



Faculté de Technologie
Département d'Hydraulique
Laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et Environnement (LRHAE)

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Présenté par :

MOUALI LILA

HARZOUZ SAFIA

En vue de l'obtention du diplôme de **MASTER en Hydraulique**

Option : **Ouvrages et Aménagements Hydrauliques**

INTITULE:

ETUDE EXPERIMENTALE ET SIMULATION NUMERIQUE DES INFILTRATIONS A TRAVERS LES BARRAGES EN TERRE

Soutenu le 30 /06 /2015 devant le jury composé de :

- Président : **Mr. SEGHIR Abdelghani**
- Promoteur (s): **Mr. HAMMOUCHE Abderrahmane**

Mr. BERREKSI Ali

- Examineur : **Mr. IKNI Tahar**

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A mon père

A ma mère

A ma grande mère

A mes frères et sœurs

A mes oncles et tantes surtout Vava yidir et Malika

A tous mes amis et proches, en particulier, à Hocine

Safia

Dédicaces

A mes tes chers parents

A ma grand-mère

A mes frères et sœur

A mes oncles et tantes

A mes amis (es)

A ceux qui m'ont soutenu

Je dédie ce modeste travail

Lila

LISTE DES TABLEAUX

Tableau (V.1) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le premier essai

Tableau (V.2) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le deuxième essai

Tableau (V.3) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le troisième essai

Tableau (V.4) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le quatrième essai

Tableau(V.5) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le cinquième essai

LISTE DES FIGURES

Figure (I.1) : Expérience de Darcy
Figure (I.2) : Ligne de saturation d'après Dupuit
Figure (I.3) : Fragments Pavlovsky
Figure (I.4) : Digue avec tapis drainant : ligne de saturation selon Kozeny
Figure (I.5) : Ligne de saturation selon Casagrande
Figure (I.6) : Ecoulement dans un barrage en sans drain
Figure (I.7) : Digue avec massif drainant d'extrémité : solution de Casagrande
Figure (I.8) : Abaque de Schneebeli

Figure (II.1) : Courbe granulométrique d'un sol
Figure (II.2): Caractéristiques physiques d'un milieu poreux
Figure (II.3): Barrage en terre homogène
Figure (II.4.a): Barrage à noyau central
Figure (II.4.b): Barrage à zones et à noyau
Figure (II.5): Barrage à masque amont
Figure (II .6): Le profil général d'un barrage en terre
Figure (II.7) : Expérience de Darcy
Figure (II.8) : Élément de control
Figure (II.9) : Ligne de courant
Figure (II.10) : Débit circulant entre deux lignes de courant
Figure (II.11) : Réseau d'écoulement
Figure (II.12) : Calcul de la pression interstitielle
Figure (II.13) : Ligne de saturation dans un barrage en terre
Figure (II.14) : Tracé de la ligne de saturation, cas d'un barrage drainé
Figure (II.15) : Les conditions aux limites pour un barrage en terre avec drain

Figure (III.1) : Dispositif expérimental
Figure (III.2) : Schéma représente le dispositif hydraulique
Figure (III.3) : Courbe granulométrique du sable utilisé pour construire la digue expérimentale
Figure (III.4) : Courbe granulométrique du gravier utilisé pour construire le drain de la digue expérimentale
Figure (III.5) : Agitateur utilisés pour l'analyse granulométrique
Figure(III.6) : Une balance électronique
Figure (III.7) : Courbe de la conductivité du gravier
Figure (III.8) : Courbe de la conductivité du sable fin
Figure (III.9) : Appareil d'expérience de la conductivité
Figure (III.10) : Les piézomètres de lecture
Figure (III.11) : Les piézomètres de prise de mesures
Figure (III.12) : Chronomètre et Bécher

Figure (IV.1) : Barrage sans drain
Figure (IV.2) : Condition de Neumann
Figure (IV.3) : Condition de Dirichlet
Figure (IV.4) : Déplacement nul du parement amont
Figure (IV.5) : Déplacement de la crête de la digue

Figure (IV.6) : Déplacement du parement aval

Figure (IV.7) : Déplacement nul du fond

Figure (IV.8) : Maillage du domaine de calcul

Figure (V.1) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – hauteur à l'aval
152mm

Figure (V.2) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – hauteur à l'aval
122mm

Figure (V.3) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – hauteur à l'aval
79 mm

Figure (V.4) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – pas de hauteur à
l'aval

Figure (V.5) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – avec un drain à
l'aval

Figure (V.6) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – avec une hauteur à
l'aval 152mm par Dupuit

Figure (V.7) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – avec une hauteur à
l'aval 122mm par Dupuit

Figure (V.8) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – avec une hauteur à
l'aval 79mm par Dupuit

Figure (V.9) : Réseau des lignes équipotentiellles d'un barrage en terre – pas de hauteur à
l'aval par Dupuit

Figure (V.10) : Représentation des lignes équipotentiellles et la ligne de saturation pour une
hauteur 152 mm

Figure (V.11) : Représentation des lignes équipotentiellles et la ligne de saturation pour une
hauteur 122 mm

Sommaire

Sommaire

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Synthèse bibliographique

I.1. Introduction.....	2
I.2. Synthèse bibliographique.....	2
I.2.1. Modèles à sable	2
I.2.2. Méthode analogique	3
I.2.2.1. Analyse visqueuse	3
I.2.2.2. Analogie électrique.....	3
I.2.3. Modèles analytiques.....	3
I.2.4. Modèles graphiques.....	5
I.2.5. Modèles numériques	8
I.2.5.1. Méthodes des différences finies.....	8
I.2.5.2. Méthode des équations intégrales aux frontières.....	9
I.2.5.3. Méthode des éléments finis	9

Chapitre II : Ecoulement dans un milieu poreux

II.1. Introduction	10
II.2. Structure et propriétés physiques d'un milieu poreux	10
II.2.1. Définition d'un milieu poreux	10
II.2.2. Texture et granulométrie.....	10
II.2.2.1. La texture.....	10
II.2.2.2. La granulométrie	10
II.2.3. Isotropie et anisotrope.....	11
II.2.4. Homogénéité et hétérogénéité.....	11
II.2.5. La porosité	12
II.2.5.1. Types de porosité [6].....	12
II.2.6. Conductivité hydraulique.....	12
II.2.6.1. Coefficient de conductivité	12
II.2.6.2. La perméabilité.....	13
II.3. Généralités sur les barrages en terre	13
II.3.1. Différentes types de barrages.....	13
II.3.1.2. barrage à noyau étanche	13

II.3.1.3. Barrage à masque amont	14
II.3 .2. Profil général du barrage.....	14
II.3.2.1. Hauteur de barrage	14
II.3.2.2. La hauteur normale de retenue des eaux	15
II.3.2.3. La hauteur maximale	15
II.3.2.4. La revanche	15
II.3.2.5. La largeur de crête de barrage	15
II.3.2.6. Pente des talus	15
II.4. Physique de l'écoulement en milieu poreux	15
II.4.1. Loi fondamentale de l'écoulement.....	16
II.4.1.1. Définition de la loi de darcy	16
II.4.1.2. Expérience de Darcy	16
II.4.1.3. L'énoncé de la loi de darcy	16
II.4.1.4. Limite de validité de la loi de darcy	17
II.4.1.5. Généralisation de la loi de Darcy	17
II.4.1.6. Les différentes vitesses de filtration.....	18
II.5. Cinématique.....	19
II.5.1. Equation de continuité	19
II.5.2. Equation de mouvement	20
II.5.3. Lignes de courant et lignes équipotentiels	22
II.5.3.1. Ligne de courant.....	22
II.5.3.2. Les lignes équipotentiels	23
II.5.3.3. Propriétés de la ligne de courant et des lignes Equipotentiels.....	23
II.6. Etude des réseaux d'infiltration dans un barrage en terre.....	26
II.6.1. Etude des réseaux d'infiltration dans un barrage en terre.....	27
II.6.1.1. Détermination par la recherche d'une solution analytique.....	27
II.6.1.2. Détermination par la méthode graphique	27
II.6.1.3. Détermination par la méthode analogique.....	29
II.6.1.4. Détermination par la méthode numérique	29
II.6.2. Les conditions aux limites	29
II.7. Conclusion	30

Chapitre III : Etude expérimentale

III.1. Introduction.....	31
III.2. Les hypothèses de base	31
III.3. Description du modèle expérimental.....	31
III.3.1. Géométrie et composition du modèle	32
III.3.1.1. Propriétés des matériaux	32
III.3.1.2. Dimensions du modèle de la digue	36
III.4. Les instruments de prise de mesures	36
III.4.1. Piézomètres.....	36
III.4.2. Bécher et chronomètre	37
III.5. Processus d’essais sur les infiltrations à travers une digue en terre	38
III.5.1. Préparation du matériel et mise en place de la digue	38
III.5.2. Déroulement des essais.....	38
III.6. Conclusion.....	38

Chapitre IV: Simulation numérique

IV.1. Introduction	39
IV.2. Présentation de la méthode des éléments finis (MEF)	39
IV.2.1. Forme intégrale des équations aux dérivés partielles	39
IV.2.1.1. Méthodes des résidus pondérés	39
IV.2.1.2. Discrétisation des formes intégrales	39
IV.2.2. Les étapes de base de la méthode des éléments finis	40
IV.2.2.1. Discrétisation du domaine géométrique	40
IV.2.2.2. Choix des fonctions d’interpolations	41
IV.2.2.3. Formulation du système d’équations	41
IV.2.2.4. Résolution du système d’équation	42
IV.3. Maillage mobile	42
IV.4 Présentation du logiciel Comsol 4.4	42
IV.5. Plan de construction de modèle	43
IV.6. Présentation du modèle	43
VI.6.1. Les paramètre de calcul	43
VI.6.2. La géométrie.....	43
VI.6.3. Equation du domaine	44
IV.6.4. Conditions aux limites du modèle	44

IV.6.4.1. Flux nul	44
IV.6.4.2. Conditions de Dirichlet.....	44
IV.6.5. Géométrie déformée	45
IV.6.5.1. Déplacement imposé du maillage sur le parement amont	45
IV.6.5.2. Déplacement imposé du maillage sur la crête de la digue.....	45
IV.6.5.3. Déplacement imposé du maillage sur le parement aval.....	46
IV.6.5.4. Déplacement imposé du maillage au fond.....	46
IV.6.6. Maillage.....	47
IV.6.7. Résultats	47
IV.7. Conclusion	47

Chapitre V: Résultats et discussions

V.1. Introduction	51
V.2. Etude expérimentale	51
V.2.1. Premier essai.....	51
V.2.2. Deuxième essai.....	53
V.2.3 Troisième essai	54
V.2.4 Quatrième essai	57
V.2.5. Cinquième essai.....	57
V.3. Etude analytique	59
V.3.1. Calcul du débit de fuite	61
V.3.2 Premier essai.....	61
V.3.2. Deuxième essai	62
V.3.3. Troisième essai	63
V.3.4. Quatrième essai	64
V.4. Simulation numérique	65
V. 5. Etude comparative	67
V.5.1. Ligne de saturation	67
V.5.2. Courbe équipotentiellles	68
V.6. Conclusion.....	68
Conclusion générale	69
Référence Bibliographie	70

LISTE DES SYMBOLES

A : La section (m^2)

A' : Un point

a : La hauteur de suintement (m)

B : La largeur du barrage (m)

B' : Un point

b : coefficient réel

C' : La porosité

C_r : Porosité effective

C_u : Le coefficient d'uniformité

d₁ : Diamètres des grains (m)

d : La longueur de la ligne de saturation (m)

dh : La différence de charge entre deux piézomètre (m)

dl : La distance parcouru (m)

d_n(d₁₀, d₆₀) : Le diamètres caractéristique (m)

F : Fonction de force

g : Accélération gravitationnelle (m/s^2)

H₀ : la hauteur à l'amont du dispositif expérimental

H₁ : la hauteur à l'amont du dispositif expérimental

h : La hauteur d'eau (m)

h₁ : La hauteur d'eau a l'aval (m)

h₂ : La hauteur d'eau a l'aval (m)

h_d : La hauteur d'eau a l'amont (m)

I : Le gradient hydraulique

K : La conductivité hydraulique (m/s)

k : Un coefficient

k' : La perméabilité (m^2)

L : La largeur (m)

L' : Opérateur différentielle linéaire

L_b : La longueur de la digue du dispositif expérimental (mm)

L_c : La longueur de drain du dispositif expérimental (mm)

M : Un point

M' : Un point

m : Le fruit amont

N' : Facteur de forme, sans dimension, groupant les autres caractéristiques granulométriques (forme et arrangement des grains)

N_i : Fonction d'interpolation

N_i^e : Fonction d'interpolation

n : nombre de nœud dans l'élément choisi

$\vec{n}$: La normal

P_m : La pression interstitielle (m)

Q : Le débit (m^3/s)

Q' : Débit de fuite (ml/s)

Q_e : Le débit entrant (m^3/s)

Q_s : Le débit sortant (m^3/s)

q : Le débit unitaire (m^2/s)

Re : Nombre de Reynolds

U : Grandeur inconnue

u : La vitesse selon x (m/s)

u' : Une variable inconnue

u_D : Une fonction connue

u_i : valeur de l'inconnu au nœud i

V : La vitesse de décharge (m/s)

v : La vitesse selon y (m/s)

v_e : Volume d'eau gravitaire (m^3)

v_r : Volume d'eau de rétention (m^3)

v_t : Volume d'eau total (m^3)

w : La vitesse selon (m/s)

w : Fonction de pondération

y_0 : Le niveau d'eau à l'aval (m)

Z_N : Le niveau d'eau au point N '(m)

Z_M : Le niveau d'eau au point M (m)

x, y et z : Les trois directions

α : L'angle à l'aval (degré)

β : L'angle à l'amont (degré)

γ_w : Le poids volumique d'eau

ρ_e : la masse volumique (kg/m^3)

μ : La viscosité dynamique (m^2/s)

Π_e : La porosité efficace

ϕ : Potentiel de vitesse

Ψ : Fonction de courant

Δ : Operateur de Laplace

$\tilde{\Omega}$: Domain élémentaire

Γ : Domaine

ξ, η, ζ : Trois direction

CHAPITRE I :

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

INTRODUCTION GENERALE

Les barrages deviennent de plus en plus nécessaires, vu l'augmentation de la population et le manque de ressources hydriques. Mais de telles construction posent des nombreux problèmes et délicats, et ces derniers sont liés en partie aux infiltrations au sein du corps de l'ouvrage. Ce phénomène peut mettre en péril la pérennité ou la stabilité de l'ouvrage et par conséquent la sécurité publique.

Notre travail de recherche entrepris dans le cadre de cette problématique vise un peu fort à améliorer les connaissances et à étudier les infiltrations à travers une digue en terre.

Afin d'atteindre les objectifs spécifiques, la méthodologie établie pour réaliser ce travail est subdivisée en plusieurs phases :

Le premier chapitre sera consacré à une synthèse bibliographique sur les principaux travaux réalisés dans cet axe de recherche.

Dans le deuxième chapitre, des rappels sur les écoulements dans les milieux poreux et particulièrement l'étude des réseaux d'infiltration dans les barrages en terre ainsi que les méthodes qui permettent la résolution du problème en question, seront présentés.

Une étude expérimentale des infiltrations à travers une digue en terre réalisée au laboratoire d'Hydraulique Générale de l'Université Abderrahmane Mira de Bejaia a été réalisée, elle sera exposé, c'est l'objectif du chapitre 3.

Le quatrième chapitre sera consacré à la simulation numérique du problème des écoulements souterrains à travers une digue en terre ; cette dernière a été effectuée moyennant le logiciel Comsol.

Dans le cinquième chapitre, on retrouvera les principaux résultats trouvés dans le présent travail, en l'occurrence, les mesures expérimentales, le résultat analytique et les résultats de la simulation numérique via le logiciel Comsol. Une étude comparative sera également présentée. Dans le 5eme chapitre nous retrouverons les résultats obtenus qui sera par la suite analysés, interprété et comparés.

En dernier lieu, on terminera par une conclusion générale.

I.1. Introduction

Ce premier chapitre se consacre à l'étude bibliographique, qui tient compte des études déjà faites sur l'hydraulique souterraine, et plus précisément sur les infiltrations à travers un sol. Cette étude a pour objet de faire le point sur les connaissances relatives sur l'hydraulique souterraine.

I.2. Synthèse bibliographique

La construction des barrages en terre pose pour l'hydraulicien des problèmes difficiles, notamment celui de l'écoulement à travers les corps des digues. Comme tous les problèmes à surface libre en milieux poreux, le problème peut être résolu par différentes méthodes allant des modèles à sable à la méthode analytique, puis par les méthodes numériques.

Les premières recherches sur la théorie de la filtration datent de 1856. Sa connaissance est marquée par la publication des fontaines publiques de ville de Dijon de Darcy et Ritter.

I.2.1. Modèles à sable

La méthode à sable est la plus ancienne et la plus directe, elle a été proposée pour la première fois par Darcy (1856) qui a établie une loi après qu'il eut réalisés divers expérimentations visant à déterminer les lois régissant l'écoulement de l'eau à travers le sable (Figure(I.1)). [10].

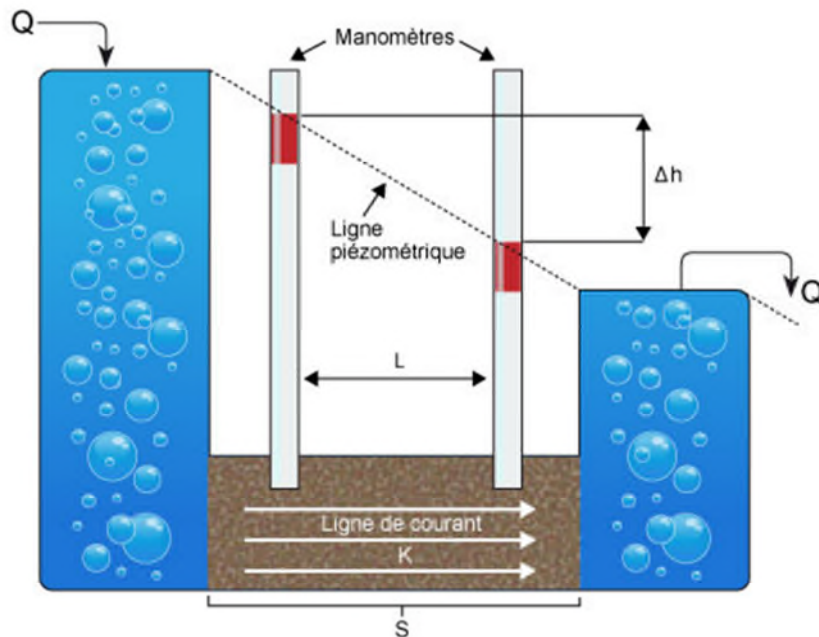


Figure (I.1) : Expérience de Darcy

Son énoncé était que la vitesse est proportionnelle aux gradients de charge :

$$v = k \frac{dh}{dl} \quad (I.1)$$

La limite de validité de cette loi est que le nombre de Reynolds doit être inférieur à 10, ce qui conduit à choisir un matériau fin. En 1922, Terzaghi montra un an après que la loi de Darcy s'appliquait aux argiles.

I.2.2. Méthode analogique

I.2.2.1. Analyse visqueuse

L'analyse visqueuse est l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux plaques parallèles rapprochées qui suit une loi analogue à celle de Laplace. La visualisation des filets liquides est facile et on peut utiliser ces modèles pour les écoulements plans à surface libre, permanent ou non permanent.

Le premier modèle à analogie visqueuse a été développé pour la première fois par Hele-Shaw (1897) pour étudier les lignes d'écoulement autour d'ouvrages de formes diverses. Dachler (1936) a été le premier à suggérer ce modèle pour étudier les écoulements souterrains. Riegels (1938) a étudié l'écoulement permanent autour d'un cylindre. Gunth (1940) a fait une étude de ce modèle analogique pour les écoulements en milieu poreux avec des conditions aux limites différentes. Brahma et Harr et Gallea (1962) ont utilisé l'analogie visqueuse permettant d'étudier l'écoulement non permanent dans les barrages en terre. Michel et Hunt (1985) ont étudié l'abaissement rapide du niveau d'eau dans le corps des digues. Abderrahim (1990) a fait une expérience sur cette analyse pour un barrage en terre, et il a supposé que l'écoulement est assez lent pour que le régime soit laminaire. Il a constaté à travers cette expérience que l'analogie tient compte des phénomènes de rétention, parce que le fluide visqueux a tendance à ramper vers le haut, il a constaté aussi que les surfaces libres ne partent pas normalement à l'équipotentielle, ceci étant probablement dû au phénomène de capillarité [5].

I.2.2.2. Analogie électrique

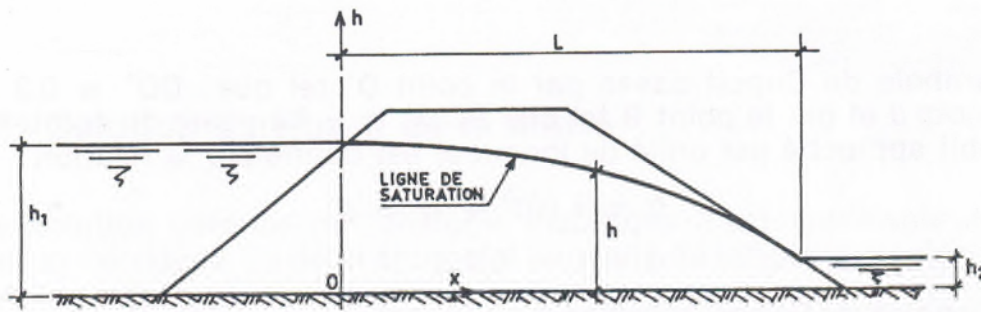
L'analogie électrique est basée sur le fait que la répartition du potentiel électrique est régie par la même équation que le potentiel hydraulique.

En 1935, Wyckoff et Reed préparèrent un papier spécial conducteur, et l'ont utilisé pour des problèmes d'infiltration à surface libre. Après en 1953, Schneebeil a développé une technique des réseaux de résistance grâce aux travaux de Huard De Lamarre. En 1990, Abderrahim a fait une expérience sur l'analogie électrique pour un barrage, il a construit un modèle électrique de dimensions géométriques semblables à celles du barrage et lui a imposé des conditions aux limites. Il a constaté à travers cette expérience que les équipotentielles obtenues en régime transitoire pour les barrages à suintement et pour le barrage à tapis, par rapport à celles du régime permanent et à celle des vidanges rapides, montrent que le régime transitoire ressemble au cas de la vidange rapide [4].

