

Mémoire de Fin de cycle

Pour l'obtention du diplôme de
MASTER EN ELECTROTECHNIQUE

Présenté par :

IDIR Samia

Option : électromécanique

&

BENAMARA Kenza

Option : commande des systèmes électriques

Pour l'obtention du diplôme de
MASTER EN ELECTROTECHNIQUE

Thème

**ETUDE ET OPTIMISATION DE L'ENERGIE PIEZOELECTRIQUE PAR LA
TECHNIQUE NON LINEAIRE PARALLELE**

Encadré par :

Pr. Bachir MAUCHE

REMERCIEMENT

On tient tout d'abord à remercier notre promoteur Mr MAOUCHE, pour nous avoir guidés, encouragé, pour la gentillesse et la patience qu'il a manifestées à notre égard ainsi que pour tous ces conseils.

On remercie tous les membres de jury qui ont accepté d'évaluer et examiner notre travail.

Sans oublier tous ceux qui nous ont soutenues durant toute la période de notre travail.

DEDICACES

A la mémoire de mon père, Qui est toujours dans mon esprit et dans mon cœur, je te dédie aujourd'hui ma réussite.

Que Dieu, le miséricordieux, vous accueille dans son éternel paradis.

A ma mère, Autant de mot évoqué ne sauraient montrer le degré d'amour et d'affection que j'éprouve pour toi. Tu m'as comblé avec ta tendresse et affection tout au long de mon parcours. Tu n'as cessé de me soutenir et de m'encourager durant toutes les années de mes études, tu as toujours été présente à mes côtés pour me consoler quand il fallait. En ce jour mémorable, pour moi ainsi que pour toi, reçoit ce travail en signe de ma vive reconnaissance et mon profonde estime. Puisse le tout puissant te donner santé, bonheur et longue vie afin que je puisse te combler à mon tour.

Sans oublier mes deux frères FAHIM et ABDESLAM, mes sœurs SABRINA, SOUAD, SAKINA, SOUHILA et ma belle-sœur SALIMA, ainsi que tous mes amis en particulier ma binôme KENZA, ma chère copine MERIEM FOURAR et MERIEM KEMOUICHE aussi tout le groupe électromécanique pour tous les bons moments qu'on a passé ensemble et pour leur soutien.

Idir Samia

DEDICASES

Je dédie ce travail à ma sœur HOUA et mon frère IDIR, à ma sœur binôme SAMIA à mes amis proches et loin à toutes les personnes qui ont apporté la moindre petite attention,

Et que je réserve les meilleurs hommages à mes très chers parents, je peux vous dire qu'autant de phrases et d'expressions aussi éloquentes ne sauraient exprimer ma gratitude et ma reconnaissance. Vous avez su m'inculquer le sens de la responsabilité, de l'optimisme et de la confiance en soi face aux difficultés de la vie. Vos conseils ont toujours guidé mes pas vers la réussite. Votre patience sans fin, votre compréhension et votre encouragement sont pour moi le soutien indispensable que vous avez toujours su m'apporter. Je vous dois ce que je suis aujourd'hui et ce que je serai demain et je ferai toujours de mon mieux pour rester votre fierté et ne jamais vous décevoir.

Que Dieu le tout puissant vous préserve, vous accorde santé, bonheur, quiétude de l'esprit et protège de tout mal.

BENAMARA KENZA

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENT

DEDICACES

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
I- Généralités sur la piézoélectricité.....	3
I.1- Introduction.....	4
I.2- Matériaux diélectriques.....	4
I.3- Ferroélectricité.....	4
I.3.1- Définition.....	4
I.3.2- Classes cristallines	5
I.3.3- Cycles d'hystérésis et la température de curie	6
I.3.4- Polarisation des ferroélectriques.....	7
I.4- Piézoélectricité	8
I.4.1- Définition.....	8
I.4.2- Théorème de Gauss	8
I.4.3- Polarisation des piézoélectriques	9
I.4.4- Effet direct et inverse de la piézoélectricité	11
I.5- Fonctions de la piézoélectricité.....	11
I.5.1- Générateur	12
I.5.2- Actionneur.....	12
I.5.3- Transformateur.....	12
I.5.4- Capteur	13
I.6- Applications de la piézoélectricité	13
I.7- Conclusion	14
II- Modélisation mécanique	15
II.1- Introduction.....	16
II.2- Caractéristiques.....	16
II.3- Action mécanique	16
II.4- Contrainte	17

II.5- Déformation.....	18
II.5.1- Relation contrainte et déformation	18
II.6- Types de déformation.....	19
II.6.1- Cisaillement.....	19
II.6.2- Torsion	19
II.6.3- Traction et compression.....	20
II.6.4- Flexion.....	20
II.7- Tenseurs.....	21
II.7.1- Définition.....	21
II.7.2- Tenseur de contrainte	21
II.7.3- Tenseur de déformation	25
II.7.4- Contrainte et déformation	26
II.7.5- Couplage électromécanique.....	26
II.7.5.1- Différents modes de couplage	28
II.7.5.2- Equations de la piézoélectricité.....	29
II.8- Conclusion	29
III- Récupération et optimisation de l'énergie	31
III.1-Introduction.....	32
III.2-Modèle géométrique	32
III.3-Modélisation dynamique	34
III.3.1- Variation quelconque	34
III.3.2- Variation sinusoïdale	35
III.3.3- Récupération de l'énergie alternative	37
III.3.4- Récupération de l'énergie continue.....	40
III.4-Technique d'optimisation non linéaire SSHI	43
III.4.1- Optimisation non linéaire en alternative.....	43
III.4.2- Optimisation non linéaire en continue.....	46
III.4.3- Comparaison entre les puissances continues classique et optimisée	49
III.5-Conclusion	49
CONCLUSION GENERALE.....	51

Liste des figures

Figure I.1 : Classe cristallines.....	5
Figure I.2 : Cycle d'hystérésis théorique d'un matériau ferroélectrique.....	7
Figure I.3 : Moment dipolaire.....	8
Figure I.4 : Polarisation par application d'un champ électrique dans les matériaux.....	9
Figure I.5 : Effet piézoélectrique.....	11
Figure I.6 : Poutre vibrante.....	12
Figure II.1 : Force Contrainte.....	17
Figure II.2 : Exemple de cisaillement.....	19
Figure II.3 : Barre soumise à la torsion.....	19
Figure II.4.1 : Traction.....	20
Figure II.4.2 : Compression.....	20
Figure II.5 : Exemple de flexion.....	20
Figure II.6 : Contrainte exercée sur un cube.....	23
Figure II.7 : Directions des contraintes dans un cube.....	24
Figure II.8 : Interactions entre les grandeurs physiques d'un matériau piézoélectrique.....	27
Figure III.1 : Générateur piézoélectrique.....	32
Figure III.2 : Modèle géométrique du piézoélectrique.....	33
Figure III.3 : Schéma électrique équivalent.....	37
Figure III.4 : Grandeurs mécaniques et électriques altératives.....	38
Figure III.5 : Puissance alternative en fonction de la résistance de charge.....	39
Figure III.6 : Schéma électrique équivalent de la technique continue.....	40

Figure III.7 : Grandeurs mécaniques et électriques dans le cas continu.....	41
Figure III.8 : Puissance en fonction de la résistance pour le continu.....	42
Figure III.9 : Schéma électrique d'optimisation alternative.....	44
Figure III.10 : Grandeurs mécaniques et électriques dans le cas alternatif optimisé.....	45
Figure III.11 : Technique SSHI parallèle continu.....	46
Figure III.12 : Grandeurs mécaniques et électriques dans le cas continu optimisé.....	47
Figure III.13 : Puissance en fonction de la résistance pour différentes valeurs du coefficient d'inversion.....	48
Figure III.14 : Comparaison des puissances entre le continu classique et le continu optimisé.....	49

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Différentes applications.....	13
Tableau II.1 : Différents modes de vibration piézoélectrique.....	28
Tableau II.2 : Les constantes décrivant les équations piézoélectriques.....	29
Tableau III.3 : Caractéristiques de la poutre et du matériau piézoélectrique.....	34

INTRODUCTION GENERALE

Ces dernières années, les applications mettant en œuvre les matériaux piézoélectriques se sont considérablement développées. Ils sont particulièrement intéressants, en raison de leur tension élevée et de leur configuration compacte s'intégrant facilement dans la conception de petits appareils autoalimentés. La piézoélectricité est une énergie électromécanique convertible. Utilisée dans plusieurs domaines (domestique, automobile, avionique, biomédicale, ...) pour réaliser plusieurs fonctions (générateur, capteur, actionneur, transformateur), cette énergie renouvelable prend son essor et ses produits sont partout.

Comme générateur, l'énergie initiale est très présente dans l'environnement (vibrations ou impulsions générées par le vent, par un moteur, une voiture, appareils électroménagers, les chocs que subit un véhicule sur une chaussée déformée, ...). Plusieurs transductions sont utilisables pour un transfert de l'énergie du domaine mécanique au domaine électrique. La tension fournie par l'élément piézoélectrique ne permet pas une alimentation directe des circuits électriques, il est donc nécessaire d'introduire un circuit de conversion constitué d'un redresseur, d'un filtrage auxquels on rajoute un dispositif non linéaire permettant l'optimisation de la puissance de sortie.

Ce mémoire est composé de trois chapitres. Le premier chapitre expose un rappel sur le phénomène de la piézoélectricité à travers ses principes fondamentaux, son historique et ses différentes applications.

Le deuxième chapitre s'articule autour de la modélisation mécanique. Nous établissons les équations électriques et mécaniques en passant par le coefficient de couplage électromécanique qui permet de quantifier l'efficacité de la transformation de l'énergie et les différents modes de couplage de la déformation.

Le troisième chapitre s'intéresse l'optimisation de l'énergie électrique. Quatre différentes techniques sont présentées ; la technique classique alternative dite aussi standard, la technique classique continue, ou on rajoute à la précédente un redresseur et un filtre, la technique non linéaire appelée SSHI (*Synchronized Switch Harvesting Inductor*). Ces techniques sont étudiées en régime sinusoïdale et une comparaison de la puissance récupérée est effectuée.

1^{er} CHAPITRE

I- Généralités sur la piézoélectricité

I.1- Introduction

Dans ce qui suit, on décrit la piézoélectricité à travers les phénomènes mis en jeux et ses différents effets physiques. On se base sur la polarisation diélectrique et les différents matériaux piézoélectriques (polymères, céramique, cristallins). Enfin, on cite quelques applications où seule la piézoélectricité est plus adéquate.

I.2- Matériaux diélectriques

Les isolants ou diélectriques sont des matériaux ayant une résistivité très élevée : 10^8 à $10^{16} \Omega$ Car ils contiennent très peu d'électrons libres. Un isolant est caractérisé par ses propriétés Électriques, mécaniques, chimiques et thermiques. Un bon isolant ne devrait pas laisser passer le courant lorsqu'il est soumis à une tension continue. Autrement dit, sa résistance en court-circuit doit être infiniment grande.

Cependant, en pratique, un courant de fuite très faible circule dans tous les matériaux isolants utilisés en haute tension continue. Le courant passant à travers un isolant en HT continue est également constant et est appelé courant résiduel. En HT alternative, n'importe quel matériau isolant laisserait passer un courant capacitif. [1]

I.3- Ferroélectricité

I.3.1- Définition

Le terme ferroélectrique est dû à l'analogie entre le comportement électrique de ces matériaux et le comportement magnétique des composés ferromagnétiques en particulier des Ferrites ; il existe donc une similitude entre la ferroélectricité et le ferromagnétisme : à basse Température les matériaux ferromagnétiques et ferroélectriques, les ferromagnétiques possèdent une aimantation spontanée, les ferroélectriques possèdent une polarisation spontanée. Tous les deux présentent des phénomènes d'hystérésis (dépendant du champ magnétique ou électrique appliqué) qui

disparaissent au-dessus d'une température appelée température de Curie par référence au magnétisme.

