

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA

**Faculté de Technologie**  
Département de Génie Mécanique



## Mémoire de fin de cycle

En Vue de l'Obtention du Diplôme de Master en Génie Mécanique

**Spécialité : Energétique**

Réalisé par :

HANIFI Dyhia

### Thème

Simulation tridimensionnelle d'un écoulement Newtonien  
et non-Newtonien dans un carrefour.

Devant le jury composé de :

Mr A.DJERRADA	Président	UAMB
Mr H. ALI AGHA	Examineur	UAMB
Mr A.BENSLIMANE	Rapporteur	UAMB

2015/2016



## *Remerciements*

*En préambule à ce mémoire je remercié ALLAH qui m'a aidé et m'a donné la patience et le courage durant ces longues années d'études.*

*Je tiens à remercier mes chers et valeureux parents pour leurs soutiens. Je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui ont apporté leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire ainsi qu'à la réussite de cette formidable année universitaire. Je tiens à remercier très sincèrement Monsieur A/H. BEN SLIMANE qui, en tant qu'encadreur de mon mémoire, pour son aide et ses conseils afin que ce projet de fin d'études réussisse à son optimum. Je tiens à remercier aussi ceux qui ont fait l'honneur de juger ce mémoire.*

*J'exprime toute ma gratitude à qui ont donné aussi de leur temps et accepté de répondre à toutes mes questions avec gentillesse et sérénité, S.MOLOUD. Je tiens encore à exprimer mes sincères remerciements à tous les professeurs qui mon enseigné*

*.Enfin, je remercié toute personne qui ont participé de près ou de loin pour l'accomplissement de ce modeste travail.*



## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail en premier lieu à mes très chers parents en témoignage de ma reconnaissance envers le soutien, les sacrifices et tous les efforts qu'ils ont fait pour mon éducation ainsi que ma formation.*

*Je le dédie également à:*

*A mes chers frères ainsi que leur femmes et mes chères sœurs pour leur affection, compréhension et patience,*

*A l'ensemble de mes ami (e) s,*

*A tous ceux qui ont une relation de près ou de loin avec la réalisation du présent mémoire.*

*H. D'YHIA*

# *Sommaire*

## Table des matières

Nomenclature. ....	<b>i</b>
Liste des figures .....	<b>iii</b>
Liste des tableaux .....	<b>v</b>
<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
<b>Chapitre I : Généralités et étude bibliographique</b>	
I.1 Introduction. ....	3
I.2 Ecoulements à surface libre. ....	3
I.2.2 Régimes d'écoulements. ....	4
I.2.3 Ressaut hydraulique. ....	4
I.3 Ecoulements dans les carrefours. ....	5
I.3.1 Ecoulement dans un carrefour a quatre branches. ....	5
I.3.1.1 Ecoulements en régime fluvial. ....	5
I.3.1.2 Ecoulement dans un carrefour en régime torrentiel. ....	6
I.3.1.3 Synthèses bibliographique. ....	6
I.3.2 Ecoulement dans les carrefours à trois branches. ....	9
I.3.2.1 Confluence à 3 branches. ....	10
a- Confluence fluviale. ....	10
b- Confluence torrentiel. ....	11
I.3.2.2 Bifurcation. ....	11
I.3.2.3 Synthèses bibliographique. ....	13
I.4 Conclusion. ....	17
<b>Chapitre II : Position du problème et formulation mathématique</b>	
II.1 Introduction .....	19
II.2 Géométrie de problème .....	19
II.3 Fluide Newtonien .....	20
II.3.1 Formulation mathématique .....	20
II.3.1.1 Equation de conservation de la masse .....	20
II.3.1.2 Equations de conservation de la quantité de mouvement .....	20
II.3.2 Adimensionnalisation des équations de Navier-Stokes .....	20

II.3.3 Modélisation de la surface libre.....	21
II.3.4 Décomposition de Reynolds .....	21
II.4 Modèles de turbulence pour un écoulement diphasique .....	25
II.4.1 Modèle $k - \varepsilon$ Standard .....	25
II.5 Fluide non-Newtonien .....	26
II.5.1 Fluide rhéofluidifiant .....	26
II.5.2 Le modèle Loi de puissance .....	27
II.6 Conclusion .....	28

### Chapitre III : Méthodes de résolution

III.1 Introduction .....	29
III.2 Modélisation et la simulation .....	29
III.2.1 Pourquoi faut-il modéliser ? .....	29
III.2.2 Quels sont les différents modèles ? .....	29
III.2.3 De la modélisation à la simulation numérique .....	29
III.2.4 Méthodes de résolution.....	29
III.2.4.1 Méthode des différences finies .....	30
III.2.4.2 Méthode des éléments finis .....	30
III.2.4.3 Les méthodes des volumes finis .....	30
III.2.4.3.1 Principe de la méthode des volumes finis.....	31
III.3 Choix de la méthode de résolution .....	32
III.4 Application de la méthode.....	32
III.4.1 Maillage .....	32
III.4.2 Discrétisation .....	33
III.4.3 Différents schéma de discrétisation spatiale.....	34
III.4.3.1 Schéma aux différences centrées (CDS).....	35
III.4.3.2 Schéma Upwind (UPS).....	35
III.4.3.3 Solution exact .....	36
III.4.3.4 Schéma exponentiel .....	36
III.4.3.5 Schéma hybrid (HDS: hybrid differencing scheme) .....	37
III.5 Procédure sous Fluent .....	38
III.5.1 Simple précision ou double précision.....	38
III.5.2 Paramètres de réglage sous fluent .....	38

---

III.6 Conclusion .....	40
<b>Chapitre IV : Résultats et discussion</b>	
IV.1 Introduction .....	41
IV.2 Etude de l'influence des paramètres du calcul numérique.....	41
IV.2.1 Etude d'indépendance du maillage.....	41
IV.3 Conditions aux limites .....	43
IV.4 Validation du code de calcul .....	44
IV.4.1 Fluide Newtonien (cas 1) .....	44
IV.4.1.1 Description des paramètres .....	45
IV.4.1.1.1 La conservation de débit .....	46
IV.4.1.2 Présentation et interprétation des résultats .....	47
IV.4.2 Fluide non-Newtonien (cas 2) .....	53
IV.4.2.1 Présentation et interprétation des résultats .....	54
IV.5 Conclusion .....	55
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	56
<b>Référence bibliographique</b>	
<b>ANNEXES</b>	

# *Nomenclature*

# Nomenclature

<b>B</b>	Largeur au miroir	m
<b>b</b>	Largeur de la branche latérale	m
<b>C<sub>c</sub></b>	Coefficient de contraction.	
<b>D<sub>h</sub></b>	Hauteur caractéristique	m
<b>g</b>	L'accélération de la pesanteur	m s <sup>-2</sup>
<b>K</b>	Energie cinétique turbulente	m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup>
<b>l<sub>contracté</sub></b>	Largeur de l'écoulement contracté	m
<b>P</b>	Périmètre mouillé	m
<b>Q<sub>ex</sub></b>	Débit entrant suivant l'axe x	l s <sup>-1</sup>
<b>Q<sub>ey</sub></b>	Débit entrant suivant l'axe y	l s <sup>-1</sup>
<b>Q<sub>sx</sub></b>	Débit sortant suivant l'axe x	l s <sup>-1</sup>
<b>Q<sub>sy</sub></b>	Débit sortant suivant l'axe y	l s <sup>-1</sup>
<b>Q<sub>amont</sub></b>	Débit en entrée dans la branche principale	l s <sup>-1</sup>
<b>Q<sub>tot:le</sub></b>	Débit total en sortie	l s <sup>-1</sup>
<b>Q<sub>lateral</sub></b>	Débit latéral entrant	l s <sup>-1</sup>
<b>Q<sup>*</sup></b>	Ratio de débit	l s <sup>-1</sup>
<b>q</b>	Phase liquide.	
<b>R<sub>h</sub></b>	Rayon hydraulique	m
<b>RKDG</b>	Runge-Kutta Discountinuous Galerkin.	
<b>R<sub>lateral</sub></b>	Ratio des debits	l s <sup>-1</sup>
<b>RANS</b>	Reynolds-averaged Navier Stokes.	
<b>S</b>	Surface mouillée	m <sup>2</sup>
<b>u</b>	Vitesse de l'écoulement	m s <sup>-1</sup>
<b>U</b>	Déplacement suivant l'axe	m
<b>V</b>	Déplacement suivant l'axe y	m
<b>W</b>	Déplacement suivant l'axe z	m
<b>1D</b>	Unidimensionnelle	
<b>2D</b>	Bidimensionnelle	
<b>3D</b>	Tridimensionnelle	

## Symboles grecs

$\varepsilon$	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	$\text{m}^2\text{s}^{-3}$
$\rho$	Masse volumique	$\text{kg m}^{-3}$
$\mu$	Viscosité dynamique	$\text{pa s}$
$\nu$	Viscosité cinématique	$\text{m}^2\text{s}^{-1}$
$\alpha_q$	Fraction volumique.	
$\partial\Omega_{\text{maille}}$	Volume total de la maille de calcul	$\text{m}^3$
$\partial\Omega_q$	Volume de la partie de la maille occupée par la phase q	$\text{m}^3$
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement	$\text{S}^{-1}$
$\tau$	Contrainte de cisaillement	

## Nombres adimensionnels

$Fr$	Nombre de Froude	$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}}$
$Re$	Nombre de Reynolds	$Re = \frac{LU}{\nu}$

## Indices

<b>E</b>	Entrée du canal.
<b>i, j</b>	$i_{\text{ème}}$ et $j_{\text{ème}}$ composant.
<b>S</b>	Sortie du canal.
<b>K</b>	Indice de consistance.
<b>n</b>	Indice d'écoulement.

# *Liste des figures*

## Liste des figures

<b>Figure I.1</b> : Caractéristiques géométrique et hydraulique d'un canal.....	3
<b>Figure I.2</b> : Positionnement de ressaut hydraulique.....	5
<b>Figure I.3</b> : Schéma général d'un écoulement dans un carrefour à 4 branches.....	6
<b>Figure I.4</b> : Schéma des écoulements de type I (a) et de type II (b).....	7
<b>Figure I.5</b> : Structure d'écoulement en type III.....	8
<b>Figure I.6</b> : Confluence en régime fluvial.....	11
<b>Figure I.7</b> : Schéma d'une bifurcation.....	13
<b>Figure I.8</b> : Les hauteurs d'eau mesurées et calculées par [17] le long de canal pour la jonction à 30°.....	14
<b>Figure I.9</b> : Schémas de la zone de recirculation mesurée par [18] (a) et simulée avec River2D (b).....	14
<b>Figure I.10</b> : Résultats des simulations des écoulements.....	15
<b>Figure I.11</b> : Schémas des lignes de courant pour l'angle 30°.....	16
<b>Figure I.12</b> : Schémas des lignes de courant pour l'angle 45°.....	16
<b>Figure I.13</b> : Schémas des lignes de courant pour l'angle 60°.....	16
<b>Figure II.1</b> : Schéma 2D de la géométrie du problème.....	19
<b>Figure II.2</b> : Représentation schématique d'un comportement rhéofluidifiant.....	28
<b>Figure III.1</b> : Volume de contrôle bidimensionnel.....	31
<b>Figure III.2</b> : Schéma représentant le maillage pour les grandeurs scalaires et le maillage décalé pour les vitesses U et V.....	33
<b>Figure III.3</b> : Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration.....	33
<b>Figure III.4</b> : Volume de contrôle dans le cas à une dimension.....	34
<b>Figure III.5</b> : à gauche : $F_w < 0$ et $F_e < 0$ , à droite : $F_w > 0$ et $F_e > 0$ .....	36
<b>Figure IV.1</b> : Maillage du carrefour à 1% de pente.....	42
<b>Figure IV.2</b> : Maillage de carrefour à 3% de pente.....	42
<b>Figure IV.3</b> : Les conditions aux limites de la configuration de notre cas.....	43
<b>Figure IV.4</b> : Schéma 2D du modèle physique de l'étude expérimentale.....	44
<b>Figure IV.5</b> : Représentation de carrefour avec une pente de 1% selon les deux axes X et Y.....	45

<b>Figure IV.6 :</b> champ de hauteur d'eau de Ghostin (a) et de notre étude (b). .....	47
<b>Figure IV.7:</b> Représentation de la variation de la vitesse de l'écoulement au sein du carrefour (cas 1.1).....	48
<b>Figure IV.8 :</b> Représentation du champ de vitesse .....	49
<b>Figure IV.9 :</b> Lignes de courant de l'écoulement.....	49
<b>Figure IV.10 :</b> Représentation du carrefour avec une pente de 3% selon les deux axes X et Y .....	50
<b>Figure IV.11:</b> Champ de hauteur d'eau de Mignot et al (a) et de notre étude (b). .....	51
<b>Figure IV.12 :</b> Représentation de la variation de la vitesse de l'écoulement au sein du carrefour (cas de la pente 3%). .....	51
<b>Figure IV.13:</b> Lignes de courant pour la pente 3%. .....	52
<b>Figure IV.14 :</b> Champ de vitesse pour la pente 3%. .....	53
<b>Figure IV.15 :</b> Hauteurs de fluide Newtonien (a) et non-Newtonien (b) dans le cas d'une pente de 1%. .....	54
<b>Figure IV.16:</b> Hauteurs de fluide Newtonien (a) et non-Newtonien (b) dans le cas d'une pente de 3%. .....	55

# *Liste des tableaux*

## Liste des tableaux

<b>Tableau I.1</b> : Valeurs de l'écoulement descendant mesuré et calculé .....	<b>9</b>
<b>Tableau IV.1</b> : Représente les statistiques de maillage pour le cas de 1% de pente.....	<b>42</b>
<b>Tableau IV.2</b> : Représente les statistiques de maillage pour le cas de 1% de pente.....	<b>43</b>
<b>Tableau IV.3</b> : Données numériques du cas 1.1. ....	<b>46</b>
<b>Tableau IV.4</b> : Répartition des débits pour le cas 1.1 .....	<b>46</b>
<b>Tableau IV.5</b> : Données numériques du cas 1. 2. ....	<b>50</b>
<b>Tableau IV.6</b> : Répartition des débits pour le cas 1.2.....	<b>50</b>

# *Introduction Générale*

## Introduction générale

Bien que les conséquences du changement climatique sur l'hydrologie restent encore mal connues, les experts s'accordent sur un point : les événements extrêmes de type sécheresses et inondations seront plus fréquents. De plus, le développement moderne de nos villes s'est traduit par une urbanisation croissante de zones inondables. A l'heure actuelle, une cartographie du risque d'inondation est en cours d'établissement, à l'aide généralement de modélisations numériques. Elle vise à évaluer les conséquences des inondations et à élaborer des plans de gestion des crues. Cependant, les écoulements urbains dans les rues et les carrefours sont particulièrement complexes. La distribution des débits au niveau de chaque carrefour reste difficile à appréhender par des modèles opérationnels à grande échelle

L'étude de ces phénomènes est aujourd'hui bien souvent numérique : on simule des solutions des équations, qui ressemblent effectivement à des écoulements réels, sauf que c'est comme si on disposait d'un système de mesure parfait, qui pourrait tout mesurer.

Ainsi que le but est d'obtenir une solution convergée, indépendante du maillage et respectant la physique du problème, afin de pouvoir en tirer un maximum d'informations quantitatives. Ce manuscrit est consacré à la simulation tridimensionnelle des écoulements newtonien et non newtonien dans un carrefour à quatre branches et à surface libre.

Le premier chapitre illustre des notions fondamentales sur les écoulements à surface libre, ainsi que sa description dans les carrefours, et enfin on dressera un bilan sur les différents travaux expérimentaux et numériques menés sur ces derniers.

Le deuxième chapitre, repose sur la proposition du problème à étudier, et de développement des équations qui nous conduit à la résolution du problème.

Le troisième chapitre définit les méthodes des volumes finis ainsi que le choix de la méthode de résolution et son application qui se termine avec les procédures suivies sous le logiciel fluent.

Le quatrième chapitre représente la partie pratique de notre étude et qui comporte la résolution du problème qui est constituée d'une simulation tridimensionnelle de l'écoulement d'un fluide newtonien et non newtonien dans un carrefour à quatre branches et avec différentes pentes sous le logiciel fluent.

Enfin en termine par une conclusion qui résume les résultats de notre étude.

**Chapitre I**  
**Généralités**  
**Et Etude Bibliographique**

## I.1 Introduction

Les inondations, en milieu urbain, occupent à l'heure actuelle une place croissante, et afin de mieux comprendre ce phénomène on va réaliser dans ce travail une simulation tridimensionnelle des écoulements newtonien et non newtonien dans un carrefour.

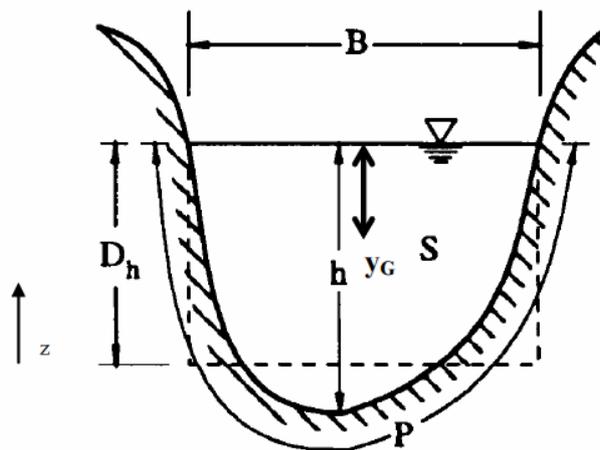
On présentera dans ce premier chapitre des notions et définitions sur les écoulements à surface libre, puis une description des écoulements dans les carrefours, et enfin on dressera un bilan sur les différents travaux expérimentaux et numériques menés sur les écoulements dans des jonctions à trois branches et quatre branches à section rectangulaire.

## I.2 Ecoulements à surface libre

Les écoulements à surface libre sont des écoulements provoqués sous l'effet de la gravité, en étant en contact partiellement avec un contenant (canal, rivière, conduite) et avec l'air. Ces écoulements sont dits filaires ou la hauteur et la largeur d'écoulement sont généralement petites par rapport à la longueur de cet écoulement.

### I.2.1 Géométrie des canaux et grandeurs hydrauliques

Dans ce paragraphe, on définit les grandeurs hydrauliques permettant d'établir les équations caractérisant le comportement hydraulique des écoulements à surface libre, les différentes grandeurs sont représentées dans la figure suivante :



**Figure I.1 :**Caractéristiques géométrique et hydraulique d'un canal [1].

- La section transversale d'un canal est la section plane normale à la direction de l'écoulement.
- La surface mouillée,  $S$  ( $m^2$ ), dite aussi section, est la portion de la section transversale occupée par le fluide.
- Le périmètre mouillé,  $P$ (m), d'une section est la longueur de la zone de contact entre la surface mouillée et les parois de la section, tel que la largeur de la surface libre n'entre pas en compte.
- La largeur au miroir,  $B$ , est la largeur du canal au niveau de la surface libre.
- Le rayon hydraulique,  $R_h$ (m), est défini comme étant le rapport de la surface mouillée par le périmètre mouillée.
- La profondeur hydraulique est donnée par le rapport de la surface mouillée par la largeur au miroir.

### I.2.2 Régimes d'écoulements

Sont caractérisés par le nombre de Froude, étant le rapport d'énergie cinétique du liquide en mouvement à l'énergie potentielle de la pesanteur.

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{gD_h}}$$

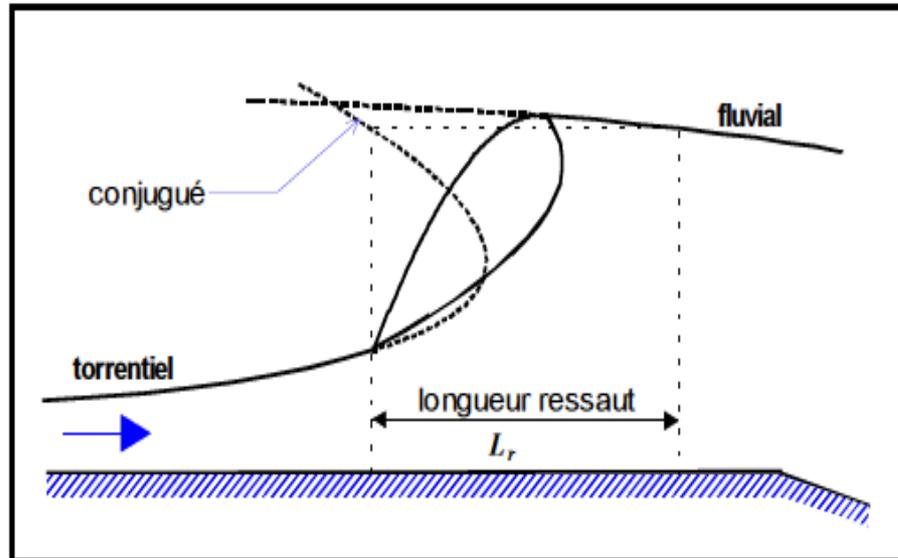
Avec :  $U$  : la vitesse de l'écoulement.  
 $D_h$  : la hauteur caractéristique.  
 $g$  : l'accélération de la pesanteur.

Lorsque les forces de gravité prédominent,  $F_r < 1$ , Le régime est dit fluvial (ou subcritique), les ondes se déplacent plus vite que le fluide, elles se propagent de l'aval vers l'amont. Lorsque les forces d'inertie prédominent,  $F_r > 1$ , le régime est dit torrentiel (ou supercritique), les ondes se déplacent moins vite que le fluide et se propagent toujours de l'amont vers l'aval.

### I.2.3 Ressaut hydraulique

Le ressaut hydraulique est une surélévation brusque de la surface libre d'un écoulement permanent qui se produit lors du passage du régime torrentiel au régime fluvial. Il est accompagné d'une agitation marquée et de grandes pertes d'énergie [1].

Le ressaut hydraulique est l'un des phénomènes les plus complexes en hydraulique à surface libre. Les connaissances actuelles sur ce phénomène ne sont pas encore suffisamment étendues pour que l'écoulement interne soit parfaitement compris[2].



