



Faculté de Technologie
Département d'**Hydraulique**

Laboratoire d'**Hydraulique appliquée et environnement**

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Présenté par :

LAHOUAZI Sofiane

AZIKIOU Mouloud

En vue de l'obtention du diplôme de **MASTER en Hydraulique**

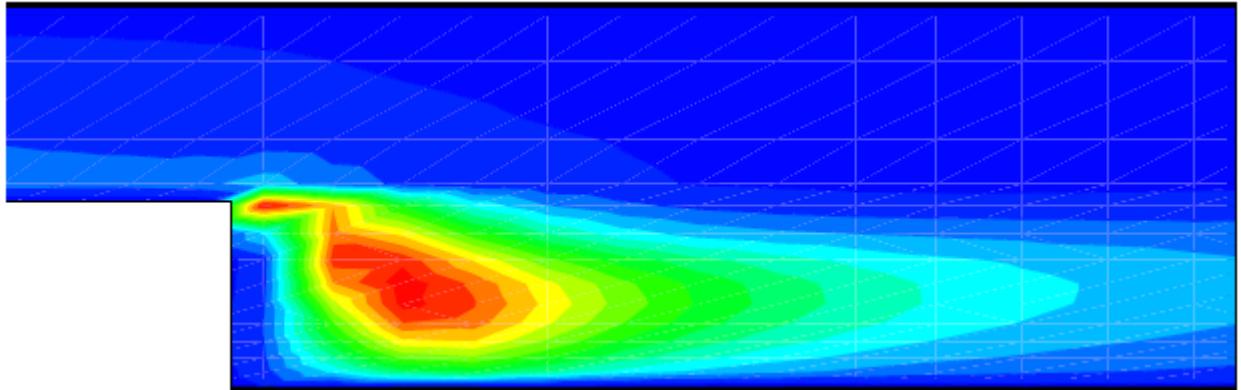
Option : Ouvrages et Aménagements Hydrauliques

INTITULE :

Simulation numérique d'un écoulement bidimensionnel en aval une marche descendante

Soutenu le **14 / 07 / 2022** devant le jury composé de :

- Président : **Djema M.**
- Promoteur (s) : **Amoura Z.**
- Examinateur (s) : **Seghir A.**



Qui demeurerait insensible à la beauté de ces écoulements, à la fois permanente et toujours renouvelée, quel chercheur demeurerait insensible au défi de leur modélisation ?

(René Moreau, dans la préface de l'ouvrage ‘Turbulence’ de Marcel Lesieur, 1994)

REMERCIEMENTS

Au terme de ce modeste travail :

On remercie vivement et chaleureusement notre encadreur **Mr Amoura**, pour nous avoir offert les conditions favorables et pour nous avoir parfaitement guidés tout le long de la réalisation de ce travail. On a apprécié son encouragement, ses conseils qui a contribué à la réalisation de ce travail.

Nos sincères remerciements pour **Mr Seghir** pour ces discutions motivante qui donne des perspectives très lointaines pendant les trois années, aussi pour son aide durant les années d'études.

On remercie **Mr Hamani Sofiane** pour l'aide qui nous as fourni.

Nous tenons à remercier les membres de jury qui ont accepté d'examiner notre travail.

Nous remercions très chaleureusement toutes les personnes ayant contribués de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Sofiane, Mouloud

Dédicace

Je dédie notre travail à mes parents

A ma sœur

A mon frère

A vous tous le mérite

Merci...

LAHOUAZI. S

TABLE DES MATIERES

Remerciements	
Dédicace	
Table des matières	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Introduction générale	2

Chapitre I description du problème et bibliographie

I.1 Introduction	
5	
I.2 Description du problème	5
I.3 ECOULEMENTS DECOLLES ET RECOLLES	6
I.3.1 Elargissement brusque	6
I.3.2 Ecoulement en aval d'une marche	8
I.3.2.1 Marche descendante	9
I.3.4 L'obstacle	10
I.4 ECOULEMENT EN AVAL D'UNE MARCHE DESCENDANTE	12
I.4.1 Description générale de l'écoulement	12
I.4.1.1 Caractéristiques de l'écoulement	12
I.4.1.2 Structure de l'écoulement	
13	
I.4.2 Références	15
I.4.2.1 Etudes expérimentales	15
I.4.2.2 Etudes numériques	21
I.4.2.3 Discutions	24
I.5 Conclusion	25

Chapitre II Modélisation numérique et équations

II.1 Introduction	27
II.2 Notations	27

II.3	Équations gouvernant l'écoulement	27
II.3.1	Equation de continuité	27
II.3.2	Equation de conservation de la quantité de mouvement	29
II.3.3	Les équations d'EULER	31
II.3.4	Résolution des équations d'EULER	32
II.4	Méthode de résolution	33
II.4.1	Méthode des différences finies (MDF)	33
II.4.2	Définition et principe de la (MDF)	34
II.4.3	Discrétisation du domaine	35
II.4.4	Convergence d'un schéma	36
II.4.5	Les schémas explicites et implicites	36
II.4.5.1	Les schémas explicites	36
II.4.5.2	Les schémas implicites	37
II.5	Maillage	38
II.6	Conditions initiales et aux limites	39
II.6.1	conditions initiales	39
II.6.2	Conditions aux limites	40
II.7	Conclusion	40

Chapitre III Simulation numérique via les différences finies

III.1	Introduction	42
III.2	Le modèle géométrique	42
III.3	La modélisation numérique	42
III.3.1	Le maillage	42
III.3.2	Le modèle mathématique.....	44
III.3.3	Conditions aux limites	45
III.3.4	Conditions initiales	45
III.4	Présentations des résultats obtenus	46
III.4.1	Les champs des vitesses	46
III.4.2	La longueur de recirculation	50
III.5	Conclusions	51

Chapitre IV : Simulation avec ANSYS Fluent

IV.1	Introduction	53
IV.2	Présentation de code de calcul ANSYS Fluent	53
IV.2.1	Couplage vitesse pression	54
IV.2.2	Méthode de résolution	55
IV.3	La résolution numérique par Fluent	57
IV.3.1	La géométrie	58
IV.3.2	Le maillage	58
IV.3.3	Les conditions aux limites	59
IV.4	Présentations des résultats obtenus sur Ansys Fluent	61
IV.4.1	Le profil et le champ des vitesses et le profil de pression.....	61
IV.4.2	La longueur de recirculation	67
IV.5	Conclusion	68

Chapitre V : Discussion des résultats

V.1	Introduction	70
V.2	Fluide parlait	70
V.2.1	Théorie	70
V.2.3	Hypothèse	71
V.3	Résultats	71
V.4	Discussion	72
V.5	Exemple de l'écoulement de la marche descendante (Fluide réel)	72
V.6	Conclusion	75
	Conclusion générale.....	77

LISTE DES FIGURES

Chapitre I description du problème et bibliographie

Figure(I.1) : Caractéristiques physiques générales de l'écoulement en aval de la marche descendante	6
Figure(I.2): Elargissement brusque axisymétrique	7
Figure(I.3): Elargissement brusque asymétrique	7
Figure(I.4): Ecoulement sur une marche montante	
	9
Figure(I.5): Marche descendante	
	10
Figure(I.6): Ecoulement sur un obstacle	
	11
Figure(I.7): Structure de l'écoulement sur une marche descendante	15
Figure(I.8): Double marche descendante	17

Chapitre II Modélisation numérique et équations

Figure (II.1) : l'ensemble des débits traversant les 6 faces du parallélépipède	28
Figure (II.2) : Grille de computation de différences finies	35
Figure (II.3) : Schéma explicite	37
Figure (II.4) : Schéma implicite.....	37

Chapitre III Simulation numérique via les différences finies

Figure (III.1) : La geométrie de la marche	42
Figure (III.2) : Le maillage utilisé	44
Figure (III.3) : Champs des vitesses à Umax=1cm/s	46
Figure (III.4) : Champs des vitesses à Umax=2cm/s	47
Figure (III.5) : Champs des vitesses à Umax=3cm/s	47
Figure (III.6) : Champs des vitesses à Umax=4cm/s	47
Figure (III.7) : Champs des vitesses à Umax=5cm/s	48
Figure (III.8) : Champs des vitesses à Umax=6cm/s	48
Figure (III.9) : Champs des vitesses à Umax=7 cm/s	48
Figure (III.10) : Champs des vitesses à Umax=8 cm/s	49
Figure (III.11) : Champs des vitesses à Umax=9 cm/s	49
Figure (III.12) : Champs des vitesses à Umax=10 cm/s	49
Figure (III.13) : La taille de la zone de recirculation en fonction de la vitesse	51

Chapitre IV : Simulation avec ANSYS Fluent

Figure (IV.1) : Interface de ANSYS Fluent 2021 R2	54
Figure (IV.2) : Volume de contrôle	56
Figure (IV.3) : La géométrie	58
Figure (IV.4) : Cotes de la géométrie	58
Figure (IV.5) : Maillage utilisé	59
Figure (IV.6) : Le profil parabolique à l'entrer Umax=10cm/s	60
Figure (IV.7) : Le profil des vitesses à Umax=1 cm/s	61
Figure (IV.8) : Le champ des vitesses à Umax=1 cm/s	61
Figure (IV.9) : Le profil des vitesses à Umax=2 cm/s	62
Figure (IV.10) : Le champ des vitesses à Umax=2 cm/s	62
Figure (IV.11) : Le profil des vitesses à Umax=3 cm/s	63
Figure (IV.12) : Le champ des vitesses à Umax=3 cm/s	63
Figure (IV.13) : Le profil des vitesses à Umax=4 cm/s	63
Figure (IV.14) : Le champ des vitesses à Umax=4cm/s	64

Figure (IV.15) : Le profil des vitesses à Umax=5 cm/s	64
Figure (IV.16) : Le champ des vitesses à Umax=5 cm/s	64
Figure (IV.17) : Le profil des vitesses à Umax=6 cm/s	65
Figure (IV.18) : Le champ des vitesses à Umax=6 cm/s	65
Figure (IV.19) : Le profil des vitesses à Umax=7 cm/s	65
Figure (IV.20) : Le champ des vitesses à Umax=7 cm/s	65
Figure (IV.21) : Le profil des vitesses à Umax=8 cm/s	66
Figure (IV.22) : Le champ des vitesses à Umax=8 cm/s.....	66
Figure (IV.23) : Le profil des vitesses à Umax=9 cm/s.....	66
Figure (IV.24) : Le champ des vitesses à Umax=9 cm/s.....	
	66
Figure (IV.25) : Le profil des vitesses à Umax=10 cm/s.....	67
Figure (IV.26) : Le champ des vitesses à Umax=10 cm/s.....	
	67
Figure (IV.27) : La taille de la zone de recirculation en fonction de la vitesse	68

Chapitre V : Discussion des résultats

Figure (V.1) : La taille de la zone de recirculation avec les deux simulations	72
Figure (V.2) : Visualisation de l'évolution de la recirculation derrière la marche descendante en fonction du nombre de Reynolds. L'écoulement devient instationnaire pour Reh = 350	74
Figure (V.3) : Mesure de la longueur de recirculation Xr en fonction de la vitesse U. Les cercles blancs correspondent à l'écoulement stationnaire, et les ronds noirs à l'écoulement instationnaire	75

LISTE DES TABLEAU

Tableau (I.1) : Résultats des principales études numériques antérieures	21
Tableau (I.2) : Résultats des principales études numériques antérieures	24
Tableau (III.1) : La zone de recirculation en fonction de la vitesse	50
Tableau (IV.1) : les conditions à l'entrée et à la sortie de la conduite pour le fluide	60
Tableau (IV.2) : La zone de recirculation en fonction de la vitesse	67
Tableau (V.1) : La taille de la zone de recirculation par les deux logiciels en fonction des vitesses.....	71

LISTES SYMBOLES

Er : Taux d'expansion géométrique

H : Hauteur de la marche

G : Production de l'énergie cinétique turbulente

L : Longueur de mélange

Re_H : Nombre de Reynolds basé sur la vitesse d'entrée U_e , la hauteur de la marche H et la viscosité cinématique du fluide ν

R_{ij} : Tenseur de Reynolds

V : Composante transversale de la vitesse moyenne

U_e : Vitesse moyenne d'entrée de l'écoulement

$U_i u_j$: fluctuation de la vitesse.

U : Composante longitudinale de la vitesse moyenne

$u_i u_j$: Tension de Reynolds de composantes i et j

X_R : Longueur de recollement

X, Y, Z : Coordonnées cartésiennes

Γ_Φ : Coefficient de diffusion relatif à la variable Φ

μ : Viscosité dynamique

ν : Viscosité cinématique

ρ : Masse volumique du fluide

τ_w : Tension sur la paroi

Σ_{ij} : Tenseur du taux de dissipation des tensions de Reynolds

Φ : Fonction généralisée

δ : Epaisseur de la couche limite

κ : Constante de Von Karman

ε : Taux de dissipation de k

U_e : Vitesse de l'écoulement extérieur.

INTRODUCTION GENERALE

La *mécanique des fluides numérique* (*MFN*), plus souvent désignée par le terme anglais *computational fluid dynamics* (*CFD*), consiste à étudier les mouvements d'un fluide, ou leurs effets, par la résolution numérique des équations régissant le fluide. En fonction des approximations choisies, qui sont en général le résultat d'un compromis en termes de besoins de représentation physique par rapport aux ressources de calcul ou de modélisation disponibles, les équations résolues peuvent être les équations d'Euler, les équations de Navier-Stokes.

Comme les études expérimentales sont très coûteuses et prennent plus de temps, notamment dans le domaine industriel, la modélisation et la simulation numérique s'avèrent être très utiles pour étudier les écoulements turbulents dans différentes situations. Néanmoins on ne peut se passer des données expérimentales qui servent souvent comme référence afin de valider les constantes empiriques utilisées dans les modèles de turbulence.

Les écoulements décollés et recollés ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux en raison de l'importance de leur application dans beaucoup de situations industrielles tels que : les fuselages d'avions, l'automobile et dans l'environnement.

L'écoulement sur une marche descendante est un écoulement de séparation et de recollement à géométrie simple, d'où le grand intérêt porté à cette configuration. En effet, en plus des différentes applications dans les domaines de l'industrie (moteurs à combustion, échangeurs de chaleur, réacteurs nucléaires, systèmes de refroidissement, ...) et du génie civil (bâtiment, pont, ...) la marche est la configuration idéale pour tester les modèles de turbulence et pour valider les codes numériques avant de tenter de les adapter à des géométries plus complexes.

Notre travail consiste à déterminer la zone de recirculation en fonction de différentes vitesses d'un fluide non visqueux (fluide parfait) grâce à deux logiciels de simulations (Matlab et Ansys Fluent).

Les résultats obtenus sont également confrontés à d'autres études numériques. Les chapitres de ce mémoire sont répartis comme suit :

- Le **chapitre I** comporte la description de notre problème à savoir l'écoulement en aval d'une marche et une revue bibliographique détaillée portant essentiellement sur les travaux expérimentaux et numériques antérieurs sur l'écoulement en aval d'une marche.

- Le **chapitre II** comporte des brefs rappels et définitions sur les notions de la mécanique des fluides, la modélisation numérique et la présentation des deux logiciels utiliser dans ce travail.

- Le **chapitre III** comporte la simulation numérique via la méthode des différences finies
- Le **chapitre IV** comporte la simulation numérique réalisé grâce à (Ansys Fluent), et rapporte les différents résultats obtenus.
- Le **chapitre V** comporte la comparaison des résultats obtenus par les deux simulations.

Enfin nous terminons notre travail avec une conclusion générale.

Chapitre I : *Description du problème et bibliographie*

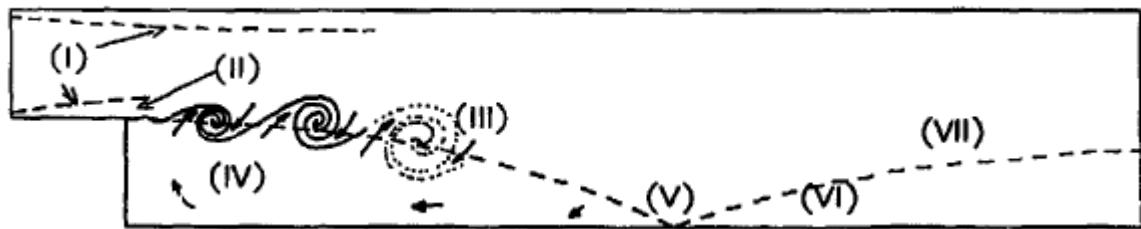
I.1 Introduction

Les écoulement décollé et recollé derrière une marche descendante ou l'élargissement brusque se démarque comme l'un des cas importants de modèles géométriques considérés bidimensionnels ou tridimensionnels. Quoiqu'étant simple, l'attrait de ce modèle géométrique est que les écoulements sont caractérisés par d'importants phénomènes fondamentaux reliés à la mécanique des fluides : le développement d'une couche limite sur la paroi horizontale en amont, décollement et développement d'une couche de cisaillement au coin de la marche, formation d'une zone de recirculation en aval de la paroi verticale, recollement de la couche de cisaillement sur la paroi horizontale en aval et redéveloppement d'une couche limite en aval du point de recollement.

Dans ce chapitre on essaye de donner une vue générale sur les écoulements en élargissement brusque et les écoulements décolles et recolles, on aborde notamment l'écoulement en aval d'une marche descendante et une synthèse bibliographique dans cet axe de recherche.

I.2 Description du problème

La marche descendante a été choisie comme géométrie de travail de cette étude, puisque l'écoulement qui s'y développe présente des caractéristiques proches de celles des écoulements industriels. La figure (I.1) montre les caractéristiques géométriques et physiques les plus importantes du problème. Cette géométrie est l'un des cas test les plus répandus dans le domaine des recherches fondamentales de la dynamique des fluides, expérimentales et numériques. Il s'agit d'une géométrie intéressante puisqu'elle génère des écoulements très instables. De plus, il est facile d'y maintenir le point ou la ligne de détachement sur une position donnée. Ceci est important quand on essaye de contrôler certains paramètres qui jouent sur la dynamique de l'écoulement. En outre, l'écoulement qui se développe en aval de l'expansion garde un grand degré de complexité, étant donné les instabilités caractéristiques de plusieurs types d'écoulements qu'on y retrouve, comme l'illustre la figure (I.1) : couche limite en développement (I), détachement de la couche limite (II), écoulement cisaillé (III), recirculation (IV), rattachement (V) et redéveloppement de la couche limite (VI), région d'interaction de la couche de cisaillement et de la couche limite en développement (VII).



Figure(I.1): Caractéristiques physiques générales de l'écoulement en aval de la marche descendante

I.3 ECOULEMENTS DECOLLES ET RECOLLES

Les décollements et recollements sont des écoulements qui sont créés généralement par le changement brusque de la géométrie. Plusieurs problèmes réels qui ont un intérêt industriel se composent de régions où l'écoulement peut être fortement turbulent avec des séparations, rattachement et des zones de recirculation.

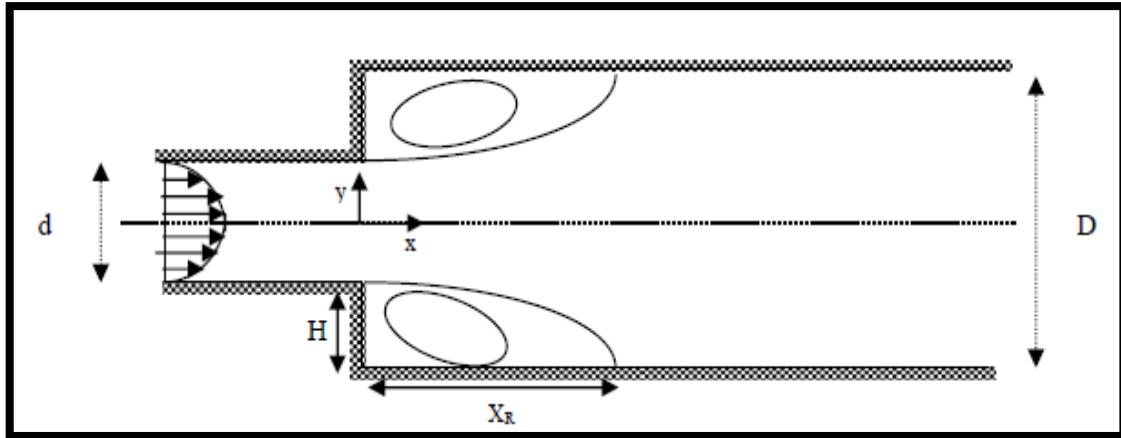
Il existe plusieurs configurations planes ou axisymétriques d'écoulement caractérisées par des séparations :

- Elargissement brusque.
- Marche descendante.
- Marche montante.
- Obstacle bidimensionnel.

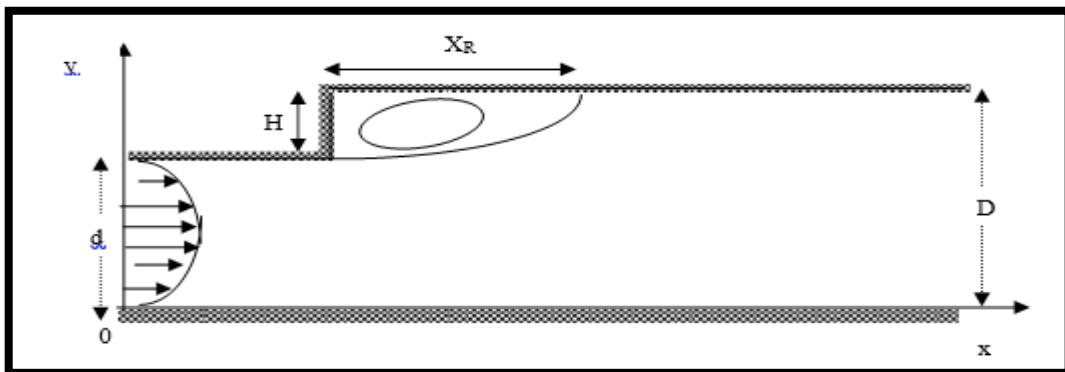
Nous détaillons dans la suite du chapitre quelques travaux antérieurs concernant certains écoulements séparés et recollés.

I.3.1 Elargissement brusque

Il existe deux types d'élargissement brusque, symétrique et asymétrique (Figures I.2 et I.3). Ce type d'écoulement pour les deux configurations se caractérise par une zone de recirculation dans la région de l'élargissement.



Figure(I.2): Elargissement brusque axisymétrique



Figure(I.3): Elargissement brusque asymétrique

Runchal A.K. (1970), a présenté les résultats d'une étude expérimentale utilisant la technique d'électrolyse contrôlée par diffusion pour déterminer les flux massiques dans les régions de séparation et de redéveloppement en aval d'un brusque élargissement d'un tube circulaire. Il a mené l'étude pour un nombre de Reynolds compris entre 2500 et 89000.

Il a mis en évidence l'influence des conditions aux limites sur le transfert de masse. Il a montré également que le transfert de masse dans la zone de rattachement varie par une loi en puissance simple du nombre de Reynolds, le point de recollement X_R étant localisé entre $6H$ et $8H$ (H est la hauteur de la marche causée par l'élargissement du tube circulaire).

Hutton A.G. & Smith R.M. (1986) ont proposé une étude numérique d'un écoulement turbulent s'écoulant à travers un canal avec un élargissement brusque du côté de la paroi supérieure (cas asymétrique) pour évaluer la performance des modèles de turbulence à deux équations. La configuration étudiée est un jet turbulent subissant le phénomène de décollement (dû à l'élargissement brusque) et de recollement générant une zone de recirculation. Le rapport

d’élargissement étant $E_r=2.1$ et le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de sortie étant 62000. Ils ont appliqué les modèles de turbulence à deux équations énergie dissipation $K - \varepsilon$ et q-f (q étant la racine carrée de l’énergie cinétique de la turbulence et f la fréquence des grosses structures). Ils ont comparé leurs résultats aux données expérimentales de Freeman A.R. & Szczepura R.T. (1982). Ils conclurent que la principale source d’erreur est l’équation de la dissipation et l’équation de la fréquence. Pour cela, ils ont proposé la modification des constantes dans les termes sources pour y remédier et avoir un meilleur accord avec les résultats expérimentaux.

