

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université A.MIRA-BEJAIA



Faculté des Sciences Exactes
Département de PHYSIQUE

Mémoire de Master

Spécialité: Physique théorique

Thème

**Diffusion profondément inélastique et structure
du nucléon**

Présenté par

BERBACHE ILIES et GUESMIA MOHAMED LAMINE

Soutenu le : 02/07/2017

Devant le Jury composé de:

BELABBAS	Abdelmoumene	MCB	Président
GHARBI	Abdelhakim	MCA	Examinateur
BEKLI	Mohamed Réda	MCB	Encadreur

Année universitaire 2016/2017

Remerciement

Avant tout,

Nous remercions ALLAH Tout Puissant Miséricordieux qui a illuminé notre chemin et qui nous a donné la volonté, la patience et le courage pour réaliser et terminer ce modeste travail de fin d'étude.

En premier lieu on tient à exprimer notre gratitude envers le docteur Mohamed Réda BEKLI, notre encadreur, pour avoir dirigé notre thèse avec une rare disponibilité et partagé ses nombreuses idées avec nous. Il nous a présenté les différentes facettes du métier de chercheur avec enthousiasme. c'était un grand plaisir de travailler sous sa direction.

Nos remerciements s'adressent également à tous les membres du jury pour l'immense honneur qu'ils nous font en acceptant d'évaluer ce travail.

Nous remercions le Chef de Département BOUFALA Khaled, ainsi que tous les membres du laboratoire de physique théorique pour l'environnement scientifique exceptionnel dont on a bénéficié,....ainsi que nos professeurs pour leurs compétences et conseils, qui par leur enseignement, leur encouragement et leur aide, ont contribué à notre formation.

Enfin, nous voudrions remercier nos familles respectives, nos amis et nos parents pour leur soutien moral et financier durant ces années d'étude.

QUESMIA Mohamed Lamine

BERBACHE Ilies

Table de matière

Remerciement	1
Table de matière	2
Table des figures	3
Introduction générale	4
Chapitre I 5	
Diffusion électron proton	5
I.1. Introduction	6
I.2. Expérience de Rutherford.....	6
I.3. Diffusion de Mott.....	7
I.3.1. Calcul de l'amplitude de diffusion iM	7
I.3.2. Section efficace différentielle	12
I.4. La diffusion profondément inélastique (DIS).....	14
I.4.1. Description du processus DIS	15
I.4.2. Cinématique de la diffusion profondément inélastique	16
Chapitre II 21	
La Chromodynamique Quantique.....	21
II.1. Interaction forte	22
II.2. Construction du Lagrangien de la QCD.....	22
II.2.1. Théorie de jauge Abélienne : lagrangien de QED.....	22
II.2.2. Théorie de jauge non abélienne et lagrangien de la QCD.....	25
Chapitre III 31	
L'équation d'évolution DGLAP	31
III.1. L'hypothèse d'invariance d'échelle	32
III.2. Partons et fonctions de structure	33
III.2.1. Violation de l'invariance d'échelle	33
III.3. L'équation de l'évolution DGLAP.....	33
III.3.1. Introduction :	33
III.3.2. Résolution de DGLAP dans l'espace des moments.....	33
Conclusion générale	37
Annexes 39	
III.4. Annexe 01 : Règles de Feynman de la QED	40
III.5. Annexe 02.Regle de Feynman de la QCD.....	41
Bibliographie	43

Table des figures

FIGURE 1. SCHEMA DE L'EXPERIENCE DE RUTHERFORD.....	6
FIGURE 2. DIAGRAMME DE FEYNMAN, REFERENCE [2].	7
FIGURE 3. CINEMATIQUE DE L'INTERACTION $e+p \rightarrow e+p$, REFERENCE [2].....	10
FIGURE 4. GRAPHE REPRESENTANT LA SECTION EFFICACE DE MOTT EN FONCTION DE L'ENERGIE ET DE L'ANGLE.....	14
FIGURE 5. <i>LINAC DE SLAC (STANFORD LINEAR ACCELERATOR CENTER), ACCELERATEUR LINEAIRE D'ELECTRONS (POSITRONS), LONGUEUR $L=3.2\text{KM}$, ENERGIE $E=50\text{GEV}$.....</i>	15
FIGURE 6. DIAGRAMME DE LA DIFFUSION PROFONDEMENT INELASTIQUE (DIS). LE QUARK INTERAGISSANT AVEC LE PHOTON VIRTUEL EST NOTE Q. REFERENCE [2].....	16
FIGURE 7. DIAGRAMME DE LA DIFFUSION PROFONDEMENT INELASTIQUE D'UN ELECTRON SUR UN PROTON PAR L'INTERMEDIAIRE D'UN PHOTON VIRTUEL.....	16
FIGURE 8. FORMATION DES HADRONS LORS D'UNE COLLISION SONDE-NUCLEON. LA FIGURE EST INSPIREE DE LA REFERENCE [1]	32
FIGURE 9. VARIATION DE Γ_Q EN FONCTION DE NOMBRE DES MOMENTS N . REFERENCE [8].....	35
FIGURE 10. EVOLUTION DE LA FONCTION DE STRUCTURE A LARGE X ET POUR DIFFERENTE VALEUR DU NOMBRE DES MOMENTS N	36
FIGURE 11. LES REGLES DE FEYNMAN POUR LA QED	40

INTRODUCTION GENERALE

La Physique des Particules, ou Physique des hautes énergies, s'intéresse à l'étude de la structure de la matière et de l'univers, et cherche à expliquer les différents phénomènes observés à partir des interactions entre les particules élémentaires. Ainsi, de nombreuses théories ont été formulées.

En physique hadronique, la Chromodynamique Quantique (QCD) accumule les succès en permettant à la fois de décrire de façon simple la diversité des particules hadroniques observées (plus de 150 mésons et 120 baryons sont aujourd'hui répertoriés) et de prédire leurs interactions à partir de leurs constituants élémentaires: les quarks et les gluons.

À la fin de 1960, les expériences réalisées au SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) avaient révélé l'existence de l'échelle de Bjorken dans l'expérience de la diffusion profondément inélastique lepton-Proton. C'est ce qui a conduit les physiciens à introduire des constituants des hadrons, les partons, identifiés actuellement aux quarks, antiquarks et gluons. Plus tard, l'analyse des données expérimentales montrent que les fonctions de structure doivent violer l'échelle de Bjorken. Une nouvelle équation connue par DGLAP est proposée pour décrire l'évolution des fonctions de structures en fonction de l'énergie.

Aujourd'hui, cette équation est largement utilisée pour déterminer la distribution des partons à l'intérieur des hadrons. Elle est la base de toutes les approches phénoménologiques qui sont utilisées pour décrire les interactions des hadrons à courtes distances dans la QCD perturbative.

Dans ce mémoire, on travaille dans le cadre de la théorie de la QCD qui est une théorie des champs quantique. Dans le premier chapitre, on s'intéresse particulièrement à la diffusion profondément inélastique (DIS "deep inelastic scattering") d'un électron sur un proton. On a préféré commencer par un petit rappel de la diffusion de Mott. On s'est intéressé par la suite à la section efficace de diffusion profondément inélastique.

Le deuxième chapitre commence par un rappel sur l'électrodynamique quantique et le principe de construction de la théorie de l'invariance de Jauge. Ce formalisme nous a permis de déduire le lagrangien de la QCD à partir duquel sont déduites les règles de Feynman.

Dans le troisième chapitre on s'intéresse au problème de la violation de l'invariance d'échelle et à la résolution dans l'espace des moments de l'équation d'évolution des fonctions de structure (DGLAP).

Chapitre I

Diffusion Electron-Proton

I.1. Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse particulièrement à la diffusion profondément inélastique d'un électron sur un proton (DIS "deep inelastic scattering"), ou bien d'une autre façon plus générale de la diffusion d'un lepton chargé sur un nucléon.

Dans ce qui suit, Nous allons commencer par un petit rappel de la diffusion de Mott, et terminer par La diffusion profondément inélastique et le modèle des partons.

I.2. Expérience de Rutherford

Il s'agit d'une expérience qui a permis la mise en évidence des noyaux atomiques, Elle est réalisée en 1909, par H.Geiger et E. Marsden sous la direction de Rutherford.

L'expérience est réalisée comme suit :

Ils ont bombardé des feuilles de métal en Or par des rayons α d'une énergie de 5.5 MeV, Ainsi, ils ont observé un nombre des particules α diffusées avec grand angle (voir figure 1)

Ces observations étaient incompatibles avec le modèle de l'époque (modèle de J.J.Thomson).

Pour expliquer ce phénomène, il a fallu supposer que toute la charge positive de l'atome est concentrée en un point, le noyau. [1][2]

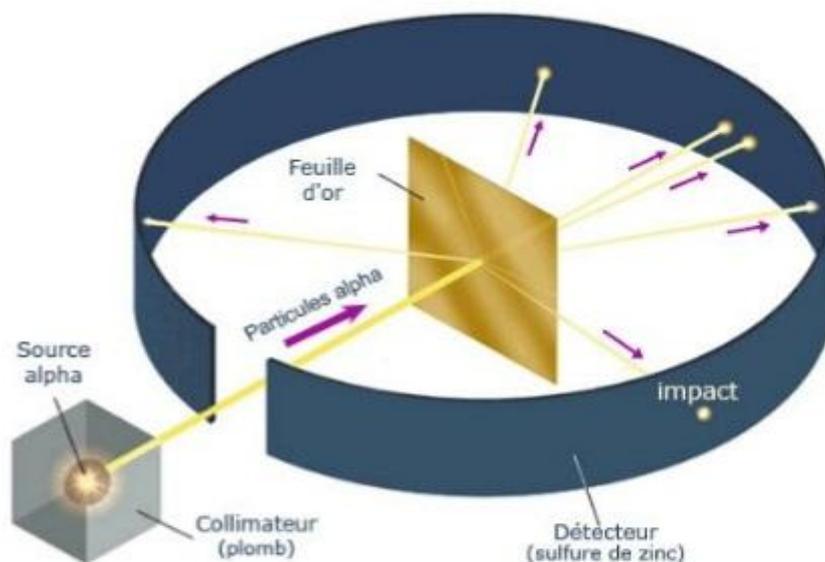


Figure 1. Schéma de l'expérience de Rutherford

I.3. Diffusion de Mott

Dans cette section, on s'intéresse à la diffusion d'un électron sur une cible ponctuelle de spin $\frac{1}{2}$ et de charge unitaire (par exemple un proton) représentée par la réaction [2]:



Le diagramme de Feynman associé à cette réaction est:

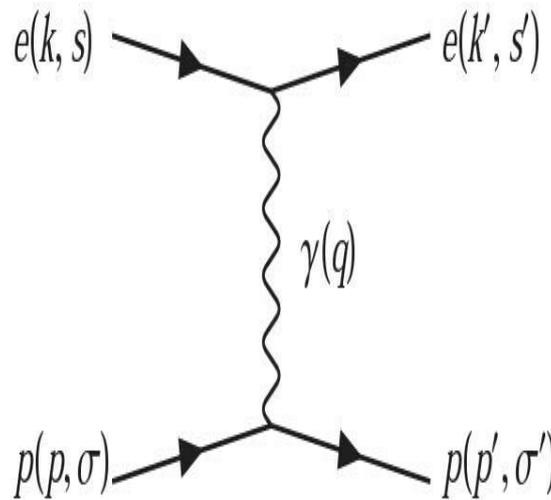


Figure 2. diagramme de Feynman, référence [2].