La phase ferroélectrique est un état particulier présentant une polarisation rémanente qui peut être renversée par l'application d'un champ électrique externe. La réversibilité de la polarisation est considérée comme un cas spécial dans la réorientation de la polarisation. [2]

I.3.2- Classes cristallines

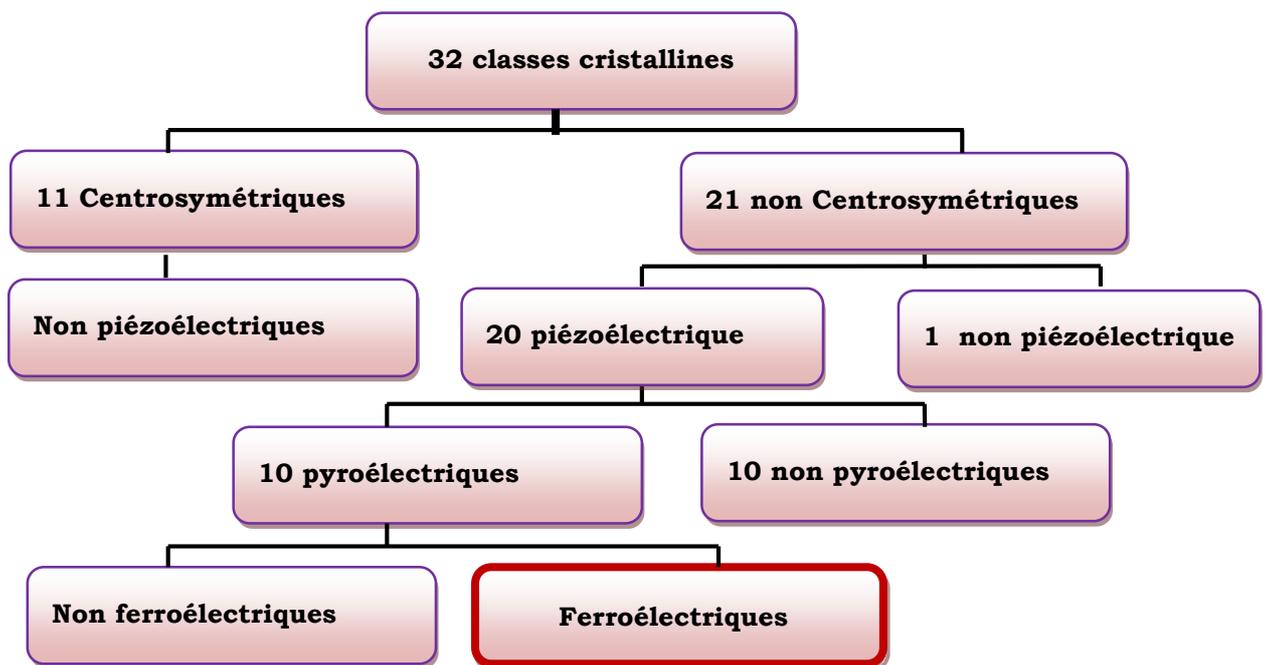


Figure 1 : Classes cristallines

Parmi les 32 classes cristallines ou groupes ponctuels, 21 sont non Centro-symétriques ; c'est-à-dire dépourvues de centre de symétrie. Elles pourront donc conduire à la Piézoélectricité (Figure I.1). Cependant, parmi celles-ci, la classe 32, bien que non Centro symétrique, est non piézoélectrique car tous ses coefficients piézoélectriques sont nuls. Il n'y a donc que 20 classes piézoélectriques, dans le sens où une contrainte mécanique entraîne une polarisation (effet direct) et un champ électrique peut induire une déformation (effet inverse). Parmi ces 20 classes

piézoélectriques, 10 d'entre elles présentent un axe polaire unique et correspondent à des cristaux polaires. Les classes concernées sont les classes : 1mm, 2.2mm, 3.3mm, 4.4mm, 6.6mm. De tels cristaux piézoélectriques, possédant une polarisation spontanée, sont dits pyro-électriques. Une de leurs caractéristiques essentielles est que la polarisation spontanée varie avec la température.

Parmi ces 10 classes pyro-électriques, certaines offrent la possibilité d'une inversion de polarisation par l'application d'un champ électrique ; ce sont les ferroélectriques. [3]

I.3.3- Cycles d'hystérésis et la température de curie

Le cycle d'hystérésis représente l'évolution de la polarisation P en fonction du champ électrique E appliqué (Figure I.2). Un tel cycle traduit d'une part, l'histoire électrique du matériau, et d'autre part, la réponse non linéaire de la polarisation et son changement de direction selon le champ électrique appliqué. La polarisation résultante peut être inversée sous l'effet d'un champ électrique de sens contraire et prendre une valeur persistante, appelée polarisation rémanente $\pm P_r$, et ce, même en l'absence de l'application d'un champ électrique extérieur. [2]

La courbe en pointillés correspond à la courbe de première polarisation. Les petits schémas représentent l'évolution de la structuration en domaines ferroélectriques du matériau.

La polarisation rémanente induite par orientation des dipôles n'est stable que dans un domaine de température donné. Au-delà de la température de Curie " T_c ", il se produit une transition de phase. Le matériau passe de l'état ferroélectrique à l'état para électrique et il ne présente plus alors l'effet piézoélectrique. Cette température est l'un des critères de choix de céramiques piézoélectriques ; en fait, plus le point de Curie est grand, plus la gamme en température d'utilisation de la céramique est importante.

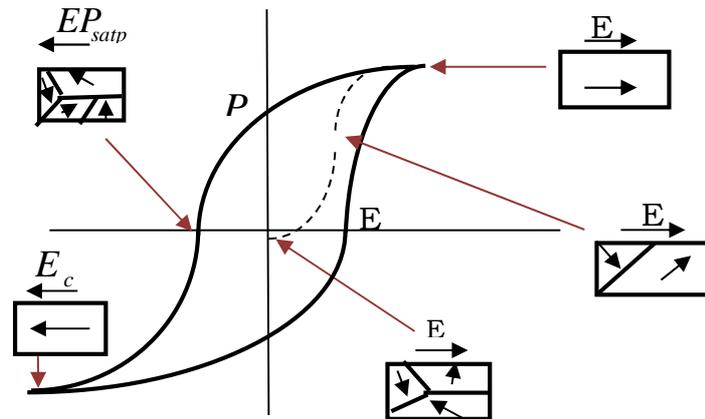


Figure I.2 : Cycle d'hystérésis théorique d'un matériau ferroélectrique

I.3.4- Polarisation des ferroélectriques

Lors de l'application d'un champ électrique sur un matériau ferroélectrique, les molécules sous atomes dont il est constitué sont déformées de telle manière que les barycentres des charges positives et négatives qui les composent ne coïncident plus, comme la montre

La figure (I.3):

Cette situation se présentant pour certaines molécules même en l'absence d'un champ électrique extérieur (exemple, la molécule d'eau). Un tel atome ou une telle molécule possède ce que l'on nomme un "moment dipolaire électrique" [induit (Les pertes diélectriques sont dues aux mouvements des porteurs de charges, l'effet de ces mouvement est appelé polarisation induite) ou spontané], grandeur qui caractérise à la fois la distance entre ces barycentres et la valeur absolue des charges déplacées. S'il existe, ce moment dipolaire est porté par chacun des "groupements neutres" qui forment le matériau, et l'on définit la vectrice polarisation P comme la moyenne volumique de ce moment dipolaire.

Cette polarisation P crée elle-même un champ électrique E qui se superpose, à l'intérieur du matériau, à un éventuel champ initialement appliqué. La vectrice polarisation est proportionnelle au champ électrique appliqué E . [4]

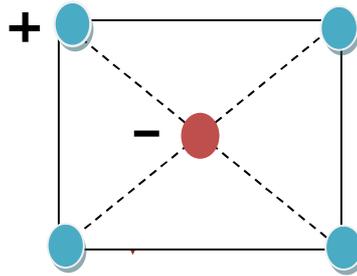


Figure I.3 : Moment dipolaire

I.4- Piézoélectricité

I.4.1- Définition

La piézoélectricité est un phénomène physique présent chez certains matériaux ayant une structure cristalline. Il s'agit d'une polarisation électrique induite par une déformation mécanique. Inversement, un matériau subit une déformation mécanique sous l'effet d'un champ électrique. D'une manière générale, un matériau piézoélectrique est donc capable de coupler les énergies élastiques et électriques. Ce couplage a été observée qualitativement pour la première fois par l'abbé René Just Haüy en 1817, mais on en attribue la découverte à Pierre et Jacques Curie qui ont fait l'étude théorique et expérimentale en 1880.

I.4.2- Théorème de Gauss

En considérant une densité charges ρ , le champ électrique est lié à ces charges par le théorème de Gauss :

$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E}) = \rho \quad (\text{I.1})$$

$$\varepsilon_0 = 10^{-9} / 36\pi \text{ A}^2 \text{ S}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ m}^{-3}$$

I.4.3- Polarisation des piézoélectriques

Le phénomène piézoélectrique apparaît par la déformation mécanique du dipôle élémentaire de la maille cristalline. Le matériau piézoélectrique est très souvent sous forme poly-cristalline, que ce soit en massif ou en couches minces. Ainsi, à l'état naturel ou après élaboration, les dipôles électriques sont orientés de façon aléatoire et le matériau ne présente aucun effet piézoélectrique. Pour ce faire, il est nécessaire de procéder à une étape dite de polarisation qui consiste à appliquer un champ électrique intense afin d'orienter les polarisations des microcristaux dans la même direction. [7]

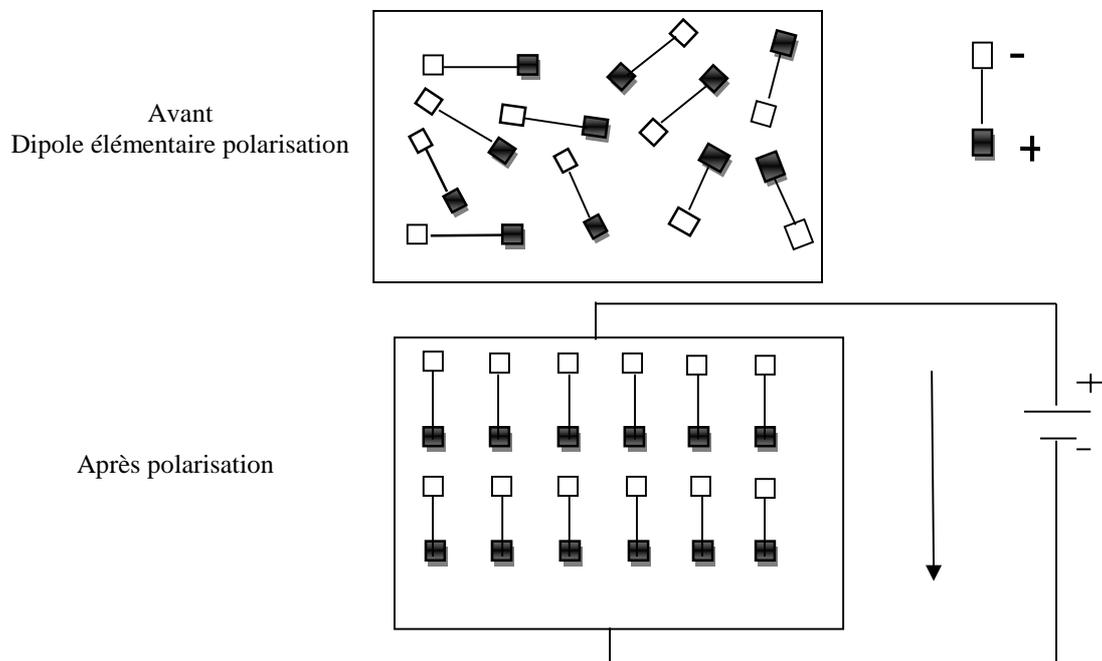


Figure I.4 : Polarisation par application d'un champ électrique dans les matériaux

Le champ de polarisation caractérise un déplacement de charges positives par rapport aux charges négatives. S'il est non-uniforme sur un volume donné, sa variation se traduit par un excès de charges positives hors du volume considéré. D'un point de vue quantitatif, cela permet de définir une densité volumique de charge de polarisation ρ_p telle que :

$$\operatorname{div} \vec{P} = -\rho_p \quad (I.2)$$

Cette dernière relation montre qu'une polarisation P non uniforme dans le matériau correspond à la création d'une densité de charge ρ_p , de signe opposé à celui de la divergence de P .

Par rapport au vide, un milieu matériel peut donc contenir une densité de charge de polarisation non-nulle (des charges liées, définies par la densité volumique ρ_p) en plus d'éventuelles charges libres (caractérisées par leur densité volumique ρ). Cette ensemble de charges est responsable du champ électrique E dans le matériau, créé à la fois par les charges libres et les charges liées. L'expression du théorème de Gauss (I.1) devient alors, dans le cas d'un milieu matériel :

$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E}) = \rho + \rho_p \quad (\text{I.3})$$

De (I.2) et (I.3) on en déduit que :

$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho \quad (\text{I.4})$$

Cela permet de définir le champ de déplacement électrique (ou induction électrique) D par :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{I.5})$$

Le théorème de Gauss dans un milieu matériel s'écrit alors :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{I.6})$$

La polarisation du milieu décrite se traduit par une relation entre E et P . Lorsque le matériau est linéaire, la polarisation est proportionnelle au champ électrique, ce qui s'écrit :

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E} \quad (\text{I.7})$$

Avec χ_e : la susceptibilité électrique.

De l'équation (I.5) et (I.7) :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} \quad (\text{I.8})$$

On note :

$$\begin{cases} \varepsilon_r = 1 + \chi_e & (a) \\ \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 & (b) \end{cases} \quad (I.9)$$

ε : Permittivité du milieu

ε_r : Permittivité relative

I.4.4- Effet direct et inverse de la piézoélectricité

L'effet piézoélectrique a deux propriétés : lorsque il y'a aucune contrainte, les charges électriques s'annulent, et lorsque le sens des contraintes est inversé, le signe des charges est inversé, il existe deux effets :

L'effet piézoélectrique direct correspond à l'apparition de charge sous une contrainte, elle permet d'utiliser les matériaux piézoélectriques comme capteurs puisque de l'information qui est sous la forme d'une tension sur la déformation de la structure mécanique peut être récupère par contre l'effet inverse correspond à une déformation du matériau lorsqu'on applique un champ électrique dans le matériau.