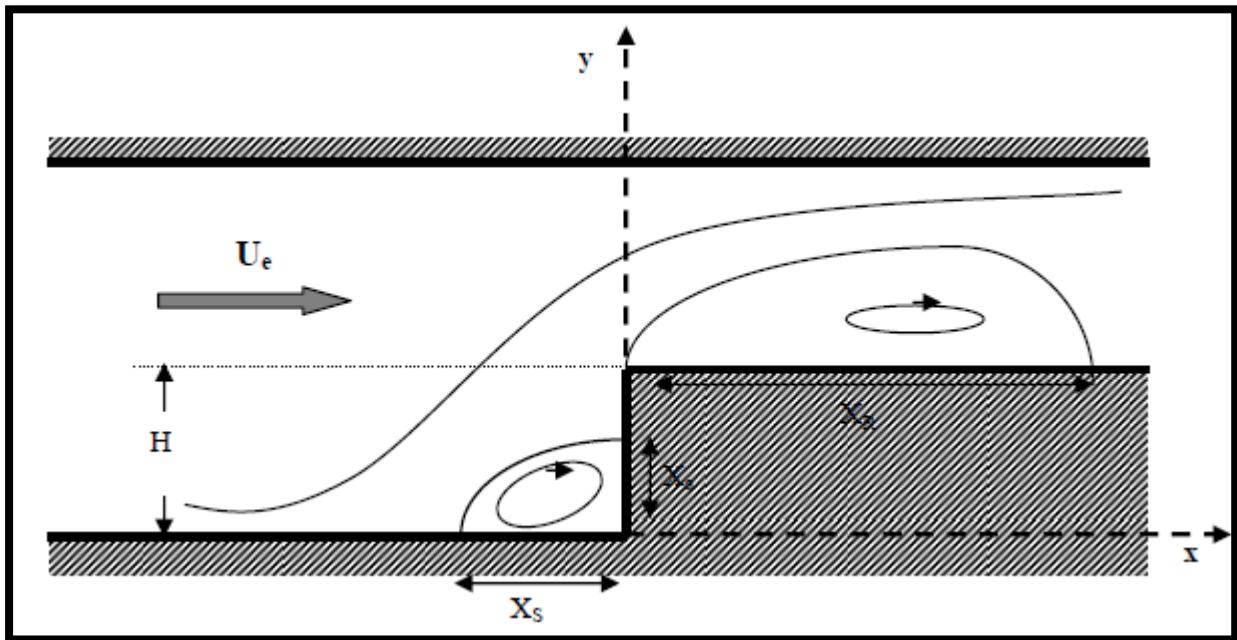
Khalil E.E. (1986) a étudié numériquement les écoulements à zones de recirculation en adoptant la méthode des différences finies et le modèle $K - \varepsilon$. Il a comparé ses résultats à des travaux expérimentaux antérieurs notamment ceux de Baker et al (1974) et ceux de Mobarak et al (1980). Son travail était destiné à rendre plus économique et plus rapide les designs des diffuseurs. Il s’est intéressé au phénomène de décollement ou de séparation en se penchant en particulier sur les effets des différents paramètres tels que l’inclinaison du plan supérieur, le profil de la vitesse d’entrée et les conditions aux limites de sortie.

I.3.2 Ecoulement en aval d'une marche

Parmi les écoulements bidimensionnels décollés et recollés, l’écoulement sur une marche a été largement étudié en raison de sa géométrie simple. La marche peut être abordée de plusieurs manières ; il y a la marche montante et la marche descendante. Il existe aussi la configuration où les deux types de marche sont regroupés ; il s’agit de la cavité (marche descendante–marche montante) et de l’obstacle (marche montante – marche descendante).

Toutes ces configurations engendrant une ou plusieurs zones de recirculation, trouvent des applications très importantes dans le domaine du design des bâtiments. Dans une étude numérique, Zhang C.X (1994) s'est penché sur les trois configurations (marche descendante, marche montante et obstacle) en prenant comme référence l'expérience de Moss W.D. & Baker S. (1980). Il s'est proposé d'examiner la performance du modèle de turbulence $k-\varepsilon$ pour la simulation de ce type d'écoulements.

I.3.3 Marche montante



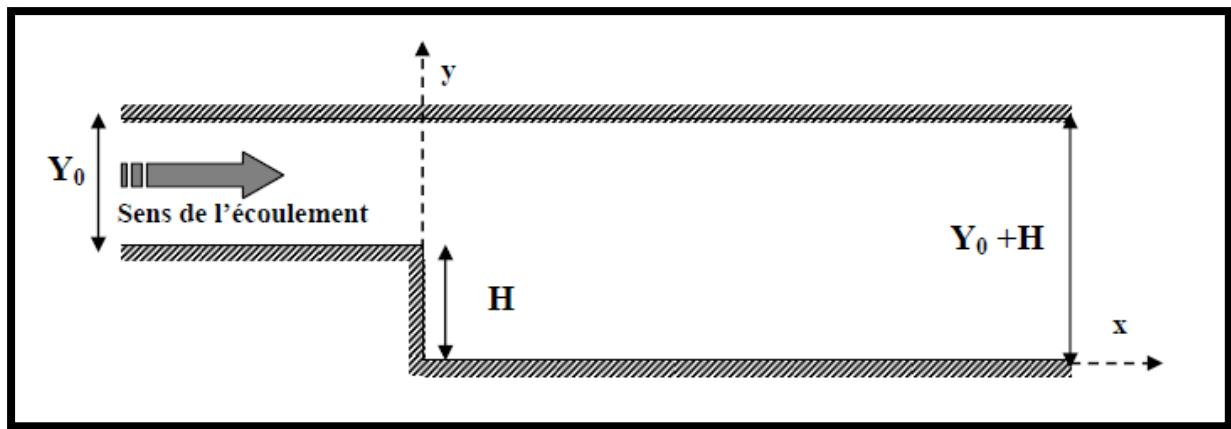
Figure(I.4):Ecoulement sur une marche montante

L'écoulement sur une marche montante a été peu étudié contrairement à la marche descendante, pourtant les applications industrielles sont nombreuses et intéressantes (transport ferroviaire, l'automobile, le bâtiment...). D'une manière générale ce type d'écoulement est composé de deux zones de recirculation qui sont des zones dépressionnaires, la première est localisée au pied de la marche et la seconde plus volumineuse sur la marche.

On constate la présence d'un décollement au bord d'attaque de la marche à l'origine de la formation de la deuxième zone de recirculation

I.3.4 Marche descendante

L'écoulement sur une marche descendante a fait l'objet d'une grande attention de la part de plusieurs chercheurs, en raison de ses nombreuses applications. En effet, il existe dans la littérature beaucoup d'études expérimentales ou numériques sur cette configuration en régime laminaires ou turbulents. Différentes applications dans l'industrie tels que les diffuseurs, les moteurs à combustion, le design des véhicules, des trains et des avions et même dans le design des constructions (écoulement du vent autour d'un bâtiment) sont liées à cette configuration.



Figure(I.5): Marche descendante

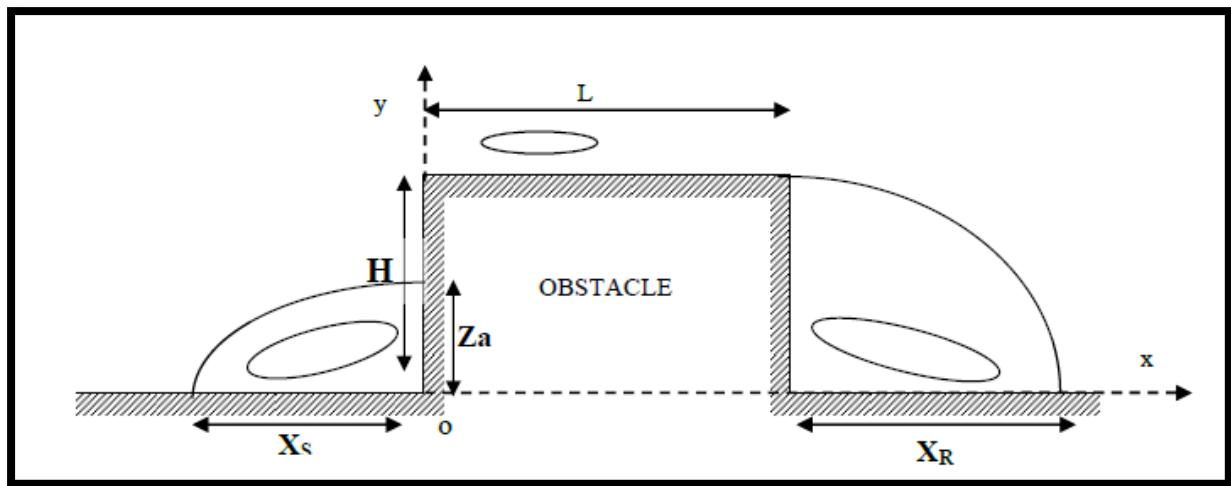
Une étude plus détaillée sur cette configuration (figure I.5) sera développée dans la suite du chapitre.

I.3.5 L'obstacle

On peut dire que c'est la combinaison de la marche montante et de la marche descendante (Figure I.6). L'écoulement autour de l'obstacle présente plusieurs zones de recirculation avant la marche montante, sur l'obstacle et à son aval. Zhang C.X (1994) a simulé numériquement l'écoulement turbulent autour d'un obstacle de hauteur H et de largeur $2H$, en appliquant le modèle $k-\varepsilon$. Les résultats obtenus sont confrontés à l'expérience de Moss & Baker (1980).

Le point de séparation en amont de l'obstacle déterminé numériquement est situé en $X_s = -0.79H$ alors que la valeur expérimentale est $X_s = -H$. L'attachement sur le plan vertical de l'obstacle se produit en $Z_a = -0.54H$ alors que l'expérience donne $Z_a = 0.65H$. Il n'y a pas de rattachement au-dessus de l'obstacle mais en aval de l'obstacle $X_R = 9.38H$ comparée à la valeur expérimentale $X_R = 10H$. Les profils de la vitesse horizontale sont en bon accord avec l'expérience. Pour le décalage des profils au-dessus de l'obstacle, l'auteur soupçonne les conditions d'entrée d'en être la cause.

Les vitesses verticales sont correctement déterminées numériquement sauf pour le bord aval de l'obstacle où il y a un écart qui peut provenir du vortex qui apparaît sur l'obstacle.



Figure(I.6): Ecoulement sur un obstacle

Leclercq D.J.J. & al (2001) ont réalisé une étude expérimentale d'un écoulement turbulent bidimensionnel abordant un obstacle de longueur L , composé de deux marches montante et descendante de hauteur $H=0.05$ m avec un nombre de Reynolds $Re_H=1.7 \cdot 10^5$. Cette étude a été examinée par la suite par Addad & al (2003).

Le bruit aérodynamique étant généré par les structures turbulentes des écoulements sur les véhicules routiers et les trains. Addad Y. & al (2003) ont réalisé une simulation des grandes échelles (LES) d'un écoulement turbulent sur un obstacle de hauteur $H=50$ mm et de longueur $L=10 H$ constitué d'une marche montante et une autre descendante, la vitesse de l'écoulement externe étant $U_e=50$ m/s donc un nombre de Reynolds $Re_H=1.7 \cdot 10^5$. L'objectif est de réduire la propagation du bruit. Leurs résultats sont en bon accord avec ceux de Leclercq & al (2001).

L 'écoulement étudié développe trois zones de recirculation autour de l'obstacle : les points de séparation et de rattachement avant la marche montante sont en accord avec ceux de Leclercq & al (2001) et Moss & Baker (1980). L'expérience montre que l'écoulement décolle entre $0.8H$ et $1.5H$ avant la marche et se recolle sur la paroi verticale de la marche alors que les valeurs retrouvées par la méthode LES sont respectivement $1.2H$ et $0.6H$. La seconde zone de recirculation atteint $4.7H$, ce qui est en accord avec la valeur expérimentale de Moss & Baker, alors que Leclercq & al (2001) ont observé le recollement de la deuxième zone en $3.2H$. Au bord de la marche descendante survient le dernier décollement puis le recollement à une distance de $4H$ à partir des calculs par simulation tandis que pour l'expérience de Leclercq & al (2001) la distance est de $3.5H$.

I.4 ECOULEMENT EN AVAL D'UNE MARCHE DESCENDANTE

Dans ce qui suit, et pour plus de clarté, nous avons choisi d'aborder l'écoulement sur une marche descendante à travers ses caractéristiques générales telles que les paramètres importants, la structure de l'écoulement (les différentes régions) ; les principales interactions entre les différentes zones de l'écoulement et les grandes structures associées au processus de séparation et de recollement. Nous détaillons ces mécanismes à travers une étude bibliographique.

I.4.1 Description générale de l'écoulement

L'écoulement sur une marche descendante est un écoulement décollé et recollé créé par la marche. Le décollement de la couche limite amont se produit à partir du mur vertical de la marche, en développant une nouvelle couche cisaillée.

La séparation est au départ parallèle au plan horizontal de la marche ; la ligne de séparation en aval de la marche est ensuite légèrement déviée.

I.4.1.1 Caractéristiques de l'écoulement

La longueur de recollement est la caractéristique la plus importante dont dépend la zone de recirculation.

En étudiant l'évolution de la longueur de rattachement et sa variation en fonction des conditions dynamiques et géométriques, J.K.Eaton & al (1981) ont cité cinq paramètres indépendants importants :

- Les conditions initiales.
- L'épaisseur de la couche limite.
- La turbulence de l'écoulement extérieur.
- Le gradient de pression.

Trois autres paramètres spatiaux indépendants sont définis par BADRI Kusuma (1993) :

- Le rapport d'expansion : (voir figure I.7)

$$E_r = \frac{Y_{aval}}{Y_{amont}} \quad (I.1)$$

Westphal & al (1984) ont montré que le coefficient de pression est pratiquement indépendant de E_r , et ils ont montré que l'effet de ce paramètre sur le processus de recollement est négligeable comparé aux autres paramètres.

- Le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de l'écoulement, la hauteur de la marche et la viscosité du fluide :

$$Re_H = \frac{U_e H}{\mu} \quad (\text{I.2})$$

Il met en évidence l'influence relative de la viscosité sur l'écoulement décollé et recollé. Les effets du nombre de Reynolds sur la longueur de recollement ont été étudiés par Back & Roshke(1972) pour le cas de la marche descendante, et par Schichting (1979) pour le cas d'un obstacle cylindrique. Aux faibles nombres de Reynolds, l'écoulement est laminaire. Quand le nombre de Reynolds croit, l'instabilité se développe. Aux grands nombres de Reynolds, l'écoulement autour d'un cylindre devient instable et la couche limite devient turbulente. D'après Adams & al (1984) Re_H est considéré comme un paramètre fondamental pour décrire le régime total de l'écoulement sur une marche descendante.

➤ Le rapport $\frac{\delta}{H}$

Ce paramètre est représentatif de la condition initiale de la couche cisaillée. δ étant l'épaisseur de la couche limite sur la paroi amont Bradshaw (1966) et Birch (1981), ont discuté l'importance de la condition initiale sur le développement de la couche cisaillée.

I.4.1.2 Structure de l'écoulement

Dans leurs travaux Abbot et Kline en 1961 et Pronchick et Kline en 1983 ont divisé le champ en régions d'écoulement simple, ce qui permet de mieux comprendre le mécanisme de l'écoulement. Ainsi l'écoulement turbulent sur une marche pour le cas d'une couche limite incidente est séparé en cinq régions d'après l'étude de E.W. Adams et al (1984) (figure I.7) :

- **Région 1 :** couche limite.
- **Région 2 :** couche cisaillée libre.
- **Région 3 :** zone de recirculation.
- **Région 4 :** zone de recollement.
- **Région 5 :** zone de redéveloppement.

Les profils de vitesse des régions 1 et 5 sont paraboliques, alors que ceux des régions 2, 3 et 4 présentent des interactions elliptiques. Il existe alors plusieurs interactions entre les régions générées par l'écoulement ; celles-ci sont surtout fortement dépendantes des paramètres spatiaux (E_r , Re_H et δ /H).

Région 1 : Elle correspond aux conditions d'entrée de l'écoulement en aval de la marche. D'après Birch (1981), la couche cisaillée est très sensible aux conditions aux limites, ce qui entraîne une influence de la zone 1 sur tout l'écoulement. Bradshaw et Wong (1972) l'ont bien remarqué dans

leurs travaux. Ces derniers ont défini trois régimes de perturbation (dus à la présence de la marche dans cette région) : Perturbation écrasante ($\frac{\delta}{H} < 1$), forte perturbation ($\frac{\delta}{H} = 1$) et faible perturbation ($\frac{\delta}{H} > 1$). Notons que ces critères n'ont pas été validés pour toutes les configurations d'écoulements incidents (Badri Kusuma, 1993).

Région 2 : C'est une couche cisaillée libre. Elle est située entre le point de décollement au bord de la marche et la frontière de la zone recirculation, où la structure de l'écoulement est très influencée par le recollement (zone d'impact).

Région 3 : Il s'agit d'une zone de recirculation où l'écoulement est à flux opposé. D'après Eaton & Johnston (1980), Westphal & al 1984 et Adams & al (1984) l'écoulement a une vitesse ne dépassant pas 20% de la vitesse de référence (U_{ref}) et un coefficient de frottement de l'ordre de ($C_f = 0,02$). Chandrsuda & Bradshaw (1981) ainsi que Eaton et Johnston (1981) ont conclu que ce n'est pas une zone "d'eau morte" de faible vitesse.

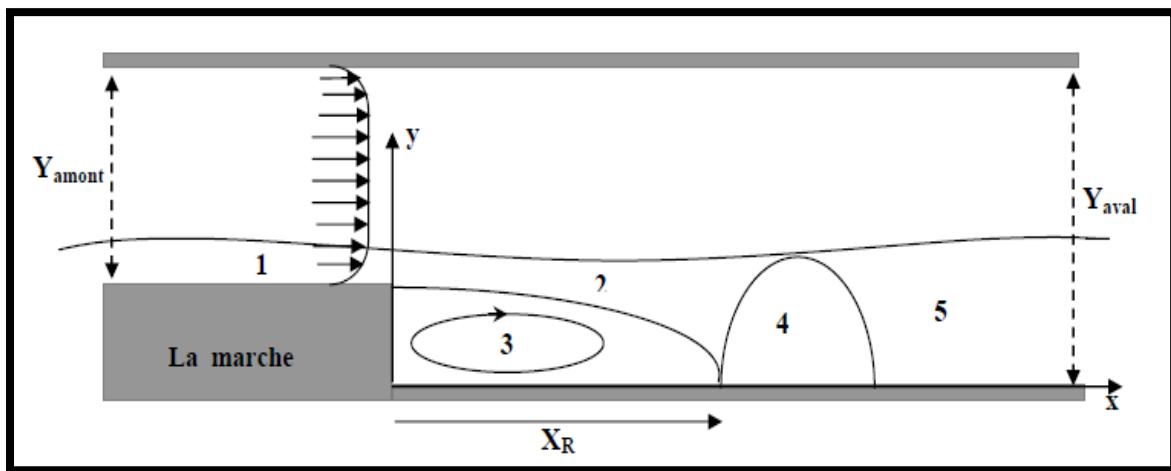
L'écoulement dans cette zone fut considéré comme laminaire, la corrélation $-uv$ étant très faible, malgré les grandes fluctuations créées par l'instabilité de l'écoulement (Driver & Seegmiller 1982, Pronchick & Kline, 1983 et Adams & al. 1984).

D'après l'étude de Chapman (1958), la longueur de recollement correspond à un équilibre entre l'écoulement entraîné de la zone de séparation par la couche cisaillée libre et l'écoulement inverse de la zone de recollement vers la zone de séparation sous l'effet des forts gradients de pression. Westphal & al. (1984) ont conclu que la croissance de l'entraînement de la couche cisaillée entraîne une diminution de la longueur de recollement.

Région 4 : La zone de recollement qui est caractérisée par un écoulement instable soumis à une forte interaction avec la paroi. Shandrsuda, 1975 et Kim & al. (1978) ont constaté que l'écoulement près de la paroi à l'aval du recollement est fortement intermittent. Eaton & Johnston (1980) constatèrent qu'au début de la zone de recollement le courant est complètement inversé, changeant de direction vers l'aval. La longueur de recollement est fluctuante d'après Abbot & Kline (1961) et Eaton & Johnston (1980). Le point de recollement fluctue sur une zone de longueur de $2H$ autour de sa position moyenne. D'après Adams & al. (1984) le processus de recollement constitue une condition initiale au processus de redéveloppement.

Région 5 : C'est la région de redéveloppement (de restructuration) où l'équilibre énergétique de l'écoulement commence à se rétablir pour atteindre les propriétés d'établissement de la zone

aval. Dans cette région la tension de Reynolds diminue rapidement et simultanément une nouvelle sous couche limite commence à se développer en traversant la couche cisailée. La partie extérieure de la couche cisailée de recollement conserve la caractéristique d'une couche cisailée libre, jusqu'à $50H$ à l'aval du point de recollement (Bradshaw et Wong, 1972, et Smyth, 1979) ; les grandes structures développées dans la couche cisailée libre de la séparation persistent (Badri Kusuma, 1993).



Figure(I.7): Structure de l'écoulement sur une marche descendante

I.4.2 Références

Les références présentées concernent les principaux travaux expérimentaux et numérique réalisés sur la marche descendante.

I.4.2.1 Etudes expérimentales

Les études expérimentales sur les écoulements détachés et rattachés derrière une marche sont nombreuses. Elles considèrent généralement les effets de la séparation, du rattachement, et du redéveloppement de la couche limite ainsi que l'influence du nombre de Reynolds.

Eaton et Johnston (1981), ont évalué toutes les données expérimentales disponibles pour des comparaisons et validations des codes de calculs. Ils ont également proposé des critères pour qu'une expérience puisse être considérée comme référence pour les calculs numériques : adéquation de l'instrumentation pour accéder aux directions instantanées de l'écoulement dans la zone de recirculation ; conformité des installations pour assurer la condition de bidimensionnalité, c'est à dire, que le rapport de la profondeur par la largeur du canal soit supérieur à 10 ;

établissement précis des paramètres de contrôle de l'écoulement, comme l'épaisseur de la couche limite en amont du point de détachement, profil de vitesse moyenne, intensité turbulente, etc ; et finalement, l'accord des grandeurs turbulentes avec le comportement standard des autres expériences, par exemple que le tenseur de Reynolds croisse de la marche à la région de rattachement de la couche limite et qu'il décroisse en aval de cette région.

Ils ont présenté ces critères à la conférence de Stanford (1980-1981) ainsi qu'une analyse complète des travaux réalisés avant 1980, en concluant qu'il n'existe aucune expérience qui remplisse leurs conditions. Cependant l'expérience de Kim et al. (1978), présentant des mesures de vitesse moyenne, tensions de Reynolds et coefficient de pression.

Eaton et Johnston (1980) ont mesuré la composante moyenne de la vitesse longitudinale et l'intensité turbulente à l'aide d'un anémomètre à fil à courant puisé. Ils présentent également la pression statique et le coefficient de friction sur les parois. Par ailleurs, Pronchick et Kline (1983) ont utilisé un système LDA à deux composantes en déterminant un ensemble de résultats très complet. Ils ont également visualisé l'écoulement à l'aide de bulles d'hydrogène, arrivant à la conclusion que la structure de l'écoulement dans la région de rattachement est dominée par des grands tourbillons prenant naissance dans la couche cisailée libre. Leur expérience a aussi montré que la couche de mélange qui se déclenche en aval de la marche est similaire à une couche de mélange spatiale libre.

Les instabilités primaires dans un écoulement détaché-rattaché ont été étudiées par Troutt et al (1984). Ils ont mis en évidence l'existence et l'importance des grosses structures dans l'écoulement en aval de la marche. Roos et Kegelman (1986) ainsi que Isomoto et Honami (1987) ont étudié l'influence du nombre de Reynolds et l'intensité turbulente en amont de la marche. Otügen (1991) a étudié l'influence de la hauteur de la marche sur l'écoulement moyen sur cette géométrie. La position du point de rattachement et l'intensité tourbillonnaire en aval de la marche sont très dépendantes de ces paramètres. Les structures cohérentes ont également été mises en évidence dans les écoulements bidimensionnels de film liquide par Gharib et Derango (1989).

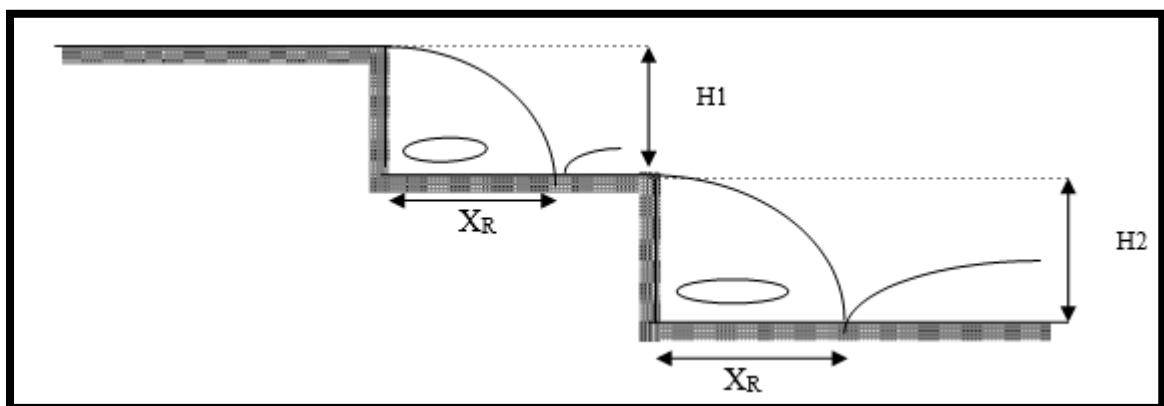
En 1950 Hsu étudie la conversion de l'énergie en mesurant le champ de la vitesse moyenne et le champ turbulent de l'écoulement en aval d'une marche descendante.

Une étude expérimentale ayant pour objectif de déterminer le coefficient de transfert de chaleur local. Le facteur de recouvrement pour les écoulements turbulents bidimensionnels décollés et recollés a été présenté par R.A.Seban, A. Emery, et A.Levy (1959).

Ces derniers utilisent deux marches chauffées de hauteurs différentes ($H_1 = 2.06 \text{ cm}$ et $H_2 = 0.64 \text{ cm}$). Ils obtiennent un coefficient de transfert de chaleur maximal à $x = 5H_1$; c'est le point où l'écoulement est recollé, dans le cas de la marche H_1 . Pour la deuxième marche, le rattachement se fait à $6H_2$.