**Figure I.2 :** Positionnement de ressaut hydraulique[3]

### I.3 Ecoulements dans les carrefours

Comprendre le fonctionnement des carrefours revient à s'intéresser à celui de croisement de canaux à surface libre. Cependant, les études sur ses derniers sont assez peu nombreuses dans la littérature. Elle concernent essentiellement des intersections de trois canaux, soit en confluence ou en bifurcation, alors que les écoulements à surface libre dans les carrefours à quatre branches sont très peu étudiés.

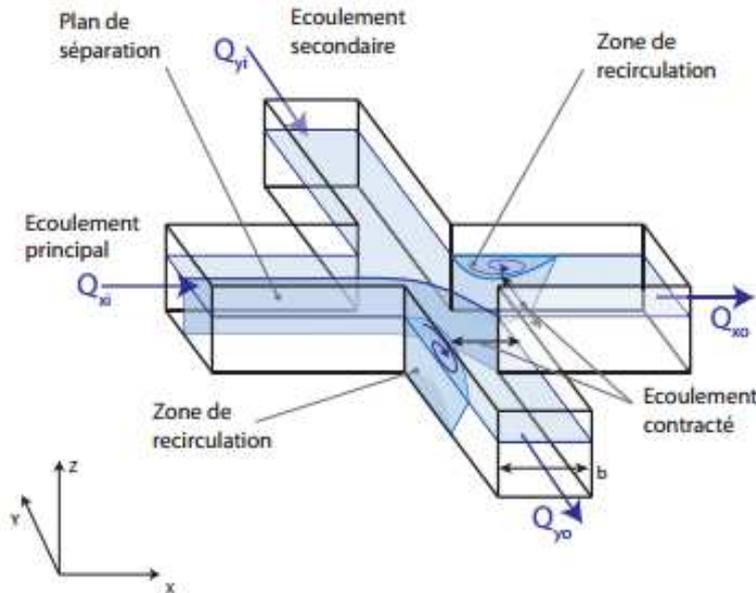
#### I.3.1 Ecoulement dans un carrefour à quatre branches

Les études disponibles sur cette configuration qui est la plus fréquemment rencontrée en milieu urbain sont très peu et récentes. La majorité des expériences menées se sont intéressées aux canaux de même largeur de 90°.

##### I.3.1.1 Ecoulements en régime fluvial

Ces écoulements ont été étudiés par Rivièr et al. [8] avec deux entrées voisines et deux sorties, alors que les autres configurations n'ont jamais été étudiées en régime fluvial.

A partir de la figure I.3, on observe que les zones de recirculation apparaissent dans les deux canaux à l'aval, ces zones provoquent des rétrécissements des sections de passage qui peuvent conduire, dans certaines configurations à un écoulement torrentiel en sortie.



**Figure I.3 :** Schéma général d'un écoulement dans un carrefour à 4 branches [4].

**River et al [8]** ont constaté que lorsque les conditions limites à l'aval sont identiques dans les deux branches, le débit se partage presque de manière équitable entre les deux branches. Ils proposent un modèle qui permet de calculer la répartition des débits en tous points d'un réseau de carrefour. Le modèle s'applique que dans le cas des canaux de même largeur avec un angle de  $90^\circ$ .

### I.3.1.2 Écoulement dans un carrefour en régime torrentiel

Ce cas a été étudié expérimentalement par **Nania et al [7]**, lorsque deux écoulements torrentiels perpendiculaires se rencontrent, et en fonction de débits d'entrées, des hauteurs d'entrées et des pentes de l'amont du carrefour, différentes configurations ont été observées.

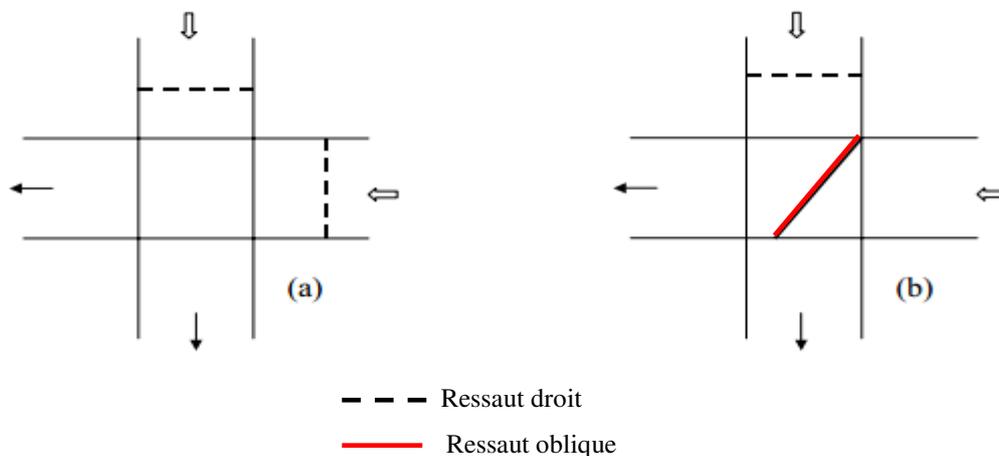
### I.3.1.3 Synthèses bibliographiques

**Nania et al. 2004[7]** Ils ont étudié expérimentalement le cas d'intersection de deux écoulements torrentiels perpendiculaires, ils ont montré la présence de deux types d'écoulements qui dépendent de la présence des ressauts hydrauliques dans les branches amont.

**Type I :** la présence de ressauts droits dans chaque branche amont. Les écoulements sont en régime fluvial au sein de la jonction qui retrouve le régime torrentiel au sein des branches aval.

**Type II :** correspond à la présence d'un ressaut hydraulique droit dans la branche amont minoritaire et d'un ressaut oblique dans la jonction.

Ils ont notés que le ressaut dans une branche se rapproche de la jonction en augmentant la puissance d'écoulement dans cette branche, de plus un modèle empirique de distribution des écoulements dans les branches aval est proposé tel que plusieurs formes d'écoulements peuvent apparaître en fonction des pentes et de débits utilisés .Comme ils ont remarqué l'apparition des zones de recirculations au sein de chacun des canaux aval.



**Figure I .4 :** Schéma des écoulements de type I (a) et de type II (b).

**Ghostine et al (2013)[9]** Ils ont présenté une simulation 1D et 2D pour estimer des distributions d'écoulement à une bifurcation en T de 90°. Pour la simulation 1D, ils ont considéré une taille de crête nulle et ils ont utilisé les équations de saint-venant 2D pour la simulation 2D .L'approximation numérique des deux approches est effectuée par le code de calcul (RKDG) de second ordre, les résultats sont validés par des données expérimentales. Les comparaisons sont effectuées pour un supercritique, un transcritique et subcritique.

Les résultats confirment l'avantage de l'approche 2D pour laquelle donne des résultats proches aux données expérimentales.

**Mignot et al (2008)[10].** En utilisant une installation expérimentale similaire à celle utilisée par Nania et al.[7] avec des dimensions plus restreintes. Ils ont définis un troisième type

d'écoulement noté « type III », et une description détaillée de ce dernier et de type I et II, et que le type II pouvait être divisé en trois sous régimes dépendant des angles des structures spécifiques se produisant dans la jonction.

Ils ont également montré que les dimensions, la forme et la position des ressauts hydrauliques dépendent de l'angle de déflexion. Comme ils ont étudié les caractéristiques des zones de recirculations, vagues de déflexion et des tourbillons.

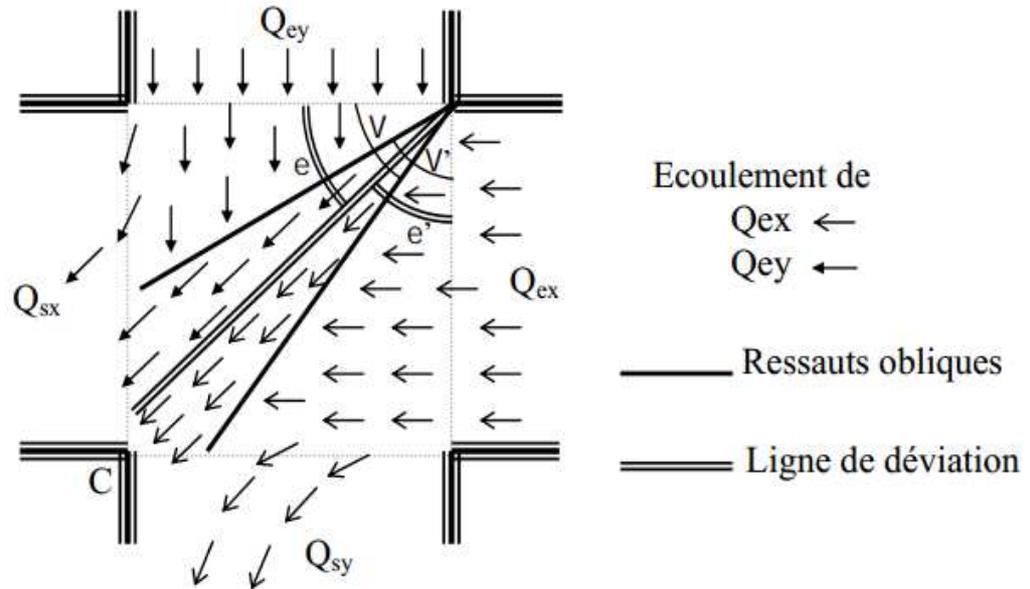


Figure I .5. Structure d'écoulement en type III [5]

**Ghostine et al. 2009 [11]** : Ce travail traite la modélisation d'une inondation dans un environnement urbain, ils ont utilisé trois codes de calcul : RKDG, Rubar20 et Fluent 3D pour simuler un écoulement supercritique dans un carrefour en croix, les résultats obtenus sont comparés avec les résultats expérimentaux de mignot.[5]. Ils ont conclu que le modèle RKDG a été celui qui a reproduit au mieux l'ensemble des structures d'écoulement observées dans les expériences, les hauteurs d'eau la localisation des ressauts hydrauliques obliques et droits, les débits d'eau à la sortie et les zones de recirculation.

**Rivière et al. (2011)[8]** : Dans le but d'établir une relation entre la distribution de l'écoulement dans les canaux de sortie et les débits d'eau à l'entrée, Ils ont étudié expérimentalement un écoulement en régime fluvial dans un carrefour avec 2 entrées et 2 sorties. Une corrélation empirique dépend des écoulements entrant et des conditions au limite a été développée pour la distribution des écoulements dans les canaux de sortie.

**André Paquier 2003 [12]** : Il a réalisé une étude expérimentale et une simulation bidimensionnelle avec le logiciel Rubar 20 sur un écoulement dans un carrefour de crue de Nîmes 1988. La modélisation de la crue a montré que le logiciel Rubar 20 permet de telles simulations dans un réseau de rues mais un calage local est difficile à obtenir.

La corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux n'est pas complètement satisfaisante, au moins dans le cas d'un écoulement en régime torrentiel.

**Ghostine et al 2015 [13]** : Ils ont démontré la capacité d'un modèle couplé 1D-2D de simuler les procédés d'écoulement pendant des écoulements supercritiques dans un carrefour en utilisant les équations 1D et 2D de saint-venant.

Dans ce travail, une comparaison en termes d'exactitude et de coût informatique entre un modèle couplé 1D-2D et un modèle 2D entièrement bidimensionnel. Ils ont montré que le modèle 1D-2D couplé est utile pour la réduction de temps de fonctionnement en préservant l'exactitude de solution, la réduction du temps réalisé est environnant 30%.

Les résultats sont représentés dans le tableau I.1.

**Tableau I.1** : Valeurs de l'écoulement descendant mesuré et calculé.

	Mesuré		Modèle couplé		Entièrement 2D modèle	
	$Q_{dx}(l s^{-1})$	$Q_{dy}(l s^{-1})$	$Q_{dx}(l s^{-1})$	$Q_{dy}(l s^{-1})$	$Q_{dx}(l s^{-1})$	$Q_{dy}(l s^{-1})$
C <sub>2</sub>	6.26	0.71	6.42	0.58	6.36	0.64
C <sub>3</sub>	5.73	0.39	5.83	0.29	5.80	0.32
C <sub>4</sub>	5.42	3.59	5.77	3.24	5.75	3.26

### I.3.2 Ecoulement dans les carrefours à trois branches

Les jonctions en « Y » et en « T » sont très présentes, de fait plusieurs études sont menées sur ces jonctions en trois branches

A cause des différentes formes d'écoulement qui existent, on peut distinguer deux types de jonction :

- La confluence : correspond à deux canaux amont se réunissent dans un même canal aval.
- La bifurcation : d'un canal amont vers deux canaux aval. [5]

### I.3.2.1 Confluence à 3 branches

#### a- Confluence fluviale

Les premières études concernant la confluence ont été menées par Taylor(1944), c'est la configuration la plus étudiée. Les expériences et simulations qui ont été établies, nous a permis d'observer de différentes zones d'écoulement.

➤ **La zone de recirculation** (ou zone de séparation) :

Elle apparaît dans le canal principal à l'aval de la jonction en contact avec la paroi située de côté de l'entrée du canal latéral, elle correspond à une zone de débit net nul. Sa taille évolue en fonction du ratio des débits.

$R_{\text{lateral}} = Q_{\text{lateral}} / Q_{\text{tot}}$  (avec  $Q_{\text{amont}}$  le débit en entrée dans la branche principale et  $Q_{\text{tot}}$  le débit total en sortie) et aussi en fonction de l'angle de jonction[4], tel que la largeur et la longueur de cette zone augmentent avec la diminution de débit entrant par le canal principal et aussi lorsque l'angle de la confluence est important.

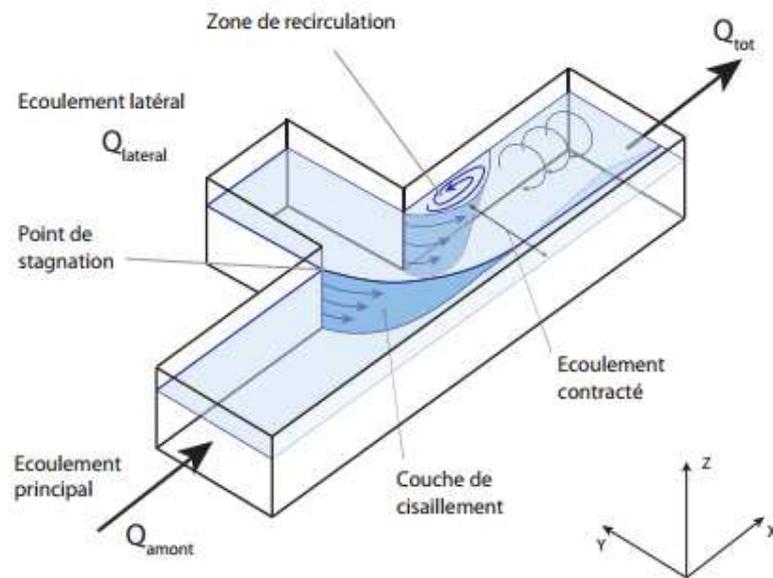
Plus le débit entrant par la branche latérale et l'angle de la jonction sont important plus l'écoulement principal va être dévié ce qui résulte une zone de recirculation tridimensionnelle plus étendue près de la surface qu'en profondeur.

➤ **la zone de contraction**

Provoqué par la zone de recirculation, correspond à une diminution de section de l'écoulement longitudinal qui engendre une augmentation des vitesses dans la branche aval qui sont plus importantes au fond du canal qu'en surface.

➤ **La couche de cisaillement**

Elle correspond à une zone de mélange des deux courants provenant des canaux.



**Figure I. 6** : Confluence en régime fluvial. [4]

### b. Confluence torrentiel

Le premier qui a étudié l'écoulement torrentiel dans une jonction est Bower [6]. L'apparition de ressaut hydraulique est en fonction du nombre de Froude dans le canal amont et dépend aussi de la géométrie de la jonction. Des ondes croisées similaires à celles présentes dans le rétrécissement apparaissent lorsqu'aucun ressaut n'est présent.

#### I.1.3.2.2 La bifurcation

Les écoulements à travers les bifurcations sont d'importance pratique considérable. Ils sont rencontrés dans des applications en biomécanique et l'ingénierie. Le changement brusque de la direction de l'écoulement dans la branche secondaire entraîne deux phénomènes essentiels : le développement d'une zone de recirculation selon la direction de l'écoulement d'une part et l'apparition d'un écoulement secondaire dans le plan normal à la direction de l'écoulement d'une autre part, ce qui lui confère un caractère assez complexe.

De la figure (I.7) on distingue de différentes zones d'écoulement.

### ❖ Plan de séparation

L'écoulement principal accéléré en approchant de la division par l'effet de la pression créée par la branche latérale, se sépare en deux, une partie qui continue dans la branche principale et l'autre qui rentre dans la branche latérale.

Au plan de séparation la vitesse en surface est supérieure par rapport au fond [5]. Plus le rapport de hauteur diminue plus le rapport des débits (débit latéral/ débit total) augmente, tandis que si ce dernier est peu important la largeur de l'écoulement dans la branche principale est autant appréciable.

### ❖ Zone de recirculation dans la branche latérale

Selon les études établies, lorsque le rapport de débit entre le canal latéral et le canal principal amont est faible de fait que la part de débit sortant par la branche latérale est faible [4], la zone de recirculation dans la branche latérale est très large dont elle peut occuper plus de la moitié de la largeur du canal[5].

### ❖ Zone de contraction

Le rétrécissement de la section de l'écoulement dans la branche latérale engendré par la zone de recirculation fait apparaître une zone d'écoulement contracté, cette dernière se caractérise par un coefficient de contraction ( $C_c$ ), tel que  $l_{\text{contracté}} = C_c b$ , avec ( $l_{\text{contracté}}$ ) la largeur de l'écoulement contracté et ( $b$ ) la largeur de la branche latérale qui est identique à la largeur du canal principal. La zone d'écoulement contracté peut entraîner le passage de l'écoulement en régime torrentiel[4].

### ❖ Zone de recirculation dans le canal principale

Contrairement à la zone de recirculation dans la branche latérale, la zone de recirculation dans le canal principal est beaucoup plus courte et étroite, puisque elle apparaît lorsque le rapport des débits est important. Bien que la largeur de cette zone augmente avec l'accroissement de nombre de Froude de l'écoulement amont.

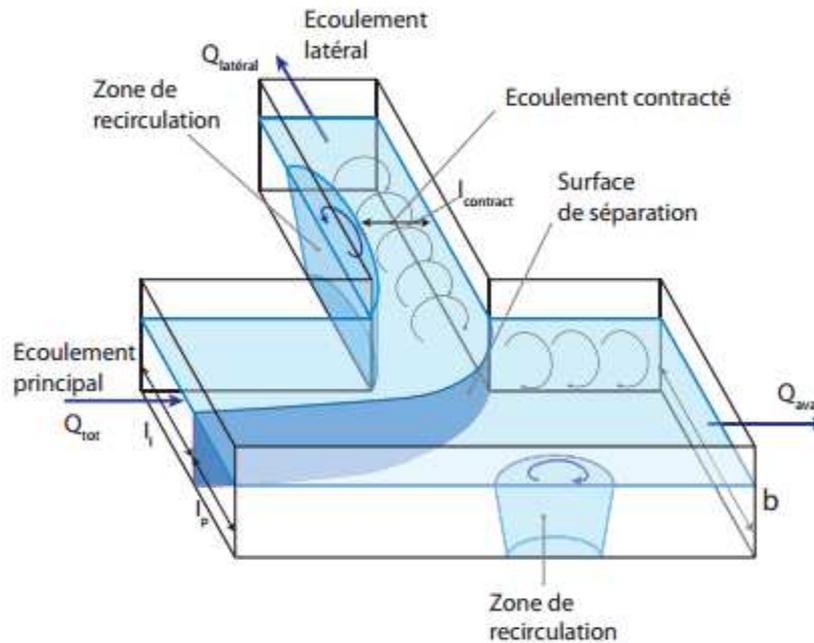


Figure I.7 : Schéma d'une bifurcation [4]

### I.3.2.3 Synthèses bibliographique

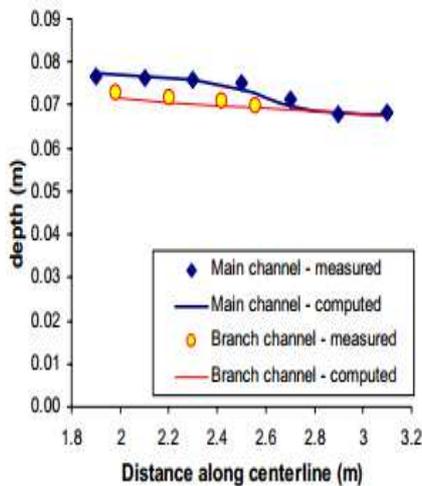
**Shabayek et al. 2002 [14]** : Ont fait l'étude sur une confluence en régime fluvial dans une jonction en Y, ils ont réussi à déterminer les hauteurs d'eau à l'amont des canaux en développant un modèle théorique unidimensionnel basé sur l'application du principe de quantité de mouvement dans la direction de l'écoulement à deux volumes de contrôle dans la jonction avec conservation de masse globale, tenant compte des coefficients de cisaillement de l'interface et de la zone de séparation. Ils ont noté une bonne concordance des résultats obtenus avec les résultats expérimentaux et que ce modèle est fiable pour les applications dans les modèles de réseaux.

**J.A Vazquez 2005 [15]** : A réalisé une simulation numérique de la déviation d'écoulement dans une jonction en utilisant le modèle River 2D avec un maillage triangulaire non structuré. Deux expériences ont été simulées, la première pour une jonction avec un angle de 30° dans laquelle 50% du fluide est dévié avec un rapport (largeur/hauteur) de 2.8 et la deuxième avec un angle de 90° pour laquelle 81% de fluide dévié et un rapport (largeur/hauteur) de 0.5. Les résultats ont été comparés aux expériences de [17] et [18].