I.3.1. Calcul de l'amplitude de diffusion iM

En appliquant les règles de Feynman données dans l'annexe (01), on déduit l'expression de l'amplitude de la diffusion suivante [2] [3]:

$$iM = [\bar{u}(k', s')(-ie\gamma^\mu)u(k, s)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^4 + i\epsilon} [\bar{u}(p', \sigma')(-ie\gamma^\nu)u(p, \sigma)] \quad (1.2)$$

$$= \frac{ie^2}{q^4} [\bar{u}(k', s')(\gamma^\mu)u(k, s)][\bar{u}(p', \sigma')(\gamma_\mu)u(p, \sigma)] \quad (1.3)$$

On calcul, par la suite, le complexe conjugué de l'amplitude de la diffusion :

$$(iM)^* = \left\{ \frac{-ie^2}{q^4} [\bar{u}(k', s')(\gamma^\mu)u(k, s)][\bar{u}(p', \sigma')(\gamma_\mu)u(p, \sigma)] \right\}^* \quad (1.4)$$

$$= \frac{-ie^2}{q^4} [\bar{u}(k, s)(\gamma^\mu)u(k', s')][\bar{u}(p, \sigma)(\gamma_\mu)u(p', \sigma')] \quad (1.5)$$

Avec: $\bar{u}(k, s) = \gamma^0 u^\dagger(k, s)$, $(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$, $(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0$

Le carré de l'amplitude de la diffusion moyenné sur les spins de l'état initial peut s'écrire sous la forme :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{1}{4} \sum_{s, \sigma, s', \sigma'} |M|^2 \quad (1.6)$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{s, \sigma, s', \sigma'} M M^* \quad (1.7)$$

On obtient:

$$= \frac{e^4}{4q^4} \sum_{s, \sigma, s', \sigma'} [\bar{u}(k, s)(\gamma^\mu)u(k', s')][\bar{u}(k', s')(\gamma^\nu)u(k, s)] [\bar{u}(p, \sigma)(\gamma_\mu)u(p', \sigma')][\bar{u}(p', \sigma')(\gamma_\nu)u(p, \sigma)] \quad (1.8)$$

Et

$$= \frac{e^4}{4q^4} \sum_s \bar{u}(k, s)(\gamma^\mu) \sum_{s'} u(k', s') \bar{u}(k', s')(\gamma^\nu)u(k, s) [\sum_\sigma \bar{u}(p, \sigma)(\gamma_\mu) \sum_{\sigma'} \bar{u}(p', \sigma')(\gamma_\nu)u(p, \sigma)] \quad (1.9)$$

Sachant que :

$$\checkmark \sum_s u(k, s)\bar{u}(k, s) = \not{k} + m_e \quad (1.10)$$

$$\checkmark \sum_s u(p, \sigma)\bar{u}(p, \sigma) = \not{p} + m_p \quad (1.11)$$

Ou $\not{K} = \gamma^\mu K_\mu$ et $\not{P} = \gamma^\mu P_\mu$

On déduit l'expression plus compacte de $|\bar{M}|^2$:

$$|\bar{M}|^2 = \frac{e^4}{4q^4} [(\not{k} + m_e)_{da} \gamma_{ab}^\mu (\not{k}' + m_e)_{bc} \gamma_{cd}^\nu]$$

$$[(\not{k} + m_p)_{da} \gamma_{\mu ab} (\not{k}' + m_p)_{bc} \gamma_{\vartheta cd}] \quad (1.12)$$

$$|\bar{M}|^2 = \frac{e^4}{4q^4} \left\{ \text{tr} \left[(\not{k} + m_e) \gamma^\mu (\not{k}' + m_e) \gamma^\vartheta \right] \text{tr} \left[(\not{k} + m_p) \gamma_\mu (\not{k}' + m_p) \gamma_\vartheta \right] \right\} \quad (1.13)$$

Qu'on peut écrire sous la forme :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{e^4}{4q^4} \left\{ \text{tr} \left[(k_a \gamma^a + m_e) \gamma^\mu (k'_b \gamma^b + m_e) \gamma^\vartheta \right] \text{tr} \left[(p^a \gamma_a + m_p) \gamma_\mu (p^b \gamma_b + m_p) \gamma_\vartheta \right] \right\} \quad (1.14)$$

Pour le calcul des traces, on utilise les relations suivantes [4] :

- ✓ La trace d'un produit d'un nombre impair de matrices gamma est nulle.
- ✓ $\text{tr} (\gamma^\mu \gamma^\vartheta \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\vartheta} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\vartheta\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\vartheta\rho})$
- ✓ $\text{tr} (\gamma^\mu \gamma^\vartheta) = 4g^{\mu\vartheta}$
- ✓ $\text{tr} (\gamma^\mu \gamma^\vartheta \gamma^\rho) = 0$
- ✓ $\text{tr} (g^{\mu\vartheta} g_{\mu\vartheta}) = 4$

On a donc :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{4e^4}{q^4} \left[k_a k'_b (g^{\mu a} g^{b\vartheta} - g^{ab} g^{\mu\vartheta} + g^{a\vartheta} g^{\mu b}) + m_e^2 g^{\mu\vartheta} \right] \left[p^a p'^b (g_{\mu a} g_{b\vartheta} - g_{ab} g_{\mu\vartheta} + g_{a\vartheta} g_{\mu b}) + m_p^2 g_{\mu\vartheta} \right] \quad (1.15)$$

$$= \frac{4e^4}{q^4} \left\{ (kp)(k'p') + (kp')(k'p) - (kk')(pp') + m_p^2 kk' + (kp')(k'p) + (kp)(k'p') - (kk')(pp') + m_p^2 kk' - (kk')(pp') - (kk')(p'p) + 4kk'(pp' - m_p^2) + m_e^2 pp' + m_e^2 p'p - 4m_e^2 (pp' - m_p^2) \right\} \quad (1.16)$$

$$|\bar{M}|^2 = \frac{8e^4}{q^4} \left\{ (kp)(k'p') + (kp')(k'p) - m_p^2 kk' - m_e^2 p'p - 2m_e^2 m_p^2 \right\} \quad (1.17)$$

On déduit finalement que :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{8e^4}{q^4} \{ (k \cdot p)(k' \cdot p') + (k \cdot p')(k' \cdot p) - m_e^2 p' \cdot p - m_p^2 k k' + 2m_e^2 m_p^2 \} \quad (1.18)$$

En remplaçant :

$$p' = p + k - k' \quad (1.19)$$

$$q^2 = -2k \cdot k' \quad (1.20)$$

Ce qui est possible lorsque la masse des électrons est négligeable par rapport à leur impulsion, on trouve :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{8e^4}{q^4} \left\{ -\frac{q^2}{2} (k - k') \cdot p + 2(k \cdot p)(k' \cdot p) + \frac{m_p^2 q^2}{2} \right\} \quad (1.21)$$

Dans le référentiel du laboratoire, les quadrvecteurs énergie-impulsion du proton est :

$$P = (m_p, 0, 0, 0), \text{ et en négligeant la masse du projectile, on a : } k = (E, 0, 0, E)$$

$$\text{et } k' = (E', P_x, P_y, P_z) .$$

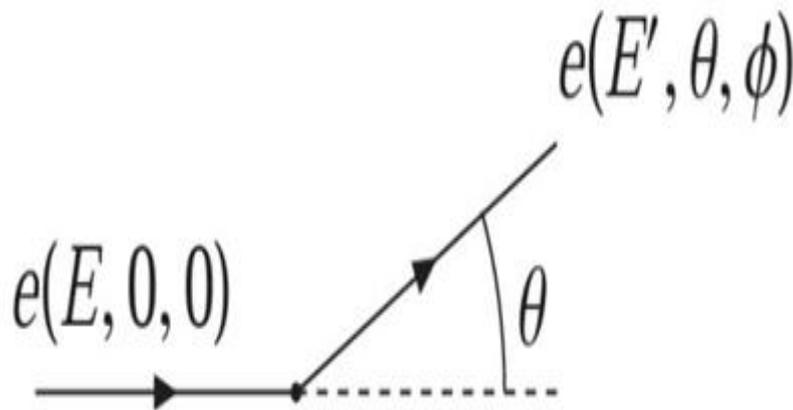


Figure 3. Cinématique de l'interaction $\bar{e} + p \rightarrow \bar{e} + p$, référence [2]

Il est donc possible de calculer les différents produits scalaires qui figurent dans $|\bar{M}|^2$:

$$p \cdot k = (m_p, 0, 0, 0) \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} = m_p E. \quad (1.22)$$

$$p \cdot k' = (m_p, 0, 0, 0) \begin{pmatrix} E' \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = m_p E'. \quad (1.23)$$

$$k \cdot k' = (E, 0, 0, E) \begin{pmatrix} E' \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = (EE' - E p_z) = E E' (1 - \cos \theta) \quad (1.24)$$