I.2.3. Modèles analytiques

Pour certains problèmes d'écoulement, des solutions théoriques existent, elles sont basées sur l'emploi des méthodes classiques de l'analyse pour trouver par intégration une solution particulière de l'équation qui constitue le modèle conceptuel.

Dupuit (1863) applique l'hypothèse que la vitesse est identique en grandeur et en direction pour tous les points d'une même section verticale. Le débit q par unité de longueur de la digue (Figure (I.2)) donne :



Figure(I.2) : Ligne de saturation d'après Dupuit

$$q = -kh \frac{dh}{dx} \quad (I.2)$$

Pavlosky (1931) [11] a donné des expressions de débit dans le cadre général de sa méthode de fragment (Figure (I.3)).

FRAGMENT TYPE	ILLUSTRATION	FACTEUR DE FORME ϕ
VII		$\phi = \frac{2L}{h_1 + h_2}$ $Q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2L}$
VIII		$Q = k \frac{h_1 - h}{\cotg \alpha} \log \frac{h_d}{h_d - h}$
IX		$Q = \frac{ka}{\cotg \beta} \left[1 + \log \left(1 + \frac{h_2}{a} \right) \right]$

Figure (I.3) : Fragments Pavlovsky

En faisant varier les angles α et β , on peut ainsi présenter diverses conditions d'entrée et de sortie.

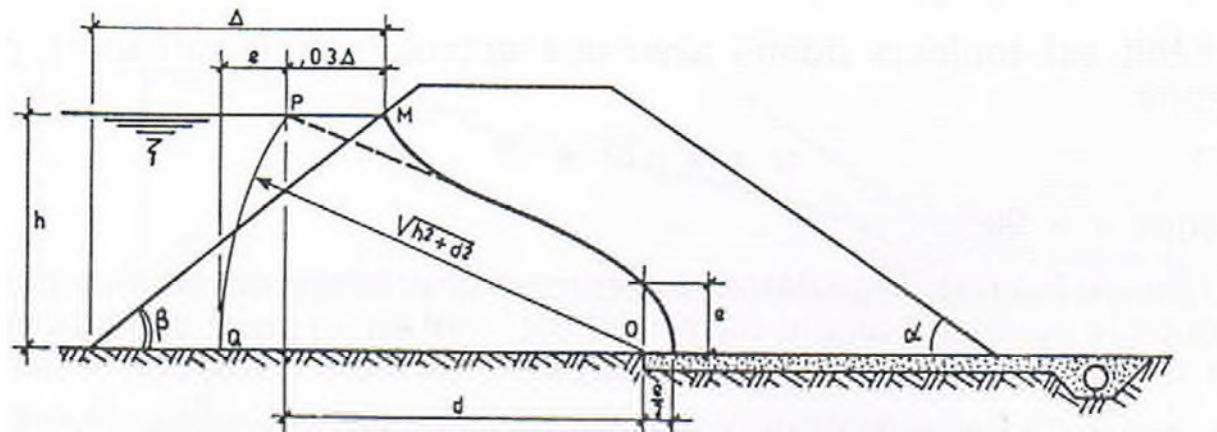
Huard De Lamarne (1952) a obtenu une solution par analogie électrique, cette solution n'est applicable qu'aux digues symétriques. Le débit approché par unité de longueur est donné par la formule suivante :

$$q = k \frac{h^2}{L+l} \quad \text{Pour } 20^\circ < \alpha_{\text{aval}} < 60^\circ \quad (\text{I.3})$$

Hager en 1985 a étudié à l'aide de la théorie de Dupuit l'écoulement transitoire dans un barrage en terre avec noyau imperméable. Michel et Hunt ont également montré en 1985 que les solutions de l'équation de Dupuit sont en défaut en raison des composantes verticales relativement importantes de la vitesse près d'un ouvrage de captage ou bien à l'effondrement du niveau de la retenue du barrage [11].

I.2.4. Modèles graphiques

En 1931, Kozeny [11] a montré que, dans un barrage en terre homogène, la ligne de saturation peut être assimilée dans sa partie médiane à une parabole d'axe horizontal dont le foyer est situé au pied du parement aval du barrage, si celui-ci n'est pas drainé ; dans le cas contraire, le foyer se situe à l'extrémité amont du drain auquel se raccorde la ligne de saturation (Figure (I.4)).



Figure(I.4) : Digue avec tapis drainant : ligne de saturation selon Kozeny

En 1932, Casagrande a montré que la parabole de Dupuit passe par le point D' (Figure(I.5)), tel que :

$$\begin{aligned} DD' &= 0.3\Delta = 0.3h \cot \beta \\ BC &= a = \text{longueur du suintement.} \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

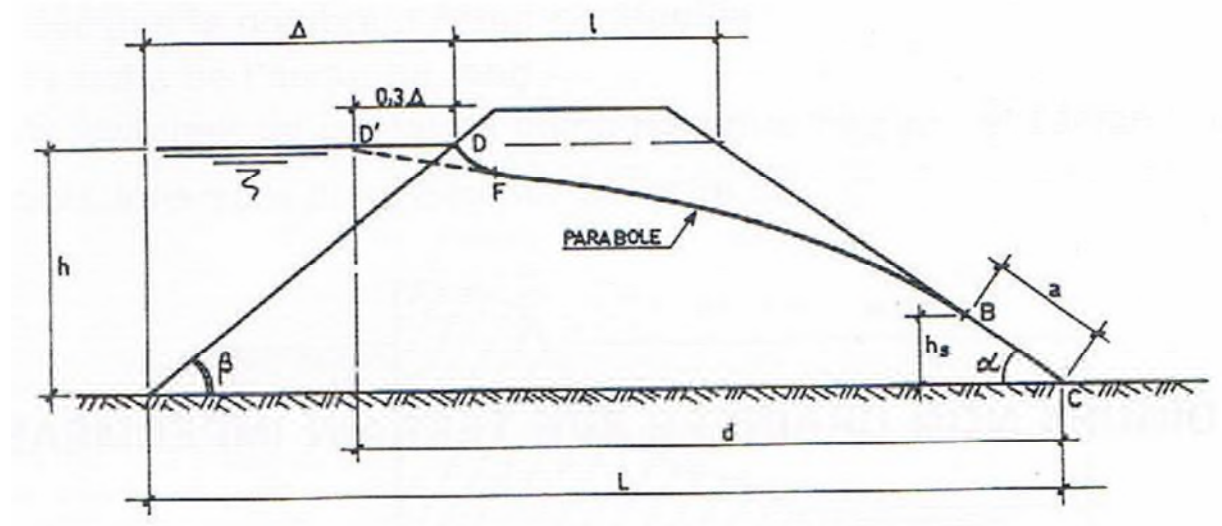


Figure (I.5) : Ligne de saturation selon Casagrande

Le débit approché par unité de longueur est donné par la relation :

$$q = \sqrt{d^2 + h^2} - d \quad (I.5)$$

Où :

$$d = L - 0.7\Delta \quad (I.6)$$

Les abaques de Gilboy définissent un paramètre m en fonction de α et de $\frac{h}{d}$ (Figure (I.6)).

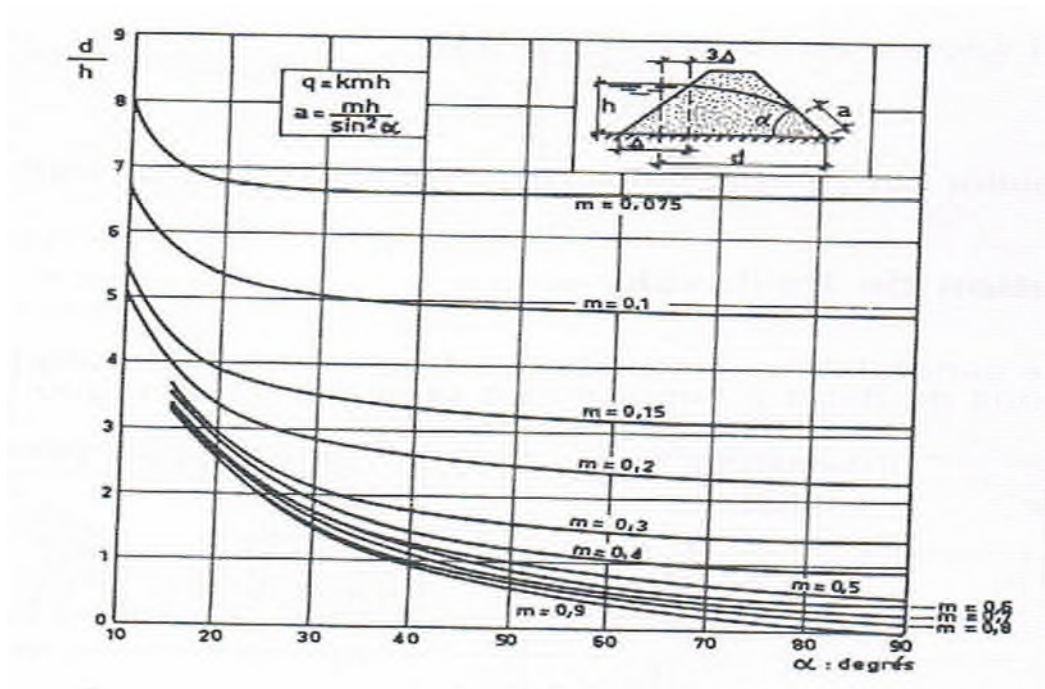


Figure (I.6) : Ecoulement dans un barrage sans drain. [11]

On déduit que :

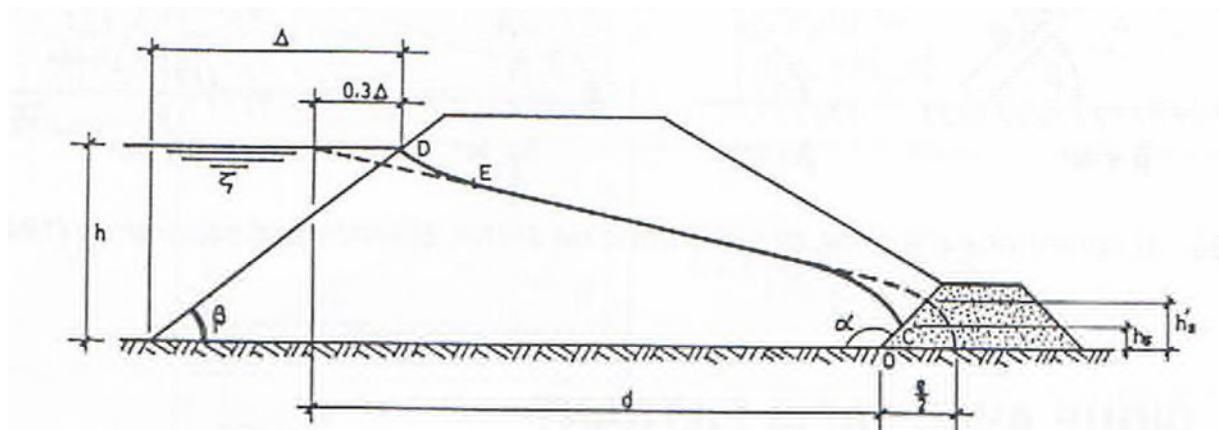
$$q = m \cdot h \quad (I.6)$$

$$a = \frac{m \cdot h}{\sin^2 \alpha} \quad (I.7)$$

On peut alors tracer la parabole correspondant à la ligne de saturation et dessiner à l'estime l'arc de raccordement entre D et F, cet arc étant normal en D au parement amont.

En 1937, Casagrande publia une synthèse des connaissances sur les infiltrations à travers les barrages et démontra que la loi de Darcy et l'équation de Laplace étaient la base essentielle de ces études.

En 1940, Casagrande a étendu la méthode de Kozeny pour les barrages de forme trapézoïdale à drain. Il a proposé une solution qui n'est valable que pour une charge nulle à l'aval (Figure (I.7)).



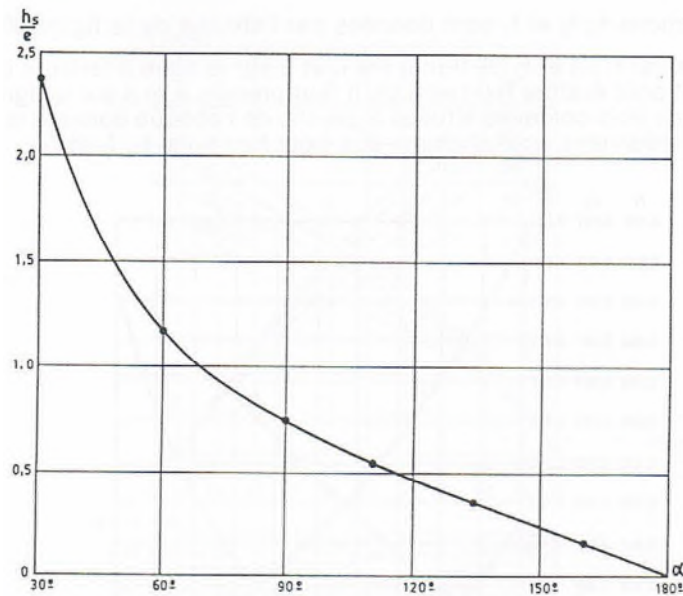
Figure(I.7) : digue avec massif drainant d'extrémité :solution de Casagrande

Le débit est toujours donné par :

$$q = K(\sqrt{h^2 + d^2} - d) \quad (I.8)$$

Puisque $\alpha > 9$

La ligne de saturation recoupe le parement amont du massif drainant en un point situé à une hauteur h_s qui peut être déterminée à partir d'un abaque (Figure (I.8)) établi par Schneebeli et qui donne $\frac{h_s}{e}$ en fonction de l'angle α [11] .



Figure(I.8) : Abaque de Shcneebli

I.2.5. Modèles numériques

Les méthodes numériques représentent l'un des moyens les plus importants de résolution des grands problèmes rencontrés dans les cas pratiques. Les modèles mathématiques représentent une solution offrant une très grande souplesse d'emploi.

Forchiermer (1886) démontra que la distribution de la pression d'eau dans un milieu poreux et la vitesse d'écoulement pouvait être déterminée au moyen de l'équation de **Laplace**. C'est vers 1900 que les méthodes de résolution de cette équation existaient et pouvait être appliquées aux barrages [3, 5,8].

Il existe plusieurs approches, on cite :

- Méthodes des différences finis ;
- Méthode des équations intégrales aux frontières ;
- Méthode des éléments finis ;
- ... etc.

I.2.5.1. Méthodes des différences

La méthode des différences finies est l'une des méthodes adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles, elle s'applique aux problèmes stationnaires ou dépendants du temps. Cette méthode consiste à discrétiser des équations différentielles sans chercher à les intégrer. La discrétisation est la substitution dans les équations des grandeurs différentielles infiniment petites par des grandeurs finies petites en regard des dimensions générales du milieu poreux étudié.

Finemore et Perry, en 1968, ont utilisé la méthode des différences finies pour étudier l'écoulement permanent à travers un barrage en terre homogène de forme rectangulaire.

Freeze (1971), a étudié l'écoulement qui s'établit dans un barrage en terre, en tenant compte de la zone non saturée.

Mvaucelin et Haverkamp (1979) ont étudié l'écoulement transitoire à surface libre, dans le problème du drainage et de recharge des nappes.

D'après plusieurs auteurs, la méthode des différences finies est beaucoup plus utilisée pour l'étude de nappes souterraines que pour les écoulements dans les barrages.

Ait Abbas et Boudha (2001) ont présenté une étude numérique sur l'écoulement à travers un milieu poreux, et en particulier l'étude des réseaux d'infiltration dans un barrage en terre par la méthode des différences finies. Ils ont calculé les vitesses d'écoulement, le débit de fuite à travers la digue et aussi les pressions interstitielles. Ils ont montré que les résultats obtenus par la méthode des différences finies sont très proches de ceux obtenus par la méthode analytique [3, 5,8].

1.2.5.2. Méthode des équations intégrales aux frontières

Cette méthode consiste à transformer l'équation différentielle de l'écoulement en une équation intégrale. Seul le contour du domaine d'écoulement est discrétisé. Elle demande moins de données et de temps. Jeng et Wexler (1977) ont utilisé cette méthode pour les écoulements tridimensionnels des nappes à surface libre[3].

1.2.5.3. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode variationnelle approchée ; physiquement elle revient à décomposer le milieu continu en éléments. La méthode des éléments finis a été créée en 1946 pour le calcul des ailes d'avions. Ce n'est qu'en 1967, qu'a été utilisée cette méthode par Liam Finn et Taylor et Brown, pour résoudre les problèmes des écoulements en milieu poreux saturé avec surface libre. Humbert en 1984 a analysé en régime permanent l'écoulement autour d'une galerie souterraine et dans un barrage en terre. Rank et Verner, en 1986, ont montré que l'on peut obtenir une précision appréciable avec la méthode des éléments finis, en utilisant des mailles variables. Cividini, Nova, Rossi et Salani, en 1987, ont eux aussi déterminé avec cette méthode la position de la surface libre, les pressions interstitielles et le débit dans les barrages en terre homogène. Bhatia et Baker, en 1989, ont déterminé les pressions dans une fondation, et les résultats obtenus sont fonction des dimensions et du nombre d'éléments utilisés. Abderrahim (1990) a fait une simulation pour un barrage en terre homogène, il a déterminé la pression interstitielle dans les barrages à suintement et à tapis filtrant, d'une part par voie expérimentale (II.2.1 et II.2.2), et d'autre part par voie numérique pour les cas du régime permanent et de la vidange rapide de la retenue. Par voie numérique, il a élaboré en régime permanent un programme en éléments finis, en considérant des éléments triangulaires linéaires. La comparaison des résultats expérimentaux et théoriques a permis de mettre en évidence l'étendue des possibilités et de fiabilité qu'offre le modèle mathématique par rapport aux modèles analogiques. Il a déduit que la méthode des éléments finis complète la méthode expérimentale, et que certains problèmes complexes inabordables par les méthodes classiques peuvent être résolus par le modèle mathématique [3, 5,8].

Bouchelghoum et Aid Mohamed (2002) ont présenté à leur tour une étude numérique sur l'écoulement à travers un milieu poreux, et en particulier l'étude des réseaux d'infiltration. Ils ont obtenu des valeurs des potentiels et fonction de courant en tout point nodal du domaine considéré, et les valeurs leurs permettaient de construire les réseaux des lignes équipotentiels et les lignes de courant, et de calculer les vitesses d'infiltration pour chaque point nodal. En vertu de l'analyse de leurs résultats obtenus, ils concluent que le calcul numérique présente une assez bonne approche que les prévisions théoriques, et ainsi les courbes obtenues par le calcul numérique présentent les mêmes propriétés que les courbes théoriques. Ils ont trouvé aussi que les résultats obtenus par la méthode des éléments finis présentent une bonne convergence que les résultats obtenu par la méthode des différences finies [3].

II.1. Introduction

Nous consacrerons ce chapitre à l'étude mathématique du mouvement de l'eau dans les milieux poreux et à travers les digues en terre, et par la suite aux différentes méthodes qui permettent le tracé des réseaux d'écoulement. Mais nous allons, en premier lieu donner quelques définitions relatives aux milieux poreux et aux barrages en terre.

II.2. Structure et propriétés physiques d'un milieu poreux

II.2.1. Définition d'un milieu poreux

La catégorie des terrains poreux comprend en premier lieu toutes les alluvions fluviales ou glaciaires, les masses d'éboulis et tous les remblais artificiels [6]. On peut également y rattacher les formations gréseuses et les conglomérats perméables. Ces terrains sont formés de grains cimentés ou non entre eux. Ils sont parcourus par un réseau très dense de canaux interstitiels. Un sol poreux est caractérisé par sa courbe granulométrique.

II.2.2. Texture et granulométrie

II.2.2.1. La texture

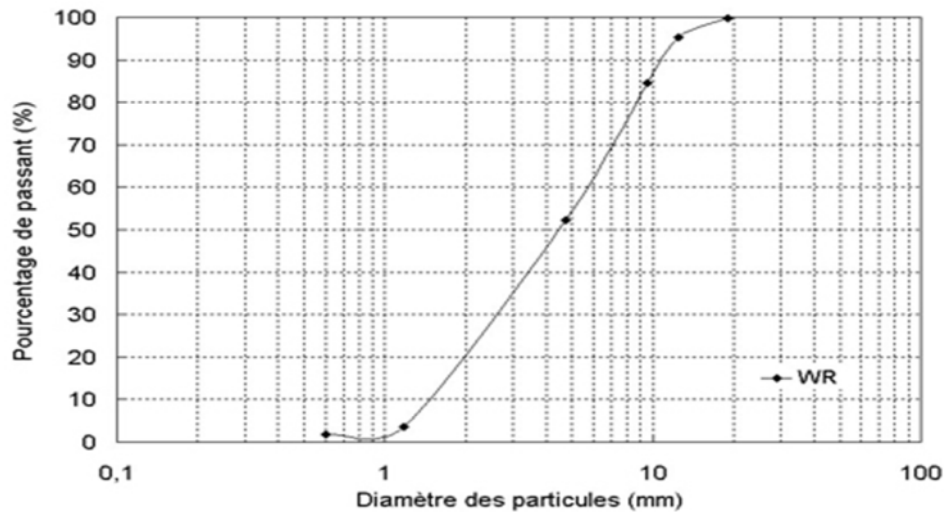
La texture indique l'abondance relative, dans le sol, des particules de dimensions variées : sable, limon ou argile. La texture dépend de la facilité avec laquelle le sol pourra être travaillé, la quantité d'eau et d'air qu'il retient et la vitesse à laquelle l'eau peut entrer et circuler dans le sol [14].

II.2.2.2. La granulométrie

C'est l'étude de la répartition des éléments d'une roche, d'un gravier et d'un sable, selon leur taille (granulométrie). L'analyse granulométrique nous permet de tracer un diagramme appelé courbe granulométrique, celle-ci nous permet de calculer deux paramètres granulométriques principaux : le diamètre caractéristique d_n et le coefficient d'uniformité C_u , avec :

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (II.1)$$

Le diamètre caractéristique, d_n , en mm, est mesuré par la valeur lue en abscisse, correspondant à un pourcentage en poids cumulés, choisit arbitrairement en ordonnées, (Figure (II.1)), [14].