More étudie en 1960 la région de séparation sur une mince couche d'air avec un rapport $\frac{\delta}{H} = 1$. Il détermine la distribution des pressions sans pouvoir mesurer les grandeurs turbulentes. Alors que Tani & al. (1961) parviennent à mesurer l'intensité de la turbulence, la contrainte de cisaillement de la turbulence, les profils de vitesse moyenne et la distribution des pressions. Ils concluent que la distribution de pression n'est pas sensible à la variation de H et de δ et que les différentes conditions de la couche limite amont ne créent pas de différence significative à l'aval de la marche, car l'influence de la turbulence se produit dans la couche de cisaillement libre près de la séparation.

Dans la même année Abbot & Kline (1961) ont visualisé les régions de recirculation et de recollement. Ils ont effectué des mesures qualitatives sur une double marche descendante (Figure I.8). Ils ont noté que l'écoulement près du recollement est instable et se divise en trois régions : écoulement 3D, 2D et "overall length of séparation" ; l'intensité turbulente et le nombre de Reynolds n'ont pas d'effet sur la structure de l'écoulement, aussi la longueur de recollement trouvée sur chacune des marches est de l'ordre de $7H$.



Figure(I.8): Double marche descendante

En 1966 Krall K.M. & Sparrow E.M. mènent des expériences pour déterminer l'effet de l'écoulement décollé sur les caractéristiques du transfert de chaleur dans un tube circulaire. L'écoulement de séparation est produit par un orifice de diamètre variable, produisant un nombre de Reynolds qui varie entre 10000 et 130000. Les mesures obtenues montrent que les coefficients de transfert de chaleur dans les régions de séparation, de recollement et de redéveloppement sont nettement plus grands que ceux pour l'écoulement totalement développé. Par exemple au point de rattachement, les coefficients sont 3 à 9 fois plus grands que ceux correspondants à l'écoulement pleinement développé. Le point de recollement de l'écoulement, qui correspond au maximum de distribution du coefficient de transfert de chaleur, est passé de $1.25D$ à $2.5D$ à partir de l'expansion (D étant le diamètre de l'orifice).

Filetti E.G. & Kays W.M. (1966) présentent des résultats expérimentaux concernant le coefficient de transfert de chaleur dans les régions de séparation, de rattachement et de redéveloppement derrière une double marche située dans un conduit. Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du conduit varie de 70000 à 205000. Le maximum de transfert de chaleur (nombre de Nusselt maximum) est atteint au point de rattachement suivi d'une diminution vers la zone de l'écoulement de conduit pleinement développé.

L'étude expérimentale de D.W. Etheridge & P.H. Kemp (1977) a été réalisée dans un canal de 150 mm, muni d'une marche descendante de hauteur $H=13.46$ mm, située à 750 mm de l'entrée du canal. L'objectif de leur première expérience est de déterminer les conditions de développement de la couche limite le long du canal et l'expression de son épaisseur. Aussi ont-ils mesuré les profils des vitesses moyennes et les intensités de la turbulence pour trois sections transversales distinctes : $x= 0.44, 0.91$ et 1.94 m (x étant la distance à partir de l'entrée du canal). La seconde expérience a permis de déterminer les profils mesurés en différentes positions en amont de la marche. Ils ont déduit que les grandeurs passent par le maximum près de la paroi et que les mesures de turbulence révèlent le développement d'une nouvelle couche cisaillée, qui se divise au point de rattachement avec le 1/6 de la masse du fluide de l'écoulement de l'aval.

Un travail expérimental est réalisé par Tagg, Patrick & Wragg en 1979 pour déterminer les distributions de transfert de masse en amont d'un jet circulaire injecté dans un conduit circulaire à partir d'une buse. Pour différents rapports d'expansion, le taux de transfert de masse augmente pour atteindre une valeur maximale, puis décroît pour obtenir la valeur prédictive dans le cas de l'écoulement développé.

Kim J. & al. effectuent une étude complète en 1978 sur l'écoulement décollé et recollé au passage d'une marche descendante ayant comme rapport d'expansion $E_r = 1/3$, une vitesse d'entrée $U=18.2m/s$ et un nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche $Re_H = 31000$. Ils trouvent une distance de recollement $X_R=7.0H$.

Dans sa thèse de doctorat, Badri Kusuma (1993) a présenté une étude expérimentale sur l'écoulement turbulent décollé et recollé au passage d'une marche descendante. Les expériences étaient destinées à produire des mesures de référence sur la structure turbulente de ce type d'écoulement et pour comprendre les effets des rugosités de la paroi et de turbulence extérieure dans la zone de recirculation et de recollement. Il a réalisé les mesures qualitatives par visualisation Laser et les mesures quantitatives par anémométrie à fil chaud. Trois configurations d'écoulement ont été considérées : canal rectangulaire, canal divergeant et jet pariétal, la marche étant à hauteur réglable entre 0 et 10 cm.

Il a exploité les mesures par trois méthodes : le lissage des gradients de vitesses moyennes près des parois pour définir la longueur de recollement, les longueurs caractéristiques de la turbulence en coordonnées de Westphal pour analyser le comportement des grandes structures, la loi universelle logarithmique (couche limite) et l'affinité des profils de vitesses moyennes pour analyser la zone de recollement.

Des données expérimentales ont été obtenues pour l'écoulement turbulent en aval de la marche descendante par Boizumault F et al. (1999) dans le but d'analyser l'échange thermique local par convection sur la paroi située en aval de la marche. La configuration étudiée présente un rapport d'expansion $E_R=1.5$, la hauteur de la marche étant $H=4 mm$. Trois conditions de l'écoulement à l'amont de la marche sont prises en considération : écoulement uniforme en dehors d'une couche limite laminaire, celui d'une couche limite turbulente ou le cas d'un écoulement en régime établi. Ils ont conclu que :

- L'abscisse du point de transfert maximum présente des variations importantes pour la gamme de nombres de Reynolds étudiée.
- Dans la zone $X < X_{max}$ qui comprend la zone de recirculation, ne dépend que du régime d'écoulement en amont de l'élargissement.
- Le transfert de chaleur dans la zone de recollement est régi par l'épaisseur de la couche limite d'une part et par la vitesse d'autre part.

Reulet. P, Arnould .H et Millan. P (1999) ont étudié expérimentalement l'écoulement en aval d'une marche descendante de hauteur $H=50 mm$, le rapport d'élargissement étant $E_r=1.33$. L'expérience

a été réalisée pour deux vitesses d'entrée de 12 m/s et 20 m/s, soit des nombres de Reynolds Re_H de 3.8×10^4 et 6.4×10^4 . Leur but était de valider des lois de parois appliquées dans les zones de très proche paroi pour des situations complexes telles que la zone de recollement et la zone de recirculation.

Ils ont trouvé un point de recollement $X_R = 7.3H$ pour le cas où $U_e=12$ m/s et pour le cas où $U_e= 20$ m/s.

En faisant une comparaison des résultats expérimentaux avec les lois de paroi correspondantes dans la zone de recirculée, ils ont montré que la zone logarithmique n'est visible sur les profils que pour $2.5 \leq X/H \leq 5$. Ils montrent la nécessité de modifier les lois de parois pour mieux représenter la zone de recirculation.

En 2001 Legrand J. Tihon J., et Legentilhomme P. ont fait une étude expérimentale d'un écoulement derrière une marche descendante de hauteur $H=20mm$ dans un conduit rectangulaire de dimensions 220mm de largeur x 70mm de hauteur x 1.6m de longueur. Le rapport d'expansion étant $E_r= 1.4$ et le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de sortie variant de *1200 à 12000*. La technique de mesure utilisée est la méthode de l'electro-diffusion. Ils déterminèrent ainsi la longueur de rattachement $X_R/H = 5.1$ en montrant la dépendance de celle-ci avec nombre de Reynolds et en se basant sur les études antérieures. Cette étude a permis d'identifier expérimentalement deux zones de recirculation en aval de la marche ; La première est le petit tourbillon au coin de la marche caractérisé par la distance $X_c/H=1.75$, la deuxième est la zone de recirculation caractérisée par la longueur de rattachement $X_R/H = 5.1$.

Tableau (I.1) : Résultats des principales études numériques antérieures.

Auteurs	E_r	\square/h	R_{eH} (10^{-4})	X_R/H	B/H
Hsu 1950)	1.67	0.13	25	6.3	4.5
Abbot & Kline (1961)	1.5	0.16 a 1.97	2 a 5	7 a 10	2-15
Krall & Sparrow (1966)	2/3 à 1/4		1 a 13	1.25 a 2.5	
Bradshaw & Wong (1972)		0.13	4.2	6.0	30.5
Baker (1977)	1.1	0.71	5	5.7 a 6.0	18
Etheridge & Kemp (1978)	1.07	2	0.5	5.0	12
Eaton & Johnston(1980)	1.67	0.23	3.9	8	12
	1.67	0.23	2.3	8.2	12
	1.67	0.18	1.1	7.0	12
Chandrsuda & Bradshaw (1981)		0.04	11	5.9	15
Adams et al (1984)	1.25	0.2-1.6	0.8 a 3.6	4.8 a 6.6	11.4
Seegmiller et al (1985)	1.13	1.47	3.78	6	12
Otugen & Muckenthaler (1991)	1.5 à 3.13		16	6.3	10.4
			16		
Yul Yoo & Baik (1992)			20	6.5	43

I.4.2.2 Etudes numériques

Les études numériques réalisées sur cette géométrie sont très nombreuses. Presque toutes ont été réalisées à l'aide des modélisations classiques du type fermeture en un point, à l'exception d'une étude récente réalisée par Arnal et FViedrich (1991) sur la marche descendante, à l'aide de la simulation des grandes échelles. Dans cette bibliographie on se limitera à en citer quelques-unes.

L'étude de A.D.Gosman & al. (1977) fut consacrée à la résolution numérique des équations de conservation pour des écoulements bidimensionnels à recirculation. Ils utilisèrent une méthode

des volumes finis pour sept configurations distinctes adoptant leurs différentes conditions aux limites correspondantes, dont celle de la marche descendante de Abbot & Kline (1962), pour laquelle ils déterminèrent une longueur de rattachement $X_R = 9H$. Leurs résultats étaient en assez bon accord avec les résultats expérimentaux d'Abbot & Kline. Ils conclurent ainsi que le modèle à deux équations pouvait être adapté à une multitude de situations industrielles

Demirdzic *et al.* (1981) ont utilisé un modèle K— ϵ qui sous-évalue la longueur de rattachement. Un modèle des tensions de Reynolds a été employé par Celengil et Mellor (1985), mettant en évidence un écoulement instable avec un comportement à peu près périodique. Les moyennes temporelles ont été comparées avec celles de Kim *et al* (1978). Awa *et al.* (1988) ont obtenu de très bons résultats moyens en faisant des adaptations du modèle K— ϵ pour les différentes zones de la figure I.4. Le problème majeur de cette technique est le manque de généralité. Il faudrait, dans ce cas, avoir un modèle pour chaque problème à étudier. Les modèles déjà utilisés avec cette géométrie mènent à des résultats plus ou moins corrects selon leur degré d'adaptation au problème traité.

Driver et Seegmiller (1985) ont utilisé les versions modifiées du modèle $k - \epsilon$ et le modèle ASM (algebraic stress model) de Sindir.M (1983). Ce dernier a présenté une version modifiée du code TEACH (Gosman, 1977) pour accommoder les modèles de turbulence $k - \epsilon$ et (ASM). Ils ont utilisé une grille de 42x42 pour le maillage. Il a constaté qu'en modifiant le terme de production dans l'équation du taux de dissipation, il obtient une nette amélioration aux résultats numériques. La longueur de rattachement et les tensions de Reynolds s'approchaient davantage des valeurs expérimentales.

N.Toy & K.Ainkaran (1986) ont utilisé le modèle de turbulence à deux équations $k - \epsilon$ de Spalding & Launder (1973). Les calculs ont été menés avec le code CHAMPION de Pun & Spalding (1976) moyennant l'algorithme SNIP de Spalding (1976) similaire à l'algorithme SIMPLE de Patankar & Spalding (1972). Leurs résultats montrent que la longueur de rattachement est affectée considérablement par la géométrie de la marche.

Dans le domaine du transfert thermique, une étude sur le traitement des parois a été proposée par M.Ciofalo & M.W.Collins (1989) pour les écoulements turbulents générant des recirculations .Le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood obtenus par l'utilisation des fonctions de paroi classiques ne sont pas satisfaisantes dans les régions de rattachement et de redéveloppement. Pour cela ils ont utilisé une autre approche qui consiste à considérer l'épaisseur adimensionnée de la sous couche visqueuse comme variable en fonction de l'intensité de la turbulence déduite l'énergie

cinétique turbulente. En adoptant cette approche et en utilisant le modèle $k - \varepsilon$ avec le code numérique FLOW3D, ils ont amélioré les résultats pour le cas de plusieurs géométries dont la marche et la double marche descendante en appliquant les trois méthodes du traitement des parois.

Ceci a permis de montrer que l'approche proposée aide à améliorer les résultats qui sont en meilleur accord avec les données expérimentales. Ils ont obtenu dans le cas de la marche descendante ($E_r=1.25$, $Re_H = 2800$) : $X_R \approx 5H$ et pour le cas de la double expansion symétrique ($E_r=2.125$, $Re_H=5700$, $H=2.86$ cm) : $X_R \approx 4.5H$.

Chang K.C. & al. (1991) développèrent un modèle de turbulence $k - \varepsilon$ hybride, en modifiant les effets de courbure pour le cas des écoulements générant des zones de recirculation. Ils ont obtenu une meilleure simulation des écoulements turbulents décollés. Ils ont présenté dans leur article, les profils de vitesse et de l'énergie cinétique turbulente et un tableau comparatif des longueurs de rattachement obtenus par l'expérience et par le calcul basé sur le modèle $k - \varepsilon$ standard ainsi que les versions modifiées.

Marrano R. (2003) a étudié la marche descendante de Eaton, 1980, dans le cas tridimensionnel en utilisant la méthode des grandes échelles LES (décrise au chapitre II). L'aspect innovateur de son étude est de montrer la faisabilité et l'aptitude de la méthode LES pour modéliser un écoulement turbulent dont le nombre de Reynolds est relativement élevé ($Re_H=11000$ et $Re_H=39000$) sans recourir à une loi de paroi. Il a validé son code de calcul par comparaison avec les résultats expérimentaux de l'écoulement laminaire derrière une marche descendante obtenus par Armaly et al (1983). La validation du code étant faite, il étudie l'écoulement turbulent et obtient des résultats relativement proches des valeurs expérimentales de Eaton ; $X_R=7.1H$ alors que $X_{Rexp}=7.0H$ pour le premier cas et $X_R=7.8H$ alors que $X_{Rexp}=8.0H$ pour le deuxième cas. Il effectue aussi une comparaison avec les résultats obtenus par le calcul basé sur le modèle standard $k - \varepsilon$ pour lequel $X_R=6.2$ ($Re_H=11000$) et $X_r=6.6$ ($Re_H=39000$). Il justifie les écarts entre ses résultats et l'expérience d'Eaton par l'insuffisante de la finesse du maillage utilisé. Près des parois solides et dans la couche de cisaillement le maillage a été serré car ces zones sont des régions à gradients élevés.

La simulation à grandes échelles (LES) a été utilisée par Campregher R. et al (2004) pour modéliser un écoulement turbulent sur une marche descendante avec un nombre de Reynolds $Re_H=38000$. Un maillage non uniforme est utilisé pour serrer les mailles dans les zones où les gradients sont importants (derrière la marche et près de la paroi inférieure). Les différentes propriétés du fluide ont été étudiées telles que la longueur de rattachement X_R et les profils de la vitesse.

Tableau (I.2) : Résultats des principales études numériques antérieures.

Auteurs	Er	C.L	R _{eh}	X _r /H	B/H	Modèle	Notes
Sindir et al (1983)	1.12 5	T		6		k - ε ASM	
Giofalo et Collins (1989)	1.25 2.12 5	T T	2800 57000	5 4.5		k - ε	Marche descendante Expans. symèt.
Thangam et Speziale(1991)	1/3	T	132000	6.0 6.25 6.90		k - ε	Loi paroi 2 couches Loi paroi 3 couches Viscos.turbo. anisotrope
Zhang (1994)	1.11	T		4.93		k - ε	Ecoulement 3D
Chan D.C. et Mittal R. (1996)		T	5100				
Marrano R. (2003)		T	11000 11000 39000	7.1 6.2 6.6		LES k - ε	
Campre gher (2004)		T	38000			LES	
Presente étude	1.12 5	T	37423	3.2 5.4	1	k - ε Mono multi	Loi universelle logarithmique

I.4.2.3 Discutions

On arrive alors aux conclusions suivantes :

Les études expérimentales développées sur la marche descendante offrent les éléments de base (statistiques) pour des validations des modèles numériques ainsi que quelques éléments pour la compréhension de la physique de l'écoulement. En revanche, très peu d'éléments concernant la transition vers la turbulence sont disponibles.

Du côté numérique, on s'est limité à essayer de reproduire les éléments statistiques expérimentaux avec des simulations numériques du comportement moyen de l'écoulement. Même l'étude de Arnal et friedrich (1991) en simulation des grandes échelles n'apporte que peu d'information sur le comportement instationnaire de cet écoulement.

I.5 Conclusion

Nous venons de constater que les écoulements décollés et recollés et particulièrement l'écoulement derrière une marche descendante ont intéressé beaucoup de chercheurs. Ce dernier a été exploré expérimentalement et numériquement. Nous constatons que les résultats sont de plus en plus détaillés grâce au développement continu des moyens expérimentaux et des modèles numériques néanmoins des divergences entre certains résultats persistent toujours causées par la région de très proche paroi dont l'étude doit être approfondie davantage.

Chapitre II

Modélisation numérique et équation

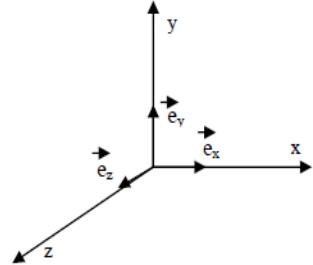
II.1 Introduction

L'étude des écoulements fait partie du domaine de la spécialité de la mécanique des fluides. Quand on traite de la mécanique des fluides, on procède à l'imagination d'un volume élémentaire se trouvant à un instant donné dans un espace bien défini et par la suite appliquer les principes physiques et mécaniques permettant de mettre au point des formulations mathématiques régissant l'écoulement. Pour ce qui nous concerne, ces principes se résument dans le principe de conservation de la masse et le principe de conservation de la quantité de mouvement.

II.2 Notations

Dans la présente étude, le fluide considéré est parfait à masse volumique constante (compressible par conséquent), les équations seront exprimées dans un système de coordonnées cartésiennes :

- Coordonnées (x, y, z).
- Vecteurs de base ($\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$).
- Les composantes de la vitesse instantanée (u', v', w').
- Vecteur tourbillon (w_x, w_y, w_z).
- Quantités moyennes principales (U, V, W, P).



II.3 Equations gouvernant l'écoulement

Les équations régissant l'écoulement d'un fluide Newtonien sont les équations de la conservation de la masse et l'équation de la quantité de mouvement.

II.3.1 Equation de continuité

L'équation de continuité est celle qui décrit le principe de conservation de la masse en mécanique des fluides. La variation de la masse contenue dans le volume de contrôle est égale au débit massique entrant moins le débit massique sortant.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z = (\rho u)_{(x,y,z)} \Delta y \Delta z - (\rho u)_{(x+\Delta x,y,z)} \Delta y \Delta z + (\rho v)_{(x,y,z)} \Delta x \Delta z - (\rho v)_{(x,y+\Delta y,z)} \Delta x \Delta z + (\rho w)_{(x,y,z)} \Delta x \Delta y - (\rho w)_{(x,y,z+\Delta z)} \Delta x \Delta y \quad (\text{II. 1})$$

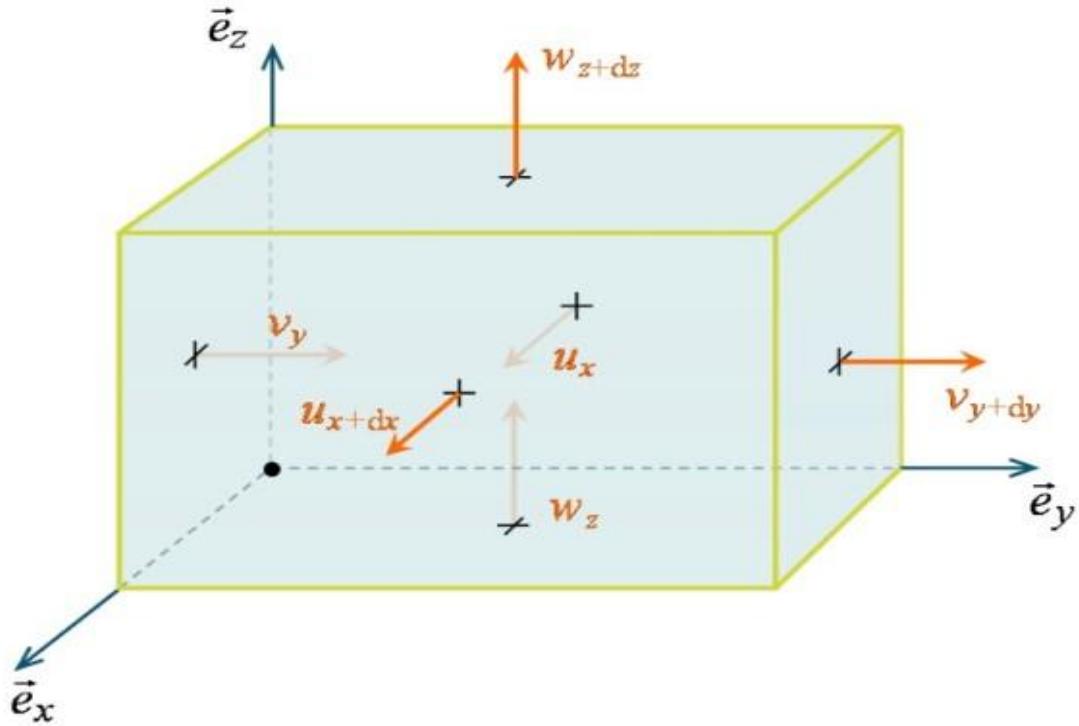


Figure 1 : l'ensemble des débits traversant les 6 faces du parallélépipède

En utilisant le développement de Taylor :

$$(\rho u)_{x+\Delta x, y, z} = (\rho u)_x + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x + \Phi \quad (\text{II.2})$$

Φ : terme négligeable de l'ordre supérieur

On aura :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z = - \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.3})$$

En simplifiant le volume on obtient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] \quad (\text{II.4})$$

Donc l'équation de continuité est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v) = 0 \quad (\text{II.5})$$

Et en absence d'apport et de perte cette équation peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v) = 0 \quad (\text{II.6})$$

II.3.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement

La quantité de mouvement est égale au produit de la masse par la vitesse. Elle dépend des forces appliquées sur la particule fluide. Cette équation découle du deuxième principe de Newton, qui stipule que le taux de variation de la quantité de mouvement est égal à la somme des forces extérieures, à savoir :

- Les forces de surface : viscosité, pression
- Les forces de volume : gravité, Coriolis, centrifuges, électromagnétiques...

Pour établir l'équation de quantité de mouvement on prend en considération que les forces de gravité, de viscosité et de pression. Ces forces sont définies comme suit :

La force de Pression suivant \vec{e}_x :

$$F_p = [p_{(x,y,z)} - p_{x+\Delta x}] \Delta y \Delta z = [p_x - (p_x + \frac{\partial(p)}{\partial x} \Delta x)] \Delta y \Delta z = -\frac{\partial(p)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.7})$$

La force de viscosité suivant \vec{e}_x :

$$F_\gamma = \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.8})$$

La force de gravité :

$$F_g = mg = \rho g \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.9})$$

La variation temporelle de la quantité de mouvement est la différence entre la quantité entrante et sortante du volume de contrôle plus les forces qui s'appliquent sur celui-ci.

On aura :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z &= (\rho uu)_x \Delta y \Delta z - (\rho uu)_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z + (\rho uv)_y \Delta x \Delta z - (\rho uv)_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z + \\ &\quad (\rho uw)_z \Delta x \Delta y - (\rho uw)_{z+\Delta z} \Delta x \Delta y + F_g + F_\gamma + F_p \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

En utilisant le développement de Taylor, on obtient :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z = - \left[\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z - \frac{\partial(p)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + \rho g_x \Delta x \Delta y \Delta z + \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.11})$$

On simplifie le volume de contrôle dans l'équation (II.11) on obtient l'équation de quantité de mouvement suivant (ox) :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \vec{v}) = - \frac{\partial(p)}{\partial x} + \rho g + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (\text{II.12})$$

Avec :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \vec{v}) = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + u \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u) + \rho v \operatorname{grad}(u) \right) \quad (\text{II.13})$$

Pour un fluide incompressible $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ et $\operatorname{div}(\rho u) = 0$.

On suit les mêmes étapes pour établir les équations suivant (oy) et (oz).

D'une manière générale l'équation de conservation de la quantité de mouvement peut se mettre sous la forme indicelle comme suit :

$$\underbrace{\rho \left[\frac{\partial(u_i)}{\partial t} + (u_j \cdot \frac{\partial(u_i)}{\partial x_j}) \right]}_A = \underbrace{- \frac{\partial \rho}{\partial x_i}}_B + \underbrace{\rho g_{x_i}}_C + \underbrace{\mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right)}_D \quad (\text{II.14})$$

Avec :

A : la variation de la quantité de mouvement par unité de volume.

