

Remerciement

Avant tout, nous remercions le bon Dieu, le tout puissant, de nous avoir donné la foi et la force nécessaire pour mener à terme ce travail.

*On tient à remercier monsieur **Abdelghani SEGHIR** pour son aide, son soutien, sa patience, son encouragement et sa disponibilité tout au long de ce travail. On lui dit un grand merci.*

*On adresse aussi nos remerciements à : Mr **A.HAMMOUCHE**, Mr **T.IKNI**, Mr **M.BELHOCINE** qui ont accordé un peu de leurs temps pour discuter et nous aider à trouver des solutions pour avancer.*

Toute la gratitude à nos professeurs et enseignants qui nous ont guidés au cours de la formation universitaire et nos respects aux membres de jury qui nous feront l'honneur d'apprécier ce travail.

A toutes les personnes qui, d'une manière ou d'une autre nous ont aidés et encouragés pour l'aboutissement de ce travail, trouve ici l'expression de nos sincères reconnaissances.

Dédicaces

A mes chers parents

D'abord mon père qui s'est toujours montré présent et qui a fait en sorte que je ne manque de rien durant toute ma vie.

A ma mère qui n'a jamais cessé de m'encourager et qui s'est toujours sacrifier pour mon bien être et ma réussite.

A mes sœurs (Lila et Nabila) qui m'ont encouragé et aidé durant toutes mes années d'étude.

Et bien sûr, mon grand frère (Kamel), mon meilleur ami, mon ange gardien. Je ne te remercierai jamais assez.

Sans oublier sa femme (Samia).

A mes deux petites princesses (Manel et Meriam)

A mon cher (Sofiane).

A mes deux meilleures amies (Lynda et Ouerdia).

A ma binôme (Djouher).

À tous mes amis.

Et à tous ceux que j'aime dont je n'ai pas cité le nom.

Nassima

Dédicaces

Je dédie ce mémoire:

A la mémoire de mes très chers grands-parents paternels Salem et Kheloudja qui nous ont quittés pour toujours, qui m'ont soutenu tout au long de mes études : « puisse Dieu le tout puissant les accueillir en son vaste paradis ».

A mon très cher et adoré père Messaoud source de ma joie, source d'espoir et de courage, qui ma soutenu tout au long de mes études et qui me pousse à devenir meilleure. Je lui souhaite une longue vie.

A ma très chère et adorable mère Malika pour son amour, sa tendresse et celle qui me supporte à toute épreuve. Longue vie maman.

A mes sœurs que j'aime beaucoup : Lynda, Lila, Henia, Kheloudja et notre petite princesse Kamélia pour qui je souhaite beaucoup de réussite et de succès.

A ma très chère nièce Cyline « notre adorable poupée » pour qui je souhaite beaucoup de réussite et de succès.

A mes grands-parents maternels Salem et Skoura pour leurs encouragements et leurs soutiens pour qui je souhaite une longue vie.

A mes oncles : Ramdane, Kaci, Mustapha, Idir, Rachid, Mohand et Yousef; ainsi qu'à mes tantes : Ouiza et Kheloudja. Sans oublier leurs enfants.

A mes beaux frère Rabah et Arezki et toutes leurs familles.

A ma binôme Nassima.

A toutes mes amies : Sarra, Hassiba, Lila, Lydia.

A chaque personne que j'estime énormément, que j'aime fortement et que j'adore merveilleusement. Je ne saurai à travers ces dédicaces leurs exprimer le dévouement le respect que je leur porte.

Djouher

Sommaire

Introduction générale	01
-----------------------------	----

Chapitre I : Recherche bibliographique

I.1. Introduction	02
I.2. Généralités sur les écoulements autour d'obstacles	02
I.2.1. Ecoulement laminaire	03
I.2.2. Ecoulement turbulent	03
I.3. Milieux poreux	04
I.4. Ecoulement de l'eau dans les milieux poreux	05
I.5. Equation régissant l'écoulement d'un fluide.....	06
I.5.1. Equation de continuité.....	06
I.5.2. Equation de quantité de mouvement.....	06
I.5.3. Equation de Navier-Stokes.....	07
I.6. Perméabilité.....	08
I.7. Tortuosité.....	09
I.8. Travaux réalisés.....	10
I.9. Récapitulatif.....	12
I.10. Conclusion.....	13

Chapitre II : Etude expérimentale

II.1. Introduction	14
II.2 But de l'expérience.....	14
II.3. Dispositif expérimental.....	14
II.4. Mode opératoire.....	16
II.5. Résultats obtenus.....	17
II.6. Mesures et calcul effectuées.....	19
II.6.1.Pertes de charges.....	19
II.6.2. Débit.....	19
II.6.3. Vitesse.....	20
II.6.4. Porosité.....	21
II.6.5. Perméabilité K.....	21

Sommaire

II.7. Tortuosité ξ	22
II.8. Conclusion.....	24

Chapitre III : Modélisation numérique

III.1. Introduction.....	25
III.2. Présentation de la méthode des éléments finis.....	25
III.2.1. Définition.....	25
III.2.2. Etapes de calcul par la méthode des éléments finis.....	25
III.3. Présentation des logiciels utilisés.....	25
III.3.1. COMSOL Multiphysics.....	26
III.3.2. MATLAB.....	26
III.4. Simulation réalisées.....	26
III.4.1. Paramètres des modèles.....	27
III.4.2. Géométrie.....	27
III.4.3. Maillage.....	28
III.4.4. Conditions aux limites.....	29
III.5. Résultats obtenus.....	30
III.5.1. Champ des vitesses.....	32
III.5.2. Champ de pression.....	32
III.5.3. Estimation du nombre de Reynolds.....	35
III.5.4. Estimation de la perméabilité.....	38
III.5.5. Estimation de la tortuosité.....	39
III.6. Conclusion.....	45
Conclusion générale.....	46

Liste des symboles

B : Constante qui dépend de la forme des obstacles.

D_H : Diamètre hydraulique (cm).

D_Z : Epaisseur entre les plaques cas 3D (mm).

dy : Position du premier cylindre de la deuxième ligne (cm).

e : Espacement entre les cylindres (mm).

H : Largeur du milieu (cm).

I : Gradient hydraulique.

K : Coefficient de perméabilité en (m/s)

L_{cap} : longueur moyenne des lignes capillaires (cm).

L_{exit} : Longueur de la surface de sortie (cm).

L_m : longueur du milieu en (cm).

m : Distance entre l'entrée du fluide et la première ligne d'obstacles (cm)

P : Pression à l'entrée (Pa).

p : Paramètre d'ajustement.

P_m : Périmètre mouillé (cm).

P_{in2D} : Pression intérieure en 2D (Pa).

P_s : Pression de sortie (Pa).

P_{exit} : La pression à la sortie (Pa).

Q : Débit (ml/s).

R_e : Nombre de Reynolds.

r : Rayon du cylindre (mm).

S : La section en (m²).

S_{ec} : La section de l'écoulement entre obstacles (cm²).

S_{entr} : La section d'entrée ou de la sortie (cm^2).

S_m : Surface mouillée (cm^2).

S_f : Surface de la fenêtre entre les obstacles (cm).

u : module de la vitesse.

u_x : composante selon x.

V_{max} : Vitesse maximum (cm/s).

V_{moy} : Vitesse moyenne (cm/s).

V_{entr} : La vitesse imposée (donnée) à l'entrée (ou à la sortie) (cm/s).

V_s : Volume des grains solides (m^3).

V_t : Volume total (m^3).

V_v : Volume des vides (m^3).

ΔH : Les pertes de charges en (m).

ΔL : La longueur (m).

ΔH_{2D} : Pertes de charges dans le cas 2D (cm).

ΔH_{3D} : Pertes de charges dans le cas 3D (cm).

ΔH_{exp} : Pertes de charges mesurées expérimentalement (cm).

ξ : Tortuosité.

ε : porosité en %.

ρ : Masse volumique (kg/m^3).

ν : Viscosité cinématique (m^2/s).

μ : Viscosité dynamique (Pa.s).

Liste des figures

Figure (I.1) : Différents régimes d'un écoulement fluide autour d'obstacle.....	03
Figure (I.2) : représentation d'un milieu poreux	04
Figure (I.3) : les deux types de porosité (Salazar, 2006)	05
Figure (I.4) : milieu poreux modélisé sous la forme d'un réseau de capillaires ondulés...	08
Figure (II.1): Cuve Hele Shaw.....	15
Figure (II.2): Le perforelieur.....	15
Figure (II.3) : Exemple du milieu poreux granulaire.....	16
Figure (II.4): Mise en place du modèle.....	17
Figure (II.5) : Apparition des lignes de courant.....	18
Figure (II.6) : Mesures des charges d'eau.....	18
Figure (II.7) : Lignes de courant.....	23
Figure (III.1): Représentation du milieu.....	29
Figure (III.2) : discrétisation du domaine.....	30
Figure (III.3) : Distribution des champs de vitesse.....	32
Figure (III.4) : ligne de coupe au milieu d'une lame d'eau.....	33
Figure (III.5) : Une visualisation du champ de vitesse passant par une trois fenêtres délimitées par quatre cylindres.....	35
Figure (III.6) : Distribution des champs de pression.....	36
Figure (III.7) : Distribution de pression le long de l'écoulement.....	37
Figure (III.7) : allures des lignes de courant.....	42
Figure (III.8) : les longueurs de la tortuosité des lignes continues entre le long des obstacles.....	42
Figure (III.9): allures des lignes de courants.....	43

Liste des tableaux

Tableau (I.1) : Récapitulatif des formules.....	12
Tableau (II.1) : Mesures effectuées.....	20
Tableau (II.2) : Calcul de la tortuosité.....	23
Tableau (III.1) : Les paramètres de calcul physique et géométrique.....	27

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Les écoulements de fluide dans les milieux poreux sont fréquemment rencontrés aussi bien dans la nature que dans l'industrie. Les domaines d'application sont nombreux et variés. On peut citer les problèmes de purification de l'eau, de dépollution des sols, d'extraction de pétrole et de gaz ...etc.

Les écoulements dans les milieux poreux ont fait l'objet de nombreux travaux que ce soit dans la recherche ou bien dans la pratique, en raison de leur importance dans plusieurs domaines naturel tel que le déplacement des eaux dans les nappes aquifères et industriel tel que les filtres.

Le présent travail porte sur l'étude des écoulements laminaires dans les milieux poreux. Il a pour objectif de déterminer l'influence des principaux paramètres du système (perméable, porosité) sur le déplacement des particules fluide. Il s'intéresse particulièrement à la mesure de la tortuosité. Ce paramètre est d'une grande importance pour décrire la géométrie d'un milieu.

Le présent manuscrit est structuré de la façon suivant :

Dans le premier chapitre, nous allons définir les caractéristiques des milieux poreux, nous exposerons les travaux expérimentaux, théoriques, et numériques antérieur. Nous présentons les équations générales des écoulements de fluide autour d'obstacles de transport dans les milieux.

Dans le second chapitre consacré à l'étude expérimentale, nous allons parler du déroulement de notre manipulation et des différentes mesures effectuées et des résultats obtenus.

Dans le troisième chapitre qui est consacré en grande partie, à la modélisation numérique. On commencera par présenter les modèles établis, pour le cas 2D puis pour le cas 3D. On effectuera une étude paramétrique qui aura pour but de déterminée l'effet des obstacles et des parois sur l'écoulement. Cette étude paramétrique sera suivie d'une discussion qui portera sur la comparaison entre les résultats obtenus avec l'expérimental et ceux obtenus avec les simulations 2D et 3D.

On finalisera ce document par une conclusion générale et quelques perspectives.

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Introduction

Dans ce chapitre, des notions théoriques liées au phénomène des écoulements autour de plusieurs obstacles sont brièvement abordées, ainsi que la notion de ses différents régimes. On parlera aussi des milieux poreux et de la porosité, en suite, on traitera les écoulements dans les milieux poreux, ainsi que les principales propriétés physiques de ces écoulements qui sont la perméabilité et la tortuosité.

Par la suite on terminera notre chapitre par citer les principales études et travaux effectués sur le transport dans les milieux poreux qui permet de déterminer la perméabilité et la tortuosité. On va commencer par l'étude pionnière de Kozeny 1927, jusqu'aux travaux récents, réalisés par plusieurs chercheurs.

I.2. Généralités sur les écoulements autour d'obstacles

A partir de 1840, ils s'étaient rendu compte que l'écoulement d'un fluide pouvait être de deux types différents : laminaire et turbulent. La distinction entre eux est plus facile à comprendre par référence au travail entrepris au début des années 1880 par Osborne Reynolds qui a pu étudier la manière dont l'eau coulait (Bernard & Warn-Smith, 2006)

Dans notre PFE on s'intéresse aux écoulements autour de plusieurs obstacles (comme les milieux poreux naturels ou industriels). De nombreuses études expérimentales et numériques ont mis en évidence l'existence de différents régimes de ce type d'écoulements.

En effet lorsque l'écoulement rencontre un obstacle, ses propriétés vont être modifiées et l'écoulement va adopter différents comportements suivants la valeur du nombre de Reynolds qui le caractérise. Cette grandeur est un nombre adimensionnel, égal au rapport entre les forces inertielles et la viscosité. Il s'écrit comme suit :

$$Re = \frac{V \cdot L}{\nu} \quad (I.1)$$

Avec :

R_e : Nombre de Reynolds.

V : Vitesse moyenne du fluide en amont en (m/s)

L : Longueur caractéristique en (m).

ν : Viscosité cinématique (m^2/s).