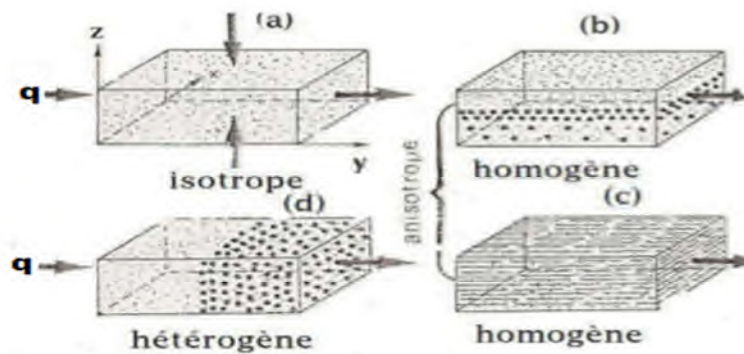
Figure(II.1) : Courbe granulométrique d'un sol

II.2.3. Isotropie et anisotropie

Un terrain est isotrope s'il présente la même résistance à un écoulement de filtration quelque soit la direction. Dans le cas contraire il est anisotrope [9].

II.2.4. Homogénéité et hétérogénéité

Un terrain poreux est homogène s'il présente en tout point dans une direction donnée la même résistance à un écoulement de filtration. Dans le cas contraire il est hétérogène [9] (Figure (II.2)).



Figure(II.2): Caractéristiques physiques d'un milieu poreux

II.2.5. La porosité

La porosité est un paramètre hydrodynamique important, qui caractérise le milieu poreux. Il se détermine et se mesure au laboratoire. Il caractérise la propriété d'un milieu comportant des vides interconnectés ou non [6]. Il s'exprime par :

$$c' = \frac{v_v}{v_t} \quad (II.2)$$

II.2.5.1. Types de porosité [6]**A- La porosité efficace η_e , coefficient de porosité**

Elle se rapporte à l'eau libérée par drainage gravitaire total d'une roche saturée. C'est le volume de l'eau gravitaire, v_e , que l'échantillon peut contenir à l'état saturé, puis libéré sous l'effet d'égouttage complet, à son volume total v_t . Elle dépend essentiellement de l'arrangement de la surface spécifique des grains. Elle est donnée en pourcentage, par la formule :

$$\eta_e = \frac{v_e}{v_t} \quad (\text{II.3})$$

B- La porosité cinématique

Elle désigne le rapport de l'eau non liée aux grains, Elle n'est pas mesurable pratiquement. Le concept est proche de la porosité efficace comme un rapport de volume.

C- La porosité effective

Appelée aussi la capacité de rétention. C'est le rapport du volume de rétention v_r (eau non égouttable par gravité) au volume total apparent v_t . Elle est donnée en pourcentage par la formule :

$$C_r = \frac{v_r}{v_t} \quad (\text{II.4})$$

II.2.6. Conductivité hydraulique

C'est une caractéristique physique qui représente la facilité d'un matériau à permettre le transfert du fluide à travers un réseau connecté [4,11]. Elle est mesurée par deux paramètres à s'avoir :

II.2.6.1. Coefficient de conductivité

Le coefficient de conductivité, noté k , est défini par la loi de darcy comme étant le volume d'eau gravitaire traversant en une unité de gradient hydraulique, une unité de section orthogonale à la direction de l'écoulement dans la condition de validité de la loi de darcy [4,11]. Il a la dimension d'une vitesse, il peut être donné par l'expression :

$$k' = \frac{Q \cdot L}{A \cdot dh} = \frac{V}{I} \quad (\text{II.5})$$

II.2.6.2. La perméabilité

C'est la propriété d'un corps poreux de se laisser traversé par un fluide. Cette constante caractéristique d'un milieu poreux est liée à la forme des grains et à la porosité cinématique (communication entre les pores) [4,11], elle peut être donnée par l'expression :

$$k' = N \cdot d_{10}^2 \quad (\text{II.6})$$

II.3. Généralités sur les barrages en terre

La différence fondamentale qu'il convient de relever entre barrage en terre et barrage de type poids est que le premier met en jeu des volumes dix à quinze fois plus importants. Il faudra entendre par terre, toute la gamme de sol allant depuis l'argile très fine jusqu'aux éléments très grossiers [2].

II.3.1. Différentes types de barrages

C'est une digue en remblai constituée d'un seul matériau meuble suffisamment imperméable pour assurer à la fois l'étanchéité et la résistance. Sa structure est souvent complétée par des dispositifs de drainage comme le montre le schéma ci-contre. Il est bien adapté aux sites ayant une fondation déformable (Figure (II.3)).

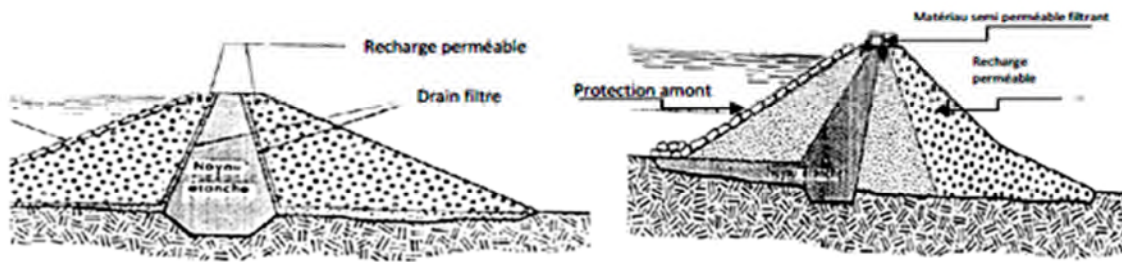


Figure (II.3) : Barrage en terre homogène

II.3.1.2. barrage à noyau étanche

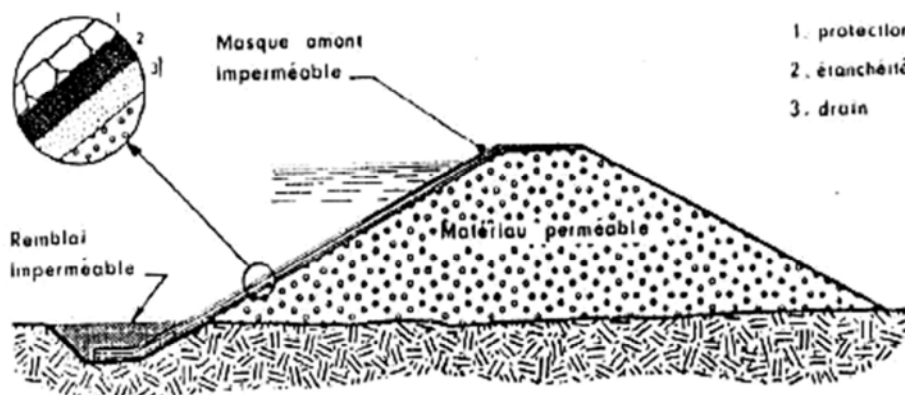
Ce barrage est un massif qui est constitué de plusieurs zones, dont chacune est constituée d'un matériau différent, selon le rôle que doit jouer chaque zone. La fonction d'étanchéité est assurée par un noyau étanche réalisé en matériaux argileux qui pourra être placé en amont du barrage (Figure (II.4.a)) ou au centre de celui-ci (Figure (II.4.b)).

Le noyau étanche est maintenu par des recharges en amont et en aval des noyaux qui sont constituées par des matériaux plus grossiers et relativement perméables, qui assureront la stabilité mécanique du barrage d'un côté et de protéger le noyau contre les agressions extérieures.

**Figure (II.4.a):** Barrage à noyau central**Figure (II.4.b):** Barrage à zones et à noyau amont

II.3.1.3. Barrage à masque amont

S'il existe des difficultés à réaliser un barrage à noyau étanche, on peut choisir le barrage à masque amont étanche ; ce masque repose en général sur une couche d'éléments fins drainants protégée par une couche constituée par des matériaux plus grossiers. Le masque amont est une paroi étanche en béton de ciment ou bitumineux,... etc., plaquée sur le talus amont du barrage et prolongée par une coupure étanche dans les fondations du barrage. Le masque amont présente l'avantage de pouvoir être réparé aisément, mais par contre il est plus exposé aux agressions extérieures et il est par conséquent plus fragile que le noyau interne (Figure (II.5)).

**Figure (II.5):** Barrage à masque amont

II.3 .2. Profil général du barrage

II.3.2.1. Hauteur de barrage

Elle est donnée par la hauteur normale des eaux majorée de la charge maximale au dessus du seuil du déversoir de crues et de la revanche (Figure (II .6)).

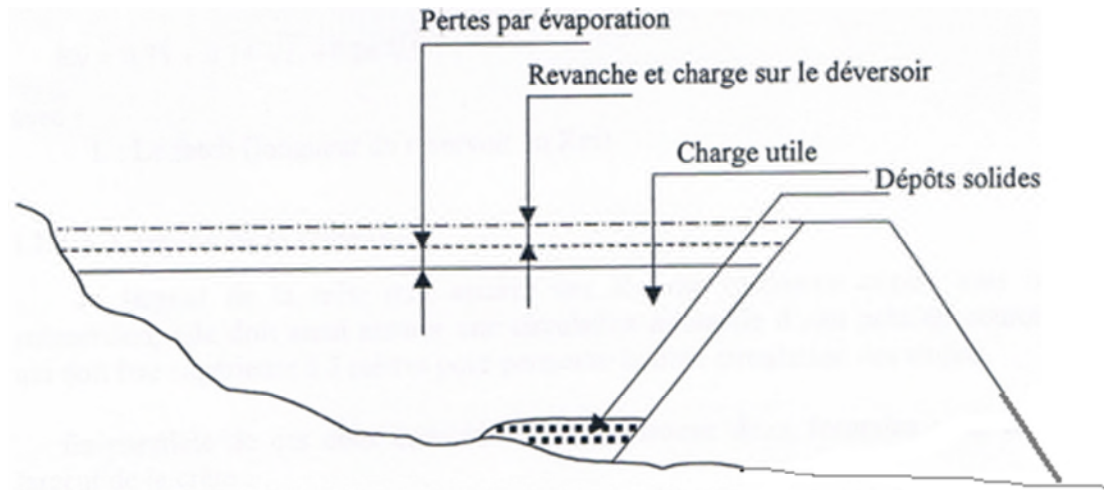


Figure (II.6): Le profil général d'un barrage en terre

II.3.2.2. La hauteur normale de retenue des eaux

Elle est fonction des pertes par infiltration et par évaporation, du comblement net, des apports solides, de l'eutrophisation du lac et de la capacité utile à stocker.

II.3.2.3. La hauteur maximale

Elle est la charge maximale au dessus du déversoir de crues, elle dépend des caractéristiques de l'évacuateur de crues définies en fonction de l'hydrologie du bassin versant de la retenue et du laminage des crues de la retenue. Elle est déterminée par l'étude de l'évacuateur de crues. Le niveau des plus hautes eaux est donné par le niveau normal majoré de la charge sur le déversoir de crue.

II.3.2.4. La revanche

Est fonction de la hauteur et de la vitesse des vagues, du tassement après construction et de la marge de sécurité.

II.3.2.5. La largeur de crête de barrage

La largeur en crête d'un barrage en terre doit être suffisante pour qu'il n'y ait pas de circulation d'eau importante dans le barrage près de son couronnement lorsque la retenue est pleine.

II.3.2.6. Pente des talus

Elle est fixée par les conditions de stabilité mécanique du massif et de ses fondations. Dans la détermination de la pente du massif on doit toutefois se soucier de la nature des matériaux et vérifier la stabilité du barrage de ce point de vue.

II.4. Physique de l'écoulement en milieu poreux

Il est inconcevable de penser obtenir une connaissance complète du mécanisme de l'écoulement de l'eau dans le sol, sans connaître l'aspect physique de système.

II.4.1. Loi fondamentale de l'écoulement

La loi de darcy est notamment utile pour caractériser les écoulements souterrains de l'eau. On l'utilise donc fréquemment dans des milieux poreux comme, par exemple, barrage en terre [10].

II.4.1.1. Définition de la loi de darcy

C'est une loi physique mécaniste et déterministe qui exprime le débit d'un fluide incompressible filtrant au travers d'un milieu poreux (supposé isotrope à l'échelle de travail). La circulation de ce fluide entre deux points est déterminée par la conductivité hydraulique du substrat et par le gradient de pression du fluide.

II.4.1.2 . Expérience de Darcy

Le dispositif expérimental comportait un échantillon cylindrique du milieu poreux (sable naturel) est enfermé dans un tube T dont les extrémités sont reliées à deux réservoirs. Le liquide filtrant s'écoule du réservoir supérieur vers le réservoir inférieur à travers la colonne poreuse. Il remonte dans des tubes manométriques à des niveaux décroissant dans le sens de l'écoulement. Les niveaux s'alignent sur une droite (Figure (II.7)).

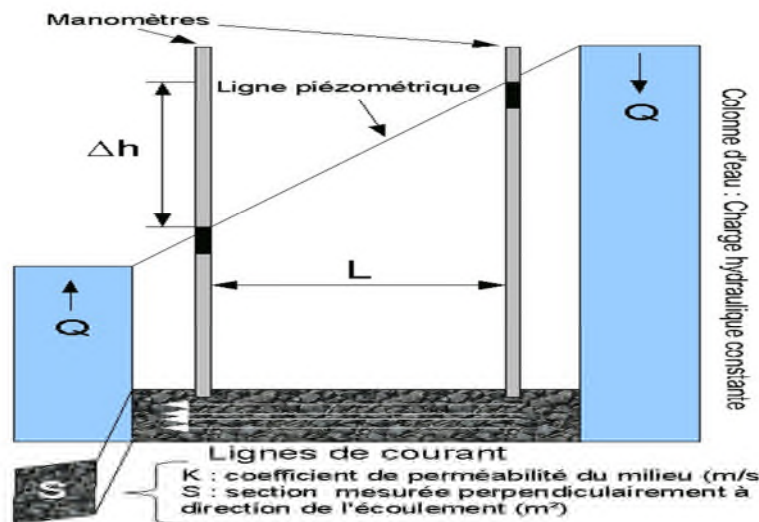


Figure (II.7) : Expérience de Darcy

II.4.1.3. L'énoncé de la loi de darcy

Avec le dispositif Darcy à montré que le débit Q d'un fluide incompressible qui s'écoule en régime stationnaire au travers d'un milieu poreux de section A, et de largeur L sous l'effet d'une différence de charge dh.

$$Q = k \cdot A \cdot \frac{dh}{L} \quad (II.7)$$

II.4.1.4. Limite de validité de la loi de darcy

En général, la loi de Darcy considère que l'eau se propage dans un milieu homogène et continu, et que la structure des particules solides est microscopique par rapport au champ d'observation. La loi de Darcy ne s'applique donc pas à l'écoulement en milieu fissuré.

Pour les gradients élevés, on constate que la loi de Darcy n'est plus applicable, les pertes de charge augmentent beaucoup plus vite que le débit. De nombreuses expériences ont été faites. Par analogie avec l'hydraulique on a défini un nombre Reynolds :

$$Re = \frac{V \cdot d_1 \cdot \rho_e}{\mu} \quad (II.8)$$

La loi de Darcy est applicable pour $Re < 10$. Dans la nature on trouve rarement des valeurs supérieures ; elles peuvent exister dans le milieu très perméable au voisinage des ouvrages de captage.

En sens inverse pour les milieux peu perméables et des gradients faibles, il est possible qu'il existe des écarts pour la loi de Darcy dus aux forces moléculaires qui ne sont plus négligeables.

II.4.1.5. Généralisation de la loi de Darcy

A- Milieu homogène et isotrope

Le coefficient de perméabilité k a la même valeur en tout point et dans toutes les directions, la loi de Darcy généralisée exprime que le vecteur vitesse de décharge et le gradient hydraulique sont proportionnels [6]:

$$\vec{V} = \overline{K} \cdot \vec{I} \quad (II.9)$$

En tout point M du milieu perméable, le vecteur gradient hydraulique est tangent à la ligne de courant passant par le point et il est orienté dans le même sens.

V et I sont colinéaires, K est un scalaire comme par ailleurs $\vec{I} = \overline{-grad h}$, la loi de Darcy peut s'écrire :

$$\vec{I} = \overline{-K grad h} = \overline{grad(-h \cdot K)} \quad (II.10)$$

Ce qui revient à postuler l'existence d'une fonction $\phi(x,y,z)$, puisque ses dérivées partielles font connaître les valeurs de u , v et w avec $\phi(x,y,z) = -k \cdot h(x,y,z)$ appelé potentiel des vitesses

$$\vec{V} = \overline{grad \phi} \quad (II.11)$$

La vitesse de décharge a donc pour composantes :

$$\begin{cases} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -K \frac{\partial h}{\partial x} \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -K \frac{\partial h}{\partial y} \\ w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = -K \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

B- Milieu homogène et anisotrope

Dans le cas où les vecteurs gradients hydrauliques et vitesse de décharge ne sont plus colinéaires, on définit un tenseur de perméabilité. Le tenseur de perméabilité (K) est indépendant de x,y et z (homogénéité), symétrique et diagonale.

$$k = \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{pmatrix} \quad (\text{II.13})$$

Si les axes de coordonnées utilisées sont des directions principales du tenseur de perméabilité (K), il est ramené à sa forme diagonale et s'écrit :

$$K = \begin{pmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

La loi de darcy s'écrit $\vec{V} = -k \vec{\text{grad}h}$, et les composantes de la vitesse de décharge ont pour expression:

$$\begin{cases} u = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} \\ v = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \\ w = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

II.4.1.6. Les différentes vitesses de filtration

La loi de Darcy permet de définir trois vitesses de filtration [4]:

A- La vitesse apparente de filtration : la vitesse de filtration V en m/s rapportée à la section totale A est :

$$\vec{V}_{\text{app}} = \frac{Q}{A} = K.I \quad (\text{II.16})$$

Cette vitesse peut s'écrire également sous la forme :

$$\vec{V}_{app} = K.I = -K.\frac{dh}{L} = -K\overrightarrow{\text{grad}h} \quad (\text{II.17})$$

B- La vitesse réelle

En réalité l'écoulement ne se fait qu'à travers la section des vides du milieu poreux, c'est pour cette raison qu'on calcul la vitesse réelle par :

$$V_{reel} = \frac{V_{app}}{\eta_e} \quad (\text{II.18})$$

C- La vitesse de filtration par unité de gradient hydraulique

Pour $I=1$, on aura :

$$V = K \quad (\text{II.19})$$

K peut être appelé «vitesse de filtration de darcy», donnée en m/s.

II.5. Cinématique

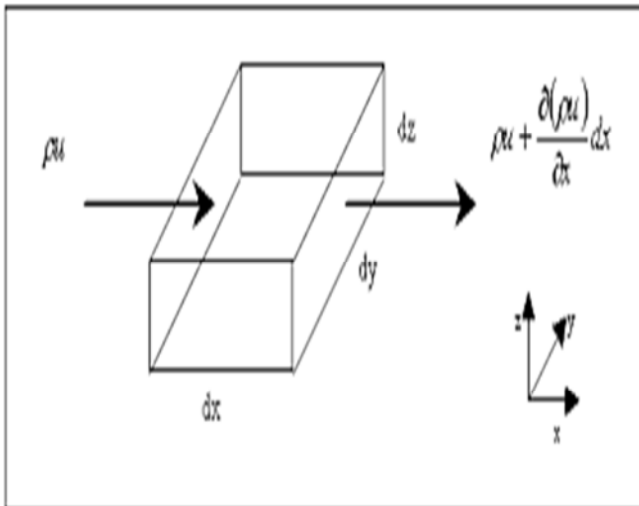
C'est l'étude de mouvement des liquides sans tenir compte des forces qui lui donnent naissance. On considère seulement les relations entre les positions des particules fluides et le temps.

II.5.1. Equation de continuité

Cette équation exprime la conservation de la masse. Elle est applicable en tout point d'un écoulement ne contenant ni sources ni puits (Figure(II.8)).

L'étude de l'écoulement de l'eau dans le sol repose sur les trois hypothèses suivantes [4]:

- Le sol est saturé.
- L'eau et les grains sont incompressibles.
- La phase liquide est continue.



Selon (ox) :

$$Q_e = (\rho u)_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (\text{II.20})$$

$$Q_s = (\rho u)_{x+\Delta x} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (\text{II.21})$$

Selon (oy) :

$$Q_e = (\rho v)_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z \quad (\text{II.22})$$

$$Q_s = (\rho v)_{y+\Delta y} \cdot \Delta x \cdot \Delta z \quad (\text{II.23})$$

Selon (oz) :

$$Q_e = (\rho w)_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (\text{II.24})$$

$$Q_S = (\rho v)_{z+\Delta z} \Delta x \cdot \Delta y \quad (\text{II.25})$$

Figure (II.8) : Elément de control

Alors on aura :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) = [(\rho u)_x - (\rho u)_{x+\Delta x}] \cdot \Delta y \cdot \Delta z + [(\rho v)_y - (\rho v)_{y+\Delta y}] \cdot \Delta x \cdot \Delta z + [(\rho v)_z - (\rho v)_{z+\Delta z}] \Delta x \cdot \Delta y \quad (\text{II.26})$$

Selon le développement de Taylor :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) = -\left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w)\right] \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho V) = 0 \quad (\text{II.28})$$

Dans le cas d'un liquide incompressible (à densité constante), l'équation de continuité, obtenue en exprimant la constance du poids du liquide, à chaque instant au point de passage x, y et z dans l'élément de volume parallélépipédique de dimensions dx, dy et dz, donne :

$$\overrightarrow{\text{Div}} V = 0 \quad (\text{II.29})$$

II.5.2. Equation de mouvement

La description des transferts d'eau dans le sol repose sur l'association d'une loi de comportement dynamique (loi de Darcy) et d'une loi de continuité [6].

A- Milieu homogène et isotrope

En remplaçant l'équation (II.12) dans l'équation (II.29) on obtiendra :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.30})$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (\text{II.31})$$

L'équation de continuité devient l'équation de Laplace. L'équation de Laplace a comme caractéristiques :

- le potentiel est défini en tout point du domaine,
- la solution est unique en chaque point,
- la solution particulière est déterminée avec les conditions limites particulières du problème.

B- Milieu homogène et anisotrope

En remplaçant l'équation (II.15) dans l'équation (II.29), on obtiendra :

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.32})$$

Qui n'est plus l'équation de Laplace. La répartition de la charge dépendra des rapports de perméabilités k_x/k_z et k_y/k_z .

Effectuons le changement de coordonnées suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta = \sqrt{\frac{k}{K_x}} x \\ \eta = \sqrt{\frac{k}{K_y}} y \\ \xi = \sqrt{\frac{k}{K_z}} z \end{array} \right. \quad (\text{II.33})$$

k est un coefficient quelconque ayant la dimension d'une perméabilité relative, on aura :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \sqrt{\frac{k_x}{k}} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{II.34})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{k_x}{k} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (\text{II.35})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} = \sqrt{\frac{k_y}{k}} \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (\text{II.36})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{k_y}{k} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (\text{II.37})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta} = \sqrt{\frac{k_z}{k}} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (\text{II.38})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) \frac{\partial z}{\partial \zeta} = \frac{k_z}{k} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (\text{II.39})$$

Et compte tenu de (II.32) :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (\text{II.40})$$

On retrouve l'équation de Laplace.

