mathbf{S} = \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \quad (\text{II.18})$$

$$\text{Les valeurs locales de (Nu) sont données par :} \quad \mathbf{Nu} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_{r=r_0} \quad (\text{II.19})$$

Nombre de Nusselt moyenne spatialement est défini comme :

$$\bar{\mathbf{Nu}} = \frac{1}{A} \int \left(\frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_{r=r_0} dA \quad (\text{II.20})$$

II.4 Méthode Numérique

La résolution des équations de conservation précédemment introduites repose sur des équations aux dérivées partielles (E.D.P) non linéaires décrivant l'écoulement du fluide. Lorsque leur solution analytique devient impossible, on utilise des méthodes numériques spécifiques. A cette étape, le principe de discrétisation est appliqué, transformant l'équation différentielle en un système d'équations algébriques non linéaires. Ces équations traduisent les propriétés discrètes du fluide en chaque nœud du domaine étudié. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation des équations aux dérivées partielles, parmi lesquelles :

- La méthode des différences finies
- La méthode des éléments finis
- La méthode des volumes finis

II.4.1 Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis a été décrite par **Patankar** en 1978 et publiée pour la première en 1980. Il s'agit d'une technique de discrétisation qui transforme les équations de conservation aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques non linéaires, pouvant ensuite être résolu numériquement. Cette méthode repose sur l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle, garantissant ainsi la conservation des grandeurs physiques à l'échelle locale. Elle se distingue par sa fiabilité, son capacité à traiter des géométries complexes et son respect des principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement.

Tout scalaire transportable peut être conservé sur chaque volume de contrôle dans l'ensemble du domaine de calcul, ce qui distingue cette approche des autres méthodes numériques.

CHAPITRE III

Résultats et discussions

Chapitre III : Résultats et discussions

III.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à l'exposition des résultats de nos simulations numériques obtenus dans le cadre de l'analyse de la convection mixte dans une cavité circulaire avec un cylindre intérieure tournant chauffé. L'objectif principal est d'examiner l'influence de la variation de certains paramètres tels que l'effet du nombre de Reynolds (Re), l'effet du nombre de Grashof (Gr), l'effet du nombre de Carreau (Ca) et l'indice d'écoulement (n). Les résultats de nos simulations sont présentés sous forme de lignes de courant, et ligne d'isothermes et du nombre de Nusselt moyen ainsi que les profils de température.

III.2 Choix de maillage

Afin de déterminer un maillage adéquat pour la simulation numérique, une cavité circulaire remplie d'eau, contenant un cylindre intérieur chauffé de rayon ($r_i=40$ mm). Ce cylindre interne est soumis à une rotation.

Dans le cadre de cette analyse, plusieurs maillages uniformes composés respectivement de (6638, 10930, 21775, 31103, et 48552 nœuds) ont été considérés, afin d'évaluer l'influence de la densité du maillage sur les résultats numériques, notamment en ce qui concerne le transfert thermique au niveau de la surface chauffée.

Cette étude de maillage vise à mettre en évidence l'indépendance des résultats vis-à-vis du raffinement, permettant ainsi de sélectionner un maillage optimisé assurant un bon compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul. Les valeurs moyennes du nombre de Nusselt obtenus pour différents cas à l'aide des diverses grilles sont présentées dans la (**Figure III.1**) en ressort que le maillage comportant (21775 nœuds) est suffisamment raffiné pour garantir la convergence et la fiabilité des résultats numériques, on observe que à partir de (21775 nœuds) les profils de Nusselt local sont identique, les résultats de Nusselt moyen sont présenté sur le (**Tableau III.1**) on remarque que les valeurs de Nusselt moyen à partir de (21775 nœuds) reste constante.

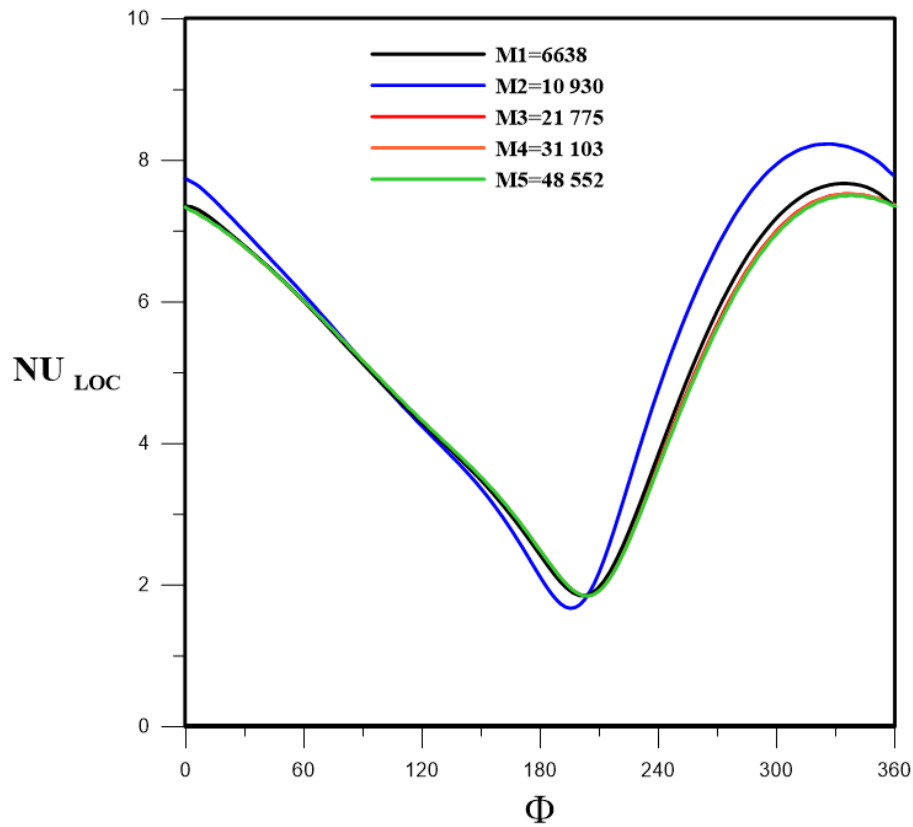


Figure III. 1: L'influence du maillage sur le nombre de Nusselt local.

Nombre de nœuds	M1 6638	M2 10 930	M3 21 775	M4 31 103	M5 48 552
Nu_{moy}	5.175	5.145	5.122	5.118	5.114

Tableau III. 1 : Nusselt moyen pour différents maillages considérés.

III.3 Validation

La validation du code de calcul a été réalisée en comparant nos résultats obtenus avec celle de **Abou nada [18]** qui a été réalisée sur l'amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle dans les anneaux concentriques horizontaux sous forme des lignes d'isothermes pour un nombre de Rayleigh ($Ra = 10^3$) et ($Ra = 10^5$).

On remarque que les formes des lignes d'isothermes obtenues par nos simulations sont en concordance avec celle de **Abou nada [18]**, la comparaison de ces résultats avec nos simulations est présentée sur la (**figure III.2**).

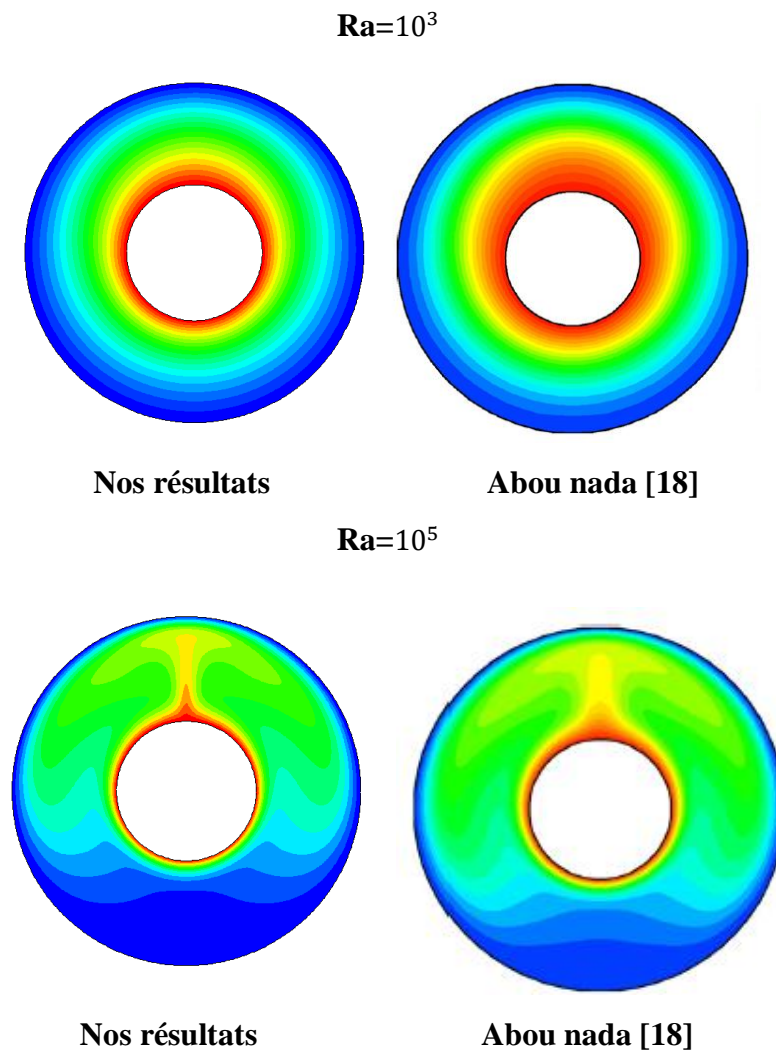


Figure III. 2: comparaison des lignes d'isothermes.

III.4 Effet du nombre de Reynolds

L'effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courants et les isothermes en utilisant les paramètres suivants ($Gr=100$, $Ca=3.3$, $n=0.5$).

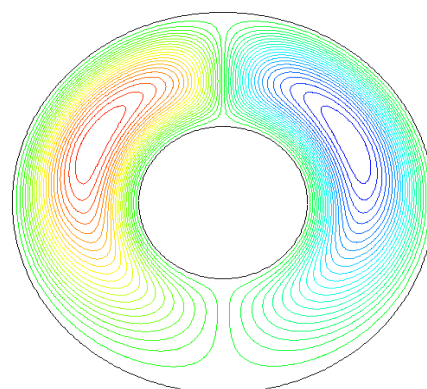
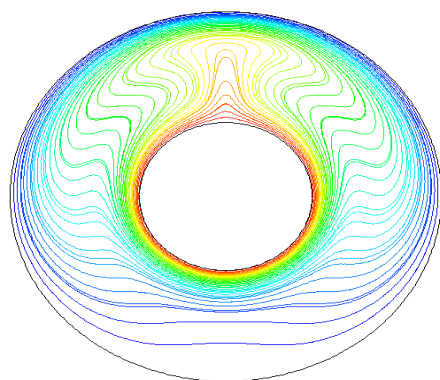
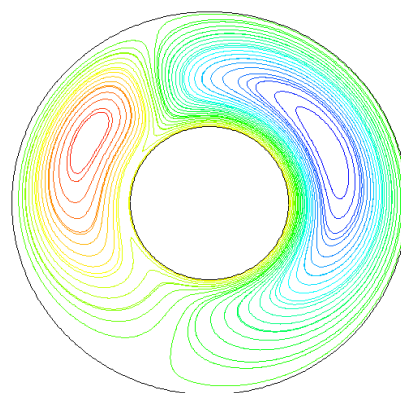
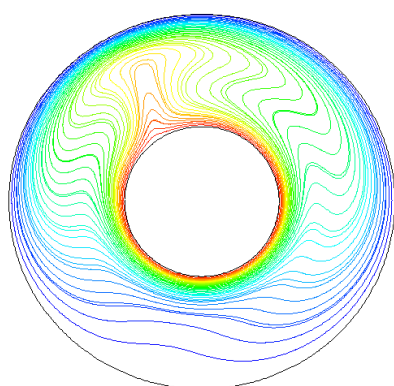
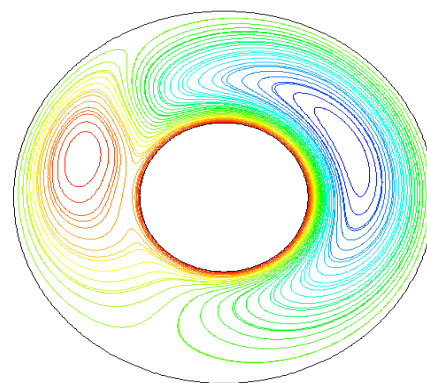
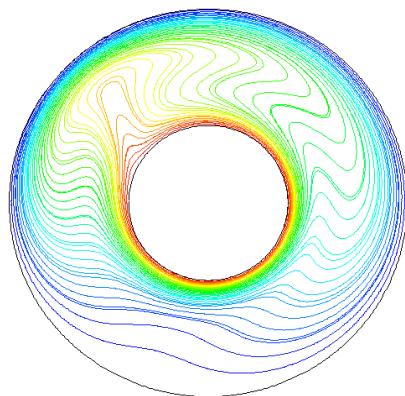
Pour ($Re=0$) l'écoulement induit par la force d'inertie joue un rôle plus important, Les lignes de courant et isothermes présentant une symétrie parfaite autour de l'anneau central. Le transfert thermique s'effectue principalement par diffusion, sans perturbation convective. La distribution des isothermes est régulière et concentrique. Pour ($Re=70$) une légère asymétrie apparaît dans les structures d'écoulement comparativement au cas $Re=0$ on observe une distorsion émergente des lignes isothermes, indiquant l'émergence des effets convectifs. Le transport de chaleur commence à être influence par le mouvement de fluide, mais reste proche du régime diffusif. Par contre $Re=140$ L'asymétrie est significativement accrue par rapport aux cas précédents. Les lignes de courant montrent une déformation plus prononcée, est les isothermes sont davantage compressées dans certaines régions. Ce phénomène traduit l'augmentation du transport convectif qui commence à dominer la diffusion thermique, la comparaison avec $Re=70$ révèle une intensification des gradients thermiques. Pour ($Re=280$) la distorsion des structures devient très marquée. Par rapport à $Re=140$, les lignes de courant présentent des déformations plus importantes, les isothermes sont fortement compressées dans les régions de fort écoulement, illustrant la prépondérance du transport convectif sur la diffusion thermique. Et pour ($Re=420$) L'augmentation du nombre de Reynolds s'accompagne de l'émergence de structures thermiques supplémentaires au sein du la cavité, on observée éventuellement l'apparition de zones de recirculation, la distribution des isothermes est radicalement différente de celle observée aux faibles Reynolds, avec des gradients thermiques très localisés et intenses.