B: forces associées à la pression par unité de surface.

C: forces volumiques par unité de volume.

D : contraintes visqueuses par unité de surface

u_i : composante de la vitesse suivant la direction i .

g_i : composante de force de gravité.

P : la pression.

ρ : la masse volumique du fluide.

μ : viscosité dynamique

Dans notre travail on néglige les effets de la viscosité et la force de pesanteur et on obtient la forme finale de l'équation

$$\rho \left[\frac{\partial(u_i)}{\partial t} + (u_j \cdot \frac{\partial(u_i)}{\partial x_j}) \right] = - \frac{\partial P}{\partial x_i} \quad (\text{II.15})$$

II.3.3 Les équations d'EULER

En dynamique des fluides , les équations d'Euler sont un ensemble d' équations hyperboliques quasi- linéaires régissant les écoulements adiabatiques et non visqueux . Ils portent le nom de Leonhard Euler . Les équations représentent les équations de Cauchy de conservation de la masse (continuité) et l'équilibre de la quantité de mouvement et de l'énergie, et peuvent être considérées comme des équations de Navier-Stokes particulières avec une viscosité nulle et une conductivité thermique nulle . En fait, les équations d'Euler peuvent être obtenues par linéarisation de certaines équations de continuité plus précises comme Équations de Navier-Stokes dans un état d'équilibre local donné par un maxwellien . Les équations d'Euler peuvent être appliquées à l' écoulement incompressible et compressible - en supposant que la vitesse d'écoulement est un champ solénoïde , ou en utilisant une autre équation d'énergie appropriée respectivement (la forme la plus simple des équations d'Euler étant la conservation de l' entropie spécifique). Historiquement, seules les équations incompressibles ont été dérivées par Euler. Cependant, la littérature sur la dynamique des fluides se réfère souvent à l'ensemble complet - y compris l'équation de l'énergie - des équations compressibles plus générales ensemble comme "les équations d'Euler".

Les équations d'Euler sont apparues pour la première fois sous forme publiée dans l'article d'Euler "Principes généraux du mouvement des fluides", publié dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin en 1757 (dans cet article, Euler n'a en fait publié que la forme générale de l'équation de continuité et l'équation de la quantité de mouvement ; l'équation du bilan énergétique serait obtenue un siècle plus tard). Ils ont été parmi les premières équations aux dérivées partielles à être écrites. Au moment où Euler a publié son travail, le système d'équations se composait des équations de quantité de mouvement et de continuité, et était donc sous-déterminé, sauf dans le cas d'un fluide incompressible. Une équation supplémentaire, qui devait plus tard être appelée la condition adiabatique, a été fourni par Pierre-Simon Laplace en 1816.

Supposons un fluide parfait en écoulement dans un référentiel galiléen. Appliquons le Principe Fondamentale de la Dynamique à chaque particule de fluide :

- Système d'étude : une particule de fluide située en M à l'instant t de masse

$$dm = \rho(M, t) d\tau \quad (\text{II.16})$$

- Bilan de force

$$\overrightarrow{dF} = \overrightarrow{f_v}^{ext} d\tau + \vec{f}_p d\tau = \left(\overrightarrow{f_v}^{ext} - \vec{\nabla} p(M, t) \right) d\tau \quad (\text{II.17})$$

Selon la deuxième loi de Newton $dm \frac{Dv}{Dt} = \overrightarrow{dF}$ d'où l'équation d'Euler

$$\rho(M, t) \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} p(M, t) + \overrightarrow{f_v}^{ext} \quad (\text{II.18})$$

II.3.3.1 RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION D'EULER

L'équation d'Euler est une équation aux dérivées partielles du premier ordre. On remarque qu'elle est non linéaire à cause de la présence du terme convectif $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$; c'est ce qui rend les problèmes de mécanique des fluides mathématiquement redoutables...

Regardons si nous disposons d'assez d'équations pour traiter un problème de mécanique des fluides parfaits.

- **Le fluide est incompressible :** Dans ce cas la masse volumique est fixée. Le problème présente donc 4 inconnues scalaires : le champ de pression $p(M, t)$ et le champ de vitesse $\vec{v}(M, t)$ (3 composantes). Il faut donc 4 équations scalaires ; L'équation d'Euler n'en donne que 3. La quatrième est donnée par l'équation de continuité $\operatorname{div} \vec{v} = 0$
- **Le fluide est compressible :** La masse volumique peut varier sous l'effet de la pression mais aussi sous l'effet de la chaleur. En général le fluide possède une équation d'état locale $\rho(p, T)$. Le problème présente donc 6 inconnues scalaires : le champ de pression $p(M, t)$, les trois composantes du champ de vitesse $\vec{v}(M, t)$, la masse volumique $\rho(M, t)$ et la température $T(M, t)$. Il faut donc 6 équations scalaires. L'équation d'Euler en donne 3, la quatrième est donnée par l'équation de continuité $\operatorname{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ la cinquième par l'équation d'état du fluide $\rho(p, t)$ et la dernière par le premier principe de la thermodynamique.

L'équation d'Euler et de continuité sont des équations différentielles du premier ordre ; leur intégration va donc produire une constante d'intégration par variable. On déterminera ces constantes d'intégration par les conditions aux interfaces

II.4 Méthode de résolution

II.4.1 Méthode des différences finies (MDF)

En analyse numérique, la méthode des différences finies est une technique courante de recherche de solutions approchées d'équations aux dérivées partielles qui consiste à résoudre un système de relations (schéma numérique) liant les valeurs des fonctions inconnues en certains points suffisamment proches les uns des autres. Cette méthode apparaît comme étant la plus simple à mettre en œuvre car elle procède en deux étapes :

1. Discrétisation par différences finies des opérateurs de dérivation/différentiation.
2. Etude de la convergence du schéma

II.4.2 Définition et principe de la MDF

La méthode des différences finies consiste à approximer les dérivées partielles d'une équation au moyen des développements de Taylor et ceci se déduit directement de la définition de la dérivée.

Soit f une fonction continue et dérivable dans \mathbb{R} . La dérivée partielle première de f par rapport à x est calculée par la formule :

$$f'(x) = \lim_{x_0 \rightarrow 0} \frac{f(x+x_0)-f(x)}{x_0} \quad (\text{II.19})$$

Si $x_0 \ll 1$, le développement de Taylor au voisinage de 0 de $f(x + x_0)$ donne :

$$f(x + x_0) = f(x) + x_0 \frac{\partial f}{\partial x} + \theta(x_0) \approx f(x) + x_0 \frac{\partial f}{\partial x} \quad (\text{II.20})$$

Avec une erreur de l'ordre de x_0 :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+x_0)-f(x)}{x_0} \quad (\text{II.21})$$

Ceci est appelé le schéma avant. De la même manière, nous pouvons aussi donner le schéma arrière qui est de la forme :

$$f'(x) = \lim_{x_0 \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(x+x_0)}{x_0} \quad (\text{II.22})$$

Le développement de Taylor donne :

$$f(x - x_0) = f(x) - x_0 \frac{\partial f}{\partial x} + \theta(x_0) \approx f(x) - x_0 \frac{\partial f}{\partial x} \quad (\text{II.23})$$

Avec une erreur de l'ordre de x_0 :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x)-f(x-x_0)}{x_0} \quad (\text{II.24})$$

La somme de ces deux schémas (II.21) et (II.24) nous donne le schéma centré suivant :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+x_0)-f(x-x_0)}{2x_0} \quad (\text{II.25})$$

La dérivée seconde f'' de $f(x)$ sera alors de la forme :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x+x_0)-2f(x)+f(x-x_0)}{x_0^2} \quad (\text{II.26})$$

II.4.3 Discrétisation du domaine

Les calculs sont performés sur une grille placée sur le plan (x, t) afin d'obtenir des mailles de taille($\Delta x, \Delta t$) la computation est définie par les pas d'espace et de temps et, respectivement. Le but est de calculer les valeurs de la vitesse en chaque point du maillage. Les méthodes aux différences finies sont toutes basées sur les développements de Taylor des fonctions continues et dérivables. Plus les pas de temps et d'espace sont petits plus les développements limités sont proches des valeurs exactes.

La figure (II.2) montre une grille de computation typique, la position du nœud est dénotée par l'indice i et le moment de temps par l'indice j .

$$U_i^n = U(i\Delta x, j\Delta t)$$

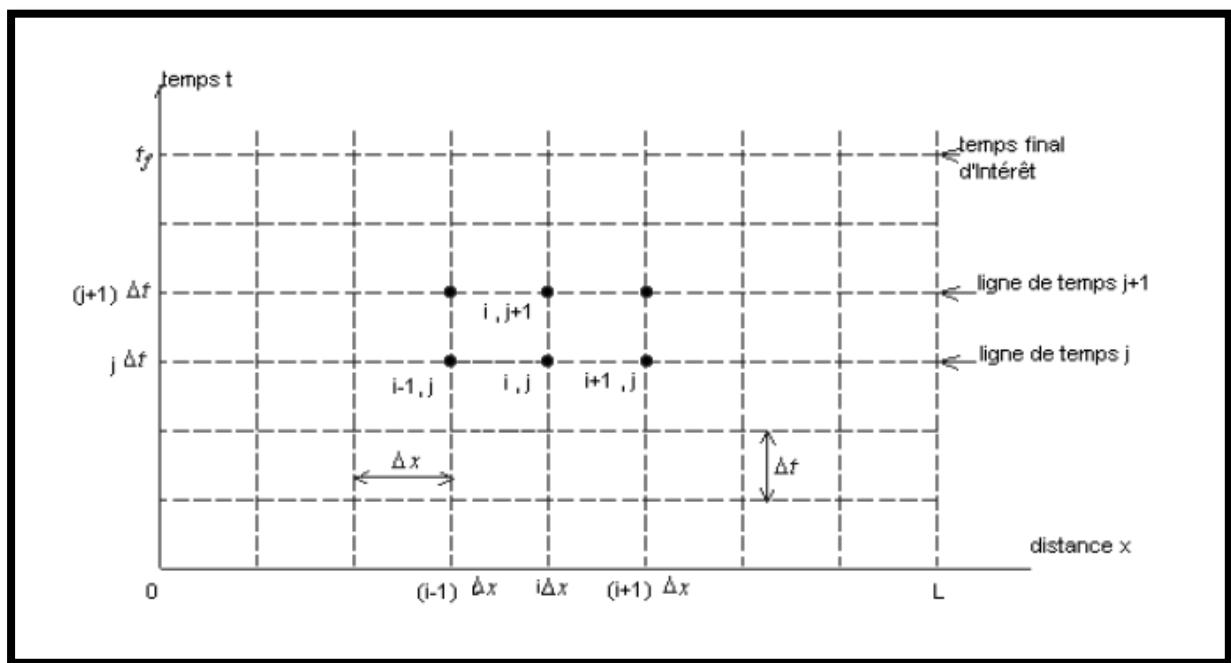


Figure (II.2) : Grille de computation de différences finies

II.4.4 Convergence d'un schéma

C'est la convergence qui définit l'efficacité du schéma. Selon le théorème de LAX-Millgram « Si les équations aux dérivées partielles sont approchées par un schéma consistant, alors ce schéma est convergent si et seulement si, il est stable » (Smaoui, 1975).

Soit $v(x, t)$ la valeur approchée déterminée par différence finies de $V(x, t)$ et soit $w(x, t)$ tel que :

$$w_i^j = V_i^j - v_i^j \quad (\text{II.27})$$

On dit que le schéma converge si $w_i^j \rightarrow \mathbf{0}$ lorsque $(\Delta x, \Delta t) \rightarrow \mathbf{0}$

V_i^j : La solution réelle (exacte).

v_i^j : La solution numérique.

w_i^j : L'erreur globale de calcul.

II.4.5 Les schémas explicites et implicites

On distingue généralement deux types de schémas d'intégration temporelle : les schémas explicites et implicites.

II.4.5.1 Les schémas explicites

Dans un schéma explicite, les variables à un nouveau pas de temps sont évaluées à chaque point du maillage par des calculs directs à partir des valeurs déjà connues, il est considéré comme très précis et doté d'une bonne compatibilité avec le Calcul Haute Performance (HPC). Par contre, il est souvent coûteux en temps de calcul. En effet, le pas de temps des méthodes explicites est fortement limité par une contrainte de stabilité numérique, appelée condition Courant-Friedrich-Lowy (CFL), définie en chaque cellule et proportionnelle à la vitesse locale de l'écoulement et la taille de la cellule, et qui assure la stabilité de ces schémas.

Seule la dérivée de U par rapport au temps s'exprime en fonction des valeurs de U au pas de temps $n+1$. La différentielle par rapport à x s'exprime en fonction des valeurs de U au pas de temps précédent de calcul (pas n). On calcule U^{n+1} connaissant les valeurs de f calculées au temps $n\Delta t$ pour, en général, les pas d'espace $(i-1)\Delta x, (i)\Delta x, (i+1)\Delta x$ (Figure II.3) Un schéma explicit à

trois points caractérisés par le fait que l'on puisse exprimer explicitement une valeur inconnue en fonction de valeurs connues.

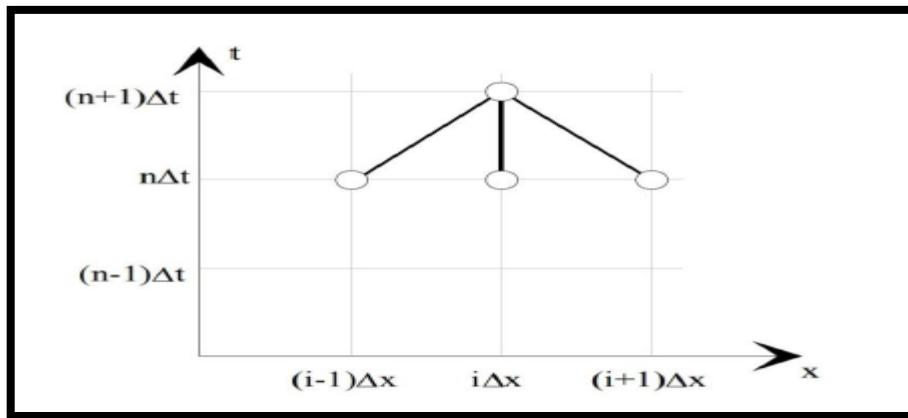


Figure (II.3) : Schéma explicite.

II.4.5.2 Les schémas implicites

Pour les méthodes implicites, les variables sont calculées simultanément à un nouveau pas de temps, par la résolution d'un système avec autant d'inconnues que de noeuds du maillage. La stabilité de ces schémas n'est pas conditionnée par la condition (CFL), mais par la nature de la solution. En fait, le caractère implicite d'un schéma numérique est lié au fait que l'on ne puisse pas exprimer explicitement chaque valeur inconnue en fonction uniquement de valeurs connus.

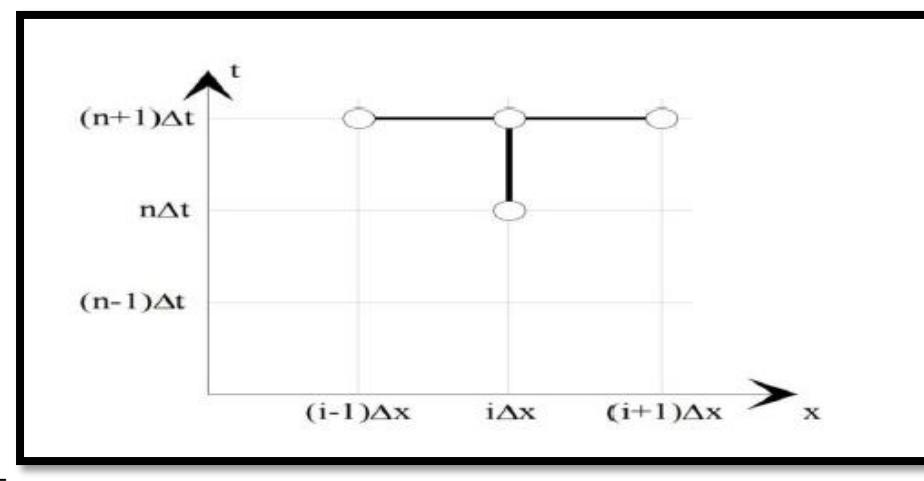


Figure (II.4) : Schéma implicite.

II.5 Le maillage

Pour la méthode des différences finies, un maillage est un ensemble de points isolés (appelés nœuds) situés dans le domaine de définition des fonctions assujetties aux équations aux dérivées partielles, une grille sur les seuls nœuds de laquelle sont définies les inconnues correspondant aux valeurs approximatives de ces fonctions.

Le maillage comprend également des nœuds situés sur la frontière du domaine (ou au moins « proches » de cette frontière) afin de pouvoir imposer les conditions aux limites et/ou la condition initiale avec une précision suffisante.

A priori, la qualité première d'un maillage est de couvrir au mieux le domaine dans lequel il se développe, de limiter la distance entre chaque nœud et son plus proche voisin. Cependant, le maillage doit également permettre d'exprimer la formulation discrète des opérateurs de différentiation : pour cette raison, les nœuds du maillage sont le plus souvent situés sur une grille dont les directions principales sont les axes des variables.

On n'appelle pas du maillage la distance entre deux nœuds voisins situés sur une droite parallèle à l'un des axes. Dans ce sens, le pas est une notion à la fois locale et directionnelle. On parlera de pas global pour désigner le plus grand pas local, une notion qui reste directionnelle.

Bien qu'un pas constant soit le plus souvent retenu (sans qu'il pose de problème théorique pour la résolution), il est parfois judicieux d'introduire un pas variable qui sera choisi plus fin dans les zones où la solution exacte subit de plus fortes variations : cette astuce permet de réduire le nombre d'inconnues sans porter atteinte à la précision des résultats. Par contre, la formulation est un peu plus complexe car la discréétisation des opérateurs différentiels doit en tenir compte.

Pour une équation différentielle concernant une fonction d'une variable dont le domaine (dans \mathbb{R}) est l'intervalle $[0 ; 1]$, un maillage à pas constant est caractérisé par les $M + 1$ nœuds $x_i = i h$, $0 \leq i \leq M$ avec le pas $h = 1/M$. Ce maillage comprend les deux points frontière x_0 et x_M sur lesquels sont imposées d'éventuelles conditions aux limites.

Considérons une équation aux dérivées partielles concernant une fonction de deux variables (domaine $\Omega \in \mathbb{R}^2$) :

- ❖ Si Ω est un rectangle $[0 ; 1] \times [0 ; 1]$ (dont les côtés sont parallèles aux axes), un maillage issu d'une grille $(x_i, y_j) = (i h, j k)$, $0 \leq i \leq M$, $0 \leq j \leq N$ avec les pas $h = 1/M$ et $k = 1/N$ est une simple généralisation du cas précédent.

❖ Si Ω est un disque centré à l'origine et de rayon 1, on considère le maillage constitué par les nœuds d'une grille qui sont situés dans le disque, soit $(x_i, y_j) \in \Omega$ où $(x_i, y_j) = (ih, jk)$ avec le pas $h = 1/M$. Pour imposer d'éventuelles conditions aux limites (par exemple celles de Dirichlet qui fixent la valeur de la fonction sur $\partial\Omega$), les rares nœuds se situant exactement sur la frontière sont trop peu représentatifs. Il convient alors d'étendre la propriété « être sur la frontière » à d'autres nœuds qui en sont proches, en englobant par exemple tous les nœuds du maillage qui n'ont pas quatre voisins directs. Les valeurs aux limites à fixer en ces nouveaux nœuds frontières peuvent être définies de diverses manières :

- En prenant la valeur du problème exact qui est imposée au point de $\partial\Omega$ le plus proche : dans ce cas, les irrégularités géographiques des nœuds frontières du maillage (observées lorsque h diminue) engendrent des perturbations de la solution discrète, au mieux des anomalies locales n'ayant aucun lien avec la solution exacte.
- En considérant que les valeurs des nouveaux nœuds frontières sont des inconnues, mais en ajoutant des relations différentielles discrétisées supplémentaires reliant « naturellement » ces inconnues aux valeurs des nœuds voisins et à celles de certains points de $\partial\Omega$. Si l'approche est un peu plus complexe dans sa mise en œuvre, elle réduit significativement le défaut de la précédente.

II.6 Conditions initiales et aux limites

Une équation aux dérivées partielles admet d'une manière générale, une infinité de solution ; la solution particulière désirée est déterminée à partir de quelques conditions imposées. Dans la majorité des cas, ces conditions portent sur le comportement particulier de la solution sur une courbe qu'on appelle souvent frontière ou limite. Afin de pouvoir résoudre ces équations, on utilise des conditions initiales et aux limites.

II.6.1 conditions initiales

La notion de conditions initiales est évidemment liée aux conditions qui correspondent au temps initial $t = 0$. Afin de commencer les calculs à partir de l'état initial de l'écoulement, les deux variables h et u devront être choisies et spécifiées en tout point du domaine de calcul. Dans notre travail, on a comme conditions initiales :

$$h(x, t = 0) = h_0 \quad (\text{II.28})$$

$$u(x, t = 0) = u_0 \quad (\text{II.29})$$

II.6.2 Conditions aux limites

La prise en compte des limites est un aspect très important lors de l'utilisation des techniques numériques dans le but d'obtenir de bons résultats.

Les conditions aux limites sont les plus délicates à fixer : en effet, elles consistent à imposer un certain comportement du domaine de calcul et d'approximer le domaine irrégulier en domaine régulier.

$$h(x = 0, t > 0) = h_0 \quad (\text{II.30})$$

Et

$$u(x = L, t > 0) = u_0 \quad (\text{II.31})$$

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi les équations qui gouvernent l'écoulement qui sont l'équation de continuité, l'équation de d'Euler et l'équation de quantité de mouvement pour un fluide Newtonien. Ensuite, nous avons présenté la méthode utilisée pour la résolution de ces équation (la méthode des différences finie) et le maillage nous avons présenté les conditions aux limites.

Chapitre III :

Simulation numérique via les différences finies

III.1 Introduction

Aujourd’hui, la simulation numérique est utilisée dans de nombreux domaines de recherche et développement : mécanique, mécanique des fluides, science des matériaux...etc. La simulation informatique ou numérique désigne l’exécution d’un programme informatique sur un ordinateur ou réseau en vue de simuler un phénomène physique réel et complexe avec plusieurs scénarios.

III.2 Le modèle géométrique

La figure présente le schéma du problème traité. Il s’agit d’un canal bidimensionnel où il existe un élargissement brusque de la section à l’entrée dont le rapport d’expansion est défini comme $ER = H/(H - h) = 2$, avec $h = 1 \text{ cm}$ la hauteur de la marche et $H = 2h$ la hauteur du canal. La longueur L du canal est définie aussi en fonction de h et, généralement, elle doit être suffisamment grande afin de visualiser tous les phénomènes de recirculation provoqués par l’influence de la marche

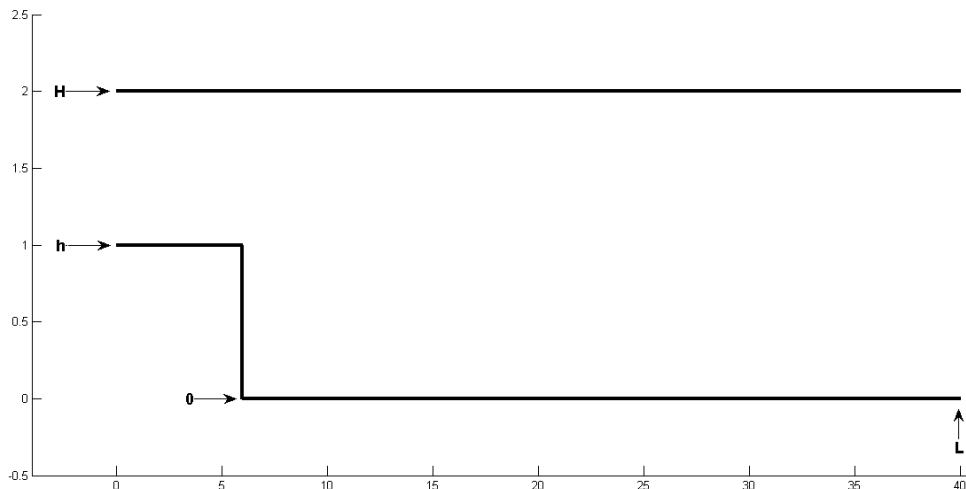


Figure (III.1) : La géométrie de la marche

III.3 La modélisation numérique

III.3.1 Le maillage

L’étape du maillage est une étape clé pour s’assurer de la validité des simulations. C’est l’étape de découpage du volume étudié en petits volumes élémentaires. Le maillage en général n’est pas régulier : les mailles doivent être plus petites (maillage fin) dans les zones où les gradients de vitesse, de température ou de concentration vont être les plus importants. Si ces zones ne peuvent pas être prédictées, il convient de faire quelques essais itératifs avec ajustement du maillage.

Dans le cas d'une étude des frottements ou du transfert thermique en paroi, il faut résoudre les équations dans la couche limite près de la paroi : en general, les codes de calculs proposent des moyens spécifiques pour mailler cette zone.

Une étude de sensibilité au maillage doit toujours être faite. Cela consiste à faire des simulations avec un nombre de mailles différent : si les résultats de simulation dépendent du maillage, il convient de resserrer celui-ci jusqu'à obtenir une indépendance entre maillage et solution. Si le maillage n'est pas assez bon, certains phénomènes locaux ne seront pas capturés (recirculations, décrochements de l'écoulement, etc.).