L'étude d'un écoulement à travers un milieu anisotrope se ramène donc à la solution d'une équation de Laplace par la transformation (II.33).

Nous appelons l'écoulement transformé : écoulement isotrope correspondant à l'écoulement en milieu anisotrope.

II.5.3. Lignes de courant et lignes équipotentiellles

II.5.3.1. Ligne de courant

C'est une courbe tangente en chacun de ses points p au vecteur vitesse en ce point. En écoulement non permanent, la vitesse v en point p évolue dans le temps et les lignes de courants ne se déforment pas et constituent des trajectoires de particules d'eau. Le profil de la surface libre est une ligne de courant particulière [7].

Considérent un déplacement infiniment petit $MM'=ds$ le long d'une ligne de courant (Figure (II.9)). Soit dx et dy , les composantes de ds .

Dans un écoulement plan, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.41})$$

D'où :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{II.42})$$

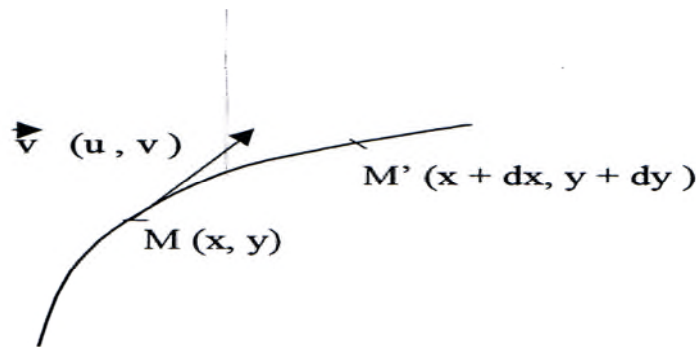


Figure (II.9) : Ligne de courant

La vitesse étant tangente à la ligne de courant, l'équation de continuité sera :

$$\frac{\partial x}{u} = \frac{\partial y}{v} \quad (\text{II.43})$$

Où :

$$u dy - v dx = 0 \quad (\text{II.44})$$

soit $\Psi(x,y)$ une fonction telle que :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (\text{II.45})$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{II.46})$$

D'où :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Psi}{\partial y} dy = 0 \quad (\text{II.47})$$

$$d\Psi = u dy - v dx \quad (\text{II.48})$$

Si on considère la variation de $d\Psi$ de la fonction Ψ lorsqu'on se déplace le long d'une ligne de courant il devient :

$$d\Psi = 0 \quad (\text{II.49})$$

Par intégration on aura :

$$\Psi(x,y) = \text{constante} \quad (\text{II.50})$$

La fonction Ψ ainsi définie, est la fonction de courant, parce qu'elle reste constante le long d'une ligne de courant de l'écoulement, et que chaque ligne de courant correspond à une valeur constante de la fonction de courant Ψ .

II.5.3.2. Les lignes équipotentielles

La ligne équipotentielle est celle sur laquelle l'énergie disponible pour l'écoulement est la même (ligne où la charge est constante). La différence entre deux lignes est la perte de charge Δh [7].

On a au point (x,y) , les composantes de la vitesse qui sont des dérivées partielles de la fonction potentielle $\phi(x,y)$:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Où:

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{grad} \phi} \quad (\text{II.51})$$

D'après la définition, l'équation des lignes équipotentielles est :

$$\phi(x,y) = \text{constante} \quad (\text{II.52})$$

La comparaison des équations (II.51) et (II.52) montre que la vitesse en un point est dirigée suivant la normale à la ligne équipotentielle par ce point.

II.5.3.3. Propriétés de la ligne de courant et des lignes Equipotentielles

A- Débit circulant entre deux lignes de courant

Soit a et b deux points, pris respectivement sur deux lignes de courant distinctes $\Psi = \Psi_A$ et $\Psi = \Psi_B$, (Figure (II.9)).

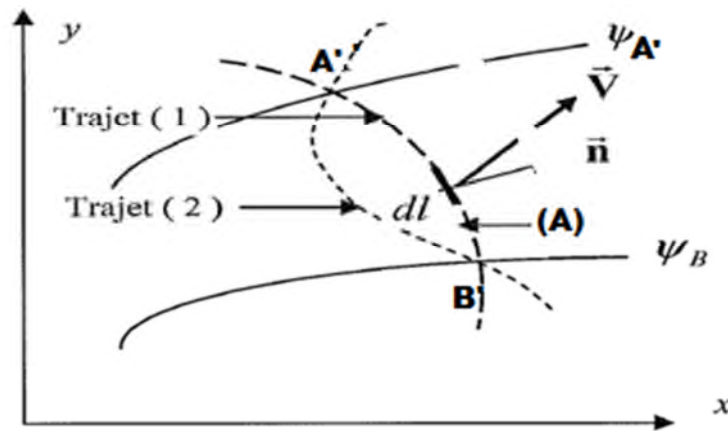


Figure (II.10) : Débit circulant entre deux lignes de courant

Le débit volumique est :

$$Qv = \int_{A'}^{B'} V \cdot n \cdot dl \quad (II.53)$$

Or

$$\begin{aligned} V \cdot n \cdot dl &= (u \frac{dy}{dl} - v \frac{dx}{dl}) dl \\ &= \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \cdot dx \end{aligned} \quad (II.54)$$

On aura donc:

$$Qv = d\Psi \quad (II.55)$$

(En effet $n = \cos \alpha \cdot x + \sin \alpha \cdot y$ avec $\cos \alpha = \frac{dy}{dl}$ et $\sin \alpha = -\frac{dx}{dl}$).

Il vient :

$$Qv = \int_{A'}^B d\Psi = \Psi A' - \Psi B' \quad (II.56)$$

La différence des valeurs de la constante des deux lignes de courant est égale à la valeur du débit volumique du fluide passant entre ces deux lignes de courant. On notera que le résultat est indépendant des parcours suivis entre A' et B.

B- Réseau d'écoulement

D'après l'équation de continuité pour un liquide incompressible, on peut écrire :

$$\overrightarrow{\text{Div}} V = 0,$$

qui peut être écrite sous la forme :

$$\overrightarrow{\text{Div}} V = \overrightarrow{\text{Div}} (\text{grad} \phi) \quad (II.57)$$

D'où:

$$\Delta \phi = 0 \quad (II.58)$$

De la fonction de courant, on peut écrire:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (II.59)$$

$$v = - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (II.60)$$

D'où :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = - \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (II.61)$$

Et en introduisant la fonction ϕ , on peut aussi écrire :

On a:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{array} \right. \quad (II.62)$$

Où :

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (\text{II.63})$$

Donc :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = 0 \quad (\text{II.64})$$

$$\nabla \Psi = 0$$

Il résulte que la fonction de courant et la fonction du potentiel des vitesses sont des fonctions harmoniques.

$$\nabla \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II.65})$$

$$\nabla \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II.66})$$

Un écoulement plan à potentiel de vitesse est caractérisé par deux réseaux de courbes, à savoir :

- Les lignes de courant dont la fonction de courant Ψ reste constante.
- Les lignes équipotentiels dont le potentiel ϕ reste constante.

Ce double réseau a la propriété d'être orthogonal (Figure (II.11)) puisque :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (\text{II.67})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{II.68})$$

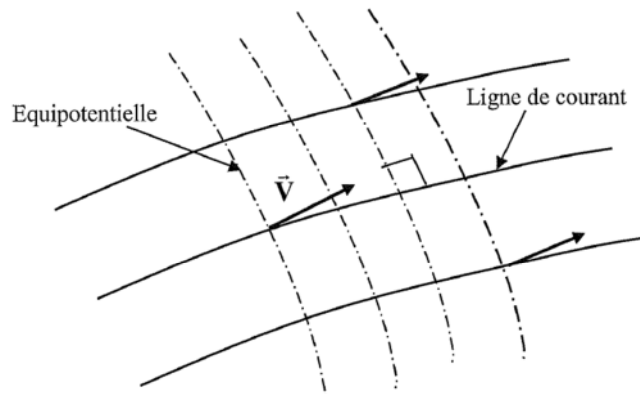


Figure (II.11) : Réseau d'écoulement

II.6. Etude des réseaux d'infiltration dans un barrage en terre

La perméabilité dans un barrage en terre existe toujours, même si les pertes d'eau par infiltration sont faibles et pour déterminer ces infiltrations [15], il est impératif d'évaluer les éléments suivants:

A- La ligne de saturation : La ligne de saturation du massif du barrage, qui est en pratique confondue avec la ligne le long de laquelle la pression hydrostatique de l'eau au sein du massif est nulle. Cette dernière est appelée ligne phréatique et représente le niveau de la surface libre dans le corps du barrage ou plus exactement elle représente la limite entre la partie sèche/humide et la partie saturée d'eau du barrage. La bonne connaissance de cette ligne est capitale pour pouvoir effectuer les calculs de stabilité de la digue.

B- La pression de l'eau interstitielle : La pression de l'eau interstitielle dans le massif, qui peut être déterminée à partir d'un réseau de lignes équipotentiellles, c'est-à-dire de ligne reliant les points d'égal potentiel hydraulique au sein du barrage et des fondations.

La détermination de la pression interstitielle se fait suivant l'expression ci-après (Figure (II.12)) :

$$p_m = (z_N - z_M) \gamma_w \quad (\text{II.69})$$

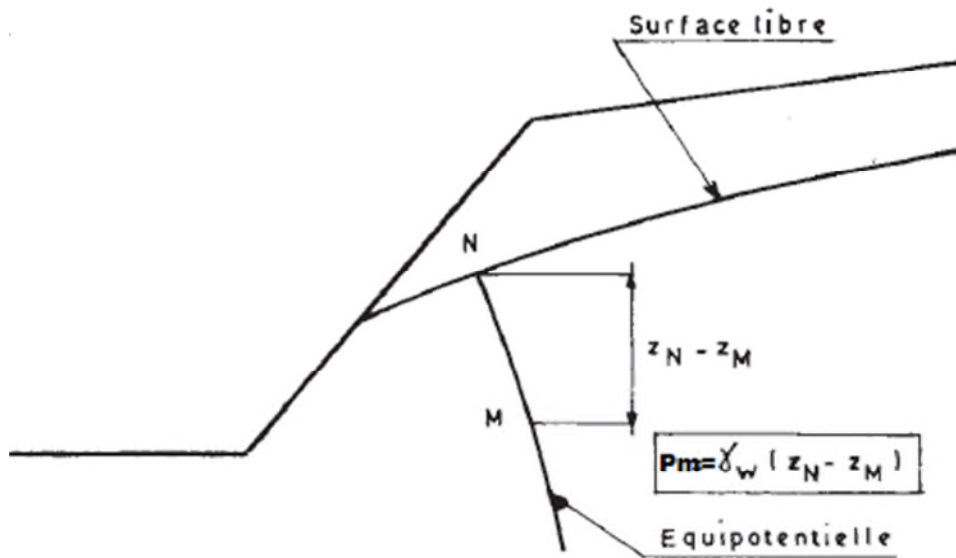


Figure (II.12) : Calcul de la pression interstitielle

C- Le débit de fuite : Le débit de fuite dû aux infiltrations, qui peut s'obtenir à partir du réseau de lignes de courant, orthogonales aux équipotentiellles. Ces lignes de courant représentent la trajectoire de l'eau à travers le barrage.

II.6.1. Etude des réseaux d'infiltration dans un barrage en terre

La détermination des réseaux d'écoulement peut se faire de différentes façons [11] :

II.6.1.1. Détermination par la recherche d'une solution analytique

D'après l'hypothèse que Dupuit a appliqué : la vitesse est identique en grandeur et en direction pour tous les points d'une même section verticale. Le débit q par unité de longueur de la digue, dans toute section verticale perpendiculaire au plan est (Figure (II.12)) :

$$q = -Kh \cdot \frac{dh}{dx} \quad (70)$$

D'où :

$$q = \frac{K}{2L} (h_1^2 - h_2^2) \quad (71)$$

L'équation de la ligne de saturation est alors une parabole :

$$h^2 = -\frac{2q}{K}x + h_1^2 \quad (72)$$

II.6.1.2. Détermination par la méthode graphique

Basée sur la construction du réseau hydrodynamique de l'écoulement souterrain (c'est le profil cinématique de l'écoulement) présenté par deux systèmes de lignes (lignes de courant et lignes équipotentiels). La méthode graphique, le plus souvent utilisée, donne des solutions approchées mais en général suffisantes [11]. Elle est décrite comme suit :

- **Tracé de la ligne de saturation**

La méthode pour tracer cette ligne a été proposée par Kozeny qui a montré que pour un barrage en terre homogène, non drainé, la ligne de saturation est assimilable à une parabole dans sa partie médiane (Figure (II.13)). L'équation de la ligne de saturation s'écrit de la manière suivante :

$$y^2 - y_0 - 2 \cdot x \cdot y_0 = 0 \quad (II.73)$$

Avec :

$$y_0 = \sqrt{h_1^2 + L^2} \quad (II.74)$$

$$\Delta = 0.3 \cdot m_1 \cdot h_1 \quad (II.75)$$

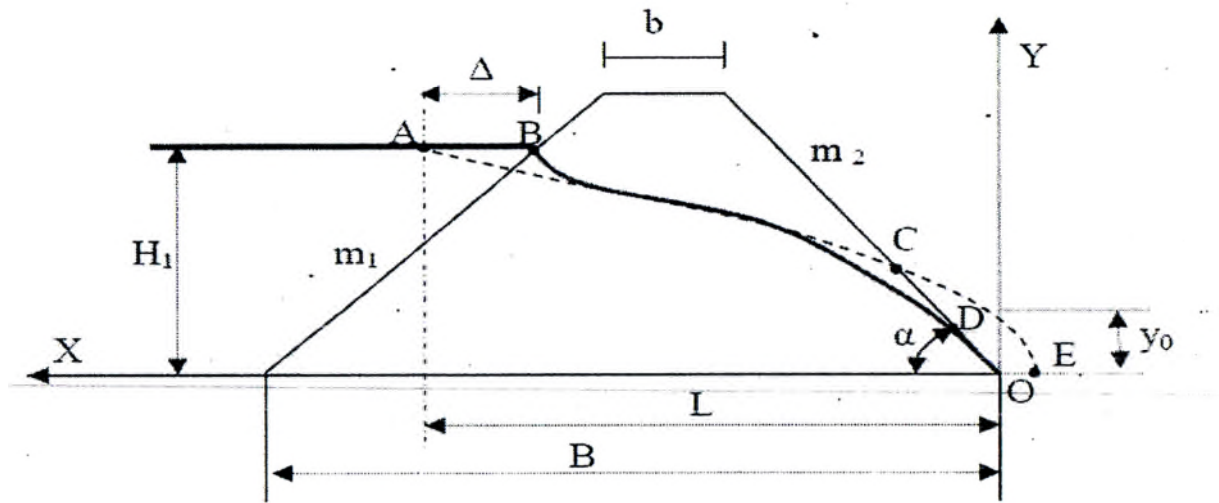


Figure (II.13) : Ligne de saturation dans un barrage en terre

La ligne de saturation coupe le parement aval en un point qui ne coïncide pas avec le point de passage de la parabole théorique de Kozeny. Généralement la ligne de saturation passe à deux tiers de la distance séparant le point de passage de la parabole théorique en partant du pied aval du barrage.

En général, les barrages en terre sont munis d'un drain aval qui rabat la ligne phréatique à l'intérieur du barrage. Le raccordement amont s'opère comme précédemment (Figure (II.16)).

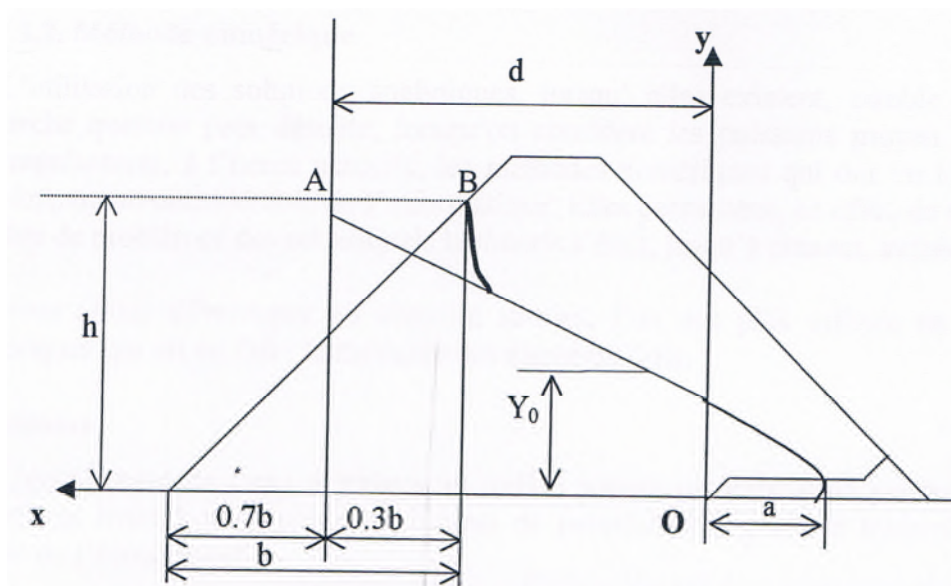


Figure (II.14) : Tracé de la ligne de saturation, cas d'un barrage drainé

II.6.1.3. Détermination par la méthode analogique

L'équation de Laplace pour l'écoulement des liquides est aussi valable pour les écoulements de la chaleur ou de l'électricité. Bien que des difficultés pratiques soient rencontrées pour l'utilisation du mode basé sur l'écoulement de la chaleur, pour la résolution des problèmes d'écoulement des fluides, l'utilisation de l'analogie électrique a connue beaucoup plus de succès [4].

Dans les modèles électriques la tension est analogue au potentiel total, la conductivité à la perméabilité et le courant à la vitesse. En mesurant la tension, il est alors possible de localiser les lignes équipotentielles et de tracer le réseau d'écoulement. Ces modèles de l'analogie électrique sont surtout utilisés à des fins pédagogiques pour le tracé des réseaux de certains problèmes trop complexes pour être traités par la méthode graphique ; par exemple dans la pratique, le modèle est lui même constitué par une reproduction à petite échelle du domaine perméable à étudier.

II.6.1.4. Détermination par la méthode numérique

L'utilisation des solutions précédentes, lorsqu'elles existent semble peu difficile puisque le système est constitué d'équations différentielles ou par formation intégrale. Les méthodes numériques représentent à l'heure actuelle, un puissant moyen d'investigation grâce au développement considérable de l'informatique, puisqu'elles permettent, de traiter un grand nombre de problèmes devant lesquels la théorie s'était jusqu'à présent avérée impuissante [6]. Les méthodes numériques les plus utilisées sont : la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, la méthode des intégrales aux frontières,...etc.

II.6.2. Les conditions aux limites

Dans la nature, sur le prototype, les sites ne sont pas limités à la zone dans laquelle se trouve les ouvrages à étudier (étendue de la mer, longueur d'une cour d'eau,...etc.) sur le modèle, au contraire par raison d'économie on doit limiter l'emprise.

Il faut donc réaliser sur le modèle des conditions aux limites satisfaisantes, c'est-à-dire telles que les paramètres hydrodynamiques (vitesse, débit, profondeur et pression) soient les mêmes que dans la nature (Figure (II.15)) [14].

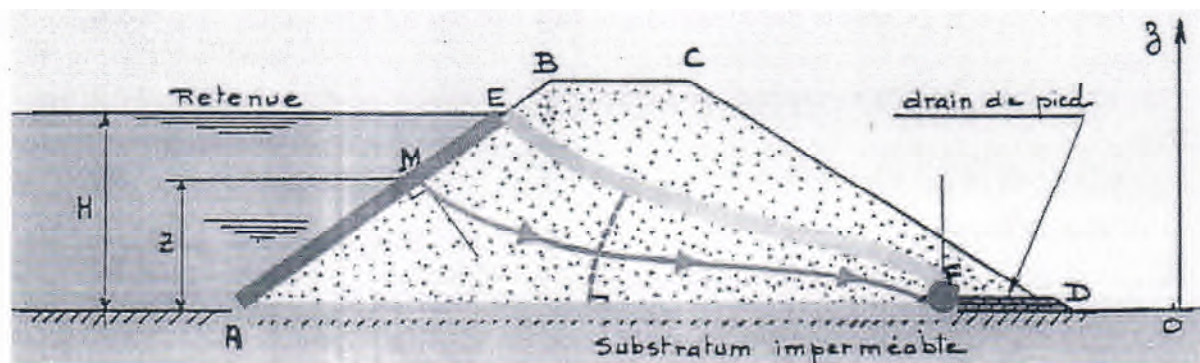


Figure (II.15) : Les conditions aux limites pour un barrage en terre avec drain

Les conditions sont :

1- Contact d'une paroi imperméable (AD) : aucun débit ne la traverse, la composante de la vitesse de décharge selon la normal n à la surface imperméable est nulle : le gradient hydraulique transversal est nul.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \text{ la dérivée normale est nulle (condition de Neumann)} \quad (\text{II.76})$$

2- Contact d'une surface filtrante (AE) : dans une masse d'eau libre, les pertes de charge sont nulles en comparaison avec celles qui règnent à l'intérieur du massif poreux, alors :

$$\phi = \text{constante (la condition de Dirichlet).}$$

Les surfaces filtrantes sont des surfaces équipotentielles.

3- Contact de la surface d'une nappe libre (EF): sur toutes les surfaces le long desquelles l'écoulement de filtration est en contact avec l'air, La pression est égale à la pression atmosphérique, on dit que le débit qui la traverse est nul, donc on aura la double condition :

$$\phi = z \quad \text{et} \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (\text{II.77})$$

4- Si le barrage est constitué d'un drain au pied, on aura $\phi=0$ au pied de ce drain (F).

II.7. Conclusion

Les milieux poreux sont caractérisés par deux paramètres principaux qui sont : la perméabilité et la porosité. La connaissance de ces caractéristiques est nécessaire pour l'étude des écoulements à travers les milieux poreux.

L'écoulement de l'eau à travers un milieu poreux est déterminé par trois paramètres hydrodynamiques : le coefficient de perméabilité, le gradient hydraulique et la vitesse d'écoulement.

Les réseaux d'infiltration sont régis par une équation différentielle du second ordre (équation de Laplace), pour sa résolution on a eu recours aux études expérimentales et numériques.