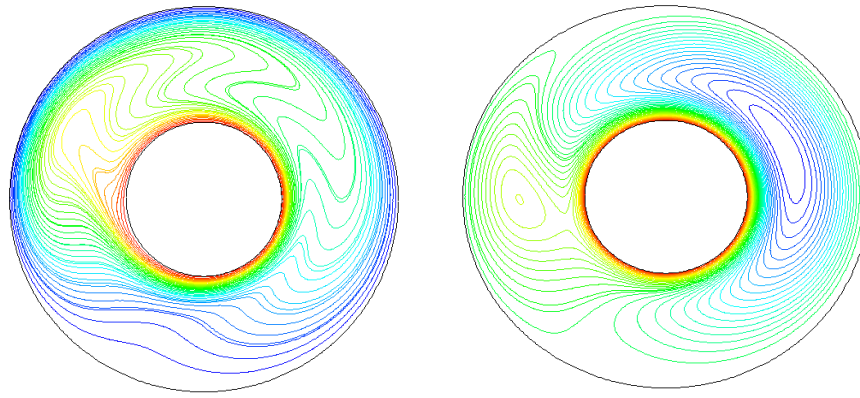
En conclusion l'augmentation progressive du nombre de Reynolds transforme fondamentalement la nature du transport thermique ,passant d'un régime diffusif($Re=0$) a un régime fortement convectif ($Re=420$), avec une transition continue visible à travers les cas intermédiaires , dans cette situation les tourbillons existant à la gauche de l'espace annulaire, disparaissent et l'intensité des forces de flottabilité sur les contours de la température est réduite considérablement, cela amène à changement de forme des tourbillons.

Dans ce cas, la rotation du cylindre intérieur à différente vitesse angulaire (ω) est la seule cause de l'écoulement du fluide autour de cylindre intérieure, les résultats sont Présentée sur la (**Figure III.3**).

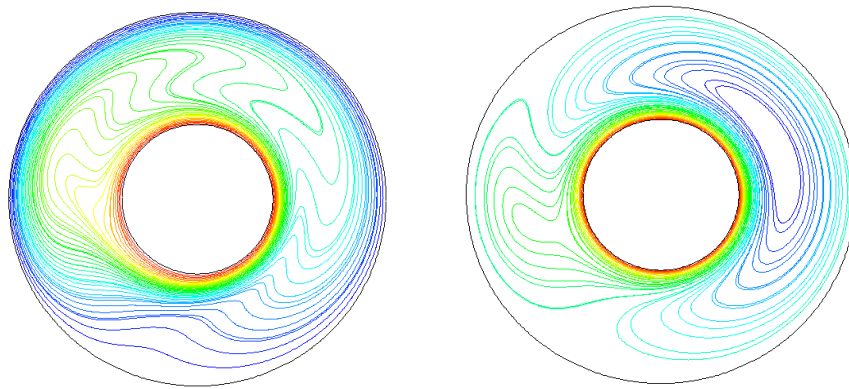
Les isothermes

Ligne de courant

 $Re=0$  $Re=70$  $Re=140$



Re=280



Re=420

Figure III. 3: Comparaison des lignes de courants et les isothermes pour différent nombre de Reynolds (Re) : Gr=100, Ca=3.3 et n=0.5.

Les résultats de la (**Figure III.4**) montrent l'évolution de la température dans les directions ($\Phi = 0, \Phi = 90, \Phi = 180$) tel que le nombre de Grashof (Gr=100) et pour différent nombre de Reynolds (Re=70, Re=140, Re=280, Re=420). Pour ($\Phi = 0$), on observe que les profils de température diminuent avec l'augmentation du nombre de Reynolds, les courbes présentent une diminution rapide suivie d'un léger creux avant de redescendre et l'écart entre les courbes est plus prononcé pour les valeurs proches du cylindre chauffé. Pour ($\Phi = 90$), les profils montrent une forme plus complexe avec une diminution dans le profil de température, l'augmentation du nombre de Reynolds entraîne un décalage vertical des courbes de température. Et pour ($\Phi = 180$), le profil de température est significativement différent des deux autres angles ($\Phi = 0, \Phi = 90$). Pour (Re=420), on constate une légère augmentation de la

température, probablement due à l'élévation de température dans l'espace entre les deux cylindres, et les courbes présentent une pente plus forte qu'à ($\Phi = 0$).

Dans cette partie démontre que l'effet du nombre de Reynolds sur le profil de température varie considérablement selon l'angle considéré. L'augmentation du (Re) modifie les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique autour de cylindre.

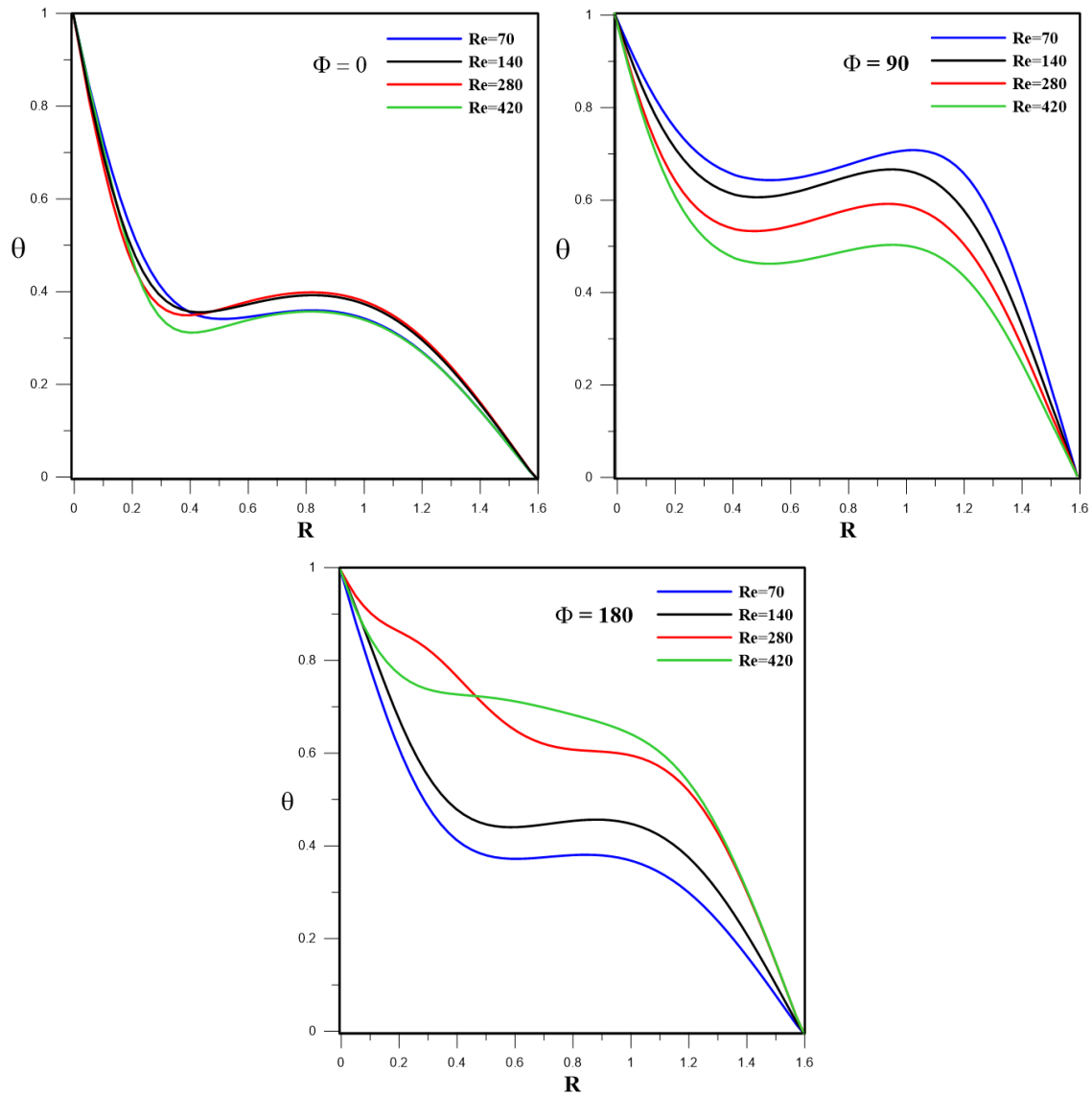


Figure III. 4: Effet de Reynolds sur les profils de température pour différent angle (Φ) : $Gr=100$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.

La (**figure III.5**) montre l'évolution des profils de température en fonction de (R) pour différentes valeurs de l'angle (Φ) et différentes valeurs du nombre de Reynolds ($Re=70$, $Re=140$, $Re=280$, $Re=420$).

Lorsque le nombre de Reynolds augmente de (70 à 420), on observe que la variation de température devient plus marquée près de cylindre intérieur, Pour ($\Phi = 0$) et ($\Phi = 180$), les profils de température deviennent plus étirés et plus uniformes et à mesure que le nombre de Reynolds (Re) augmente. Cela indique un transfert thermique plus efficace due à l'influence croissante de la convection

A (Re) plus élevés, les différences entre les profils selon l'angle (Φ) deviennent plus significatives, notamment à ($\Phi = 180$) ou le profil conserve une température plus élevée. Globalement, une augmentation de Re entraîne une amélioration du transfert thermique par convection, réduisant la température plus rapidement.