En remplaçant tous ces termes dans l'expression de $|\bar{M}|^2$ donnée par l'équation (1.21), on trouve :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{8 e^4}{q^4} \left\{ -\frac{q^2}{2} m_p (E - E') + 2EE' m_p^2 + \frac{m_p^2 q^2}{2} \right\} \quad (1.25)$$

$$|\bar{M}|^2 = \frac{8 e^4}{q^4} 2EE' m_p^2 \left\{ 1 - \frac{q^2 (E - E')}{m_p 4EE'} + \frac{q^2}{4EE'} \right\} \quad (1.26)$$

D'autre part, comme dans le présent cas élastique : $(p')^2 = m_p^2 = (p + q)^2$

Alors, on déduit que :

$$2p \cdot q = -q^2 = Q^2. \quad (1.27)$$

Ce qui permet de déterminer :

$$E - E' = -\frac{q^2}{2m_p} \quad (1.28)$$

Donc :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{16 e^4}{q^4} EE' m_p^2 \left\{ 1 - \frac{q^2 (E - E')}{m_p 4EE'} + \frac{q^2}{4EE'} \right\} \quad (1.29)$$

Se réécrit comme :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{16 e^4}{q^4} EE' m_p^2 \left\{ 1 - \frac{q^2}{m_p} \left(-\frac{q^2}{2m_p} \right) \left(\frac{(1 - \cos \theta)}{2q^2} \right) + q^2 \left(\frac{-(1 - \cos \theta)}{2q^2} \right) \right\} \quad (1.30)$$

Ou

$$|\bar{M}|^2 = \frac{16 e^4}{q^4} E E' m_p^2 \left\{ 1 - \frac{q^2}{4m_p^2} (1 - \cos\theta) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\theta \right\} \quad (1.31)$$

De là :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{16 e^4}{q^4} E E' m_p^2 \left\{ -\frac{q^2(1 - \cos^2(\theta/2) + \sin^2(\theta/2))}{4m_p^2} + \frac{(1 + \cos^2(\theta/2) - \sin^2(\theta/2))}{2} \right\} \quad (1.32)$$

$$= \frac{16 e^4}{q^4} E E' m_p^2 \left\{ -\frac{q^2(1 - 1 + 2 \sin^2(\theta/2))}{4m_p^2} + \frac{(1 + 2\cos^2(\theta/2) - 1)}{2} \right\} \quad (1.33)$$

En trouve finalement :

$$|\bar{M}|^2 = \frac{16 e^4}{q^4} E E' m_p^2 \left\{ \cos^2(\theta/2) - \frac{q^2}{2m_p^2} \sin^2(\theta/2) \right\} \quad (1.34)$$

On remarque que la relation (1.34) est inversement-proportionnelle, et que plus l'électron perd de l'énergie dans l'interaction, plus la valeur de Q^2 est élevée.

I.3.2. Section efficace différentielle

La section efficace différentielle est définie pour un processus $2 \rightarrow n$ par la relation suivante [5] :

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 |\bar{M}|^2}{4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 m_1^2 \cdot m_2^2}} d\pi_n \quad (1.35)$$

Avec :

- M est l'élément de matrice invariant de la réaction étudiée
- $d\pi_n$ est l'élément de l'espace de phase à $3n$ dimensions, donné par :

$$d\pi_n = \delta^4(k = p - \sum_{i=1}^n p_i) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \quad (1.36)$$

Dans notre cas, on déduit que :

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{dE'}{64\pi^2 m_p^2} |\bar{M}|^2 \delta(E - E' + \frac{q^2}{2m_p^2}) \quad (1.37)$$

En remplaçant (1.34) dans (1.37):

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{dE'}{64\pi^2 m_p^2} \frac{16 e^4}{q^4} E E' m_p^2 \left[\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{q^2}{2m_p^2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \delta\left(E - E' + \frac{q^2}{2m_p^2}\right) \quad (1.38)$$

Et

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4 e^4}{16\pi^2 q^4} E'^2 \left(\cos^2(\theta/2) - \frac{q^2}{2m_p^2} \sin^2(\theta/2) \right) \delta\left(E - E' + \frac{q^2}{2m_p^2}\right) \quad (1.39)$$

Implique :

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2}{Q^4} E'^2 \left(\cos^2(\theta/2) - \frac{q^2}{2m_p^2} \sin^2(\theta/2) \right) \delta\left(E - E' + \frac{q^2}{2m_p^2}\right) \quad (1.40)$$

Alors :

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2)}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \left(1 - \frac{q^2}{2m_p^2} \tan^2(\theta/2) \right) \delta\left(E - E' + \frac{q^2}{2m_p^2}\right) \quad (1.41)$$

On retrouve ainsi la formule de Mott suivante :

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4E^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (1.42)$$

Le second terme $\left(1 - \frac{q^2}{2m_p^2} \tan^2(\theta/2) \right) \delta\left(E - E' + \frac{q^2}{2m_p^2}\right)$ non calculé dans l'approche classique

de Mott provient de la contribution des photons virtuels avec une polarisation longitudinale.

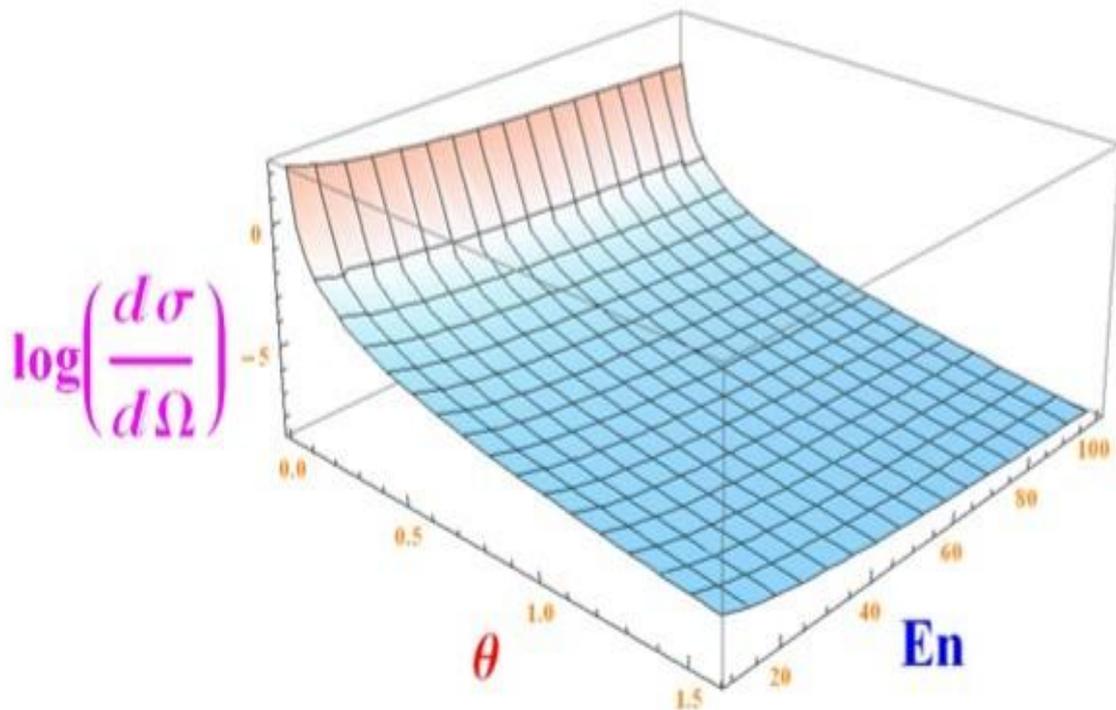


Figure 4. *Graphe représentant la Section efficace de Mott en fonction de l'énergie et de l'angle de diffusion*

Dans la figure 4, nous avons tracé la Section efficace de Mott en fonction de l'énergie E_n et de l'angle de diffusion θ , Avec $\alpha = 1/137.035999679$. On peut constater que la section efficace diminue avec l'augmentation de l'énergie E_n de l'angle de diffusion θ .

I.4. La diffusion profondément inélastique (DIS)

Il s'agit de l'expérience qui a joué un rôle fondamental dans l'exploration de l'intérieur du nucléon. De nombreux physiciens, théoriciens et expérimentateur ont entamé une longue série d'expériences de diffusion dites profondément inélastiques.

La première a eu lieu au SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) au début des années 1970 [7].

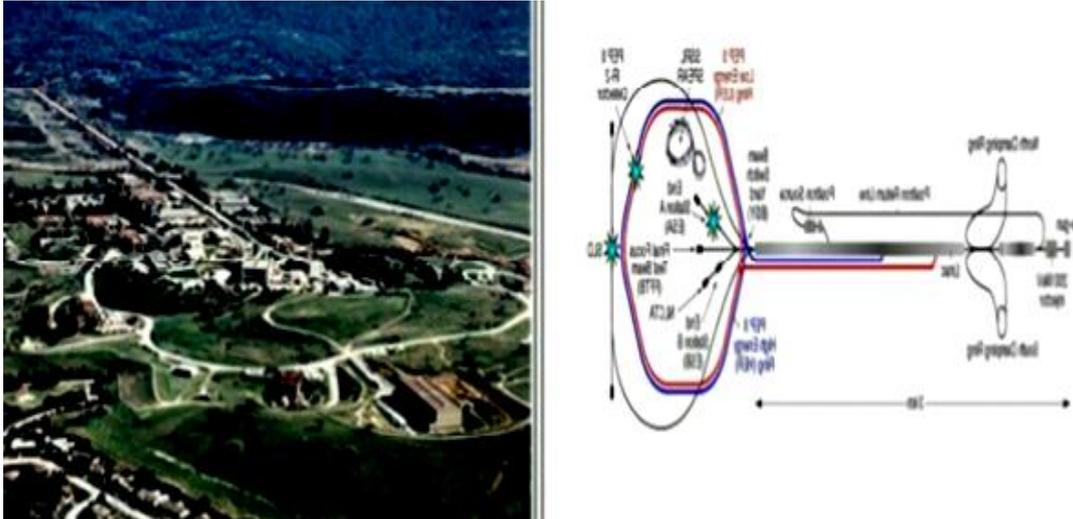


Figure 5 . LINAC de SLAC (Stanford Linear Accelerator Center), accélérateur linéaire d'électrons (Positrons), Longueur $L=3.2\text{km}$, Energie $E=50\text{GeV}$.