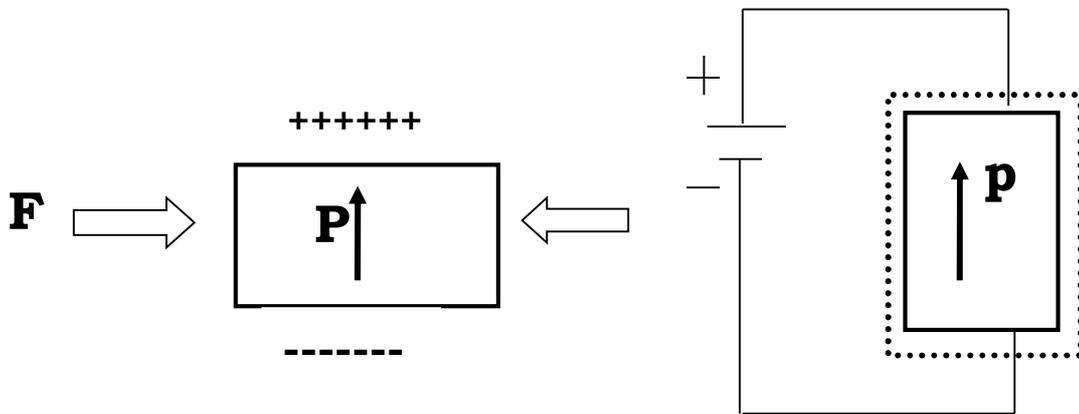


Figure I.5 : Effet piézoélectrique

I.5- Fonctions de la piézoélectricité

La piézoélectricité englobe plusieurs applications qu'on citera ci-dessous :

I.5.1- Générateur

L'objectif de ces systèmes est de récupérer de l'énergie à partir des vibrations mécaniques. Pour récupérer le maximum d'énergie de ces vibrations.

Le système mécanique résonant le plus simple et le plus utilisé est une poutre dont l'une des extrémités est encastree et l'autre est libre. Lorsqu'elle est soumise à des vibrations, une partie de la poutre est en élancement et l'autre en compression, et ce, de part et d'autre de la fibre neutre (Figure 9). Plus nous nous éloignons de la fibre neutre, plus la valeur de contrainte sera importante. [8]

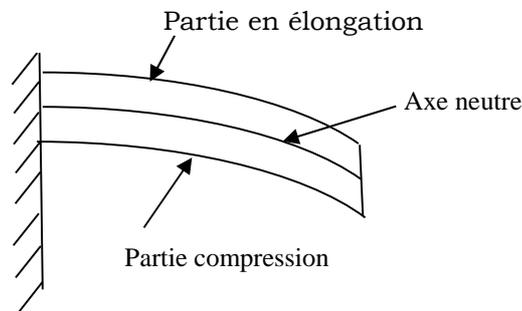


Figure I.6 : Poutre vibrante

I.5.2- Actionneur

Actionneur piézoélectrique est très utilisé dans le monde industriel. Cependant, le transfert entre la tension appliquée aux bornes du matériau et la déformation de celui-ci n'est cependant pas linéaire. Il est alors nécessaire de développer des commandes adaptées à ce type d'actionneur, en particulier pour compenser les non-linéarités. [11]

I.5.3- Transformateur

L'émergence des transformateurs piézoélectriques coïncident avec le développement dans les années 1950 des céramiques ferroélectriques. Ils offrent des performances remarquables en termes de gain en tension et rendement utiles pour des applications nécessitant une adaptation de tension ou une isolation galvanique. [10]

I.5.4- Capteur

Le capteur piézoélectrique est utilisé en tant que détecteur de chocs ou de percussions. Il capte les vibrations mécaniques qui se transforment en signal électrique (capteur de vitesse, capteur de force, capteur de pression, capteur ultrason, capteur de proximité, capteur de vibration).

I.6- Applications de la piézoélectricité

Les matériaux piézoélectriques, connaissent un vaste champ d'application qui augmente au fil du temps, et ce dans différents domaines : les générateurs, les capteurs...

Tableau I.1 : Différentes applications

Effet piézoélectrique direct	Générateurs d'impulsion haute tension et micro générateur en continue	<ul style="list-style-type: none"> • Allumage des explosifs • Allumage des gaz • Briquets • Chaussures piézoélectriques • Touches piézoélectriques d'un clavier d'ordinateur • Pavée, des dalles qui produisent de l'électricité en marchant dessus • Smartphone piézoélectrique flexible
	Capteurs	<ul style="list-style-type: none"> • Microphones, • Télécommande • Accéléromètres • Jauges de dureté, de contraintes
Effet piézoélectrique inverse	Transducteurs ultrasonores de puissance	<ul style="list-style-type: none"> • Perçage et soudage par ultrasons • Nettoyage ultrasonore • Projecteur sonar
	Dispositifs de positionnement	<ul style="list-style-type: none"> • Contrôle des mouvements en mécanique • Actuateurs pour positionnement des miroirs • Moteurs piézoélectriques • Imprimante à jet d'encre
Effets direct et inverse	Transducteurs ultrasonores de faible puissance	<ul style="list-style-type: none"> • Contrôle non destructif • Lignes à retard Filtres électromécaniques • Capteurs sonar • Diagnostic médical

I.7- Conclusion

Au cours de ce chapitre, une description du phénomène piézoélectrique est proposée à travers les effets direct et inverse, et une vue générale sur les diélectriques, ferroélectrique et la polarisation. Une présentation succincte des différents domaines d'applications est aussi exposée.

2^{ème} CHAPITRE

II-Modélisation mécanique

II.1- Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les contraintes et les déformations d'un matériau piézoélectrique tout en introduisant les différents types de déformation : torsion, cisaillement, flexion, traction et compression. Ensuite, nous nous intéressons au couplage électromécanique, ainsi qu'à ses différents modes (longitudinal et transversal) et les équations régissant la piézoélectricité.

II.2- Caractéristiques

On caractérise mécaniquement un matériau par sept propriétés identifiables et mesurables. Chacune de ces caractéristiques fait l'objet de tests ou de mesures normalisés et bien définis.

- **Élasticité** : Capacité du matériau à se déformer élastiquement et de manière réversible.
- **Résistance** : Capacité du matériau à résister à la rupture.
- **Ductilité** : Capacité du matériau à se déformer plastiquement, de manière irréversible.
- **Ténacité** : Capacité à résister à la propagation d'une fissure.
- **Dureté** : Capacité d'un matériau à résister à la pénétration.
- **Résilience** : Capacité d'un matériau à résister au choc.
- **Résistance à la fatigue** : Capacité d'un matériau à résister à de nombreuses sollicitations.

II.3- Action mécanique

Modéliser un matériau ou son comportement est un processus important pour sa compréhension. L'action mécanique est un concept utilisé pour décrire tous les phénomènes provoquant un mouvement ou une déformation. Ce concept regroupe les notions de force et de couple utilisées en mécanique générale.

On peut classer les actions mécaniques en deux grandes familles :

- ✓ Les actions à distance : le poids et les forces électromagnétiques.
- ✓ Les actions de contact : résultant du contact entre deux objets.

De l'action mécanique, il en résulte ce qui suit :

- ✓ Traction ou compression
- ✓ Cisaillement
- ✓ Torsion
- ✓ Flexion

II.4- Contrainte

Lors d'une sollicitation, un matériau peut réagir de différentes manières (par échauffement thermique, par déformation élastique, déformation plastique, par formation et croissance de microcavités ou de microfissures).

La contrainte caractérise l'état de sollicitation mécanique (efforts internes) en tout point du matériau, indépendamment de sa nature et de ses caractéristiques de résistance. [13]

La contrainte est une densité surfacique de force exprimée en $[N/m^2]$, tel que :

$$T = F / A \quad (II.1)$$

Ou F : est la force exprimée en $[N]$

A : la surface exprimée en $[m^2]$

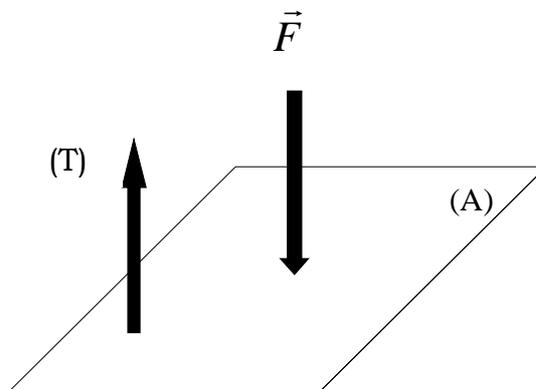


Figure II.1 : Force et contrainte

II.5- Déformation

Sous l'action d'une contrainte, tous les corps changent de forme, de position et d'orientation. Les déformations caractérisent le changement de forme local en tout point du matériau, indépendamment de sa nature et de ses caractéristiques de résistance. [13]

La déformation pour une traction simple, est le rapport entre l'allongement et la longueur initiale :

$$S = \Delta / l_0 \quad (\text{II.2})$$

La capacité d'une pièce à se déformer et à résister aux efforts dépend de trois paramètres :

- La forme de la pièce.
- La nature du matériau.
- Des processus de fabrication : traitement thermique, traitement de surface, etc.

II.5.1- Relation contrainte et déformation

Un matériau soumis à des forces mécaniques conduit aux notions de contrainte et de déformation. La définition de ces deux notions est due à Augustin CAUCHY (1789-1857). Quand on soumet un corps à l'action de forces extérieures, des contraintes s'établissent par réaction, à l'intérieur de ce corps. A ces contraintes sont associées des déformations. [14]

Celons la loi de Hooke, il existe une relation linéaire entre la contrainte et la déformation donnée par la relation (II.4) :

$$T = cS \quad (\text{II.4})$$

Où c module de Young exprimé en $[N/m^2]$

II.6- Types de déformation

II.6.1- Cisaillement

Une contrainte de cisaillement est une contrainte appliquée parallèlement ou tangentiellement à une face d'un matériau, par opposition aux contraintes normales qui sont appliquées de manière perpendiculaire.

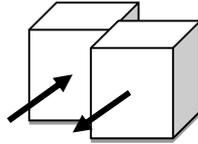


Figure II.2 : Exemple de cisaillement

II.6.2- Torsion

La torsion est la sollicitation subie par un corps soumis à l'action d'un couple de forces opposées agissant dans des plans parallèles et dont l'élément de réduction est un moment de force agissant dans l'axe de la poutre.



Figure II.3 : Barre soumise à la torsion

II.6.3- Traction et compression

La traction (compression) est l'action appliquée aux extrémités du matériau par deux forces égales et opposées, portées par la même ligne, tel que la traction est allongement contrairement à la compression.

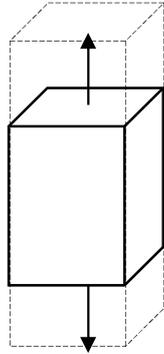


Figure II.4.1 : Traction

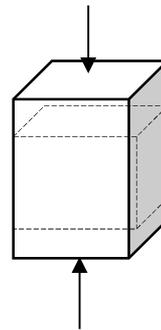


Figure II.4.2 : Compression

II.6.4- Flexion

La flexion est la déformation d'un objet qui se traduit par une courbure à l'application d'une force. Dans le cas d'une poutre, elle tend à rapprocher ces deux extrémités. Montré sur la figure (II.5).

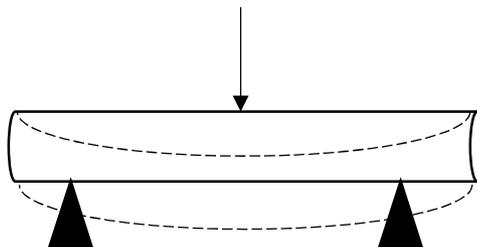


Figure II.5 : Exemple de flexion

II.7- Tenseurs

II.7.1- Définition

On définit mathématiquement les tenseurs comme les objets mathématiques restant invariants par changement de base. Pour que la norme d'un vecteur \vec{u} ne change pas en changeant de base, on applique la règle classique $\vec{u}_1 = P^{-1}\vec{u}$, ou P : la matrice de passage de l'ancienne vers la nouvelle base.

On se place dans un espace de dimension d , avec en général $d = 2$ ou $d = 3$. On considère une quantité physique disons a , décrite par un tenseur de rang n , que l'on note a_{ijk} , le nombre de quantités scalaires pour décrire cette quantité physique est n^d .

II.7.2- Tenseur de contrainte

Le tenseur des contraintes est une représentation utilisée pour caractériser l'état de contrainte, c'est-à-dire les efforts intérieurs mis en jeu entre les portions déformées du milieu.