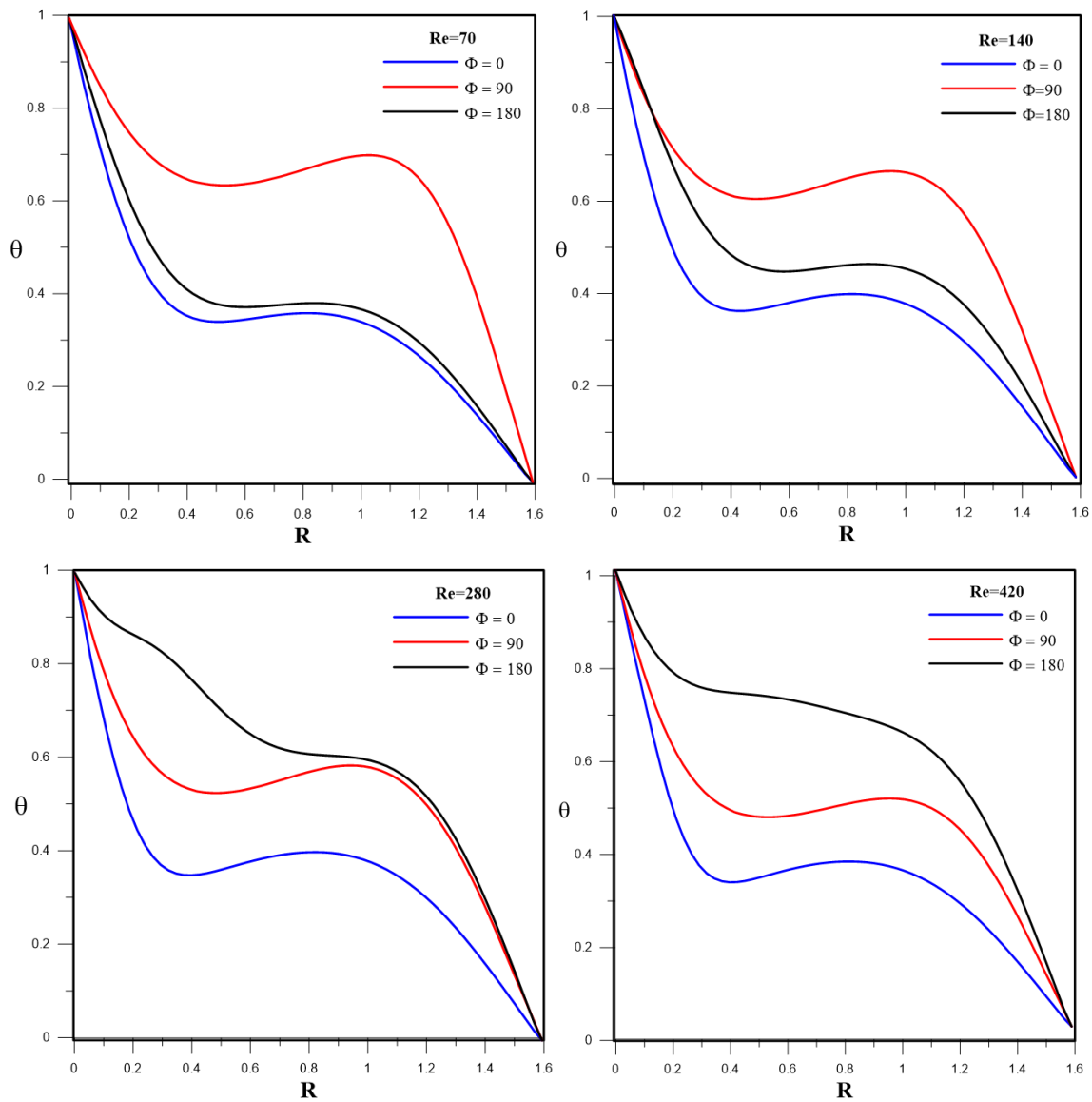


Figure III. 5: Profils de température dans différentes positions de (Φ) pour différents nombres de Reynolds : $Gr=100$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.

Dans cette étape (**Figure III.6**), nous avons étudié l'influence du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local, en maintenant constant le nombre de Grashof ($Gr=100$). Le nombre de Reynolds a été varié selon les valeurs suivantes ($Re=70$, $Re=140$, $Re=280$, $Re=420$), dans le but de mettre en évidence les effets de la flottabilité. Les différentes représentations montrent qu'une augmentation du nombre de Reynolds améliore les échanges thermiques au niveau du cylindre intérieur et intensifie ainsi les transferts de chaleur, et le nombre de Nusselt augmente avec l'élévation du nombre de Reynolds de $Re=70$ jusqu'à $Re=140$ puis il diminue.

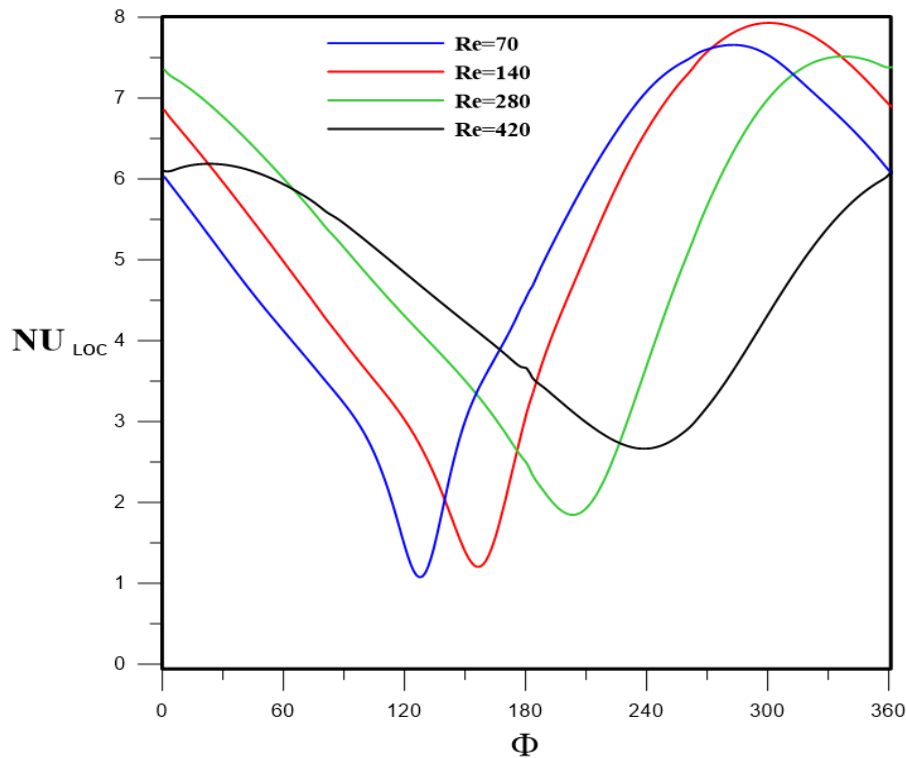


Figure III. 6: Variation de nombre de Nusselt local sur le cylindre intérieur pour différents nombres de Reynolds: $Gr=100$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.

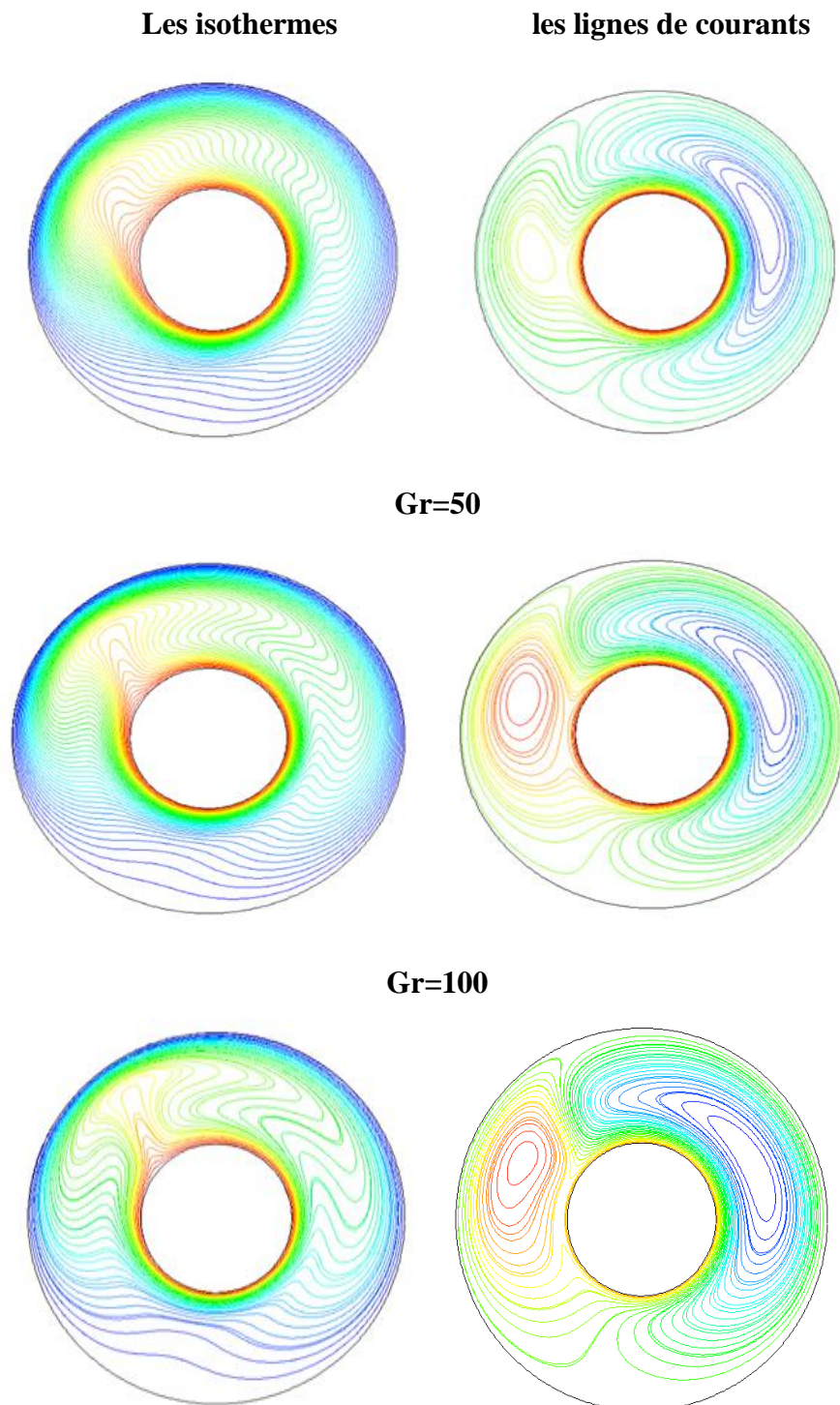
III.5 Effet du nombre de Grashof

Le nombre de Grashof (Gr) permet d'évaluer l'intensité des effets de flottabilité par rapport à l'écoulement (**figure III.7**).

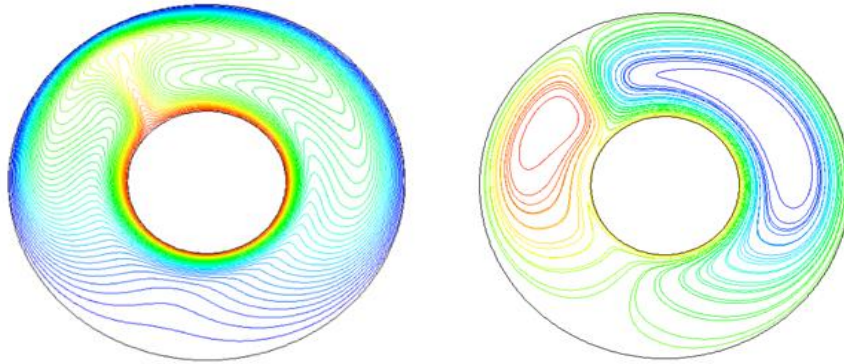
Pour ($Gr=50$) les lignes de courants suivent un schéma circulaire uniforme autour du cylindre intérieur, traduisant un écoulement laminaire contrôlé par la rotation ou la circulation imposée. Les isothermes sont quasi concentriques, suggérant un transfert thermique principalement convectif avec une légère conduction. Pour ($Gr=100$) les lignes de courants montrent une légère déformation, notamment dans la région supérieure, Les isothermes commencent à s'étirer verticalement, cela signifie que la variation de la température joue un rôle très important sur la distribution des lignes des isothermes. Pour ($Gr=150$) la symétrie des lignes de courant devient significative et les isothermes présentent une déformation importante, indiquant une convection thermique plus intense. Et pour ($Gr=200$) les lignes de courants présentent des perturbations claires, avec la formation de cellules de recirculation, surtout dans les zones où la force de flottabilité agit en opposition

avec l'écoulement imposé, les isothermes sont fortement déformées, indiquant une forte influence de l'écoulement thermique sur la distribution de la température.