Cela est réalisé en utilisant de l'hydrogène liquide et ensuite du deutérium comme cible, bombardée par un faisceau d'électrons d'une énergie allant jusqu'à $E_e = 21\text{GeV}$. Ces expériences ont permis de mettre en évidence la composition interne des nucléons, les quarks. Cette contribution fut récompensée par le prix Nobel de physique en 1990.

I.4.1. Description du processus DIS

La diffusion profondément inélastique (DIS) est la réaction qui est donnée par le processus :

$$e N \rightarrow e' X$$

Ce processus est illustré dans la figure 6.

Dans ce type d'expérience, seul l'électron diffusé est mesuré, on ne détecte pas directement l'état final hadronique. Cette diffusion est dite inclusive car l'état X n'étant pas déterminé par l'expérience et on ne s'intéresse qu'à l'électron diffusé à l'état final.

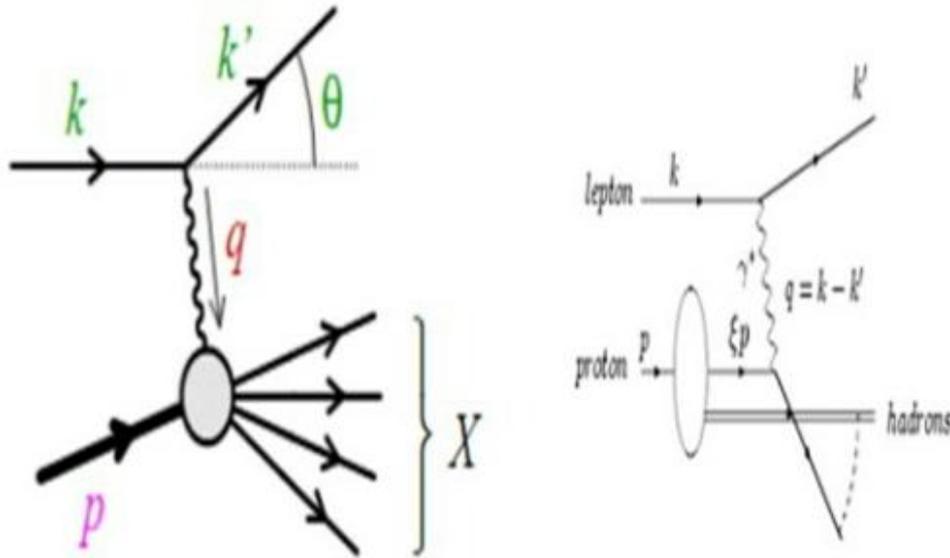


Figure 6. Diagramme de la Diffusion Profondément Inélastique(DIS). Le quark interagissant avec le photon virtuel est noté q référence [2].

À haute virtualité Q^2 , le photon virtuel interagit avec un unique quark q du nucléon. Le quark sondé va s'échapper du nucléon emportant une fraction X de son impulsion et formant un autre hadron dans l'état final. Lorsqu'il va quitter le nucléon, ce dernier va perdre sa structure interne initiale.

I.4.2. Cinématique de la diffusion profondément inélastique

A l'issue de l'interaction lepton-nucléon (électron- proton, par exemple) un ensemble de particules hadroniques symbolisées par la lettre X apparaissent.

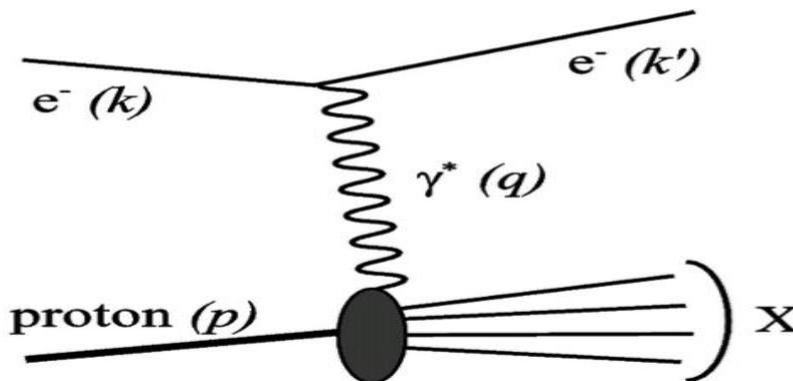


Figure 7. Diagramme de la diffusion profondément inélastique d'un électron sur un proton par l'intermédiaire d'un photon virtuel.

Dans ce qui suit, on définit la cinématique dans le référentiel du laboratoire comme suit [7] :

Nucléon, $N \rightarrow P(M; \vec{0})$

e^- entrant $\rightarrow k = (E, 0, 0, K) \simeq (E, 0, 0, E); E \gg m$; masse du lepton

e^- sortant $\rightarrow k' = (E', E' \sin \theta, 0, E' \cos \theta)$

Photon virtuel $\rightarrow q = (E - E', -E \sin \theta, 0, E - E' \cos \theta)$; impulsion du transfert. Le

système photon-hadron est caractérisé par les variables :

$$q = k - k' \text{ et } \nu = E - E'$$

Cela implique que :

$$q^2 = (k - k')^2 = -2kk' = -2(E, 0, 0, E) \begin{pmatrix} E' \\ E' \sin \theta \\ 0 \\ E' \cos \theta \end{pmatrix} = -2(E E' - E E' \cos \theta) \quad (1.43)$$

On obtient alors :

$$q^2 = -2 \left\{ E E' - E E' \left[\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \right\} \quad (1.44)$$

$$= -2 \left\{ E E' - E E' \left[1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \right\} \quad (1.45)$$

Donc :

$$q^2 = -4 E E' \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (1.46)$$

Autrement dit

$$Q^2 = -q^2 = 4 E E' \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (1.47)$$

Le nombre baryonique étant conservé ainsi la masse invariante M_X de l'état final est au moins égale à la masse du proton. Donc, on peut écrire $M_X^2 = (p + q)^2 \geq M^2$

On explique la dernière relation (1.47) par la condition suivante entre les variable Q^2 et ν :

$$Q^2 = 2M\nu \quad (1.48)$$

Et on définit la variable sans dimension x de Bjorken par :

$$x = \frac{Q^2}{2pq} = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (1.49)$$

On peut donc écrire pour la collision $\gamma^* N \rightarrow X$:

$$M_X^2 = (p + q)^2 = M^2 + Q^2 \left(\frac{1-x}{x} \right) \quad (1.50)$$

Le carré de l'amplitude se décompose :

$$|M|^2 = \frac{e^4}{Q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \quad (1.51)$$

Le tenseur lépontique connu qui décrit l'interaction lepton-photon :

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{tr}(\not{k}' \gamma^\mu \not{k} \gamma^\nu) \quad (1.52)$$

S'écrit plus explicitement :

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{tr}(k'_a \gamma^a \gamma^\mu k_b \gamma^b \gamma^\nu) \quad (1.53)$$

$$= \frac{1}{2} k'_a k_b \text{tr}(\gamma^a \gamma^\mu \gamma^b \gamma^\nu) \quad (1.54)$$

$$= 2k'_a k_b (g^{\mu a} g^{b\nu} - g^{ab} g^{\mu\nu} + g^{a\nu} g^{\mu b}) \quad (1.55)$$

Ce qui permet d'aboutir à l'expression finale

$$L^{\mu\nu} = 2(k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - k k' g^{\mu\nu}) \quad (1.56)$$

- le tenseur hadronique $W_{\mu\nu}$:

On peut écrire l'expression du tenseur hadronique $W_{\mu\nu}$ comme:

$$W_{\mu\vartheta} = -W_1 g_{\mu\vartheta} + \frac{W_2}{M_P^2} P_\mu P_\vartheta + \frac{W_3}{M_P^2} (P_\mu q_\vartheta + q_\mu p_\vartheta) + \frac{W_4}{M_P^2} (P_\mu q_\vartheta - q_\mu p_\vartheta) + \frac{W_5}{M_P^2} q_\mu q_\vartheta + \frac{W_6}{M_P^2} \epsilon_{\mu\vartheta\rho\sigma} p^\rho p^\sigma \quad (1.57)$$

Ou les W_i sont des fonctions sans dimension dits fonction de structure, et $\epsilon_{\mu\vartheta\rho\sigma}$ est le tenseur totalement antisymétrique.

Les contributions antisymétriques (terme en W_4 et W_6) disparaîtront lors de la contraction avec $L^{\mu\vartheta}$ qui est sémitique.

Donc :

La conservation du courant hadronique :

$$q^\mu w_{\mu\vartheta} = q^\vartheta w_{\mu\vartheta} = 0 \quad (1.58)$$

Implique que :

$$-w_1 q_\vartheta + \frac{W_2}{M_P^2} (p \cdot q) p_\vartheta + \frac{W_3}{M_P^2} ((p \cdot q) q_\vartheta + q^2 p_\vartheta) + \frac{W_5}{M_P^2} q^2 q_\vartheta = 0 \quad (1.59)$$

Ce qui donne deux relations :

$$\checkmark \frac{W_2}{M_P^2} (p \cdot q) p_\vartheta + \frac{W_3}{M_P^2} (q^2 p_\vartheta) = 0 \Rightarrow W_3 = \frac{(p \cdot q)}{q^2} W_2 \quad (1.60)$$

$$\checkmark -w_1 q_\vartheta + \frac{W_3}{M_P^2} (p \cdot q) q_\vartheta + \frac{W_5}{M_P^2} q^2 q_\vartheta = 0 \Rightarrow W_5 = \frac{(p \cdot q)^2}{q^4} W_2 + \frac{M_P^2}{q^2} W_1 \quad (1.61)$$

Donc, on remplace dans la relation de $w_{\mu\vartheta}$:

$$w_{\mu\vartheta} = -W_1 g_{\mu\vartheta} + \frac{W_2}{M_P^2} P_\mu P_\vartheta - \frac{(q \cdot p)}{q^2} (P_\mu q_\vartheta + q_\mu p_\vartheta) W_2 + \left(\frac{(qp)^2}{q^4} W_2 + \frac{M_P^2}{q^2} W_1 \right) \frac{q_\mu q_\vartheta}{M_P^2} \quad (1.62)$$

$$= \left(-g_{\mu\vartheta} + \frac{q_\mu q_\vartheta}{q^2} \right) W_1(Q^2, x) + \left(P_\mu - \frac{q_\mu q_\vartheta}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\vartheta - \frac{q \cdot p}{q^2} q_\vartheta \frac{W_2(Q^2, x)}{M_P^2} \right) \quad (1.63)$$

On effectue le produit tensoriel $\frac{e^4}{Q^4} L^{\mu\vartheta} W_{\mu\vartheta}$, et on trouve [5]:

$$|M|^2 = 8MEE' \frac{e^4}{Q^4} \left[2W_1 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + W_2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (1.64)$$

Enfin, la section efficace lepton-proton est alors donnée par :

$$\sigma = \frac{1}{2(p+k)^2} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \frac{d^4p_x}{2E'} \frac{d^4p_x}{(2\pi)^3} |M|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p+k-p_x-k') \quad (1.65)$$

Où :

➤ $\frac{1}{2(p+k)^2} \sim \frac{1}{4ME}$: est le facteur de flux.