I.2.1. Écoulement laminaire

On dit qu'un écoulement est laminaire lorsque le mouvement des particules fluides se fait de façon régulière et ordonnée. Ce type d'écoulement apparaît lorsque le nombre de Reynolds est faible ($R_e < 2000$) et les lignes de courant sont stationnaires.

Pour des faibles vitesses, ce régime d'écoulement est le plus adapté à la simulation

I.2.2. Écoulement turbulent

On dit qu'un écoulement d'un fluide est turbulent s'il est désordonné et se déplace en formant des bouffées tourbillons de tailles différentes accompagnés d'un mélange des particules fluides.

La turbulence apparaît dans des écoulements dont le nombre de Reynolds est élevé ($R_e > 3000$). Elle est l'origine du développement d'une instabilité dans un écoulement laminaire.

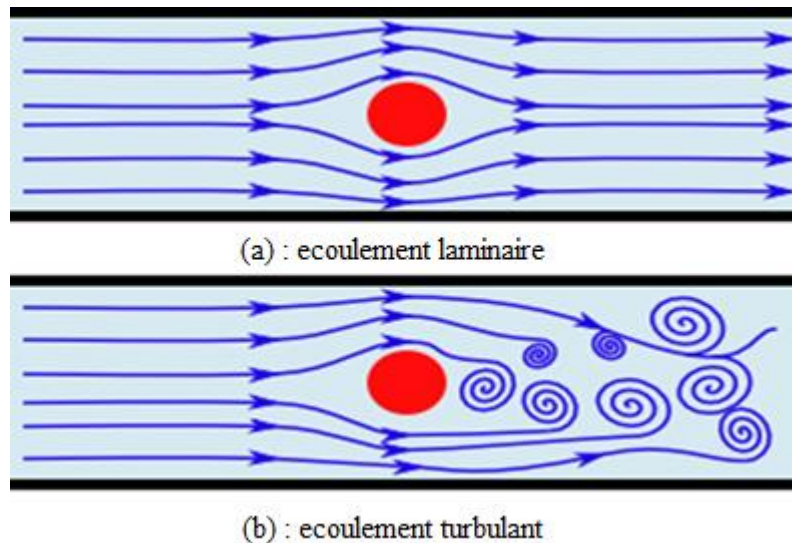


Figure (I.1) : Différents régimes d'un écoulement fluide autour d'obstacle (a, b).

I.3. Milieux poreux

Un milieu poreux est milieu constitué de granulométrie varié ou les pores interstitiels et les fissures sont interconnectés entre eux, ces pores sont des espaces vides peuvent être occupé par de l'eau ou de l'air ou d'autre fluides.

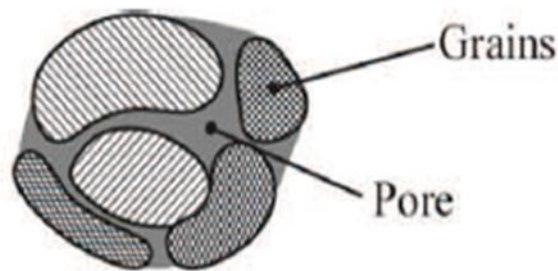


Figure (I.2) : représentation d'un milieu poreux

La présence de ces espaces vides distribuée dans la matrice solide est caractérisé par la porosité du milieu que nous définissons comme étant le rapport de volume des vides (ou pores) et le volume total (tout le volume occupé par les phases solide et liquide), qui s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{V_v}{V_t} = \frac{V_v}{V_s + V_v} \quad (I.2)$$

Avec :

ε : porosité en %

V_v : Volume des vides (m^3)

V_s : Volume des grains solides (m^3)

V_t : Volume total (m^3)

La porosité peut être de deux formes : La porosité d'interstice (figure I.3.a), et la porosité de fissure (figure I.3.b)

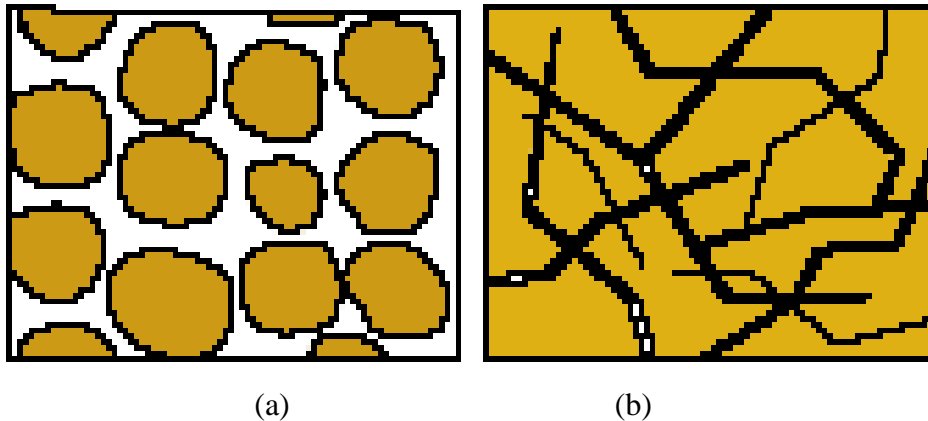


Figure (I.3) : les deux types de porosité (Salazar, 2006)

I.4. Écoulement de l'eau dans les milieux poreux

L'écoulement de l'eau dans les milieux poreux est considéré comme le déplacement de particules de l'eau, le long des trajectoires appelées lignes de courants. Il régit par des forces de nature différentes selon le type du milieu soit saturé ou non saturé (Tanino, 1965)

Dans les milieux poreux, le milieu est dit saturé lorsque les pores sont complètement occupés par l'eau en phase liquide et, non saturé dans le cas contraire.

Dans le cadre de notre travail on c'est intéressé ou écoulement dans les milieux poreux à l'état saturé. De nombreux travaux théoriques et expérimentaux ont été réalisés.

En 1856, Henry Darcy a été parmi les premiers à avoir mené une étude approfondie sur les écoulements dans les milieux poreux. il établit une loi permettant d'exprimer le débit d'un fluide incompressible (eau) qui s'écoule en régime stationnaire à travers un milieu poreux de section (S) et de longueur (L) sous l'effet de différence de charge (ΔH), pour une charge hydraulique constante, il définit un coefficient de perméabilité K qui dépend du type de milieu poreux, cette loi s'exprime comme suit :

$$Q = K.S.\frac{\Delta H}{\Delta L} \quad (I.3)$$

Avec :

K : Coefficient de perméabilité en (m/s).

S : La section en (m²).

ΔH : Les pertes de charges en (m).

ΔL : La longueur (m).

Le rapport $\Delta H/\Delta L$ est la perte de charge par unité de longueur, il est appelé aussi « gradient hydraulique » et noté « I » :

$$I = \frac{\Delta H}{\Delta L} \quad (\text{I.4})$$

La vitesse de filtration est égale au rapport de la quantité d'eau passant en une seconde sur la surface, c'est également le produit du coefficient de perméabilité par le gradient hydraulique :

$$V = \frac{Q}{S} = K \cdot I \quad (\text{I.5})$$

I.5. Equation régissant l'écoulement d'un fluide

Le système d'équations est basé sur le principe de conservation de la masse, et de la quantité de mouvement. Il constitue les équations de Navier-Stocks.

I.5.1. Equation de continuité

L'équation de continuité est celle qui décrit le principe de conservation de la masse, c'est-à-dire que la masse se conserve au cours de l'écoulement, elle s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0 \quad (\text{I.6})$$

I.5.1. Equation de quantité de mouvement

La quantité de mouvement est égale au produit de la masse par la vitesse, elle provient de la seconde loi de Newton, la variation de la quantité de mouvement d'un système est égale à la somme des forces extérieures s'exerçant sur ce système, on peut distinguer :

- Forces surfaciques : viscosité, pression ;
- Forces volumiques : gravité, ...

L'équation de la quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \rho g_{xi} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (I.7)$$

I.5.3. Equation de Navier-Stocks

Les équations de Navier Stocks sont l'assemblage des équations de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de conservation de la masse pour un fluide newtonien.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0 \\ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \rho g_{xi} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{array} \right.$$

I.6. Perméabilité

La perméabilité est la propriété d'un corps poreux de se laisser traverser par les fluides. Cette constante caractéristique d'un milieu poreux est liée à la forme des grains et à la porosité. Cette grandeur est déterminée généralement par des mesures expérimentales, à partir de la loi de Darcy régissant le mouvement du fluide dans le milieu poreux. (Sassane, 2008)

$$K = \frac{v}{I} \quad (I.8)$$

I.7. Tortuosité

La tortuosité est l'un des paramètres clés utilisé pour d'écrire la géométrie d'un milieu poreux du point de vue écoulement et transport. Cette notion a été introduite par Carman (1937) dans une étude d'écoulement à travers un lit de sable. Il propose comme tortuosité, un rapport de longueurs qui tient compte de l'élongation du chemin effectif que suit le fluide à l'intérieur du milieu poreux, ou bien comme le rapport de la distance parcourue par le fluide (longueur moyenne des lignes) sur la longueur du milieu. (Seghir, 2013)

Elle peut être définie simplement dans le cas où le milieu poreux étudié se modélise sous la forme d'un réseau de capillaires ondulés (figure I.4). Soit :

$$\xi = \frac{L_{cap}}{L_m} \quad (I.9)$$

Avec :

L_{cap} : longueur moyenne des lignes capillaires en (cm).

L_m : longueur du milieu en (cm).

ξ : Tortuosité

On note que $L_{cap} > L_m$, donc $\xi > 1$. Plus ξ est grand plus le milieu est «tortueux »

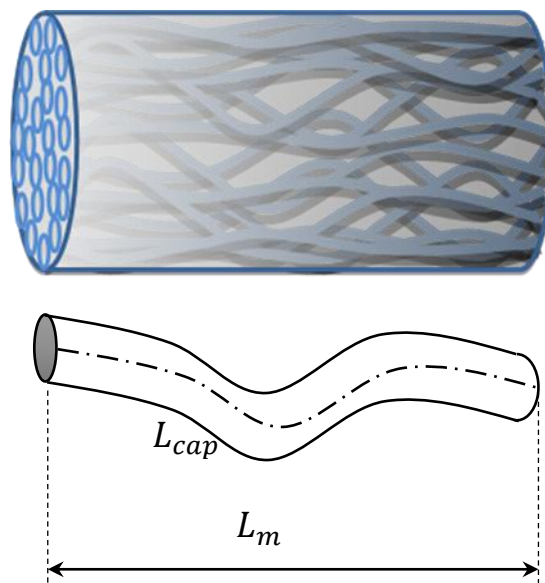


Figure (I.4) : milieu poreux modélisé sous la forme d'un réseau de capillaires ondulés.

I.8. Travaux réalisés

L'étude des écoulements dans les milieux poreux entre dans de nombreux domaines de la science et de l'ingénierie.

C'est à partir de l'étude pionnière de (Kozeny, 1927) qui a développé un modèle capillaire pour les milieux poreux et qui propose une expression de la perméabilité en fonction de la surface spécifique et une dimension adimensionnelle constante qui dépend de la géométrie du canal, que les chercheurs ont commencé à élaborer de nombreuses études dans ce domaine qui ont corrélé la perméabilité à leur propriétés physiques, y compris la porosité, la taille moyenne des particules et la distribution granulométrique. (Guo, 2012)

Par la suite (Carman, 1937) a modifié la théorie développée par Kozeny et introduit la tortuosité qui est l'un des paramètres clés utilisés pour décrire la géométrie d'un milieu poreux du point de vue de l'écoulement et de transport. Il propose comme tortuosité, un rapport de longueurs qui tient compte de l'élongation du chemin effectif que suit le fluide à l'intérieur du milieu poreux. (Seghir, 2013)

(Koponen et al, 1996) ont fait une résolution numérique en appliquant une méthode numérique de simulation appelée méthode d'automates cellulaires en réseau (LG) sur un fluide Newtonien incompressible rampant dans une substance poreuse bidimensionnelle construite par des rectangles de taille égale, disposée au hasard et avec un chevauchement illimité. Ils ont obtenu une corrélation entre la tortuosité moyenne du chemin d'écoulement et la porosité comme :

$$\xi = 0.8(1 - \varepsilon) + 1 \quad (\text{I.10})$$

(Matyka et al, 2008) ont étudié numériquement la relation tortuosité-porosité dans un modèle microscopique d'un milieu poreux qui contient un ensemble de carrés placés de façon aléatoire en la méthode de Lattice Boltzmann (LBM). Ils ont déduit que pour le cas d'un écoulement à faible nombre de Reynolds la formule de Kozeny n'est pas universelle et qu'elle ne s'applique pas sur des formes géométriques complexes. (Matyka, Khallili, & Koza, 2008)

(Duda Artur et al, 2011), ont proposé une méthode qui permet de déterminer la tortuosité hydraulique directement à partir du champ de vitesse de l'écoulement dans les milieux poreux sans calculer les lignes de courant. Cette méthode permet un gain de calcul notamment dans les cas 3D. L'étude d'un milieu fibreux isotrope leur a permis de déterminer l'expression suivante :

$$\xi = 1 + p\sqrt{1 - \varepsilon}. \quad (\text{I.11})$$

Ils ont défini la tortuosité comme le rapport de vitesse moyenne sur le volume (Duda, Koza, & Matyka, 2011) comme suit :

$$\xi = \int_v v(r) d^3 r / \int_v v_x(r) d^3 r \quad (\text{I.12})$$

(Daigle et Dugan, 2011) ont examiné théoriquement la tortuosité en tenant compte de l'anisotropie du milieu composé de grains cylindriques plats orientés à un certain angle par rapport à l'horizontal, et pour de telles dispositions périodiques de particules de même taille ils ont déduit que la tortuosité et la perméabilité dans la direction parallèle au plan (horizontal) sont plus hauts que ceux perpendiculaires au plan, et que avec ces différents augmentant la porosité augmente aussi. Et ils ont effectués une simulation numérique pour la vérification des résultats théoriques à l'aide du LBM. (Guo, 2012)