Cette évaluation illustre parfaitement le rôle du nombre de Grashof qui représente le rapport entre les forces de flottabilité et les forces visqueuse. Lorsque Gr augmente, la convection naturelle devient dominante par rapport à la conduction thermique, ce qui provoque une déformation progressive des champs d'écoulement et de température.



Gr=150



Gr=200

Figure III. 7: comparaison les lignes de courants et les isothermes pour différent nombre de Grashof : $Re=140$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.

Dans cette partie, nous avons étudié l'influence du nombre de Grashof sur les profils température pour différent angle ($\Phi = 0$, $\Phi = 90$, $\Phi = 180$), en maintenant constant les paramètres suivantes ($Re=140$, $Ca=3.3$, $n=0.5$).

On remarque que lorsque Gr augmente, la température diminue globalement pour tous les angles, cela s'explique par le fait qu'un Grashof plus élevé renforce la convection naturelle, ce qui améliore le transfert de chaleur

A ($\Phi = 0$) la température chute fortement au début, puis présente une légère remontée avant de diminuer progressivement. L'effet de Gr devient plus visible dans la deuxième moitié du domaine. Pour ($\Phi = 90$) la distribution de température est plus irrégulière, avec des variations plus marquées, surtout pour les faibles valeurs de Gr. Enfin, a ($\Phi = 180$) la température diminue de façon continue dès le début, et l'effet de l'augmentation de Gr est très prononcé.

En résumé, plus Gr est élevé, plus le refroidissement est important, et l'angle d'inclinaison(Φ) modifie la manière dont la chaleur est évacuée. Les résultats sont présenter sur la (Figure III.8).

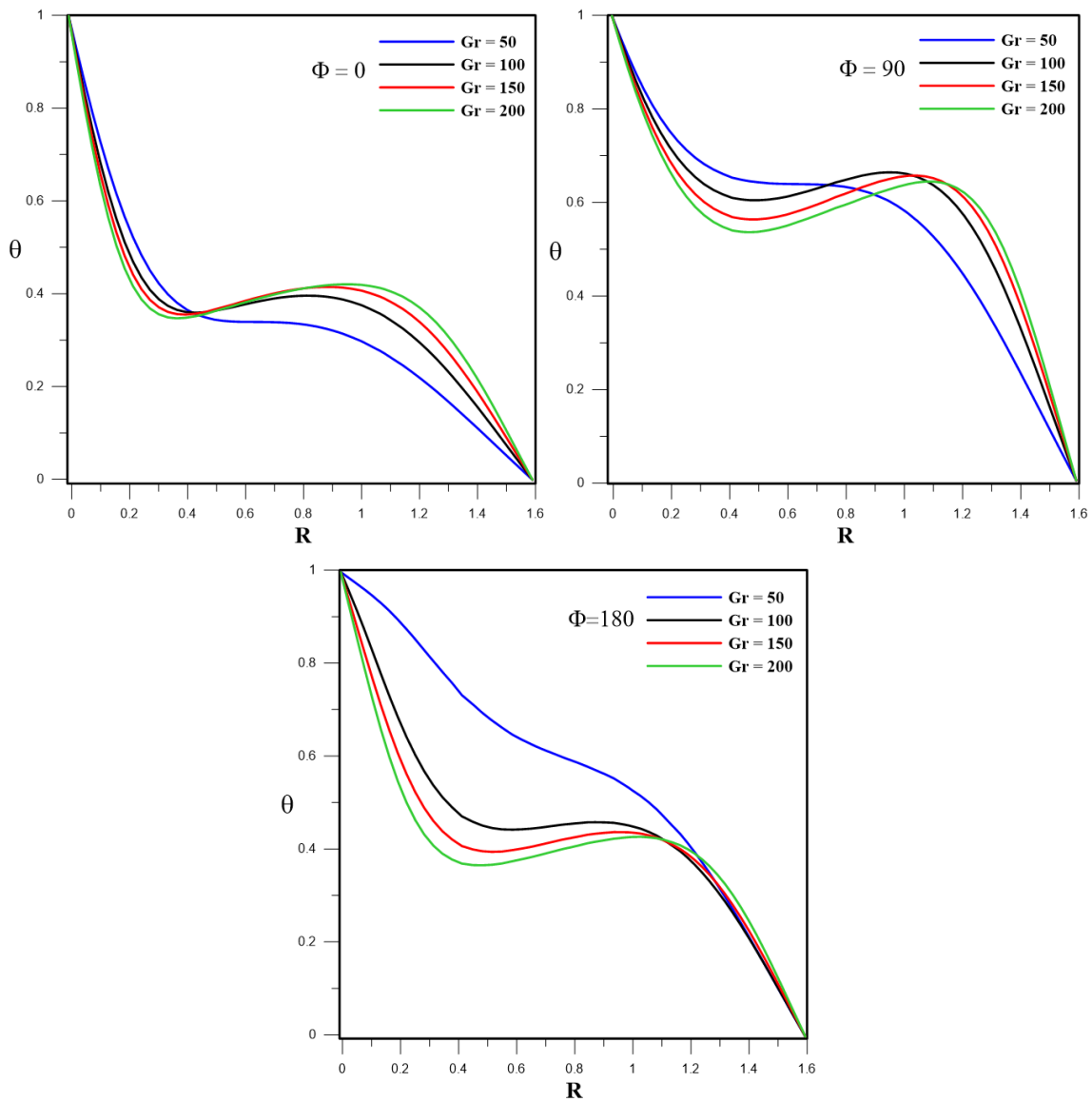


Figure III. 8: Effet de nombre de Grashof sur les profils de température pour différent angle (Φ): $Re=140$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.

La (figure III.9) présente l'évolution des profils de température en fonction de la position spatiale l'axe (R) pour différents angles ($\Phi = 0, \Phi = 90, \Phi = 180$) et pour plusieurs valeurs du nombre de Grashof ($Gr=50, Gr=100, Gr=150, Gr=200$). On observe que pour toutes les valeurs de Grashof, l'angle (Φ) influence significativement la distribution thermique dans le domaine étudié.

Lorsque le nombre de Grashof augmente, l'effet de la convection naturelle devient plus prononcé, cela entraîne une variation plus marquée du profil de température.

Pour ($\Phi = 0$), la température décroît rapidement avec la position (R), indiquant une stratification thermique plus forte. A mesure que (Φ) augmente, on note une modification de

la forme de profil, avec l'apparition d'un plateau ou d'une zone de température plus uniforme, en particulier pour les valeurs plus élevées de (Gr).

Ces résultats suggèrent que l'orientation (représentée par (Φ)) influence l'intensité du transfert de chaleur par convection. En résumé, l'augmentation de Gr intensifie le transfert thermique tandis que la position de l'angle (Φ) change la structure du profil de température.

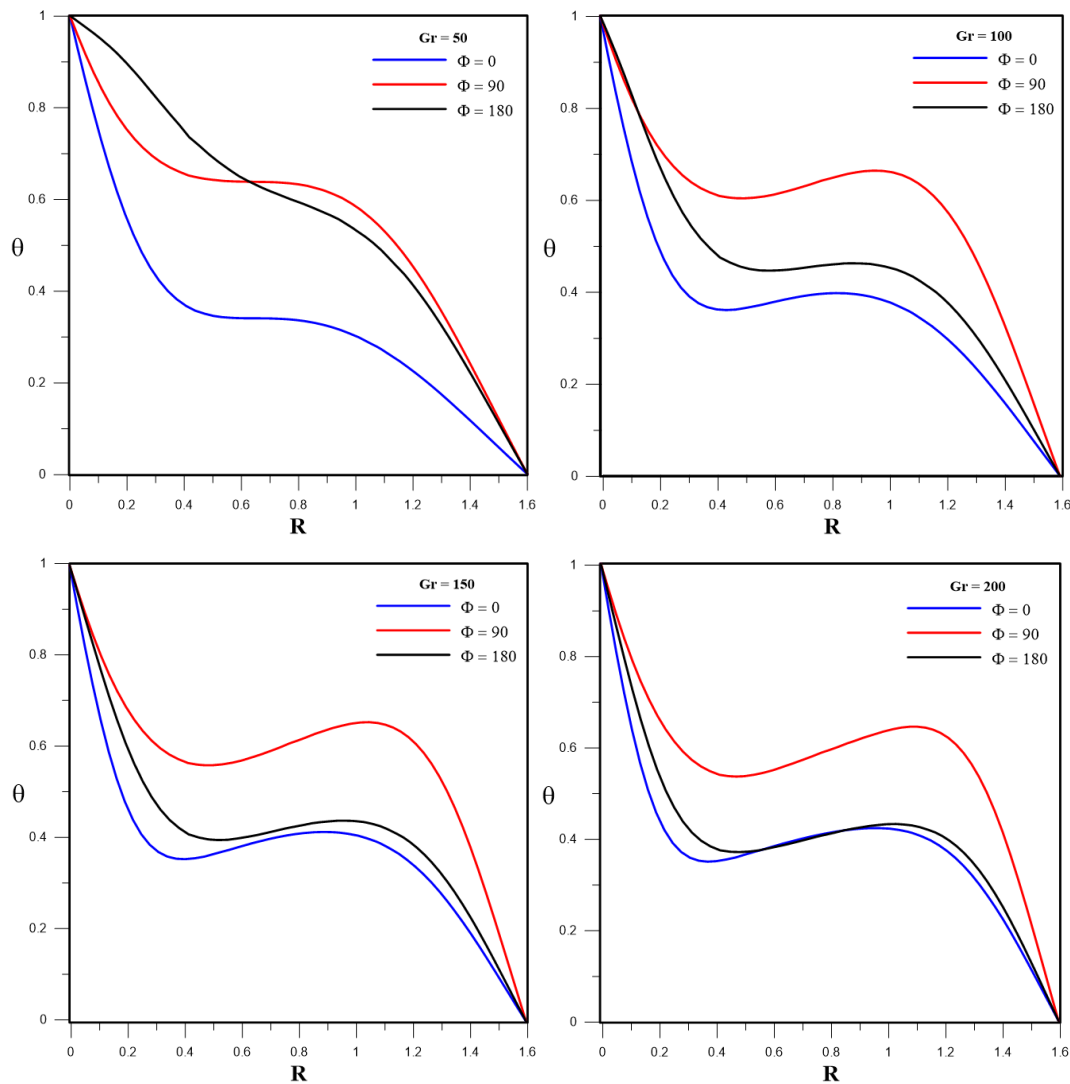


Figure III. 9: profils de température dans différent positions de (Φ) pour différent nombre de Grashof : $Re=140$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.

Dans cette étape, on a fait une étude sur l'influence du nombre de Grashof sur le nombre de Nusselt local, telle que le nombre de Reynolds est maintenu constant, tandis que le nombre de Grashof varie entre (50, 100, 150 et 200) afin de mettre en évidence les effets de la flottabilité (voir la **Figure III.10**). Les différentes représentations montrent qu'une augmentation du nombre de Grashof améliore les échanges thermiques au niveau du cylindre

intérieur. L'association de la flottabilité à la rotation du cylindre, combinée à l'augmentation du nombre de Grashof, entraîne une intensification des transferts de chaleur. Comme mentionné précédemment, cette intensification est particulièrement marquée dans la moitié supérieure du cylindre.

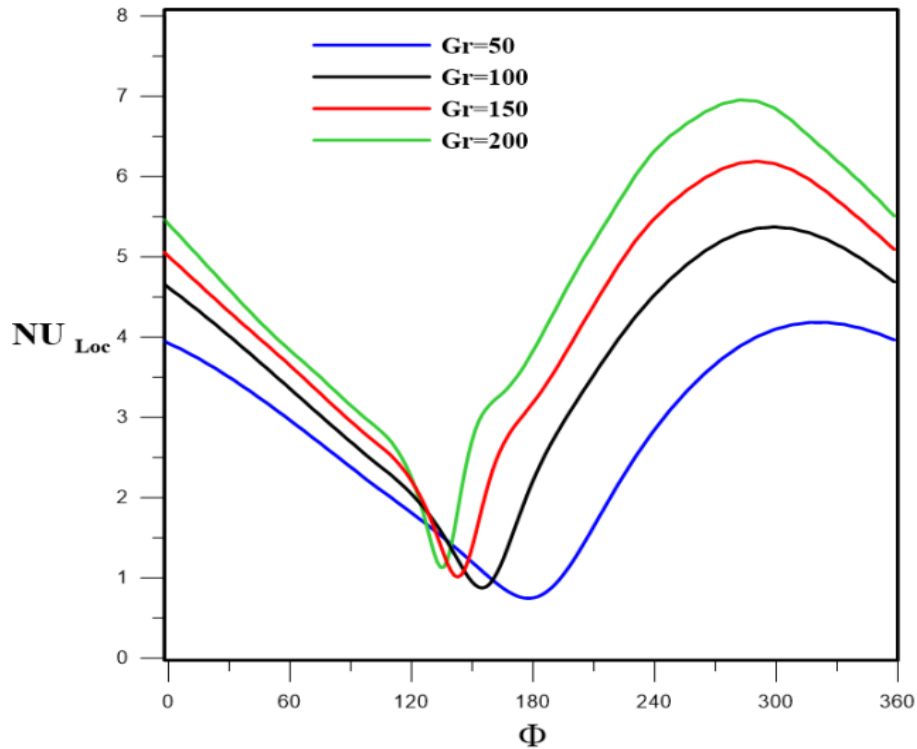


Figure III. 10: Variation de nombre de Nusselt local sur le cylindre intérieur pour différent nombre de Grashof : $Re=140$, $Ca=3.3$, $n=0.5$.