On exprime la force pour un point P en fonction du tenseur des contraintes $T(p)$, tel que :

$$d\vec{F} = T(p)\vec{n}.dA \quad (\text{II.5})$$

dA : Élément de section

Considérons à l'intérieur d'un corps un parallélépipède infiniment petit autour d'un point P et d'arêtes parallèles aux axes de coordonnées rectangulaires Ox, Oy, Oz comme le montre la figure(II.6).

Sur chaque face du parallélépipède, une force se décompose en trois composantes est exercée.

Pour une face perpendiculaire à l'axe Ox , on a les composantes de contrainte :

T_1 Parallèle à l'axe Ox : contrainte normale de compression ou d'allongement

T_2 Parallèle à l'axe O_y : contrainte de cisaillement,

T_3 Parallèle à l'axe O_z : rotation en équilibre

On adopte la même définition pour les faces perpendiculaires à l'axe O_y et à l'axe O_z . On définit ainsi 9 composantes de la contrainte autour du point P que l'on peut designer par T_{ij} :

T_{ii} : Représente les composantes normales de la contrainte

T_{ij} ($i \neq j$) : Représente les composantes de cisaillement (ou tangentiels)

qui sont symétriques.

On décrit donc l'état de contrainte par le tenseur qui suit :

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \quad (II.6)$$

Le tenseur des contraintes est toujours symétrique, c'est-à-dire que :

$$\begin{cases} T_{12} = T_{21} \\ T_{13} = T_{31} \\ T_{23} = T_{32} \end{cases} \quad (II.7)$$

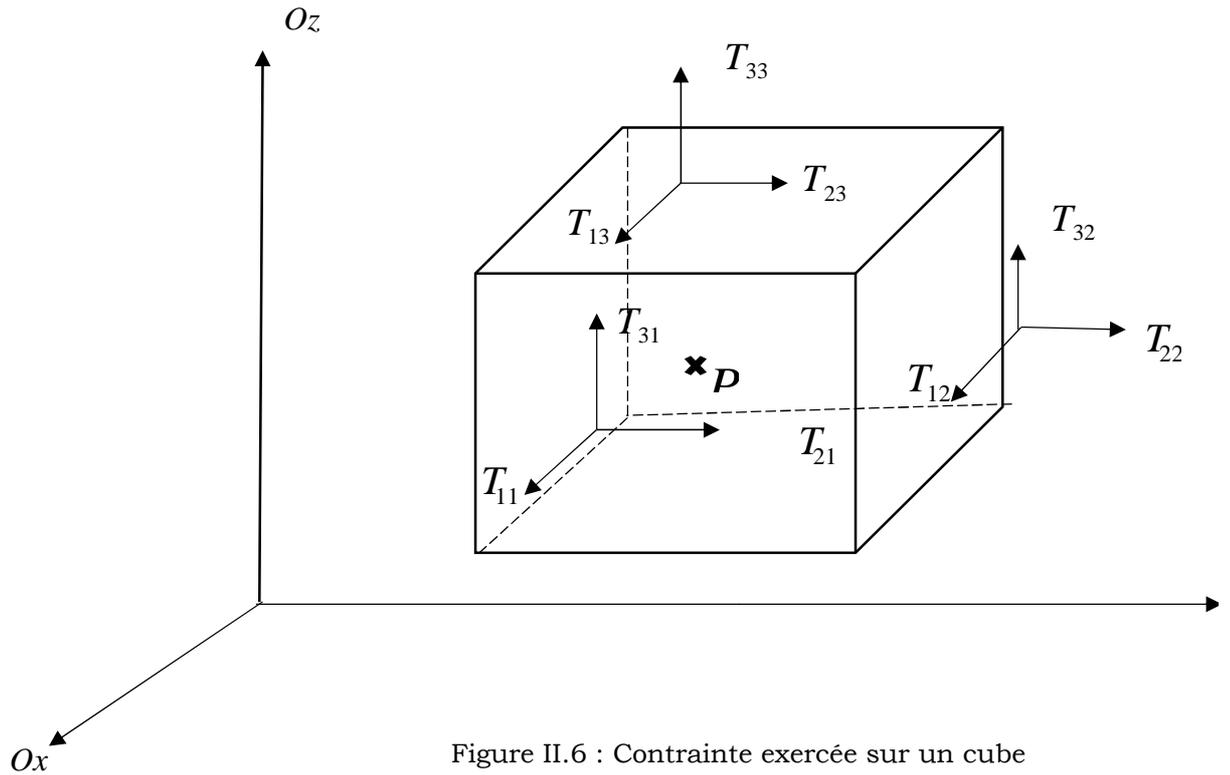


Figure II.6 : Contrainte exercée sur un cube

On obtient alors :

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ & T_{22} & T_{23} \\ & & T_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Du fait de cette symétrie, on peut écrire le tenseur comme un vecteur, selon la **notation de Voigt**. Cette notation permet de passer d'une matrice à un vecteur (6×1). Il existe 6 mouvements différents : un mouvement de translation suivant chacun des trois axes (notés 1, 2 et 3) et trois mouvements de rotation autour de ces mêmes trois axes (notés 4, 5 et 6 respectivement), cela est montré sur la figure (II.7).

$$\begin{cases} T_1 = T_{11} \\ T_2 = T_{22} \\ T_3 = T_{33} \\ T_4 = T_{23} \\ T_5 = T_{13} \\ T_6 = T_{12} \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

On peut alors mettre le tenseur sous la forme :

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

Ceci facilite l'écriture de la loi de Hooke généralisée. On voit aussi que l'espace des contraintes est un **espace vectoriel** à six dimensions. [17]

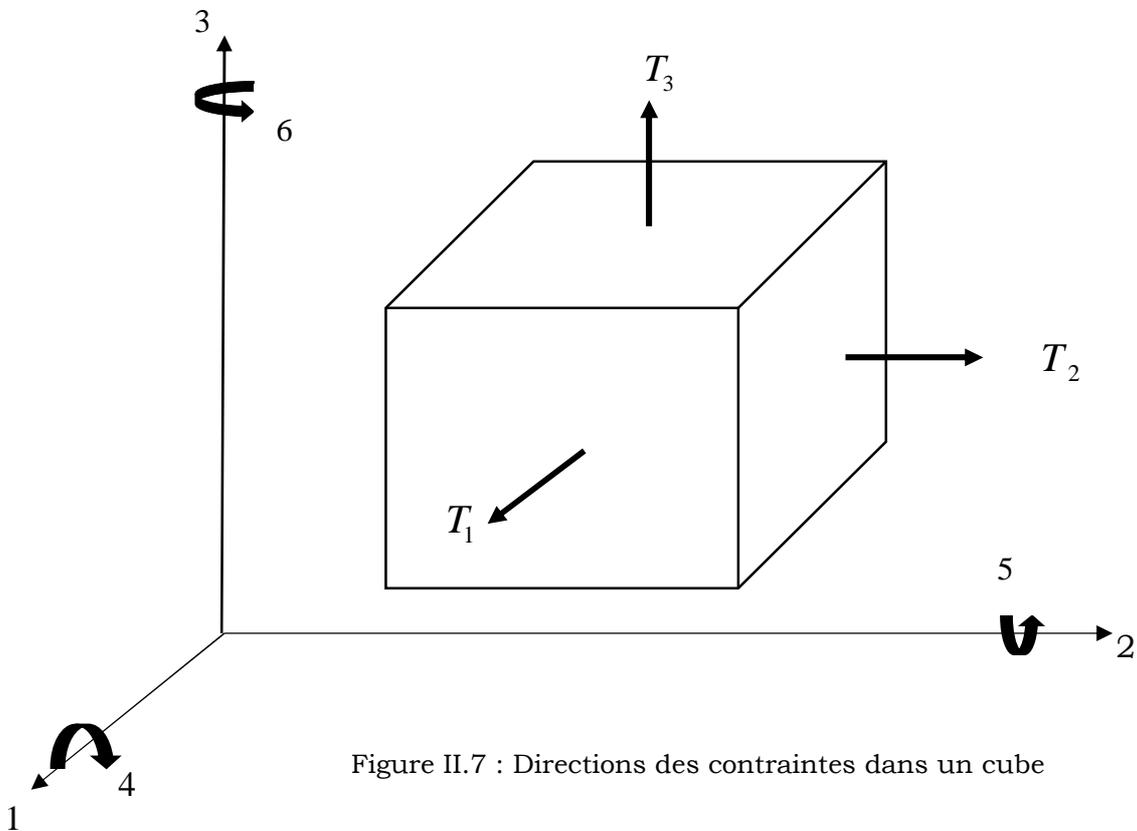


Figure II.7 : Directions des contraintes dans un cube

II.7.3- Tenseur de déformation

Soient dans un solide non déformé d'un point P de coordonnées x_i dans une base orthonormée pour $i = 1, 2, 3$.

Supposons que chaque point du solide subisse un déplacement $\vec{u}(x_i)$ défini de façon unique et dépendent des coordonnées du point donné :

P Vient en P' de coordonné x'_i

$$\vec{u}(x_i) = x'_i - x_i \quad (\text{II.11})$$

Si l'on fait l'hypothèse des petites déformations, le tenseur des déformations linéaires est sous forme suivante :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.12})$$

De par sa définition, ce tenseur est symétrique, sa représentation est de ce fait symbolisée par une matrice 3×3 symétrique telle que :

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{II.13})$$

L'écriture des tenseurs de déformation sous forme d'une matrice symétrique, suggère une représentation sous forme d'un vecteur colonne à six composantes (notation dite de Voigt) :

$$S = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

II.7.4- Contrainte et déformation

Pour établir la relation entre le changement de forme d'une structure et les efforts qui lui sont appliqués, i.e. la relation Contrainte- Déformation, il faut faire un appel à la loi de comportement du matériau, son équation d'état en termes de T et S vraies qui s'écrit de manière générale comme une fonction tensorielle des tenseurs de contrainte et de déformation et de leurs dérivées temporelles :

$$S_i = s_{ij} T_j ; i, j = \overline{1,6} \quad (\text{II.15})$$

$s_{ij} (m^2 / N)$ C'est des coefficients de souplesse, ils représentent l'inverse du module de Young.

Pour $i, j = \overline{1,3}$; S_i représente les déformations dues aux contraintes de translation.

$i, j = \overline{4,6}$; S_i représente les déformations dues aux contraintes de cisaillement.

II.7.5- Couplage électromécanique

Pour déterminer la conversion électromécanique dans un matériau piézoélectrique, il faut considérer de façon globale les différentes valeurs des coefficients mécaniques, électriques et piézoélectriques, ce qui n'est pas aisé compte tenu de leur nombre.

Plus particulièrement ce couplage électromécanique est utilisé dans le cas des résonateurs piézoélectriques, il est alors défini pour une géométrie de résonateur et un mode de vibration particuliers. Le coefficient de couplage électromécanique k permet de quantifier l'efficacité de la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique (et vice-versa) : [6]

$$k = \sqrt{\frac{\text{énergie transformé } e}{\text{énergie fournie}}} \quad (\text{II.15})$$

On peut aussi écrire :

$$k = \frac{U_I}{\sqrt{U_D U_E}} \quad (\text{II.16})$$

Où U_E l'énergie électrique, U_D l'énergie de déformation et U_I l'énergie d'interaction sont les parts de l'énergie totale contenue dans le résonateur.

On peut exprimer le coefficient de couplage électromécanique k à partir des coefficients mécaniques, électriques et piézoélectriques du matériau pour un résonateur et un mode vibration donnés. Si on considère le cas simple d'un barreau vibrant selon le premier mode d'extension-compression, l'expression du coefficient électromécanique est :

$$k = \frac{d}{\sqrt{\varepsilon^T s^E}} \quad (\text{II.17})$$

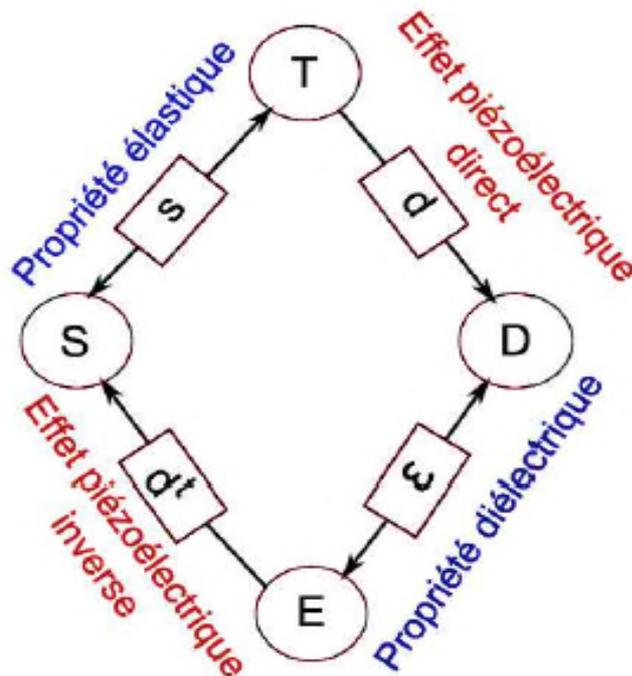


Figure II.8 : Interactions entre les grandeurs physiques d'un matériau piézoélectrique

Sous l'influence de la température, de la contrainte et du champ électrique, les propriétés des matériaux Piézoélectriques changent. Les variations se traduisent par des effets mécaniques, électriques ou thermiques. Les différentes relations thermodynamiques réversibles qui

existent entre les propriétés électriques, thermiques et mécaniques d'un cristal sont représentées par le diagramme de la Figure(II.8).