III.1. Introduction

Ce chapitre est consacré en première partie à la présentation des équipements et du montage expérimental ainsi qu'à la description des matériaux utilisés et leurs différentes propriétés. Le modèle expérimental étudié consiste en un modèle de digue homogène construite par du sable lavé et d'une couche de sable grossier pour le drain. Les sections qui suivent décrivent en détail la géométrie et la composition de ce modèle.

Les essais expérimentaux ont été réalisés au laboratoire d'Hydraulique Générale de l'Université Abderrahmane Mira de Bejaia. Cependant, certaines manipulations, le tamisage et les essais de perméabilité, ont été exécutées aux laboratoires de Mécaniques de Sols et d'irrigation respectivement.

III.2. Les hypothèses de base

- Le sol est complètement saturé ;
- Les effets de capillarités sont négligés ;
- Le milieu est homogène.

III.3. Description du modèle expérimental

L'image de la figure (III.1) et le schéma de la figure (III.2) montrent la configuration du dispositif expérimental. La digue a été construite sous forme rectangulaire dans un dispositif de 650 mm de longueur, de 345 mm de profondeur et de 105 mm de largeur.

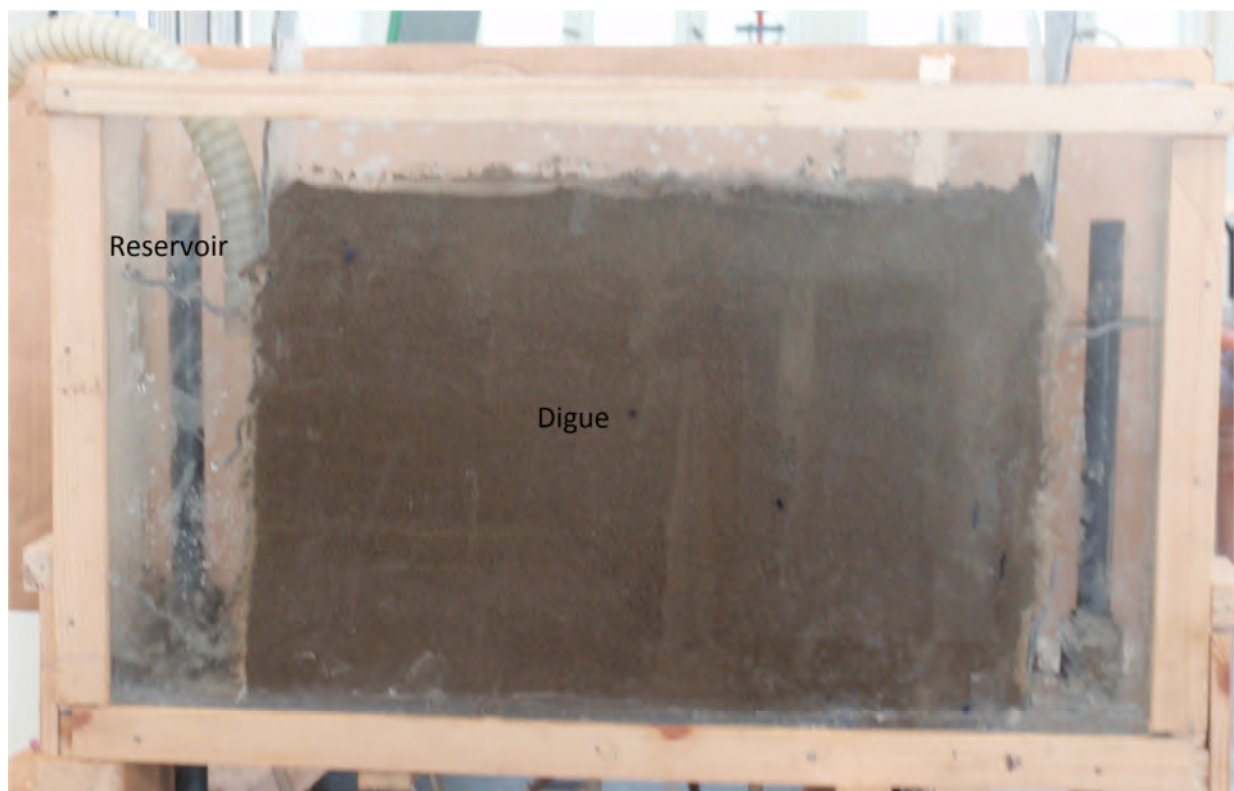


Figure (III.1) : Dispositif expérimental

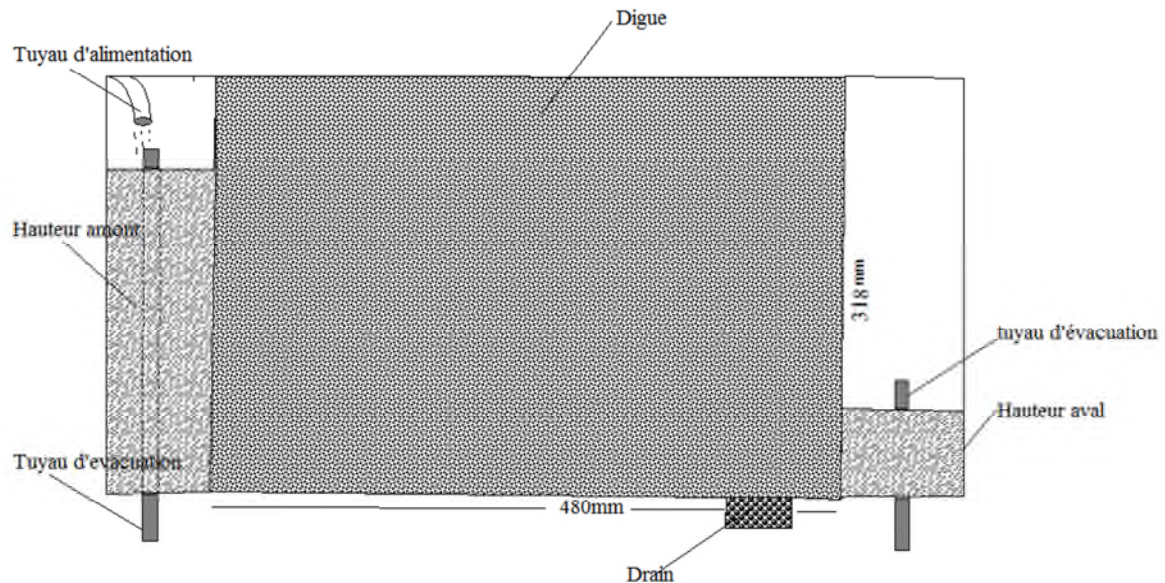


Figure (III.2) : Schéma représentant le dispositif hydraulique

Le dispositif est partagé en trois parties, la première représente le réservoir de stockage qui est alimenté par un circuit fermé constitué d'une pompe centrifuge pour assurer une charge constante dans le réservoir, la hauteur de l'eau dans ce dernier est de 315 mm, l'eau en excès se déverse à travers un tuyau d'évacuation. La deuxième est le barrage homogène construit par du sable homogène et qui est constitué d'un drain horizontal au pied. La troisième partie est la hauteur aval du barrage. Le long de cette expérience nous allons varier cette hauteur. Les infiltrations qui s'effectuent du côté amont vers le côté aval font augmenter la charge à l'aval, cette charge se déverse par un tuyau d'évacuation, le débit qui sort est le débit de fuite.

III.3.1. Géométrie et composition du modèle

Deux séries de tests ont été réalisés. La première série porte sur une digue homogène avec une hauteur à l'aval et la deuxième sur une digue homogène avec drain.

Deux types de matériaux (sable fin et sable grossier) ont été utilisés, l'un pour former la digue du barrage et l'autre pour le drain. Avant de commencer toute expérience, il a été nécessaire de vérifier les propriétés des matériaux utilisés. Pour répondre à ce besoin, des tests de propriétés ont été exécutés sur des échantillons représentatifs des matériaux. Les tests caractéristiques, présentés dans les sections suivantes, incluent l'analyse granulométrique et l'essai de perméabilité.

III.3.1.1. Propriétés des matériaux

a- Granulométrie

L'analyse granulométrique permet de déterminer la grosseur et le pourcentage respectif de différentes familles de grains constituant un échantillon de sol. L'analyse consiste à séparer et à classer les grains selon leurs diamètres, à l'aide d'une série de tamis emboîtés les uns dans les autres, dont les dimensions des ouvertures sont décroissantes du haut vers le bas. Les grains ainsi isolés peuvent être pesés (Figure (III.6)) pour déterminer la proportion de chacun

d'entre eux dans l'échantillon considéré. Les résultats de l'analyse sont représentés graphiquement sur une échelle logarithmique.

La distribution granulométrique des matériaux utilisés est présentée dans les figures (III.3) et (III.4).

La figure (III.5) montre l'agitateur utilisé pour l'analyse granulométrique.

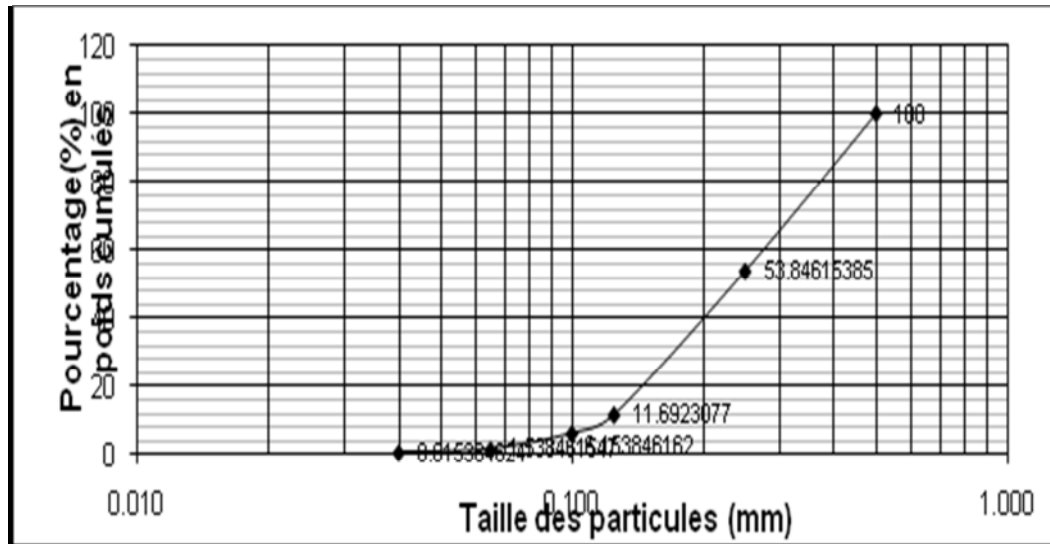


Figure (III.3) : Courbe granulométrique du sable utilisé pour construire la digue expérimentale

Avec :

$$d_{10}=1.8$$

$$d_{60}=3.1$$

$$\text{D'où : } C_u=1.29$$

D'après les résultats des coefficients C_u , le sable représente une granulométrie quasi-uniforme.

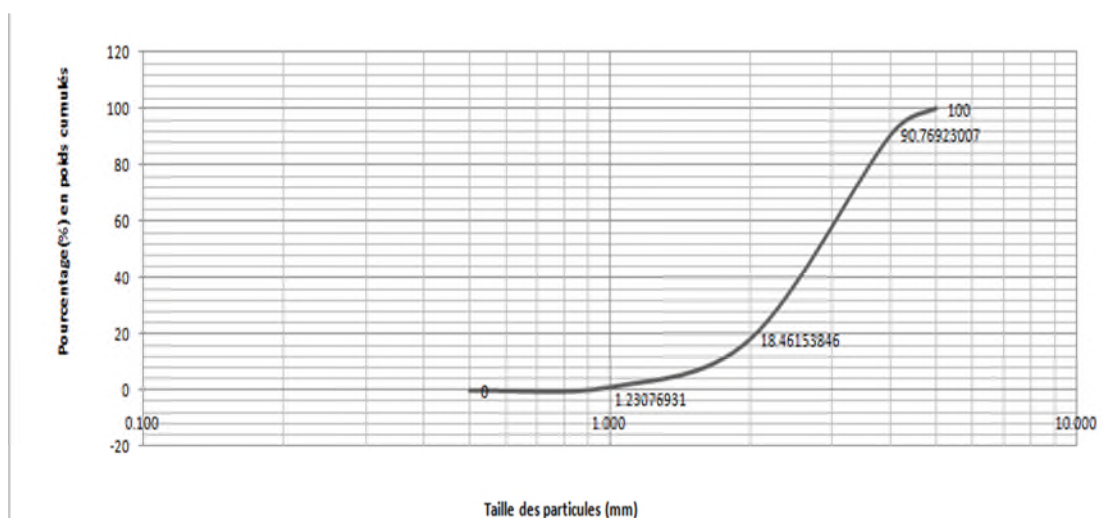


Figure (III.4) : Courbe granulométrique du sable grossier utilisé pour construire le drain de la digue expérimentale

Avec :

$$D_{10}=0.14$$

$$D_{60}=0.26$$

$$\text{D'où : } C_u=1.86$$

D'après les résultats des coefficients C_u , le sable grossier représente une granulométrie quasi-uniforme.



Figure (III.5) : Agitateur utilisés pour l'analyse granulométrique



Figure(III.6) : Une balance électronique

b- Conductivité hydraulique

La conductivité hydraulique, K (coefficient de perméabilité), est la vitesse de déplacement de l'eau à travers un milieu poreux. On a réalisé des tests au laboratoire.

On a mis l'échantillon de sols (sable fin puis sable grossier) dans un cylindre de diamètre D et de longueur L , puis on alimente le cylindre à l'aide d'une conduite reliée à un réservoir qui se compose de deux chambres pour assurer une charge constante dans l'une et déverser l'eau en excès dans l'autre. L'eau s'écoule du réservoir vers le cylindre tout en passant par le sol, puis on la récupère à l'aide d'une fiole de 100 ml (Figure (III.7)).

On mesure le débit sortant du cylindre à chaque augmentation de cote du réservoir et on fait la lecture dans les deux piézomètres, les résultats sont données dans les courbes (Figures (III.8) et (III.9)).



Figure (III.7) : Appareil d'expérience de la conductivité

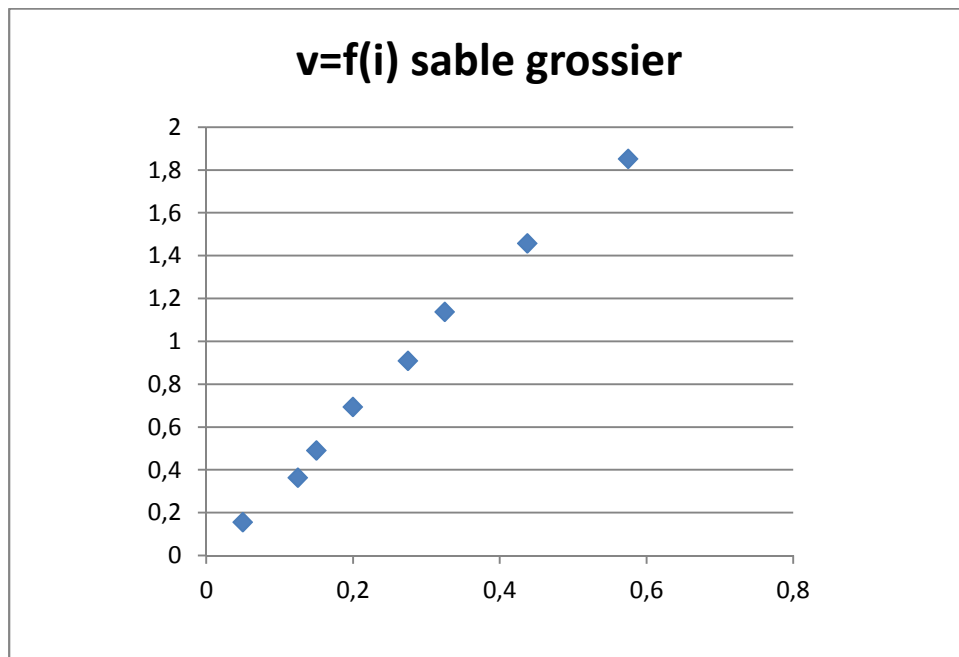


Figure (III.8) : Courbe de la conductivité du sable grossier

On remarque sur ce graphe, que les points ont une allure linéaire, alors on peut calculer la perméabilité avec l'équation de Darcy. Donc elle est de 0.003 m/s. De ces résultats, on peut dire que le sable grossier est tellement perméable que la charge au niveau de la limite de séparation entre le drain et la digue est nulle (condition de Dirichlet).

Après les calculs on trouve :

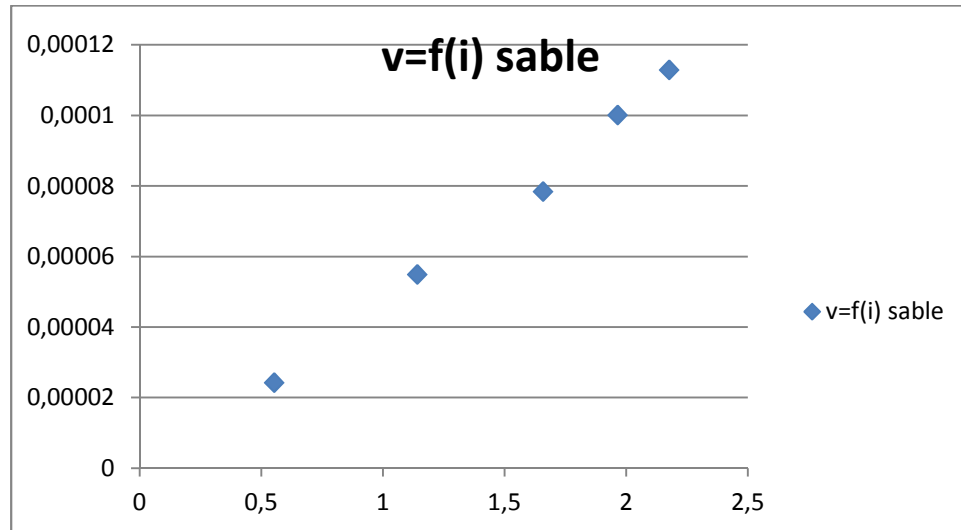


Figure (III.9) : Courbe de la conductivité du sable fin

On remarque la même chose que la première courbe (Figure (III.8)), les points sont linéaires, alors on peut calculer la perméabilité avec l'équation de Darcy. La perméabilité est $4 \cdot 10^{-7}$ m/s, le sable est donc peu perméable.

III.3.1.2. Dimensions du modèle de la digue

La digue est construite sous forme rectangulaire, de 480 mm de longueur, 318 mm de profondeur et 105 mm de largeur. Le fond et la face arrière du barrage sont construits en plexiglas, c'est pour faciliter la disposition des piézomètres, l'autre face du barrage est en verre c'est pour permettre d'observer la ligne de saturation. Pour ce qui est du parement amont et aval nous avons utilisé un filet dont les diamètres sont très petits afin de laisser l'eau passer et de retenir le sable. En pied du drain nous avons construit un drain horizontal de 96 mm de longueur, de 105 mm de largeur et de 32 mm de profondeur. Le drain est dimensionné par la formule suivante :

$$L_c = 0.2L_b \quad (III.1)$$

III.4. Les instruments de prise de mesures

III.4.1. Piézomètres

Pour la prise de mesure des niveaux de charge à l'intérieur de la digue, 19 piézomètres sont incorporés au niveau de la face arrière et au fond de la digue afin d'indiquer le niveau d'eau à différentes hauteurs. Les espacements entre les piézomètres est de 10*10 cm (Figures (III.10) et (III.11)).



Figure (III.10) : Les piézomètres de lecture



Figure (III.11) : Les piézomètres de prise de mesures

III.4.2. Bécher et chronomètre

Pour la mesure du débit de fuite nous avons utilisé un bécher de 100 ml pour recueillir l'eau qui sort du tuyau d'évacuation aval, et avec un chronomètre nous avons mesuré le temps de remplissage de cette fiole (Figure (III.12)).



Figure (III.12) : Chronomètre et Bécher

III.5. Processus d'essais sur les infiltrations à travers une digue en terre

Lors de ce projet, des expériences sur différentes hauteurs à l'aval de digue ont été réalisées dans le but d'étudier les infiltrations à travers le barrage. Les étapes suivantes élaborent en détail le protocole expérimental mis au point.

III.5.1. Préparation du matériel et mise en place de la digue

La première série de tests a été réalisée suite à la construction d'un modèle de digue en terre. Tout d'abord pour la mise en place du drain, nous avons calculé son volume d'occupation dans la digue et la masse du matériau nécessaire pour sa construction. La mise en place du sable grossier pour le drain a été effectuée manuellement.

Avant la mise en place de la digue, nous avons versé d'abord de l'eau dont la hauteur $h = 10$ cm puis le sable, pour que le sol soit bien saturé. Le même procédé a été utilisé jusqu'à ce que la hauteur de la digue soit de 318 mm.

III.5.2. Déroulement des essais

Après avoir éliminé toutes les fuites dans le dispositif, nous avons commencé les essais. Au début nous avons pris la hauteur à l'amont égale à la hauteur à l'aval, avec $h = 315$ mm, pour que la digue soit bien saturée, puis nous avons diminué la hauteur à l'aval jusqu'à 152 mm, on a remarqué, après un laps de temps, un début d'infiltrations dans le massif et la ligne de saturation commence ainsi à se former ; par la suite, un débit de fuite a été observé. Nous avons fait de même pour les trois essais dont la hauteur à l'aval est de 122, 79 et 0 mm respectivement. Puis nous avons mis en marche le drain en enlevant la silicone qui bouche la sortie. On remarque que dans le côté aval, il n'y a plus de fuite, l'écoulement se dirige complètement vers la couche la plus perméable qui est la couche de sable grossier (drain).

III.6. Conclusion

Ce chapitre a permis d'illustrer le montage expérimental et les équipements utilisés lors de la réalisation des essais expérimentaux. Les géométries de tous les modèles qui ont été utilisés dans l'étude et leurs compositions ont été présentées. De plus, on a déterminé les différentes propriétés physiques des matériaux utilisés, tels que la distribution granulométrique et la perméabilité. Cinq essais ont été réalisés sur un modèle de digue en terre composé d'un drain. Nous avons varié la hauteur à l'aval pour voir l'influence qu'elle a sur les infiltrations et aussi voir le rôle du drain. Les mesures à relever lors de chaque expérience étaient les suivantes : les hauteurs d'eau à différent niveaux et le temps qui conduit au calcul du débit de fuite.

IV.1. Introduction

On s'intéresse dans ce chapitre à la simulation numérique des infiltrations dans un barrage rectangulaire homogène 2D, par la résolution de l'équation de Laplace par la méthode des éléments finis.