(Matyka et al, 2012) a traité la tortuosité définie comme un allongement moyen des trajets de fluide, et en étant l'un des paramètres principaux qui décrivent la géométrie et les propriétés de transport dans les milieux poreux, et on se basant sur la formule empirique de (Kozeny-Carman, 1937) qui relie plusieurs paramètres structurales tel que la porosité, la surface spécifique, la perméabilité, le facteur de forme et la tortuosité hydraulique on mettant en œuvre différents problèmes à résoudre et on utilisant comme méthode de calcul la (LBM) Boltzmann. (Matyka & Koza, 2012)

(Guo Pejiun, 2012) a présenté un cadre mathématique pour déterminer la dépendance directionnelle de la tortuosité et de la perméabilité anisotrope des milieux poreux en utilisant une mesure structurale décrivant la distribution anisotrope ou le tenseur de tortuosité est dérivé et sur la base d'une approche de la moyenne volumique et est lié à la distribution directionnelle des vides des pores. Le tenseur de perméabilité est obtenu à partir des équations macroscopiques des fluides qui sont liée au tenseur de tortuosité. (Guo, 2012)

(Sun Zufengi et al, 2013) ont utilisé la tortuosité comme paramètre important dans le domaine de la perméabilité et de la diffusion dans les sols en évaluant une relation entre elle et la porosité. Ils ont utilisé une méthode d'homogénéisation et un outil numérique pour calculer le coefficient de diffusion effectif et la tortuosité élémentaire à 2D. Ensuite grâce à un calcul numérique de différentes valeurs de tortuosité ils ont constaté qu'un modèle générale a le meilleur degré de conformité. La formulation général proposée a été évaluée en la comparant aux formulations disponibles et aux données expérimentales. (Sun, Tang, & Cheng, 2013)

(Seghir.A, 2013) a fait une simulation numérique des écoulements de fluide dans les milieux poreux granulaires générés de façon aléatoire pour évaluer les valeurs de la tortuosité et de la perméabilité en fonction de la porosité et de la forme des grains pour. Il a ensuite utiliser les lignes de courant comme mesure de la longueur. (Seghir, 2013)

(Ebrahimi Khabbazi et al, 2015) ont présenté et appliqué une nouvelle approche analytique pour calculer les corrélations tortuosité-porosité dans les milieux poreux type fractal applicable à géométrie dite tapis sierpinski. Ils ont montré que la porosité est limitée et les corrélations tortuosité-porosité dans les milieux poreux d'une même structure pourraient être influencées par la forme des grains. Ils ont également montré comment les valeurs d'un modèle analytique 2D pour le tapis sierpinski à base circulaire suivent une corrélation similaire proposée par plusieurs chercheurs. (Ebrahimi, Hinebaugh, & Bazylak, 2016).

I.9. Récapitulatif

Récapitulatif des formules et expressions de la tortuosité que nous avons tirées à partir des documents consultés

Tableau (I.1) : Récapitulatif des formules.

$$\xi = 1 + P \ln \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \text{ (Guo, 2012)}$$

$$\xi = \frac{L_{cap}}{L} \text{ (Matyka \& Koza, 2012)}$$

$$\xi = 1 + p(1 - \varepsilon) \text{ (Matyka \& Koza, 2012)}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{3[1 - B(1 - \varepsilon)^{2/3}]} + \frac{1}{3}} \text{ (Matyka \& Koza, 2012)}$$

$$\xi = 1 - p \ln \varepsilon \text{ (Matyka \& Koza, 2012)}$$

Avec :

ξ : Tortuosité.

ε : Porosité en (%).

L_{cap} : Longueur moyenne des chemins de fluide en (m).

L : Longueur géométrique de l'échantillon en (m).

p : Paramètre d'ajustement.

B : Constante qui dépend de la forme des obstacles.

I.10. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les notions de base concernant les écoulements autour de plusieurs obstacles comme les milieux granulaires. Nous avons rappelé les deux régimes d'écoulements laminaire et turbulent.

Comme notre intérêt se portera en particulier, sur l'étude du régime d'écoulement laminaire dans les milieux granulaire, nous avons présenté les milieux poreux et leur caractéristique tel que la porosité, la perméabilité et la tortuosité.

Nous avons montré à travers un exposé des recherches dans ce domaine que la tortuosité est d'une grande importance.

ETUDE EXPERIMENTALE

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les tests expérimentaux réalisés. Nous décrivons le dispositif expérimental et par la suite nous exposons les démarches que nous avons adoptées pour pouvoir réaliser les expériences. Enfin, nous terminerons le chapitre par la présentation des résultats obtenus.

II.2 But de l'expérience

Cette expérience a pour objectif principal l'étude des caractéristiques d'un écoulement fluide (eau) autour de plusieurs obstacles cylindriques (comme un milieu poreux granulaire) pour visualiser les trajectoires des particules. Nous viserons la détermination et le tracer les lignes de courant et l'évaluation de la perméabilité et de la tortuosité.

II.3. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué principalement d'un banc hydraulique contenu d'un réservoir rempli d'eau mené d'une pompe et sur lequel est placée la cuve Hele Shaw

Cette cuve de Hele-Shaw montré dans la figure (II.1) est fabriquée par Henry Selby Hele-Shaw en 1875 permettant de mettre en évidence les écoulements laminaires à deux dimensions autour d'obstacles de différentes formes géométriques.

Cet appareil permet :

- Démonstration visuelle d'une large variété de lignes d'écoulements autour de différentes formes
- De produire des lignes de courant en régime laminaire permanent.
- De représenter des problèmes d'infiltration dans le sol.

La cuve est constituée de deux plaques espacées d'une certaine distance pour laisser la lame d'eau s'écouler d'une épaisseur donnée. Dans notre cas l'épaisseur de la lame est de 1.2 mm.

Dans le premier lieu nous avons découpé 142 cylindres et 16 moitiés du caoutchouc de chambre à air avec un diamètre de 5.2mm en utilisant le perforeur, puis nous les avons collés sur une feuille transparente en laissant une distance entre eux de 2[mm]

Nous avons mis en forme plusieurs cylindres de diamètre de 5.2 mm et nous les avons disposés entre les deux plaques de sorte à créer un écoulement tortueux. Les cylindres sont des rondelles découpées d'un caoutchouc de chambre à air à l'aide d'un perforeur figure (II.2)

La cuve est dotée d'une bouteille de teinture reliée à l'écoulement par un tuyau qui débouche sur 10 orifices permettant de diffuser un colorant pour visualiser l'écoulement. Pour cette expérience nous avons utilisé que les 5 orifices du centre

Le colorant utiliser consiste en un mélange de lait avec du sirop alimentaire.

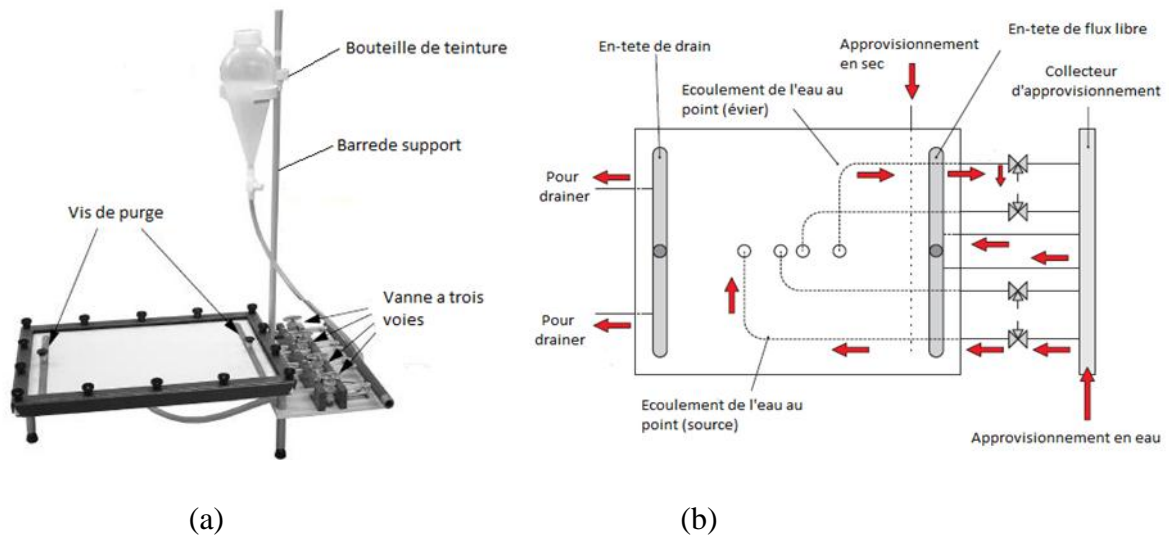


Figure (II.1): Cuve Hele Shaw

La figure (II.2.a)et (II.2.b) représente les composants de l'appareil de cuve Hele Shaw.



Figure (II.2) : Le perforeleur

Les outils et produits utilisés :

- Chambrier (avec une épaisseur de 1,2[mm])
- Cutteur
- Colle adhésif
- Colle liquide (super glu)
- Feuille transparente
- Colorant (sirop) alimentaire
- Lait
- Aiguille

II.4. Mode opératoire

Afin de réaliser un exemple d'un milieu poreux granulaire nous avons coupé 142 cylindres et 16 moitiés d'un caoutchouc de chambre à air avec un diamètre de ($D=5.2$ mm) en utilisant le perforeleur figure (II.2).

Nous avons commencé en premier lieu à imprimé le modèle à réaliser sous format papier pour nous faciliter a collé les cylindres et les moitiés sur la feuille transparente en délimitant la surface d'écoulement.

Ensuite nous avons collé ces cylindres et les moitiés sur la feuille transparente dans la surface délimitée avec de la super glu dans des emplacements bien définis, avec une distance de 2mm entre eux et nous avons laissé 10.2cm de l'entrée d'eau comme le montre la figure (II.3)

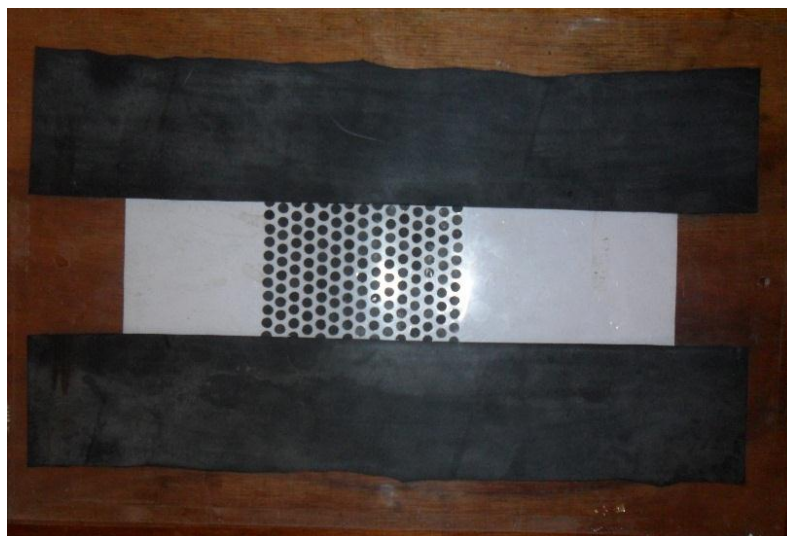


Figure (II.3) : Exemple du milieu poreux granulaire.

Puis nous avons nettoyé les 5 trous d'injection du liquide coloré avec une aiguille, nous avons placé les cylindres collés en un bloc sur la plaque de Hele Shaw, et avons bien renfermé l'appareil pour ne pas avoir des fuites comme le montre la figure (II.4).

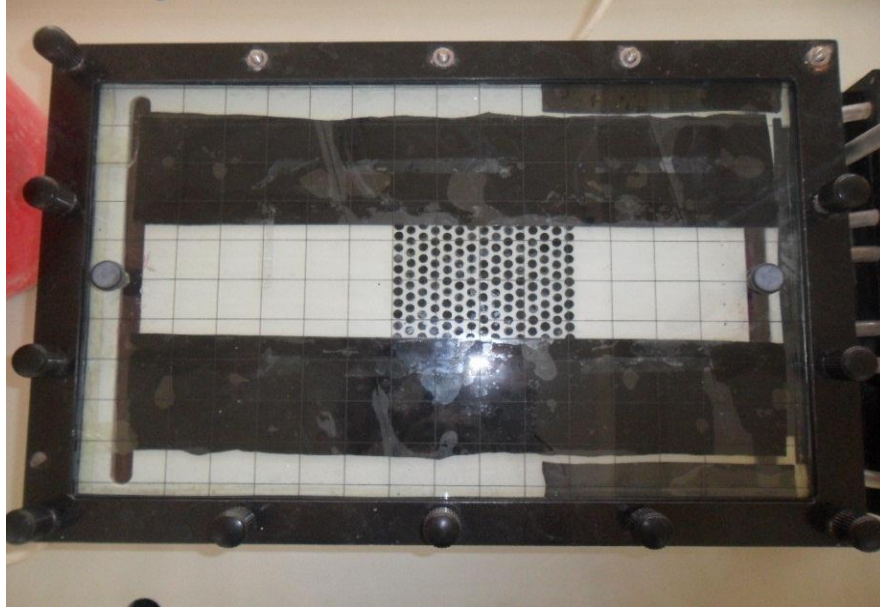


Figure (II.4): Mise en place du modèle

En suite nous avons préparé le mélange du lait avec le colorant.