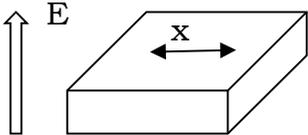
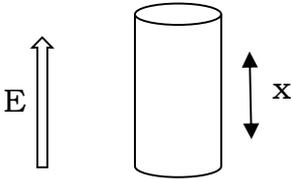
II.7.5.1- Différents modes de couplage

Les déformations dans les matériaux piézoélectriques s'effectuent selon deux modes de couplage :

- Le mode transversal (en mode 31): dans ce cas, le champ électrique et de déplacement sont perpendiculaires.
- Le mode longitudinal (en mode 33): c'est le cas où le champ électrique et le déplacement produit sont parallèles. Pour bénéficier de déformations plus importantes, cette configuration est utilisée par empilement de couches. [11]

Comme on peut ajouter le mode radial, le mode de cisaillement et le mode en épaisseur.

Tableau II.1 : Différents modes de vibration piézoélectrique

Les modes	Formes géométriques L : longueur ; l : largeur ; e : épaisseur ; d : diamètre	Coefficients de couplage
Mode transversal		$e, l > L/3$ $k_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{\epsilon_{33}^T S_{11}^E}}$
Mode longitudinal		$D > L/5$ $k_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{\epsilon_{33}^T S_3^I}}$

II.7.5.2- Equations de la piézoélectricité

Les équations d'état permettent d'appréhender quantitativement les phénomènes piézoélectriques (déformation, apparition de champ électrique...). Dans le cas des résonateurs piézoélectriques, le coefficient de couplage électromécanique permet de quantifier la conversion piézoélectrique, alors que le facteur de surtension mécanique quantifie la qualité mécanique du résonateur.

L'équation fondamentale reliant les grandeurs mécanique et électrique est donnée par :

$$\begin{cases} T = cS - eE & (a) \\ D = eS + \varepsilon E & (b) \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

Tableau II.2 : Les constantes décrivant les équations piézoélectriques

Grandeurs	Termes	Appellations	Unités	Matrice
Electrique	ε	Permittivité électrique	(Fm^{-1})	(3×3)
	D	Induction électrique	(Cm^{-2})	(3×1)
	E	Champ électrique	(Vm^{-1})	(3×1)
Mécanique	s	Souplesse	$(m^2.N^{-1})$	(6×6)
	S	Déformation relative		(6×6)
	T	Contrainte	(Nm^{-2})	(6×1)
Piézoélectrique	e	Coefficient piézoélectrique	(C/m^2)	(3×6)

II.8- Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons établi la relation entre la déformation et la contrainte sous forme tensorielle. Ainsi, nous avons réalisé un couplage électromécanique en introduisant le coefficient de couplage

électromécanique, les différents modes de couplage et les équations de la piézoélectricité.

Pour le chapitre qui suit, nous allons nous intéresser à l'optimisation et la récupération de l'énergie électrique.

3^{ème} CHAPITRE

III- Récupération et optimisation de l'énergie

III.1- Introduction

La récupération de l'énergie électrique à partir des vibrations peut être réalisée par des dispositifs magnétique ou capacitif. Mais la solution piézoélectrique est la plus prometteuse car son coefficient de couplage électromécanique est le plus élevé et le matériau est bien adapté aux technologies de fabrication des microsystèmes.

Il existe plusieurs techniques de récupération d'énergie électrique. Parmi elles, on cite :

- La technique classique alternative qui consiste à connecter directement la charge aux éléments du piézoélectriques,
- La technique classique continue qui est réalisée en introduisant un redresseur et un filtre,
- La technique non linéaire SSHI (*Synchronised Switch Harvesting Inductor*) qui s'associe avec les deux techniques précédentes.

III.2- Modèle géométrique

Comme le montre la figure III.1, on dispose d'une poutre dont l'une des extrémités est encastrée et l'autre est laissée libre. Sur la poutre, on dépose une couche de matériau piézoélectrique flexible et une masselotte pour régler la fréquence propre à la fréquence de résonance.

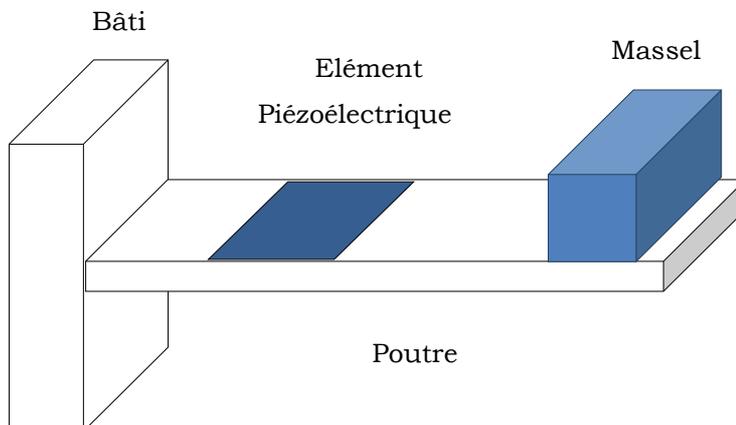


Figure III.1 : Générateur piézoélectrique

Afin de vibrer la poutre, on excite l'extrémité libre par une force extérieure sinusoïdale.

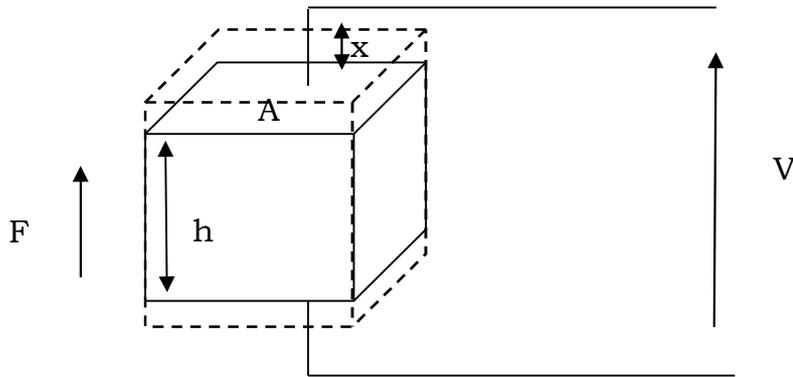


Figure III.2 : Modèle géométrique du piézoélectrique

On définit les paramètres suivants :

$$\begin{cases} E = -\frac{V}{h} & (a) \\ S = \frac{x}{h} & (b) \\ T = \frac{F}{A} & (c) \\ \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{I}{A} & (d) \end{cases} \quad (III.1)$$

Les paramètres de la poutre et du matériau piézoélectrique sont données dans le tableau suivant :

Tableau III.1 : Caractéristiques de la poutre et du matériau piézoélectrique.

[15]

Longueur $L(mm)$	180
Largeur $l(mm)$	90
Epaisseur $h(mm)$	2.05
Module de Young $c(GPa)$	210
$M(g)$	57.1
$\beta(Nm^{-1}s^{-1})$	0.128
$\alpha(NV^{-1})$	$6.46 \cdot 10^{-3}$
$C_p(nF)$	142

III.3- Modélisation dynamique

III.3.1- Variation quelconque

Afin d'étudier le comportement d'un matériau piézoélectrique sous contrainte mécanique, on fait appel au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} T = cS - eE & (a) \\ D = eS + \varepsilon E & (b) \end{cases} \quad (III.2)$$

En dérivant par rapport au temps l'équation (III.1.b) ; en remplaçant les grandeurs électromécaniques (T, S, E, D) par leurs expressions préalablement établies.

$$\begin{cases} F_p = c \frac{A}{h} x + e \frac{A}{h} V & (a) \\ \frac{\partial D}{\partial t} = e \frac{A}{h} \frac{\partial x}{\partial t} - \varepsilon \frac{A}{h} \frac{\partial V}{\partial t} & (b) \end{cases} \quad (III.3)$$

En adoptant d'autres coefficients, le système précédent se réécrit :

$$\begin{cases} F_p = k_p x + \alpha V & (a) \\ I = \alpha \dot{x} - C_p \dot{V} & (b) \end{cases} \quad (III.4)$$

F_p est la force appliquée au piézoélectrique,

\dot{x} et \dot{V} sont respectivement la dérivé par rapport au temps du déplacement x et de la tension V .

$$\begin{cases} C_p = \varepsilon \frac{A}{h} & (a) \\ k_p = c \frac{A}{h} & (b) \\ \alpha = e \frac{A}{h} & (c) \end{cases} \quad (III.5)$$

C_p : Capacité du piézoélectrique

K_p : Constante de raideur du piézoélectrique

α : Facteur de couplage ou rapport de transformation électromécanique

III.3.2- Variation sinusoïdale

Le régime dynamique est particulièrement imposé par les variations temporelles de la force extérieure appliquée au matériau. Le principe fondamental de la dynamique appliquée à la poutre donne :

$$F_m = m \ddot{x} + \beta \dot{x} + k_m x \quad (III.6)$$

m : Masse globale de la poutre

β : Viscoélasticité

k_m : Constante de raideur de la poutre

La force totale appliquée au système global (poutre, matériau) est la somme de la force de la masse de la poutre et celle du piézoélectrique, soit :

$$\begin{cases} F = F_m + F_p & (a) \\ F = M \ddot{x} + \beta \dot{x} + kx + \alpha V & (b) \end{cases} \quad (III.7)$$

Où $k = k_m + k_p$ est la constante de raideur du système globale (poutre et matériau).

L'extrémité de la poutre est excitée par une force extérieure sinusoïdale d'amplitude F et de pulsation ω . Lorsque le système vibre à la fréquence de résonance l'équation (III.6.b) devient :

$$F = \beta \dot{x} + \alpha V \quad (III.8)$$

La fréquence de résonance mécanique est donnée par :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (III.9)$$

On obtient enfin le système d'équations à résoudre :

$$\begin{cases} F = \beta \dot{x} + \alpha V & (a) \\ I = \alpha \dot{x} - C_p \dot{V} & (b) \end{cases} \quad (III.10)$$

En divisant membre à membre l'équation (III.10.a) par α en utilisant la notation complexe ($j\omega$) pour les dérivées de V et de x , on obtient le système d'équations (III.11).

$$\begin{cases} \frac{F}{\alpha} = \frac{\beta}{\alpha^2} \alpha \dot{x} + V & (a) \\ I = \alpha \dot{x} - C_p \dot{V} & (b) \end{cases} \quad (III.11)$$

En définissant les constantes suivantes :

$$\begin{cases} V_{\text{éqm}} = \frac{F}{\alpha} & (a) \\ I_p = \alpha \dot{x} & (b) \\ R_{\text{éqm}} = \frac{\beta}{\alpha^2} & (c) \end{cases} \quad (III.12)$$

On aboutit au système d'équations électriques équivalentes :

$$\begin{cases} V_{\dot{e}q} = R_{\dot{e}q} I_p + V & (a) \\ I = I_p - C_p \dot{V} & (b) \end{cases} \quad (III.13)$$

A partir du système d'équations (III.13), on a établi le schéma électrique équivalent (Figure III.3) :

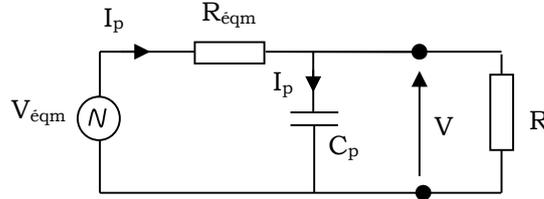


Figure III.3 : Schéma électrique équivalent

III.3.3- Récupération de l'énergie alternative

La méthode la plus simple pour récupérer de l'énergie consiste à connecter directement le circuit électrique à alimenter sur l'élément piézoélectrique.