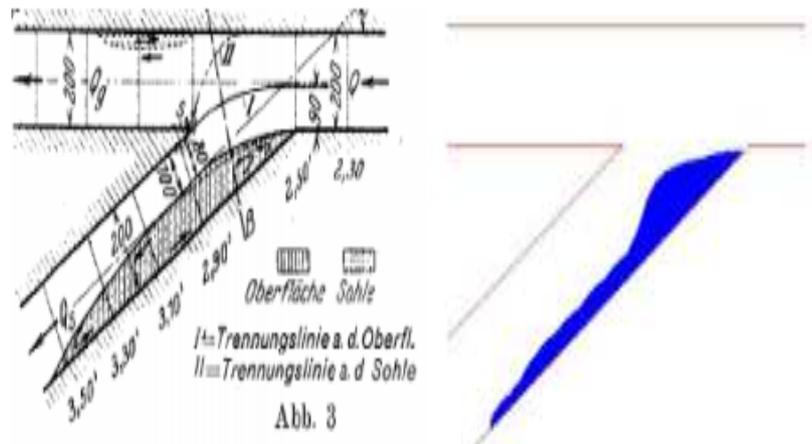
Le but de cette étude est de tester l'applicabilité de ce modèle pour la simulation des écoulements en déviation.

Il a conclu :

- Pour l'angle de 30° : le modèle a reproduit de manière très satisfaisante l'extension du remous dans la branche latérale (figure I.9), la profondeur de l'eau dans les deux branches ainsi que la distribution des vitesses horizontales.
- Pour l'angle de 90° : les profils de vitesse mesurés et calculés le long du canal latéral ne sont pas concordants mais les caractéristiques générales de l'écoulement ont été prévues correctement.



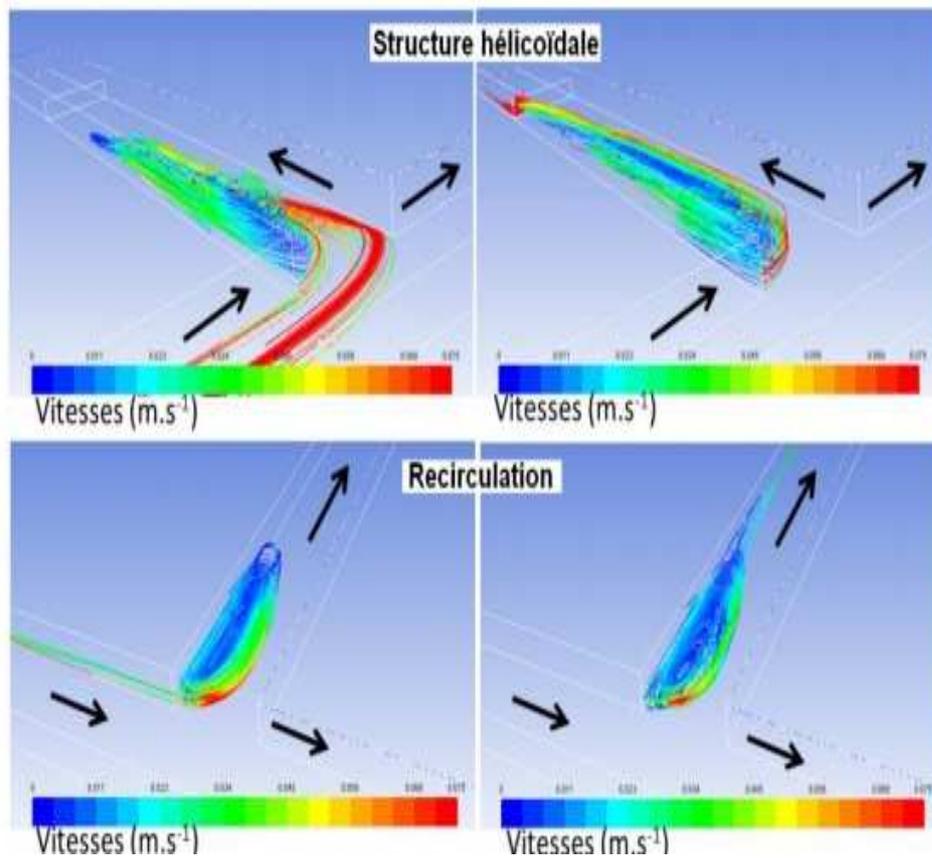
**Figure I.8 :** les hauteurs d'eau mesurées et calculées par [17] le long de canal pour la jonction à 30°.



**Figure I.9 :** Schémas de la zone de recirculation mesurée par [18] (à gauche) et simulée avec River2D (à droite).

**Momplot et al. (2014)** [16] Cette étude porte sur deux structures différentes observées expérimentalement et numériquement dans la branche latérale d'une bifurcation à 90° et plus particulièrement sur les conditions d'écoulement qui les provoquent. Ces deux structures sont des recirculations, l'une classique (2D), l'autre en hélicoïde (3D). Deux critères ont semblé déterminants : le nombre de Froude dans la canalisation amont et le taux de remplissage dans cette même canalisation. Après avoir validé le modèle numérique grâce aux données expérimentales de vitesse et hauteur, une campagne de simulations a été menée à l'aide de l'approche RANS dans le but de déterminer les conditions d'écoulement (nombre de Froude et taux de remplissage de la canalisation amont) qui déclenchent l'une ou l'autre des recirculations.

Les résultats de cette campagne ont montré que le nombre de Froude et le taux de remplissage dans la canalisation amont sont de bons indicateurs pour déterminer le type de structure d'écoulement dans la branche latérale (recirculation classique 2D ou recirculation hélicoïde 3D).



**Figure I.10** : Résultats des simulations des écoulements.

**Firoozrooniyani 2014 [19]** : L'étude a pour but de caractériser l'influence de l'angle de jonction lors d'une confluence sur la structure de l'écoulement et les dimensions de la zone de séparation. Et cela en utilisant une simulation numérique fluide avec des angles de jonction de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $60^\circ$  et des ratios débits de  $Q^* = 0.083$  et  $Q^* = 0.917$ . Elle a conclu que pour l'angle de  $45^\circ$  la zone de séparation atteint une valeur minimale et que les dimensions de la zone de séparation pour un débit et un angle donné sont plus grandes au fond qu'en surface.

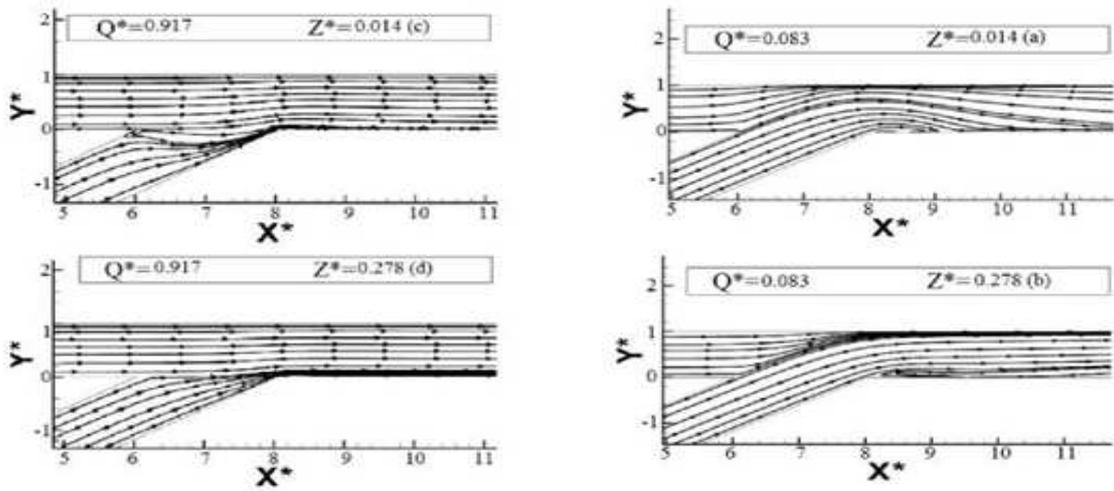


Figure I.11 : Schémas des lignes de courant pour l'angle 30°.

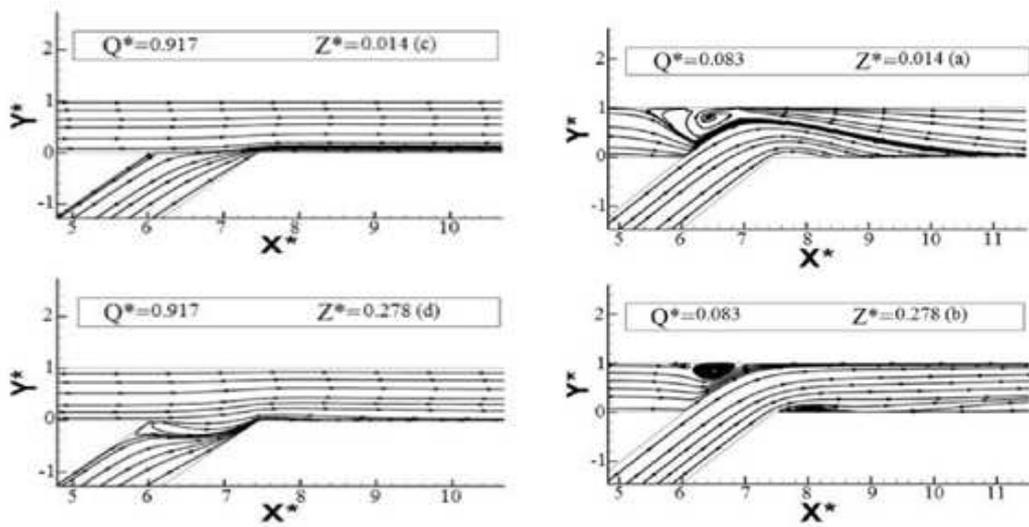


Figure I.12 : Schémas des lignes de courant pour l'angle 45°.

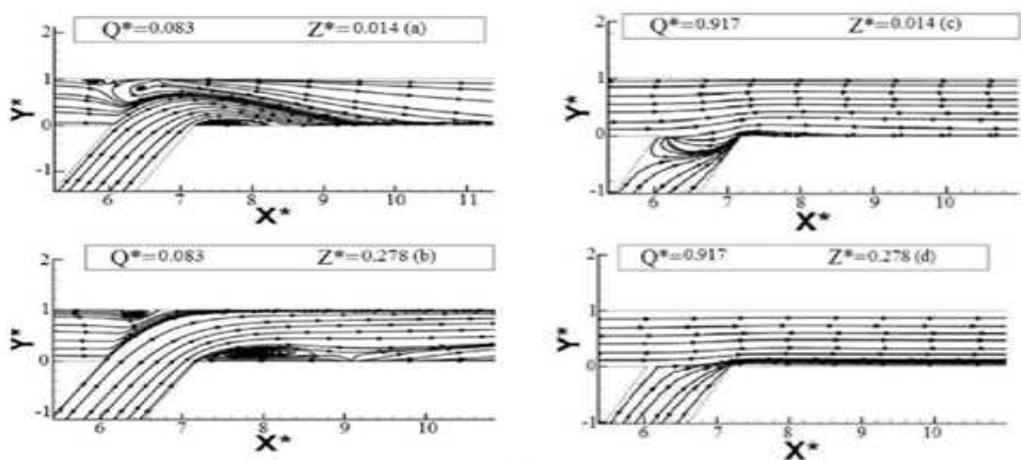


Figure I.13 : Schémas des lignes de courant pour l'angle 60°.

**Amine Atarodi et al. [20]** : Ont étudié l'influence du paramètre largeur du canal latéral/largeur du canal principal d'une jonction à trois branches sur les caractéristiques d'un écoulement en bifurcation avec différents nombres de Froude, différents débits à l'entrée et en prenant en compte l'effet de la vitesse d'écoulement. Les résultats simulés avec Fluent3D ont montré que l'évolution des dimensions de la zone de séparation dans la branche latérale était proportionnelle au rapport des largeurs, inversement proportionnelle au débit à l'entrée et indépendante de la vitesse d'écoulement.

**G.Kesserwani et al. [21]** : Ont développé un modèle théorique pour prédire la répartition des débits dans les canaux d'une jonction lors d'une bifurcation. Il est basé sur l'implication du modèle « side-weir » aux équations de Barré saint Venant 1D. L'évaluation de cette approche a permis de la valider pour le régime fluvial, torrentiel et critique mais aussi pour les structures d'écoulement tridimensionnelles telles que la zone de recirculation.

**Bnoumessed Kamel et al. [22]** : Ont réalisé une simulation 3D d'un écoulement turbulent à surface libre dans une géométrie complexe en utilisant Fluent 3D couplé au modèle de turbulence  $k - \varepsilon$ . Cette étude démontre que le modèle  $k - \varepsilon$  peut être employé pour analyser des structures d'écoulement, la distribution de vitesse et le transport de polluant dans un canal à surface libre dans une géométrie complexe. Comme ils ont démontré l'applicabilité de ce modèle pour les écoulements réels dans les rivières.

**Stephan Creelle et al. [23]** : Ont pour but de développer un modèle 3D pour une confluence en « T », afin d'étudier l'influence du coefficient de friction sur les structures d'écoulement. Ils ont réalisé des simulations avec Delft3D en augmentant systématiquement le coefficient de friction et il a été observé que cela altérerait considérablement les vitesses et les caractéristiques de l'écoulement qui se manifeste par une élévation du niveau d'eau au cours de la confluence et une réduction des dimensions de la zone de recirculation.

## I.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a rassemblé un certain nombre d'études expérimentales et numériques réalisées sur les écoulements dans les jonctions les bifurcations et les carrefours. La plus part des études sont concentrées sur les écoulements dans les jonctions d'angle  $90^\circ$ , alors que les études disponibles sur les écoulements à surface libre dans les carrefours à quatre branches sont très peu

et récentes, bien que les écoulements dans les rues et les carrefours sont particulièrement complexe.

# *Chapitre II*

## *Position Du Problème Et Formulation Mathématique*

## II.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à poser le problème à étudier, définir l'objectif du travail, et la mise en équations du problème considéré. Bien que les écoulements étudiés sont des écoulements tridimensionnels à caractère turbulent.

## II.2 Géométrie du problème

Il s'agit d'un carrefour à quatre branches dont les dimensions sont comme suit :

- Les canaux ont des dimensions identiques et sont inclinés de la même pente.
- Le croisement est horizontal en forme carré de 300 x 300 mm.

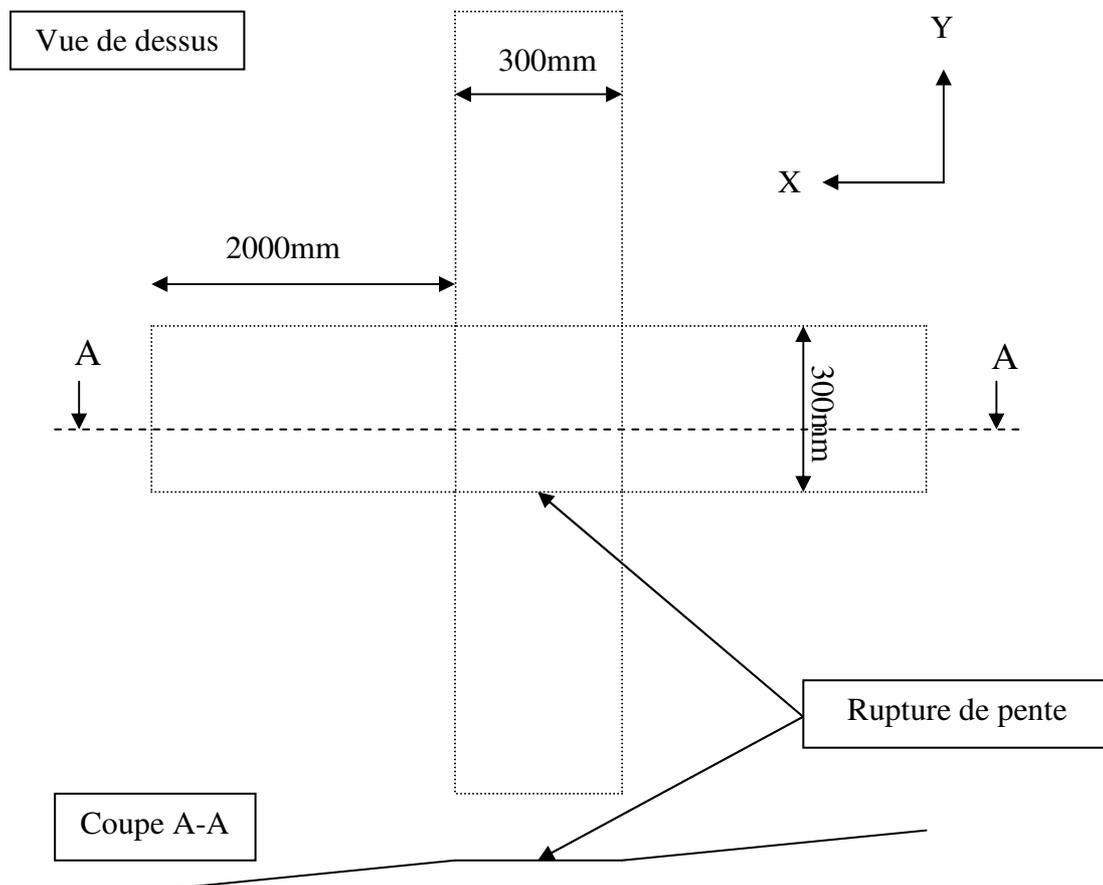


Figure II.1 : Schéma 2D de la géométrie du problème.

## II.3 Fluide Newtonien

### II.3.1 Formulation mathématique

Le système d'équations de départ est basé sur le principe de conservation de la masse, et de la quantité de mouvement, qui constitue les équations de Navier-Stokes. Tenant compte des hypothèses simplificatrices suivantes :

- Ecoulement turbulent stationnaire.
- 1<sup>er</sup> cas : Fluide Newtonien incompressible.

On peut écrire les équations sous la forme cartésienne comme suit :

#### II.3.1.1 Equation de conservation de la masse

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.1})$$

#### II.3.1.2 Equations de conservation de la quantité de mouvement

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho g \cos \theta \quad (\text{II.2a})$$

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.2b})$$

$$\rho \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \rho g \sin \theta \quad (\text{II.2c})$$

### II.3.2 Adimensionnalisation des équations de Navier-Stokes

L'avantage majeur des formulations adimensionnelles est de diminuer le nombre de paramètres à manipuler, en les groupant au sein de nombres sans dimension avec l'introduction de variables adimensionnelles significatives du problème physique étudié.

Pour ramener les équations précédentes à une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir les variables réduites suivantes :

$$x^* = \frac{x}{L_0} ; \quad y^* = \frac{y}{L_0} ; \quad z^* = \frac{z}{L_0} ; \quad u^* = \frac{u}{U_0} ; \quad v^* = \frac{v}{U_0} ; \quad w^* = \frac{w}{U_0}$$

$$p^* = \frac{p}{\rho_0 U_0^2} ; \quad t^* = t \frac{U_0}{L_0} ; \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0} ; \quad \mu^* = \frac{\mu}{\mu_0} .$$

Les équations de Navier Stokes s'écrivent alors sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$\left( u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{R_e} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right) + \frac{1}{F_r^2} \cos \theta \quad (\text{II.9a})$$

$$\left( u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right) = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{1}{R_e} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) \quad (\text{II.9b})$$

$$\left( u^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{1}{R_e} \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{1}{F_r^2} \sin \theta \quad (\text{II.9c})$$

Ce changement de variable induit la création de nombres sans dimension caractérisant l'écoulement. Ces nombres sont : le nombre de Reynolds  $Re$ , le nombre de Froude  $Fr$ .

$$Re = \frac{L_0 U_0 \rho_0}{\mu_0} \quad (\text{II.10})$$

$$Fr = \frac{U_0}{\sqrt{g L_0}} \quad (\text{II.11})$$

### II.3.3 Modélisation de la surface libre

La modélisation de la surface libre nécessite un découpage du domaine global de calcul en deux sous domaines.

Le premier est constitué d'un volume d'eau, et le deuxième situé dans la partie supérieure du domaine d'étude, est rempli d'air. Le plan d'intersection des deux sous domaines représente la surface libre au démarrage du calcul.

Aucune contrainte n'est fixée au niveau de ce plan qui pourra donc se déformer. Dans ce cas, la pression atmosphérique est imposée sur la partie supérieure du domaine, constituée d'air. Dans notre cas, la fraction volumique  $\alpha_q$  est définie par :

$$\alpha_q = \frac{\partial\Omega_q}{\partial\Omega_{maille}} \quad (\text{II.12})$$

$\partial\Omega_{maille}$  représente le volume total de la maille de calcul et  $\partial\Omega_q$  le volume de la partie de la maille occupée par la phase q. Si q représente la phase liquide (eau), nous avons alors :

- $\alpha_{eau} = 1$ , la maille est entièrement remplie d'eau,
- $\alpha_{eau} = 0$ , la maille contient exclusivement de l'air,
- $0 < \alpha_{eau} < 1$ , la maille contient la surface libre.

On suppose qu'il n'y a pas de transfert de masse entre phases, ni de tension à l'interface entre les fluides. Dans chaque cellule, la masse volumique et la viscosité globale sont représentées par la moyenne pondérée par la fraction volumique :

$$\rho = \sum_{q=1}^2 \alpha_q \rho_q \quad (\text{II.13})$$

$$\mu = \sum_{q=1}^2 \alpha_q \mu_q \quad (\text{II.14})$$

Le volume  $V_q$  de la phase q, est défini comme suit :

$$V_q = \int \alpha_q dV \quad (\text{II.15})$$

Ou :

$$\sum_{q=1}^2 \alpha_q = 1 \quad (\text{II.16})$$

- Toutes les équations valables pour chaque phase seront multipliées par une fonction  $\alpha_q$ .

Equations des fractions volumiques (Equation de continuité pour chaque phase q) :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_q U_{iq}) = 0 \quad (\text{II.17})$$

Equations des fractions volumiques (Equation de quantité de mouvement pour chaque phase

(q) :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha_q \rho_q U_{iq} U_{jq}) = -r_q \frac{\partial P_q}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_q \mu_q \left( \frac{\partial U_{iq}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{jq}}{\partial x_i} \right) \right] + \alpha_q \rho_q g_i \quad (\text{II.18})$$

### II.3.4 Décomposition de Reynolds

Le caractère turbulent des écoulements rend les équations de Navier-Stokes insolubles analytiquement.