IV.2. Présentation de la méthode des éléments finis (MEF)

La méthode des éléments finis est une technique numérique basée sur une formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles qui sont associées à des conditions aux limites définies sur un domaine. Cette méthode consiste à subdiviser le domaine en élément géométrique de forme simple et de rechercher à l'intérieur de chaque élément une combinaison linéaire de fonction et de paramètre connus. La MEF permet de traiter des géométries complexes, grâce à la variation du maillage qu'on peut faire sur un seul domaine [12].

IV.2.1. Forme intégrale des équations aux dérivés partielles

IV.2.1.1. Méthodes des résidus pondérés

On se propose de résoudre dans un domaine $\tilde{\Omega}$ de frontière Γ l'équation différentielle suivante :

$$L'[u'(x, y)] + u_D(x, y) = 0 \quad (\text{IV.1})$$

La méthode des résidus pondérés consiste à remplacer l'équation (IV.1) par la fonctionnelle (w) donnée par l'équation (IV.2) telle que $\Psi(x, y)$ sont les fonctions de projection ou de pondération.

$$w = \int_{\tilde{\Omega}} \Psi(x, y) [L'[u'(x, y)] + u_D] d\tilde{\Omega} \quad (\text{IV.2})$$

IV.1.1.2. Discrétisation des formes intégrales

➤ Méthode de Galerkin

Cette méthode consiste tout d'abord à remplacer $u'(x, y)$ par une approximation polynomiale d'interpolation $N_i(x, y)$ de type (IV.3) , puis elle fait associer aux fonctions de pondération $\Psi(x, y)$ les fonctions d'interpolation $N_i(x, y)$ de type (IV.4).

$$u'(x, y) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y) u'_i \quad (\text{IV.3})$$

$$\Psi(x, y) = N_i(x, y) \quad (\text{IV.4})$$

La fonctionnelle de l'équation (IV.2) s'écrit donc :

$$w = \int_{\tilde{\Omega}} N_i(x, y) [L'(\sum_{i=1}^n N_i(x, y) u'_i) + u_D] d\tilde{\Omega} \quad (\text{IV.5})$$

Les fonctions d'interpolation $N_i(x, y)$ sont calculés pour que la fonctionnelle w_i soit nulle.

En réalité il est difficile d'approcher la fonction $N_i(x, y)$ par un polynôme de type (IV.3) dans tout le domaine $\tilde{\Omega}$. Cela par contre est beaucoup plus facile dans les sous domaine, ainsi, n'importe qu'elle courbe peut être approchée par des segments de droites à condition de diviser l'intervalle total en intervalles élémentaires suffisamment petits, on effectue donc une partition de $\tilde{\Omega}$ en domaines élémentaires $\tilde{\Omega}_e$ où l'équation (IV.5) s'écrit :

$$w_{ei} = \int_{\tilde{\Omega}_e} N_i(x, y) [L'(\sum_{i=1}^n N_i(x, y) u'_i + u_D)] d\tilde{\Omega}_e \quad (\text{IV.6})$$

$$w_i = \sum_e w_{ei} \quad (\text{IV.7})$$

IV.2.2. Les étapes de base de la méthode des éléments finis

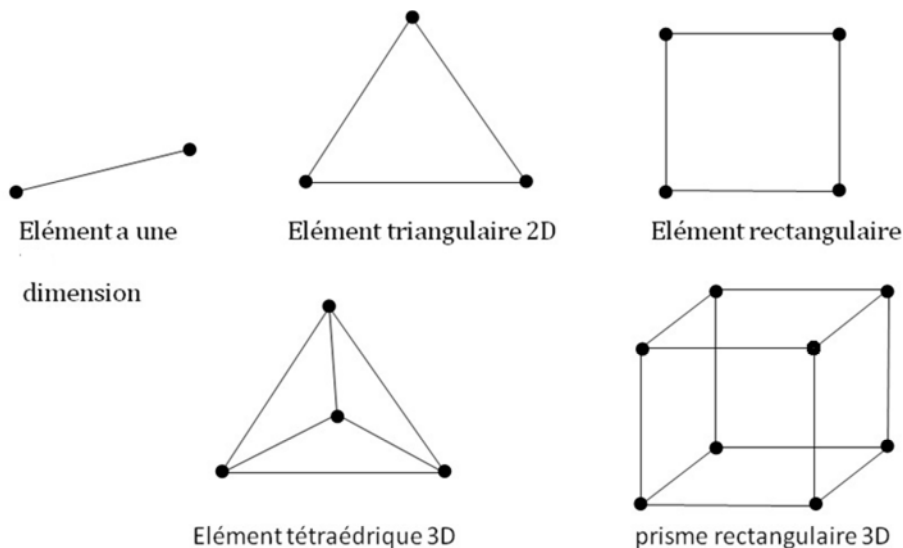
IV.2.2.1. Discrétisation du domaine géométrique

La discrétisation du domaine $\tilde{\Omega}$ est la première et importante étape de l'analyse par élément finis. Dans cette étape tout le domaine $\tilde{\Omega}$ est subdivisé en nombre finis de petit domaine notés $\tilde{\Omega}_e$ ($e=1,2,\dots,N$)

Le domaine $\tilde{\Omega}_e$ est découpé en éléments de forme donnée : triangulaire, quadrilatérale, tétraèdre, ...etc. L'ensemble de tous les éléments constituent le maillage. Chaque élément est défini pour un nombre de nœuds qui constituent en général ses sommets, et un nombre de nœuds d'interpolation qui constituent les points du domaine dans lequel la fonction est approximée [12,13].

➤ Types de maillage

Parmi les différents de types de maillage existant :



La partition du domaine $\tilde{\Omega}$ en élément $\tilde{\Omega}_e$ doit respecter les règles suivantes :

- Le recouvrement de deux éléments est exclu.
- Un nœud appartenant à deux éléments doit être défini dans chacun des deux.
- Il ne doit pas exister de vide entre les éléments.
- L'ensemble de tous les éléments doit constituer un domaine aussi proche que possible du domaine original.
- Les angles proches de zéro doivent être évités.

IV.2.2.2. Choix des fonctions d'interpolations

La seconde étape de la méthode est le choix de la fonction d'interpolation de l'inconnue dans l'élément. Cette interpolation est souvent choisie comme un polynôme de premier ordre (linéaire) vu sa simplicité mais il existe des polynômes de second ordre (quadratique) ou d'ordre supérieur qui sont souvent utilisés dans la formulation complexe. Lorsque l'ordre du polynôme d'interpolation est fini, on peut déduire l'expression de l'inconnue dans l'élément noté sous la forme suivante :

$$u'^e = \sum_{i=1}^n N_i^e u_i'^e \quad (\text{IV.8})$$

➤ Exemple de bases polynomiales complètes :

1 Dimension	Linéaire	$[1, x]$	2variables
	Quadratique	$[1, x, x^2]$	3variables
2 Dimensions	Linéaire	$[1, x, y]$	3variables
	Quadratique	$[1, x, x^2, xy, y^2]$	6variables
3Dimensions	Linéaire	$[1, x, y, z]$	4variables
	Quadratique	$[1, x, z, x^2, xy, y^2]$	10variables

Pour utiliser une base polynomiale complète, le nombre de termes doit être égal au nombre de variables nodales à identifier. Le meilleur choix si l'on ne peut pas utiliser un polynôme complet c'est de respecter la symétrie des monômes conservés.

➤ Exemple de bases polynomiales incomplètes :

2 Dimension	bi- linéaire	$[1, x, y, xy]$	4 variables
3 Dimensions	tri-linéaire	$[1, x, y, z, xy, xz, zy, xyz]$	8variables

IV.2.2.3. Formulation du système d'équations

Pour résoudre le problème nous devons d'abord transformer l'équation aux dérivées partielles en une formulation intégrale notée comme suit :

$$L'(u) = F \text{ sur le domaine } \tilde{\Omega}$$

Avec les conditions aux limites sur le contour Γ qui entoure le domaine ($\tilde{\Omega}$).

➤ **Calcul des matrices et vecteurs élémentaires**

Il s'agit de mettre sous forme matricielle, les formes intégrales de l'équation à résoudre, dans chaque domaine élémentaire (Ω_e) comme suit :

$$w_e = [\hat{K}]^e \{u'\}^e - \{F\}^e \quad (\text{IV.9})$$

➤ **Assemblage et construction de la matrice globale et du vecteur global**

Les matrices élémentaires sont calculées pour l'ensemble des éléments. La construction globale s'effectue en additionnant bloc à bloc les matrices élémentaires, la même chose pour les vecteurs des sollicitations globales.

Alors :

$$[\hat{K}]^g = \sum_e [k]^e \quad (\text{IV.10})$$

$$\{F\}^g = \sum_e \{F\}^e \quad (\text{IV.11})$$

IV.2.2.4. Résolution du système d'équation

La résolution du système d'équation est la dernière étape dans la méthode des éléments finis après l'assemblage, le système d'équations à résoudre aura la forme suivante :

$$[\hat{K}]\{u'\} = \{b\} \quad (\text{IV.12})$$

IV.3. Maillage mobile

Le maillage mobile peut être employé pour suivre les frontières mobile du domaine de calcul, en raison physique du modèle. Elle peut être employée pour étudier les états stationnaires et les déformations dépendant du temps où la géométrie change sa forme due à la dynamique du problème [12].

Dans le cas d'un écoulement à travers une digue, la ligne de saturation est une frontière libre non localisée, donc une inconnue du problème. Les conditions aux limites sur cette lignes sont connues, mais on ne sait pas quel sont les nœuds sur lesquels il faut les imposées. Il existe plusieurs méthodes de résolution de ce type de problème parmi lesquelles on trouve la méthode du maillage mobile.

Le principe de la méthode consiste à déformer le maillage initial à chaque nouvelle simulation de déplacement sur chaque frontière comme une ligne de saturation, la limite supérieure du domaine de calcul, et on fait une simulation. On compare la ligne de saturation trouvée avec la ligne supposée au départ, si les deux lignes confondues, donc cette ligne est une solution, sinon on refait une autre simulation avec la nouvelle ligne de saturation. Le maillage initial subit une déformation en le ramenant dans un autre domaine. On refait la même chose jusqu'à ce qu'on trouve la ligne calculée confondue avec la ligne qui la précède

IV.4 Présentation du logiciel Comsol 4.4

COMSOL est un logiciel de simulation basé sur la méthode des éléments finis, ce logiciel est employé pour modeler et résoudre toutes sortes de problèmes scientifiques et de technologie. Pour étendre les simulations possibles, il comprend plus de 30 modules complémentaires qui offrent des interfaces et des outils spécialisés en, mécanique, génie électrique, chimique et

fluidique. De plus, des interfaces bidirectionnelles relient les simulations réalisées dans *COMSOL Multiphysics* à des logiciels tiers de calcul, de CAO (**CAD**) et **Matlab**.

COMSOL Multiphysics a été développé en 1986 par des étudiants de **Germund Dahlquist** à la Royal Institute of Technology à Stockholm en Suède. La première version de *COMSOL Multiphysics* est sortie en 1998.

IV.5. Plan de construction de modèle

Pour la construction d'un modèle, on suit les étapes suivantes :

- Choix de dimension : 3D, 2D, 2D asymétrique ...
- Choix des modules physique : transfert de la chaleur, transport d'espaces, écoulement laminaire
- Choix de type d'étude : stationnaire, temporelle...
- Construction de la géométrie.
- Choix du (ou des) matériau(x).
- Paramétrage du (ou des) module(s) physique(s).
- Paramétrage et calcul du maillage.
- Paramétrage et calcul de l'étude.
- Représentation graphique des résultats.

IV.6. Présentation du modèle

Ce modèle a pour objectif de simuler un écoulement à travers une digue en terre rectangulaire en 2 dimensions à l'aide d'un maillage mobile. Le modèle d'étude utilise l'équation de Laplace.

VI.6.1. Les paramètres de calcul

Les paramètres de calcul sont les dimensions géométriques du domaine d'étude. Ils englobent :

- Largeur de la digue L ;
- Charge amont H_0 ;
- Charge aval H_1 ;
- Longueur du drain L_0 .

VI.6.2. La géométrie

La présente étude est définie par deux types de géométrie, barrage en terre rectangulaire avec une hauteur à l'aval et un barrage en terre rectangulaire sans drain (Figure (VI.1)).

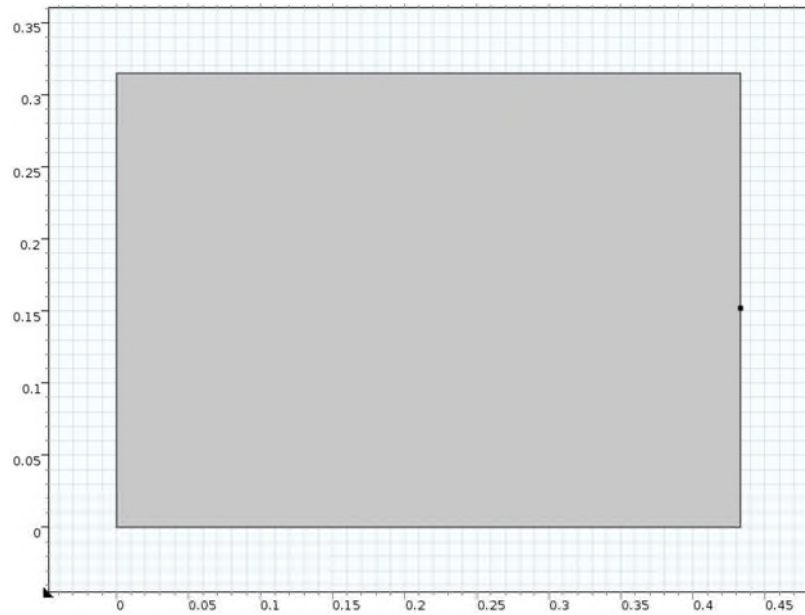


Figure (VI.1) : Barrage sans drain

VI.6.3. Equation du domaine:

Dans notre modèle, l'équation du mouvement des infiltrations est définie par l'équation de Laplace.

$$\nabla \cdot (-\nabla H) = 0 \quad (\text{IV.13})$$

IV.6.4. Conditions aux limites du modèle

Comme nous avons vu dans le chapitre II, il y a deux types de conditions pour notre modèle, la condition de Neumann (flux nul) et la condition de Dirichlet.

IV.6.4.1. Flux nul

A travers la fondation (imperméable) et la crête du barrage le flux est nul (Figure (IV.2)), l'équation qui régit cette condition est :

$$-n \cdot \nabla H = 0 \quad (\text{IV.14})$$

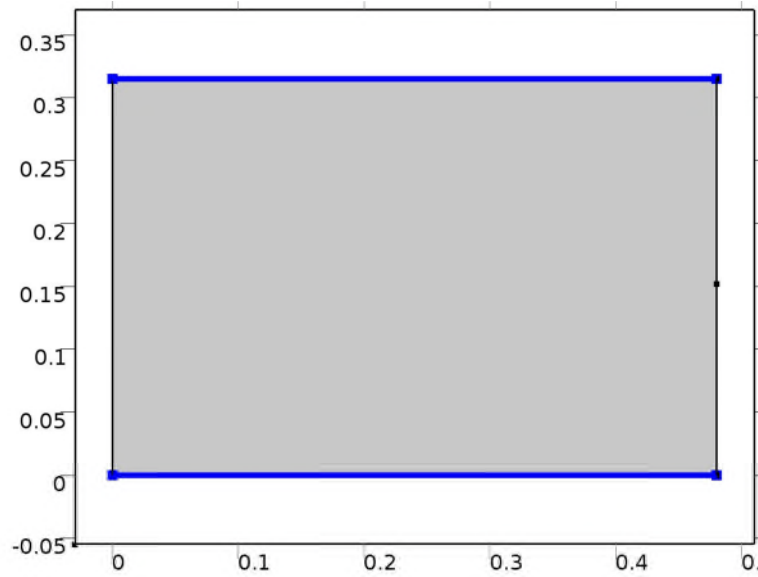


Figure (IV.2) : Condition de Neumann

IV.6.4.2. Conditions de Dirichlet

Les conditions sur les parois amont et aval sont celles de Dirichlet (Figure (VI.3)). Elles sont données comme suit :

- Parois amont : $H=H_0$
- Parois aval : $H=H$

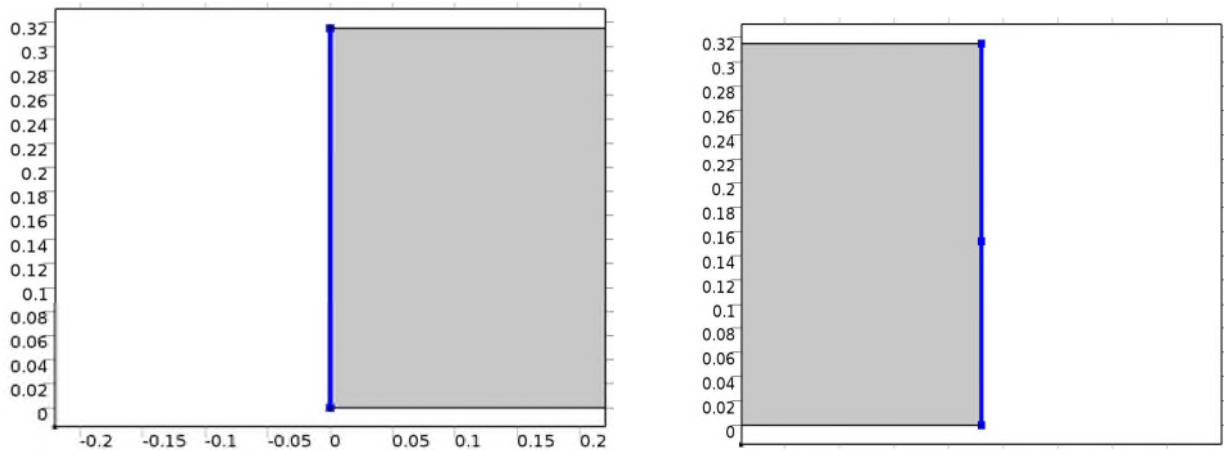


Figure (IV.3) : Condition de Dirichlet

IV.6.5. Géométrie déformée

Dans le présent cas, nous utiliserons un maillage mobile puisque l'écoulement ne se fait pas dans tout le domaine.

IV.6.5.1. Déplacement imposé du maillage sur le parement amont

Pour le parement amont, on n'impose aucun déplacement puisque la charge est constante (Figure (IV.4)).

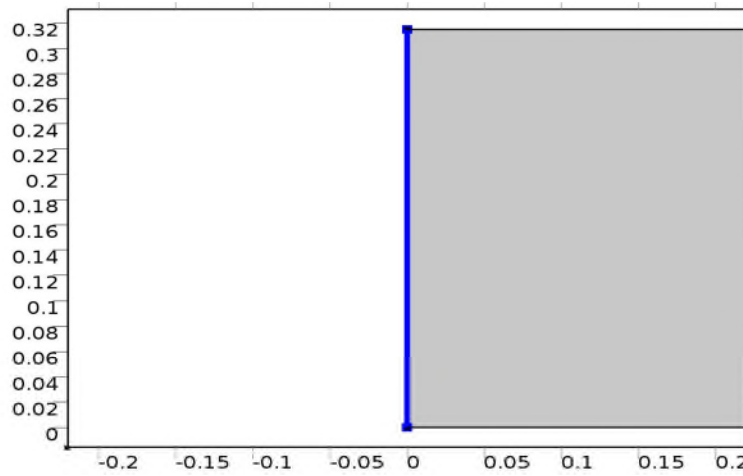


Figure (IV.4) : Déplacement nul du parement amont

IV.6.5.3. Déplacement imposé du maillage sur la crête de la digue

Dans cette partie, on impose un déplacement suivant y de $-(H_0-H)$ (Figure (IV.5)).

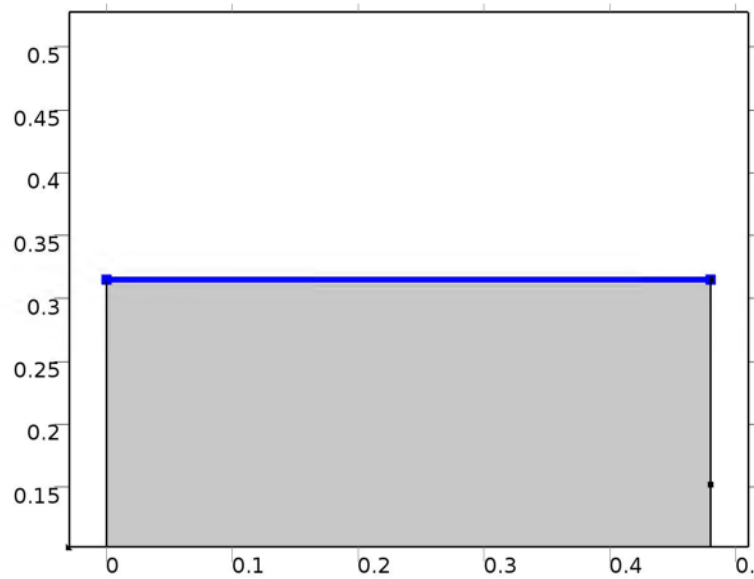


Figure (IV.5) : Déplacement de la crête de la digue

IV.6.5.2. Déplacement imposé du maillage sur le parement aval

Dans cette partie on impose une déformation libre du maillage suivant y et aucun déplacement suivant x (Figure (IV.6)).

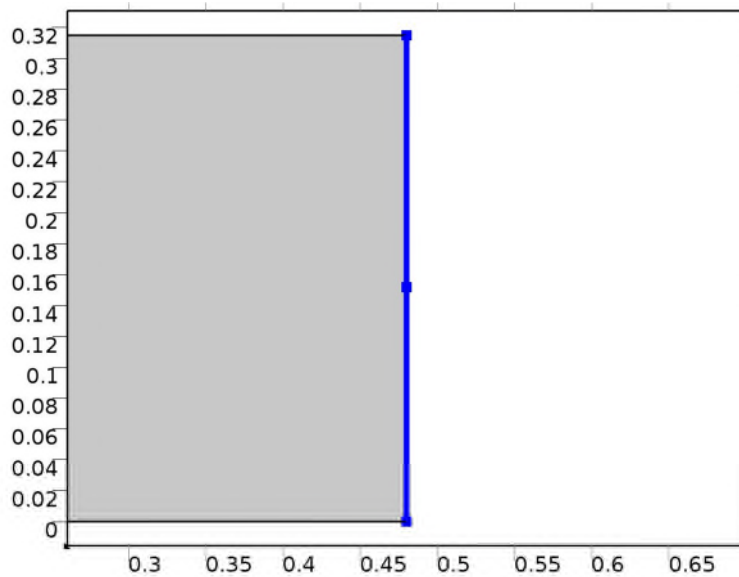


Figure (IV.6) : Déplacement du parement aval

IV.6.5.4. Déplacement imposé du maillage au fond

Le fond de la digue ne subit aucun déplacement, les déformations suivant x et y sont nulles (Figure (IV.7)).