Sachant que α est très faible, on néglige le terme αV dans l'équation de (III.9.a) et cette dernière devient :

$$\begin{cases} F = \beta \dot{x} & (a) \\ I = \alpha \dot{x} - C_p \dot{V} & (b) \\ V = RI & (c) \end{cases} \quad (III.14)$$

En notation complexe, où $F = F_m e^{j\omega_0 t}$, le système d'équations se récrit :

$$\begin{cases} F = \beta \dot{x} & (a) \\ \frac{V}{R} = \alpha \dot{x} - jC_p \omega_0 V & (b) \end{cases} \quad (III.15)$$

La résolution du système donne l'expression de la tension de sortie :

$$V = \frac{\alpha R}{(1 + j\omega_0 C_p R)\beta} F = V_m e^{j(\omega_0 t + \varphi)} \quad (III.16)$$

$$\text{Où } \begin{cases} V_m = \frac{\alpha R}{\beta \sqrt{1 + (RC_p \omega_0)^2}} F_m \\ \varphi = a \tan(RC \omega_0) \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

La vitesse de déplacement se déduit comme suit :

$$\dot{x} = \frac{F}{\beta} = \frac{F_m}{\beta} e^{j\omega_0 t} \quad (\text{III.18})$$

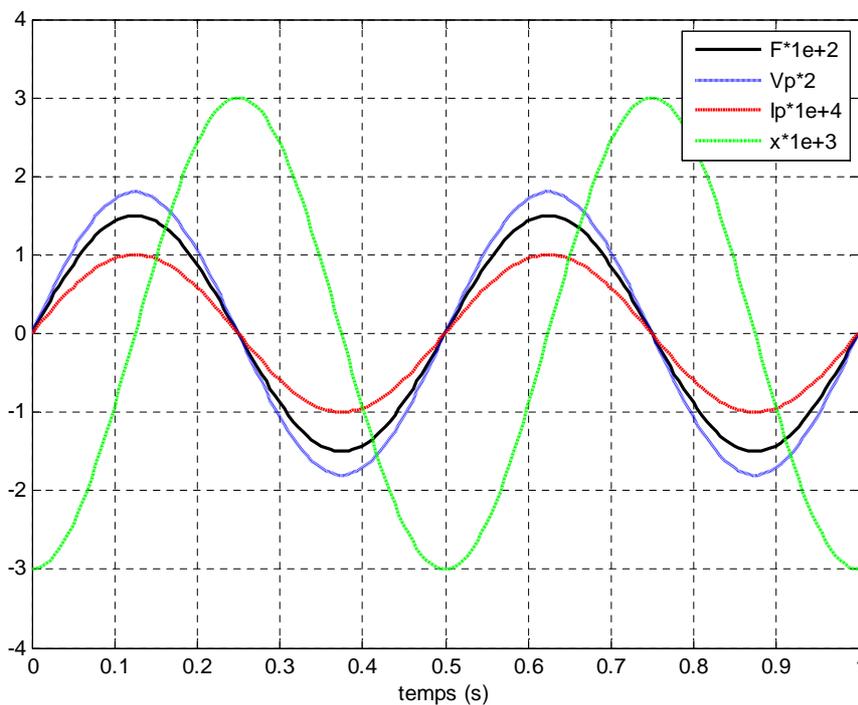


Figure III.4 : Grandeur mécanique et électriques alternatives

De même pour l'expression du déplacement :

$$x = -j \frac{F}{\beta \omega_0} = \frac{F_m}{\beta \omega_0} e^{j\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (\text{III.19})$$

L'allure des différentes grandeurs mécanique et électrique sont représenté dans la figure III.4.

La puissance récupérée correspond à la puissance dissipée dans la charge, son expression est :

$$P = \frac{VV^*}{2R} = \frac{\alpha^2 R}{1 + \omega_0^2 C_p^2 R^2} \frac{F^2}{2\beta^2} \quad (III.20)$$

La figure III.4 montre la variation de la puissance en fonction de la résistance de charge. On remarque qu'elle admet un maximum. Ce dernier correspond une résistance adaptée, telle que :

$$\begin{cases} R_{opt} = \frac{1}{C_p \omega_0} & (a) \\ P_{max} = \frac{\alpha^2}{4\beta^2 C_p \omega_0} F_m^2 & (b) \end{cases} \quad (III.21)$$

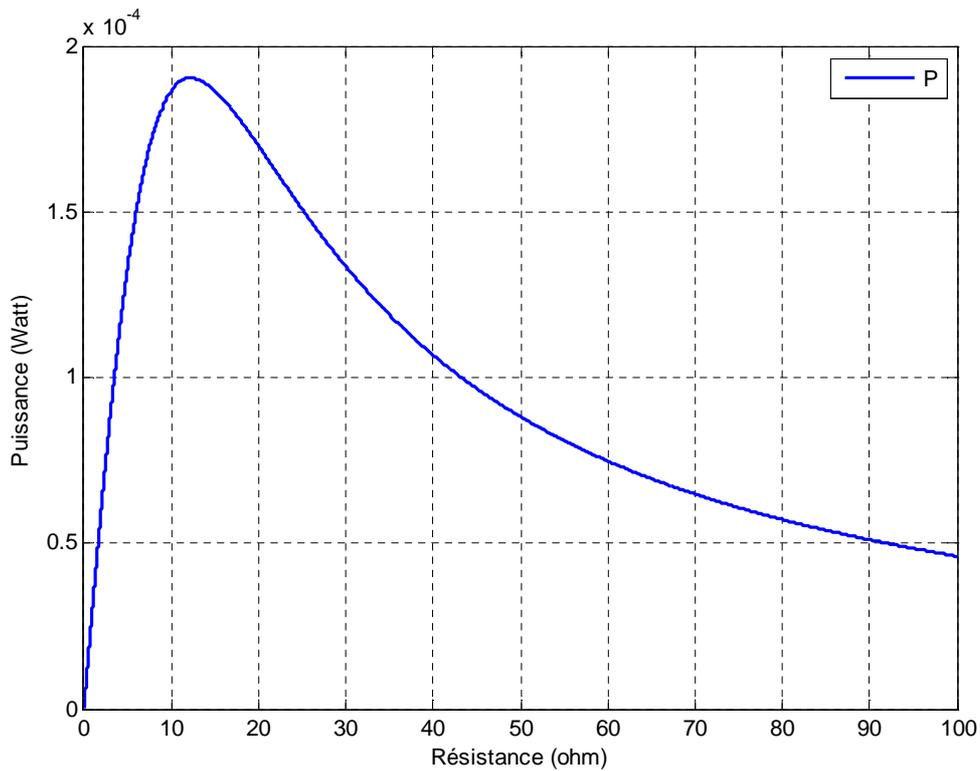


Figure III.5 : Puissance alternative en fonction de la résistance de charge

III.3.4- Récupération de l'énergie continue

Afin d'autoalimenter des circuits de commande, la mise en œuvre de ces montages est délicate car la puissance mis en jeu est faible. C'est pour cette raison que des structures simples de convertisseur sont souvent utilisées. Elles sont composées d'un redresseur et d'un filtre capacitif. [18]

Cette technique consiste à inclure dans le circuit de la figure III.5, un pont redresseur suivi d'une capacité de filtrage directement relié à l'élément piézoélectrique (figure III.5).

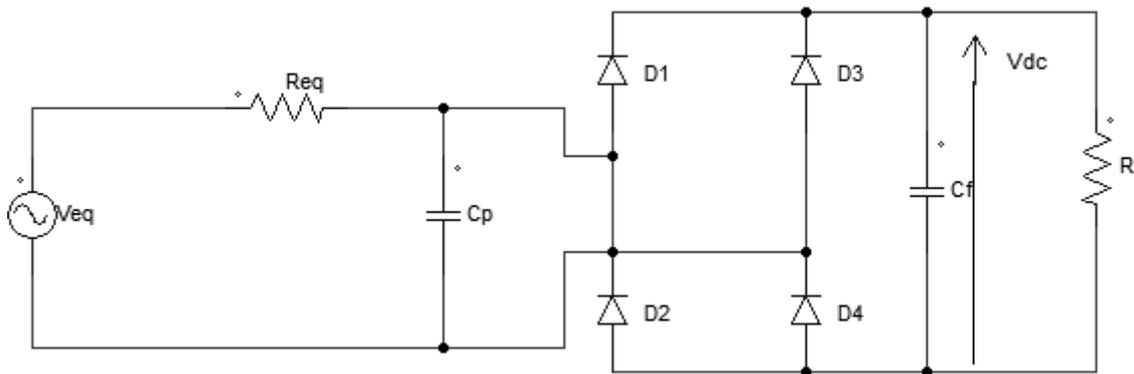


Figure III.6 : Schéma électrique de la technique continue

Lorsque la tension piézoélectrique est inférieure en valeur absolue à la tension redressée, le pont est bloqué et le courant de sortie est nul. Dans ce cas les grandeurs mécanique et électrique du matériau évoluent sinusoïdalement. Dans le cas contraire la tension du piézoélectrique n'est plus sinusoïdale. Elle est égale à la tension redressée alors que les grandeurs mécaniques restent sinusoïdales (Figure III.5).

Pour évaluer la moyenne des grandeurs mécanique et électrique sur une demi-période, on intègre membre à membre entre t_1 et t_3 (Figure III.5) l'équation III.10.b, telle que :

$$\int_{t_1}^{t_3} Idt = \alpha \int_{t_1}^{t_3} \dot{x} dt - C_p \int_{t_1}^{t_3} \dot{V} dt \quad (III.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{t_1}^{t_3} Idt = \int_{T/2}^T Idt = \frac{V_{dc}}{R} \frac{T}{2} = \frac{\pi}{R\omega_0} V_{dc} \quad (a) \\ \int_{t_1}^{t_3} \dot{x} dt = \int_{-x_m}^{x_m} dx = (x_m - (-x_m)) = 2x_m \quad (b) \\ \int_{t_1}^{t_3} \dot{V} dt = \int_{-V_{dc}}^{V_{dc}} dV = V_{dc} - (-V_{dc}) = 2V_{dc} \quad (c) \end{array} \right. \quad (III.23)$$

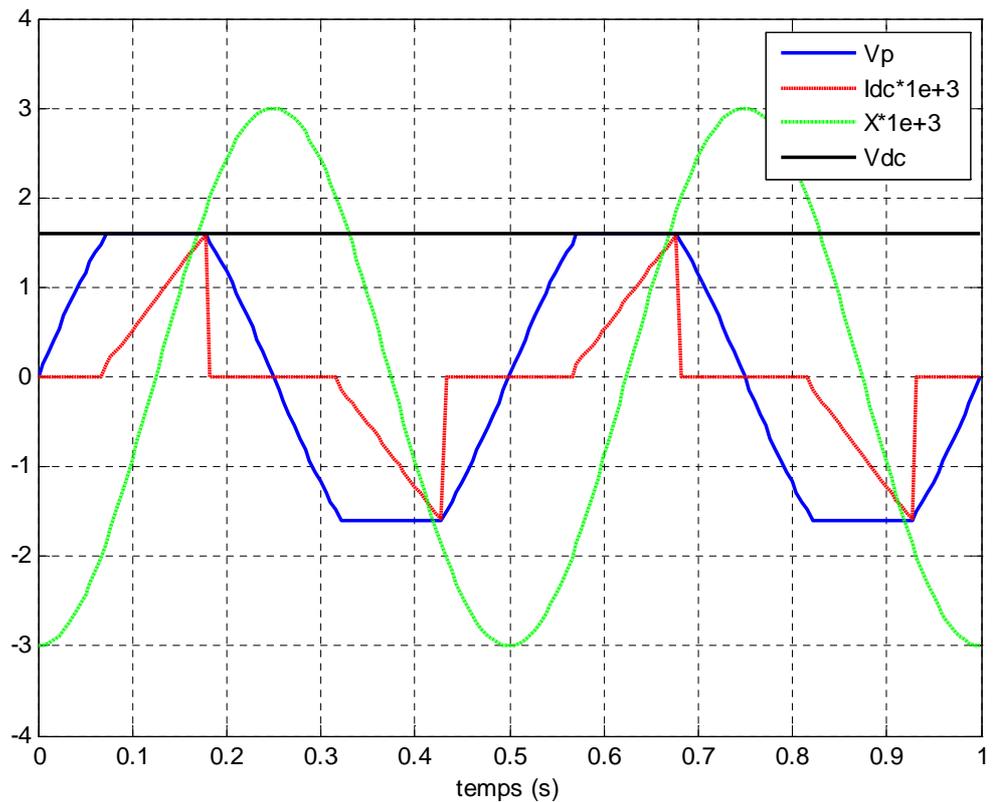


Figure III.7 : Grandeurs mécaniques et électriques dans le cas continu

En remplaçant les expressions données en (III.23) dans l'équation (III.22), on abouti :

$$V_{dc} = \frac{2\alpha R}{(\pi + 2RC_p \omega_0)\beta} F_m \quad (III.24)$$

L'expression de la puissance est :

$$P(R) = \frac{V_{dc}^2}{R} = \frac{4\alpha^2 R}{(\pi + 2RC_p \omega_0)^2 \beta^2} F_m^2 \quad (III.25)$$

La figure III.5 montre la variation de la puissance en fonction de la résistance de charge dans le cas continu. On remarque qu'elle admet un maximum.