En pratique, le calcul des écoulements turbulents par résolutions directes des équations de Navier-Stokes est très délicat et souvent inaccessible à cause des résolutions spatiales très élevées nécessaires dans ce type d'approche.

Dans ce cas on utilise la décomposition de Reynolds. Pour un écoulement turbulent, on suppose tout d'abord que les champs de vitesse et de pression peuvent être décomposés en la somme d'un champ moyen et de fluctuations de valeur moyenne.

Les équations moyennées s'écrivent alors sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\rho \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \overline{u'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{u'w'}) \right] + \rho g \cos \theta \quad (\text{II.4a})$$

$$\rho \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \overline{v'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \overline{w'v'}) \right] \quad (\text{II.4b})$$

$$\rho \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \overline{u'w'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} - \overline{v'w'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \overline{w'w'}) \right] - \rho g \sin \theta \quad (\text{II.4c})$$

Dans les équations sont apparues de nouvelles variables issues de la non-linéarité des équations de Navier-Stokes. Ces variables sont les contraintes de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$  appelées aussi corrélations doubles de vitesse fluctuante. La fermeture des équations précédentes nécessite de calculer ou modéliser ces contraintes

Boussinesq a exprimé les contraintes de Reynolds d'une manière analogue aux contraintes visqueuses en considérant les contraintes turbulentes proportionnelles au gradient de la vitesse moyenne, le coefficient de proportionnalité  $\mu_t$  est appelé viscosité turbulente.

$$-\overline{u_i u_j} = 2\mu_t \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \rho k_t \delta_{ij}$$

$$k_t \equiv \frac{\overline{u_i u_j}}{2}$$

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right)$$

$K_t$  est l'énergie cinétique de turbulence,  $S$  est le tenseur de déformation

$$\frac{\partial(\rho \bar{U}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{U}_i \bar{U}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \bar{P} + \frac{2}{3} \rho k_t \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (2(\mu + \mu_t) \bar{S}_{ij})$$

## II.4 Modèles de turbulences pour un écoulement diphasique

L'apparition de ces corrélations pose un problème de fermeture du système d'équations, le nombre d'inconnues devenant supérieur au nombre d'équation.

L'objectif de l'ensemble des modèles de turbulence consiste alors à estimer ce type de termes, en utilisant un nombre réduit de nouvelles inconnues et d'équations correspondantes.

La première possibilité est de résoudre les équations exactes de ces corrélations d'ordre 2. Cependant, ces équations ne permettent pas la fermeture du système sans faire appel à des corrélations d'ordre 3 qui elles-mêmes nécessitent la définition de corrélation d'ordre de plus en plus élevé. Chaque corrélation d'ordre ( $m$ ) fait apparaître dans son équation d'évolution de nouvelles corrélations d'ordre ( $m+1$ ). Donc pour résoudre le problème, nous sommes obligés d'introduire un « modèle de fermeture ».

Il existe un nombre relativement important de modèles de fermetures plus ou moins complexes.

Nous nous attardant sur le modèle ( $k$ - $\varepsilon$ ) choisi dans la suite de notre étude.

### II.4.1 Modèle $k - \varepsilon$ Standard

Le modèle  $k - \varepsilon$  est le plus simple des modèles, il est très utilisé en ingénierie. Il est en effet robuste, économique en temps de calcul et suffisamment précis et validé pour une large gamme d'écoulements turbulents où le nombre de Reynolds est élevé.

C'est un modèle à deux équations de transport permettant de prendre en compte les effets de transport fondamentaux dans les mécanismes de la turbulence. La première est celle de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et le deuxième est son taux de dissipation visqueuse  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (\text{II.5})$$

Ainsi, la viscosité dynamique turbulente  $\mu_t$  est calculée par :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (\text{II.6})$$

Les deux équations de transport pour  $\kappa$  et  $\varepsilon$  s'écrivent comme suit :

$$\rho \frac{\partial \kappa}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (\text{II.7a})$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \quad (\text{II.7b})$$

Avec :  $C_\mu=0,09$ ,  $C_{\varepsilon 1}=1,44$   $C_{\varepsilon 2}=1,92$   $\sigma_\kappa=1,0$  et  $\sigma_\varepsilon=1,3$

## II.5 Fluide non-Newtonien :

On dit d'un fluide qu'il est non-Newtonien lorsque sa courbe d'écoulement est non linéaire, c'est-à-dire que la viscosité n'est plus constante mais dépend des conditions d'écoulement, du taux de cisaillement. La caractérisation rhéologique d'un fluide consiste à établir la relation qui existe entre sa déformation et la contrainte qui lui est appliquée.

Cette présente étude se portera sur l'écoulement d'un fluide non –Newtonien de type rhéofluidifiant.

### II.5.1 Fluide rhéofluidifiant

La rhéofluidification désigne le fait, pour un fluide, de devenir plus fluide lorsque la vitesse d'écoulement augmente. Plus précisément, cela désigne le fait que la viscosité dynamique diminue lorsque le taux de cisaillement augmente.

La rhéofluidité s'observe en général lorsque le fluide possède de longues molécules, au repos (aux faibles taux de cisaillement), les molécules sont disposées de manière aléatoire et s'accrochent entre elles. Lorsque le taux de cisaillement augmente, les chaînes moléculaires s'alignent et glissent les unes sur les autres, elles ne s'accrochent entre elles.

Il ne faut pas confondre la rhéofluidification avec la thixotropie, qui désigne la diminution de la viscosité sous l'effet de la contrainte de cisaillement.

Le comportement rhéologique peut être décrit par plusieurs modèles mathématiques de complexité variable, parmi ces modèles on a choisi pour la résolution dans notre problème le modèle loi de puissance appelé aussi loi d'Ostwald-de Waele.

### II.5.2 Modèle Loi de puissance

La loi de puissance est un modèle mathématique simple permettant de modéliser facilement un fluide non-Newtonien sans seuil en reliant la contrainte de cisaillement  $\tau$  au taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  :

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \quad (\text{II.8})$$

Où :

$K$  est une constante : l'indice de consistance ;

$n$  un nombre sans dimension : l'indice d'écoulement

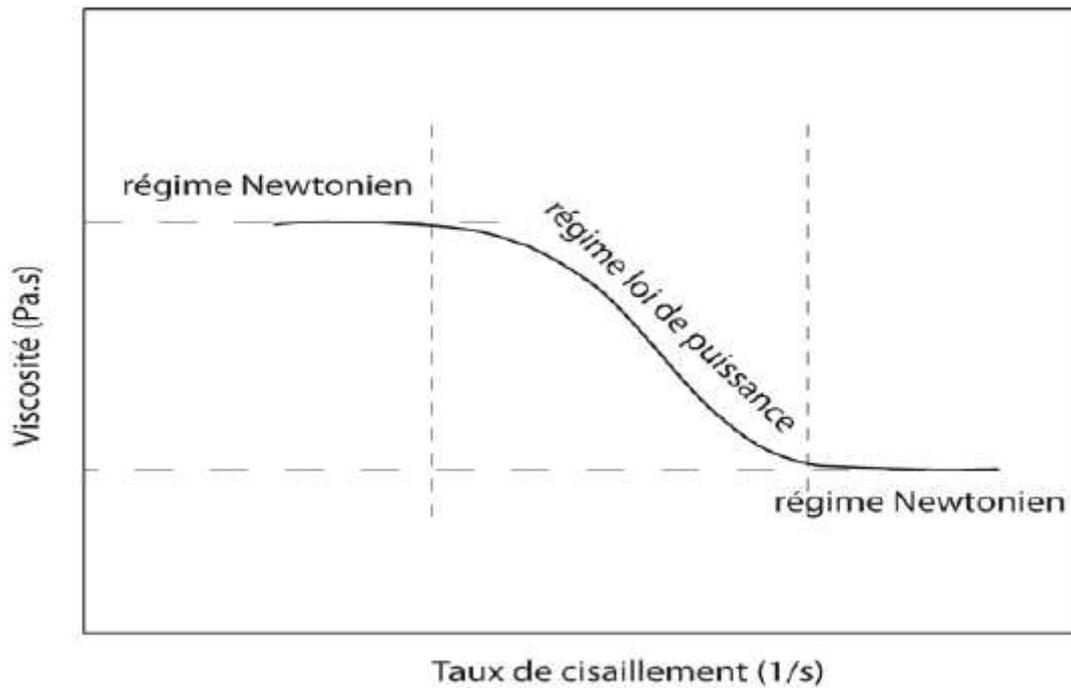
La viscosité dynamique apparente est alors donnée par :

$$\eta_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (\text{II.9})$$

Ainsi, si :

- $0 < n < 1$ , le fluide est rhéofluidifiant ou pseudoplastique ;
- $n = 1$ , il est newtonien ;
- $n > 1$ , il est rhéoépaissant ou dilatant.

Selon les valeurs de l'indice d'écoulement, ces fluides peuvent présenter un comportement rhéofluidifiant ( $n < 1$ ), rhéoépaissant ( $n > 1$ ) ou Newtonien pour ( $n = 1$ ).



**Figure II.2 :** Représentation schématique d'un comportement rhéofluidifiant

IL est important de souligner l'existence, pour cette classe de fluides, d'un comportement Newtonien (viscosité constante aux faibles vitesses de cisaillement) se traduisant par un premier plateau dans la courbe viscosité-taux de cisaillement. Un second plateau apparaît aux cisaillements élevés (Figure II.2). Le modèle d'Ostwald de Waelene ne tient pas compte de ces deux comportements.

## II.6 Conclusion

Ce deuxième chapitre est consacré à la représentation de la géométrie du problème, l'écriture des équations mathématiques utilisées pour la résolution du problème, tel que on a opté pour un système d'équation de Navier-Stokes pour le cas Newtonien et un modèle de loi de puissance pour le cas non-Newtonien, afin de réaliser une simulation tridimensionnelle avec le code Fluent basé sur la méthode des volumes finis.

# **Chapitre III**

## ***Méthodes de résolution***

## III.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de définir les méthodes de résolution en général, afin de choisir une approche numérique convenable pour la résolution de notre problème, qui exige le recours à un code de calcul numérique du fait qu'il est pratiquement impossible de trouver des solutions analytiques et exacte vu la complexité et la non-linéarité des équations citées précédemment.

## III.2 La modélisation et la simulation

### III.2.1 Pourquoi faut-il modéliser ?

Dans la nature, les systèmes et phénomènes physiques les plus intéressants sont aussi les plus complexes à étudier. Ils sont souvent régis par un grand nombre de paramètres non-linéaires interagissant entre eux (La météorologie, la turbulence des fluides...).

### III.2.2 Quels sont les différents modèles ?

L'une des solutions est de recourir à une série d'expériences pour analyser les paramètres et grandeurs du système. Mais les essais peuvent s'avérer très coûteux et ils peuvent être très dangereux. Enfin il peut être difficile de mesurer tous les paramètres : échelles du problème trop petites (chimie du vivant, couche limite en fluide...) ou trop grandes (astrophysique, météorologie, géophysique...)

### III.2.3 De la modélisation à la simulation numérique

Les différentes étapes pour modéliser un système complexe :

- Recherche d'un modèle mathématique représentant la physique. Mise en équation.
- Elaboration d'un maillage. Discrétisation des équations de la physique.
- Résolution des équations discrètes.
- Transcription informatique et programmation des relations discrètes.
- Simulation numérique et exploitation des résultats.

### III.2.4 Méthodes de résolution

Les problèmes physiques rencontrés dans notre quotidien (le transport de polluants, les problèmes de convection, les écoulements dans les conduites, la modélisation de la pollution atmosphérique, etc.) sont décrits par des équations à dérivées partielles fortement couplées et non linéaires.

En général, ces équations n'admettent pas de solutions analytiques sauf dans des cas très simplifiés. C'est pourquoi un recours aux méthodes de résolution numériques s'avère nécessaire.

Il existe plusieurs méthodes numériques :

- ✓ méthodes des différences finies.
- ✓ méthodes des volumes finis.
- ✓ Méthodes des éléments finis.

#### **III.2.4.1 Méthode des différences finies**

La méthode des différences finies est une technique courante de recherche de solutions approchées d'équations aux dérivées partielles qui consiste à résoudre un système de relations (schéma numérique) liant les valeurs des fonctions inconnues en certains points suffisamment proches les uns des autres.

Cette méthode est bien connue, elle apparaît comme étant la plus simple à mettre en œuvre pour les géométries simples et difficile à mettre pour les géométries complexes, comme elle n'est pas toujours conservative.

#### **III.2.4.2 Méthode des éléments finis**

La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.).

La méthode des éléments finis permet donc de résoudre de manière discrète une EDP dont on cherche une solution approchée « suffisamment » fiable. De manière générale, cette EDP porte sur une fonction  $F$ , définie sur un domaine. Elle comporte des conditions aux bords permettant d'assurer existence et unicité d'une solution.

La méthode des éléments finis est une approche très mathématique, difficile à mettre pour la résolution des termes non-linéaires, elle s'adapte à une géométrie quelconque, comme elle est très utilisée dans le domaine de mécanique des solides.

#### **III.2.4.3 Les méthodes des volumes finis**

Cette méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par PATANKAR et SPALDING est publiée en 1980 par PATANKAR.

La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis mais, contrairement à la méthode de différence finies qui utilise des approximations de dérivées,

la méthode de volumes finis utilise, comme la méthode d'éléments finis, des approximations d'intégrales. Toutefois, la méthode des éléments finis utilise une formulation variationnelle de l'équation à résoudre (on parle aussi de la forme faible), tandis que la méthode de volume finis est fondée directement sur la forme dite forte de l'équation.

Cette méthode est parmi les méthodes numériques qui ont atteint un stade de développement avancé pour les calculs d'écoulements stationnaires. Elle a permis une prise en compte complète du non linéarité et de la compressibilité ainsi que des effets de viscosité à l'aide des équations de NAVIER-STOKES.

La méthode des volumes finis a supplanté les méthodes classiques basées sur les différences finies dans le traitement des problèmes complexes notamment tridimensionnels.

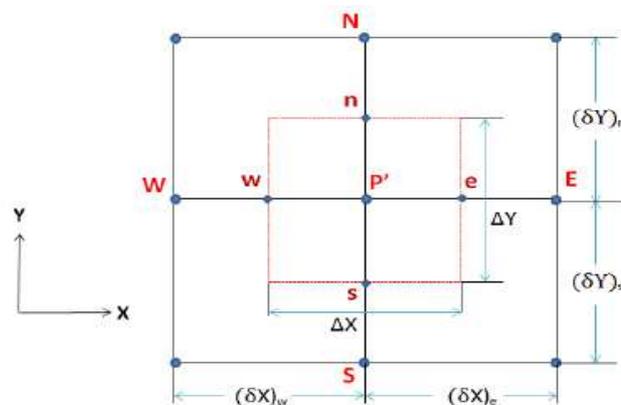
### III.2.4.3.1 Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel les équations aux dérivés partielles sont intégrées.

Il existe deux méthodes pratiques pour placer le réseau de points ou maillage et leurs volumes de contrôle associés :

- La première consiste à définir d'abord la grille de points, puis placer les faces des volumes à mi-distance de deux nœuds consécutifs.
- Dans la deuxième, on commence par la définition des volumes de contrôle, puis on place les nœuds associés aux centres des volumes

**Remarque :** ces deux pratiques sont identiques dans le cas d'un maillage uniforme.



**Figure III.1 :** Volume de contrôle bidimensionnel.

### III.3 Choix de la méthode de résolution

Pour notre présente étude, nous avons choisi la méthode des volumes finis, car elle présente des avantages considérables du fait qu'elle soit simple, et très physique, elle s'adapte à une géométrie quelconque et applicable pour les géométries complexes. Elle est aussi avantageuse car elle contient plusieurs schémas pour la résolution des termes non-linéaires.

Comme le flux entrant dans un volume donné est égal au flux sortant du volume adjacent. Ces méthodes sont conservatives. Ce qui est particulièrement important lorsqu'on résout des lois de conservation. Un autre avantage de la méthode des volumes finis est qu'elle est facilement utilisable avec des maillages non-structurés, de plus elle est la base de tous les codes généralistes en mécanique des fluides.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle.
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- Ecriture des équations algébriques aux nœuds du maillage.
- Résolution du système algébrique linéaire obtenu.

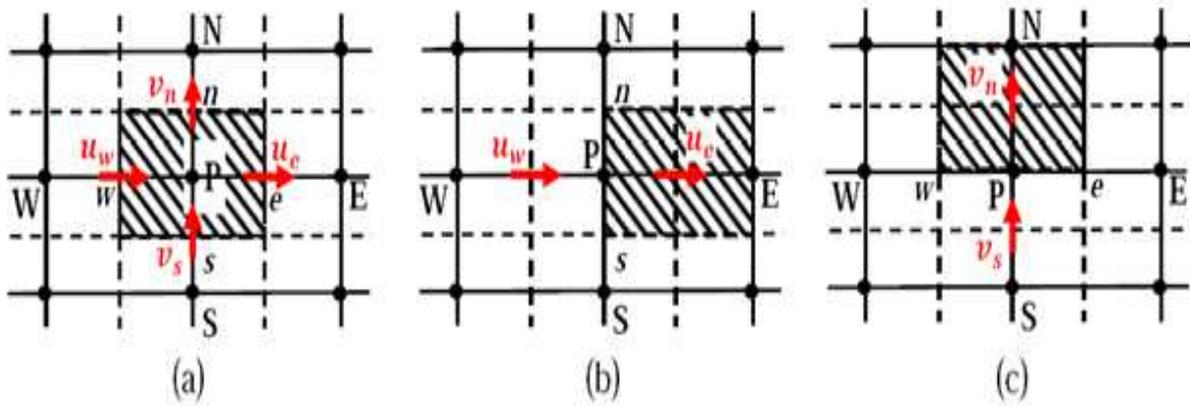
### III.4 Application de la méthode

Chaque méthode de résolution numérique d'un problème continu comporte une phase de maillage et une phase de discrétisation.

#### III.4.1 Maillage

Le maillage est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud.

La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de point (nœuds). Ainsi un élément du volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque nœud.



**Figure III.2 :** Schéma représentant le maillage pour les grandeurs scalaires et le maillage décalé pour les vitesses U et V.

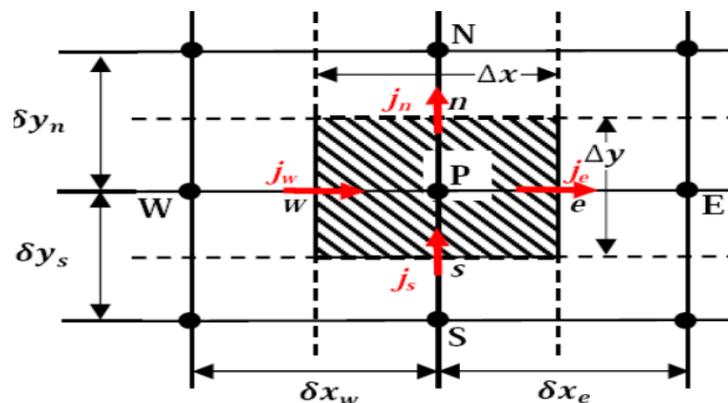
### III.4.2 Discrétisation

Cette étape transforme le problème continu en un problème discret. Lors de cette étape les équations sont intégrées sur les volumes de contrôle.

Afin de mieux comprendre cette deuxième étape, appliquons-la sur une équation de conservation en écoulement permanent écrite sous sa forme générale comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S_\phi \quad (\text{III.1})$$

Pour obtenir les équations discrètes aux nœuds l'équation (III.1) est intégrée sur le volume de contrôle de la figure (III.3) et sur le temps.



**Figure III.3 :** Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration.

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)dV + \int_V \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\rho U\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V\phi) \right] dV = \int_V \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dV + \int_V S_\phi dV$$

Pour chaque nœud la variable  $\phi$  est écrite en fonction des nœuds adjacents, d'où on obtient un système algébrique linéaire à résoudre. Pour former le système d'équations linéaires liant entre elle les valeurs de  $\phi$  aux nœuds P, E, W, S, N, il faut faire le choix d'un schéma d'approximation de la quantité  $\phi$  entre ces nœuds.

### III.4.3 Différents schéma de discrétisation spatiale

Dans le cas de l'étude d'une convection ou diffusion le volume de contrôle peut être réduit à une dimension.

$$\frac{d}{dx}(\rho u\phi) = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)$$

L'intégration de l'équation de convection diffusion sur le volume de contrôle centré en P donne, avec les notations de la figure (III.4) si dessous.

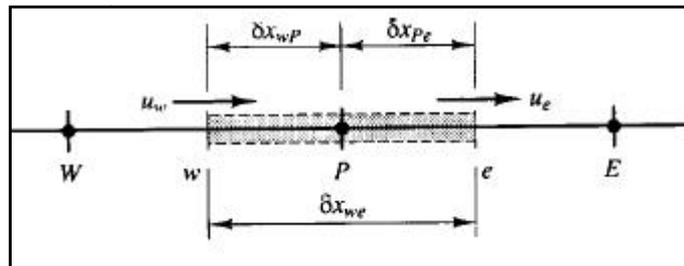


Figure III.4 : Volume de contrôle dans le cas à une dimension.

$$(\rho u\phi)_e - (\rho u\phi)_w = \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_w$$

On voit intervenir les valeurs de la variable  $\phi$  sur les faces du volume de contrôle. Il est nécessaire d'avoir recours à une méthode d'interpolation pour se ramener à une équation où seule la valeur de la variable  $\phi$  au centre du volume de contrôle intervient. Il existe différents schémas d'interpolation, de précision variable.