Un maillage peut être caractérisé par plusieurs éléments :

- sa **dimension** : **2D** ou **3D** ;

- son **volume** ;

- sa **finesse** : surface ou volume moyen des cellules ;

La **géométrie des cellules** ;

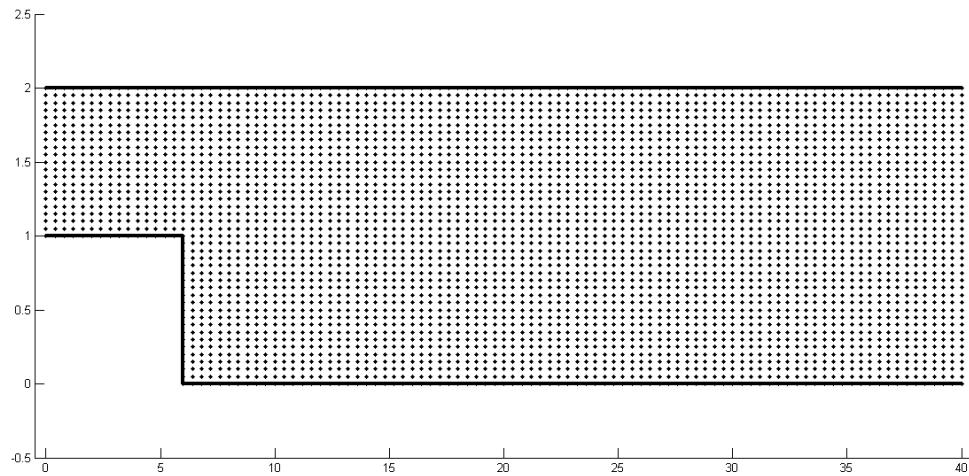
Le **degré de l'élément**, c'est-à-dire le degré du polynôme servant à décrire les cotés ou arêtes des éléments. Nous ne travaillons qu'avec un degré **1**, soit avec des arêtes rectilignes.

On distingue par ailleurs deux grands types de maillage, aux propriétés différentes :

- Le maillage **quelconque** : il faut dans ce cas définir la position de chaque nœud, on parle alors de définition explicite ;
- Le maillage **régulier** ou **structuré** : il est constitué de polygones identiques et leur composition donne la position des nœuds du maillage est définie implicitement par une règle de construction. Il permet notamment un gain de mémoire et de temps de calcul.

Les définir les caractéristiques du maillage est donc une étape importante d'un projet numérique puisqu'il conditionne le temps de calcul, la convergence et la précision sur les grandeurs calculées durant la simulation.

Dans notre cas, nous avons choisi un maillage structuré (ou régulier). Nous avons choisi ce maillage, car leur génération est simple. Les calculs sont, de plus, généralement plus rapides.

**Figure (III.2) : Le maillage utilisé**

III.3.2 Le modèle mathématique

Les équations d'Euler peuvent être écrites sous forme nonconservatives pour un écoulement isentropique en fonction de la variable primitive \mathbf{V} comme :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{A}_i \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x_i} = \mathbf{0} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \rho \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ (\gamma - 1) \left(\rho E - \rho \frac{(u^2 + v^2)}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

Et :

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} u & \rho & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & 1/\rho \\ 0 & 0 & u & 0 \\ 0 & \rho a^2 & 0 & u \end{bmatrix} \quad (\text{III.3})$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} v & 0 & \rho & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & 1/\rho \\ 0 & 0 & \rho a^2 & v \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

III.3.3 Conditions aux limites :

Au niveau d'une paroi solide, fixe et imperméable, la composante normale de la vitesse d'écoulement est nulle.

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$$

\vec{n} est le vecteur normal dirigé vers l'extérieur du domaine de fluide. Par contre, la composante tangentielle n'est pas nulle et elle vérifiée les équations suivantes :

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \tau_w \quad \text{pour } 6 \leq x \leq L \quad (\text{III.5})$$

$$\mu \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=6} = \tau_w \quad \text{pour } 0 \leq y \leq h \quad (\text{III.6})$$

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=H} = \tau_w \quad \text{pour } 0 \leq x \leq L \quad (\text{III.7})$$

τ_w est le frottement pariétal local.

A l'entrée du canal, la vitesse est nulle à la paroi du canal, et augmente progressivement pour atteindre une vitesse maximale au centre du canal.

$$u(x = 0, y, t) = U_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (\text{III.8})$$

Avec $R = (H - h)$ et $r = y - \frac{H+h}{2}$

La pression à la sortie du canal est nulle :

$$P(x = L, y, t) = 0 \quad (\text{III.9})$$

III.3.3.1 Conditions initiales :

La vitesse en amont de la marche

$$u(x, y, t) = U_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 6 \quad (\text{III.9})$$

Avec $R = (H - h)$ et $r = y - \frac{H+h}{2}$

on introduit des différentes vitesses à l'entrée on commençons par une vitesse faible de 10cm/s et on l'augmentera jusqu'à 250cm/s passant par 50cm/s, 100cm/s, 150cm/s, 200cm/s,

Et en aval de la marche

$$u(x, y, t) = U_0/3 \quad \text{pour} \quad 6 < x \leq L \quad (\text{III.9})$$

III.4 Présentations des résultats obtenus sur matLAB

III.4.1 les champs des vitesses

Ici nous représentons les champs de vitesses pour différentes vitesses allant de 1cm/s à 10 cm/s

- Pour $U_{\max}=10 \text{ cm/s}$

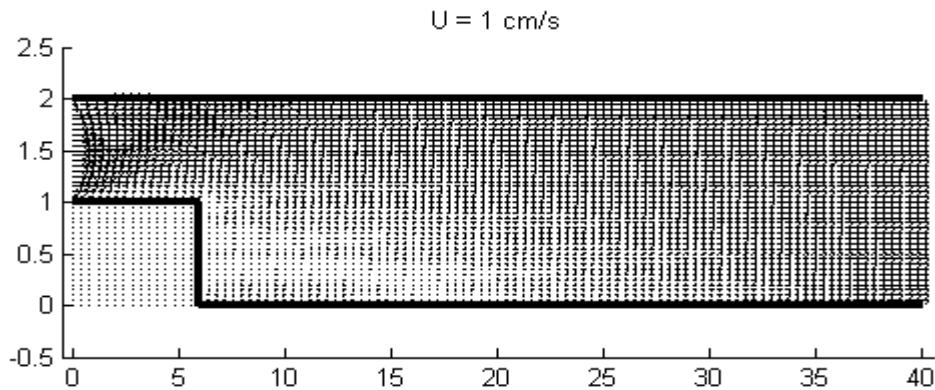


Figure (III.3) : Champs des vitesses à $U_{\max}=1 \text{ cm/s}$

- Pour $U_{\max}=2 \text{ cm/s}$

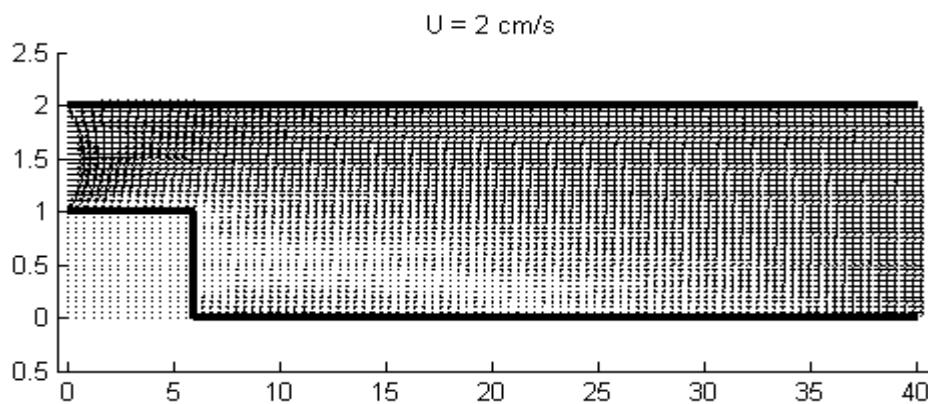


Figure (III.4) : Champs des vitesses à $U_{\max}=2 \text{ cm/s}$

- Pour $U_{max}=3 \text{ cm/s}$

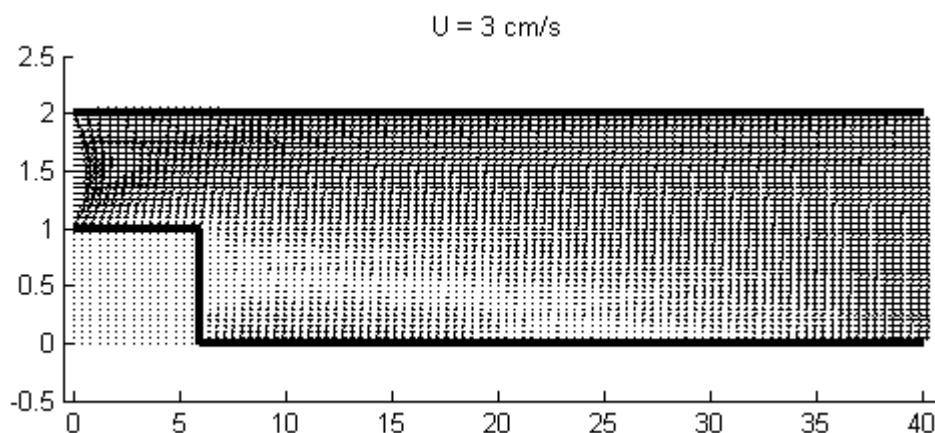


Figure (III.5) : Champs des vitesses à $U_{max}=3\text{cm/s}$

- Pour $U_{max}=4 \text{ cm/s}$

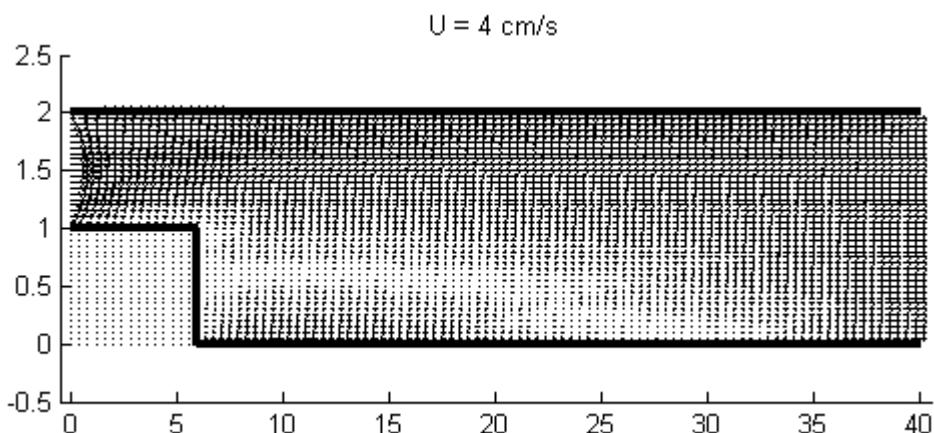


Figure (III.6) : Champs des vitesses à $U_{max}=4 \text{ cm/s}$

- Pour $U_{max}=5 \text{ cm/s}$

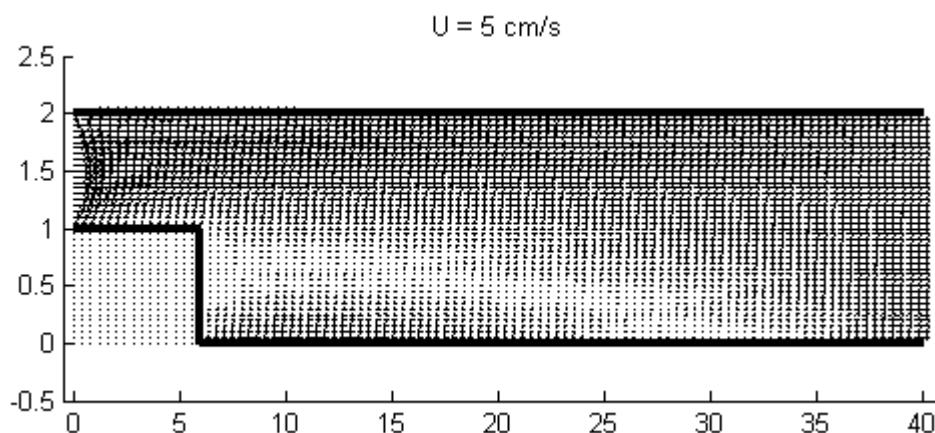


Figure (III.7) : Champs des vitesses à $U_{max}=5 \text{ cm/s}$

- Pour $U_{max}=6 \text{ cm/s}$

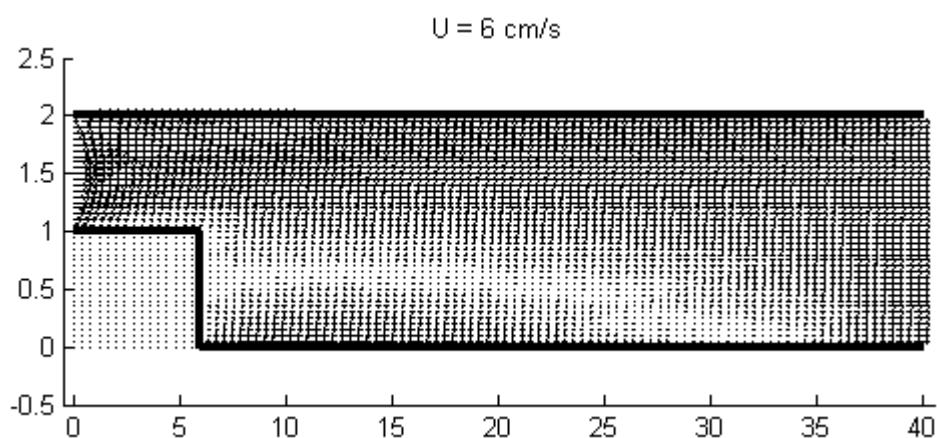


Figure (III.8) : Champs des vitesses à $U_{max}=6 \text{ cm/s}$

- Pour $U_{max}=7 \text{ cm/s}$

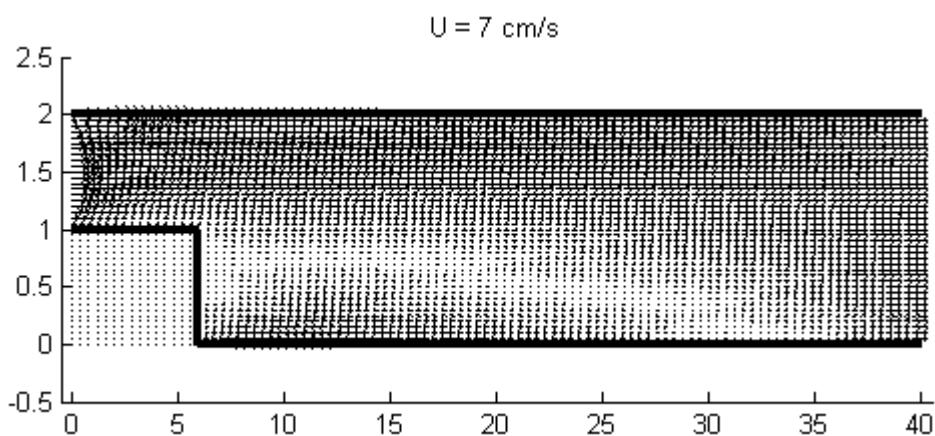


Figure (III.9) : Champs des vitesses à $U_{max}=7 \text{ cm/s}$

- Pour $U_{max}=8 \text{ cm/s}$

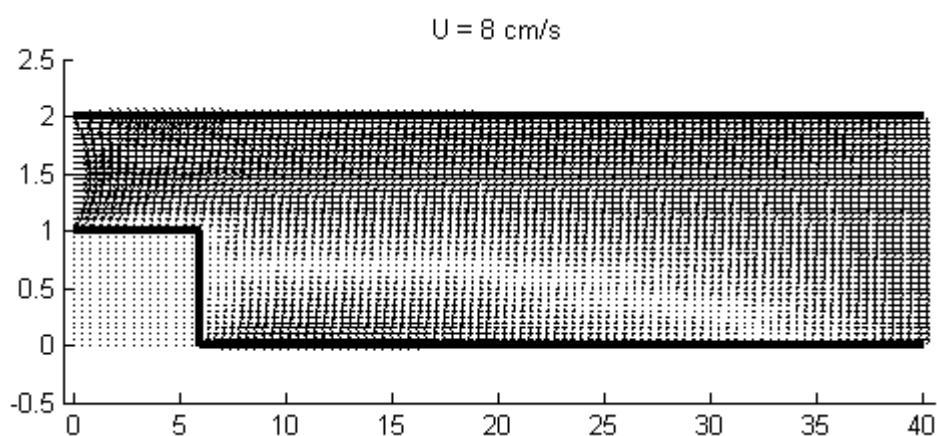
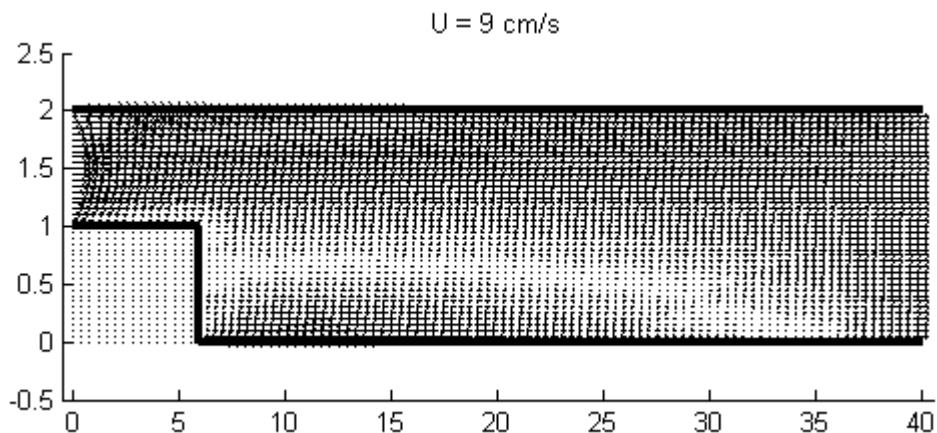


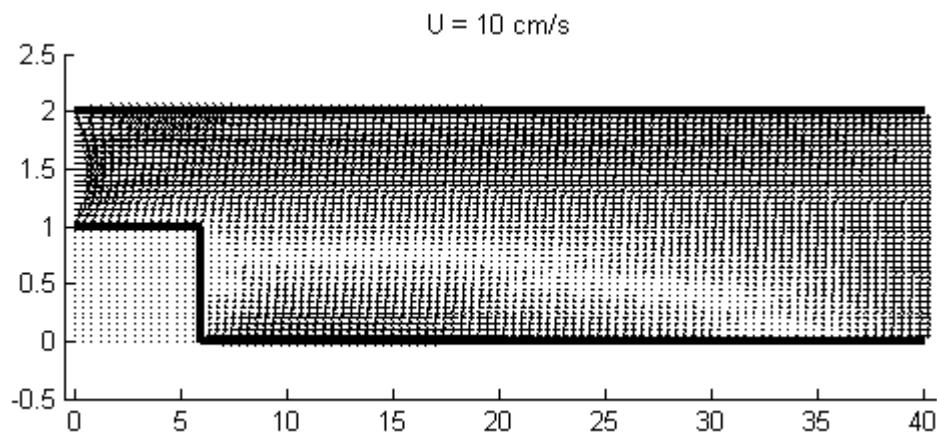
Figure (III.10) : Champs des vitesses à $U_{max}=8 \text{ cm/s}$

- Pour $U_{max}=9 \text{ cm/s}$



• Figure (III.11) : Champs des vitesses à $U_{max}=9 \text{ cm/s}$

- Pour $U_{max}=10 \text{ cm/s}$



• Figure (III.12) : Champs des vitesses à $U_{max}=13 \text{ cm/s}$

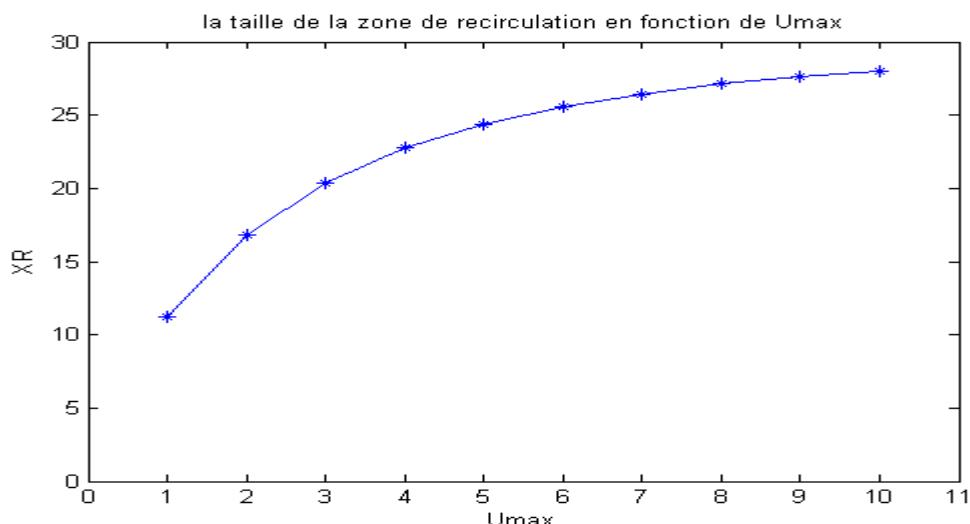
III.4.2 La longueur de recirculation

Il s'agit d'une zone de recirculation où l'écoulement est à flux opposé.

Tableau (III.1) : La zone de recirculation en fonction de la vitesse

Umax (cm/s)	Xr (cm)
1 cm/s	11,2 (cm)
2 cm/s	16,8 (cm)
3 cm/s	20,4 (cm)
4 cm/s	22,8 (cm)
5 cm/s	24,4 (cm)
6 cm/s	25,6 (cm)
7 cm/s	26,4 (cm)
8 cm/s	27,2 (cm)
9 cm/s	27,6 (cm)
10 cm/s	28(cm)

Maintenant, on représente l'évolution de la taille de la zone de recirculation en fonction de la vitesse.

**Figure (III.13) : La taille de la zone de recirculation en fonction de la vitesse**

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la géométrie et le maillage utilisées dans Matlab. Ensuite nous avons présenté le modèle d'équation d'Euler utilisé ainsi les conditions initiales à l'entrée (l'équation du profile parabolique et des différentes vitesses Umax) et les conditions aux limites à la sortie (la pression égale à zéro). Enfin nous avons illustré les différents résultats obtenus grâce à Matlab et nous avons déterminé la taille de la zone de recirculation en fonction de la vitesse.

Chapitre IV :

Simulation avec ANSYS Fluent

IV.1 Introduction

ANSYS Fluent est le logiciel de dynamique des fluides (CFD) le plus puissant du marché pour aller plus vite et plus loin dans l'optimisation de la performance. ANSYS Fluent offre des fonctionnalités éprouvées de modélisation physique d'écoulement fluide, de turbulence, de transfert de chaleur et de réaction chimique, et fournit des résultats rapides et précis pour une très large gamme d'applications CFD et multiphysiques.

Dans ce chapitre, On va présenter au premier lieu, le code de calcul utiliser et les étapes à suivre pour réaliser une simulation, La géométrie ainsi que la création du maillage de la marche descendante, puis on verra les procédures utiliser par ANSYS Fluent pour la résolution et enfin de présenter les résultats obtenus.

IV.2 Présentation de code de calcul ANSYS Fluent

ANSYS Fluent est un code de calcul généraliste de la mécanique des fluides. Il est doté de processeur de calcul numérique très performant pour la résolution des équations régissant les divers types d'écoulements.

Tout d'abord, la discrétisation spatiale des solveurs Fluent est basée sur la méthode des volumes finis qui exploite des approximations d'intégrales pour effectuer les calculs.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \Phi dV + \oint_A \rho \Phi V \cdot dA = \oint_A \Gamma \nabla \Phi \cdot dA + \int_V S_\Phi dV \quad (\text{IV.1})$$

Le maillage est alors constitué de volumes finis (ou surfaces finies en 2D et segments en 1D) qui sont des petits volumes disjoints. L'équation générale du transport est appliquée à chaque cellule et discrétisée. Les équations discrétisées nécessitent des informations sur les faces et au centre de chaque cellule. Les équations discrétisées peuvent être exprimées de la manière suivante :

$$a_p \phi_p + \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} = b_p \quad (\text{IV.2})$$

Elles sont résolues itérativement. Les coefficients a_p et a_{nb} sont des fonctions des variables solutions. Ces coefficients sont écrits pour utiliser les variables solutions des itérations précédentes.

ANSYS permet de prédire avec confiance le succès des produits dans le monde réel. Les entreprises utilisent ANSYS pour créer des prototypes virtuels complets de produits et de systèmes complexes de mécanique, d'électronique, de composants électroniques et de logiciel mettant en jeu tous les phénomènes physiques qui existent dans la réalité.

Fluent est un solveur très utilisé dans l'industrie à travers le monde. Il est souvent considéré comme une référence dans le domaine de la modélisation fluide. Le paramétrage du modèle se fait par une interface graphique, il dispose d'une interface de scripts pour automatiser les processus de calcul. L'un des intérêts de ce logiciel de simulation généraliste, est qu'il dispose d'un nombre relativement important de modèles, pouvant faire face à divers aspects de la mécanique des fluides, Fluent contient également un outil de visualisation des résultats qui permet d'afficher les champs de pression, vitesse et autres autour de la paroi.