Après avoir rempli le réservoir du banc hydraulique avec de l'eau, nous avons placé l'appareil de cuve du Hele Shaw ou dessus. Nous avons branché la conduite d'eau du réservoir à la cuve, nous avons allumé la pompe d'alimentation nous avons fait en sorte que les bulles d'air n'apparaissent pas dans la section d'écoulement,

En suite nous avons ouvert la vanne du liquide coloré qui par la suite a permis l'apparition des lignes de courant (figure II.5).

II.5. Résultats obtenus

Les résultats concernent essentiellement la prise des pressions et la mesure du débit.

Dès que l'écoulement se stabilise, les lignes de courant apparaissent comme le montre la figure (II.5) à ce moment-là nous commencerons à prendre quelque mesure comme le volume en fonction du temps pour le calcul du débit et nous avons aussi mesuré les charges d'eau aux extrémités en exploitons les deux visse pour placé des piézomètres comme le montre la figure (II.6).

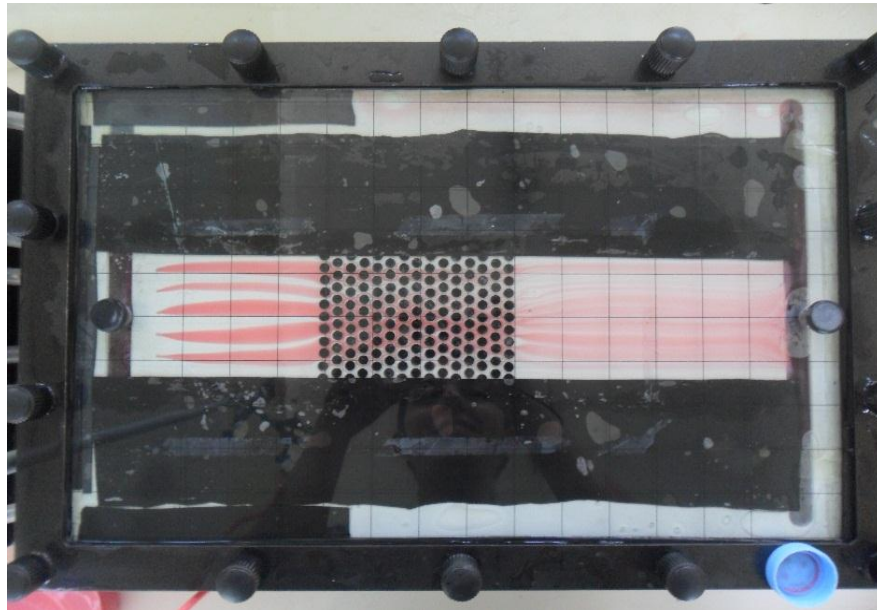


Figure (II.5) : Apparition des lignes de courant.

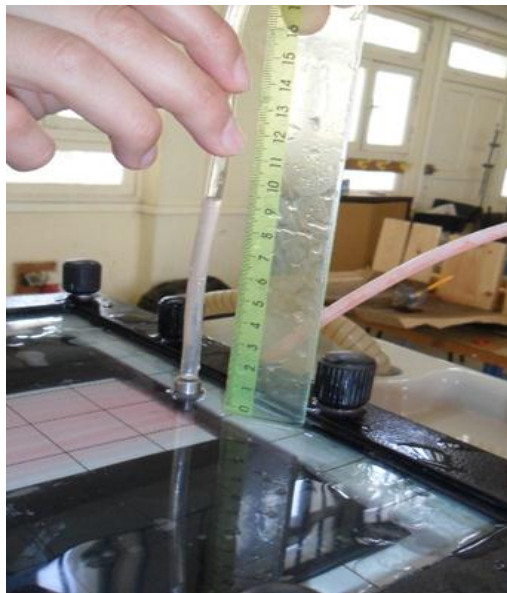


Figure (II.6) : Mesures des charges d'eau

Par la fin, lors de l'apparition des lignes de courant nous avons pris quelques photos pour le traitement d'image et le calcul des paramètres.

II.6. Mesures et calcul effectués

II.6.1. Pertes de charges

Dès qu'un fluide est mis en mouvement dans une canalisation, des frottements vont engendrer une chute de la pression appelée pertes de charge, cette perte d'énergie se caractérise par une diminution de la pression dans le sens de l'écoulement.

Ce sont un élément fondamental de l'écoulement des liquides car elles apparaissent pour tous les liquides.

$$\Delta H_{exp} = H_1 - H_2 \quad (\text{II.1})$$

Avec :

ΔH_{exp} : Pertes de charge

H_1 : La charge au point 1 en (cm)

H_2 : La charge au point 2 en (cm)

Calcul des pertes de charge :

$$\Delta H_{exp} = 11.2 - 9.45$$

$$\Delta H_{exp} = 1.75 \text{ cm}$$

II.6.2. Débit

C'est la quantité de matière qui s'écoule à travers une section de passage (exprimée par une masse ou volume) et qui passe à chaque unité (c'est-à-dire chaque seconde chaque minute ou bien chaque heure selon l'unité choisie).

Débit = volume / l'unité de temps

$$Q = \frac{Vol}{t} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

Q : Débit en (ml/s)

Vol : Volume en (ml)

t : Temps en seconde (s)

Tableau (II.1) : Mesures effectuées.

N°	1	2	3	4	5	6
Temps(s)	17.95	18.64	17.26	18.28	18.65	18.20
Volume (ml)	23	24	22	23.5	24	23.2
Débit (ml/s)	1.28134	1.28755	1.27462	1.28556	1.28686	1.27473

Le tableau (II.1) montre les mesures effectuées lors de cette expérience dans le but de déterminer le débit.

Débit moyen :

$$Q_{\text{moy}} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6}{6} \quad (\text{II.3})$$

$$Q_{\text{moy}} = \frac{1.28134 + 1.28755 + 1.27462 + 1.28556 + 1.28686 + 1.27473}{6}$$

$$Q_{\text{moy}} = 1.28178 \text{ ml/s}$$

II.6.3. Vitesse

$$V = \frac{Q}{S} \quad (\text{II.4})$$

On a :

$$S = L.l \quad (\text{II.5})$$

Avec :

v : vitesse en (m/s)

Q : débit en (m³/s)

S : Section d'entrée en (m²)

L : longueur de la section d'entrée en (m).

l : largeur de la section d'entrée en (m).

La section d'entrée est :

$$S = 0.072 * 0.0012$$

$$S = 0.000864 \text{ m}^2$$

La vitesse d'écoulement est :

$$v = \frac{1.28178 * 10^{-6}}{0.000864}$$

$$v = 0.01483029 \text{ m/s}$$

II.6.4. Porosité ε

$$\varepsilon = \frac{V_v}{V_t} \quad (\text{II.6})$$

Avec :

ε : porosité en %

V_v : Volume des vides en (cm^3)

V_t : Volume total en (cm^3)

Dans l'exemple de notre expérience le volume total est de $V_t = 9.1584 \text{ cm}^3$ et le volume des vides est de $V_v = 5.643 \text{ cm}^3$

D'où on a :

$$\varepsilon = \frac{5.643}{9.1584}$$

$$\varepsilon = 0.38$$

Le taux de porosité du milieu est de 38 %

II.6.5. Perméabilité K

$$K = \frac{V}{I} \quad (\text{II.7})$$

Avec :

K : perméabilité en (m/s)

V : vitesse d'écoulement en (m/s)

I : gradient hydraulique

- Gradient hydraulique :

$$I = \frac{\Delta H}{\Delta L} \quad (\text{II.8})$$

Avec :

ΔH : Pertes de charge en (m)

ΔL : Longueur d'écoulement en (m)

$$I = \frac{0.0175}{0.356}$$

$$I = 0.0491573$$

Calcul de la perméabilité :

$$K = \frac{0.01483029}{0.0491573}$$

$$K = 0.30 \text{ m/s}$$

II.7. Tortuosité ξ

Pour évaluer le paramètre de tortuosité on a tracé 5 lignes de courant sur la figure (II.7.a) à l'aide du logiciel AutoCAD comme le montre la figure (II.7.b).

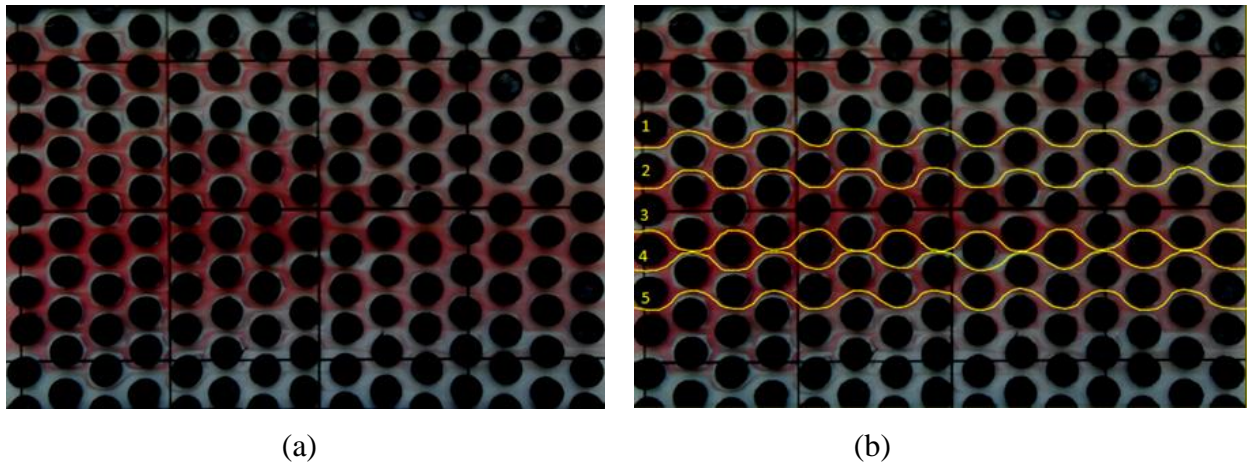


Figure (II.7) : Lignes de courant.

Le tracé de ces lignes se fait en digitalisation manuellement quelque ligne avec un nombre aussi grand que possible de points allant jusqu'à 1000 points par ligne.

Le seul inconvénient de cette mesure réside dans la reconnaissance visuelle et le suivi des contours des lignes de courant, certaines lignes se chevauche et il est des fois difficile de distinguer les trajectoires de particules colorées.

Par la suite on a mesuré la longueur (L_{cap}) de chaque ligne de courant et calculer sa tortuosité puis on a pris la moyenne entre les 5 lignes (voir le tableau II.2) :

$$\xi = \frac{L_{cap}}{L_m} \quad (II.9)$$

L_{cap} : Longueur de la ligne de courant en (m)

L_m : Longueur du milieu en (m)

Tableau (II.2) : Calcul de la tortuosité.

N° de la ligne	$L_{cap}(m)$	$L(m)$	ξ
1	0.1190	0.106	1.122
2	0.1220	0.106	1.150
3	0.1230	0.106	1.161
4	0.1192	0.106	1.124
5	0.1206	0.106	1.135
		ξ_{moy}	1.1384

II.8. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présent le dispositif expérimental que nous avons mis en place.

Nous avons décrit les outils et appareils utilisés ainsi que le mode opératoire pour mener à bien les tests expérimentaux.

Nous avons pu visualiser avec une précision satisfaisante les lignes de courant ce qui nous a permis de digitalisées avec Auto CAD certaines d'entre elles comme échantillon de mesure de la tortuosité.

Les difficultés rencontrées lors des tests menés concernent essentiellement

- Les fuites
- Expulsion des bulles d'air
- Mesure de ΔH avec précision
- Le fait que l'appareil n'est pas conçu pour ça
- Trouver le colorant plus adapté
- Traitement d'image
- Confection des obstacles et leur positionnement

MODELISATION NUMERIQUE

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la simulation numérique du dispositif expérimental et des essais réalisés dans le chapitre précédent. A cet effet nous allons résoudre à l'aide du logiciel Comsol les écoulements laminaire autours de plusieurs obstacles cylindriques.

Le logiciel Comsol utilise la méthode des éléments finis pour résoudre les équations de Navier Stocks. Le but est de déterminer les champs des vitesses et de pression à l'intérieur du milieu réalisé ainsi que le tracé des lignes de courant et les calculs de leurs longueurs.

Cette simulation nous permettra d'évaluer la tortuosité de deux manières :

- a) Avec le champ des vitesses moyennées comme l'a suggérer Duda 2011.
- b) L'utilisation des lignes de courant comme l'ont fait plusieurs auteurs.

Par ailleurs, les résultats seront validés sur la base du calcul de la perméabilité.

III.2. Présentation de la méthode des éléments finis

III.2.1. Définition

La méthode des éléments finis consiste à résoudre numériquement un problème physique pouvant être modélisé par des équations aux dérivées partielles et des conditions aux limites, elle est l'une des techniques numériques les plus puissantes. L'un des avantages majeurs de cette méthode est le fait qu'elle offre la possibilité de développer un programme permettant de résoudre, avec peu de modifications, plusieurs types de problèmes.

Cette méthode consiste à discrétiser un domaine complexe en un ensemble de sous domaines élémentaire appelés 'éléments finis' qui ont des formes géométriques simple interconnectés des nœuds.

III.2.2. Etapes de calcul par la méthode des éléments finis

Les principales étapes de construction d'un modèle avec la méthode des éléments finis (les grandes lignes de la méthode) sont les suivantes :

- Formulation des équations gouvernantes et des conditions aux limites.
- Discrétisation du domaine en sous domaines.
- Approximation et application des conditions aux limites.
- Résolution du système globale.