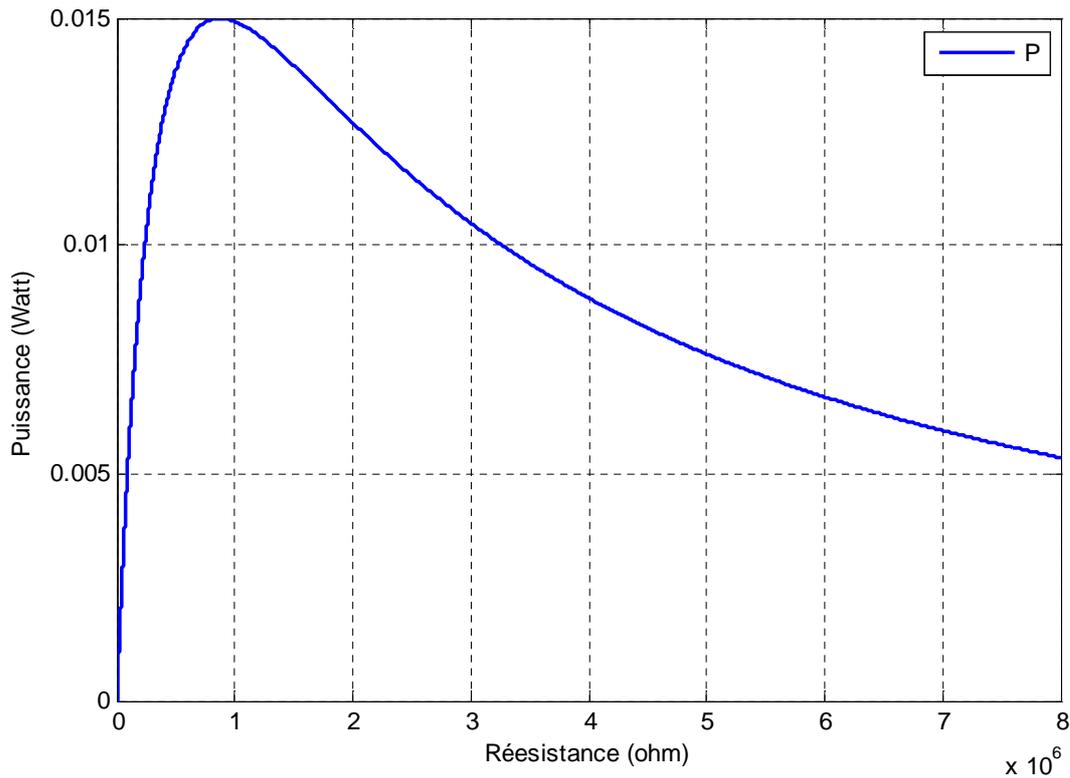


Figure III.8 : Puissance en fonction de la résistance pour le continu

En mettant nulle la dérivée de la puissance par rapport à la résistance, permet de déduire la résistance adaptée et la puissance maximale correspondante, telle que :

$$\begin{cases} R_{opt} = \frac{\pi}{2C_p \omega_0} & (a) \\ P_{max} = \frac{\alpha^2 F_m^2}{2\pi \beta^2 C_p \omega_0} & (b) \end{cases} \quad (III.26)$$

III.4- Technique d'optimisation non linéaire SSHI

Le dispositif d'optimisation est composé d'une bobine d'inversion en série avec un interrupteur électronique. Ce dernier est un transistor MOSFET ayant un temps de commutation très rapide. Ces techniques mettent en œuvre une décharge du récupérateur à son maximum de tension. Lors de cette décharge, la raideur est modifiée et provoque ainsi une déformation supplémentaire du récupérateur dans le sens opposé du déplacement futur. Cependant, en raison des pertes dans le dispositif de commutation (en particulier des pertes résistives dans l'inducteur), l'inversion de tension n'est pas parfaite et se caractérise par le coefficient d'inversion γ , donnant le rapport de la tension absolue après et avant le processus d'inversion.

III.4.1- Optimisation non linéaire en alternative

On branche en parallèle le dispositif d'optimisation (bobine et interrupteur) directement aux bornes des électrodes du matériau piézoélectrique. L'interrupteur se ferme brièvement à chaque extremum de la tension et provoquant ainsi son inversion.

Au moment de la fermeture de l'interrupteur, le circuit correspondant est un circuit fermé entre l'inductance (L , r) et la capacité C_p . La loi des mailles, appliquée à ce circuit donne [15] :

$$\frac{d^2V_p}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dV_p}{dt} + \frac{1}{\omega_p^2} V_p = 0 \quad (\text{III.27})$$

$$\text{Où } \begin{cases} \tau = \frac{2L}{r} & (a) \\ \omega_p = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{1}{\sqrt{LC_p}} & (b) \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

L'inversion se fait durant les instants t_1 et t_2 , correspondant à la demi-période, telle que :

$$\frac{T_p}{2} = [t_1, t_2] = \pi \sqrt{LC_p} \quad (III.29)$$

La solution de l'équation (III. 27) en tenant compte des conditions (III. 28), donne :

$$V_p(t) = -V_m e^{-(t-t_1)/\tau} \cos \omega(t-t_1) \quad (III.30)$$

A $t=t_2$, l'expression (III.20) s'écrit :

$$V_p(t_2) = -V_m e^{-T/2\tau} \cos \pi = V_m e^{-T/2\tau} \quad (III.31)$$

En introduisant le facteur de qualité de la bobine, tel que :

$$Q_L = \frac{L\omega_p}{r} \quad (III.32)$$

On obtient de nouveau la tension :

$$V_p(t_2) = V_m e^{\frac{1}{2Q_L}} = \gamma V_m \quad (III.33)$$

$$\gamma = e^{\frac{\pi}{2Q_L}} \quad (III.34)$$

On obtient ainsi :

$$V_p(t_2) = -\gamma V_p(t_1) \quad (III.35)$$

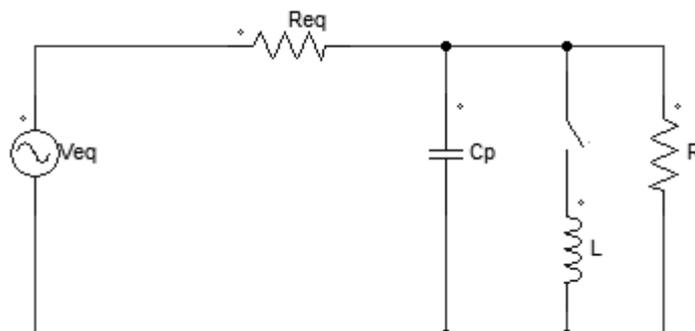


Figure III.9 : Schéma électrique d'optimisation alternative

L'équation à résoudre pendant la période de vibration mécanique est :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{RC_p} = \frac{\alpha}{\beta C_p} F \quad (\text{III.36})$$

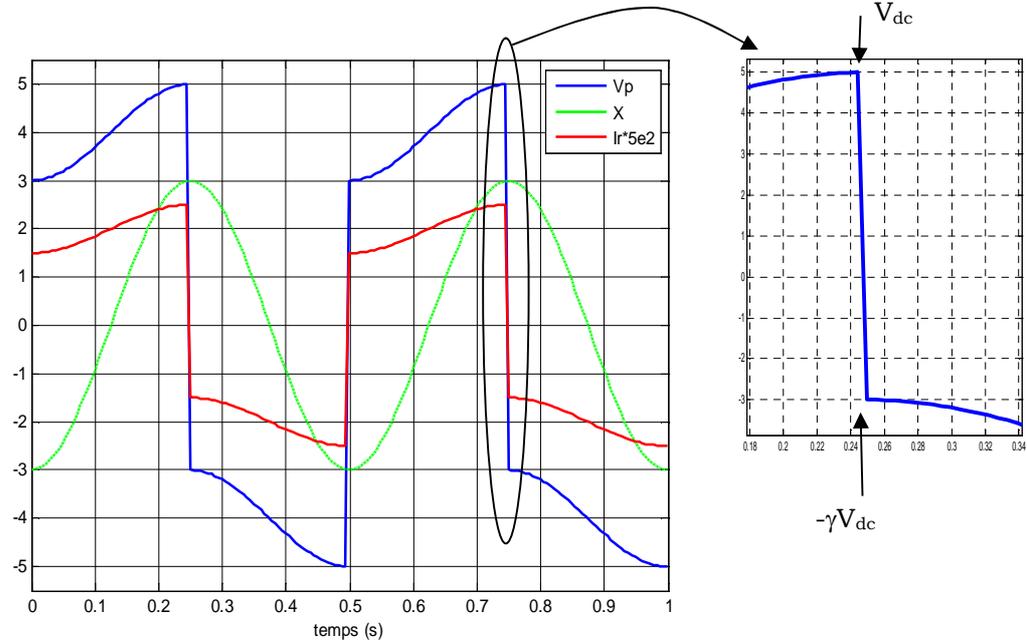


Figure III.10 : Grandeurs électromécaniques dans de le cas alternatif optimisé

Cette équation admet deux solutions :

- *Solution libre* : $\frac{dV}{dt} + \frac{V}{RC_p} = 0 \Rightarrow V_1(t) = V_{m1} e^{\frac{-(t-t_1)}{RC_p}}$ (III.37)

- *Solution forcée* : $\frac{dV}{dt} + \frac{V}{RC_p} = \frac{\alpha}{\beta C_p} F \Rightarrow V_2(t) = V_{m2} e^{j(\omega_0(t-t_1)+\varphi)}$ (III.38)

La force étant sinusoïdale ($F(t) = F_m e^{j\omega(t-t_1)}$), la solution forcée est donnée par :

$$\begin{cases} V_{m2} = \frac{\alpha R}{C \sqrt{1 + (RC_p \omega_0)^2}} F_m \\ \varphi = -a \tan(RC_p \omega_0) \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

La solution générale devient :

$$V_p(t) = V_1(t) + V_2(t) = V_{m1} e^{\frac{-(t-t_1)}{RC_p}} + V_{m2} e^{j(\omega_0(t-t_1)+\varphi)} \quad (\text{III.40})$$

$$\bullet \text{ A } t=t_1 \Rightarrow V(t_1) = V_{m1} + V_{m2} e^{j\varphi} \quad (\text{III.41})$$

$$\bullet \text{ A } t=t_3 \Rightarrow V_p(t_3) = V_{m1} e^{\frac{-T}{2RC_p}} - V_{m2} e^{j\varphi} \quad (\text{III.42})$$

Avec ces conditions, on obtient :

$$V_{m1} = \left(\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma e^{\frac{-T}{2RC_p}}} \right) \frac{\alpha R}{C \sqrt{1 + (RC_p \omega)^2}} F_m \quad (\text{III.43})$$

En final :

$$V_p(t) = - \frac{\alpha R}{\beta \sqrt{1 + (RC_p \omega)^2}} F_m \left(\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma e^{\frac{-T}{2RC_p}}} e^{\frac{-(t-t_1)}{RC_p}} + e^{j(\omega_0(t-t_1)+\varphi)} \right) \quad (\text{III.44})$$

III.4.2- Optimisation non linéaire en continue

Le circuit électrique correspondant à l'optimisation non linéaire en continue est montré en figure III. 11. Le circuit d'inversion est le même que précédemment.

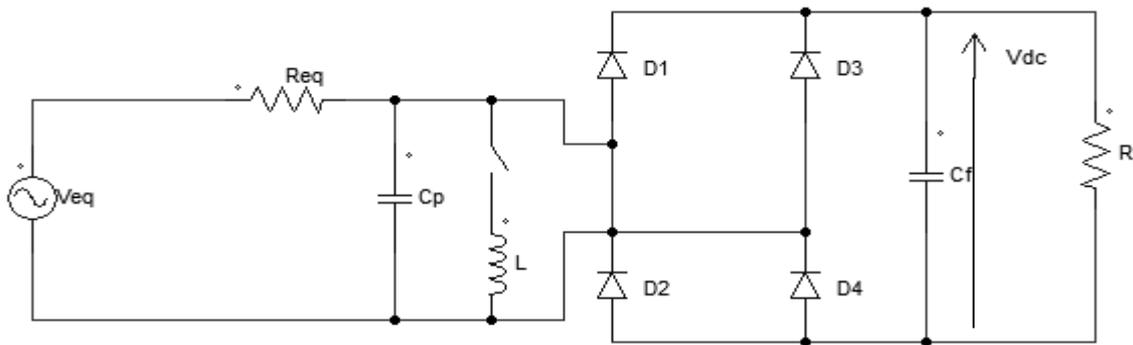


Figure III.11 : Technique SSHI parallèle continue

Relativement à ce qui été trouvé dans le cas en continue, la seule équation qui change est la moyenne de la tension telle que :

$$\int_{t_1}^{t_3} \dot{V} dt = \int_{V_\gamma}^{V_{dc}} dV = V_{dc} - (V_{dc} e^{-\pi/2Q_L}) = (1-\gamma)V_{dc} \quad (\text{III.45})$$

La tension continue est modifiée comme suit :

$$V_{dc} = \frac{2\alpha R}{(\pi + (1-\gamma)RC_p\omega_0)\beta} F_m \quad (\text{III.46})$$