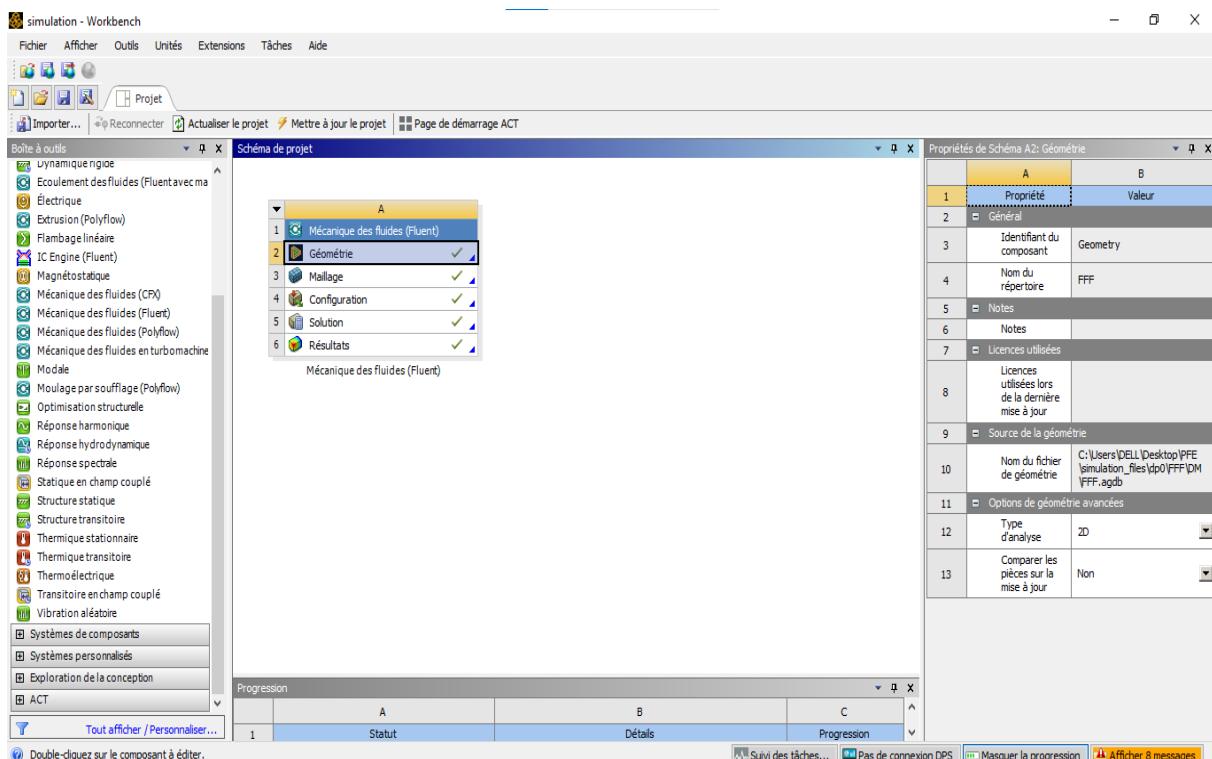


Figure (IV.1) : Interface de ANSYS Fluent 2021 R2.

IV.2.1 Couplage vitesse pression

Les équations de Navier-Stokes en version fluide incompressible présentent deux difficultés majeures. Premièrement, elles sont quasi-non linéaires et ensuite elles sont faiblement couplées. La non-linéarité est contournée par un calcul itératif. En choisissant un schéma numérique. Le problème du couplage se manifeste par l'apparition des variables de pression dans les équations

de quantité de mouvement, il n'existe aucune équation de transport pour déterminer la pression. En d'autres termes, si le gradient de pression est connu, on peut calculer le champ vitesse qui dans ce cas vérifie bien l'équation de continuité (Chung.2010) .

Cette particularité des équations rend nécessaire l'utilisation d'un algorithme de couplage pression-vitesse. L'algorithme le plus universel et le plus utilisé est l'algorithme SIMPLE de Patankar et Spalding (1972). On suppose un champ de pression initial qu'on injecte dans les équations de quantité de mouvement. On résout le système pour trouver un champ de vitesse intermédiaire. L'équation de continuité est transformée pour devenir une équation de correction de pression. Elle est résolue pour trouver une correction de pression qui permettra de réinjecter une nouvelle pression dans les équations de quantité de mouvement. Le cycle est répété autant de fois que nécessaire jusqu'à l'obtention d'une correction de pression nulle, signe de la convergence de l'algorithme.

"FLUENT" propose quatre algorithmes pour le couplage pression-vitesse, Les deux premiers, très similaires, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution. et pour les écoulements non stationnaires et compressibles l'algorithme PISO est mieux adaptés, il est similaire à SIMPLE mais avec une amélioration qui consiste à faire deux corrections successives au lieu d'une seul, le quatrième algorithme est "Coupled" qui résout l'équation de continuité et l'équation de pression ensemble en utilisant un schéma implicite, c'est un algorithme robuste mais lourd en terme de calcul (ANSYS Fluent 2021 R2).

IV.2.2 Méthode de résolution

La méthode de résolution adaptée par ANSYS Fluent est la méthode des volumes finis. C'est une technique de discréétisation, elle est composée de :

1. Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille de calcul (maillage).
2. Intégration des équations de conservation aux dérivées partielles sur les volumes de contrôle individuels (figure IV.2), et les convertir en équations algébriques, ce qui donne une équation discrète des inconnus telles que les vitesses, la pression, la température et conservée scalaire.

3. La linéarisation des équations discrétisées et la solution du système d'équations linéaire résultant pour donner Les valeurs mises à jour des variables dépendantes.

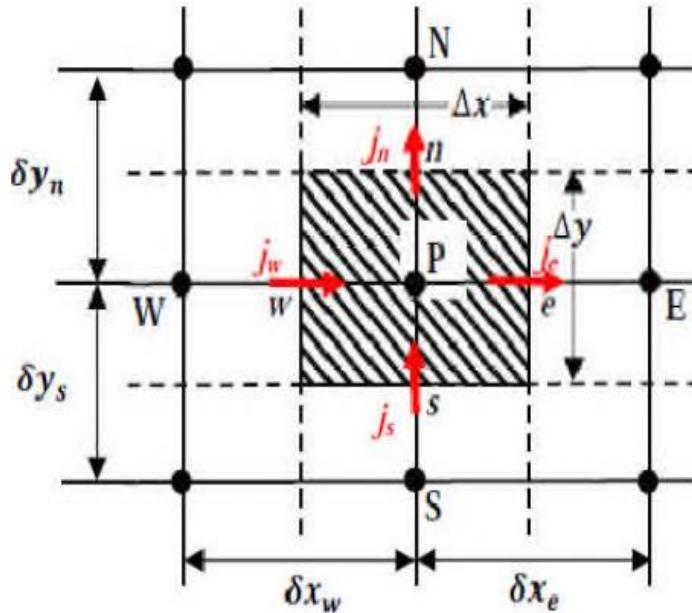


Figure (IV.2) : Volume de contrôle

Avec :

P : le nœud principal.

(E, W) et (N, S) présentent respectivement les volumes de contrôle voisins dans les directions x et y.

(e, w) et (n, s) : les faces de volume de contrôle respectivement dans la direction x et y.

L'équation générale de transport d'une variable Φ s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \Phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right] + S_\Phi \quad (\text{IV.3})$$

Avec :

1 : représente le terme transitoire.

2 : transport par convection.

3 : transport par diffusion.

4 : terme source de variable Φ .

Φ : quantité scalaire.

Γ_Φ : coefficient de diffusion.

L'équation (IV.1) s'écrit en coordonnées cartésiennes, bidimensionnelles comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\Phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\Phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) + S_\Phi \quad (\text{IV.4})$$

Cette équation peut s'écrire en cas stationnaire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u\Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho v\Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) = S_\Phi \quad (\text{IV.5})$$

On pose :
$$\begin{cases} j_x = (\rho u\Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x}) \\ j_y = (\rho v\Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y}) \end{cases}$$

Où j_x, j_y sont respectivement les flux totaux (par convection et diffusion) par unité de surface suivant les directions x et y.

L'équation (IV.3) devient :

$$\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} = S_\Phi \quad (\text{IV.6})$$

IV.3 La résolution numérique par Fluent

D'une manière générale, suit les étapes suivantes :

1. Création de la géométrie sous ANSYS-Design modeler.
2. Choix de maillage sous ANSYS-Meching.
3. Définition des conditions aux limites sous Fluent.
4. Calcul avec FLUENT pour les différents cas retenus.
5. Analyse des résultats obtenus.

IV.3.1 La géométrie

Elle consiste à dessiner le domaine d'écoulement en utilisant ANSYS design modeler.

La géométrie étudiée est composée respectivement de :

De deux rectangles A(1*6)cm et B(2*40)cm



En ajustant l'union de deux rectangles :

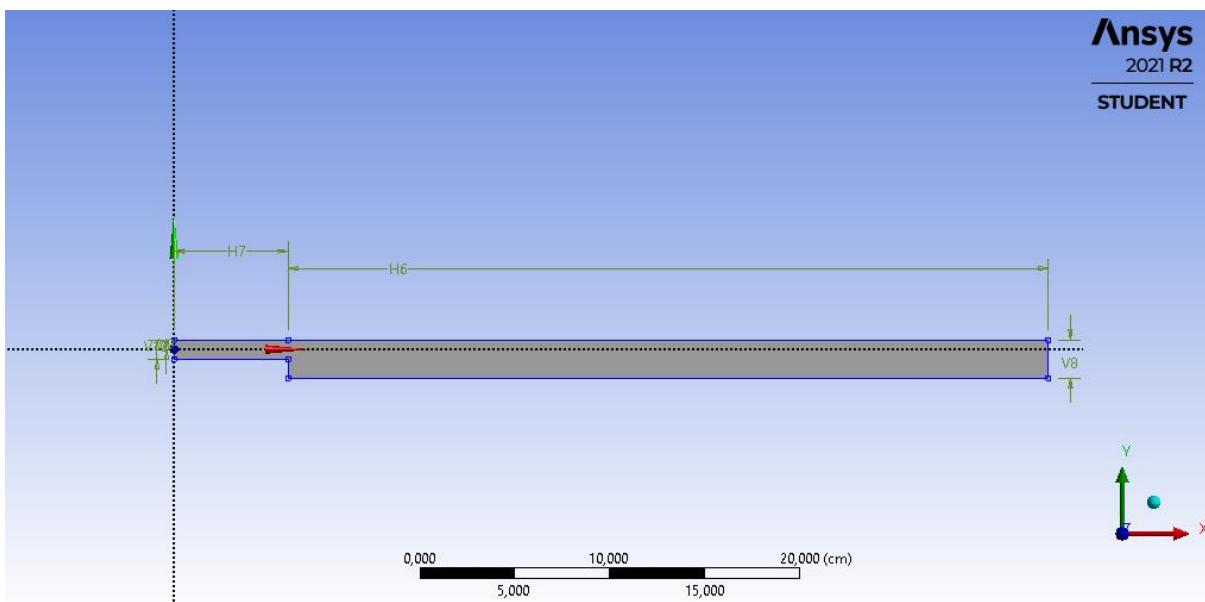


Figure (IV.3) : La géométrie

Les cotes de la géométrie utilisée sont :

Cotes: 5	
<input type="checkbox"/> H6	40 cm
<input type="checkbox"/> H7	6 cm
<input type="checkbox"/> V10	1 cm
<input type="checkbox"/> V8	2 cm
<input type="checkbox"/> V9	0,5 cm

Figure (IV.4) : Cotes de la géométrie

IV.3.2 Le maillage

Le maillage est la subdivision de domaine d'étude en sous-domaine appelé volume de contrôle.

Il est caractérisé par :

- La dimension des mailles :2D ou 3D.
- Le nombre de maille.
- La distance entre les mailles.

- La géométrie des mailles : triangulaire et quadrilatérale (2D), tétraédrique et hexaédrique (3D).

Le maillage adopté dans notre cas, est un maillage quadratique structuré (ou régulier). Composé de 2371 nœuds et 2150 éléments.

Le maillage de notre cas est représenté dans la figure ci-dessous :

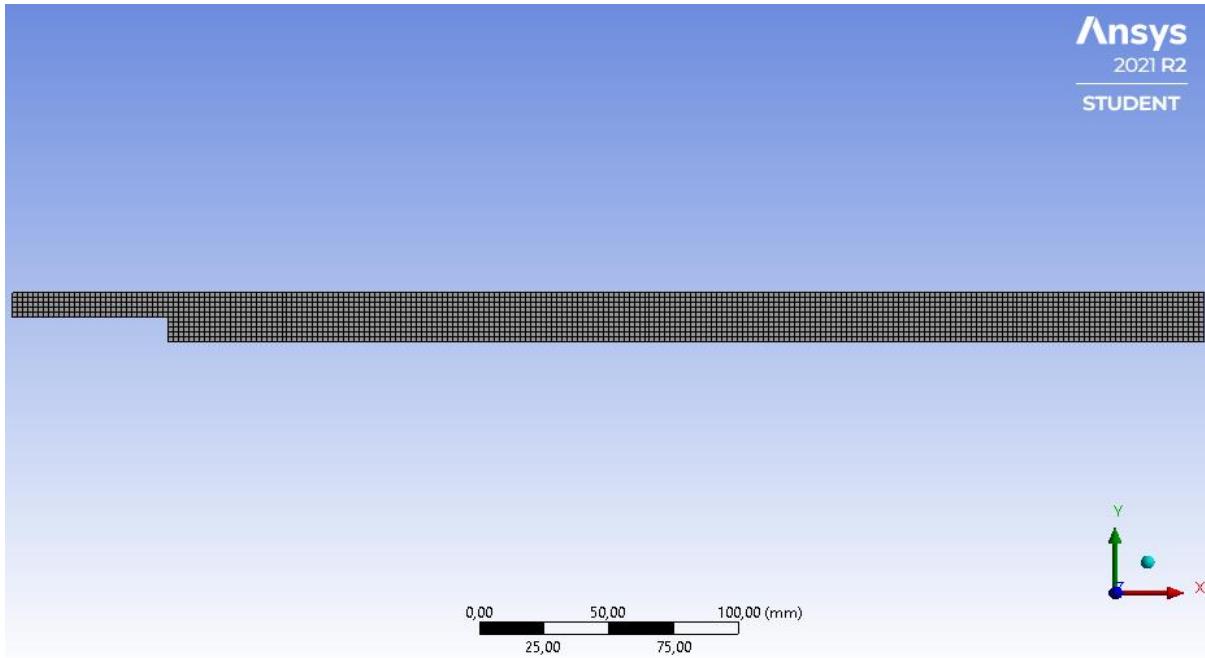


Figure (IV.5) : Maillage utilisé

IV.3.3 Les conditions aux limites

Pour le code Fluent, les types disponibles des conditions aux limites sont classes comme suite :

a. Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement :

- Pression d'entrée (pressure Intel).
- Vitesse de l'entrée (Velocity Intel).
- Débit massique à l'entrée (mass flow Intel).
- Pression de sortie (pressure outlet).
- Sortie (outflow).

b. . Mur et conditions du pole :

- Mur (Wall).
- Axe de symétrie (axis).
- Plan de symétrie (symétrie).

c. Cellules des zones internes :

- Fluide.
- Solide.

Les conditions initiales imposées dans notre cas sont présentées dans le tableau ci-après.

Tableau (IV.1) : les conditions à l'entrée et à la sortie de la conduite pour le fluide.

Conditions	Entrée	Sortie
Vitesse de l'entrée	$U_{max} * \left(1 - \left(\frac{y}{0.5}\right)^2\right)$	//
Pression de sortie	//	0 Pa

Pour le profile parabolique en utilise l'équation de vitesse suivante :

$$U = U_{max} * \left(1 - \left(\frac{y}{0.5}\right)^2\right) \quad (\text{IV.5})$$

Avec :

U_{max} : la vitesse maximale.

y : la position par rapport à l'axe « y »

R : rayon de conduite H/2.

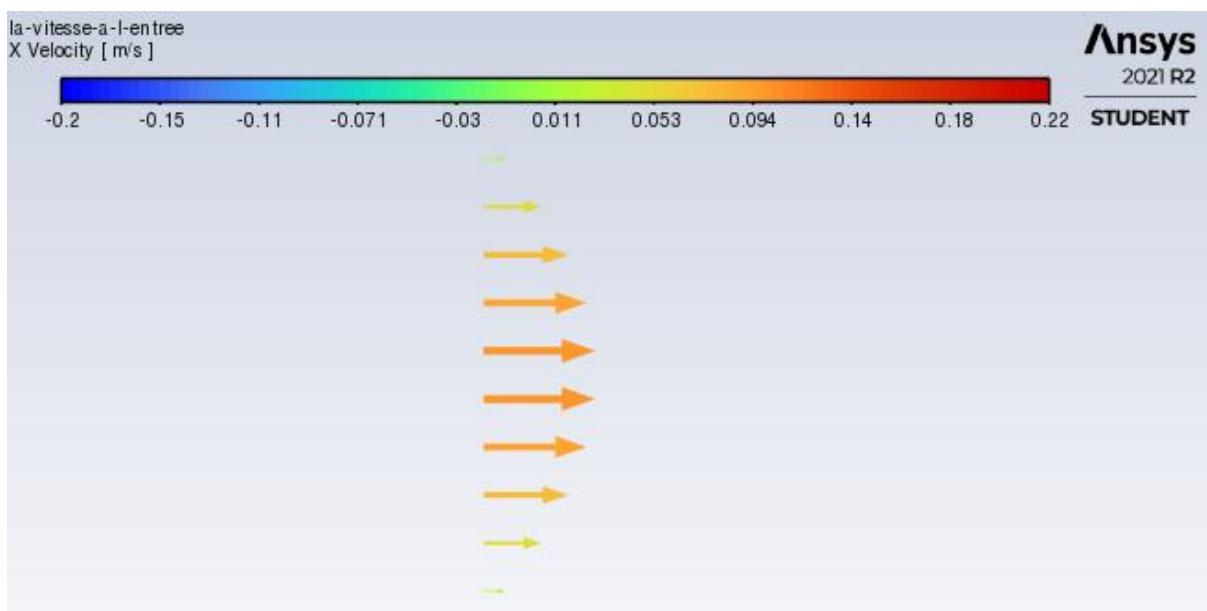


Figure (IV.6) : Le profil parabolique à l'entrée ($U_{max}=10\text{cm/s}$)

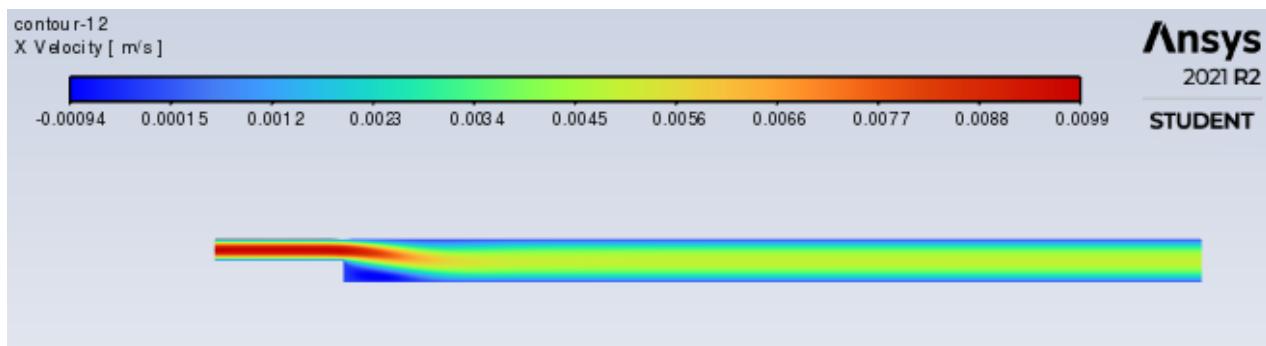
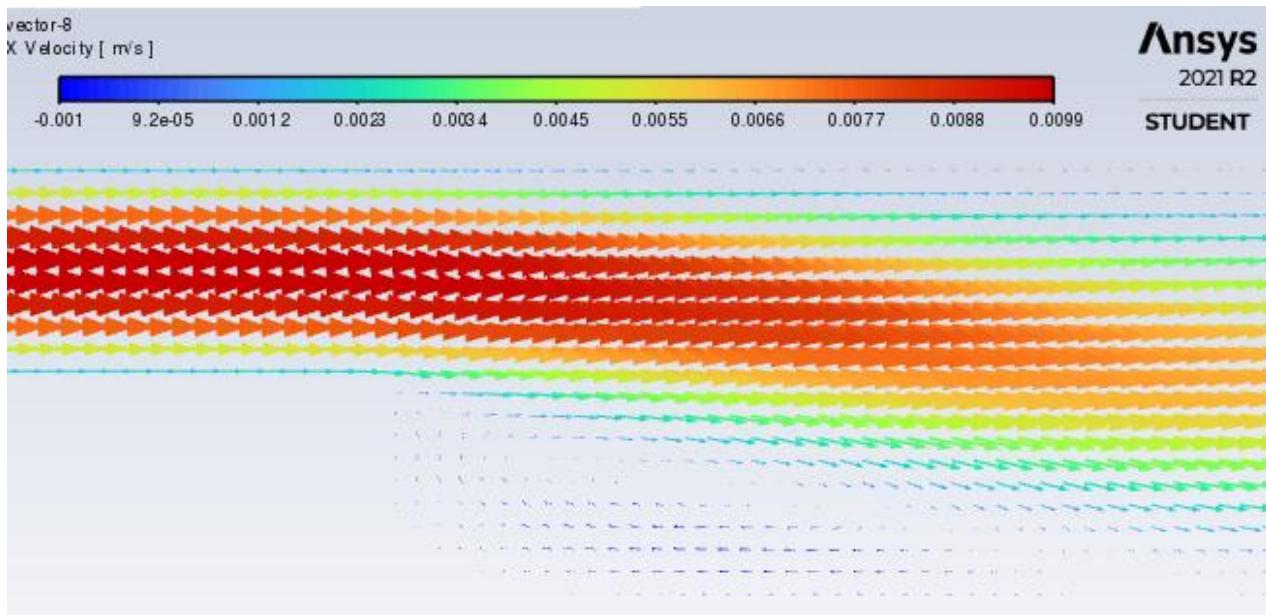
Dans notre cas nous introduirons des différentes vitesses maximales « U_{max} » allant de 1 cm/s à 10 cm/s

Le matériau utilisé dans cette simulation est l'eau « water-liquide », qui a la formule chimique H₂O, avec une densité de (997.2 kg/m³)