III.3. Présentation des logiciels utilisés

III.3.1. COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics 5.2a, anciennement appelé *FEMLAB*, est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet de simuler de nombreuses physiques et applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes couplés ou simulation multi-physiques. Il a été développé par des étudiants de Germund Dahlquist à la Royal Institute of technology à Stockholm.

C'est un logiciel multiplateforme, peut fonctionner sous Windows, Mac, GNU-Linux etc. Ses simulations peuvent être reliées à d'autres logiciels de calcul dont on peut citer : Auto-CAD, Matlab grâce à des modules *Live Link*. Il contient la plupart des équations aux dérivées partielles (EDP), soit sous forme différentielle, soit sous intégral faible.

L'utilisateur définit ses couplages ou sélectionne les interfaces prédéfinies. Les différentes étapes du processus de modélisation sont:

- Définir la géométrie,
- Les propriétés matériaux,
- Le maillage,
- Choisir la ou les physiques,
- Résoudre et afficher les résultats.

III.3.2. MATLAB

MATLAB, abréviation de *MATrix LABoratory*, est un logiciel interactif basé sur le calcul matriciel. Il est utilisé dans les calculs scientifiques et les problèmes d'ingénierie, parce qu'il permet de résoudre des problèmes numériques complexes en moins de temps requis par les Langages de programmation courants. Il permet de réaliser des calculs numériques et tracer des graphes pour visualiser et analyser les données, développer des algorithmes et créer des modèles et des applications.

Matlab possède les particularités suivantes:

- La programmation facile,
- La bibliothèque mathématique très compréhensive,
- La possibilité de liaison avec les autres langages classiques de programmation.

Nous utilisons Matlab comme outil de post-travail pour calculer les longueurs des lignes de courant et évaluer la tortuosité moyenne et sont écart type.

III.4. Simulation réalisées

Dans ce travail nous allons établir à l'aide du logiciel Comsol Multiphysics, des simulations 2D et 3D des écoulements laminaires monophasiques à travers les multiples obstacles du dispositif expérimental étudié en chapitre II. Nous nous intéressons à la détermination des champs des vitesses et des pressions et des paramètres de l'écoulement qui sont : nombre de Reynolds, la perméabilité, la tortuosité. Les résultats de ces simulations seront calibrer et validé avec les résultats de la partie expérimentale.

III.4.1. Paramètres des modèles

Le milieu étant constitué de plusieurs cylindres disposés comme montré sur la figure (III.1) avec un espacement constant, nous avons défini cette espacement par 'e' et le décalage de la colonne par 'dy', et nous avons placé les cylindres assez éloignés des bords d'entrée et de sortie, afin de laisser l'écoulement laminaire s'établir, et sur les parois appliquée les conditions aux limites avec les valeurs moyennes de vitesse et de pression constants sur toute la transversale. Le paramètre est noté par 'm' pour l'entrée et il est déduit par la géométrie à la sortie.

Les autres paramètres de la modélisation concernent les fluides et la géométrie des plaques, ils sont bien décrits dans le tableau (III.1) :

Tableau (III.1) : Les paramètres de calcul physique et géométrique

Nom	Expression	Valeur	description
ρ	Fixé par l'utilisateur [kg/m^2]	1000	Masse volumique
μ	Fixé par l'utilisateur [$\text{pa}\cdot\text{s}$]	1.03e-3	Viscosité dynamique
L	Fixé par l'utilisateur [cm]	35.6	Longueur du milieu
H	Fixé par l'utilisateur [cm]	7.2	Largeur du milieu
r	Fixé par l'utilisateur [mm]	2.6	Rayon des cercles
e	Fixé par l'utilisateur [mm]	2	Espacements entre les cercles
D_z	Fixé par l'utilisateur [mm]	1.2	Épaisseur entre les plaques (en 3D)
dy	Fixé par l'utilisateur [mm]	3.6	Position du premier cercle de la deuxième colonne selon y

Tableau (III.1) : suite

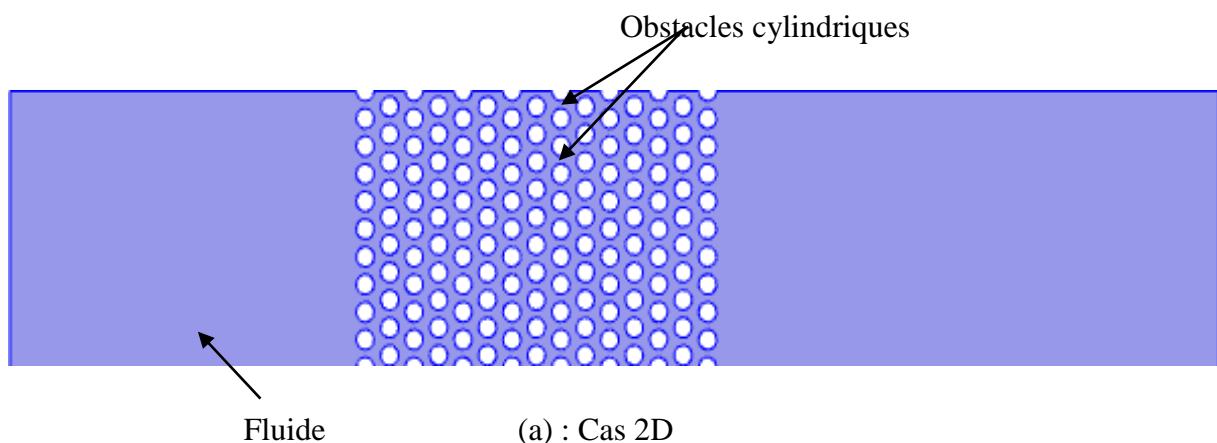
Nom	Expression	Valeur	Description
m	Fixé par l'utilisateur [cm]	10.2	Distance entre l'entrée de fluide et le premier cercle selon x
Q	Fixé par l'utilisateur [ml/s]	1.28	Débit à la sortie
P	Fixé par l'utilisateur [pa]	1098.72	Pression à l'entrée

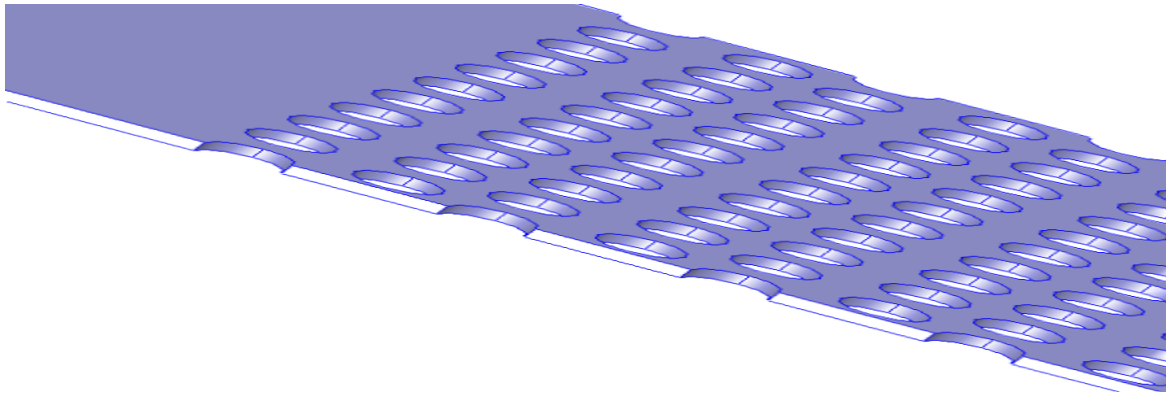
III.4.2. Géométrie

Avant la création de la géométrie, il faut d'abord commencer par le choix de la dimension de l'espace. Comsol nous offre la possibilité de travailler en plusieurs dimensions (1D, 2D, 2D axisymétrique ou en 3D). En réalité, les problèmes sont tridimensionnels, mais dans la plupart des cas, il est suffisant de les résoudre en 2D (choix préférable), car ce dernier requiert moins de temps de calcul de mémoire et de performance de la machine.

Pour créer le modèle de simulation 2D, au démarrage de Comsol Multiphysics nous devons choisir le type de la simulation que nous voulons faire puis en sélectionne la dimension d'espace 2D, puis on ajoute une physique : on choisit écoulement de fluide, puis écoulements monophasiques, et après écoulement laminaire. La géométrie du milieu figure (III.1.a) est définie un rectangle de longueur L (cm) et une hauteur H (cm) auquel, on retranche un ensemble de 158 cercles de rayon r (mm) qui représentent les obstacles cylindriques.

Pour créer le modèle de simulation 3D au lieu de 2D on suit les mêmes étapes que pour le cas 2D. La géométrie du milieu figure (III.1.b) est définie par un cube de longueur L (cm), hauteur H (cm), et d'une profondeur D_z (mm) auquel on retranche les 158 cylindres de rayon r (mm) chacun.





(b) : Cas 3D

Figure (III.1): Représentation du milieu (a, b).

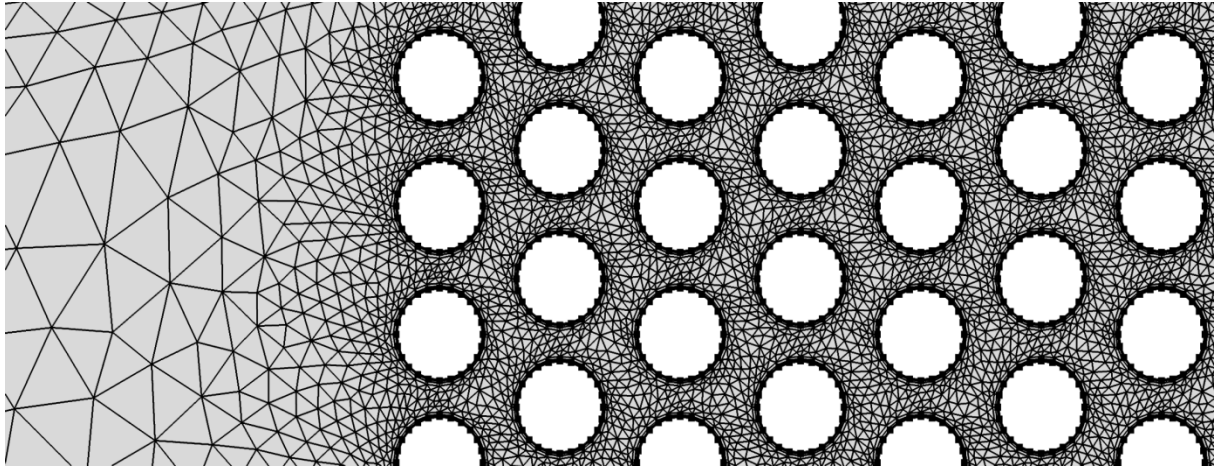
III.4.3. Maillage

Cette étape sert à définir les volumes élémentaires pour permettre la discrétisation du système. Le maillage dans Comsol peut être généré par deux manières : soit il est contrôlé par la physique (automatiquement) soit c'est l'utilisateur qui impose ses critères (le type, la taille, la distribution des mailles...etc.)

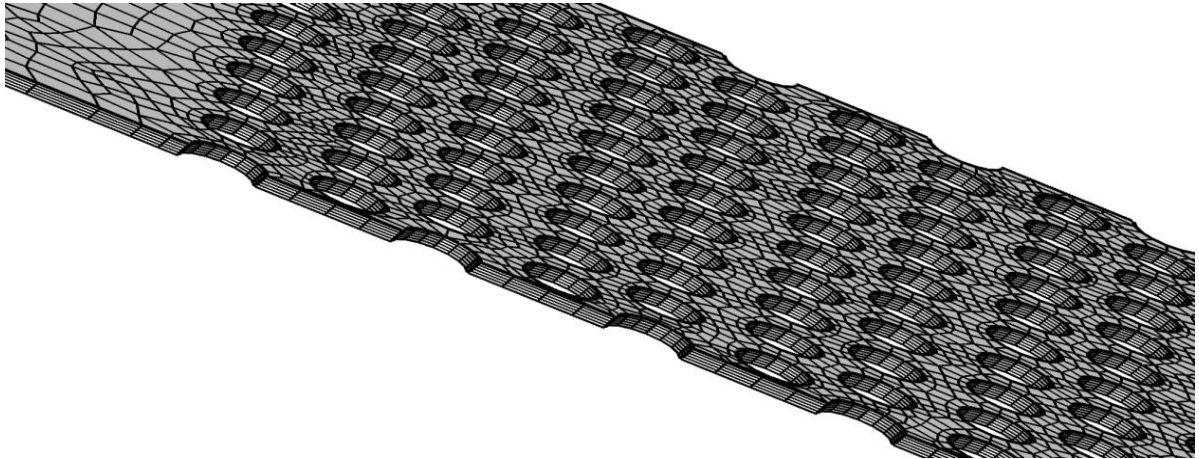
On utilise des maillages structurés ou non structurés constitués de triangles ou de quadrangles pour les géométries 2D, et d'éléments tétraédriques, prismatiques ou hexaédriques pour les géométries 3D. Ces éléments peuvent être linéaires, quadratiques...etc.

Dans le cas des simulations 2D, nous allons opter pour un maillage non structuré contrôlé par la physique (automatique) figure (III.2.a). Il consiste en 34860 éléments triangulaires et 7876 éléments quadrangulaires, utilisés pour lisser le maillage à l'endroit des obstacles. Avec ce type de maillage, la simulation a duré 3 min et 55 sec en temps d'exécution sur une machine dotée d'un double cœur avec 4 Go de RAM.