➤ $\frac{d^3k'}{2E'(2\pi)^3}$: le volume infinitésimal invariant de l'espace de phase invariant du lepton final.

➤ $\frac{d^4p_x}{(2\pi)^3}$: le volume infinitésimal invariant de l'espace de phase de X (on intègre non

seulement sur la tri-impulsion mais aussi sur la masse invariante du système).

Si on se place dans le référentiel du laboratoire alors la section efficace différentielle sera donnée

par :

$$\frac{d\sigma}{dE' d \cos \theta} = \frac{2\pi\alpha^2}{4E'^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} (2W_1 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right) + W_2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)) \quad (1.66)$$

Chapitre II

La Chromodynamique Quantique

II.1. Interaction forte

L'interaction forte (SI pour strong interaction) est l'une des quatre forces fondamentales. C'est elle qui tient les quarks ensemble à l'intérieur des hadrons, y compris les protons et les neutrons. L'interaction forte est décrite par la chromodynamique quantique (QCD). La QCD est une théorie de jauge non-abélienne basée sur le groupe de symétrie SU (3). L'idée des interactions fortes a été introduite par Yukawa dans les années 1930 pour expliquer les forces nucléaires entre nucléons. De nos jours, il est connu que tous les hadrons, y compris les nucléons, sont des particules composites constituées de quarks. Le modèle des quarks a été développé dans les années 1960 à 1970, Dans ce cadre, les baryons sont composés de trois quarks (qqq) et les mésons d'une paire de quark-antiquark (qq). Les Quarks existent dans trois états de couleurs différents notés rouge, vert et bleu. La charge de couleur des quarks et des gluons dans les interactions fortes est un nombre quantique similaire à l'hypercharge et l'isospin dans les interactions électrofaibles. Historiquement, la charge de couleur a été introduite pour résoudre le problème des particules (Δ^{++} et Ω^-) avec le principe d'exclusion de Pauli. En effet, les quarks possèdent un spin demi-entier et il est naturel de les considérer comme des fermions, les Hadrons (Δ^{++}), composés de trois quarks up (uuu), et (Ω^-), composés de trois quarks étranges (sss), donc ils possèdent un spin égal à 3/2, Tous les trois possèdent donc les mêmes nombres quantiques en contradiction avec le principe d'exclusion de Pauli.

II.2. Construction du Lagrangien de la QCD

II.2.1. Théorie de jauge Abélienne : lagrangien de la QED

Nous commençons par rappeler le Lagrangien de l'électrodynamique quantique :

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{EM} \quad (2.1)$$

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi - (1/4)\mathcal{F}_{\mu\nu}(x)\mathcal{F}^{\mu\nu}(x) \quad (2.2)$$

Avec:

γ^μ : matrice de Dirac

m : la masse du fermion

$\mathcal{F}^{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu$: Le tenseur électromagnétique

$e = -|e| \equiv$ la charge électrique

$\psi \equiv$ spineur de Dirac

On obtient cette dernière expression en suivant ces étapes :

On commence par donner le lagrangien d'un électron libre exprimé en fonction des spineurs

de Dirac comme suit :

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (2.3)$$

On applique une transformation de jauge :

$$\psi(x) \rightarrow U\psi(x) \quad (2.4)$$

$$\text{Avec } U = e^{+ie\alpha}$$

La transformation de jauge est dite local si $\alpha = \alpha(x)$, et elle est dite globale si le paramètre α est constant [11].

En imposant la transformation locale : $\alpha = \alpha(\mathbf{x})$

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{ie\alpha(x)} \psi(x) \quad (2.6)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}'(x) = e^{-ie\alpha(x)} \bar{\psi}(x) \quad (2.7)$$

$$\text{Avec } U = e^{ie\alpha}$$

Le terme cinétique devient :

$$\bar{\psi}i\gamma_\mu \partial^\mu \psi \rightarrow \bar{\psi}'i\gamma_\mu U + \partial^\mu(U\psi) = \bar{\psi}'i\gamma_\mu U + U(\partial^\mu \psi) + \bar{\psi}'i\gamma_\mu \psi \partial^\mu(U + i\partial^\mu U) \quad (2.8)$$

$$\text{Avec } (U + i\partial^\mu U) = \partial^\mu \alpha(x) \quad (2.9)$$

Il est clair que le terme de masse est invariant ($\bar{\psi}'\psi' = \bar{\psi}\psi$), par contre le terme cinétique ne l'est plus ($\bar{\psi}'i\gamma_\mu \partial^\mu \psi' \neq \bar{\psi}i\gamma_\mu \partial^\mu \psi$) à cause de l'action de la dérivée sur le paramètre α :

$$\partial^\mu \psi' = \partial^\mu (e^{ie\alpha(x)} \psi) \quad (2.10)$$

$$= e^{ie\alpha(x)} \partial^\mu \psi + \psi \partial^\mu (e^{ie\alpha(x)}) \quad (2.11)$$

$$= (\partial^\mu \psi + ie (\partial^\mu \alpha(x) \psi)) \quad (2.12)$$

Le terme supplémentaire qui apparait dans le lagrangien est sous la forme :

$$\delta \mathcal{L} = -e \bar{\psi} (\partial^\mu \alpha(x)) \gamma_\mu \psi \quad (2.13)$$

Ce dernier terme n'est pas invariant sous la transformation locale de jauge, de ce fait, on introduit un champ $A^\mu(x)$ dit champ de jauge [11], dans le lagrangien (2.3). Alors on a introduit un champ $A^\mu(x)$ champs de jauge, et en modifiant le lagrangien:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} [i (\partial_\mu - ieA_\mu(x)) \gamma_\mu - m] \psi \quad (2.14)$$

On définit La dérivée covariante comme suit :

$$D^\mu = \partial^\mu - ieA^\mu(x) \quad (2.15)$$

On impose la transformation du dérivé covariant sous la transformation de jauge locale comme suit :

$$(D^\mu \psi)' = U(D^\mu \psi) \quad (2.16)$$

Avec cette condition, le lagrangien de la QED $\mathcal{L}' = \bar{\psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi$ devient invariant de jauge. En effet,

$$U(D^\mu \psi) = \partial^\mu \psi' - ieA'^\mu(x) \psi' = \partial^\mu (U\psi(x)) - ieA'^\mu(x) U\psi(x) \quad (2.17)$$

$$= (\partial^\mu U) \psi + U (\partial^\mu \psi) - ieA'^\mu(x) U\psi \quad (2.18)$$

$$=U [\partial^\mu - ieA^\mu(x)]\psi(x) \quad (2.19)$$

$$D'où, -ieA'^\mu U\psi = -ieUA^\mu\psi - (\partial^\mu U)\psi \quad (2.20)$$

$$\text{De la on déduit} \quad A'^\mu U = UA^\mu - (i/e)\partial^\mu U \quad (2.21)$$

La transformation imposée au dérivé covariant nous impose donc une transformation aux champs de jauge comme suit :

$$A'^\mu = UA^\mu U^+ - (i/e)(\partial^\mu U)U^+ \quad (2.21)$$

$$= U [A^\mu - (i/e)U^+ \partial^\mu U]U^+ \quad (2.22)$$

De la on déduit la loi de transformation de A^μ :

$$A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu + \partial^\mu \alpha(x) \quad (2.23)$$

Finalement, le lagrangien de la QED invariant par transformation de jauge locale s'écrit :

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{EM} \quad (2.24)$$

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi - (1/4)\mathcal{F}_{\mu\nu}(x)\mathcal{F}^{\mu\nu}(x) \quad (2.25)$$

II.2.2. Théorie de jauge non abélienne et lagrangien de la QCD

Compte tenu de tout ce qui précédé, il est possible de construire une nouvelle théorie, Il suffit d'appliquer une procédure identique à celle qui conduit à l'électrodynamique. Le but principal étant, rappelons-le, d'ajouter suffisamment d'éléments au Lagrangien libre pour rendre ce dernier symétrique par rapport au groupe de la théorie. Pour cela, il faudra tout d'abord d'identifier le groupe de symétrie de la théorie et suivre après les étapes suivantes :

1. introduire un champ A
2. définir une dérivée covariante

3. imposer la bonne loi de transformation de A
4. identifier le bon Lagrangien libre pour A

Le choix d'un groupe de Lie:

La nature des quarks nous mène maintenant à choisir un groupe de Lie, qui agira comme groupe de transformation à l'intérieur de notre théorie de champs quantiques de l'interaction forte. Les conditions qu'il doit respecter sont résumées ici :

- 1 - La couleur doit être une symétrie exacte.
- 2 - Il y a trois couleurs possibles : C = 1, 2, 3.
- 3 - Les antiquarks sont différents des quarks.
- 4 - Prendre en compte le confinement des quarks.
- 5 - la liberté asymptotique.

Seulement deux groupes de Lie non isomorphes entre eux ont une représentation tridimensionnelle irréductible : SU(3) et SO(3). Or, SO(3) est un groupe réel alors que la condition $N=3$ implique des matrices de transformation complexes. Le seul candidat acceptable parmi les groupes non abéliens reste donc SU(3). Il est à noter que Gell-Mann et Neman avaient déjà montré que les particules élémentaires remplissaient des représentations irréductibles de ce groupe de symétrie.