### III.4.3.1 Schéma aux différences centrées (CDS)

Ce schéma fait l'hypothèse d'une variation linéaire de  $\phi$  d'un nœud à son voisin immédiat. En supposant que les interfaces des volumes de contrôle sont à mi-distance entre les nœuds, on peut alors écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_e = \frac{(\phi_P + \phi_E)}{2} \\ \phi_w = \frac{(\phi_P + \phi_W)}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_e = \Gamma_e \frac{\phi_P - \phi_E}{\Delta x_e} \\ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_w = \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_w} \end{array} \right.$$

Ce qui donne finalement :

$$\left[ \frac{(\rho u)_e - (\rho u)_w}{2} + \frac{\Gamma_e}{\Delta x_e} + \frac{\Gamma_w}{\Delta x_w} \right] \phi_P = \left( \frac{\Gamma_e}{\Delta x_e} - \frac{(\rho u)_e}{2} \right) \phi_E + \left( \frac{\Gamma_w}{\Delta x_w} + \frac{(\rho u)_w}{2} \right) \phi_W$$

PATANKAR a démontré que la validité de ce schéma est limitée aux bas nombre de Reynolds, sinon il peut conduire à une représentation de  $\phi$  très irréaliste (pouvant par exemple se traduire par une valeur de  $\phi_P$  non bornée par  $\phi_E$  et  $\phi_W$ ).

### III.4.3.2 Schéma Upwind (UPS)

Ce schéma tient compte du sens de l'écoulement,  $\phi_P$  prenant la valeur de  $\phi$  au nœud situé en amont. Si on note  $F_e$  le produit  $(\rho u)_e$  et  $F_w$  le produit  $(\rho u)_w$ , alors on aura :

Dans le cas où le flux est dans la direction positive :

$$\begin{array}{l} F_w > 0 \ (u_w > 0) \\ F_e > 0 \ (u_e > 0) \end{array} \phi_e = \phi_P \quad \longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi_w = \phi_W \end{array} \right.$$

Dans le cas où le flux est dans le cas négative :

$$\begin{matrix} F_w > 0 \ (u_w > 0) \\ F_e > 0 \ (u_e > 0) \end{matrix} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \phi_w = \phi_P \\ \phi_e = \phi_E \end{matrix} \right.$$

Comme le montre la Figure (III.5) suivante :

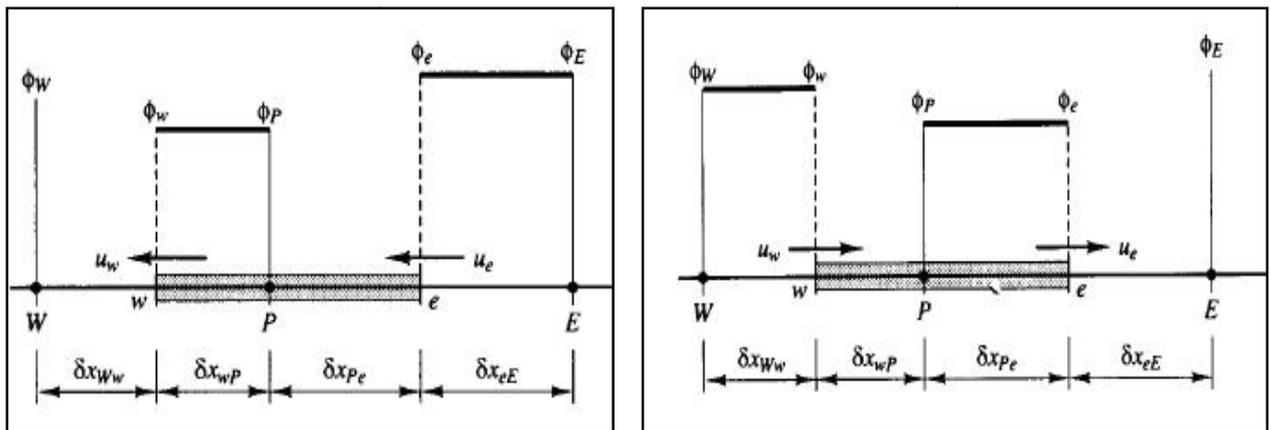


Figure III.5 : à gauche :  $F_w < 0$  et  $F_e < 0$ , à droite :  $F_w > 0$  et  $F_e > 0$ .

### III.4.3.3 Solution exact

Soit les conditions aux limites suivantes :

$$\left\{ \begin{matrix} \phi(x=0) = \phi_0 \\ \phi(x=L) = \phi_L \end{matrix} \right.$$

### III.4.3.4 Schéma exponentiel

(Dans le cas convection et de diffusion)

Si on note J le flux total de convection et de diffusion :

$$J = \rho u \phi - \Gamma \frac{d\phi}{dx}$$

On a alors :

$$dj/dx=0$$

Ce qui intégré sur le volume de contrôle centré en P donne :

$$J_e - J_w = 0$$

Si on applique la solution exacte de l'équation de convection diffusion entre E et P d'une part, et entre W et P d'autre part, on aboutit à :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W$$

Avec :

$$a_E = \frac{F_e}{\exp\left(\frac{F_e}{D_e}\right) - 1}$$

$$a_W = \frac{F_w \exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right)}{\exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right) - 1}$$

$$a_P = a_E + a_W + (F_e + F_w)$$

Ou 
$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\Delta x_e}, D_w = \frac{\Gamma_w}{\Delta x_w}$$

Ce schéma paraît approprié mais n'est pas assez utilisé car les exponentielle sont coûteuses à calculer.

### III.4.3.5 Schéma hybrid (HDS: hybrid differencing scheme)

Il s'agit d'une version approchée du schéma exponentiel, faisant l'objet d'une approximation linéaire, ainsi pour le coefficient  $a_E$  on a :

$$\frac{a_e}{D_e} = \frac{\frac{F_e}{D_e}}{\exp\left(\frac{F_e}{D_e}\right) - 1} = \frac{P_e}{\exp(P_e) - 1}$$

$$Pe_e < -2, \quad \frac{a_E}{D_E} = -Pe_e$$

$$-2 < Pe_e < 2, \quad \frac{a_E}{D_E} = 1 - \frac{Pe_e}{2}$$

$$Pe_e > 2, \quad \frac{a_E}{D_E} = 0$$

Ceci revient en fait à une combinaison des deux schémas aux différences centrées et Upwind.

### III.5 Procédure sous Fluent

La méthode numérique utilisée pour traiter le cas auquel nous sommes confrontés dans ce projet est la méthode Volume Of Fluide (VOF). C'est une modélisation eulérienne qui permet de résoudre des écoulements à deux fluides ou plus, non-miscibles entre eux. Elle est basée sur le principe de conservation de la masse. La distribution de fraction volumique de liquide ou de gaz est répartie dans le domaine de calcul sur un maillage fixe, puis elle est transportée par le champ de vitesse. Les caractéristiques de l'interface sont ensuite déduites du champ de fraction volumique. Les méthodes VOF sont robustes lors des changements topologiques, qui s'effectuent de façon implicite. La conservation du volume est garantie lorsque l'on transporte la fraction volumique.

#### III.5.1 Simple précision ou double précision

Fluent offre deux modes de calcul : le mode double précision et le mode simple précision. Dans le mode double précision, les nombres à virgule flottante sont présentés en utilisant 64 bits, alors que le mode simple précision utilise une représentation à 32 bits. Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire, il est cependant préconisé.

#### III.5.2 Paramètres de réglage sous Fluent

- **General**

Cette étape est obligatoire car elle permet à Fluent de déterminer des paramètres géométriques nécessaires au bon déroulement du calcul. Et c'est dans cette étape qu'on précise le type d'écoulement et qu'on signale la gravité.

- **Modèles**

C'est au cours de cette étape qu'il est possible de spécifier les conditions d'écoulement compressible ou incompressible, visqueux ou non visqueux, et choisir le modèle de turbulence qui convient.

- **Materials**

Cette opération ne fait qu'ajouter les propriétés physiques du fluide dans la bibliothèque active de Fluent, sans pour autant l'associer au domaine de calcul. Ce que fait l'étape suivante.

- **Cell Zone Conditions**

Dans cette étape on spécifie « water-liquide » comme fluide et c'est dans cette partie-là que de fait l'emplacement de la pression de référence.

- **Boundary conditions**

C'est au cours de cette étape que les types de conditions aux limites sont corrigés et les valeurs des différentes données sont imposées.

- **Solution Methods**

Cette étape permet de spécifier la précision des schémas en espace et en temps. Il est judicieux de commencer par les valeurs par défaut (schéma peu précis d'ordre 1) afin de fournir une première solution qui converge facilement quitte à améliorer par la suite, l'ordre des schémas pour affiner les résultats.

- **Monitors**

Cette étape permet de spécifier le niveau de convergence des calculs, abordant la résolution du système d'équations non linéaire par une approche itérative. Chaque équation est associée à une valeur du résidu, qui sera affichée sur une courbe de convergence au cours du calcul. Le critère de convergence par défaut est égal à  $10^{-3}$ .

- **Solution Initialisation**

L'objet de cette étape, une approche de résolution itérative requiert une solution initiale.

- **Run Calculation**

C'est dans cette étape qu'on spécifie le nombre d'itérations, puis on lance le calcul qui se termine ou se converge.

- **Graphics and Animations**

Cette étape consiste à analyser les résultats.

Avec :

- Le volet Contours permet de visualiser les champs en couleurs.
- Le volet Vectors permet de tracer le champ de vitesses.
- Le volet Pathlines permet de tracer les lignes de courant.
- Le volet Reports qui permet de contrôler la conservation des débits entrant et sortant.

### **III.6 Conclusion**

Ce chapitre est consacré à l'étude de quelques propriétés de la méthode des volumes finis, nous avons situé rapidement cette dernière par rapport aux différences finies et aux éléments finis. Ainsi on a défini brièvement les objectifs des étapes à procéder dans le code de calcul « Fluent » utilisé pour simuler l'écoulement d'un fluide Newton et non Newtonien dans un carrefour a quatre branches.

*Chapitre IV*

*Résultats et discussion*

# *Chapitre IV*

## *Résultats et discussion*

## IV.1 Introduction

Ce chapitre se portera sur l'étude numérique des écoulements torrentiel à surface libre, stationnaires et turbulents d'un fluide incompressible, au sein des carrefours à sections rectangulaires inclinés, on utilisant le code de calcul Fluent 3D conçu et élaboré sur la base de la méthode des volumes finis afin de réaliser des simulations tridimensionnelles.

Après la réalisation de nos géométries, des maillages adéquats seront adoptés pour chaque cas.

Les résultats obtenus après avoir effectué les simulations pour le cas Newtonien seront comparés à des travaux expérimentaux disponibles dans la littérature afin de vérifier la capacité de code Fluent à reproduire les structures des écoulements dans les carrefours.

Les résultats obtenus des simulations pour le cas non-Newtonien seront comparé aux résultats obtenus dans le cas Newtonien.

## IV.2 Etude de l'influence des paramètres du calcul numérique

Le but de cette partie est de fixer les différents paramètres du calcul numérique qui seront utilisés pour toutes les simulations dans le cas tridimensionnel tels que le choix de l'indépendance du maillage et le critère de convergence.

### IV.2.1 Etude d'indépendance du maillage

Dans le domaine de calcul numérique, le maillage joue un rôle prépondérant sur la fidélité des résultats. Le choix de celui-ci dépend de la précision attendue du calcul et des ressources informatiques disponibles. L'utilisation d'un maillage grossier donne des résultats erronés, tandis qu'un maillage fin alourdit le temps de calcul, occupe plus de mémoires sur les machines et demande beaucoup de capacité de stockage lors de traitement des résultats. Le but est de trouver un maillage qui occupe le moins d'espace, consomme le moins de temps et assure des résultats indépendants de la densité de ce maillage.

La taille de maillage obtenu pour le carrefour à 1% de pente est représentée dans la figure IV.1 qui suit :

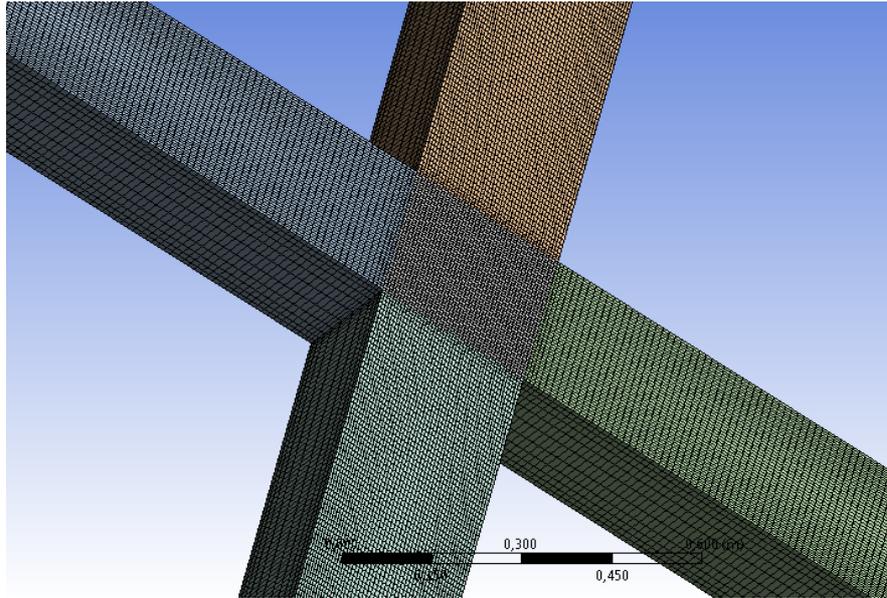


Figure IV.1 : maillage du carrefour à 1% de pente.

**Tableau IV.1** : Les statistiques de maillage pour le cas de 1% de pente.

Géométrie	nœuds	éléments
Cas 1%	413100	370700

La taille de maillage pour le carrefour à 3% de pente est représentée dans la figure (IV.2).

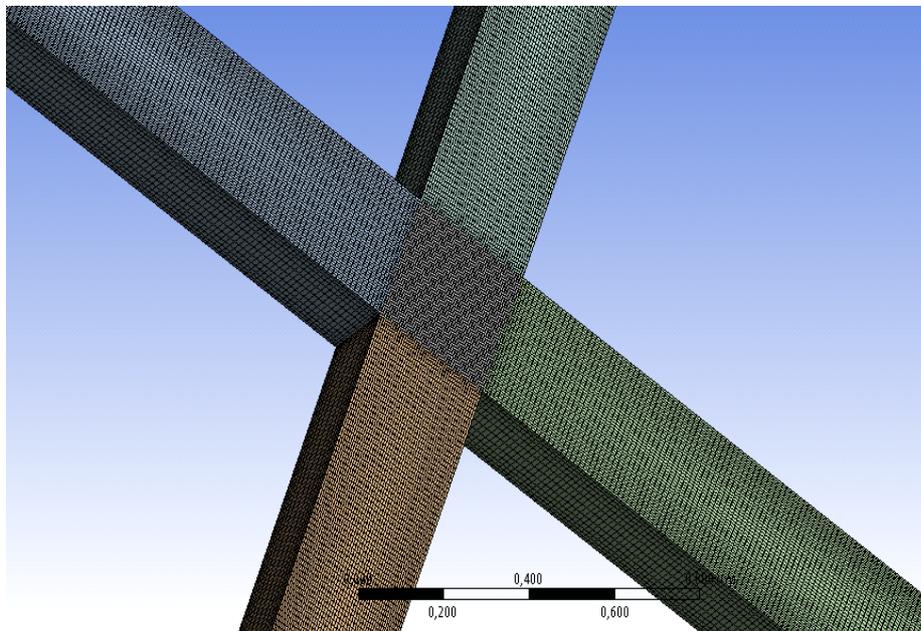


Figure IV.2 : maillage de carrefour à 3% de pente.

**Tableau IV.2** : Les statistiques de maillage pour le cas de 1% de pente.

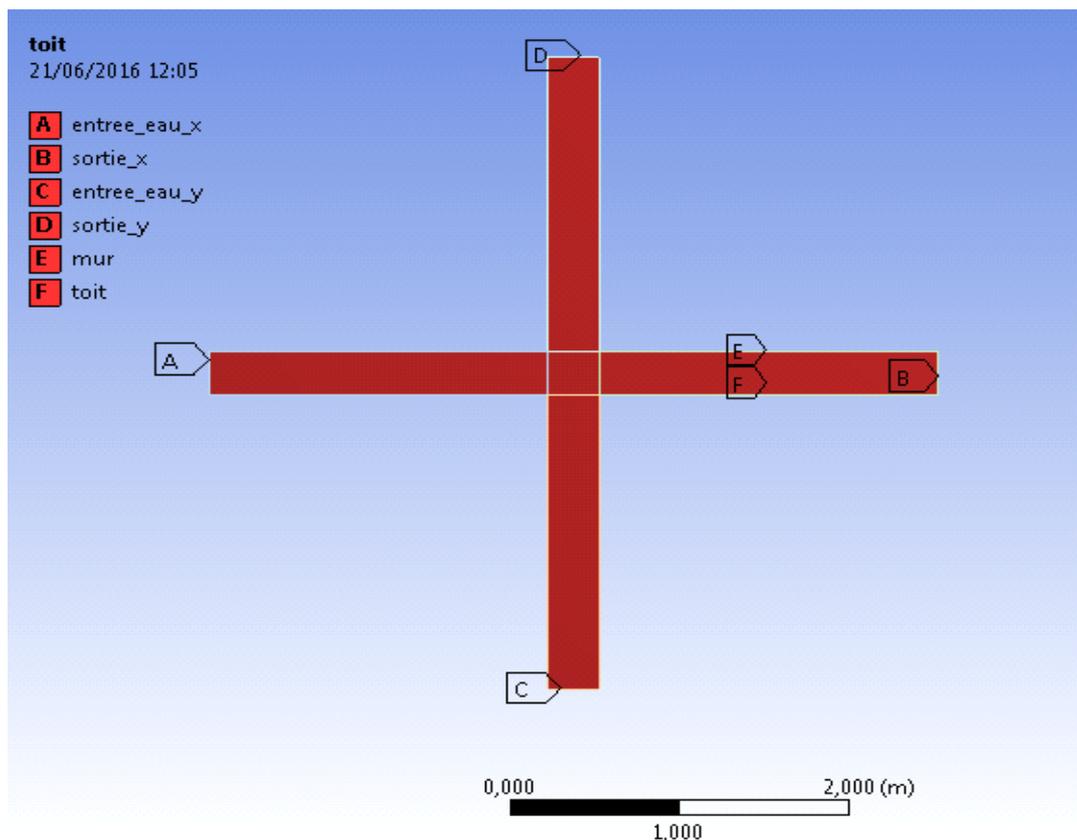
Géométrie	nœuds	éléments
Cas 3%	447525	404400

### IV.3 Les conditions aux limites

A l'entrée, les conditions imposées seront la vitesse et la hauteur d'eau, le choix de ces dernier est dû à la nature de l'écoulement étant à surface libre.

Les conditions limites aval sont des conditions a sortie libre qui n'influent pas sur les écoulements dans la jonction étant donné que l'écoulement est en régime torrentiel aux sorties du domaine, la condition imposée sera la pression atmosphérique.

Pour le modèle de turbulence nous avons opté pour le modèle (k-e) standard pour son économie en temps de calcul, sa robustesse et son application largement approuvée grâce à la précision raisonnable qu'il offre pour une large gamme d'écoulements turbulents.

**Figure IV.3** : Les conditions aux limites de la configuration de notre cas.

## IV.4 Validation du modèle de calcul

Pour donner plus de confiance aux résultats de nos simulations numériques, on établit quelques comparaisons avec d'autres investigations expérimentales et numériques présentées dans la littérature.

### IV.4.1 Fluide Newtonien (cas 1)

Dans ce cas, nous allons comparer les résultats obtenus suite à la simulation numérique tridimensionnelle avec le code de calcul Fluent avec les résultats expérimentaux de Mignot et al. [5] effectuée au LMFA sur un modèle de carrefour à quatre branches en verre, où nous avons conservé pour cela toutes les valeurs des paramètres utilisés dans l'étude expérimentale pour notre simulation.

Pour une configuration avec deux entrées voisines deux sorties, les paramètres utilisés sont résumés sur la figure (IV.4).

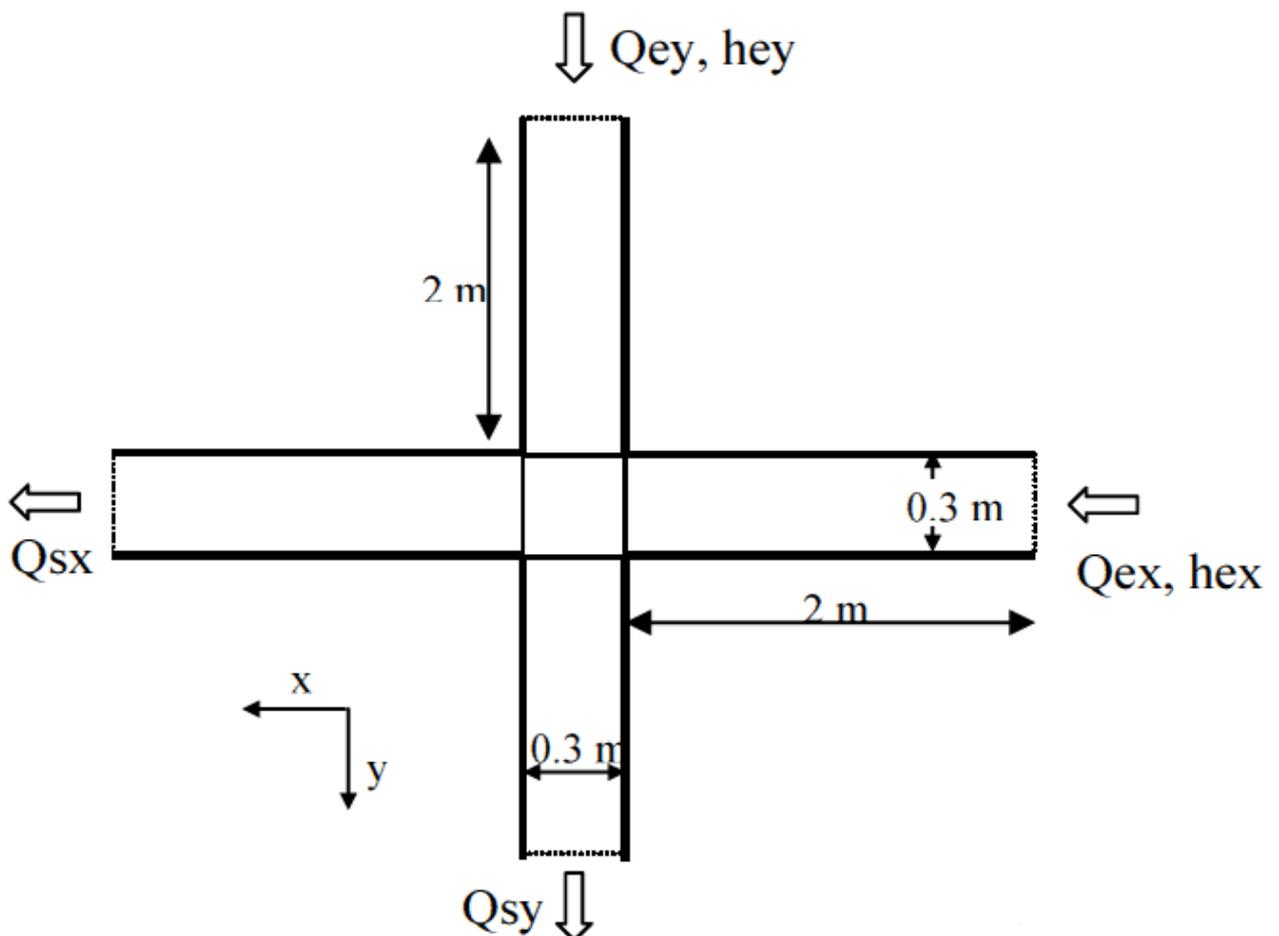


Figure IV.4 : Schéma 2D du modèle physique de l'étude expérimentale.