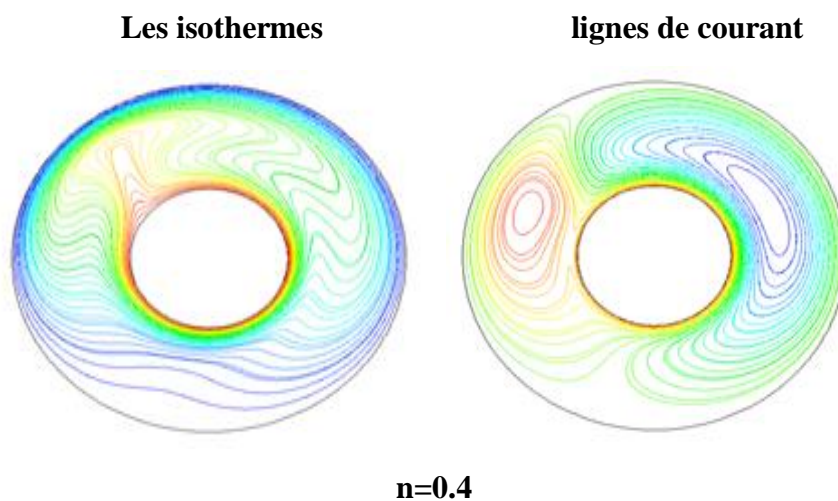
III.6 Effet de l'indice d'écoulement (n)

La (figure III.11) illustre l'effet de l'indice d'écoulement sur la distribution des isothermes et des lignes de courants.

Pour ($n=0.4$) Les isothermes révèlent une distorsion significative par rapport à la géométrie concentrique. Cette déformation prononcée traduit l'intensification des

mécanismes convectifs, avec une concentration des gradients thermiques dans les zones d'écoulement préférentiel. La distribution spatiale des isothermes indique un transfert thermique dominé par la convection, et les lignes de courant mettent en évidence la formation de cellules convectives intenses et bien structurées. L'organisation spatiale de l'écoulement révèle des tourbillons de forte amplitude, Pour ($n=0.8$) La déformation des isothermes demeure notable mais atténuée comparativement au cas précédent. Cette configuration intermédiaire présente des gradients thermiques plus étalés spatialement, et Les lignes de courant révèlent des cellules tourbillonnaires moins prononcées.

Pour ($n=1$) Les isothermes présentent une configuration de référence caractérisée par une déformation modérée et uniforme, L'organisation de l'écoulement révèle des cellules convectives symétriques et stables. Les lignes de courant illustrent une structure d'écoulement classique servant de base de comparaison pour l'évaluation des effets non-newtoniens, et Pour ($n=1.6$) Les isothermes tendent vers une géométrie concentrique, similaire à un régime principalement conductif, les gradients thermiques s'uniformisent radialement, suggérant un retour vers un transfert thermique dominé par la conduction. Les lignes de courant révèlent un affaiblissement marqué des structures convectives. Les cellules tourbillonnaires apparaissent fragmentées et de faible intensité.



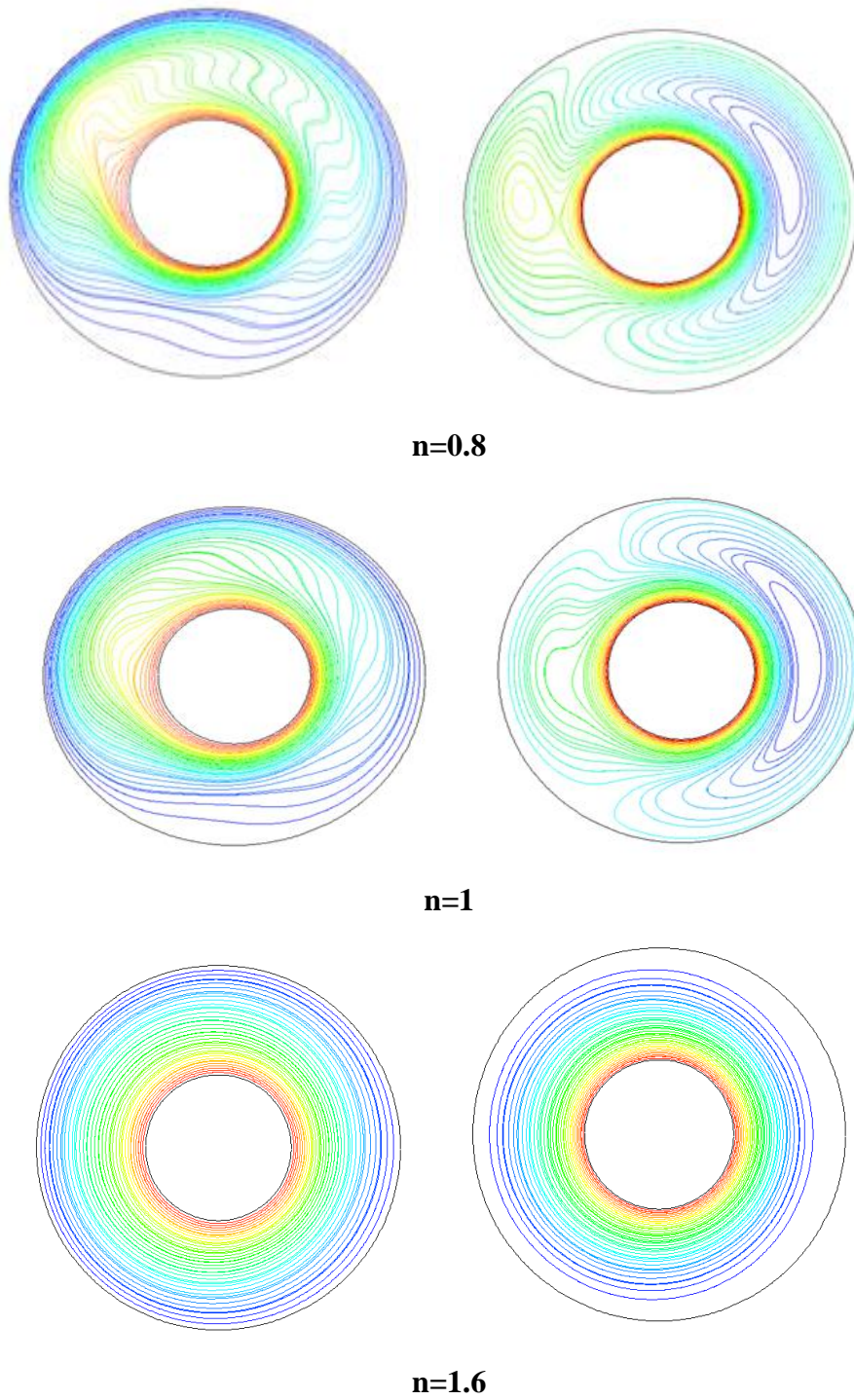


Figure III. 11: Effet de l'indice d'écoulement sur les isothermes et les lignes de courants pour : $Re=140$, $Gr=100$, $Ca=3.3$.

La (Figure III.12) présentent les profils de température en fonction de l'axe (R) pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement, et pour ($\Phi = 0$, $\Phi = 90$, $\Phi = 180$).

Pour (n) est faible (fluide pseudo plastique), plus les profils montrent des zones de surchauffe locale à ($\Phi = 90$).

A ($\Phi = 0$), les profils sont plus classiques et stables, tandis qu'à ($\Phi = 180$), les gradients de température sont les plus marqués. L'influence de l'angle est plus significative pour les faibles valeurs de (n), alors que pour ($n=1.6$), les profils restent proches entre les angles. Ces observations sont importantes pour l'optimisation des processus thermiques utilisant des fluides non newtoniens sous différentes orientations.

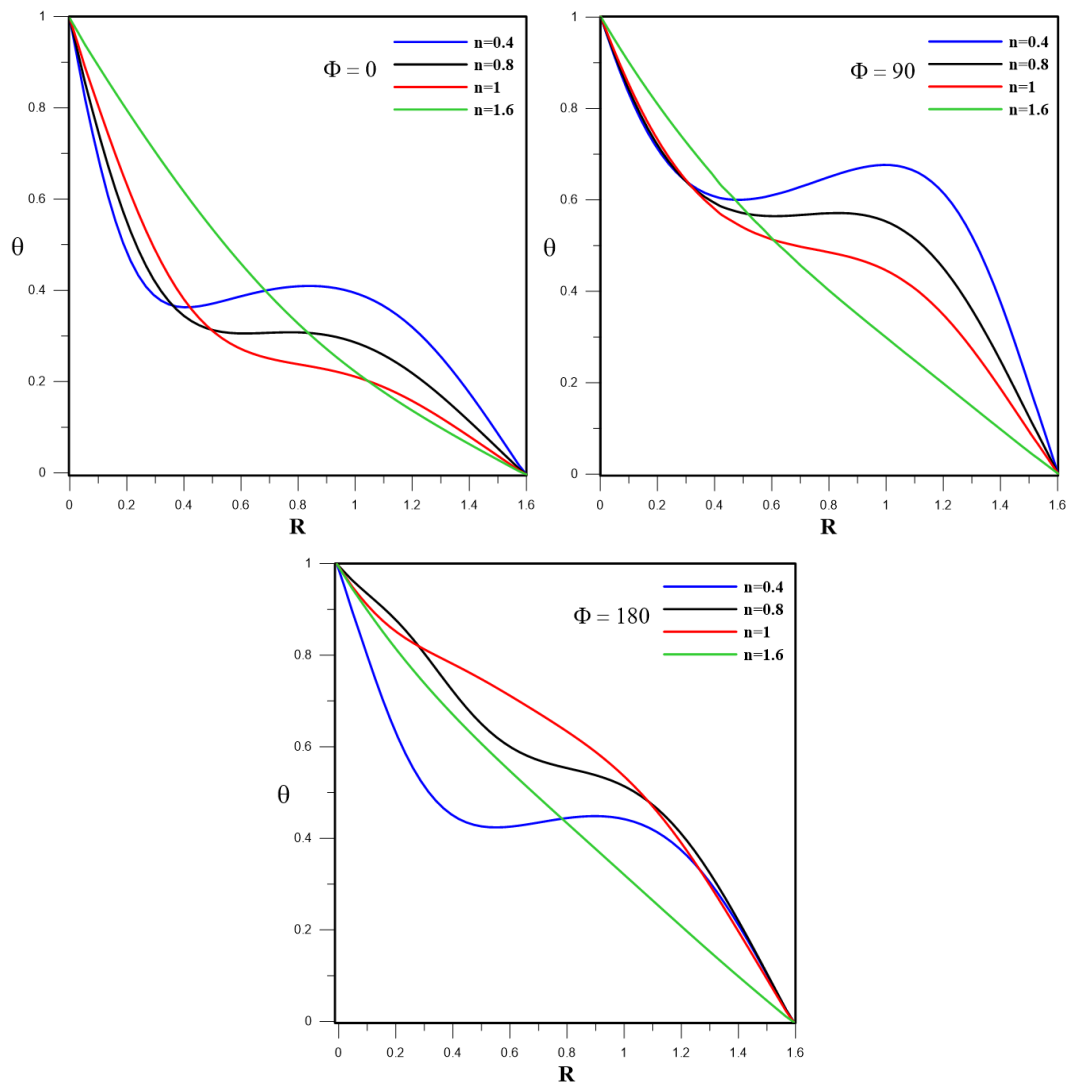


Figure III. 12: Effet de indice d'écoulement sur le profil de température pour différent angle (Φ) : $Re=140$, $Gr=100$, $Ca=3.3$.