Dans le cas des simulations 3D, nous allons opter pour un maillage contrôlé par l'utilisateur. On procède d'abord au maillage de la face supérieure de quadrangle non structuré. Ce maillage est ensuite extrudé vers l'autre face en créant 5 couches sur l'épaisseur figure (III.2.b). Le résultat donne 29262 éléments hexaédriques, 25258 éléments quadrangles, 28 éléments triangulaires. Avec ce type de maillage, la simulation a duré 8 min et 10 sec en temps d'exécution sur la même que dans 2D.



(a) : Cas 2D



(b) : Cas 3D

*Figure (III.2) : discrétisation du domaine (a, b).***III.4.4. Conditions aux limites**

Sur les parois nous imposons la condition de non glissement :

$$u = 0$$

A l'entrée de l'écoulement, le fluide est en régime laminaire et s'écoule sous une pression de $p_0 = 1098.72 Pa$.

En 2D :

$$n^T [-pI + \mu(\nabla U + (\nabla U)^T)] n = -p_0 n \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$$u \cdot t = 0$$

En 3D

$$n^T [-pI + \mu(\nabla U + (\nabla U)^T)]n = -\hat{p}_0 n \quad (\text{III.2})$$

$$\hat{p}_0 \geq p_0, u \cdot t = 0$$

Où :

n et t sont les vecteur normal et longitudinal de la surface de sortie.

L'introduction de $\hat{p}_0 \geq p_0$ permet d'éliminer les reflux aux erreurs de calcul numérique.

$u \cdot t = 0$ Permet d'éliminer l'écoulement tangentiel le long de la paroi.

A la sortie de l'écoulement, on impose le débit mesuré expérimentalement $Q = 1.28 \text{ ml/s}$

$L_{exit} = 7.2 \text{ cm}$, la condition s'écrit :

$$L_{exit} \nabla_t \cdot [-pI + \mu(\nabla_t u + (\nabla_t u)^T)] = -p_{exit} n \quad (\text{III.3})$$

Où :

L_{exit} : La longueur de la surface de sortie

p_{exit} : La pression à la sortie

Pour appliquer cette équation on doit spécifier aussi l'épaisseur de la lame d'eau pour pouvoir transformer le débit en vitesse, avec : $D_z = 1.2 \text{ mm}$

III.5. Résultats obtenus

III.5.1. Champ des vitesses

Les résultats obtenus en termes de champ de vitesses avec la simulation en 2D et avec les résultats en 3D sont représentés sur la figure (III.3) respectivement. Ces figures montrent que globalement les champs de vitesses 2D et 3D sont de même distribution.

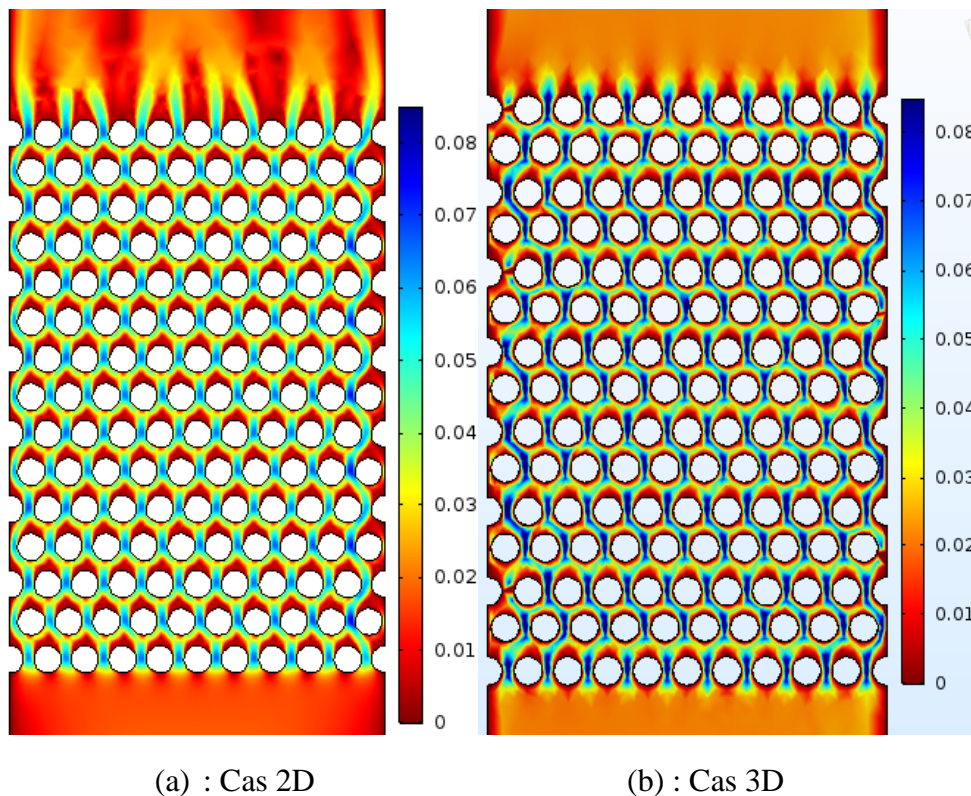


Figure (III.3) : Distribution des champs de vitesse (a, b).

En 2D le champ de vitesse est interpolé sur un plan de coupe, comme le montre la figure (III.4.a)

En 3D Le champ de vitesse est interpolé sur un plan de coupe au milieu de la lame d'eau, le maximum atteint de :

$$V_{max} = 7.3 \text{ cm/s} \quad \text{dans le cas de 2D}$$

$$V_{max} = 8.5 \text{ cm/s} \quad \text{dans le cas de 3D}$$

Il s'est enregistré au milieu des espacements entre les obstacles, comme le montre la figure (III.4.b)

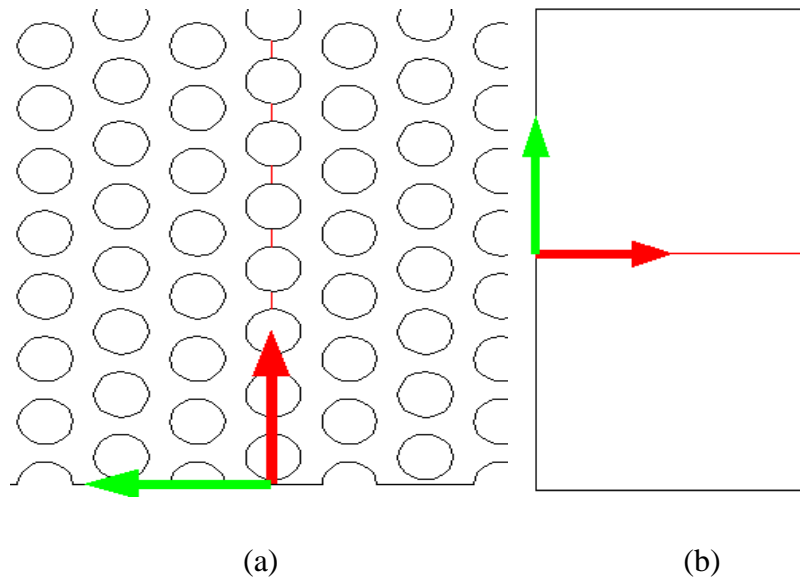


Figure (III.4) : ligne de coupe au milieu d'une lame d'eau (a, b).

Ces figures sont obtenus à partir des lignes de coupe on traçant le profil de la longitudinale de champ de vitesse le long de la ligne de coupe pratiquer au centre de l'écoulement.

La valeur moyenne le long de la ligne de coupe en donne :

$$V_{moy} = \frac{1}{H} \int_0^H u_x dx \quad (III.4)$$

$$V_{moy} = 5.1 \text{ cm/s} \text{ dans le cas de 2D}$$

$$V_{moy} = 5.4 \text{ cm/s} \text{ dans le cas de 3D}$$

La moyenne de la vitesse sur une surface de coupe de en 3D est :

$$V_{moy} = \frac{1}{H} \int_0^H u_x (y.z) dx dy \quad (III.5)$$

On obtient : $V_{moy} = 4.2 \text{ cm/s}$

En utilisant le débit mesuré qui est constant dans tout l'écoulement nous avons la vitesse moyenne V_{moy} entre obstacle :

$$V_{moy_{ec}} \cdot S_{ec} = V_{entr} \cdot S_{entr} \quad (III.6)$$

$$V_{moy_{ec}} = \frac{V_{entr} \cdot S_{entr}}{S_{ec}}$$

V_{entr} : La vitesse imposée (donnée) à l'entrée (ou à la sortie)

S_{entr} : La section d'entrée ou de la sortie

S_{ec} : La section de l'écoulement entre obstacle

Avec :

$$S_{ec} = D_z * e * 10 = 0,24 \text{ cm}^2$$

$$S_{entr} = 7,2 * 0,12 = 0,86 \text{ cm}^2/s$$

$$V_{moy_{ec}} = \frac{0,0148 \cdot 0,86}{0,24}$$

$$V_{moy_{ec}} = 0.053 \text{ m/s}$$

$$V_{moy_{ec}} = 5.3 \text{ cm/s}$$

On voit que les valeurs moyennées sur les lignes de coupe sont très proche de cette valeur que ce soit en 2D ou en 3D.

Par contre la valeur moyennée sur la surface de coupe en 3D est plus petite à cause des effets des bords et du nombre insuffisant d'élément entre les faces de l'écoulement.

Par ailleurs, on montre sur la figure (III.5) une visualisation du champ de vitesse passant par une fenêtre délimité par deux cylindres cote à cote.

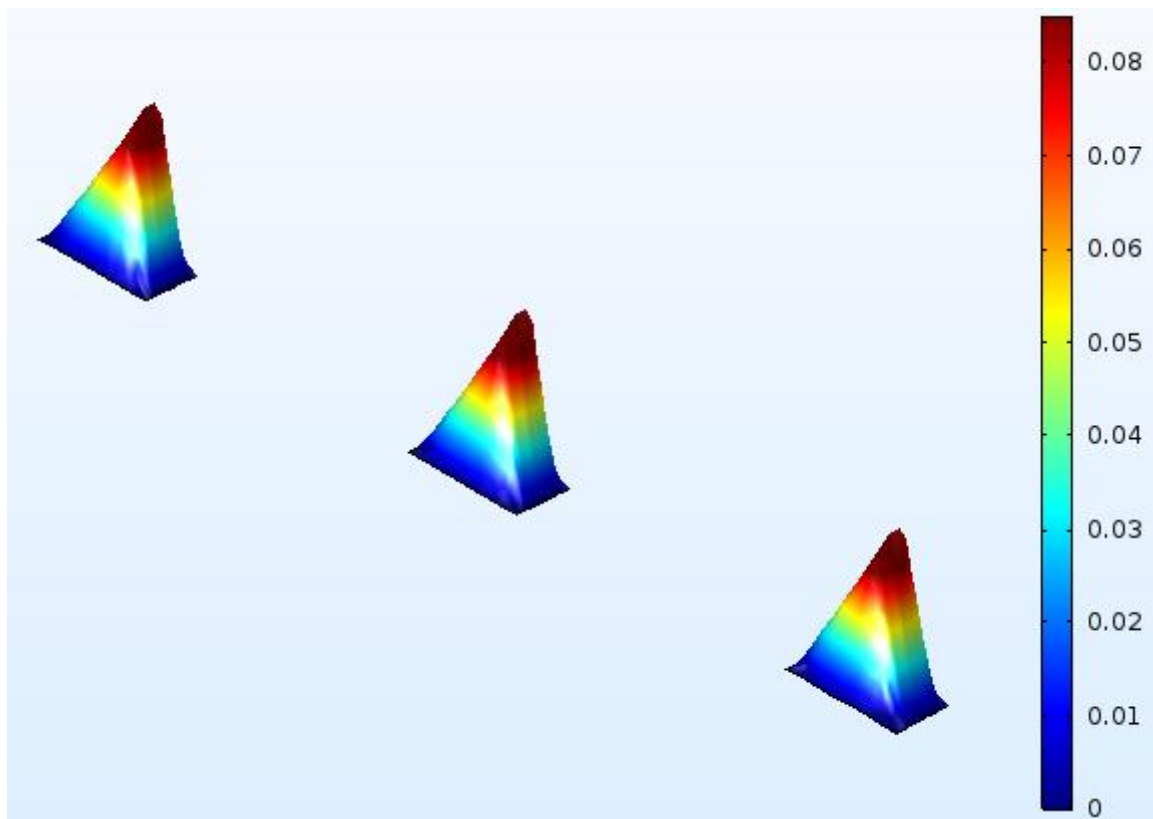
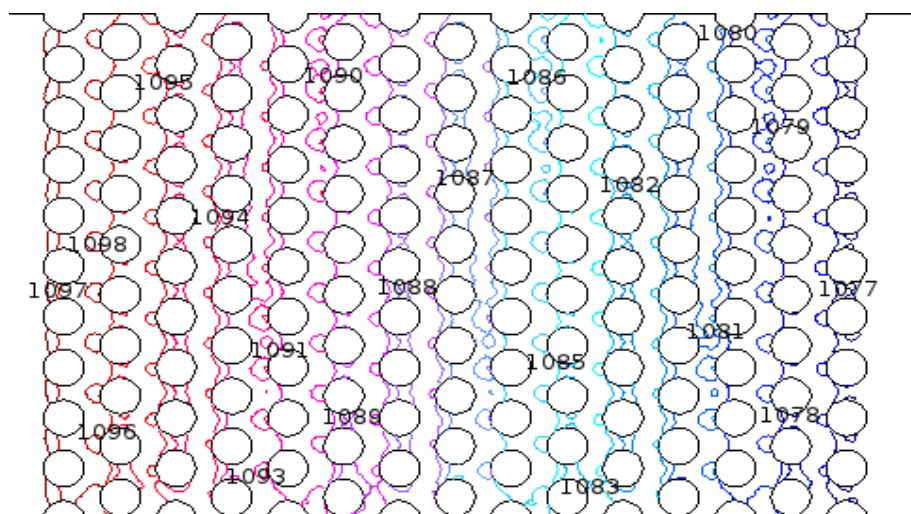