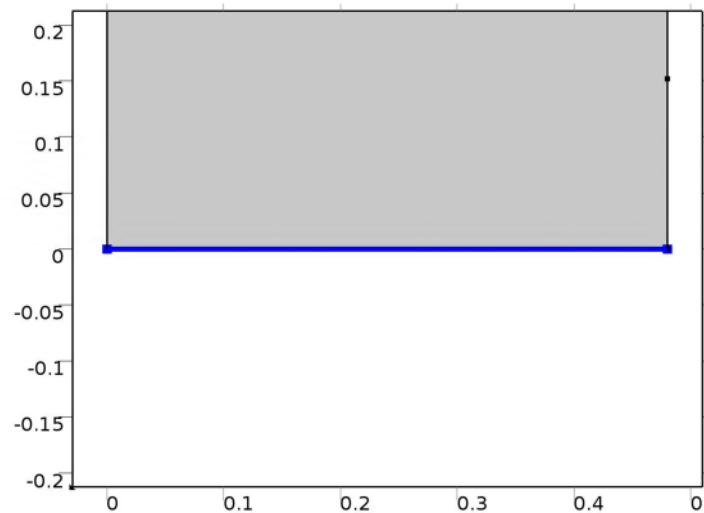


Figure (IV.7) : Déplacement nul du fond

IV.6.6. Maillage

Il existe plusieurs choix de la taille et du type de maillage prédéfini dans ‘‘paramètre de maillage’’, dans notre cas nous avons utilisé des éléments triangulaires dont le nombre est de 4170 éléments et la taille prédéfinie est encore plus fine (Figure (IV.8)).

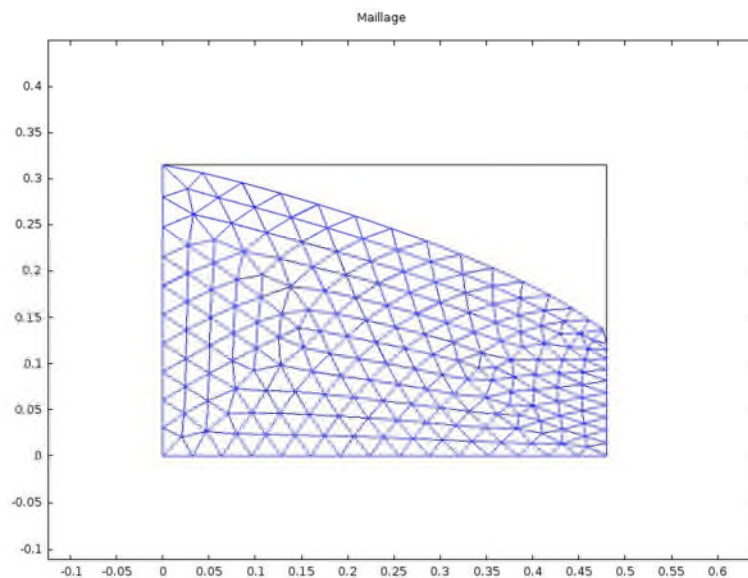


Figure (IV.8) : Maillage du domaine de calcul

IV.6.7. Résultats

Dans cette partie apparaîtra les résultats obtenus par l’application de la simulation. Les résultats numériques sont organisés sous forme de graphes et de tableaux.

IV.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le mode de travail du programme COMSOL Multiphysics 4.4 avec toutes ces principales étapes.

V.1. Introduction

Dans cette partie, on analysera l'écoulement souterrain afin de déterminer le réseau d'écoulement composé d'équipotentiels et de lignes de courant, ainsi que la détermination de la ligne de saturation. Ceci se fera moyennant trois méthodes différentes, à savoir :

- a) Une étude expérimentale.
- b) Un calcul analytique.
- c) Une simulation numérique.

V.2. Etude expérimentale

Le dispositif a été déjà expliqué dans le chapitre III, les dimensions de la digue sont : 315 mm de profondeur, 480 mm de longueur et 105 mm de largeur. On a gardé la hauteur d'eau à l'amont toujours constante, et on a fait varier la hauteur à l'aval 5 fois. Le tracé des équipotentiels et de la ligne de saturation ont été effectués pour chaque cas. On rappelle qu'afin d'avoir un degré de saturation maximum, on a mis de l'eau dans le banc à une certaine hauteur ensuite on a ajouté du sable, jusqu'à la hauteur 315mm. Afin de garder toujours le même degré de saturation, on a commencé les essais par les grandes hauteurs d'eau à l'aval. Pour chaque essai, on fait des lectures sur les piézomètres, on détermine la position de la ligne de saturation par rapport au fond de la digue et on mesure le débit de fuite. La détermination des lignes équipotentiels, a été faite par interpolation, en utilisant la position et la lecture de chaque piézomètre. Il faut veiller à chaque essai, d'écarter dans l'interpolation, les piézomètres qui sont au dessus de la ligne de saturation

V.2.1. Premier essai

Dans cet essai la hauteur d'eau à l'aval est de 152 mm. Les lectures faites sur les piézomètres ainsi que la position de la ligne de saturation sont données dans le tableau (Tableau(V.1)).

La position de la ligne de saturation ainsi que la répartition du potentiel à l'intérieur de la digue sont représentées sur la figure (V.1).

Tableau (V.1) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le premier essai

P(essai1)	x1(mm)	y1(mm)	H1(mm)	Q'(ml/s)
p(1,1)	20	50	313	2.91290417
p(1,2)	20	150	313	
p(1,3)	20	250	314	
p(2,2)	120	150	278	
p(2,3)	120	250	273	
p(3,1)	220	50	243	
p(3,2)	220	150	243	
p(4,1)	320	50	210	
p(4,2)	320	150	214	
p(4,3)	320	250	222	
p(5,1)	420	50	170	
p(5,2)	420	150	179	
p(5,3)	420	250	201	
p(1,0)	20	0	310	
p(2,0)	100	0	271	
p(3,0)	200	0	247	
p(4,0)	300	0	209	
L.S1	0	315	315	
L.S2	47	307	307	
L.S3	129	282	282	
L.S4	225	256	256	
L.S5	318.5	232	232	
L.S6	405	206	206	
L.S7	449	193	193	

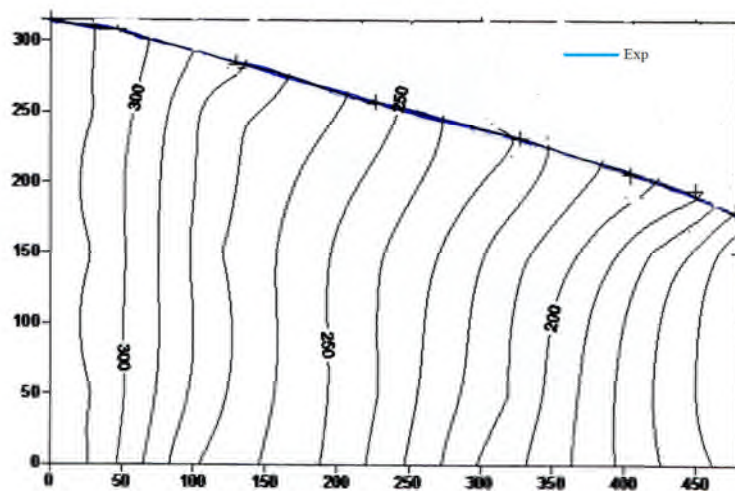


Figure (V.1) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – hauteur a l'aval 152mm

On constate que :

- les courbes équipotentielles aboutissent perpendiculairement à la ligne de saturation.
- les équipotentielles ont une allure de paraboles dont la concavité est dirigée vers l'axe des abscisses positives.

V.2.2. Deuxième essai

Pour le deuxième essai nous avons diminué la hauteur aval à 122 mm. Les lectures des piézomètres et la position de la ligne de saturation sont présentées dans le tableau ((Tableau(V.2))

Les résultats du tableau (Tableau(V.2)) sont présentés graphiquement sur la figure (V.2)

Tableau(V.2) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le deuxième essai

P(essai2)	x2(mm)	y2(mm)	H2(mm)	Q'(ml/s)
p(1,1)	20	50	313	3.27546675
p(1,2)	20	150	313	
p(1,3)	20	250	316	
p(2,2)	120	150	272	
p(2,3)	120	250	273	
p(3,1)	220	50	234	
p(3,2)	220	150	238	
p(3,3)	220	250	37	
p(4,1)	320	50	196	
p(4,2)	320	150	202	
p(4,3)	320	250	213	
p(5,1)	420	50	148	
p(5,2)	420	150	173	
p(1,0)	0	0	309	
p(2,0)	100	0	277	
p(3,0)	200	0	234	
p(4,0)	300	0	202	
L.S1	0	315	315	
L.S2	47	303	303	
L.S3	129	269	269	
L.S4	225	238	238	
L.S5	318.5	212	212	
L.S6	405	178	178	
L.S7	449	151	151	

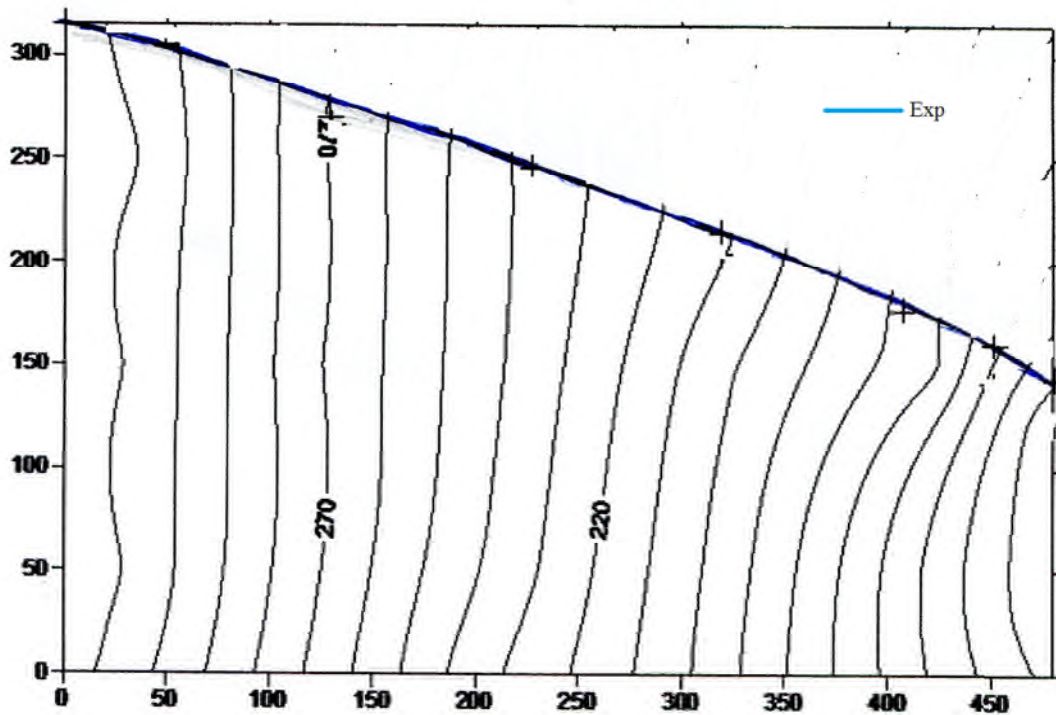


Figure (V.2) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – hauteur à l'aval 122mm

On remarque que :

- Les lignes de courant sont perpendiculaires à la ligne de saturation

V.2.3 Troisième essai

Concernant cet essai, nous avons fait la même chose que les cas précédents, la hauteur à l'aval est maintenant de 79mm. Les résultats sont donnés dans le tableau (Tableau(V.3)), et représentés graphiquement sur la figure (V.3).

Tableau (V.3) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le troisième essai

P(essai3)	X(mm)	Y(mm)	H3(mm)	Q'(ml)
p(1,1)	20	50	313	3.76222724
p(1,2)	20	150	313	
p(2,2)	120	150	267	
p(2,3)	120	250	269	
p(3,1)	220	50	223	
p(3,2)	220	150	226	
p(4,1)	320	50	177	
p(4,2)	320	150	192	
p(4,3)	320	250	203	
p(5,1)	420	50	118	
p(5,2)	420	150	153	
p(1,0)	0	0	315	
p(2,0)	100	0	262	
p(3,0)	200	0	220	
p(4,0)	300	0	196	
L.S1	0	315	315	
L.S2	47	298	298	
L.S3	129	264	264	
L.S4	225	228	228	
L.S5	318.5	196	196	
L.S6	405	159	159	
L.S7	449	112	112	

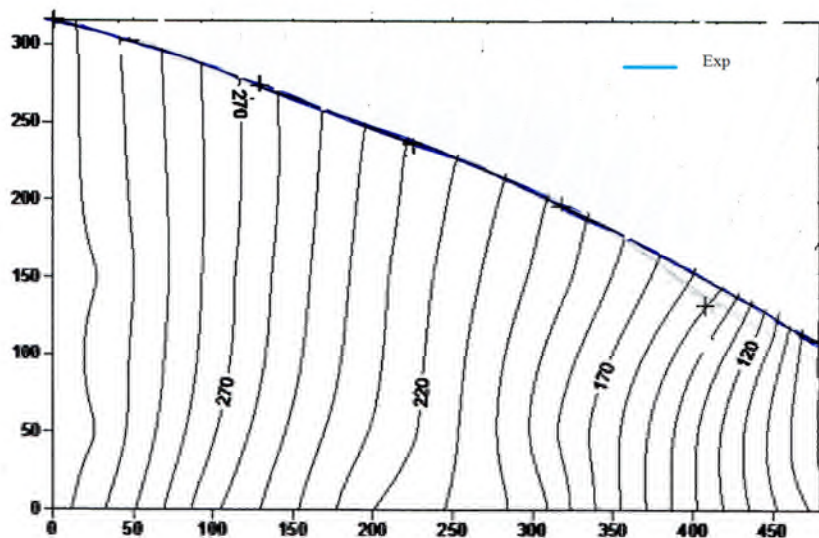


Figure (V.3) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – hauteur a l'aval 79 mm

On remarque la même chose que les cas précédents

V.2.4 Quatrième essai

Pour ce qui est du quatrième essai, nous avons annulé la hauteur à l'aval ($H_{aval}=0$). Les résultats sont donnés dans le tableau (Tableau(V.4)) et représentés sur la figure (V.4)

Tableau (V.4) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le quatrième essai

P(essai4)	x4(mm)	y4(mm)	H4(mm)	Q'(ml)
p(1,1)	20	50	313	4.05022276
p(1,2)	20	150	315	
p(1,3)	20	250	313	
p(3,1)	220	50	214	
p(3,2)	220	150	222	
p(3,3)	220	250	37	
p(4,1)	320	50	164	
p(4,2)	320	150	179	
p(5,1)	420	50	95	
p(1,0)	0	0	309	
p(2,0)	100	0	255	
p(3,0)	200	0	212	
p(4,0)	300	0	190	
L.S1	0	315	315	
L.S2	47	295	295	
L.S3	129	257	257	
L.S4	225	216	216	
L.S5	318.5	181	181	
L.S6	405	141	141	
L.S7	449	108	108	

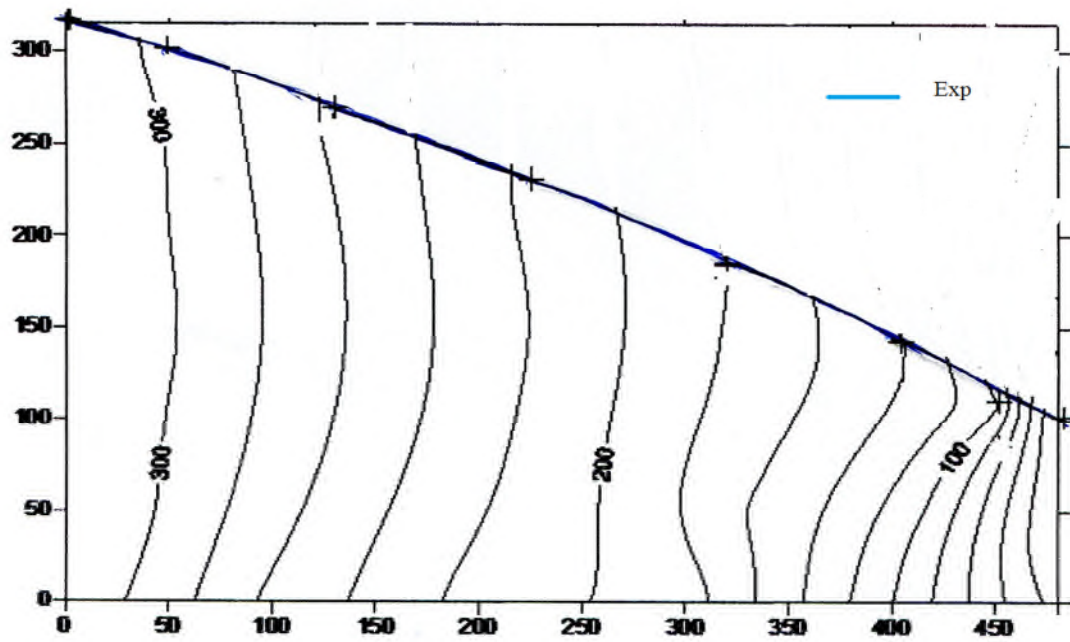


Figure (V.4) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – pas de hauteur à l'aval

Remarque : on remarque les lignes de courant sont perpendiculaire a la ligne de saturation

V.2.5. Cinquième essai

Dans ce dernier essai de l'expérience, nous avons drainé les eaux d'infiltration par le drain de sable. C'est une couche de sable de 96 mm de longueur et de 30 mm de d'épaisseur. Deux trous sont réalisés sous le drain afin de recueillir les eaux infiltrées. Les résultats sont donnés dans le tableau (Tableau (v.5)) et la figure (v.5).

Tableau(V.5) : Les points de position de la ligne de saturation et le débit de fuite pour le cinquième essai

P(essai5)	x5(mm)	y5(mm)	H5(mm)	Q'(ml/s)
p(1,1)	20	50	313	5.08905852
p(1,2)	20	150	310	
p(2,2)	120	150	250	
p(2,3)	120	250	257	
p(3,1)	220	50	183	
p(3,2)	220	150	195	
p(4,1)	320	50	120	
p(5,1)	420	50	36	
p(5,3)	420	250	144	
p(1,0)	0	0	315	
p(2,0)	100	0	238	
p(3,0)	200	0	182	
p(4,0)	300	0	127	
L.S1	0	315	315	
L.S2	47	288	288	
L.S3	129	246	246	
L.S4	225	194	194	
L.S5	318.5	142	142	
L.S6	405	67	67	
L.S7	449	21	21	

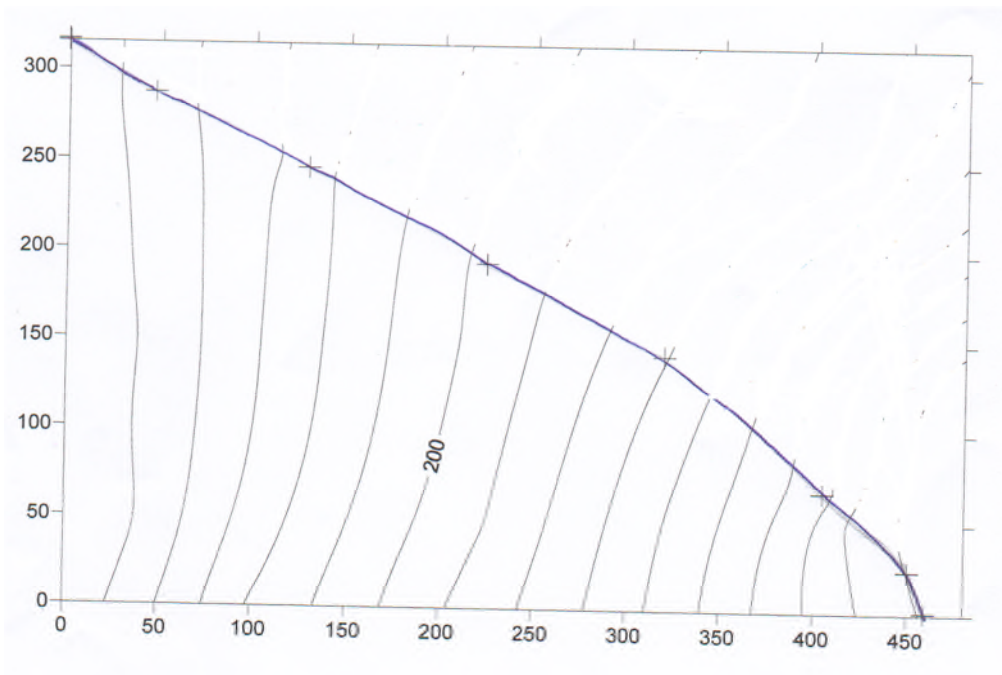


Figure (V.5) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – avec un drain à**l'aval**

L'analyse des figures qui précèdent, montre que la variation de l'allure des équipotentiels n'est pas substantielles d'une figure à une autre. Elles sont plus au moins proche de la verticale. Se sont des courbes qui présentent des fois, des concavités tantôt dirigées à gauche tantôt à droite. La variation du potentiel dans le sens de l'écoulement varie d'un essai à un autre. Elle est de plus en plus grande à mesure qu'on diminue le niveau d'eau à l'aval.

Les lignes de saturation suivent des formes presque linéaires avec de faibles courbures en se rapprochant de l'aval. Une hauteur de suintement est observée au niveau de chaque essai.

Le débit de fuite augmente à mesure que la charge aval diminue. Il est proportionnel à la différence de charge entre l'amont et l'aval. En présence du drain, le débit est max.

V.3. Etude analytique

Dans cette partie, nous allons utiliser les hypothèses de Dupuit afin d'étudier les infiltrations à travers la digue. L'étude s'intéresse à la détermination de la ligne de saturation.