## Indices

x et y : sont les directions du plan

e : correspond à une entrée,

s : correspond à une sortie.

Q : correspond à un débit.

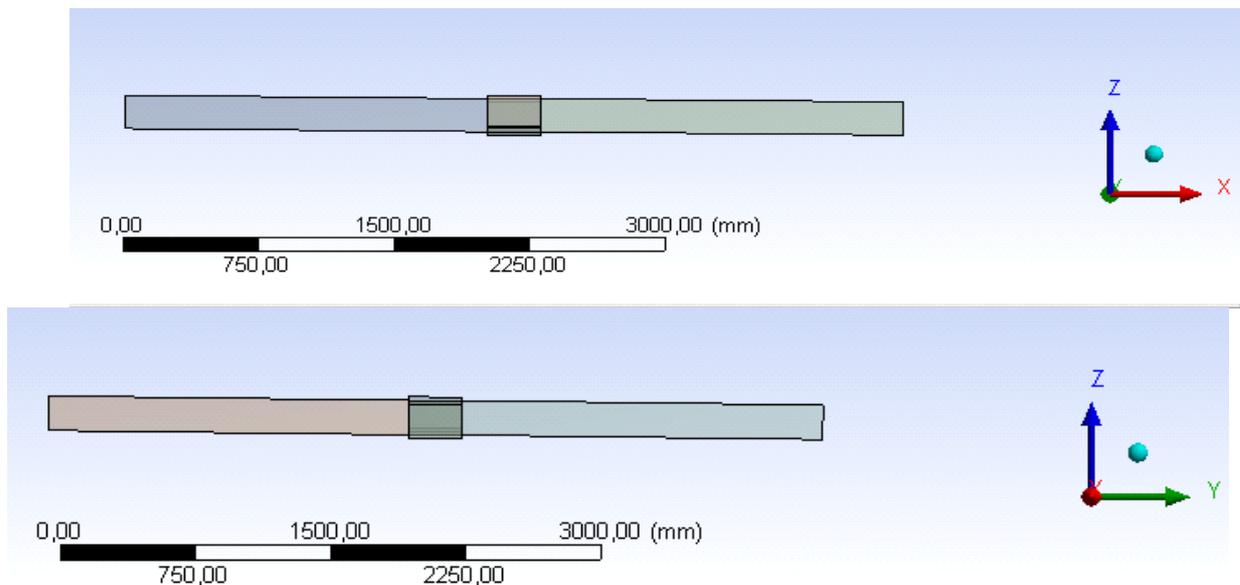
h : correspond à une hauteur d'eau.

### IV.4.1.1 Description des paramètres

Afin de valider nos résultats, nous avons choisi de les comparer à deux cas disponibles dans la littérature

#### Cas 1.1

Il s'agit d'un écoulement Newtonien dans un carrefour à quatre branches de dimensions identiques avec une inclinaison de pente 1% comme le montre la figure (IV.5).



**Figure IV.5 :** Représentation de carrefour avec une pente de 1% selon les deux axes X et Y.

Les caractéristiques de l'écoulement sont tirées de l'étude numérique de R.Ghostine .[11], qui a été validées avec les résultats expérimentaux de E.Mignot .[5].

Nous avons résumé ces caractéristiques dans le tableau (IV.3) qui suit :

**Tableau IV.3 :** Données numériques du cas 1.1.

Le paramètre	$Q_{ex}$ (l/s)	$Q_{ey}$ (l/s)	$V_{ex}$ (m/s)	$V_{ey}$ (m/s)	$h_{ex}$ (mm)	$h_{ey}$ (mm)	Pente (%)	$Fr_{ex}$	$Fr_{ey}$
La valeur	4.52	1.96	0.75	0.54	19.9	11.9	1	1.69	1.58

Donc on déduit les vitesses de l'écoulement aux entrées avec la formule du débit suivante :

$$Q = V \cdot S$$

Où S est la surface mouillée en (m<sup>2</sup>)

#### IV.4.1.1.1 Conservation de débit

Pour la validation de nos résultats, la vérification de la conservation du débit d'eau au sein de carrefour est impérative, en utilisant la relation :  $(Q_{ex} + Q_{ey}) - (Q_{sx} + Q_{sy}) = \varepsilon$

D'après Mignot[5]

$$0.05 \text{ l/s} \leq \varepsilon \leq 0.1 \text{ l/s}$$

Pour l'obtention de la répartition des débits on a procédé comme suit :

- Dans la partie « solution » sur « fluent » choisi « Report ».

Le tableau ci-dessous résume la répartition des débits pour le cas 1.1.

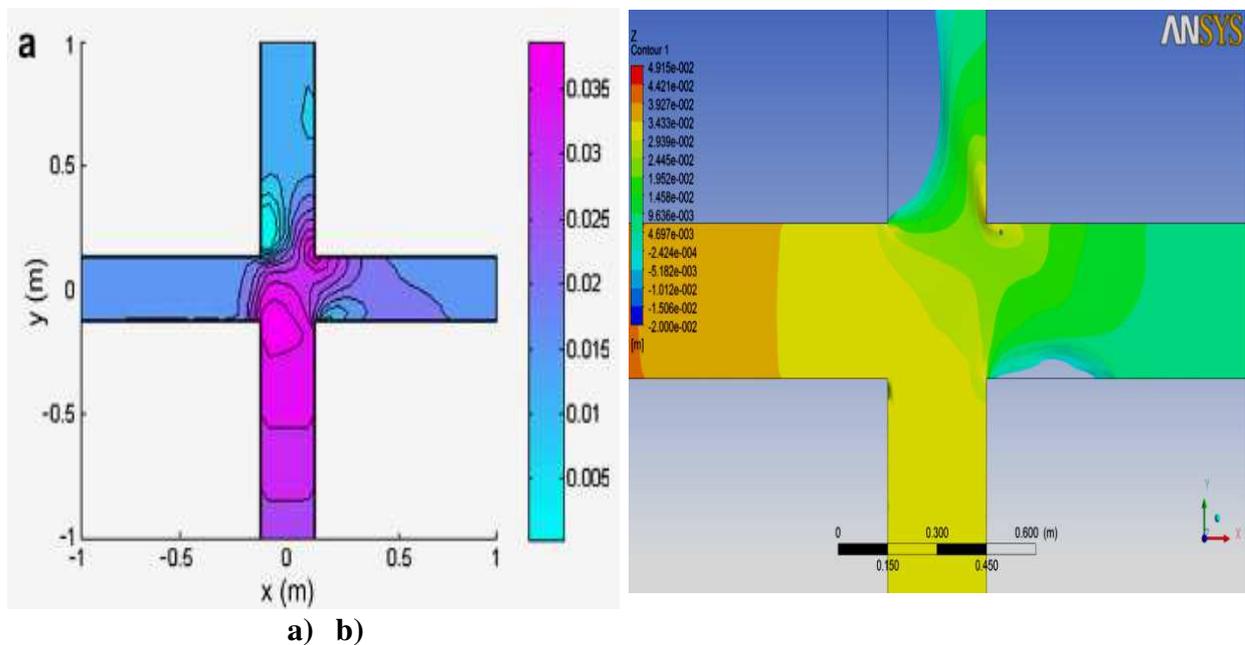
**Tableau IV.4 :** La répartition des débits pour le cas 1.1.

Le paramètre	$Q_{sx}$	$Q_{sy}$	$\varepsilon$
La valeur	3.82	2.58	0.08

### IV.4.1.2 Présentation et interprétation des résultats

#### A/ Contour des hauteurs

Pour cette configuration de pente relativement faible, les nombres aux entrées sont faibles, ils sont cependant supérieurs à 1, l'écoulement à l'entrée des canaux amont est donc en régime torrentiel. Sur la figure IV.6 représentant les résultats de [11] et de notre étude portés sous forme de champ de variation de la hauteur d'eau dans le carrefour, nous pouvons observer l'apparition de deux ressauts droits au sein des deux branches amont. Leur formation entraîne une augmentation de la hauteur d'eau et corrélativement comme on peut l'observer sur la figure IV.8 une diminution de vitesse l'écoulement passe alors du régime torrentiel au régime fluvial à la sortie des branches amont et dans la jonction. Les caractéristiques de cet écoulement correspondent à un écoulement de type I d'après la classification de [7].

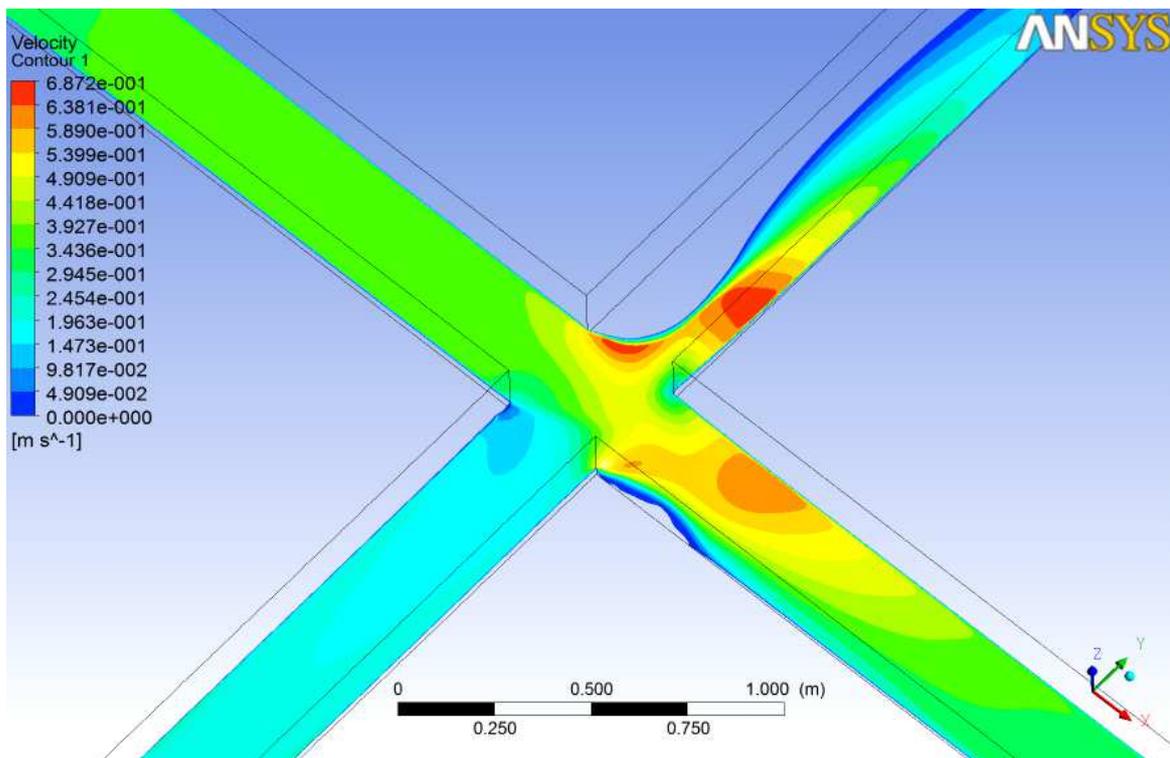


**Figure IV.6 :** Champ de hauteur d'eau de Ghostin.[11] (a) et de notre étude (b).

On peut visualiser sur la figure (IV.6) l'apparition d'une zone de recirculation dans chaque branche aval où les hauteurs d'eau sont très faibles ou presque nulle, la zone de recirculation dans la branche aval (Y) est plus grande que celle formée dans la branche aval (X), étant donné aussi que le débit principal dans la branche amont (X) ( $Q_{ex}=4.52$  l/s) est supérieur au débit principal dans la branche amont (Y) ( $Q_{ey}=1.96$ l/s).

On remarque une forte augmentation de la hauteur d'eau dans le coin aval du carrefour ( $h=3.43.10^{-2}$  m) génère ce qu'on appelle « Bourrelet » due à la réflexion d'onde de déviation sur la paroi de la branche aval.

## B/ Vitesses



**Figure IV.7:** Représentation de la variation de la vitesse de l'écoulement au sein du carrefour (cas 1.1)

On voit sur la figure (IV.7) que la vitesse du fluide provenant de l'amont avec un débit ( $Q_{ex}=4.52$  l/s) dans la branche (X) est suffisamment grande que celle provenant de l'amont avec un débit ( $Q_{ey}=1.96$  l/s) dans la branche (Y).

Au niveau de l'intersection on remarque une augmentation de la vitesse qui atteint le maximum aux points de réflexion de la vitesse dans les branches aval progressivement (de l'intersection vers la sortie des deux branches aval).

La vitesse atteint des valeurs maximales au niveau des deux zones de contraction dans les branches aval et ça est dû au rétrécissement des sections de l'écoulement engendré par la formation des zones de recirculation.

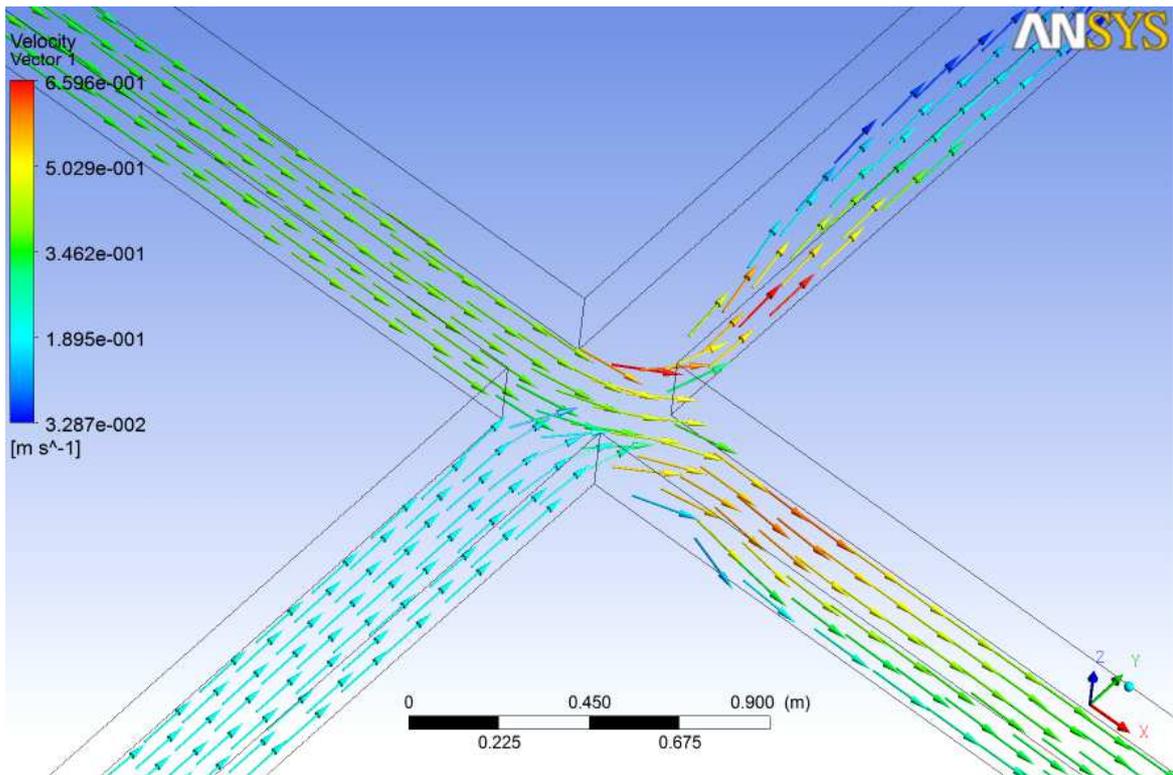


Figure IV.8 : Représentation du champ de vitesse.

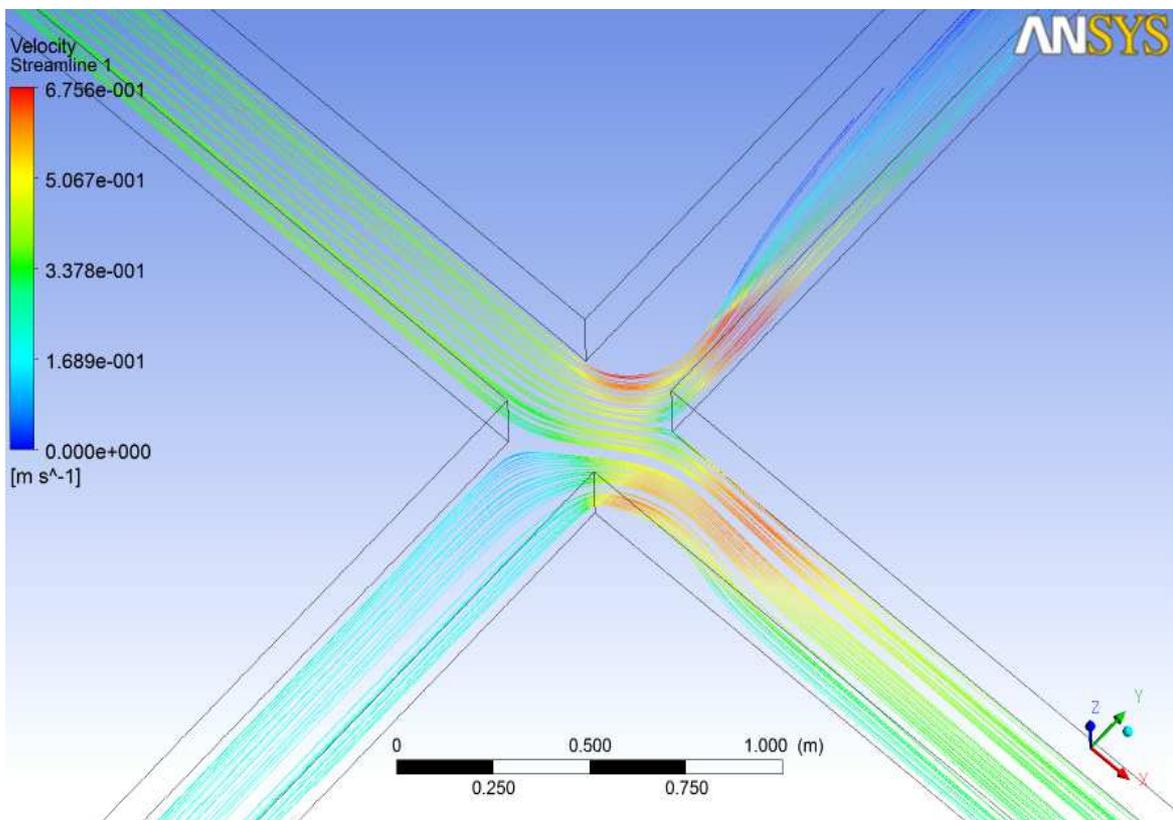
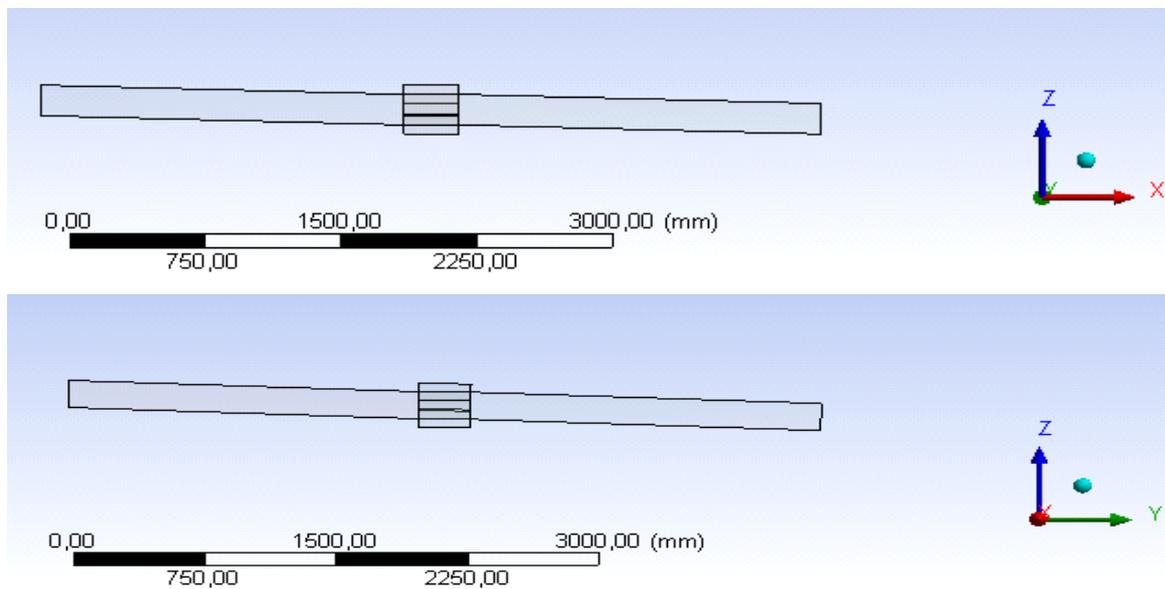


Figure IV.9 : Lignes de courant de l'écoulement.