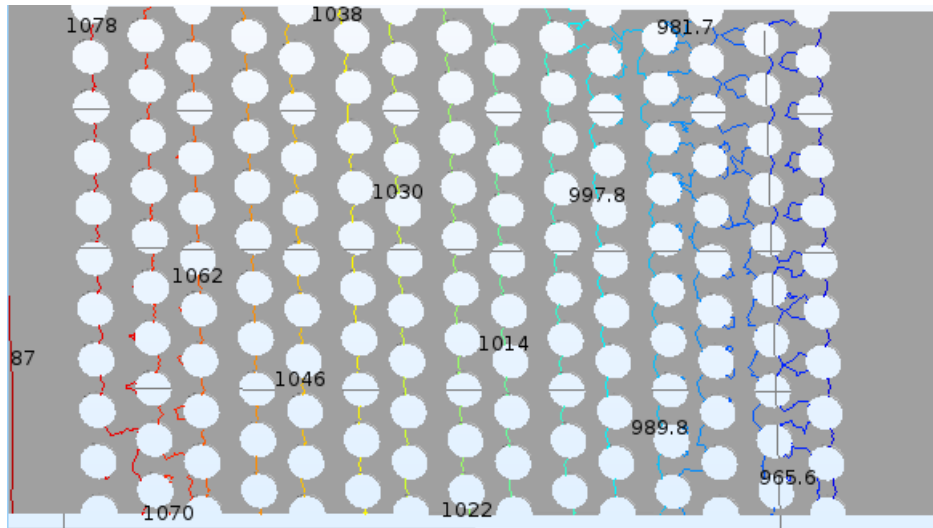
Figure (III.5) : Une visualisation du champ de vitesse passant par trois fenêtres délimitées par quatre cylindres.

III.5.2. Champ de pression

Les résultats obtenus en termes de pression sont montrés sur les figures (III.6.a) et (III.6.b) avec les simulations 2D et 3D respectivement.



(a) : Cas 2D



(b) : Cas 3D

Figure (III.6) : Distribution des champs de pression (a, b).

Dans ce cas aussi on obtient les mêmes distributions mais les valeurs minimum sont très différentes à cause de la perte de charge dû au frottement sur les parois qui est prise en compte dans les cas 3D (paroi non glissante) et inexistante dans le cas 2D.

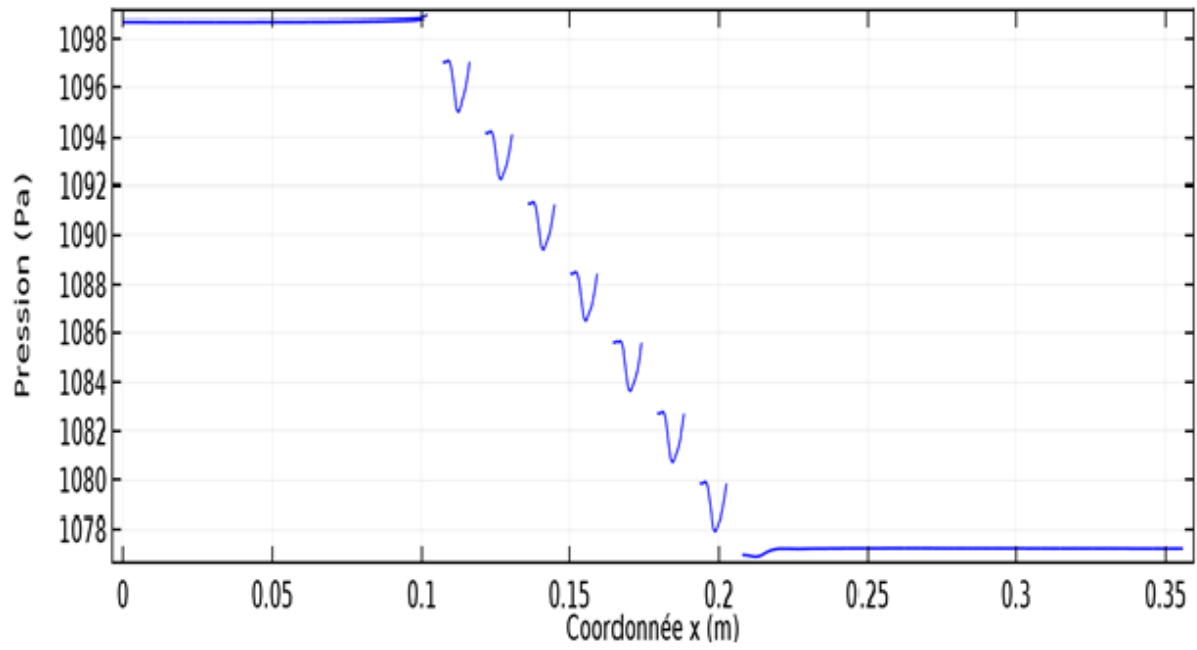
$$P_{in_{2D}} = 1087 \text{ Pa}$$

$$P_{in_{3D}} = 1022 \text{ Pa}$$

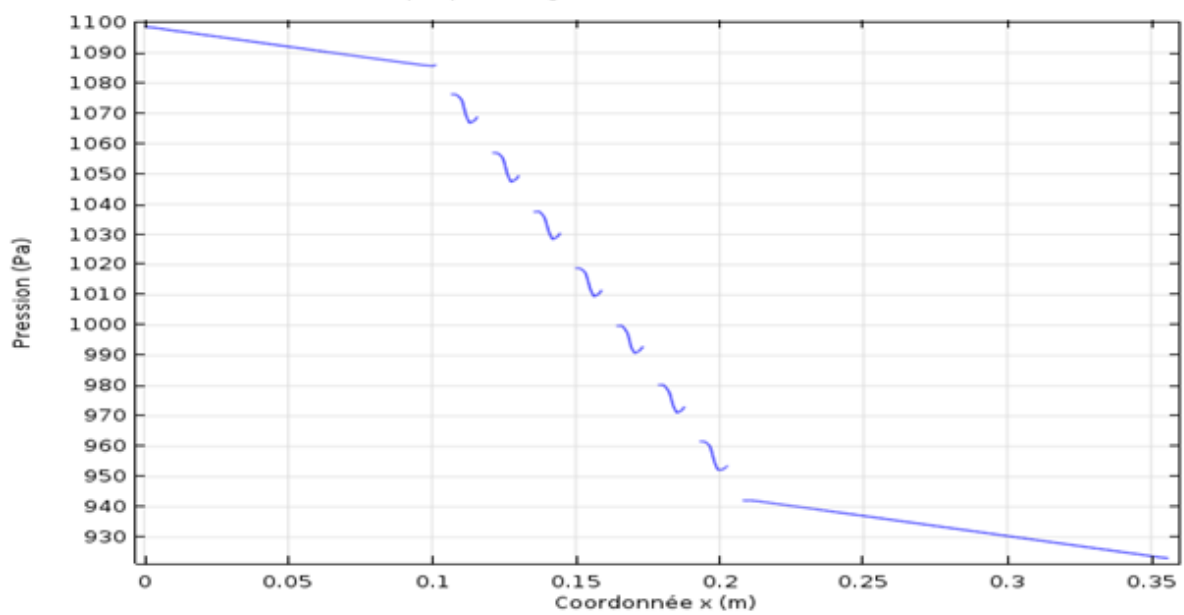
La distribution de la pression sur la ligne de coupe au centre le long de l'écoulement est rapportée sur la figure (III.7) qui montre bien la différence entre les résultats des deux modélisations de l'ordre de :

$$100 * \frac{1087 - 1022}{1022} = 6,36\%$$

Cette différence augmente avec les sens de l'écoulement dû à la perte de charge.



(a) : Cas 2D



(b) : Cas 3D

Figure (III.7) : Distribution de pression le long de l'écoulement (a, b).

A la sortie la pression évaluée avec 2D est :

$$P_s = 1077.23 \text{ Pa}$$

Et celle évalué avec 3D est de :

$$P_s = 923,02 Pa$$

Ce qui correspond à une perte de charge total de $\Delta H_{2D} = 0.22 cm$ en 2D,

et $\Delta H_{3D} = 1.65 cm$, celle mesurée lors des essais est de $\Delta H_{exp} = 1.75 cm$.

Ces valeurs montrent clairement l'apport de la modélisation 3D

III.5.3. Estimation du nombre de Reynolds

Dans toutes les simulations réalisées nous avons supposé que l'écoulement était laminaire.

Ayant obtenus les champs de vitesses nous allons vérifier cette hypothèse.

La vitesse moyenne trouvé est trouvé de 5.3 cm/s.

La section de la fenêtre d'écoulement entre deux cylindre est de :

$$S_f = D_z \cdot e \quad (III.7)$$

$$S_f = 0.24 cm/s$$

Le diamètre hydraulique est de :

$$D_H = 4 \cdot \frac{S_m}{P_m} \quad (III.8)$$

$$D_H = 0.15 cm$$

D'où le nombre de Reynolds :

$$R_e = \frac{V \cdot D_H}{\nu} = \frac{V \cdot \rho \cdot D_H}{\mu} \quad (III.9)$$

$$R_e = 77,18$$

Ce nombre est largement inférieure à la limite des écoulements laminaires définit par Reynolds.

A partir des photos des textes expérimentaux ce type d'écoulement se voit dans la forme du filet du colorant qui reste dans la plus part des cas à bords nettes et sans ondulation.

III.5.4. Estimation de la perméabilité

A partir de la perte de charge on peut estimer la perméabilité du milieu confectionné.

En réalité le milieu n'est pas tout à fait un milieu poreux, mais c'est un ensemble d'obstacles très rapprochés, la notion de perméabilité dans ce cas perd son sens, mais nous allons la déterminer à titre indicatif.

Pour le calcul de cette perméabilité, on utilise la formule de DARCY, qui s'écrit sous forme :

$$K = \frac{V}{I} \quad (\text{III.10})$$

En 2D : on a

$$H_1 = 11.20 \text{ cm}, \text{ et } H_2 = 10.98 \text{ cm} \text{ et } \Delta L = 35.6$$

Avec :

$$I = \frac{\Delta H_{2D}}{\Delta L} = \frac{0.22}{35.6}$$

$$I = 0.0061$$

Et on obtient :

$$K = 2.42 \text{ m/s}$$

En 3D : on a

$$H_1 = 11.20 \text{ cm}, \text{ et } H_2 = 9.41 \text{ cm} \text{ et } \Delta L = 35.6$$

$$I = \frac{\Delta H_{3D}}{\Delta L} = \frac{1.65}{35.6}$$

$$I = 0.046$$

Et on obtient :

$$K = 0.32 \text{ m/s}$$

III.5.5. Estimation de la tortuosité

Comme on a vu au chapitre I, la tortuosité peut être essentiellement évaluée soit par la mesure de la vitesse ou par les lignes de courant.

La formule de Duda utilise la moyenne des vitesses

$$\xi = \frac{\int u \cdot dV}{\int u_x dV} \quad (\text{III.11})$$

Avec :

u : module de la vitesse

u_x : composante selon x

Comsol nous permet d'évaluer aisément ces intégrales de vitesse moyennées. Nous avons trouvé :

$$\xi = 1.05 \quad \text{en 2D}$$

$$\xi = 1.13 \quad \text{en 3D}$$

Ces valeurs sont évidemment une mesure moyenne.

Les mesures par ligne de courant nécessitent un poste traitement supplémentaire à celui de Comsol, le logiciel permet de tracer ces lignes et d'exploiter le graphique sous format texte que nous avons repris avec Matlab.

Nous avons chargé le fichier et mesuré les longueurs des lignes de courant une à une, ces longueurs sont divisées sur la longueur de l'échantillon, et nous avons donc obtenu une tortuosité pour chacune des lignes.

La figure (III.7.a) montre l'allure des lignes de courant fournies par Comsol et la figure (III.7.b) est le tracé des mêmes lignes de courant chargées sous Matlab.