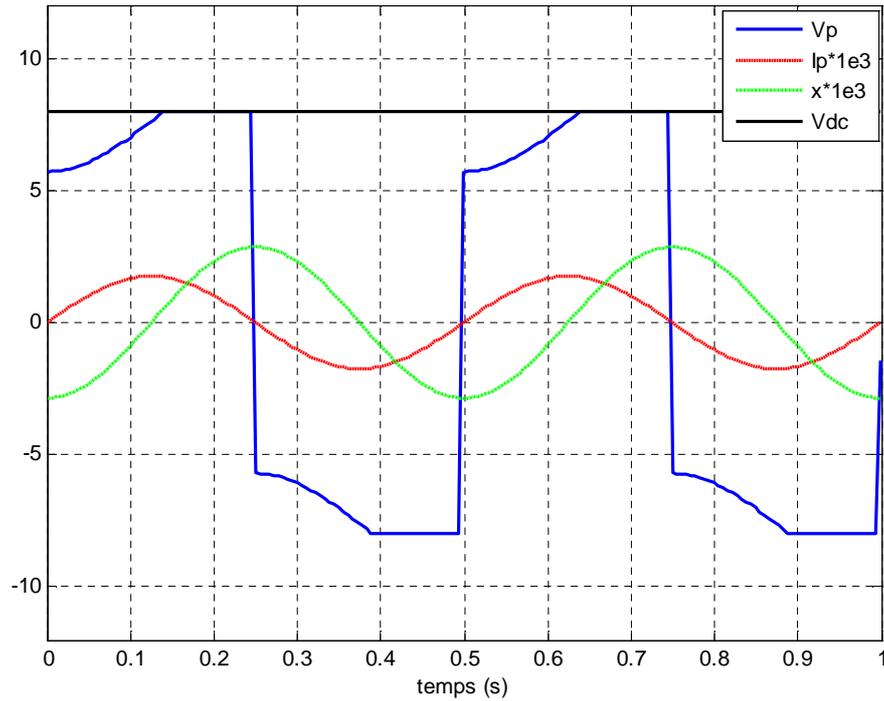


Figure III.12 : Grandeurs électromécaniques dans le cas continu optimisé

L'expression de la puissance est :

$$P(R) = \frac{V_{dc}^2}{R} = \frac{4\alpha^2 R}{(\pi + (1-\gamma)RC_p\omega_0)^2 \beta^2} F_m^2 \quad (\text{III.47})$$

La puissance maximale est obtenue pour la résistance, telle que :

$$R_{ad} = \frac{\pi}{(1-\gamma)C_p\omega_0} \quad (\text{III.48})$$

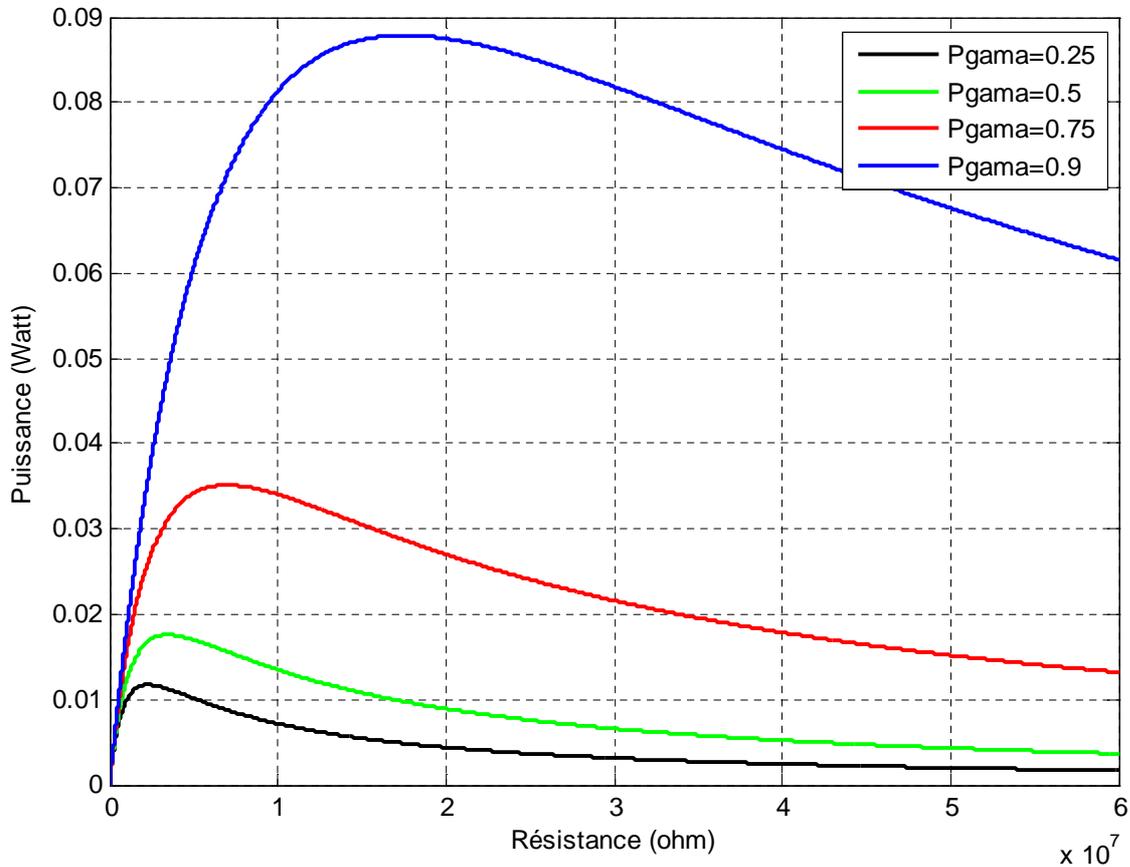


Figure III.13 : Puissance en fonction de la résistance pour différentes valeurs du coefficient d'inversion

$$P_{max} = \frac{\alpha^2}{(1-\gamma)\pi\beta^2 C_p \omega_0} F_m^2 \quad (III.49)$$

La courbe de la figure III.13 présente la variation de la puissance récupérée en fonction de la résistance et cela pour les différentes valeurs du coefficient d'inversion γ .

III.4.3- Comparaison entre les puissances continues classique et optimisée

La comparaison est montrée en figure III.14. La puissance optimisée est calculée pour un coefficient d'inversion égale à $\gamma=0.75$. On constate que la puissance optimisée est trois fois plus grande que la puissance sans optimisation.

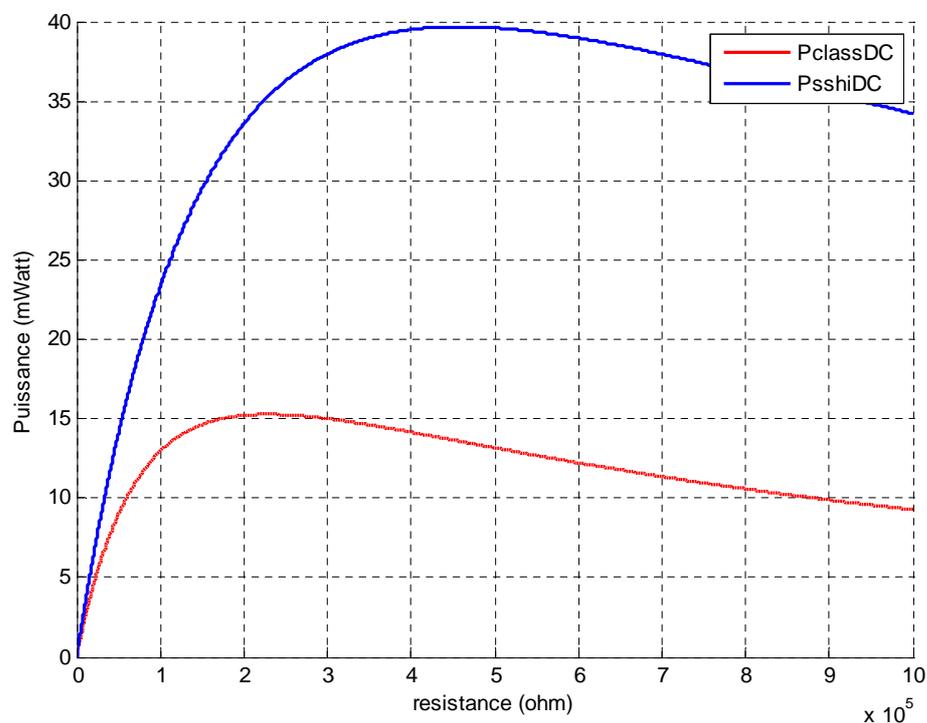


Figure III.14 : Comparaison des puissances entre le cas continu classique et le cas continu optimisé

III.5- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons simulé un générateur par des vibrations d'un matériau piézoélectrique. La puissance est traitée peut-être alternative ou continue.

Afin d'optimiser et de récupérer le maximum d'énergie, nous avons utilisé la technique non linéaire. Nous avons calculé et comparé les

différentes puissances issues des différentes techniques de récupération. Nous concluons que la technique SHHI parallèle continue est la mieux adoptée.

CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire consiste à étudier l'extraction et l'optimisation de la puissance générée par un matériau piézoélectrique soumis à des contraintes mécaniques sinusoïdales entretenues.

Une série de procédés d'optimisation a été employé :

- Nous avons imposé une fréquence de vibration mécanique égale à la fréquence propre du matériau ; ce qui permet d'injecter un déplacement maximal au matériau piézoélectrique.
- Nous avons réalisé l'adaptation d'impédance ; ce qui a permis de déterminer la résistance de charge correspondant à la puissance maximale.
- Enfin, nous avons adopté une technique non linéaire conçue par la mise en parallèle d'une bobine et d'un interrupteur aux bornes des électrodes du matériau piézoélectrique.

Relativement à la technique non linéaire, la fermeture brève de l'interrupteur aux instants des valeurs extrêmes de la tension piézoélectrique permet d'inverser cette dernière et forcé ainsi le matériau à fournir le maximum de puissance. Cette technique est mise en œuvre dans les cas d'extraction de puissance alternative et continue.

Les techniques SSHI permettent d'extraire le maximum de puissance piézoélectrique par rapport aux techniques classiques alternative et continue. Ainsi, pour une même puissance, la quantité du matériau peut être réduite avec les techniques d'optimisation non linéaires.

Références bibliographiques

- [1] Christophe Huber « synthèse et caractérisation e nouveau matériaux ferroélectrique accordables pour applications hyperfréquences' » thèse doctorat des sciences chimiques université bordeaux 1 ,2003
- [2] Manar Khachan «Étude des matériaux ferroélectriques(Céramiques et couches minces à base de niobates alcalino-terreux) et multicouches ferroélectriques-catalytiques pour capteur de gaz » thèse de doctorat UFR : Physico-chimie des matériaux Spécialité : Chimie minérale et Université du Sud Toulon- Var 2007
- [3] Marie Bousket « Croissance, caractérisations et étude des propriétés Physiques de films minces du matériau ferroélectriqueNa0, 5Bi0, 5TiO3 » thèse doctorat des Matériaux Céramiques et Traitements de Surface, UNIVERSITE DE LIMOGES 2010
- [4] Baba Ahmed Mériem « Etude de l'Effet de la Température de Transition de Phase sur le Mode de Fonctionnement des Fe RAM. Application du Modèle de Landau » thèse doctorat en Science Physique Option : Physique Electronique, L'université Abou-BakrBelkaid – Tlemcen
- [5] Arnaud Parent «apport des nouveaux matériaux piézoélectrique dans le domaine des micro-géomètres vibrants » thèse doctorat science de l'université de Paris de Sud, 2008
- [6] Robert Leroy, Le Dadimitriadi « récupération d'énergie à partir de sources ambiantes : micromouvements liés au vent » thèse master a L'Ecole Nationale Supérieure d'Architecture Paris Malaquais 2014
- [7] Maxime DEFOSSEUX « Conception et caractérisation de micro-générateurs piézoélectriques pour microsystèmes autonomes »thèse doctorat l'université des Grenoble micro et nano électrique,2006

- [8] AIDA CHERIF « Optimisation du transformateur piézoélectrique »
Thèse doctorat en science université Ferhat Abbas-Setif UFAS
(Algerie) Automatique 2012
- [9] Joel agnus « caractérisation et commande d'une micropince
piézoélectrique » thèse doctorat de l'université de Franche-
Comté,2003.
- [10] Hamitouche kahina « Endommagement ductile des métaux sous
solicitation dynamique » mémoire de magistère de l'université
Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou 2014.
- [11] B.JACQUOT « Propriétés mécaniques des Biomatériaux utilisés en
Odontologie » cours de l'Université Médicale Virtuelle Francophone
2009.
- [12] M.boivin G.fantozzi « Mécanique des milieux continus déformables »
livre INSA lyon 2000.
- [13] Louis Carliz « Générateur piézoélectrique à déclenchement
thermomagnétique » thèse doctorat à l'Institut National
Polytechnique de Grenoble 2009.
- [14] Dejan Vasic et François Costa « Applications des éléments
Piézoélectriques en électronique de puissance » Techniques de
l'Ingénieur de l'université de l'université de Toulouse bu sciences
14/12/2012.
- [15] Adrien Badel « Récupération d'énergie et contrôle vibratoire par
éléments piézoélectriques suivant une approche non linéaire »Thèse
de doctorat, école doctorale de l'université de Savoie, France, 2003.