La construction de la chromodynamique quantique, autrement dit la théorie de l'interaction forte, est engendrée par le groupe de jauge SU(3) dont on verra qu'il produit huit champs de jauge qu'on appelle gluons. Quant aux spineurs des théories, ce sont les six quarks, dont chacun forme un triplet par rapport au groupe de symétrie.

Des résultats généraux à propos des groupes SU(n), nous savons que les générateurs T qui forment l'algèbre SU(n) sont auto-adjoints et de trace nulle. De plus, on ajoute généralement une condition d'orthogonalité, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^a &= \mathbf{T}^{a\dagger} \\ \text{Tr}(\mathbf{T}^a) &= 0 \\ \text{Tr}(\mathbf{T}^a \mathbf{T}^b) &= (1/2)\delta^{ab} \end{aligned}$$

Nous savons directement que le groupe SU(3) est un groupe à $9 - 1 = 8$ paramètres réels. On aura donc huit générateurs aussi. Il est aisé de les construire. En effet, SU(2) étant un sous-groupe de SU(3) dont on connaît déjà les trois générateurs, on les trouve simplement en construisant les matrices 3x3 dont quatre éléments sont ceux des matrices de Pauli. On obtient alors neuf matrices

différentes, mais l'ensemble est linéairement dépendant. Les trois matrices créées à partir de leurs dépendances, on en regroupe deux en une seule pour trouver l'ensemble suivant [9][10]:

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}; \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

La relation de commutation qui leur est associées s'écrit avec les constantes de structure ($f^{\alpha\beta\gamma}$) comme suit :

$$[\lambda^\alpha, \lambda^\beta] = 2if^{\alpha\beta\gamma}\lambda^\gamma \quad (2.26)$$

$$\text{Avec : } f^{123} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{516} = f^{637} = \frac{1}{2}, f^{458} = f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Les constantes de structure sont complètement antisymétriques ($f^{\alpha\beta\gamma} = -f^{\beta\alpha\gamma} = -f^{\gamma\beta\alpha}$). tel groupe dont les générateurs ne commutent pas entre eux est dit non-abélien (un champ de jauge non-abélien est aussi appelé un champ de Yang-Mills) [9] [10].

Des arguments théoriques plus sophistiqués, complétés par les expériences en physique des hautes énergies, demandent l'introduction de six champs spinoriels, les quarks, dont nous donnons directement les charges électriques Q respectives :

up U	Charm C	Top T	$Q = + 2 / 3$
------	---------	-------	---------------

Down D	Strange S	Bottom B	$Q = -1/3$
--------	-----------	----------	------------

Le spineur de Dirac nous donne uniquement le moment et le spin d'un quark, mais il ne suffit pas pour décrire l'état exact d'un quark, car pour chaque quark il existe trois états de couleur différents, et pour décrire l'état exact d'un quark il faut associer un vecteur Colonne (c) de trois éléments pour chaque couleur : rouge, bleu et vert.

$$(C_r) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_i ; (C_b) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_i ; (C_v) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_i : r \text{ pour rouge, } b \text{ pour blue et } v \text{ pour}$$

vert [6].

Où ψ_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) représente l'un des six quarks.

Ainsi chaque type de quark peut apparaitre dans trois états différents (analogues des deux états d'isospin), qu'on appelle couleur, rouge, vert et bleu, d'où le nom de la théorie.

Toute la démarche que nous avons suivie pour établir le Lagrangien de la QED peut être reprise point par point ici.

L'essentiel est à nouveau le fait qu'on impose la symétrie de jauge locale $U(x) (\in) SU(3)$.

Comme pour la QED, nous partons du Lagrangien pour un fermion libre :

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \tag{2.27}$$

La transformation locale de jauge :

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = U\psi(x) \tag{2.28}$$

D'après la théorie des groupes de Lie, un élément U du groupe agissant sur la représentation fondamentale s'écrit :

$$U = \exp (-i\theta^\alpha(x)\lambda_\alpha / 2) \tag{2.29}$$

Avec $\alpha=1, 2, 3, \dots, 8$.

La convention d'Einstein sur l'indice muet $\alpha=1, 2, 3, \dots, 8$ est adoptée.

1. On introduit un champ de jauge $A(x)$, ou de manière équivalente huit champs vectoriels A_μ^α , définis par:

$$A_\mu = g_s A_\mu^\alpha \lambda_\alpha / 2, \text{ avec } \alpha=1, 2, 3, \dots, 8.$$

On définit la dérivée covariante par:

$$D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu(x) = \partial_\mu - ig_s A_\mu^\alpha \lambda_\alpha / 2 \quad (2.30)$$

Pour la suite on impose la loi de transformation suivante :

$$(D_\mu \psi)' = (D'_\mu \psi') = (D'_\mu U\psi) = (UD_\mu \psi) \quad (2.31)$$

De la on peut facilement déduire que le champ A_μ^α se transforme comme suite :

$$A_\mu^\alpha \rightarrow A_\mu^{\alpha'} = A_\mu^\alpha - (i / g_s) \partial_\mu \theta^\alpha(x) \quad (2.32)$$

Le lagrangien devient alors :

$$\mathcal{L}_1 = \bar{\psi} (i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi \quad (2.33)$$

Sachant que la transformation infinitésimale de jauge peut s'écrire sous la forme :

$$U = \exp (-i\theta^\alpha(x)\lambda_\alpha / 2) \simeq 1 - i\theta^\alpha(x)\lambda_\alpha / 2 \quad (2.34)$$

On déduit la transformation de champ de jauge :

$$A_\mu^\alpha \rightarrow A_\mu^{\alpha'} = A_\mu^\alpha - (i / g_s) \partial_\mu \theta^\alpha(x) + f^{\alpha\beta\gamma} \theta^\beta A_\mu^\gamma \quad (2.35)$$

Comme pour la QED, on vérifié facilement que le terme de masse associé aux champs $A_\mu^\alpha(x)$ n'est pas invariant de jauge. Les gluons sont donc des champs de masse nulle [6] [11].

Ajoutons le terme libre pour le champ de jauge. Pour cela, on introduit le tenseur :

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - i[A_\mu, A_\nu] \quad (2.36)$$

On obtient :

$$G_{\mu\nu}^\alpha = (\partial_\mu A_\nu^\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha) + g_s f^{\alpha\beta\gamma} A_\mu^\beta A_\nu^\gamma \quad (2.37)$$

$$G_{\mu\nu} = \left(\lambda_\alpha / 2 \right) G_{\mu\nu}^\alpha = (i / g_s) [D_\mu, D_\nu] \quad (2.38)$$

On déduit le lagrangien des gluons :

$$\mathcal{L}_{glouns} = - (1 / 4) G_{\mu\nu}^\alpha G_\alpha^{\mu\nu} = - (1 / 2) Tr \{ G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \} \quad (2.39)$$

Finalement, le lagrangien de la chromodynamique s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_{glouns} \quad (2.40)$$

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi} (i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi - (1 / 4) G_{\mu\nu}^\alpha G_\alpha^{\mu\nu} \quad (2.41)$$

Chapitre III

L'équation d'évolution DGLAP

III.1. L'hypothèse d'invariance d'échelle

La section efficace d'un processus fait intervenir un facteur qui décrit la constitution interne du nucléon. Ce facteur inclut en fait les « fonctions de structure » qui, sont déterminées par l'expérience. Les fonctions de structure n'ont aucune dimension physique.

Il est possible de montrer que la section efficace différentielle, qui doit être déterminée par l'expérience de collision inélastique e-p, s'écrit sous la forme :

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2 dv} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^2} \frac{E'}{E m_p^2} \left(\frac{m_p}{v} F_2(q^2, v) \cos^2(\theta/2) - 2F_1(q^2, v) \sin^2(\theta/2) \right) \quad (3.1)$$

Où α est la constante de structure fine, appelée aussi constante de couplage électromagnétique [12]. F_1 et F_2 sont les fonctions de structures qui décrivent la forme de la cible (du nucléon). Les autres variables sont définies précédemment dans le chapitre 1. Il est intéressant de noter que l'expression complète de la section efficace de Mott est donnée par la formule (1.40) du chapitre 1.

Les fonctions de structure décrivent l'évolution de la structure du proton durant la réaction. L'expérience doit fixer cette inconnue, et elles sont déterminées dans les expériences de collisions

En définissant la variable sans dimension x comme il dans l'équation (1.49), on peut formuler l'hypothèse d'invariance d'échelle (ou invariance de Bjorken) comme suit :

$$F_{1,2}(v, q^2) = F_{1,2}(x, q^2) \approx F_{1,2}(v) q^2 \gg m_p^2 \quad (3.2)$$

Les fonctions de structures $F_{1,2}$ sont donc indépendantes par rapport à q^2 .

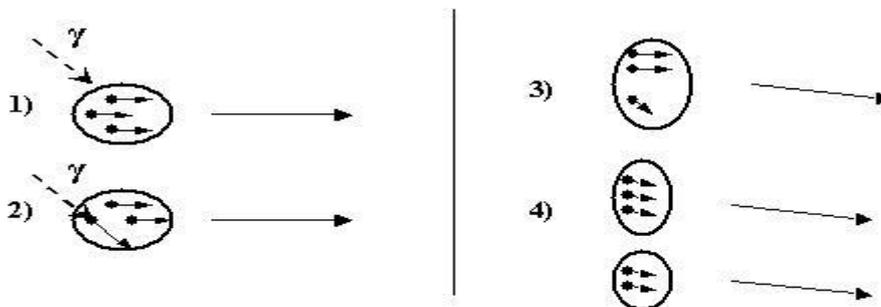


Figure 8. Formation des hadrons lors d'une collision sonde-nucléon. La figure est inspirée de la référence [12]

III.2. Partons et fonctions de structure

L'idée des partons proposée par Feynman se résume essentiellement à la supposition suivante : les nucléons (protons ou neutron) sont constitués de particules ponctuelles, quasi-libres et sans masse. La fonction de structure, qui ne dépend que de la variable sans dimension x , mesure donc la façon dont l'impulsion est répartie parmi ces partons [13].