IV.4 Présentations des résultats obtenus sur Ansys Fluent

IV.4.1 Le profil et le champ des vitesses

a. Pour $U_{max}=1 \text{ cm/s}$

**Figure (IV.7) : Le profil des vitesses à $U_{max}=1 \text{ cm/s}$** **Figure (IV.8) : Le champ des vitesses à $U_{max}=1 \text{ cm/s}$**

b. Pour $U_{max}=2 \text{ cm/s}$

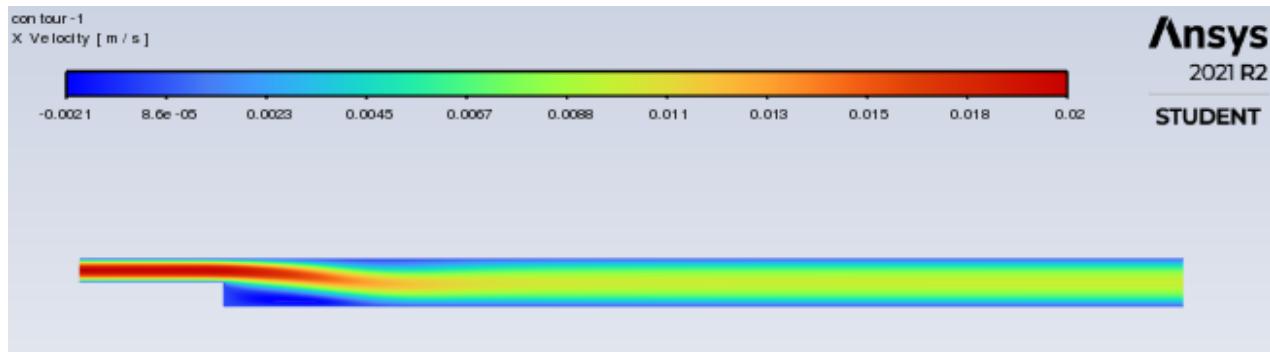


Figure (IV.9) : Le profil des vitesses à $U_{max}=2 \text{ cm/s}$

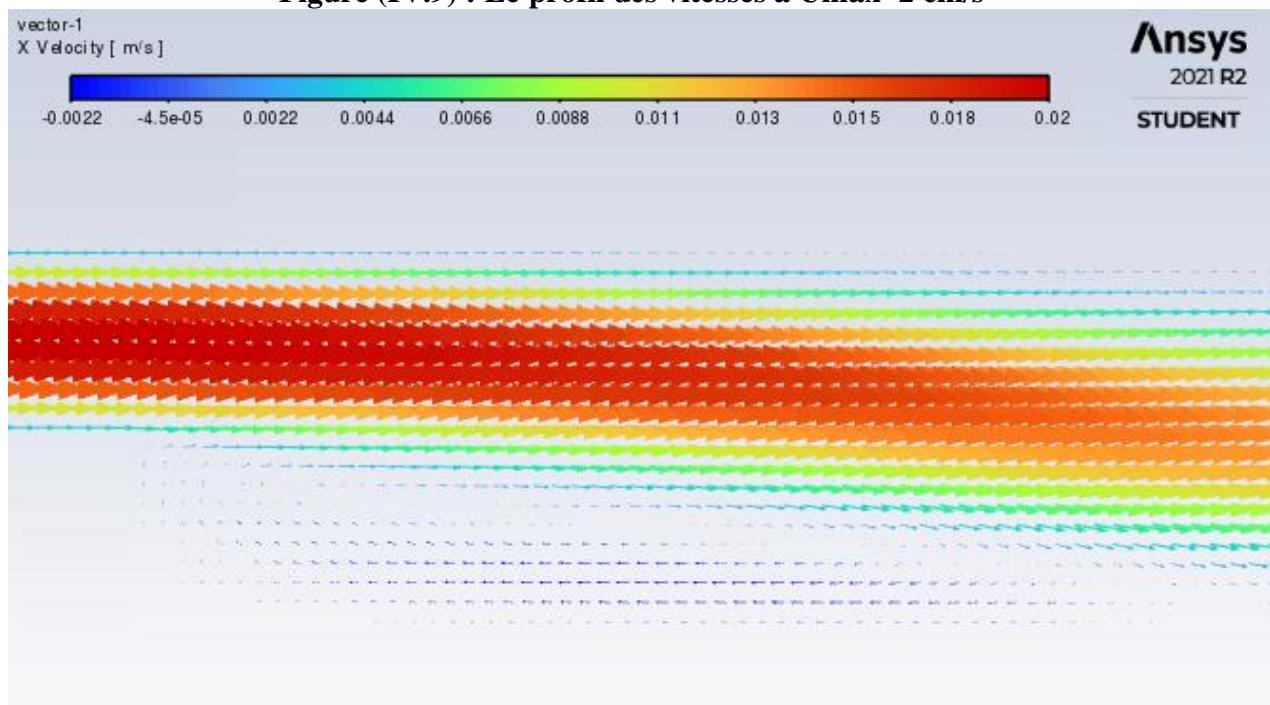


Figure (IV.10) : Le champ des vitesses à $U_{max}=2 \text{ cm/s}$

c. Pour $U_{max}=3 \text{ cm/s}$

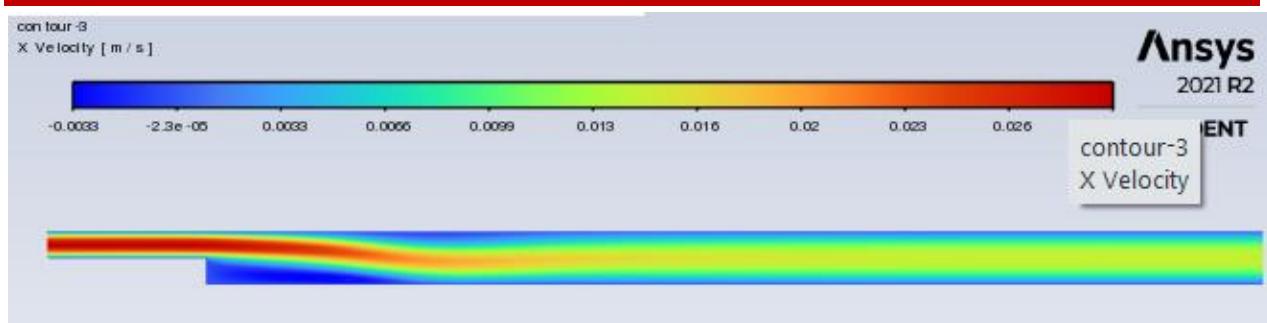


Figure (IV.11) : Le profil des vitesses à $U_{max}=3$ cm/s

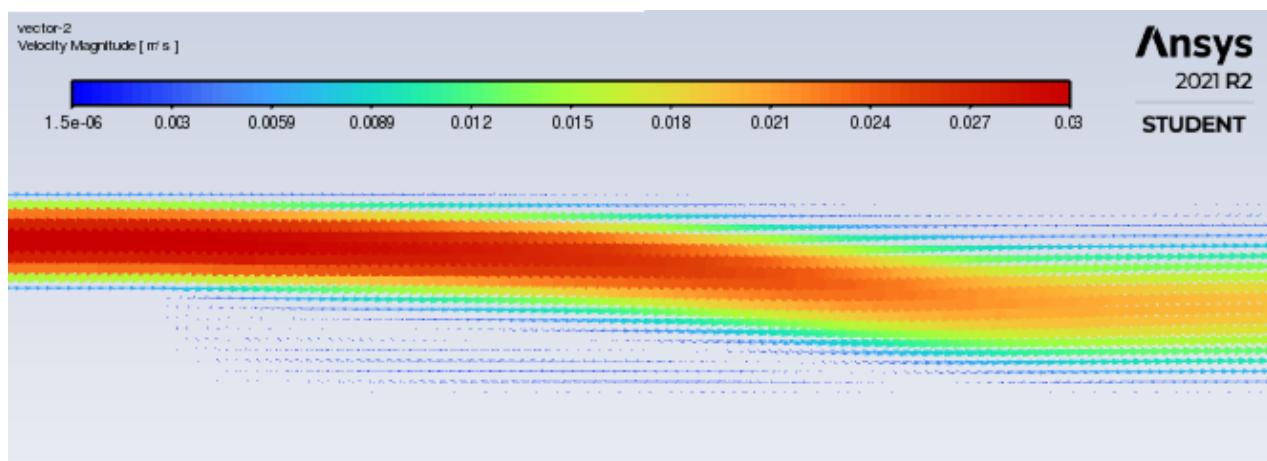


Figure (IV.12) : Le champ des vitesses à $U_{max}=3$ cm/s

d. Pour $U_{max}=4$ cm/s

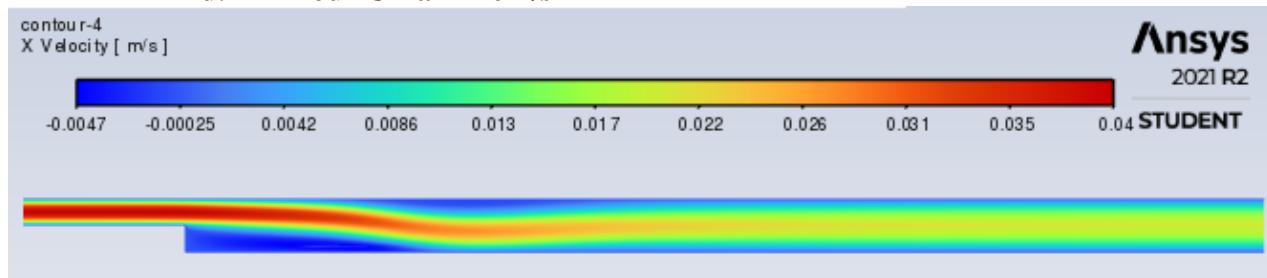


Figure (IV.13) : Le profil des vitesses à $U_{max}=4$ cm/s

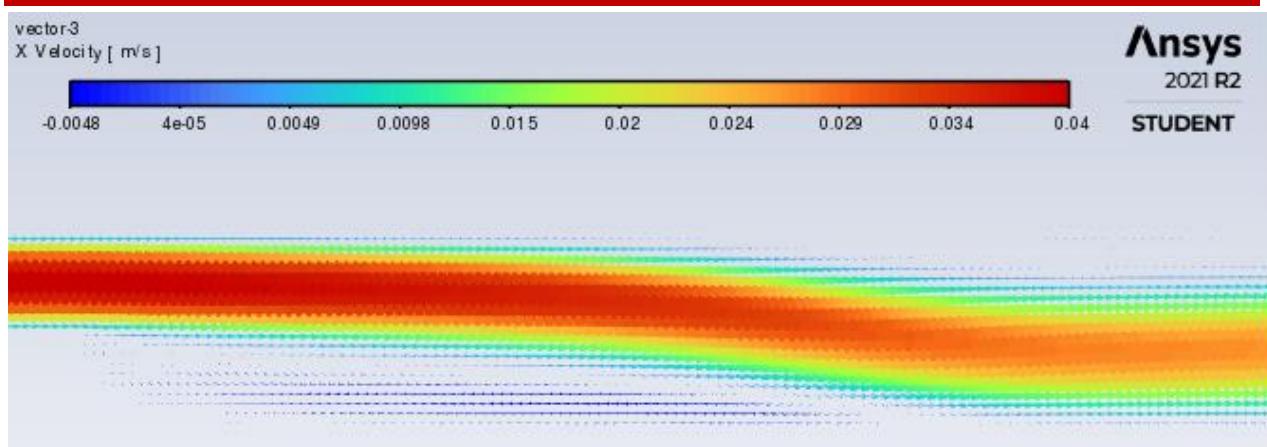


Figure (IV.14) : Le champ des vitesses à $U_{max}=4\text{cm/s}$

e. Pour $U_{max}=5 \text{ cm/s}$

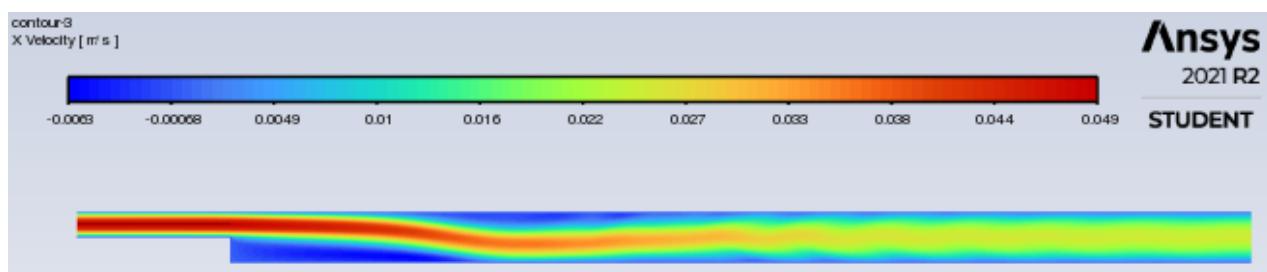


Figure (IV.15) : Le profil des vitesses à $U_{max}=5 \text{ cm/s}$

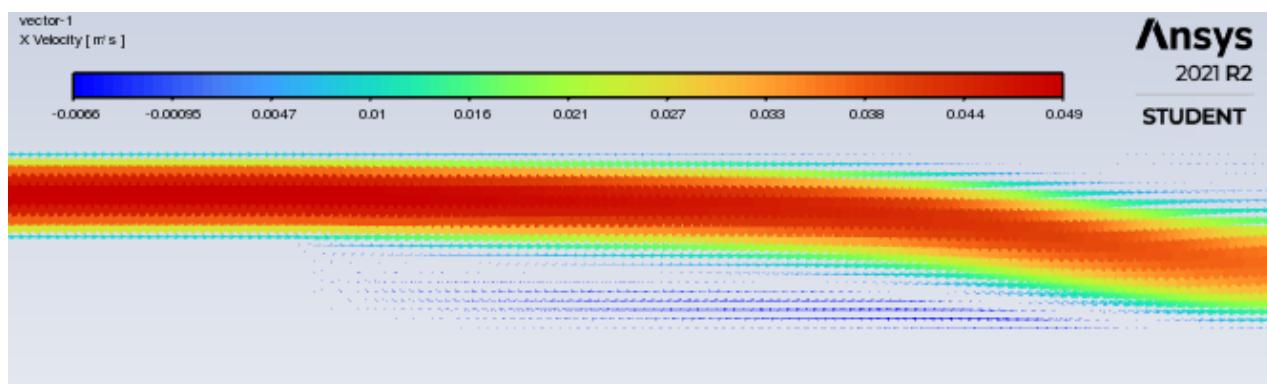


Figure (IV.16) : Le champ des vitesses à $U_{max}=5 \text{ cm/s}$

f. Pour $U_{max}=6 \text{ cm/s}$

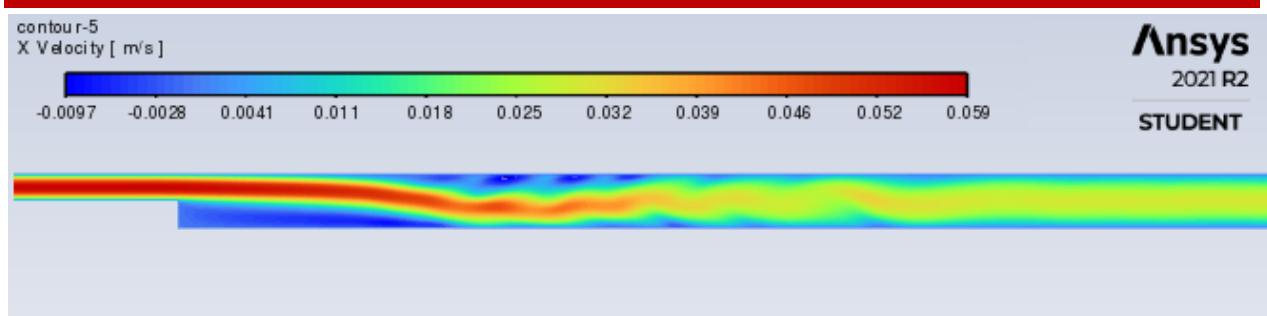


Figure (IV.17) : Le profil des vitesses à $U_{max}=6$ cm/s

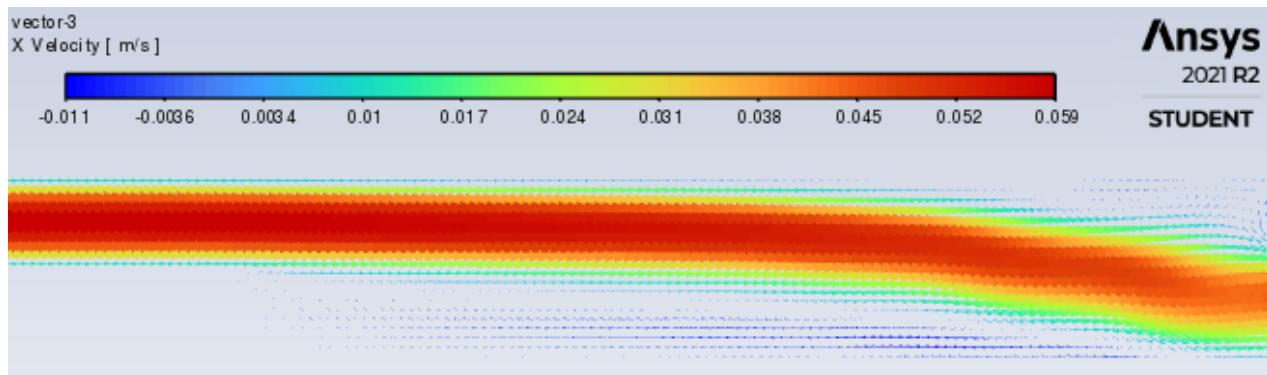


Figure (IV.18) : Le champ des vitesses à $U_{max}=6$ cm/s

g. Pour $U_{max}=7$ cm/s

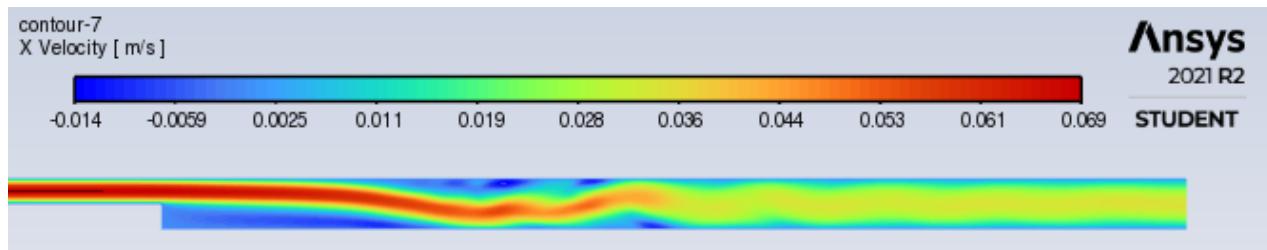


Figure (IV.19) : Le profil des vitesses à $U_{max}=7$ cm/s

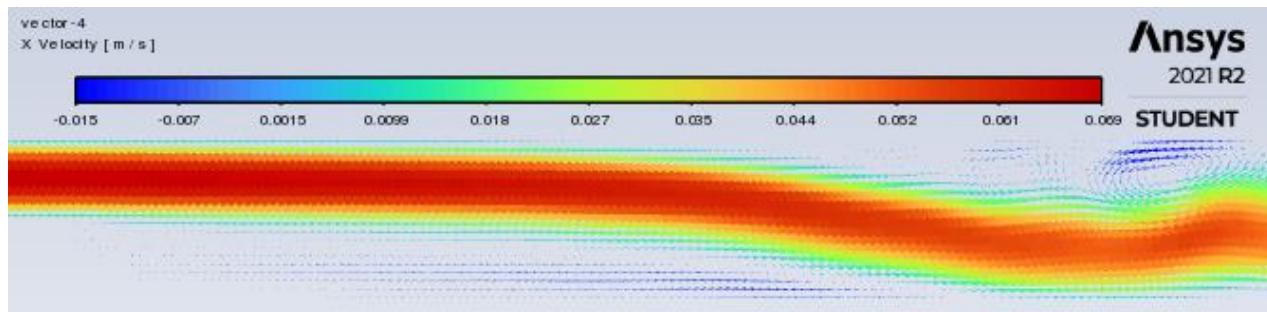


Figure (IV.20) : Le champ des vitesses à $U_{max}=7$ cm/s

h. Pour Umax=8 cm/s

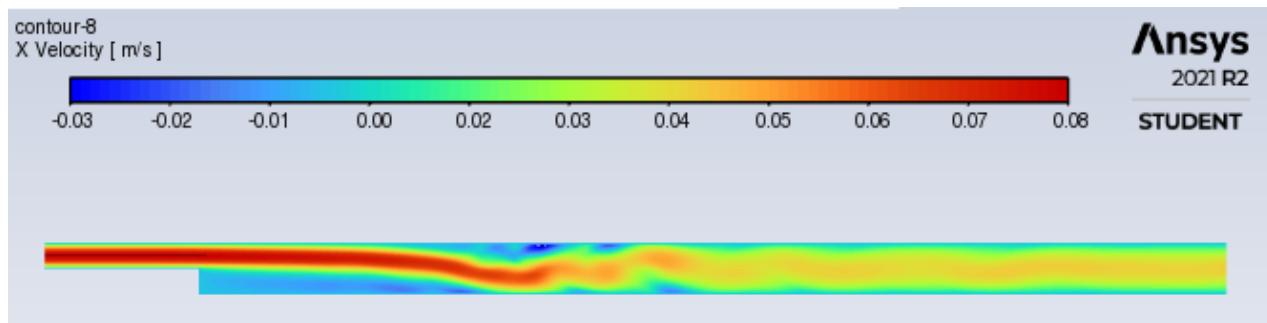


Figure (IV.21) : Le profil des vitesses à Umax=8 cm/s

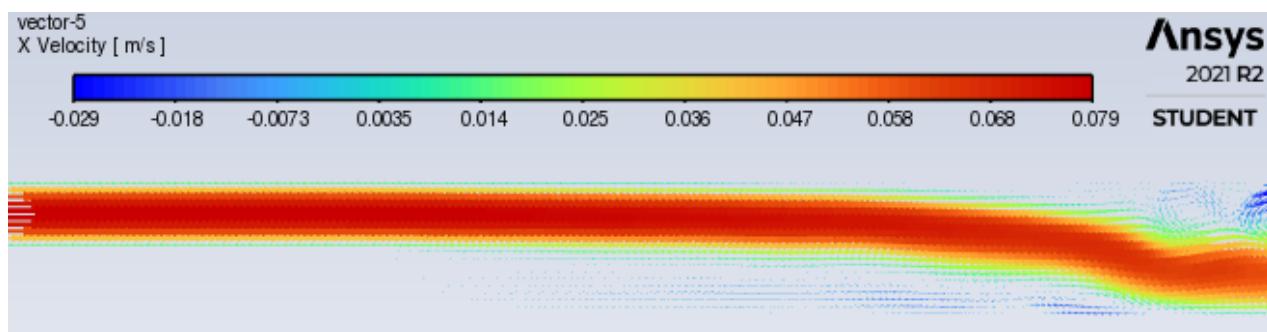


Figure (IV.22) : Le champ des vitesses à Umax=8 cm/s

i. Pour Umax=9 cm/s

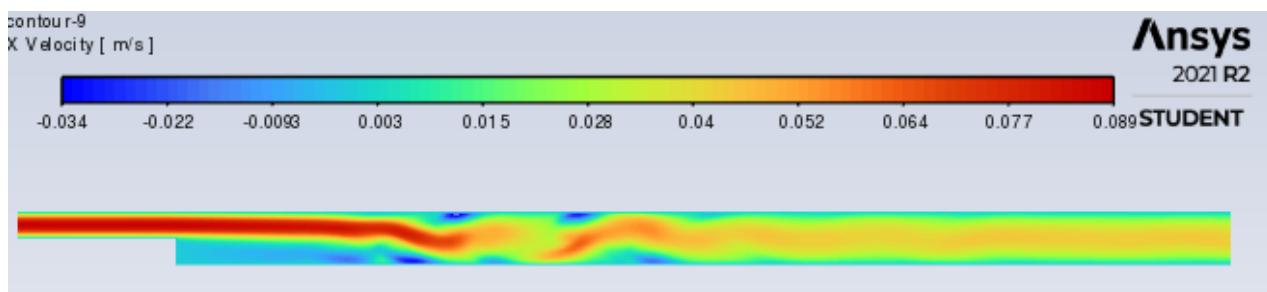


Figure (IV.23) : Le profil des vitesses à Umax=9 cm/s

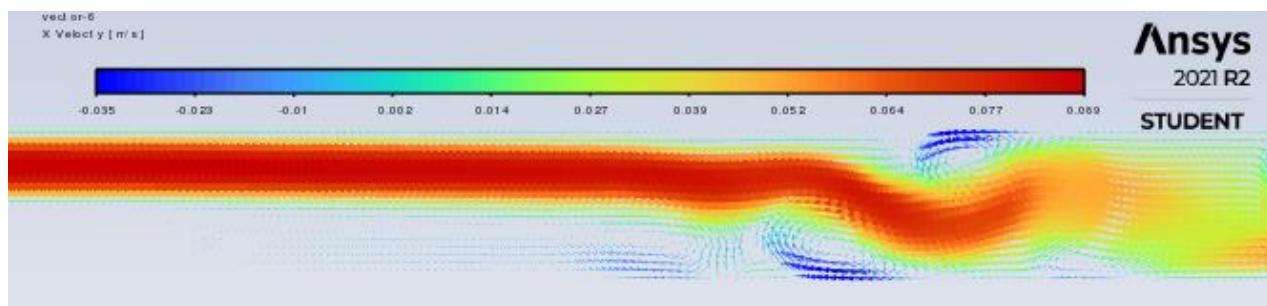


Figure (IV.24) : Le champ des vitesses à Umax=9 cm/s

j. Pour $U_{max}=10 \text{ cm/s}$

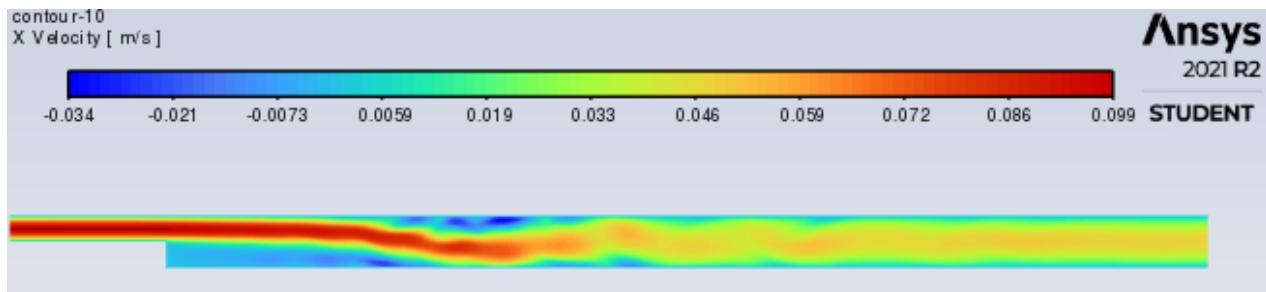


Figure (IV.25) : Le profil des vitesses à $U_{max}=10 \text{ cm/s}$

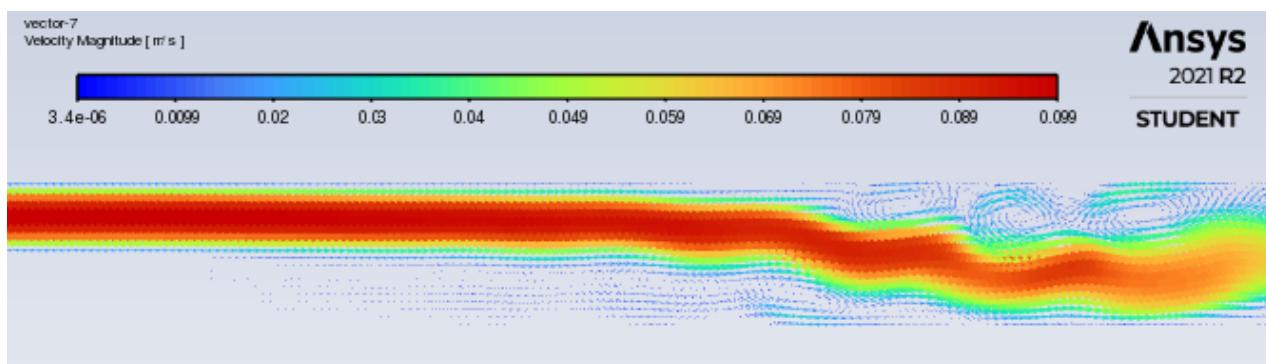


Figure (IV.26) : Le champ des vitesses à $U_{max}=10 \text{ cm/s}$

IV.4.2 La longueur de recirculation

Il s'agit d'une zone de recirculation où l'écoulement est à flux opposé.