La valeur moyenne de la tortuosité est de

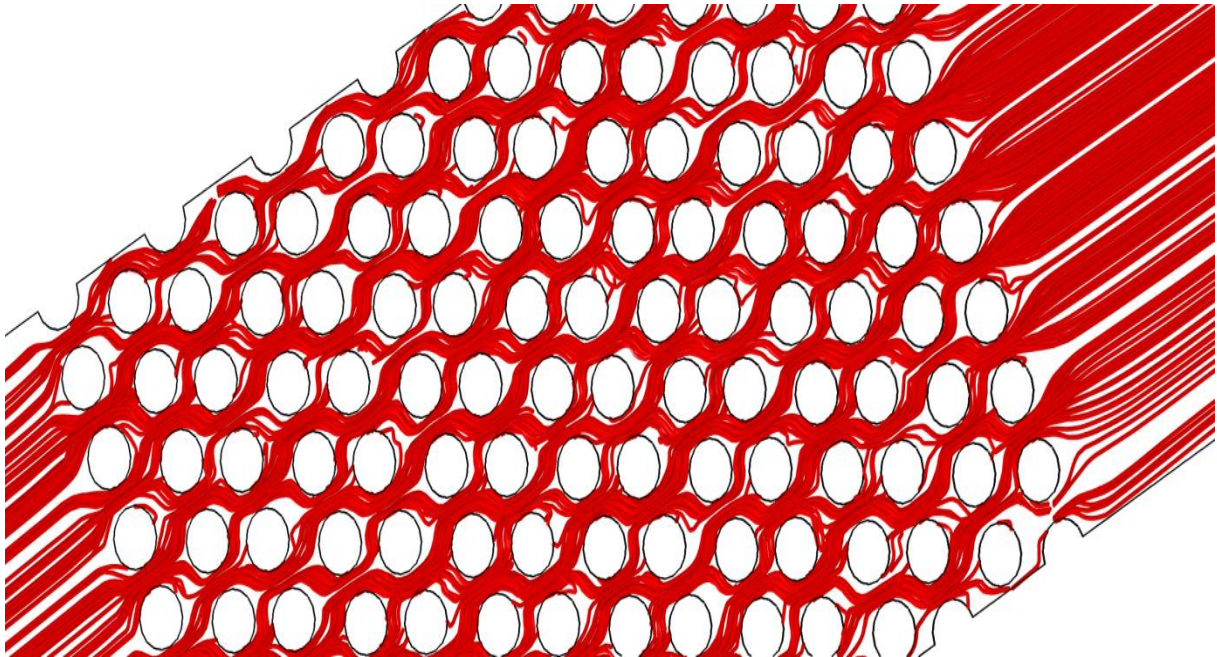
$$\xi_{moy} = 1.12$$

Et l'écart type est de

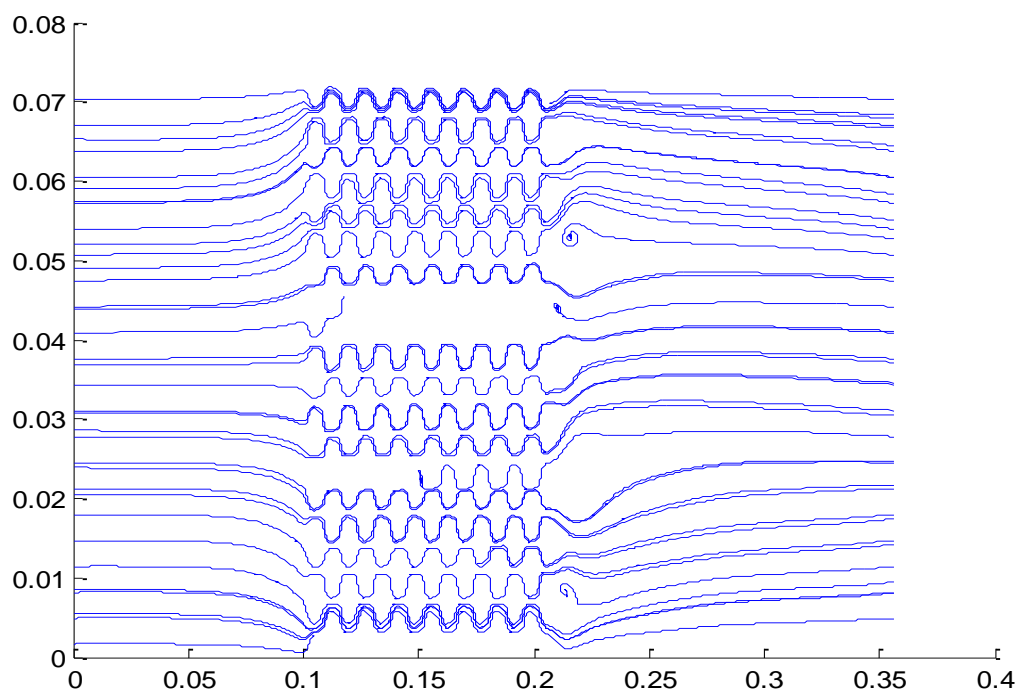
$$\sigma_{\xi} = 0.0255$$

On voit sur la figure (III.8) et à partir de l'écart type que les valeurs de ξ ne sont pas trop dispersées comparativement à la formule de Duda nous avons une différence de :

$$100. \frac{1.13 - 1.12}{1.12} = 0.89\%$$



(a) : sous Comsol



(b) : sous Matlab

Figure (III.7) : allures des lignes de courant (a, b).

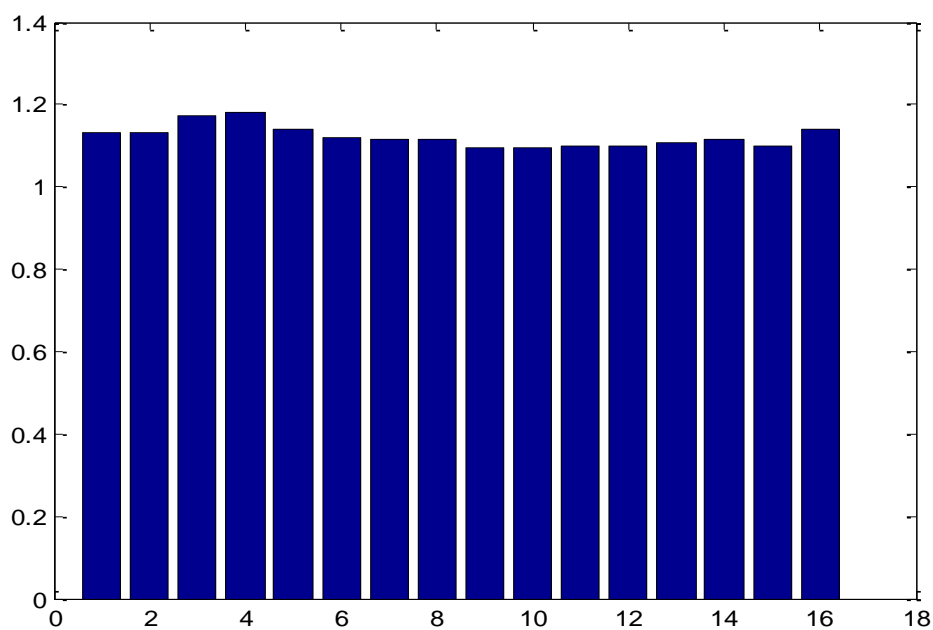


Figure (III.8) : les longueurs de la tortuosité des lignes continues entre le long des obstacles.

Dans la réalité dans les milieux poreux certains pores sont discontinus et fermés si la modélisation est assez raffinée, ils sont bien détectés.

Dans notre cas, tous les pores sont conducteurs, les lignes de courant devraient être toutes continues. Celles qui ne le sont pas, sont donc le produit d'un maillage et d'un calcul pas assez raffiné.

La figure (III.9) montre les lignes, complètes et continues, trouvées par le programme de poste traitement développée sous Matlab, le nombre des lignes est de 16 sur l'ensemble des 88 lignes fournies par Comsol.

Comparativement à l'expérimental les valeurs trouvées sont pratiquement les mêmes.

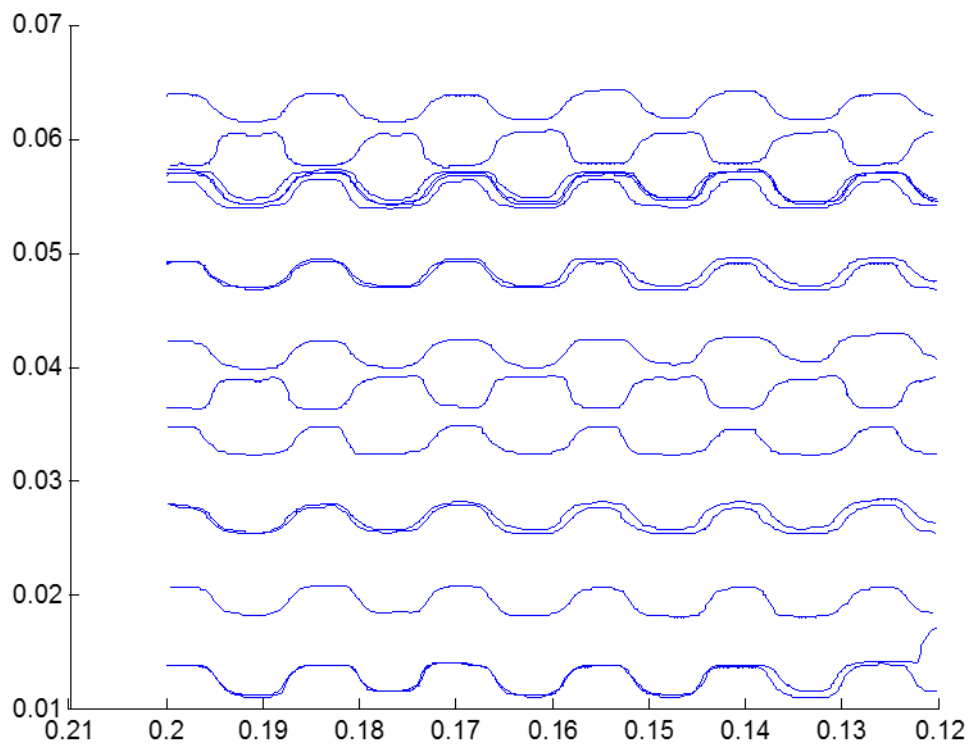


Figure (III.9): allures des lignes de courants.

Programme de calcul de poste traitement des lignes de courant

```
clc
clear
s=load('C:\Users\djouher10\Desktop\monmémoire\LIGNE\ligne3d.txt');
figure, hold on
N= max(s(:,4))
K=0;
for i=0:N-1
    I=find(s(:,4)==i);
    X=s(I,1);
    Y=s(I,2);
    Z=s(I,3);
    cond = (min(X)<=0.12) & (max(X)>=0.2);
    if(cond)
        J=find(X>=0.12 & X<=0.2);
        K= K+1
        X=X(J);
        Y=Y(J);
        Z=Z(J);
        line(X,Y,Z);
        dX=diff(X);
        dY=diff(Y);
        dZ=diff(Z);
        L(K)=sum(sqrt(dX.^2+dY.^2+dZ.^2));
        dL(K)=max(X)-min(X);
    end
end
view([0,1,0])
xi=L./dL;
moy=mean(xi);
ecartype=std(xi);
figure, bar(xi)
```

III.6. Conclusion

En utilisant le logiciel de Comsol Multiphysics basé sur la méthode des éléments finis et les équations de Navier Stokes, on a pu réaliser des simulations bidimensionnelle et tridimensionnelle des écoulements laminaires autour de plusieurs obstacles cylindriques.

Nous avons déterminé les champs des vitesses et de pression à l'intérieure du milieu modélisé.

Nous avons déduit que le modèle 2D n'est pas fiable pour la visualisation des champs de pression et pour le calcul de la tortuosité et la perméabilité.

Les calculs de la tortuosité a été effectué avec deux mesures : une mesure des vitesses moyennées sur le volume et une mesure des lignes de courant.

Lors de cette étape nous avons rencontré quelques difficultés concernant le calcul des longueurs de courant avec la sélection des lignes continue sur le long de l'écoulement.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Dans ce travail nous nous sommes intéressés à l'étude du régime d'écoulement laminaire dans les milieux poreux granulaire, afin de déterminer la tortuosité de ce milieu. A cet effet, nous avons conçu un dispositif expérimental qui nous a permis de mettre en évidence les écoulements laminaire autour de plusieurs obstacles de forme cylindriques.

Nous avons réalisé des essais expérimentaux, dont le but est de déterminer les caractéristiques d'un écoulement fluide (eau) autour de plusieurs obstacles, puis nous avons aussi réalisé des simulations numériques bi- et tri-dimensionnel pour reproduire les essais expérimentaux effectués.

Les résultats numériques montrent clairement que les mesures par lignes de courant nécessitent un poste traitement supplémentaire à celui de Comsol, le logiciel permet de tracer ces lignes et d'exploiter le graphique sous format texte que nous avons repris avec Matlab.

Bibliographie

- Bernard, M., & Warn-Smith, J. (2006). *Mechanics of fluids* (éd. 8e édition). London and New-York: Taylor and Francis.
- Duda, A., Koza, Z., & Matyka, M. (2011, April 12). Hydraulic tortuosity in arbitrary porous media flow.
- Ebrahimi, K., Hinebaugh, & Bazylak. (2016, January 12). Determining the impact of rectangular grain aspect ration-tortuosity–porosity correlations of two-dimensional stochastically generated porous media.
- Guo, P. (2012, JULY 22). Dependency of Tortuosity and Permeability of Porous media Directional Distribution of Pore Voids.
- Koponon, A., Matyka, M., & J.Timonon. (1996, December 4). Permeability and effective porosity of porous media.
- Kou, J.-L., Tang, X.-M., & Zhang, H.-Y. (2011, November 24). Tortuosity for streamlines in porous media. *Chin. Phys. B* Vol. 21, No. 4 (2012) 044701 .
- Matyka, M., & Koza, Z. (2012, Mars 26). How to Calculate Tortuosity Easily? *physics.flu-dyn* .
- Matyka, M., Khallili, A., & Koza, Z. (2008, JANVIER 22). Tortuosity–porosity relation in the porous media flow. *PHYSICS.flu-dyn* .
- Sassane, N. (2008, Juin 26). Modélisation du transfert de chaleur lors de l'écoulement d'un fluide à l'intérieur d'une paroi poreuse.
- Seghir, A. (2013). Modélisation et validation expérimentale des transferts en milieux poreux.
- Sun, Z., Tang, X., & Cheng, G. (2013, February 16). Numerical simulation for tortuosity of porous media.
- Tanino, N. (1965). *Ecoulement dans les milieux poreux*. Humberto Pizarro.