III.2.1. Violation de l'invariance d'échelle

La violation de l'invariance d'échelle peut être considérée comme la variation de F_2 en fonction de q^2 à haute énergie. En effet, à basse énergie, cette fonction de structure est pratiquement constante.

La dépendance en q^2 peut être obtenue théoriquement en tenant compte des diagrammes d'ordre supérieur, tel que l'émission des gluons réels ou virtuels [15].

III.3. L'équation de l'évolution DGLAP

III.3.1. Introduction :

À haute énergie, l'étude de l'interaction forte est particulièrement importante pour comprendre le comportement des partons (gluons et quarks) ainsi que dans la recherche des nouvelles particules. L'interaction forte doit être comprise à un très haut niveau de précision et il faut donc en mesurer les paramètres fondamentaux (., PDF, . . .).

Dans cette dernière partie de ce mémoire, on s'intéresse à la résolution de l'équation d'évolution des fonctions de structure connue par équation DGLAP (Altarelli-Parisi-Dokshitz-Gribov et Lipatov).

III.3.2. Résolution de l'équation DGLAP dans l'espace des moments

Dans ce qui suit, on s'intéresse à l'équation d'évolution des fonctions de structure. La fonction de structure est donnée sous la forme suivante [18][19][8] :

$$F_2(x, Q^2) = x \sum_N Q_N^2 f_N(x, Q^2) \quad (3.3)$$

Avec $f_N(x, Q^2)$ est la densité de parton :

$$f_N(x, Q^2) = f(x) + \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_x^1 \frac{dy}{y} \frac{\alpha_s}{2\pi} p(x/y) f_N(y) \quad (3.4)$$

On a l'équation suivante qui représente l'équation d'évolution, des densités de partons, dite équation DGLAP, dans le cadre de la QCD perturbative.

$$\frac{df_N(x, Q^2)}{d \ln(\mu^2)} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} p_{qq}(x/z) f_N(\mu^2, z) \quad (3.5)$$

Il est possible d'avoir une bonne idée de l'évolution des distributions des partons dans l'espace des moments [8] :

$$f_N(\mu^2, x) = \int_0^1 x^{N-1} f(\mu^2, x) dx \quad (3.6)$$

En intégrant l'équation DGLAP et en inversant l'ordre de l'intégrale double, on trouve après calculs :

$$\frac{df_N(t)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \gamma_N f_N(y, t) \quad (3.7)$$

Avec

$$\gamma_N = \int_0^1 y^{N-1} f_{qq}(y) dy \quad , \quad t = \ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right) \quad \text{Ou} \quad z = x/y \quad \text{et} \quad \alpha_s = \frac{1}{bt} \quad (3.8)$$

En remplaçant par sa forme explicite qui dépend de l'échelle de renormalisation, on obtient :

$$\frac{df_N(x, Q^2)}{dt} = \frac{1}{2\pi bt} \gamma_q f_q(y, t) \quad (3.9)$$

Avec :

Λ Est la constante fondamentale de QCD que l'on détermine expérimentalement, sur la base d'une compilation des données expérimentales on trouve [6]: $\Lambda = 210_{30}^{34} \text{ Mev}$.

La variation du paramètre γ_N en fonction de $q - 1$ fait conformément à la courbe de la figure 9

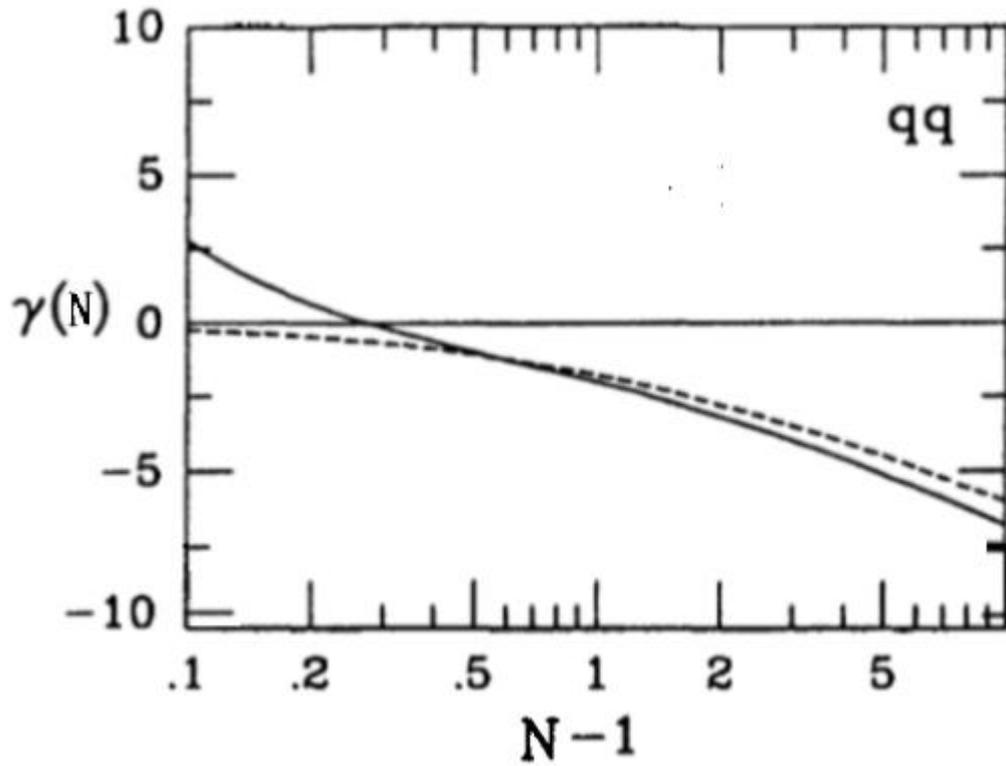


Figure 9. Variation de γ_q en fonction du nombre des moments N .référence [8]

L'équation (3.9) peut être résolue analytiquement. On obtient facilement après intégration :

$$\frac{f_N(t_0)}{f_N(t)} = \frac{t_0}{t} e^{\frac{\gamma_q}{2\pi b}} \quad (3.10)$$

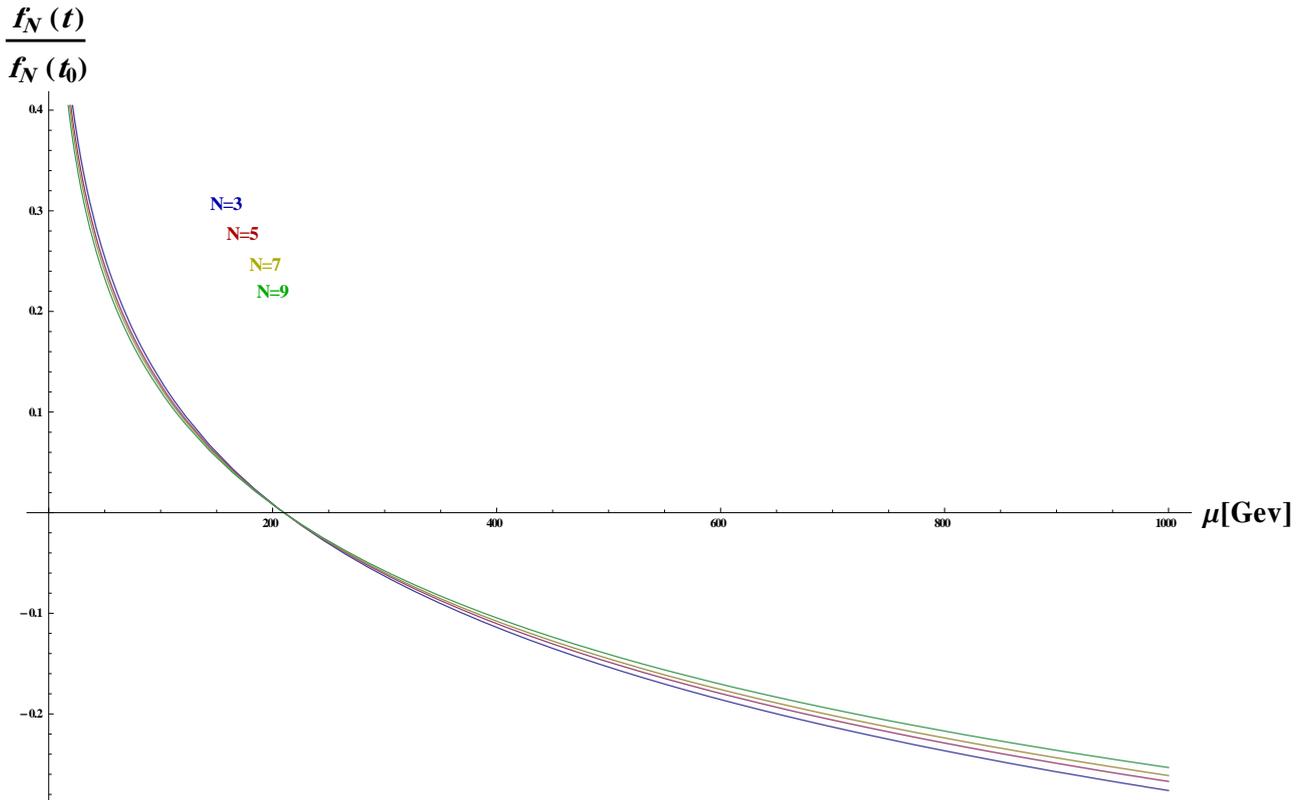


Figure 10. Evolution de la fonction de structure à large x et pour différente valeur du nombre des moments N

De l'équation (3.6), on déduit que l'évolution de q_N en fonction de μ à large N , correspond à l'évolution de q en fonction de μ à large x .

Les courbes de la figure 10 représentent l'évolution des fonctions de structure en fonction de μ à large x , et pour différentes valeurs du nombre de moment N .

Conclusion générale

Il est clair à travers tous les problèmes abordés dans le cadre de ce mémoire, que la théorie de la QCD perturbative demeure un vaste domaine, ainsi que ses applications en physique des particules ou physique des hautes énergies.