Les figures (IV.8) et (IV.9) représentent la distribution des vecteurs de vitesse et les lignes de courants, sur lesquels on peut voir la décomposition partielle de l'écoulement provenant de la branche (X) en amont qui est engendré par un angle de déviation inférieur à  $45^\circ$ , cela provoque aussi l'augmentation de la zone de recirculation dans la branche (Y) en aval, et une diminution de celle de la branche aval (X).

### Cas 1.2 :

Il s'agit d'un écoulement Newtonien dans un carrefour à quatre branches de dimensions identiques avec une inclinaison de pente 3% comme le montre la figure (IV.10).



**Figure IV.10 :** Représentation de carrefour avec une pente de 3% selon les deux axes X et Y.

**Tableau IV.5 :** Données numériques du cas1. 2.

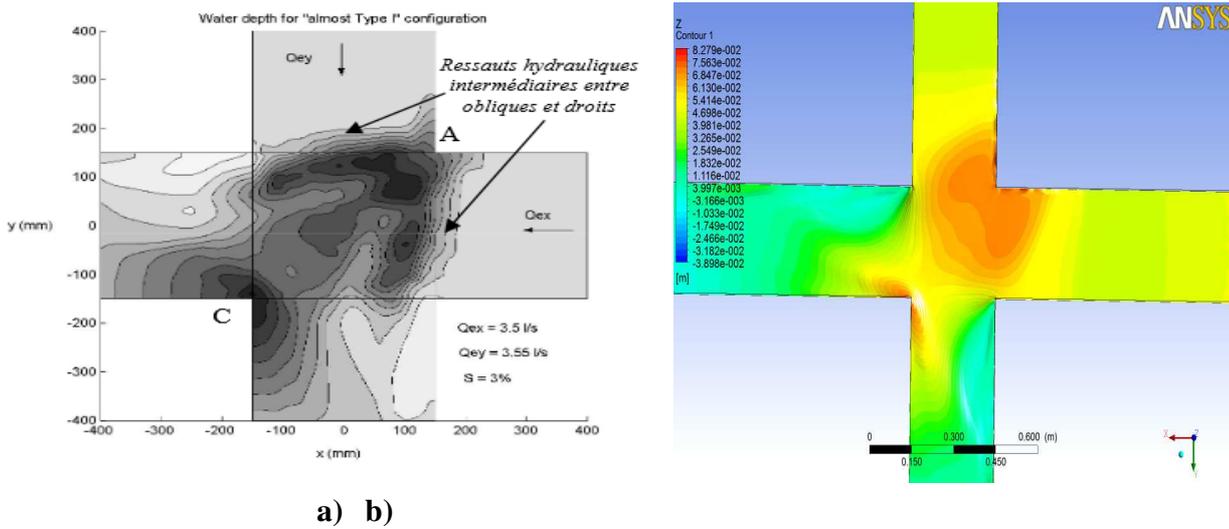
Le paramètre	$Q_{ex}$ (l/s)	$Q_{ey}$ (l/s)	$V_{ex}$ (m/s)	$V_{ey}$ (m/s)	$h_{ex}$ (mm)	$h_{ey}$ (mm)	Pente (%)	$Fr_{ex}$	$Fr_{ey}$
La valeur	3.5	3.55	1.06	1.06	11	11.1	3	3.22	3.21

Le tableau ci-dessous résume la répartition des débits pour le cas 2.

**Tableau IV.6 :** La répartition des débits pour le cas1.2.

Le paramètre	$Q_{sx}$	$Q_{sy}$	$\varepsilon$
La valeur	3.58	3.39	0.08

**A/ Contour des hauteurs**

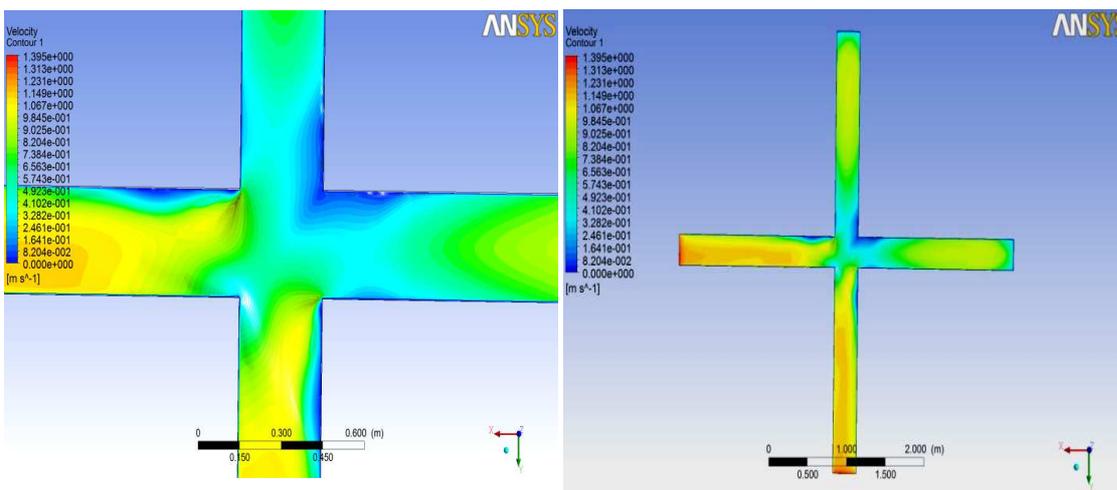


**Figure IV.11:** Champ de hauteur d'eau de Mignot et al (a) et de notre étude (b).

On remarque dans la figure (IV.11) que cet écoulement n'appartient à aucun type d'écoulement décrit par Nania et al [7] et Mignot et al [5], tel que les ressauts qui apparaissent sont intermédiaires entre le type I (ressaut droit) et le type (ressaut oblique).

Une zone de recirculation apparaît à l'entrée des deux branches aval marqué par une forte diminution de la hauteur d'eau et de sa taille caractéristique engendrée par l'augmentation de l'angle de déviation de l'écoulement.

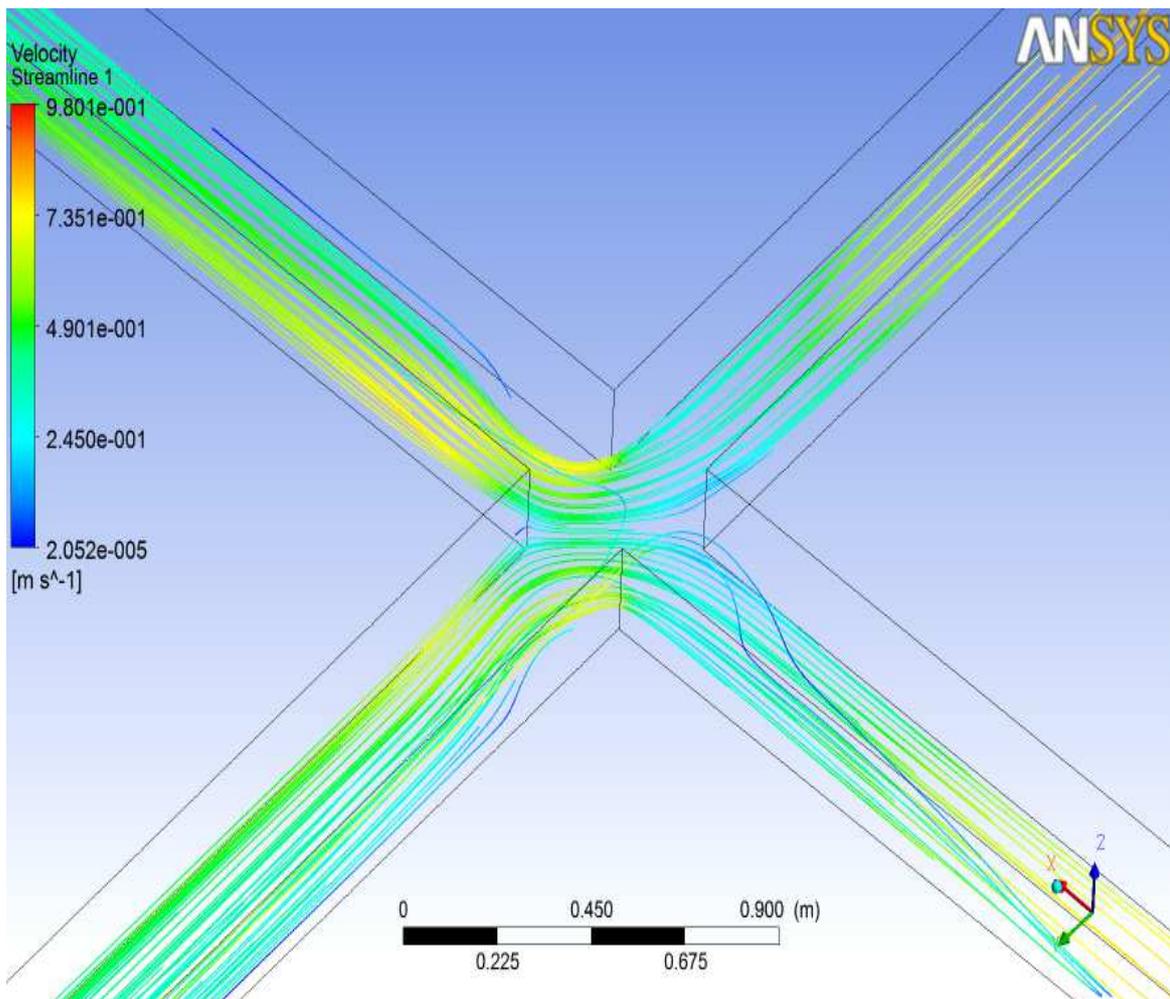
**B/ Vitesses**



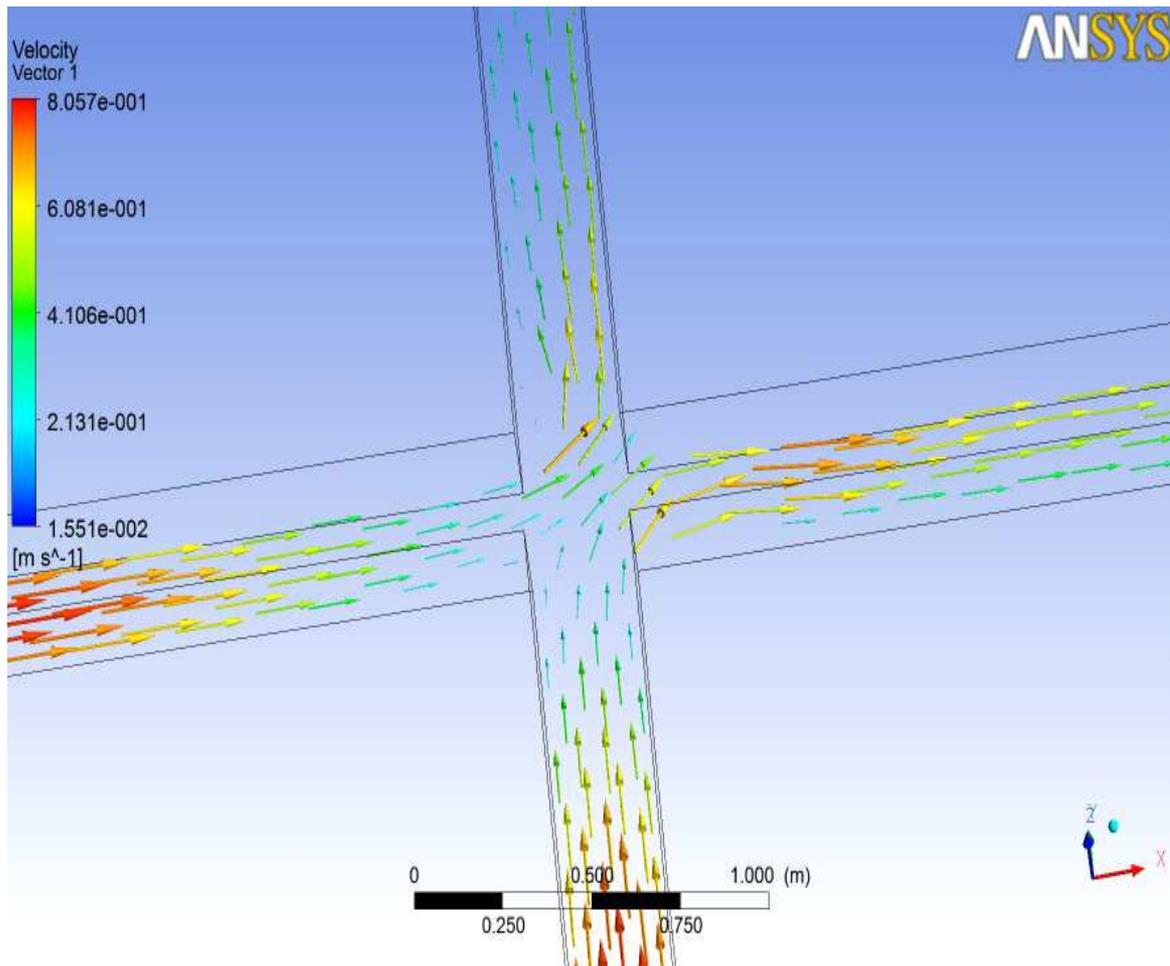
**Figure IV.12 :** Représentation de la variation de la vitesse de l'écoulement au sein du carrefour (cas de la pente 3%).

On voit dans la figure (IV.12) une décélération de la vitesse dans les deux branches amont, on arrivant à l'intersection ou on observe une très basse vitesse au niveau de la jonction qui est presque nulle au coin amont due à l'apparition des ressauts.

Au niveau des deux branches aval, le fluide s'accélère au niveau des zones de contraction à cause de la diminution de la section de l'écoulement engendré par la présence des zones de recirculation dans les deux branches aval, on peut remarquer aussi que la vitesse de l'écoulement atteint des valeurs maximales à la sortie des branches.



**Figure IV.13:** Lignes de courant pour la pente 3%.



**Figure IV.14** : Champ de vitesse pour la pente 3%.

Les figures (IV.13) et (IV.14) montre la répartition des vectrices vitesses et des lignes de courants, tel que à partir de ces deux figures on distingue que l'écoulement est symétrique tel que la ligne de déviation se trouve sur la ligne oblique de l'intersection du carrefour formant un angle de déviation de  $45^\circ$ .

#### IV.4.2 Fluide non-Newtonien (cas 2)

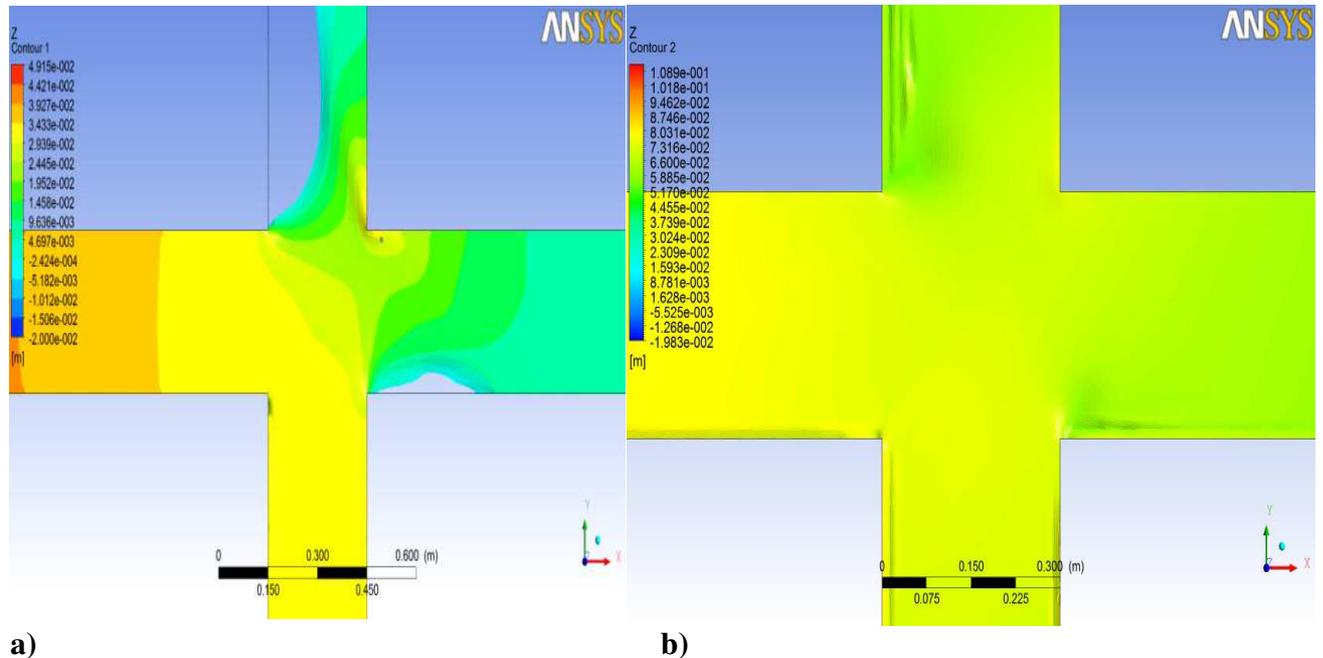
Tout en gardant les mêmes géométries et les mêmes maillages, une simulation tridimensionnelle sera réalisée également pour un fluide non-Newtonien de type rhéofluidifiant, afin de comparer ses résultats avec les résultats de la simulation réalisée pour le fluide Newtonien.

Les caractéristiques de l'écoulement restent également les mêmes que les cas Newtonien.

### IV.4.2.1 Présentation et interprétation des résultats

#### Cas 2.1

Il s'agit d'un écoulement non-Newtonien dans un carrefour à quatre branches de dimensions identiques avec une inclinaison de pente 1%.

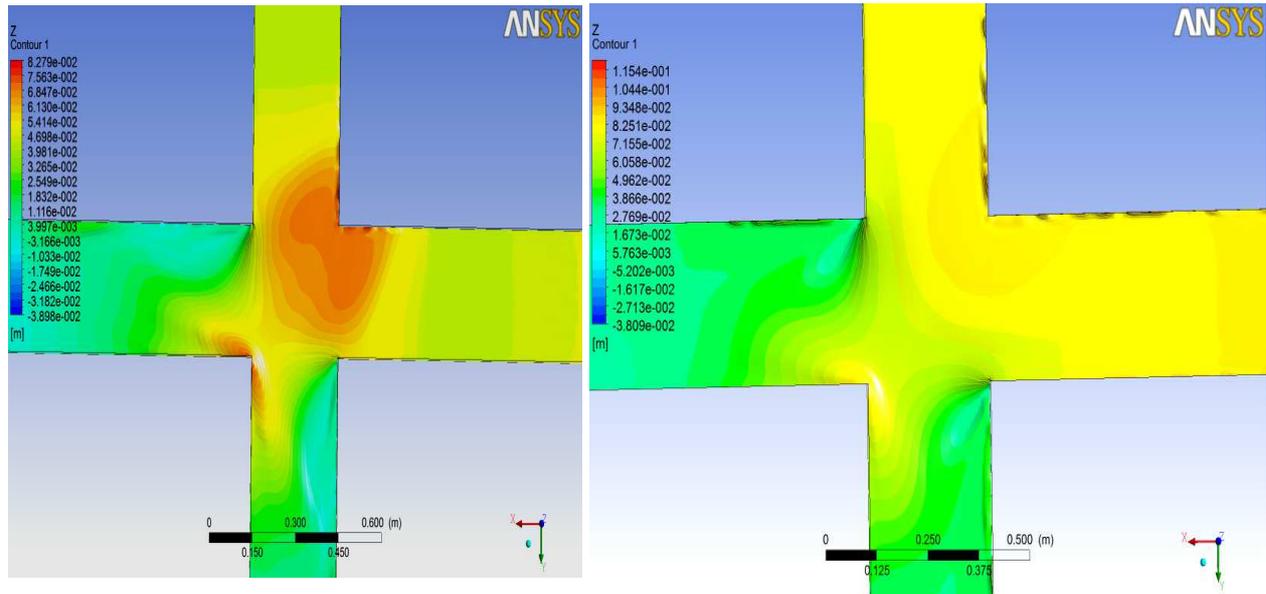


**Figure IV.15 :** Hauteurs de fluide Newtonien (a) et non-Newtonien (b) dans le cas d'une pente de 1%.

La figure (IV.15) montre l'évolution des hauteurs des deux écoulements (Newtonien et non-Newtonien) dans le cas d'une pente de 1%, cette différence se résume par l'absence des deux zones de recirculation et aussi du bourrelet, marqué par la nature de fluide qui est non-Newtonien.

#### Cas 2.2

Il s'agit d'un écoulement non-Newtonien dans un carrefour à quatre branches de dimensions identiques avec une inclinaison de pente 3%.



a)

b)

**Figure IV.16:** Hauteurs de fluide Newtonien (a) et non-Newtonien (b) dans le cas d'une pente de 3%.

On remarque que les hauteurs d'eau se diminuent continuellement de l'entrée à la sortie dans les deux branches et ça est dû à l'inclinaison des branches.

On remarque sur la figure (IV.16) que les valeurs des hauteurs d'eau au niveau des coins avals et des coins amonts dans les deux cas sont presque les mêmes, sauf que l'apparition de ressaut hydraulique est bien précisée dans la figure représentant le cas Newtonien.

La taille des deux zones de recirculation dans le cas Newtonien est supérieure à la taille de celle dans le cas non-Newtonien.

## IV.5 Conclusion

Le code de calcul 3D s'est montré capable de modéliser les écoulements étudiés expérimentalement même si certaines caractéristiques ne sont pas parfaitement représentées.

Après la comparaison entre les écoulements de deux fluides Newtonien et non-Newtonien on a pu conclure que la formulation des zones de recirculation, des bourrelets et des ressauts hydrauliques ne dépendent pas uniquement de la vitesse et des hauteurs d'écoulement de fluide mais aussi de sa nature.