La (**Figure III.13**) présente l'influence de l'indice d'écoulement (n) sur la distribution de température en fonction de la position (R) pour différent angle (Φ). Ces quatre graphes montrent une évolution systématique du comportement thermique lorsque l'indice d'écoulement varie de ($n=0.4$ fluide pseudo plastique) à ($n=1.6$ fluide dilatant). On observe :

Pour ($n=0.4$), des profils de température fortement non-linéaire et une zone de minimum thermique prononcée pour ($\Phi = 0$ et $\Phi = 90$), et une distribution thermique qui présente des fluctuations caractéristiques. Pour ($n=0.8$), une atténuation des variations dans les profils, des gradients thermiques moins incliné et un comportement intermédiaire qui s'approche d'un fluide newtonien.

Pour ($n=1$), des profils plus réguliers correspondant au comportement newtonien, une diminution continue de la température avec la position l'axe (R), et l'effet de l'angle (Φ) reste significatif mais moins prononcé. Et Pour ($n=1.6$), des profils presque linéaires caractéristiques des fluides dilatants et une convergence notable des courbes pour différents angles et une homogénéisation du comportement thermique. Ce phénomène est typique des écoulements non-newtoniens ou la rhéologie du fluide (représentée par l'indice n) affecte profondément les mécanismes de transfert thermique. Les variations observées résultent probablement de l'interaction entre les effets visqueux et inertiels qui se modifient avec l'indice d'écoulement, créant des zones de dissipation visqueuse variable.

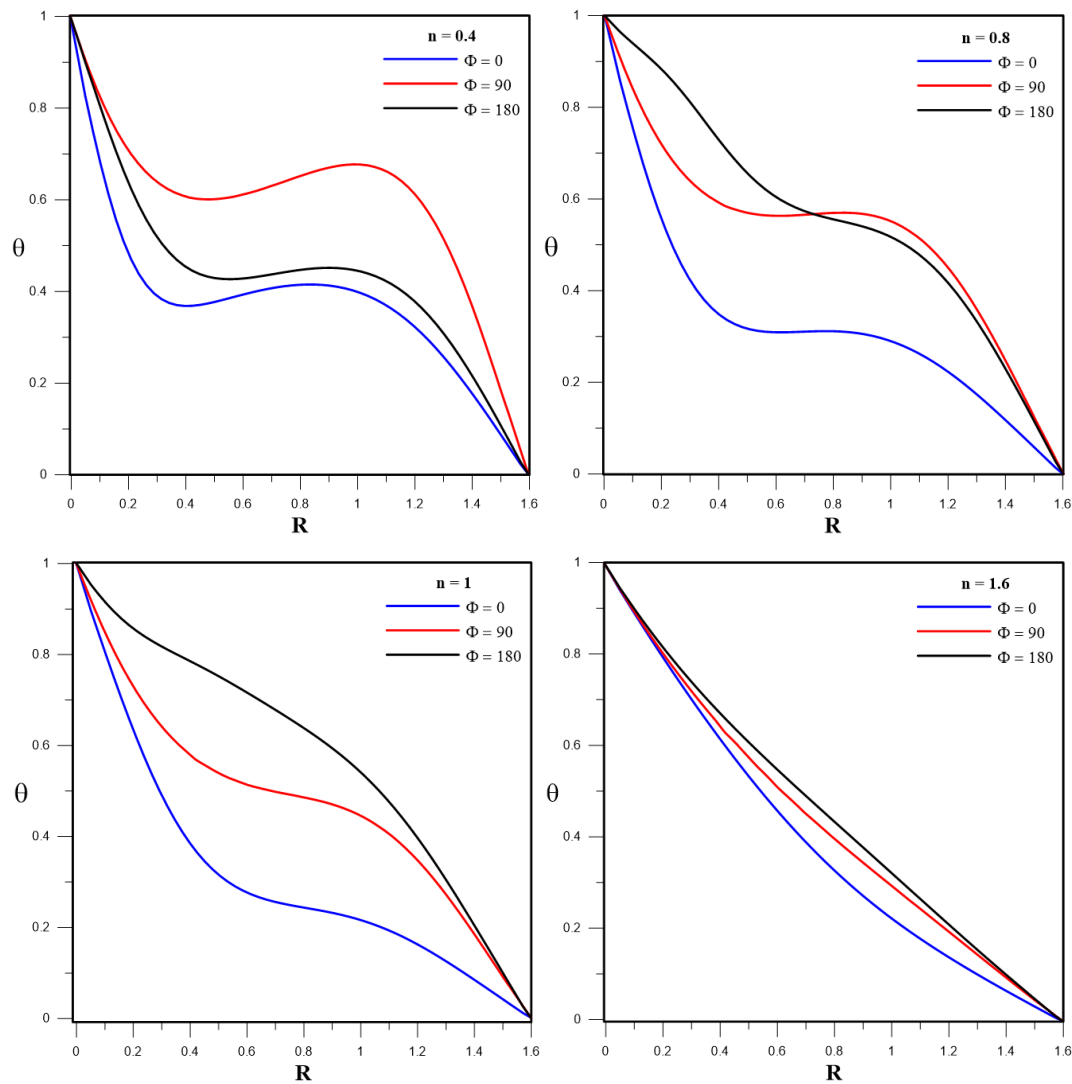


Figure III. 13: Effet de indice d'écoulement sur le profil de température pour défient angle (Φ) : $Re=140$, $Gr=100$, $Ca=3.3$.

La (figure III.14) montre l'effet de l'indice d'écoulement sur le nombre de Nusselt local. On observe que les profils de Nusselt local varient significativement avec (Φ) pour différentes valeurs de (n). plus n est faible, plus le pic de Nusselt local est élevé. A mesure que n augmente (jusqu'à 1.6), les profils deviennent plus plats et les valeurs maximales de Nusselt local diminuent, traduisant un affaiblissement du gradient thermique, cela signifie qu'un fluide avec un indice d'écoulement plus faible (fluide pseudo-plastique) favorise un meilleur transfert thermique local, tandis qu'un fluide dilatant (indice plus élevé) diminue ce transfert.

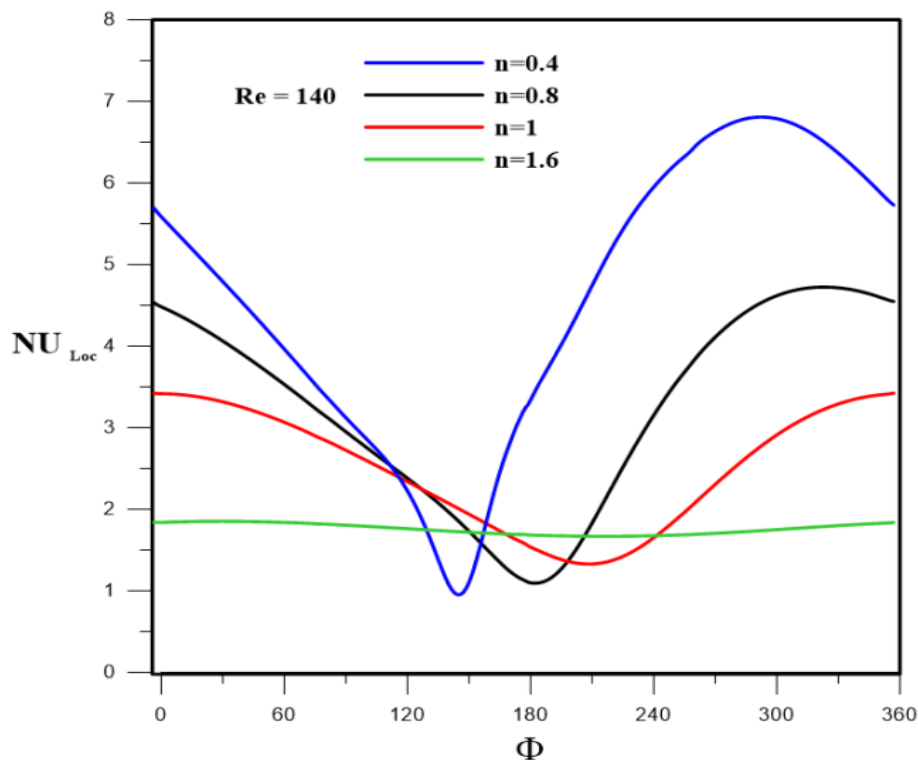


Figure III. 14: Variation de nombre de Nusselt local sur le cylindre intérieur pour différent indice d'écoulement: $Re=140$, $Gr=100$, $Ca=3.3$.

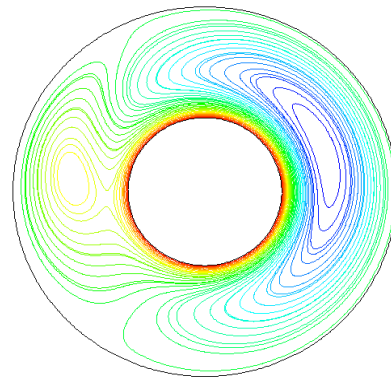
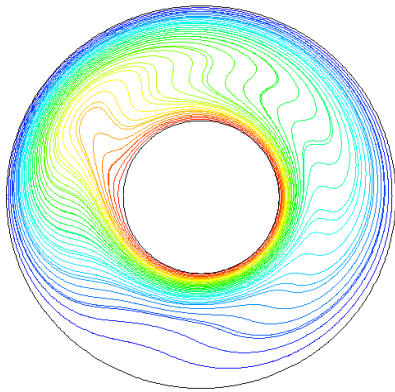
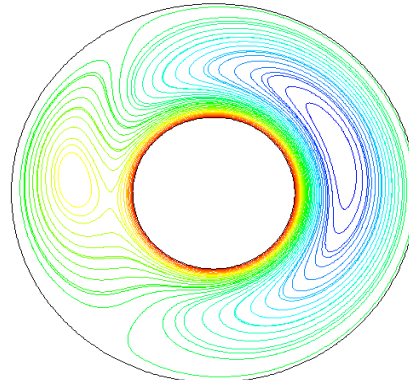
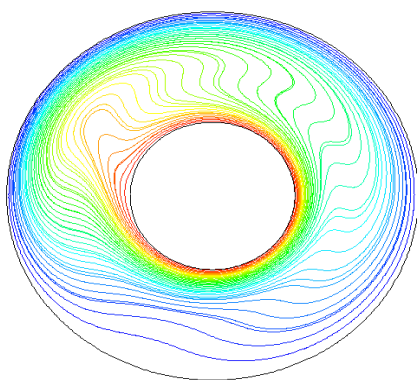
III.7 Effet de nombre de Carreau

Dans cette partie, on a fixé les valeurs suivantes ($Re=140$, $n=0.5$, $Gr=100$). Les résultats de cette étape sont présentés sur la (**figure III.15**) sous forme des lignes de courants et les isothermes.

Pour ($Ca=0.06$) Les isothermes révèlent une distorsion significative caractéristique d'un régime convectif intense. La déformation prononcée des lignes isothermes, particulièrement marquée dans les zones de forte activité convective. En revanche Les lignes de courant mettent en évidence des structures convectives robustes et bien organisées. Pour ($Ca=0.6$) La distribution des isothermes conserve une déformation notable mais atténuée, indiquant une réduction progressive de l'intensité convective, et les lignes de courant maintiennent leur organisation tout en présentant une intensité modérée. L'augmentation du nombre de Carreau induit une atténuation des effets rhéofluidifiants. Pour ($Ca=3.3$) L'atténuation significative de la déformation des isothermes témoigne d'une réduction substantielle de l'efficacité convective. Les lignes de courant révèlent un affaiblissement

marqué des structures convectives. La diminution de l'organisation tourbillonnaire résulte de l'approche du régime newtonien, où les effets rhéologiques deviennent négligeables. Et Pour ($Ca=6.6$) Les isothermes présentent une géométrie quasi-concentrique, caractéristique d'un régime principalement conductif. Cette régularisation de la distribution thermique indique la suppression quasi-complète des mécanismes convectifs, avec un retour vers un transfert thermique diffusif classique. et les lignes de courant apparaissent de très faible intensité. Cette configuration se rapproche du comportement newtonien de référence.