Tableau (IV.2) : La zone de recirculation en fonction de la vitesse

Umax (cm/s)	Xr (cm)
1 cm/s	4,2 (cm)
2 cm/s	6,2 (cm)
3 cm/s	7,7 (cm)
4 cm/s	8,7 (cm)
5 cm/s	9,7 (cm)
6 cm/s	10,7 (cm)

7 cm/s	11,2 (cm)
8 cm/s	11,6 (cm)
9 cm/s	12 (cm)
10 cm/s	14,2 (cm)

Maintenant, on représente l'évolution de la taille de la zone de recirculation en fonction de la vitesse.

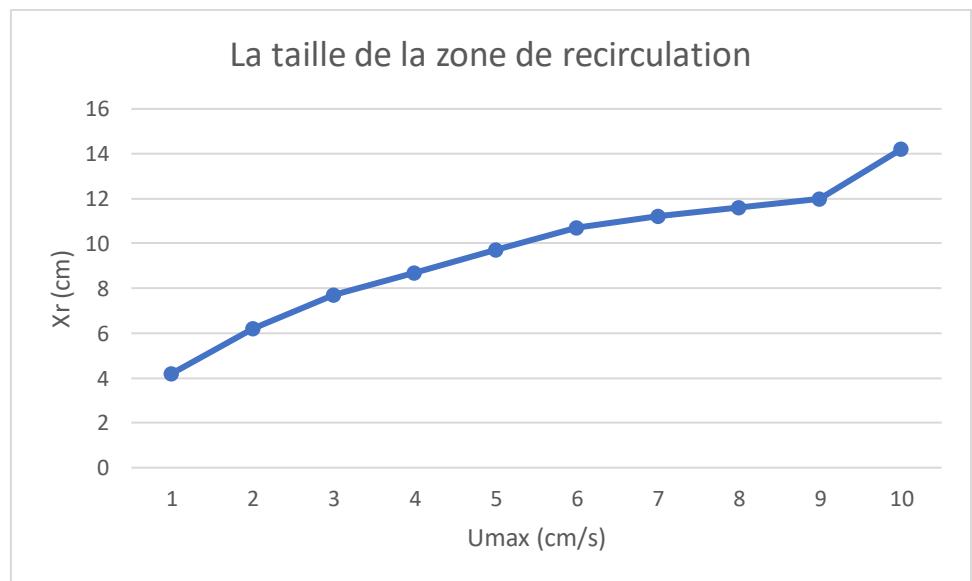


Figure (III.27) : La taille de la zone de recirculation en fonction de la vitesse

IV.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le logiciel Ansys Fluent, la géométrie et le maillage utilisées dans Ansys Fluent. Ensuite les conditions aux limites à la sortie (la pression égale à zéro). Enfin nous avons illustré les différents résultats (le profil et le champ de vitesse et le profil de la pression) obtenus grâce à Ansys Fluent et nous avons déterminé la taille de la zone de recirculation en fonction de la vitesse.

Chapitre V :

Discussion des

résultats

V.1 Introduction

L'augmentation des performances des calculateurs ne cesse d'ouvrir de nouvelles perspectives au calcul scientifique en général, et à la simulation numérique des phénomènes physiques complexes en particulier. Parmi ceux-ci, la simulation numérique des écoulements à l'élargissement brusques.

Dans ce chapitre nous avons choisi d'utiliser La méthode des différences finies et les équations d'Euler pour simuler le phénomène avec Matlab et la méthode des volumes finies et les équations de Navier-stocks avec Ansys fluent.

Les simulations numériques obtenus par les deux logiciels de simulation « matlab et Ansys fluent » seront comparées entre elles par rapport à les deux zones de recirculations en fonction des vitesses utilisées

V.2 Fluide parlait

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de viscosité et de conduction thermique. Le mouvement du fluide est donc adiabatique, décrit par les équations d'Euler.

Tous les fluides ont une viscosité (sauf un superfluide, ce qui en pratique ne concerne guère que l'hélium à très basse température et l'intérieur d'une étoile à neutrons). Le fluide parfait ne peut donc être qu'une approximation pour une viscosité tendant vers zéro. Cela revient à faire tendre le nombre de Reynolds vers l'infini.

V.2.1 Théorie

Puisque nous avons un écoulement à travers une marche descendante donc pour pouvoir réaliser cette simulation nous allons utiliser le modèle qui utilise les équations de Navier-Stokes incompressibles stationnaires sur ansys fluent et les équations d'Euler sur Matlab.

Ce modèle calcul les composantes de vitesse du fluide u dans les directions x et y et dans la région définie par la géométrie de la conduite.

V.2.3 Hypothèse

Dans notre simulation, Nous nous sommes appuyés sur les hypothèses suivantes :

Ecoulement stationnaire : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

Fluide incompressible : $\rho = cte$

Ecoulement bidimensionnel : $\frac{\partial}{\partial z} = 0$

Forces de pesanteur négligeables : $\rho f = 0$

Fluide parfait : $\mu = 0$

V.3 Résultats

Les résultats obtenus par les deux simulations numériques « matlab et Ansys Fluent » sont illustrés dans le tableau ci-dessous

Tableau (V.1) : La taille de la zone de recirculation par les deux logiciels en fonction des vitesses

Vitesse (cm/s)	Xr (cm)	
	Résultats de Matlab	Résultats d'Ansys fluent
1	11,2	4,2
2	16,8	6,2
3	20,4	7,7
4	22,8	8,7
5	24,4	9,7
6	25,6	10,7
7	26,4	11,2
8	27,2	11,6
9	27,6	12
10	28	14,2

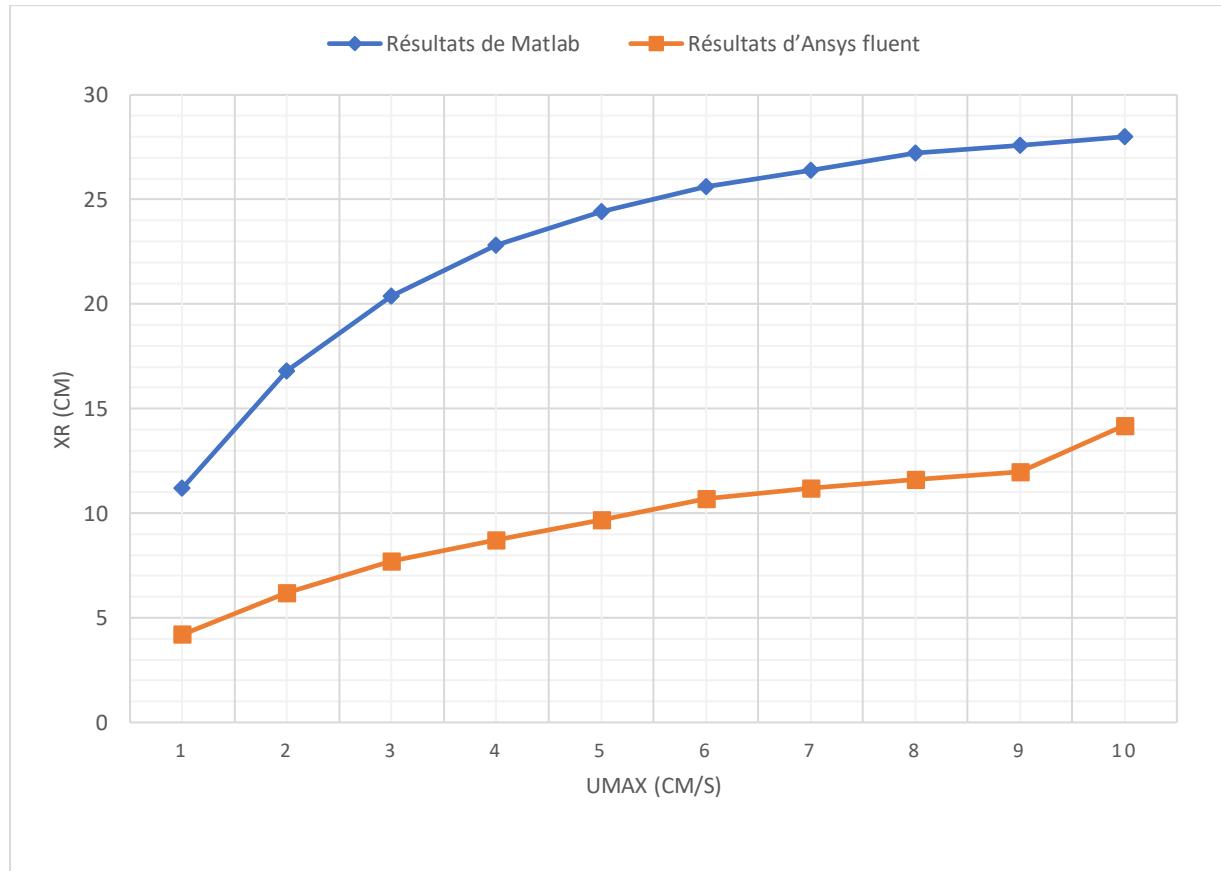


Figure (V.1) : La taille de la zone de recirculation avec les deux simulations

V.4 Discussion

D'après les deux simulations réalisées par Matlab et Ansys Fluent, pour un fluide parfait nous observons que la zone de recirculation augmente en fur et à mesure.

La différences de la taille de la zone de recirculation entre les deux simulations du a les condition au limite qu'on a utilisé et les équation qu'on a utilisé et celle qui utilise le logiciel ansys fluent.

On déduit donc, pour un fluide parfait, la taille de la zone de recirculation dépend de la vitesse de l'écoulement, c'est-à-dire ; qu'à chaque fois que la vitesse grandie la taille de la zone de recirculation augmente.

V.5 Exemple de l'écoulement de la marche descendante (Fluide réel)

Les deux mécanismes fondamentaux de transport dans les fluides par une expérience de laboratoire réalisée dans un tunnel hydrodynamique : l'écoulement de la marche descendante. Le nombre de Reynolds pour cet écoulement est calculé à partir de la vitesse de l'écoulement amont U , la hauteur de la marche $h = 1\text{ cm}$, et la viscosité cinématique de l'eau $\nu = 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ (voir la figure V.2)

L'injection de colorant nous permet de visualiser la zone de recirculation derrière la marche. Ils ont reporté dans la figure (V.3) la longueur X_R de cette zone de recirculation en fonction de U . Pour des nombres de Reynolds inférieurs à 350, l'écoulement est stationnaire et la longueur de la zone de recirculation croît assez linéairement avec U . Au-dessus de $Re = 350$, l'écoulement devient instationnaire et la longueur moyenne de la zone de recirculation décroît jusqu'à atteindre une valeur constante de saturation. Le changement brutal qui s'opère correspond au passage du mode de transport diffusif dominant au mode de transport convectif dominant dans la direction verticale. On peut d'ailleurs à partir des temps caractéristiques des transports retrouver simplement les comportements asymptotiques de la figure (V.3). Pour le transport diffusif, la vitesse U au-dessus de la marche est transportée verticalement vers le sol derrière la marche pendant un temps $\tau_v \propto \frac{h^2}{v}$ et atteindra donc le sol à l'abscisse $X_R \propto \frac{h^2}{v} U$ (pendant la diffusion verticale vers le bas, il y a un transport convectif vers l'aval à une vitesse que l'on suppose être U). Avec cet argument simple on trouve que le mode diffusif impose une augmentation linéaire de X_R avec U , ce qui est effectivement confirmé par l'expérience tant que $Re < 350$.

Au-dessus de $Re = 350$, il y a des tourbillons (clairement observables à $Re = 1500$) qui vont transporter la vitesse U au-dessus de la marche vers le sol derrière la marche. Si on suppose que la vitesse périphérique de rotation des tourbillons est proportionnelle à U et qu'ils ont une taille proportionnelle à h , alors le temps pour transporter la vitesse U verticalement vers le sol derrière la marche est $\tau_C = \frac{h}{U}$. Avec le transport convectif vers l'aval à la vitesse U , la vitesse U qui était au dessus de la marche atteindra le sol en une abscisse $X_R \propto \frac{h^2}{v} U = h$. On trouve ici que la longueur de recirculation est indépendante de la vitesse de l'écoulement, c'est ce qu'on trouve expérimentalement puisque pour les grandes vitesses, la longueur de la recirculation sature à une valeur constante.

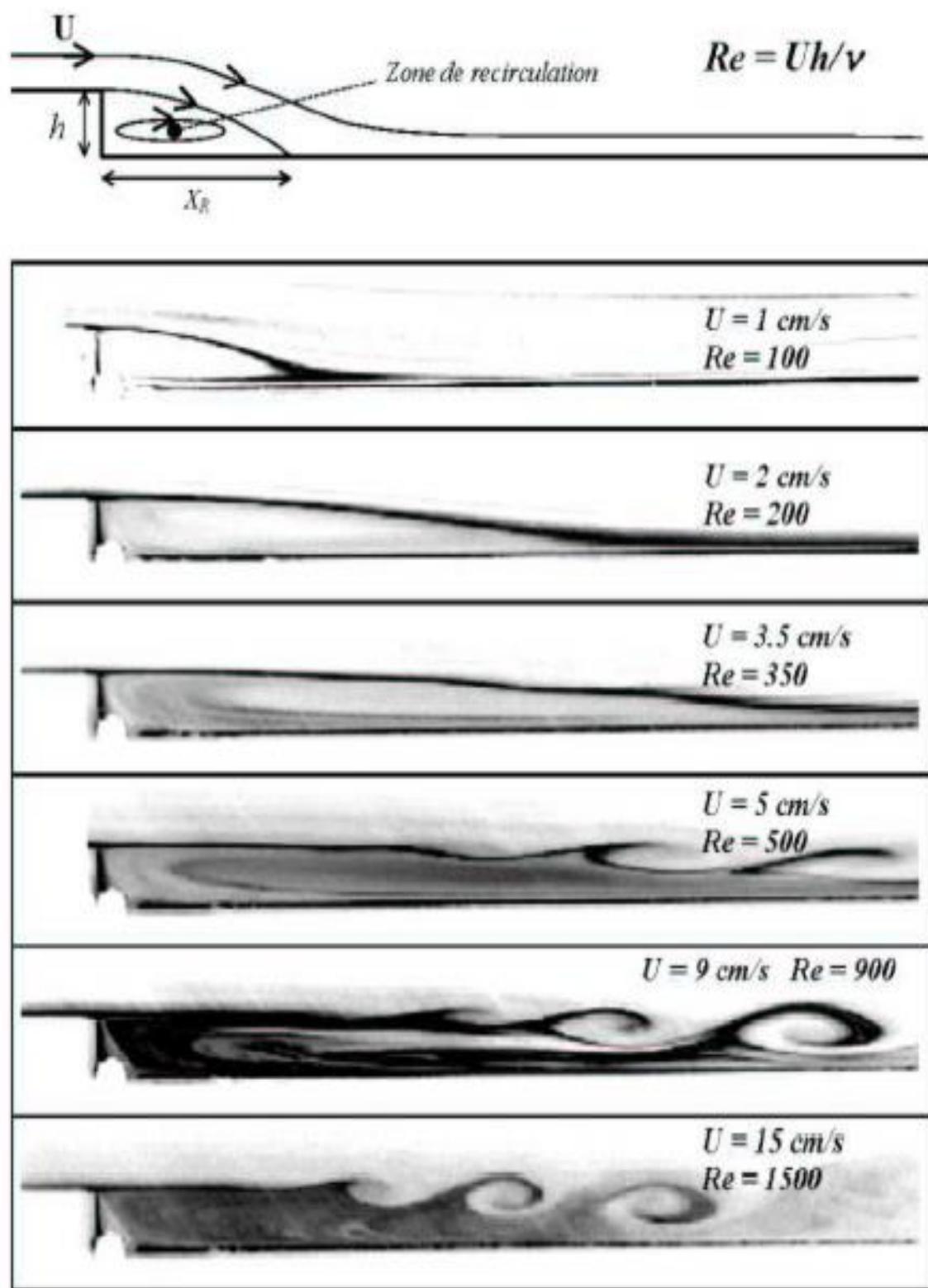


Figure (V.2) : Visualisation de l'évolution de la recirculation derrière la marche descendante en fonction du nombre de Reynolds. L'écoulement devient instationnaire pour $Re_h = 350$.

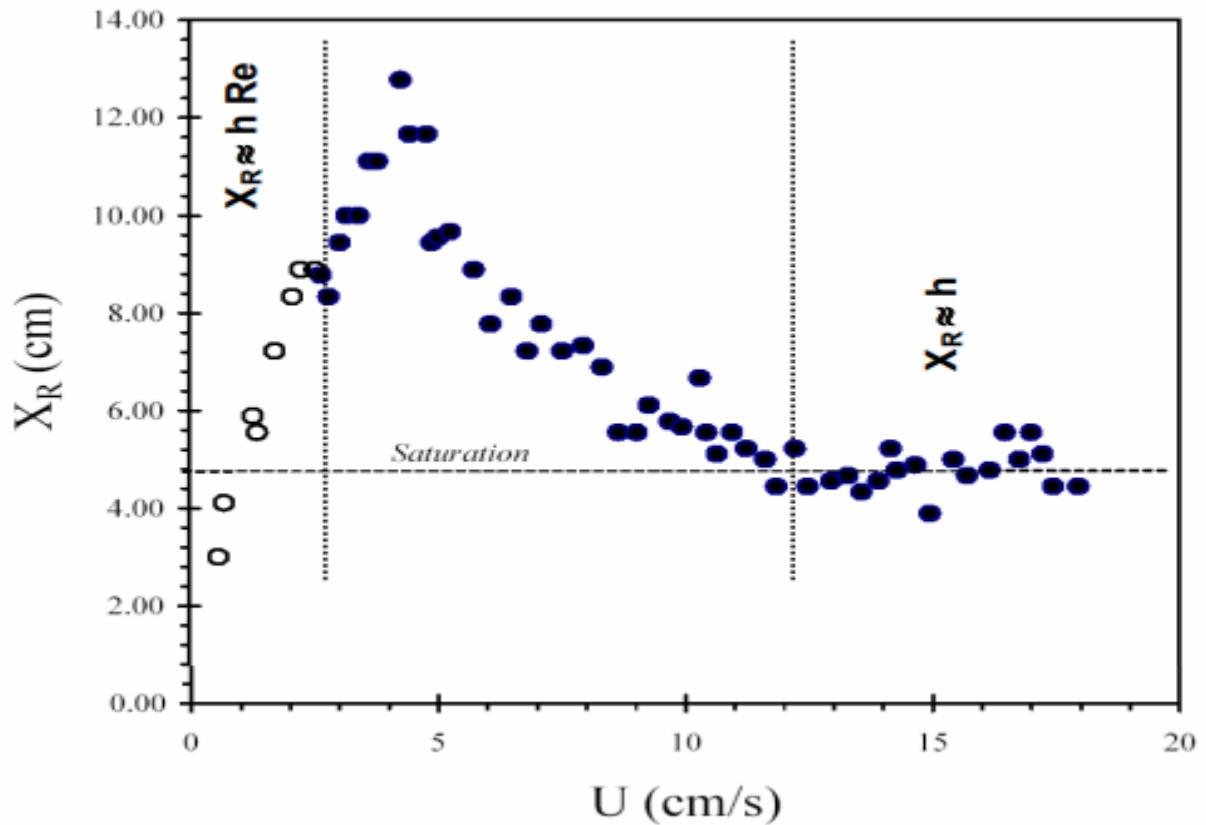


Figure (V.2) : Mesure de la longueur de recirculation X_R en fonction de la vitesse U . Les cercles blancs correspondent à l’écoulement stationnaire, et les ronds noirs à l’écoulement instationnaire.

V.6 Conclusion

En comparant les résultats obtenus avec les deux simulations pour un fluide parfait on déduire que :

La taille de la zone de recirculation X_R augmente à chaque fois la vitesse d’entrée U augmente.

Par contre, pour un fluide réel, on observe que la longueur de la zone de recirculation est indépendante de la vitesse de l’écoulement, c’est ce qu’on observe aussi expérimentalement puisque pour les grandes vitesses, la longueur de la zone de recirculation sature à une valeur constante.

Conclusion général

Ce travail a été consacré à la modélisation numérique de l'écoulement incompressible et bidimensionnel confiné en aval d'une marche descendante. Cette configuration engendre un écoulement du type décollé et recollé qui présente des complexités dues à la présence de zones de recirculation et de rattachement.

Plusieurs études numériques et expérimentales ont été menées sur les écoulements en aval d'une marche descendante pour connaître et définir ses avantages afin d'en bénéficier dans le domaine industriel.

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à l'écoulement en aval d'une marche descendante. Et nous avons étudié par une simulation numérique un écoulement incompressible en régime permanent.

Nous avons observé une formation d'une zone de recirculation (zone de séparation) en aval de la marche.

Nous avons aussi observé aussi que pour un fluide parfait, la taille de la zone de recirculation augmente à chaque fois que la vitesse à l'entrée augmente. Contrairement à un fluide réel où la longueur de la zone de recirculation sature à une valeur constante pour des grande vitesses

Nous avons aussi étudié l'influence de l'élargissement sur le champ de vitesses et nous avons constaté que pour chaque nombre de Reynolds, le champ de vitesses est constant sur la longueur de la marche en amont. Ce champ diminue lorsque la section de la conduite agrandit.

L'augmentation dans le volume de la zone de recirculation peut être considérée comme un avantage pour celui qui veut faire une détente ou séparer entre un liquide et un gaz, et aussi peut être considérée comme un inconvénient à cause de la grosse perte d'énergie.

Références bibliographiques :

- Abbott, D.E., and Kline, S.J.(1961)**, Theoretical and Experimental Investigation of Flow over Single and Double Backward-Facing Steps, Report MD-5, Thermosciences Division-Dept. of Mech. Eng., Stanford University.
- Aubrun S. (1998)**, Thèse de Doctorat INP.
- Barton I.E. (1995)**, Computation of particle tracks over a backward-facing step, Journal of Aerosol sciences.
- GUEZMIR S, BENAVID T(2013)**, Etude expérimentale et numérique d'un écoulement en aval d'une marche descendante.
- NAIK, S., KHATUA, K.K., (2015)** «Numerical simulation of a dam break flow using finite difference method», Civil Engineering, National institute of technology Rourkela.
- METREVILI, V., (1991)**, « Mécanique des milieux continus », Edition OPU.
- SILVEIRA NETO Aristeu (1991)**, « Simulation numérique des grandes échelles d'un écoulement turbulent décollé en aval d'une marche ».
- Abu-Mulaweh H.I.(2004)**, Turbulent mixed convection flow over a forward-facing step- The effect of step heights, International Journal of Thermal Sciences, 44 (2005),
- HANNAN-KADOUMA.Y**, « modélisation numérique d'un écoulement turbulent confiné en aval d'une marche descendante », thèse magistère (2006).
- Chung.T.J.** Computational fluid dynamics. University of Alabama in Huntsville: second edition, 2010.
- Chahinez Tchekiken**, « Modélisation et simulations numériques d'écoulements compressibles dans des micro-conduites planes ».
- YANG F., ZHANG X., TAN G., (2007)** «one and two dimensional coupled hydrodynamics model for dam break flow», Journal of Hydraulic.
- Williams P.T. & Baker A.J. (1997)**, Numerical simulations of laminar flow over a 3D backward-facing step, International Journal For Numerical Methods in Fluids, Vol. 24

Zhang C.X. (1994), Numerical predictions of turbulent recirculating flows with a k- ε model, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 51.

Moss W.D. & Baker S. (1980), Recirculating flows associated with two-dimensional steps, Aeron. Quart.

Couplet M. (2003), Simulation instationnaire pour le contrôle actif des écoulements décollés.

Olivier CADOT, « introduction à la turbulence », **Ecole Nationale Supérieure De Techniques Avancées**.

Résumé :

Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes intéressés à la modélisation numérique d'un écoulement bidimensionnel en aval d'une marche descendante en utilisant un fluide parfait, pour déterminer la longueur de la zone de recirculation. Pour cela, nous avons élaboré des modèles en utilisant le logiciel de simulation. Ansys Fluent basé sur la méthode de volumes finis et les équations de Navier-Stokes, et la méthode des différences finies pour la modélisation et la discrétisation les équations d'Euler.

Mots clés : marche descendante, modalisation, volumes finis, différences finies, équations de Navier-Stokes, équations d'Euler

Summary :

In the framework of this work, we are interested in numerical modeling of 2D flow downstream of a descending step, using an ideal fluid to determine the length of the recirculation region, for this we developed models using ANSYS Fluent simulation software, based on finite volume method, Navier-Stokes equations and finite difference method. To model and estimate Euler's equations.

The Key words: Step down, formation, limited, sizes, limited differences methods, Navier_Stokes equations, Euler's equations