# *Conclusion générale*

### Conclusion générale

Le travail décrit dans ce mémoire avait pour objectif principal de réaliser une simulation tridimensionnelle, des écoulements à surface libre dans les carrefours avec fluente 3D, afin de modéliser les écoulements en milieux urbains, et d'examiner la capacité du code de calcul 3D dans la reproduction des structures d'écoulement qui se développent dans les carrefours, en comparant les résultats numériques avec l'expérimental.

Comme les écoulements observés dans les carrefours sont tridimensionnels, ils peuvent donc être modélisés par les codes 3D.

Cette approche est toutefois complexe à mettre en œuvre : elle requiert un maillage volumineux tridimensionnel et la résolution de nombreuses équations, ce qui entraînent un temps de calcul exorbitant.

Le code de calcul 3D s'est montré capable de modéliser les écoulements étudiés expérimentalement même si certaines caractéristiques de l'écoulement tels que les largeurs des ressauts ne sont pas parfaitement représentées. Dans le cas des écoulements Newtonien.

Une autre simulation a été réalisée pour un fluide non-Newtonien de type rhéofluidifiant en utilisant le modèle loi de puissance, et en comparant avec les résultats obtenu pour le cas Newtonien, on réalise que l'apparitions des structures de l'écoulement ne dépendent pas uniquement de la vitesse et des hauteurs d'écoulement mais aussi de sa nature.

## *Références bibliographiques*

## Références bibliographiques

- [1] J.Vasquez, *Hydraulique à surface libre*. Strasbourg.
- [2] K.Benoumessad, *Simulation des structures de vitesses dans un écoulement non permanent dans un canal non prismatique et non linéaire*. Batna (Janvier 2012).
- [3] Gérard Degoutte, *Traité d'hydraulique à surface libre*.
- [4] Araud Quentin, *Simulations des écoulements en milieu urbain lors d'un événement pluvieux extrême*. Strasbourg ( novembre 2012).
- [5] E.Mignot. *Etude expérimentale et numérique de l'inondation d'une zone urbanisée : cas des écoulements dans les carrefours en croix*, Lyon (Octobre 2005).
- [6] Bowers CE. *Hydraulic model studies for whitening field naval air station part V*. St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory (1950).
- [7] L.S. Nania, M. Gomez, J. Dolz, *Experimental study of the dividing flow in steep street crossings*. *Journal of hydraulic Research*, (2004), 42(4), 406-412.
- [8] N.Rivière, R.J. Perkins, B. Chocat, A. Lecus, *Flooding flows in city crossroads : experiments and 1D modelling*. *Water science and Technology* 2006, 54(6-7),75-82.
- [9] R. Ghostine, J. Vasquez, A. Terfous, N. Riviere, A. Ghenaim, R. Mosé, *A comparative study of 1D and 2D approaches for simulating flows at right angled dividing junctions*. *Applied Mathematics and computation* (2013), 219, 5070-5082.
- [10] E. Mignot, N. Rivière, R. Perkins, A. Paquier, *Flow Patterns in a Four-Branch Junction with supercritical Flow*. *Journal Of Hydraulic Engineering ASCE* ( 2008), 6,703-713.
- [11] R. Ghostine, R. Mose, G. Kesserwani, J. Vazquez, N. Rivière, A. Ghnaim, *Simulation of supercritical flow in crossroads: Confrontation of 2D and 3D numerical approaches to experimental results*. *Computers and Fluids* (2009), 38(2), 425-432.
- [12] A. Paquier, *Surface flows during high floods in towns*. *La Houille Blanche* (2013), 6, 89-93.
- [13] R.Ghostine, I. Hoteit, J. Vazquez, A. Terfous. A. Ghenaim, R. Mose. *Comparison between a coupled 1D-2D model and fully 2D model for supercritical flow simulation in crossroads*. *Journal of Hydraulic Research* (2015), 53(2), 274-281.
- [14] S. Shabayek, P. Steffler, F. Hicks, *Dynamic model for subcritical combining flows in channel junctions*. *Journal of Hydraulic Engineering*, (2002), 128(9), 821-828.
- [15] J.A. Vazquez, *Two-dimensional numerical simulation of flow diversions*. *Hydrotechnical Engineering : Cornestone Of A Sustainable Environment* (2005).
- [16] A. Momplot, G.L. Kouyi, E.Mignot, N. Rivière, J. Bertrand-Krajewski, *Une nouvelle structure d'écoulement en bifurcation*.

- [17] H. Bulle, studies on the sediment discharge in the cleavage of water running. VID Verlag, Berlin (1926).
- [18] B.D. Barkdoll, Discussion of subcritical 90° Equal-Width Open-Channel Dividing Flow. Journal Of Hydraulic Engineering ASCE,(2004),130,171-172.
- [19] F. Rooniyan, G. Travin, J. perkins, Subcriticle open channel flows in four branch intersection. Water Resources Rechearch (2011), 47(10),W10517.
- [20] A. Atarodi, N.Hedayat, M. Hadi tavana, A. Panahian, The consrquences of varying the width ratio parameter of the lateral water intake structure to the main canal. Bulletin Environment Pharmacology Life Science (2014), Vol 3 (4), 48-54.
- [21] G.Kesserwani, J. Vazquez, N. Rivière, Q.Liang, 1D Computatiounal of open-channel flow division at a 90° intersection (2007).
- [22] K. Bonoumessad, I. Kriba, A. Djbaïli, 3D simulation of velocity profile of turbulent flow in open channel with complexe geometry. Physics Procedia (2014), 55, 119-128.
- [23] S. Creelle, T. De Mulder, L. Schindfessel and T.V. Oyen, Influence of hydraulic resistance on flow features in a open channel confluence. 3<sup>rd</sup> Europe Congress (2014).

# *ANNEXES*

## ANNEXE : A

### Les schémas d'interpolation :

#### 1) Schéma aux différences centrées (CDS)

Pour évaluer un flux convection à l'interface, la variation de variable  $\Phi$  entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire. On suppose que les faces (e, w, n, s) se trouvent au milieu des nœuds (E, W, N, S) respectivement, les termes convectifs des variables généralisées  $\Phi$  se présente par une interpolation comme suite :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_e = \frac{1}{2}(\Phi_E + \Phi_P) \\ \Phi_w = \frac{1}{2}(\Phi_P + \Phi_W) \\ \Phi_n = \frac{1}{2}(\Phi_N + \Phi_P) \\ \Phi_s = \frac{1}{2}(\Phi_P + \Phi_S) \end{array} \right. \quad (\text{A-1})$$

Remplaçant les formules (A-1) dans l'équation (III.2), on obtient :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_P + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (\text{A-2})$$

$$\text{Ou : } a_P \Phi_P = a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w + F_n - F_s - S_P \Delta x \Delta y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e - \frac{F_e}{2} \\ a_W = D_w + \frac{F_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{F_n}{2} \\ a_S = D_s - \frac{F_s}{2} \end{array} \right. \quad (\text{A-3})$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y$$

Les coefficients de discrétisation  $a_i$  ( $i = E, W, N, S$ ) rassemblent les flux convectif et diffusifs. La deuxième règle de base de la méthode des volumes fini, qui exige que les coefficients  $a_i$  soient tous positifs peut ne pas être vérifié d'après (A-3), pour cela on l'écrit en terme du nombre de Peclet (Pe) afin d'en déduire une condition d'application de ce schéma.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e \left( 1 - \frac{Pe_e}{2} \right) \\ a_W = D_w \left( 1 + \frac{Pe_w}{2} \right) \\ a_N = D_n \left( 1 - \frac{Pe_n}{2} \right) \\ a_S = D_s \left( 1 - \frac{Pe_s}{2} \right) \end{array} \right. \quad (A-4)$$

Avec :  $Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{\Gamma_i}$  : nombre de Peclet qui caractérise le rapport de la convection à la diffusion.

D'après l'équation (A-4) pour que les coefficients  $a_i$  soient positifs, le nombre de Peclet doit être dans l'intervalle  $[-2, 2]$  ( $|Pe| \leq 2$ ).

## 2) Le schéma Upwind (UPS)

On l'appelle aussi le schéma amont. Dans ce schéma, la valeur de la variable  $\Phi$  à l'interface du volume de contrôle n'est pas interpolée. Il est appliqué aux écoulements à dominance convective. Si on considère la figure (III. 1) ; On voit que ce schéma assigne directement  $\Phi_i$  ( $i = e, w, n, s$ ), par exemple :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_e = \Phi_P \text{ si } F_e > 0 \\ \Phi_e = \Phi_E \text{ si } F_e < 0 \\ \Phi_w = \Phi_W \text{ si } F_{we} > 0 \\ \Phi_w = \Phi_P \text{ si } F_w < 0 \\ \Phi_n = \Phi_P \text{ si } F_n > 0 \\ \Phi_n = \Phi_N \text{ si } F_n < 0 \\ \Phi_s = \Phi_S \text{ si } F_s > 0 \\ \Phi_s = \Phi_P \text{ si } F_s < 0 \end{array} \right. \quad (\text{A-5})$$

Cette condition peut être exprimée par l'opérateur :

$$\|A, B\| = \max(A, B)$$

Le schéma Upwind s'écrit donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_e \Phi_e = \Phi_P \|F_e, 0\| - \Phi_E \|-F_e, 0\| \\ F_w \Phi_w = \Phi_W \|F_w, 0\| - \Phi_P \|-F_w, 0\| \\ F_n \Phi_n = \Phi_P \|F_n, 0\| - \Phi_N \|-F_n, 0\| \\ F_s \Phi_s = \Phi_S \|F_s, 0\| - \Phi_P \|-F_s, 0\| \end{array} \right. \quad (\text{A-6})$$

En substituant les expressions (A-6) dans l'équation (III.2), l'équation de discrétisation devient :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b$$

$$a_P = D_e + D_w + D_n + D_s + \|F_e, 0\| + \|-F_w, 0\| + \|F_n, 0\| + \|-F_s, 0\| - S_p \Delta x \Delta y$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = D_e + \|-F_e, 0\| \\ a_W = D_w + \|F_w, 0\| \\ a_N = D_n + \|-F_n, 0\| \\ a_S = D_s + \|F_s, 0\| \end{cases} \quad (\text{A-7})$$

### 3) Schéma hybride (HDS : Hybride Differencing Scheme)

Le schéma HDS est la combinaison des deux schémas précédents (centré et Upwind). En appliquant ce schéma, la variable généralisée  $\Phi$  aux différentes interfaces du volume de contrôle prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \Phi_e = a_e \Phi_P (1 - a_e) \Phi_E \\ \Phi_w = a_w \Phi_P (1 - a_w) \Phi_P \\ \Phi_n = a_n \Phi_P (1 - a_n) \Phi_N \\ \Phi_s = a_s \Phi_P (1 - a_s) \Phi_P \end{cases} \quad (\text{A-8})$$

Ou les coefficients  $a_i$  (i=e, w, n, s) sont définis par :

$$a_i = \begin{cases} 0 & \text{si} & Pe < -2 \rightarrow \text{schéma upwind} \\ \frac{1}{2} & \text{si} & |Pe| \leq 2 \rightarrow \text{schéma centré} \\ 1 & \text{si} & Pe > 2 \rightarrow \text{schéma upwind} \end{cases} \quad (\text{A-9})$$

En substituant les valeurs prises par la variable  $\Phi$  dans l'équation (III.2), on aura :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y + F_e - F_w + F_n - F_s$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$\text{Avec : } \left\{ \begin{array}{l} a_E = \left\| -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0 \right\| \end{array} \right. \quad (\text{A-10})$$

On peut distinguer que le nombre de Peclet est l'élément essentiel pour caractériser le comportement d'un schéma numérique. La limitation des schémas précédents se situe alors comme suite :

- Schéma centré : pour les valeurs de  $|Pe| \leq 2$ .
- Schéma Upwind : surestime la diffusion pour les grands nombre de Peclet.
- Schéma Hybride : son inconvénient est l'erreur maximale lorsque  $|Pe| = 2$ .
- 

#### 4) Formulation générale du problème

L'intégration de l'équation de transport (III.2) donne :

$$(j_e - j_w + j_n + j_s) = (S_c + S_p \Phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{A-11})$$

Ou :

$$j_i = (\rho u_j) \Phi_i - \Gamma_i \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} \right), \text{ avec : si } \left\{ \begin{array}{l} i=e, w \quad \text{alors} \quad u_j=u \quad \text{et} \quad x_j=x \\ i=n, s \quad \text{alors} \quad u_j=v \quad \text{et} \quad x_j=y \end{array} \right. \quad (\text{A-12})$$

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (\text{A-13})$$

Ou :  $F_i$  ( $i = e, w, n, s$ ) sont les débits de masse à travers les faces du volume de contrôle.

Si on multiplie l'équation (A-13) par  $\Phi_p$  et on la retranche de l'équation (A-11), on obtient :

$$(j_e - F_e \Phi_P) - (j_w - F_w \Phi_P) + (j_n - F_n \Phi_P) + (j_s - F_s \Phi_P) = (S_c + S_p \Phi_P) \Delta x \Delta y$$

On peut écrire les paramètres entre parenthèses de l'équation(A-16) comme suite :

$$\left\{ \begin{array}{l} j_e - F_e \Phi_P = a_E (\Phi_P - \Phi_E) \\ j_w - F_w \Phi_P = a_W (\Phi_W - \Phi_P) \\ j_n - F_n \Phi_P = a_N (\Phi_P - \Phi_N) \\ j_s - F_s \Phi_P = a_S (\Phi_S - \Phi_E) \end{array} \right. \quad (\text{A-15})$$

$$\text{Avec : } \left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e A(|Pe_e|) + \|-F_e, 0\| \\ a_W = D_w A(|Pe_w|) + \|F_w, 0\| \\ a_N = D_n A(|Pe_n|) + \|-F_n, 0\| \\ a_S = D_s A(|Pe_s|) + \|F_s, 0\| \end{array} \right. \quad (\text{A-16})$$

L'équation de discrétisation s'écrit sous la forme :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (\text{A-17})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w + F_n - F_s - S_p \Delta x \Delta y$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y$$

$$Pe_i = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{\Gamma_i}, \quad i=(e, w, n, s) \quad (\text{A-18})$$

## 5) Schéma d'ordre supérieur

Les erreurs de discrétisation peuvent être minimisées en utilisant des schémas d'ordre supérieur. Les schémas d'ordre supérieur impliquent l'utilisation de plusieurs points voisins.

Et parmi les schémas qu'on peut trouver, on cite :

### 5-a) Schéma amont du second ordre (SOUS)

Dans ce cas, la valeur de  $\Phi$  à l'interface est déterminée à partir d'une interpolation linéaire entre deux nœuds voisins amont à la face (dans le sens de la vitesse). La valeur de la propriété  $\Phi$  est donner par :

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \frac{3}{2}\Phi_P - \frac{3}{2}\Phi_W \text{ et } \Phi_w = \frac{3}{2}\Phi_W - \frac{3}{2}\Phi_{WW} \\ \Phi_n &= \frac{3}{2}\Phi_P - \frac{3}{2}\Phi_S \text{ et } \Phi_s = \frac{3}{2}\Phi_S - \frac{3}{2}\Phi_{SS} \\ \Phi_e &= \frac{3}{2}\Phi_E - \frac{3}{2}\Phi_{EE} \text{ et } \Phi_w = \frac{3}{2}\Phi_P - \frac{3}{2}\Phi_E \\ \Phi_n &= \frac{3}{2}\Phi_N - \frac{3}{2}\Phi_{NN} \text{ et } \Phi_s = \frac{3}{2}\Phi_P - \frac{3}{2}\Phi_N \end{aligned}$$

Si  $(F_e > 0, F_w > 0, F_n > 0, F_s > 0)$   
Si  $(F_e < 0, F_w < 0, F_n < 0, F_s < 0)$

Dans ce schéma, un point de plus apparait dans la discrétisation ( $\Phi_{EE}, \Phi_{WW}, \Phi_{NN}, \Phi_{SS}$ )

. On écrira donc la relation entre  $\Phi_P$  et ses voisins sous la forme :

1) Si  $(F_e > 0, F_w > 0)$  et  $(F_n > 0, F_s > 0)$  :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + a_{WW} \Phi_{WW} + a_{SS} \Phi_{SS} + b$$

Avec :  $b = S_c \Delta x \Delta y$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e; a_W = D_w + \frac{3}{2}F_w + \frac{3}{2}F_e \\ a_N = D_n; a_S = D_s + \frac{3}{2}F_s + \frac{3}{2}F_n \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{WW} + a_{SS} - S_P \Delta x \Delta y \\ a_{WW} = +\frac{3}{2}F_w; a_{SS} = +\frac{3}{2}F_s \end{array} \right.$$

2) Si  $(F_e < 0, F_w < 0)$  et  $(F_n < 0, F_s < 0)$  :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + a_{EE} \Phi_{EE} + a_{NN} \Phi_{NN} + b$$

Avec :  $b = S_c \Delta x \Delta y$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e; a_W = D_w + \frac{3}{2}F_w + \frac{3}{2}F_e \\ a_N = D_n; a_S = D_s + \frac{3}{2}F_s + \frac{3}{2}F_n \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{WW} + a_{SS} - S_P \Delta x \Delta y \\ a_{EE} = D_e; a_{NN} = D_n \\ a_{WW} = +\frac{3}{2}F_w; a_{SS} = +\frac{3}{2}F_s \end{array} \right.$$

Le schéma QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) a été donné par Leonard en 1979, ce schéma propose d'approximer la variation de la variable  $\Phi$  par une interpolation entre les deux voisin amont et le voisin aval afin d'évaluer la valeur de  $\Phi$  à l'interface du volume de contrôle.

1) Si  $(F_e > 0, F_w > 0)$  et  $(F_n > 0, F_s > 0)$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_e = \frac{6}{8}\Phi_P + \frac{3}{8}\Phi_E - \frac{1}{8}\Phi_W \\ \Phi_w = \frac{6}{8}\Phi_W + \frac{3}{8}\Phi_P - \frac{1}{8}\Phi_{WW} \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \Phi_n = \frac{6}{8}\Phi_P + \frac{3}{8}\Phi_N - \frac{1}{8}\Phi_S \\ \Phi_s = \frac{6}{8}\Phi_S + \frac{3}{8}\Phi_P - \frac{1}{8}\Phi_{SS} \end{array} \right. \quad (\text{A-19})$$

On aura donc la relation :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + a_{WW} \Phi_{WW} + a_{SS} \Phi_{SS} + b$$

Avec :  $b = S_c \Delta x \Delta y$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e - \frac{3}{8}F_e \\ a_W = D_w + \frac{3}{4}F_w + \frac{1}{8}F_e \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} a_N = D_n - \frac{3}{8}F_n \\ a_S = D_s + \frac{3}{4}F_s + \frac{1}{8}F_n \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} a_{WW} = -\frac{1}{8}F_w \\ a_{SS} = -\frac{1}{8}F_s \end{array} \right.$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{WW} + a_{SS} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) - S_P \Delta x \Delta y$$

2) Si  $(F_e < 0, F_w < 0)$  et  $(F_n < 0, F_s < 0)$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_e = \frac{6}{8}\Phi_P + \frac{3}{8}\Phi_E - \frac{1}{8}\Phi_{EE} \\ \Phi_w = \frac{6}{8}\Phi_P + \frac{3}{8}\Phi_W - \frac{1}{8}\Phi_E \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \Phi_n = \frac{6}{8}\Phi_N + \frac{3}{8}\Phi_P - \frac{1}{8}\Phi_{NN} \\ \Phi_s = \frac{6}{8}\Phi_P + \frac{3}{8}\Phi_S - \frac{1}{8}\Phi_N \end{array} \right. \quad (\text{A-20})$$

On aura donc la relation :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + a_{EE} \Phi_{EE} + a_{NN} \Phi_{NN} + b$$

Avec :  $b = S_c \Delta x \Delta y$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e - \frac{6}{8}F_e - \frac{1}{8}F_w \\ a_W = D_w - \frac{3}{8}F_w \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} a_N = D_n - \frac{6}{8}F_n - \frac{1}{8}F_s \\ a_S = D_s - \frac{3}{8}F_s \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} a_{EE} = -\frac{1}{8}F_e \\ a_{NN} = -\frac{1}{8}F_n \end{array} \right.$$

---

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{NN} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) - S_P \Delta x \Delta y$$

## Résumé

Ce présent travail a pour objet d'analyser le comportement d'un écoulement turbulent, biphasique d'un fluide newtonien et non newtonien dans un carrefour à quatre branches à surface libre, pour cela une simulation tridimensionnelle numérique a été réalisée à l'aide de code de calcul fluent qui résout les équations gouvernantes de ces deux fluides par la méthode des volumes finis.

Le but de cette analyse est d'examiner la capacité de code de calcul 3D dans la reproduction des structures d'écoulements qui se développent dans les carrefours en comparant les résultats numériques obtenus avec l'expérimental.

**Mot clés :** écoulement, turbulent, à surface libre, carrefour, Ansys-fluent®, biphasique, gouvernantes.

## Abstract

This present work has for object to analyze the behavior of a turbulent, biphasic flow of a fluid Newtonian and non Newtonian in a crossroads in four branches on the free surface, for it a digital three-dimensional simulation was realized with the code to calculate (fluent), who to solve the ruling equations of these two fluids by the method of the volume finite.

**Keywords:** The digital results were compared with the experimental data realized previously.

## ملخص

هذا العمل انجز على أساس تحليل سلوك سيلان مضطرب، ثنائي الطور لسائل نيوتوني وغير نيوتوني في مفترق طرق ذات أربعة فروع بدون سطح علوي، و لهذا أنجزت محاكاة رقمية ثلاثية الأبعاد بواسطة القانون الحسابي فلوأنت الذي يعطي حلولاً للمعادلات الحاكمة لهذين السائلين بطريقة الأحجام المحدودة.

الهدف من هذا التحليل هو دراسة قدرة القانون الحسابي فلوأنت ثلاثية الأبعاد في استنساخ سلوك السيلان على مستوى مفترق الطرق بمقارنة النتائج الرقمية المتحصل عليها مع نتائج تجريبية منجزة في دراسات سابقة.

الكلمات الأساسية: سيلان، مضطرب، مفترق طرق، فلوأنت، ثنائي الطور.