Afin de cette partie, on conclut qu'à une certaine valeur de taux de cisaillement et de nombre de carreau très élevé les lignes de courants et les isothermes ne reçoivent aucune déformation.

Les isothermes**lignes de courants** **$Ca=0.06$**  **$Ca=0.6$**

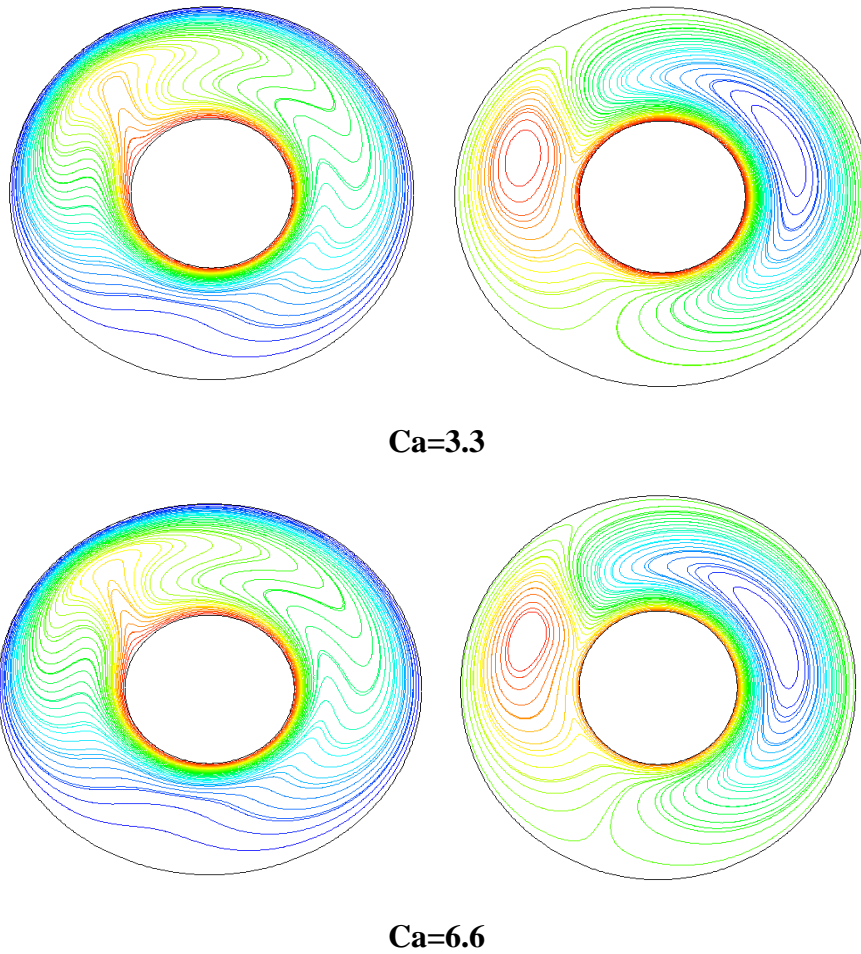


Figure III. 15: comparaison des lignes de courants et les isothermes pour ($Re=140$, $Gr=100$, $n=0.5$).

La (**Figure III.16**) montre des profils de température pour différents angles ($\Phi = 0, \Phi = 90, \Phi = 180$) et plusieurs valeurs du nombre de carreau ($Ca=0.06, Ca=0.6, Ca=3.3, Ca=6.6$), d'après ces graphes on observe que :

Pour ($\Phi = 0$) les profils température montrent une décroissance plus prononcée pour les faibles valeurs de carreau ($Ca=0.06$). Quand ça augmente, les courbes deviennent moins abruptes et présentent une légère inflexion au milieu. Pour ($\Phi = 90$) les profils sont nettement différents avec des ondulations plus marquées, particulièrement pour les valeurs intermédiaires de nombre de carreau. On observe que la température change moins rapidement avant de descendre à nouveau. Et Pour ($\Phi = 180$) les profils affichent encore une autre configuration, avec une descente rapide initiale suivie d'une région de plus faible pente, puis une descente finale

Ces variations semblent indiquer un comportement non-newtonien du fluide, ou le nombre de carreau (Ca) caractérise probablement le degré de non-linéaire de la viscosité.

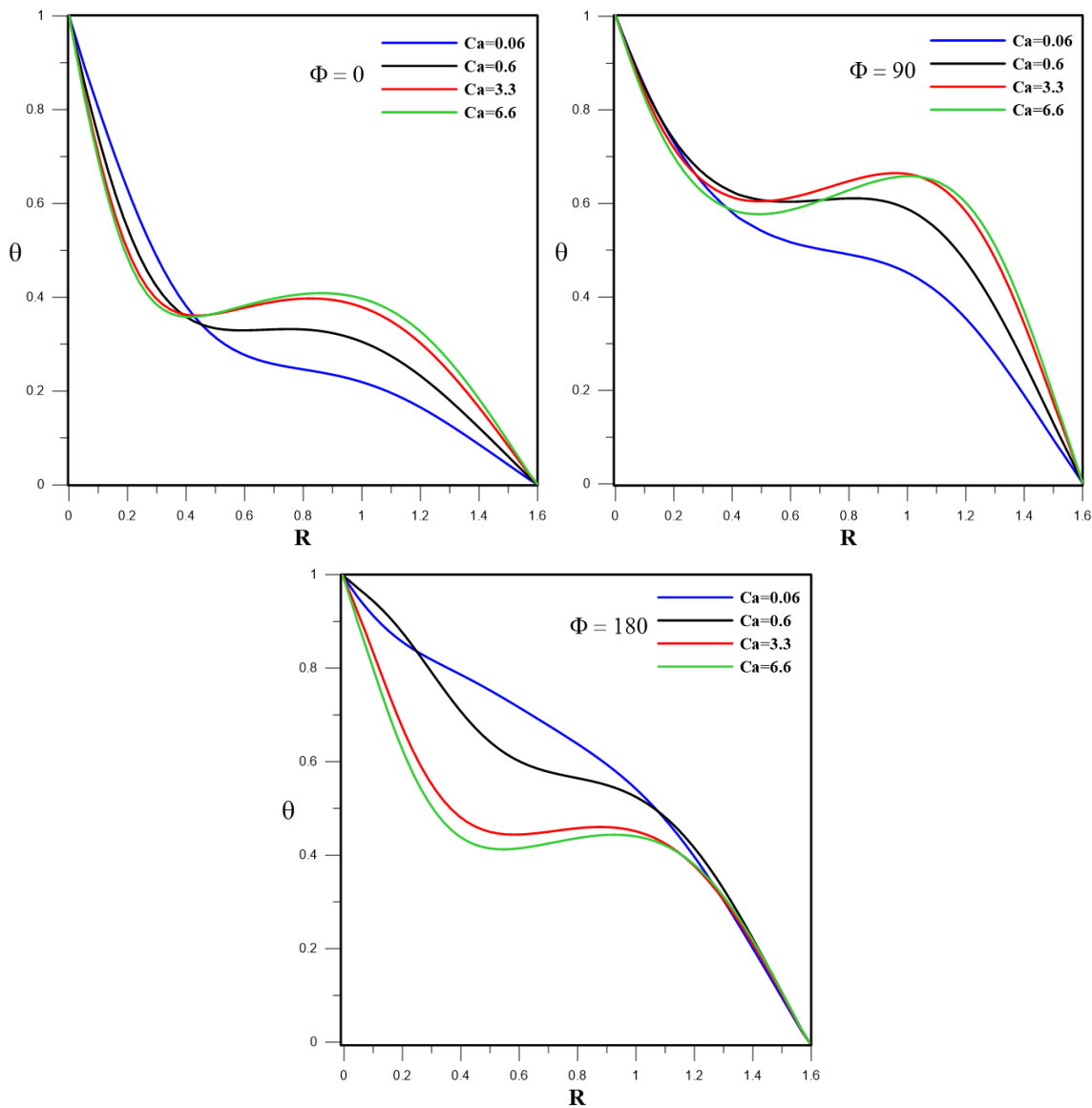


Figure III. 16: Effet de nombre de Carreau sur les profils température pour différent angle (Φ) : $Re=140$, $Gr=100$, $n=0.5$.

La **figure III.17** montrent l'évolution du profil de température en fonction de l'axe (R) pour différents angle ($\Phi = 0, \Phi = 90, \Phi = 180$) et différentes valeurs du nombre de carreau ($Ca=0.06$, $Ca=0.6$, $Ca=3.3$, $Ca=6.6$).

A faible nombre de carreau ($Ca=0.06$) le profil est plus fortement courbé, indiquant une chute rapide de température au début, surtout pour ($\Phi = 0$). A mesure que nombre de carreau augmente jusqu'à ($Ca=6.6$) les profils deviennent moins raides au début et présentent un comportement plus diffus, surtout pour ($\Phi = 90$) ou une sorte de plateau intermédiaire

devient visible, cela traduit une diffusion thermique plus importante due à l'effet de la rhéologie non-newtonienne. Pour tous les nombres de carreau, la courbe associée à ($\Phi = 0$) est toujours la plus basse, ce qui indique une dissipation thermique plus rapide, la courbe ($\Phi = 90$) montre une plus grande résistance à la dissipation de chaleur et la courbe ($\Phi = 180$) reste intermédiaire, cela signifie que l'augmentation du nombre de carreau (Ca) contribue à rendre les profils de température plus uniformes en réduisant les gradients thermique initiaux.

Cela indique que le fluide devient plus sensible à l'effet de cisaillement, ce qui ralentit la propagation de la chaleur dans certaines directions.

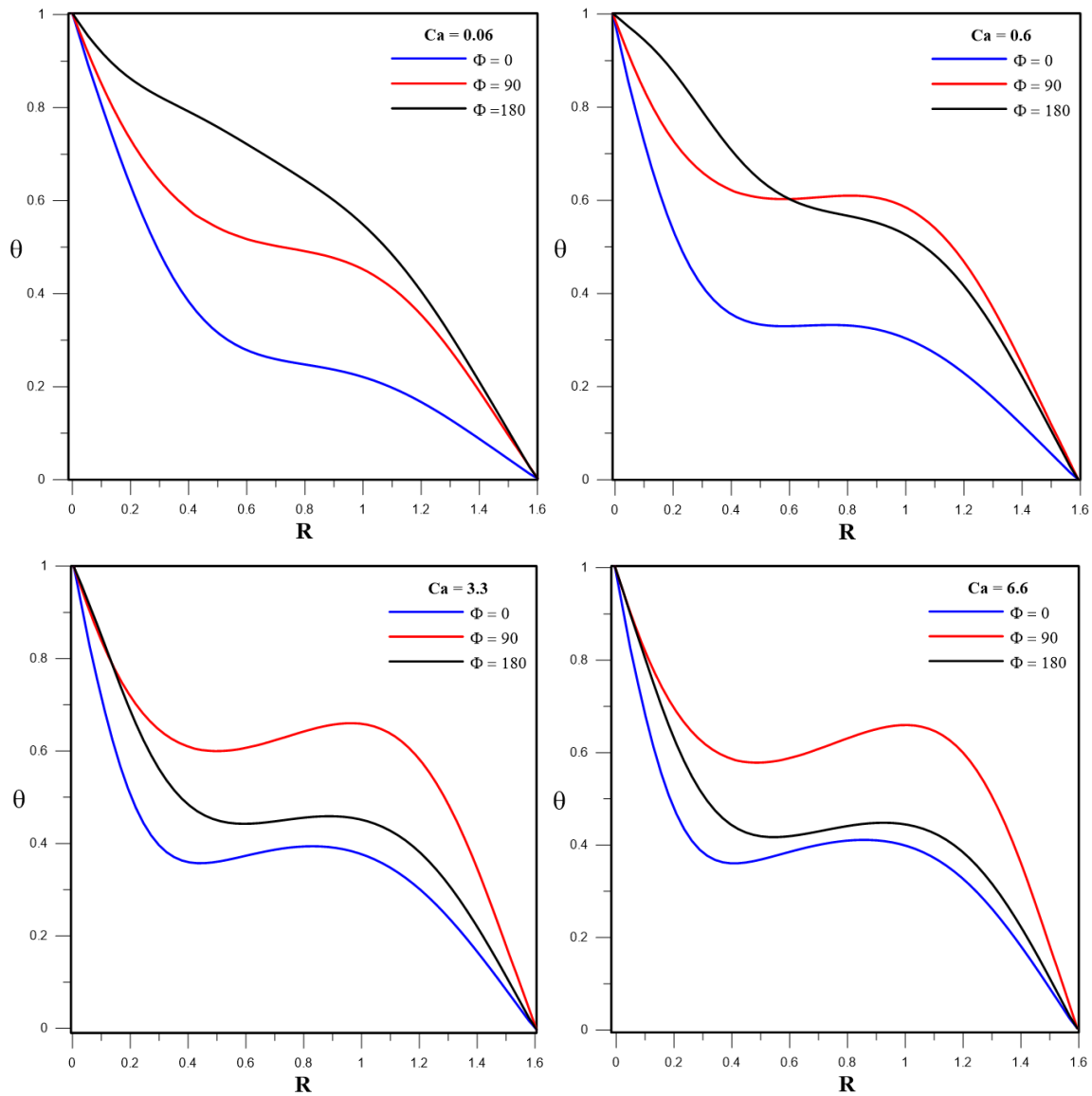


Figure III. 17: Profils de température dans différent positions de (Φ) pour différent nombre de Carreau : $Re=140$, $Gr=100$, $n=0.5$.