Dans un premier temps, nous avons étudié la diffusion de Mott, qui est une diffusion élastique. Pour cela, nous avons calculé la section efficace différentielle correspondante. Nous avons par la suite tracé le graphe de la section efficace en fonction de l'énergie E_n et de l'angle de diffusion θ . Nous avons ainsi constaté que la section efficace diminue avec l'augmentation de l'énergie E_n et de l'angle de diffusion θ .

Par la suite, on s'est intéressé à la diffusion profondément inélastique dans le cadre de la QCD perturbative et du modèle des partons (quarks et gluons). La distribution de ces dernières particules à l'intérieur du nucléon en fonction de l'énergie est donnée par les fonctions de structures. L'évolution de ces distributions en fonction de l'énergie est régie par l'équation intégral-différentielle DGLAP.

La résolution de cette équation dans l'espace des moments nous a permis d'analyser le comportement des fonctions de structures.

Annexes

Annexe 01 : Règles de Feynman de la QED

Pour calculer l'amplitude de diffusion iM , on utilise les règles de Feynman suivantes [4]:

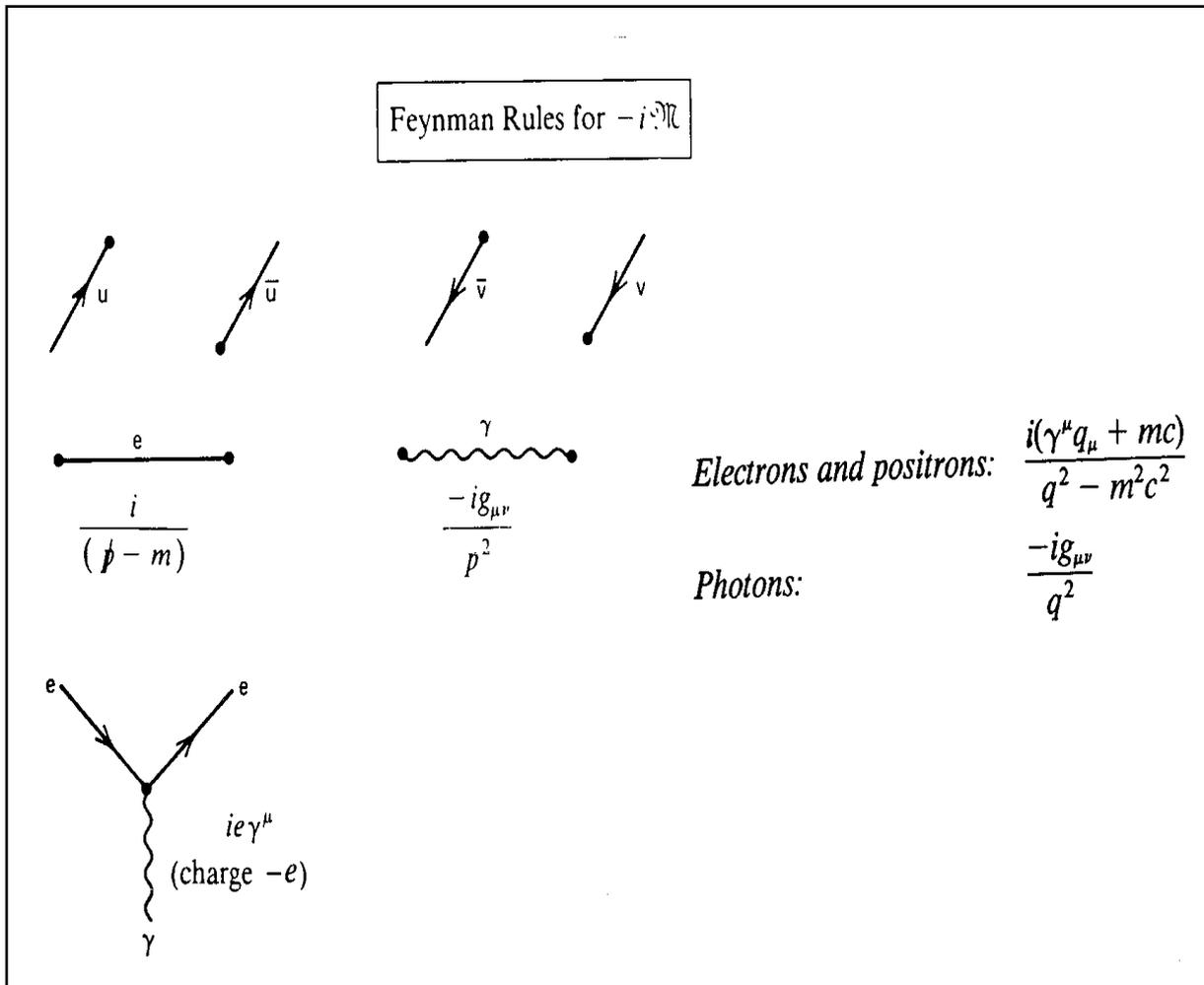
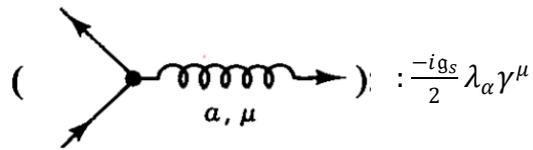


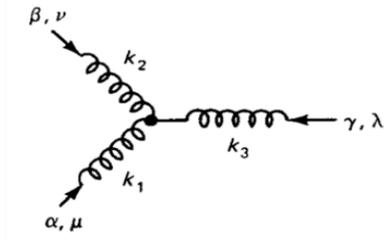
Figure 11. Les règles de Feynman pour la QED

- *Quark-Gluon*



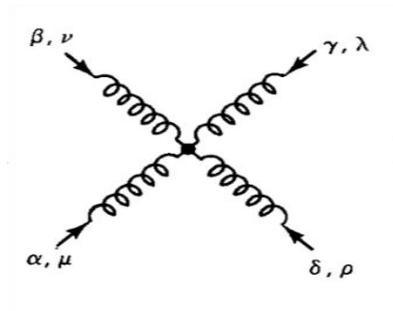
$$: \frac{-ig_s}{2} \lambda_a \gamma^\mu$$

- *Trois Gluon*



$$: -g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu} (k_1 - k_2)_\lambda + g_{\nu\lambda} (k_2 - k_3)_\mu + g_{\lambda\mu} (k_3 - k_1)_\nu]$$

- *Quater Gluon*



$$: -ig_s^2 [f^{\alpha\beta\eta} f^{\gamma\delta\eta} (g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) + f^{\alpha\delta\eta} f^{\beta\gamma\eta} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho}) + f^{\alpha\gamma\eta} f^{\delta\beta\eta} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho})]$$

Bibliographie

- [1]. E.Rutherford, Phil.Mag.ser, **The scattering of alpha and beta particles by matter and the structure of the atom**, 21, (1911), 669,668.
- [2]. F.Halzen, A.D.Martin, Quarks& Leptons, Wiley, New York, 1984
- [3]. L.Favart, Cours physique auprès des collisionneurs, université libre de Bruxelles, 2012-2014.
- [4]. C.Allan G, Cours introduction à la physique des particules fondamentales, université de Genève, été 2011.
- [5]. C.Johann, Cours de physique des particules du master recherche de physique subatomique et d'astroparticule,UJF Grenoble / U. de Savoie, 2005-2006.
- [6]. P.Aurenche, La QCD et son histoire: partons d'un bon pied!, Cours à l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire, Maubuisson, 2005-2006. <cel-00093000>.
- [7]. B.Roland, mesure de la diffusion Compton à haut virtualité à HERA II, Université Libre de Bruxelles, 31juillet 2008.
- [8].R. K. Ellis, W. J. Stirling, And B. R. Weeber, QCD and Collider Physics, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1996
- [9]. D.Griffiths, Introduction to Elementary Particles, Ed. Wiley-VCH Verlag GmbH et co. kGaA, Weinkein, Université Laval,Québec Canada,2008.
- [10]. L.Marleou, Introduction a la Physique des Particule, Ed. Wiley-VCH-Verl, New York,2008.
- [11].P. Aurenche, J-Ph Guillet, E Pilon, QED, QCD en pratique, Beyrouth, 2016. <cel-01440544>.
- [12].J.E.Dodd, The ideas of particle physics, Cambridge University Press, Cambridge, 1984.
- [13]. G.Johnson, Strange Beauty, Murray Gell-Mann and the Revolution in 20th century physics, 1re edition, Vintage books, 2000.
- [14].M.Gell-Mann,Le quark et le jaguar, 1reedition, Champs/Flammarion, Paris, 1997.
- [15].B.R.Martin et G Shaw, Particle Physics, John Wiley, Chichester, 1992.
- [16]. F.D.Close, An introduction to Quarks and Partons, 1re edition, Academic Press, 1979.
- [17]. K.Hagiwara et al, Phys.Rev,**Review of particle physics, Particle Data Group**,D66, (2002), 010001.
- [18]. D. J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett, Reliable Perturbative Results for Strong Interactions, 30 (1973) 1343
- [19]. D. J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett, Asymptotically Free Gauge Theories, D8, (1973), 3633.

Abstract :

In this work we have exposed the perturbative QCD Lagrangian formalism as a quantum field theory, then we studied the electron proton deep inelastic scattering, in order to compute in detail Mott's differential cross section, then we talked briefly about the proton's structure functions that depends on the distribution functions of partons inside the nucleon, at high energy the violation of Bjorken Scaling led to the DGLAP evolution equation, in the end we did a solution to the DGLAP evolution equation for the quarks in the moments space.

Key Words : DGLAP Equation, Proton structure, Parton distribution functions, Perturbative QCD, Collider Physics, Parton model

Résumé:

Dans ce mémoire, nous avons exposé en détail le formalisme théorique de la Chromodynamique Quantique perturbative (QCD), ainsi que le processus de diffusion profondément inélastique.

nous avons particulièrement détaillé les calculs de la section efficace différentielle de Mott.

Enfin, la résolution de l'équation d'évolution des fonctions de structure (DGLAP) dans l'espace de moment est présentée dans la dernière partie de ce mémoire.

Mots clés : Equation DGLAP, Structure du Proton, fonction de distribution Partonique, QCD Perturbative, Physique des collisionneurs, modèle de Parton