Le graphique présente la variation du Nusselt local (Nu_{loc}) en fonction de l'angle (Φ) de (0 à 360) pour plusieurs valeurs de nombre de carreau ($Ca=0.06$, $Ca=0.6$, $Ca=3.3$, $Ca=6.6$), les résultats sont présentée sur la **figure III.18**.

Toutes les courbes présentent une tendance périodique, avec un minimum localisé autour de 180 (côté opposé à l'entrée du flux principal), et un maximum autour de (0 et 360). Pour de faibles valeurs de Carreau ($Ca=0.06$ et $Ca=0.6$), les valeurs de Nusselt local sont relativement faibles avec une légère variation.

A mesure que le nombre de carreau augmente ($Ca=3.3$ et $Ca=6.6$), on observe une augmentation significative des profils de Nusselt local, surtout après la position de l'angle de (180) . Et une amplification du contraste entre les zones de forte et faible intensité thermique, cela indique que l'augmentation de carreau (Ca) intensifie les transferts thermiques locaux, probablement en raison d'une augmentation de l'effet de cisaillement ou d'une accélération du fluide au contact des surfaces.

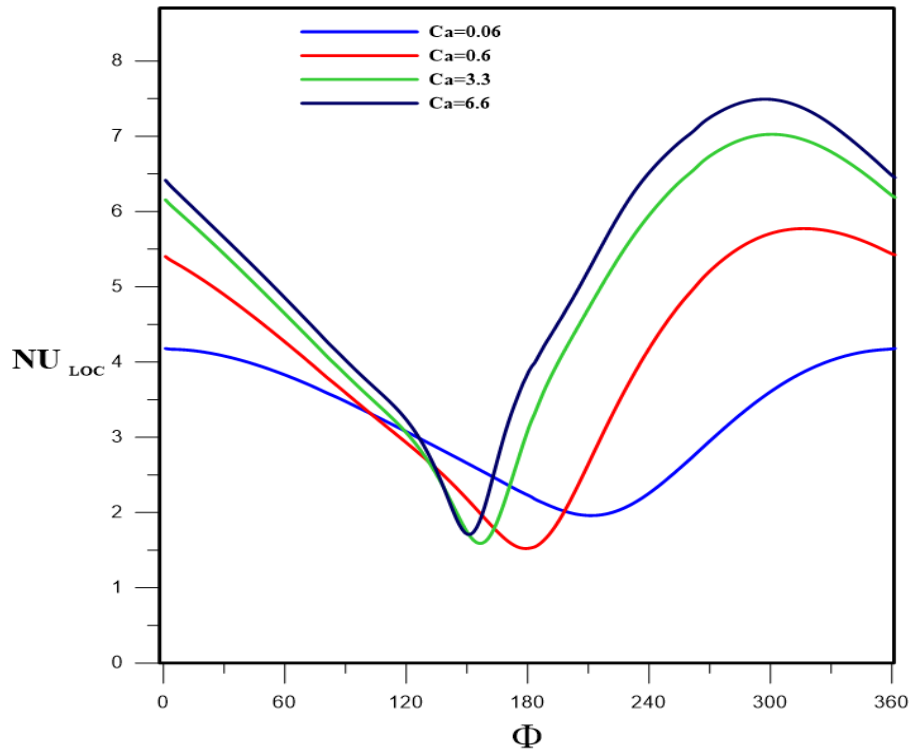


Figure III. 18: Variation de nombre de Nusselt local sur le cylindre intérieur pour différent nombre de Carreau: $Re=140$, $Gr=100$, $n=0.5$.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans ce mémoire on a analysé le transfert de chaleur par convection mixte dans un espace annulaire délimités par deux cylindre coaxiaux le cylindre intérieur est chauffé, le premier cas étudié concerne la convection mixte le cylindre intérieur tournant avec vitesse angulaire, et pour la résolution on a utilisé le code de calcul (Fluent), nous avons étudié l'écoulement d'un fluide non-newtonien confiné dans un espace annulaire, le mouvement du fluide est généré par la mise en rotation du cylindre intérieur. Le modèle de Carreau a été utilisé comme modèle rhéologique. Nous avons pu mettre en évidence l'influence de nombre de Reynolds, nombre de Grashof, l'indice d'écoulement et le nombre de carreau sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur, les commentaires des résultats est basé sur les formes des isothermes, des lignes de courants, profil de température et nombre de Nusselt.

Une étude paramétrique a été menée en se basant sur l'influence de certains paramètres suivants :

- le nombre de Reynolds augmente, les structures d'écoulement ressemblant beaucoup à celle observé en convection forcé et entraine une amélioration du transfert thermique par convection.
- on constate que le nombre de Nusselt augmente proportionnellement à l'élévation de nombre de Grashof
- on trouve que pour les fluides pseudo-plastiques sont donc plus efficaces pour les applications nécessitant un bon échange thermique.
- l'influence de nombre de carreau, qui tient compte de la variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement, a un impact important sur l'écoulement et le transfert de chaleur.

Afin de cette étude, il serait pertinent d'étudier le cas de fortes rotations du cylindre intérieur afin d'identifier la zone de transition entre les régimes laminaire et turbulent. Il serait également judicieux de prendre en compte une géométrie tridimensionnelle pour évaluer les limites du modèle bidimensionnel. En parallèle, l'influence de la forme et de la longueur des ailettes sur ce type de configuration, mériterait également une analyse approfondi

Référence bibliographiques

Référence bibliographiques

- [1] **Aboud et al**, « MHD effect on mixed convection of annuls circular enclosure filled with Non-Newtonian nanofluid ». *heliyon* 6, e03773, (2020).
- [2] **H. Laidoudi et H. Ameer**, « Investigation of the mixed convection of power-low fluids between two horizontal concentric cylinders : Effect of various operating conditions ». *New journal and we have not received input yet* 20 (2020), 100731.
- [3] **T. Tayebi et F. Hakan**, « Entropy production during natural convection of hybrid nanofluid in an annular passage between horizontal confocal elliptic cylinders ». *Journal of Mechanical Sciences*, (2019).
- [4] **Yulin Ma et M. Jamiata**, « Effect of differentially heated tubes on natural convection heat transfert in a space between two adiabatic horizontal concentric cylinders using nano-fluid ». *International Journal of Mechanical Sciences* 163, (2019), 105148.
- [5] **H. Mihoubi et T. Tayebi**, « Improvement of free convection heat transfer in a concentric cylindrical annulus heat exchanger using nanofluid ». *Mathematical Modelling of Engineering Problems* », vol. 6, No. 4, December, (2019), pp. 566-574.
- [6] **T. Fusegi, F. Bakhtier et K. S. Ball**, « Mixed-Convection Flows within A Horizontal Concentric Annulus With A Heated Rotating Inner Cylinder ». *Numerical Heat Transfer*, vol. 9, pp. 591-604, (1986).
- [7] **M. Mirazaie et E. Lakzian**, « Natural convection of nanofluid-filled annulus with cooled and heated sources and rotating cylinder in the water near the density inversion point ». *THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL PLUS*, (2021), 136 :834.
- [8] **S. Rozati et M. Goodarzi.**, « Natural convection heat transfer of water/Ag nanofluid inside an elliptical enclouse with different attach angles ». *Math Meth Appl Sci*. (2020).
- [9] **C. Ryad et S. Djamel, S. Adel et M. Smail**, « Numerical simulation of double diffusive mixed convection in a horizontal annulus with finned inner cylinder ». *Tech Science Press, FDMP*, vol. 15, no.2, pp. 153-169, (2019).
- [10] **K. Khellaf et G.Lauriat**, « Numerical study of heat transfert in a non-newtonian carreau-fluid between rotating concentric vertical cylinders ». *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*89, (2000), 45-61

- [11] **J.S. Yoo**, « Mixed convection of air between two horizontal concentric cylinder with a cooled rotating outer cylinder ». *Int. J. Heat Maw Transfer*, vol. 41, No. 2, pp. 293-302, (1998).
- [12] **Hazar et al**, « Numerical analysis of the natural convection in horizontal cylindrical annulus », *Int. Academic J. of Science and Engineering* vol. 3, No. 5, pp. 68-76, (2016).
- [13] **M. Teamah**, « Numerical simulation of double diffusive laminar mixed convection in a horizontal annulus with hot, solutal and rotating inner cylinder », *Int. J. of Thermal Sciences* 46, 637–648, (2007).
- [14] : « viscosity models in simulation of the filling stage of the injection modiling process », *journal of materials Processing Technology*, vol. 157-158, décembre 2004, p. 183-187.
- [15] : « Rheology Principles, Measurements and applications, Macosko, C. W., Willey Edition, 1994, p. 86».
- [16] : « Rheology of non-Newtonian fluids : A new flow equation for pseudoplastic systems », *Journal of Colloid Science, Elsevier*, vol. 20, n°5, juin 1965.
- [17] **S.Patankar**, « Numerical heat transfer and fluid flow » Mc Graw hill, New York, (1980).
- [18] **Abou nada et al**, « Naturel convection heat transfert enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids », *International communications in heat and Mass transfer* 35,(2008),657-665.

Résumé

Nous proposons une étude numérique de la convection Mixte en utilisant un fluide non-newtoniens dans un cavité circulaire le cylindre intérieur chauffé et misse en rotation l'écoulement est supposé laminaire. Le modèle rhéologique retenu dans cette étude est le modèle de Carreau. Les équations de conservation sont résolues par une méthode volume finie. On étudie l'influence du nombre de Reynolds, ainsi que l'influence de nombre Grashof, et l'indice de l'écoulement, et le nombre de carreau sur le transfert de chaleur et sur la structure de l'écoulement. Les résultats obtenus en convection Mixte sont discutés.

Mots-clés : Ecoulement laminaire, Convection Mixte, Fluide non-Newtonien.

Abstract

We present a numerical study of mixed convection using a non-Newtonian fluid in a circular cavity, where the inner cylinder is heated and set into rotation. The flow is assumed to be laminar. The rheological model used in this study is the Carreau model. The conservation equations are solved using a finite volume method. The study investigates the influence of the Reynolds number, the Grashof number, the flow behavior index, and the Carreau number on heat transfer and flow structure. The results obtained for mixed convection are discussed.

Keywords : Laminar flow, Mixed convection, Non-Newtonian fluid

المخلص

نقترح في هذا العمل دراسة عددية للحمل المختلط باستخدام سائل غير نيوتوني داخل تجويف دائري، حيث يتم تسخين الأسطوانة الداخلية وتدويرها. يُفترض أن الجريان انسيابي (لامينار). النموذج الريولوجي المعتمد في هذه الدراسة هو نموذج كارو. تم حل معادلات الحفاظ على الكتلة والزخم والطاقة باستخدام طريقة الحجوم المنتهية. يتم دراسة تأثير عدد رينولدز، وكذلك تأثير عدد غراشوف، ومعامل التدفق، وعدد كارو على انتقال الحرارة وبنية الجريان. وقد تمت مناقشة النتائج المتحصل عليها في حالة الحمل المختلط.

الكلمات المفتاحية: جريان انسيابي، حمل مختلط، سائل غير نيوتوني.