D'après l'équation de continuité :

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \quad (V.1)$$

On a :

$$Q' = V.A = -K \frac{dh}{dx} . h.B \quad (V.2)$$

On remplace (V.2) dans l'équation (V.1) :

$$\frac{d(-K.h.B.\frac{dh}{dx})}{dx} = 0 \quad (V.3)$$

On intègre l'équation (V.3)

$$h.\frac{dh}{dx} = C_1$$

$$\int h dh = \int C_1 dx$$

$$\frac{1}{2}h^2 = C_1x + C_2$$

Les conditions aux limites sont :

$$x=0 \Rightarrow h = H_0$$

$$x=L \Rightarrow h = H_1$$

On trouve :

$$C_2 = \frac{1}{2}H_0^2 \quad (V.4)$$

$$C_1 = \frac{(H_1^2 - H_0^2)}{2L} \quad (V.5)$$

Donc :

$$h = \sqrt{\frac{H_1^2 - H_0^2}{L}x + H_0^2} \quad (V.6)$$

V.3.1. Calcul du débit de fuite

Il se détermine par :

$$Q' = V.A = -K \frac{dh}{dx} . h . B \quad (V.7)$$

On dérive l'équation (V.7) selon x on trouve :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{H_1^2 - H_0^2}{2.L. \sqrt{\frac{H_1^2 - H_0^2}{L}x + H_0^2}} \quad (V.8)$$

On remplace l'équation (V.8) dans l'équation (V.7)

On trouve :

$$Q' = -K.B. \frac{H_1^2 - H_0^2}{2.L} \quad (V.9)$$

$$Q' = -K.B.C_1 \quad (V.10)$$

Remarque : le débit de fuite est constant et dépend de la perméabilité du sable et de la différence de charge entre l'amont et l'aval.

V.3.2 Premier essai

Dans cet essai nous avons utilisé l'équation de Dupuit comme solution analytique avec une hauteur à l'aval de 152 mm. (Figure(V.6)). L'équation de la ligne de saturation est donnée par :

$$h = \sqrt{-158.585471x + 99225} \quad (V.11)$$

Le débit de fuite :

$$Q' = 2.775244792 \text{ ml}$$

La ligne de saturation est représentée sur la figure (V.6)

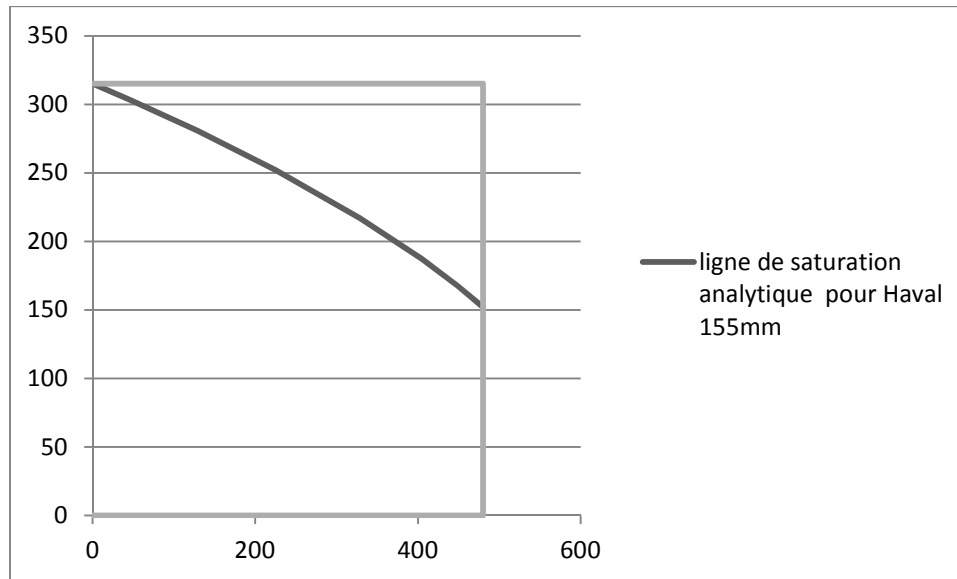


Figure (V.6) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – avec une hauteur à l'aval 152mm par Dupuit

On remarque hauteur de suintement à l'aval est nulle.

V.3.2. Deuxième essai

Dans cet essai nous avons une hauteur à l'aval 122 mm. L'équation de la ligne de saturation est donnée par :

$$h = \sqrt{-175.710417x + 99225} \quad (\text{V.12})$$

Le débit de fuite :

$$Q' = 3.51420833 \text{ ml}$$

La ligne de saturation est représentée sur la figure (V.7)

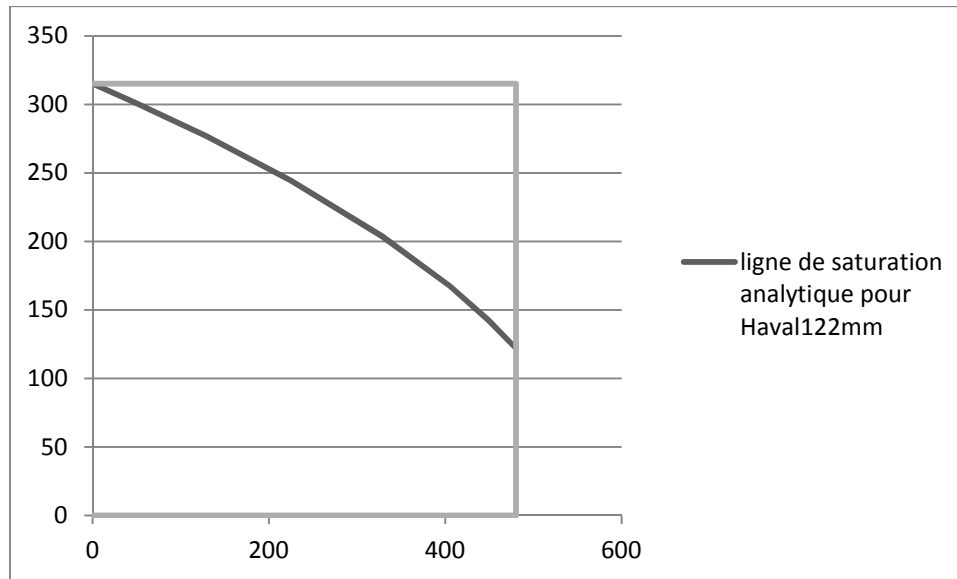


Figure (V.7) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – avec une hauteur à l'aval 122mm par Dupuit

On remarque la même chose que le cas précédent

V.3.3. Troisième essai

Concernant ce cas, la hauteur à l'aval devient 79 mm. L'équation de la ligne de saturation est donnée par :

$$h = \sqrt{-193.71667x + 99225} \quad (\text{V.13})$$

Le débit de fuite :

$$Q' = 3.87433333$$

La ligne de saturation est représentée sur la figure (V.8)

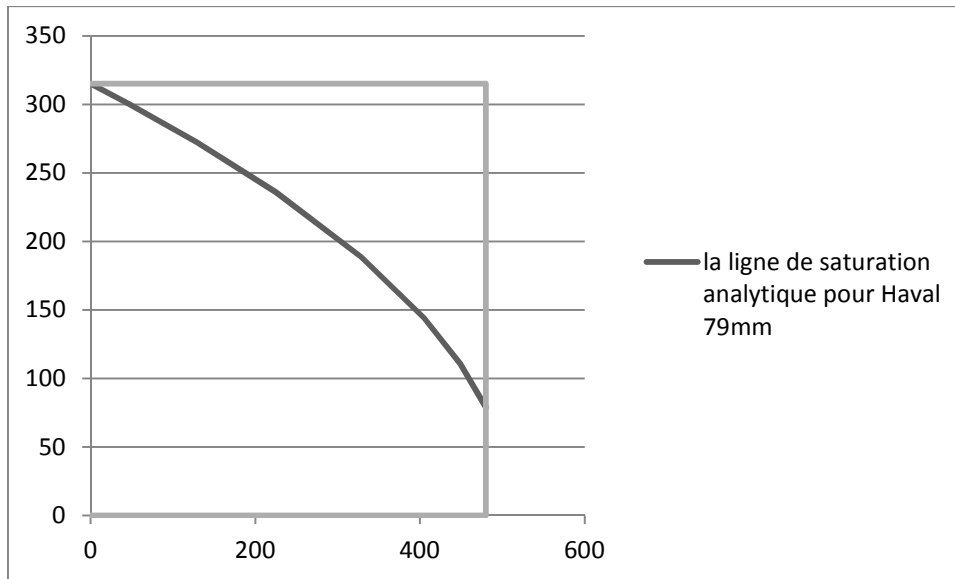


Figure (V.8) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – avec une hauteur à l'aval 79mm par Dupuit

V.3.4. Quatrième essai

Pour une hauteur d'eau à l'aval nulle, l'équation de la ligne de saturation s'exprime comme suit :

$$h = \sqrt{-206.7185x + 99225} \quad (V.14)$$

Le débit de fuite :

$$Q' = 4.134375 \text{ ml}$$

La ligne de saturation est représentée sur la figure (V.9)

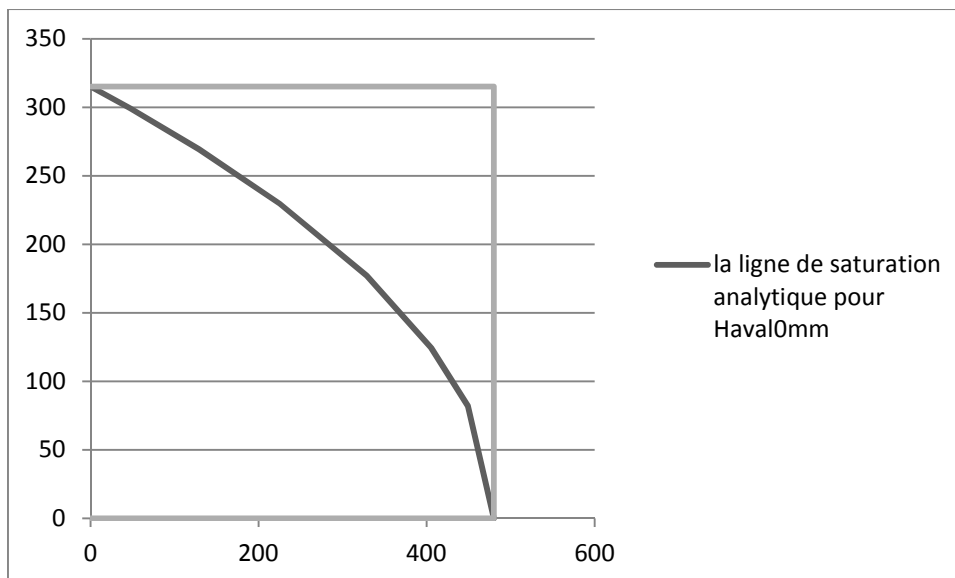


Figure (V.9) : Réseau des lignes équipotentiels d'un barrage en terre – pas de hauteur à l'aval par Dupuit

Avec les hypothèses de Dupuit, une simplification de l'écoulement a été faite à trois niveaux :

- La vitesse est horizontale et constante sur une même verticale
- La répartition des pressions est hydrostatique.
- Le milieu est homogène et isotrope

Dans la première hypothèse, l'écoulement est considéré unidirectionnel. La composante verticale est négligeable. Dans la deuxième hypothèse, avec une répartition hydrostatique des pressions, les équipotentiels sont des droites verticales. La troisième hypothèse, considère que le sol est formé d'un matériau de granulométrie uniforme avec une perméabilité constante dans toutes les directions. Ces hypothèses, conduisent à l'étude d'un sol fictif, avec un écoulement simplifié qu'on observe seulement dans certains cas particuliers. La solution donnée par la théorie de Dupuit, est approximative.

V.4. Simulation numérique

Dans cette troisième partie, une simulation numérique pour déterminer les équipotentiels, et la ligne de saturation est entreprise. L'étude sera faite pour deux hauteurs à l'aval, à savoir 152 mm et 122 mm.

La simulation numérique a été faite avec le logiciel Comsol. Le module utilisé, est le module de résolution de l'équation de Laplace. On délimite notre domaine d'étude en traçant un rectangle de dimensions 480mmx315mm. Sur ce rectangle, on impose les conditions qu'il faut sur chacun de ses cotés. Sur les frontières amont et aval on impose les charges H_0 et H_1 , et sur les autres frontières on impose un flux nul. Et comme la ligne de saturation n'est pas encore localisée, qui est la limite supérieure du domaine de calcul, on a utilisé l'option maillage mobile, afin de se rapprocher de plus en plus de la ligne de saturation réelle par un processus itératif.

Sur les figures (V.10) et figure (V.11) sont représentées les lignes équipotentiels avec la ligne de saturation pour les hauteurs aval 152 mm et 122 mm respectivement. Les équipotentiels sont perpendiculaires aux frontières imperméables, résultats de la condition de Neumann sur ces limites (flux nul). Elles (lignes équipotentiels) sont presque verticales proche de l'amont, avec de faibles courbures en se rapprochant de l'aval. Un résultat logique, vu la courbure des lignes de courant à l'approche de la sortie.

La limite supérieure du domaine où il y a infiltration constitue la ligne de saturation. Elle est obtenue en utilisant le maillage mobile. Sur cette frontière $H=z$.

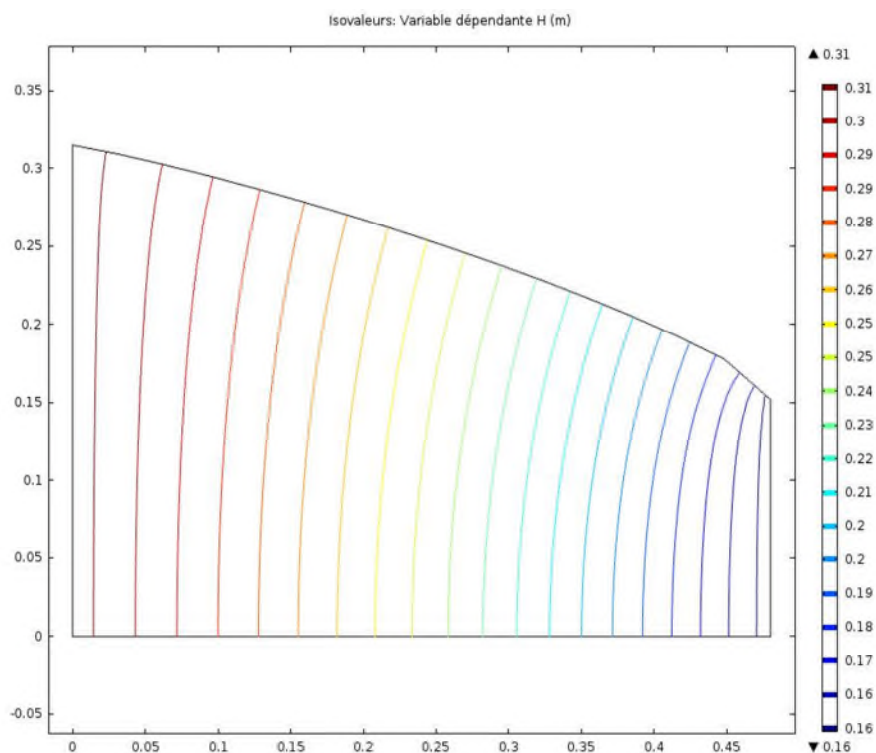


Figure (V.10) : Représentation des lignes équipotentielles et la ligne de saturation pour une hauteur 152 mm

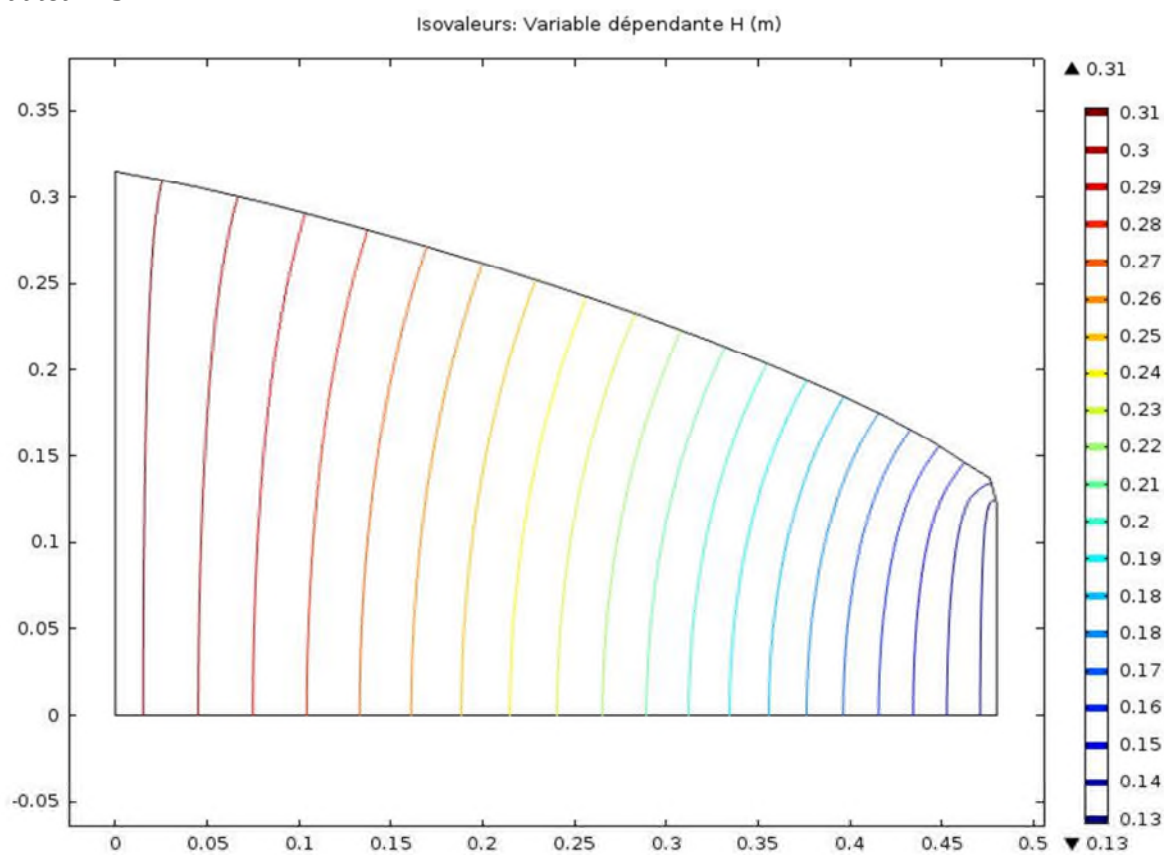


Figure (V.11) : Représentation des lignes équipotentiellles et la ligne de saturation pour une hauteur 122 mm

V. 5. Etude comparative

Après avoir présenté les résultats expérimentaux, théoriques et numériques de chaque essai, on procède à une étude comparative des résultats. La comparaison porte sur la ligne de saturation et les lignes équipotentiellles

V.5.1. Ligne de saturation

La ligne de saturation est obtenue expérimentalement, analytiquement et numériquement. La comparaison sera faite avec l'expérience.

La ligne de saturation réelle présente une hauteur de suintement dans chaque essai ($H > H_1$), chose qui n'apparaît pas dans les autres résultats (Figure(V.12)) et (Figure(V.13)) , du fait que, la condition imposée à l'aval dans les autres méthodes est égale à la hauteur d'eau H_1 (la capillarité est non prise en compte). Les lignes de saturation théorique et numérique démarrent d'un même point et aboutissent au même point (condition aux limites). L'écart des lignes de saturation obtenue numériquement et théoriquement avec la ligne expérimentale est d'autant plus important en allant vers l'aval. Le résultat de la simulation numérique avec Comsol, en résolvant l'équation de Laplace, est plus précis d'autant qu'il traite le problème en deux dimensions sans faire d'hypothèses simplificatrices sauf sur l'isotropie du milieu.

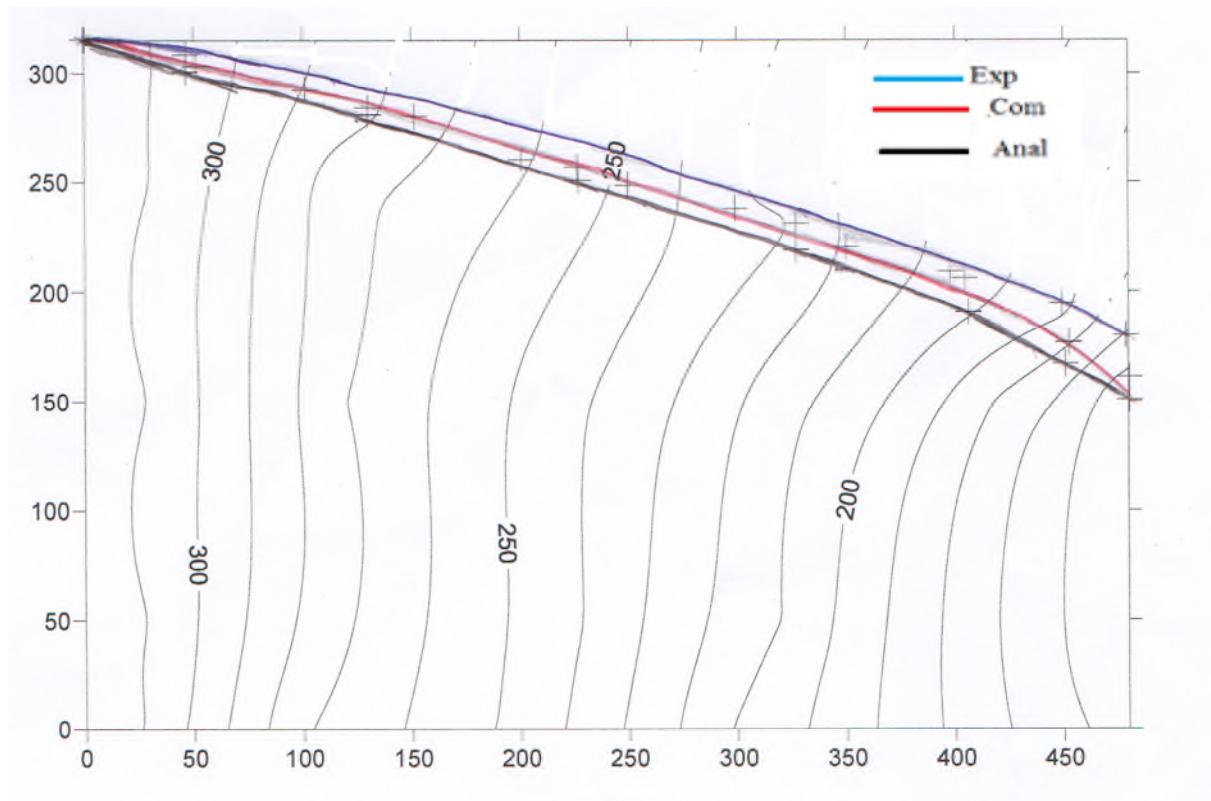


Figure (V.12) : les résultats donnés par les trois méthodes – H_{aval} 152mm

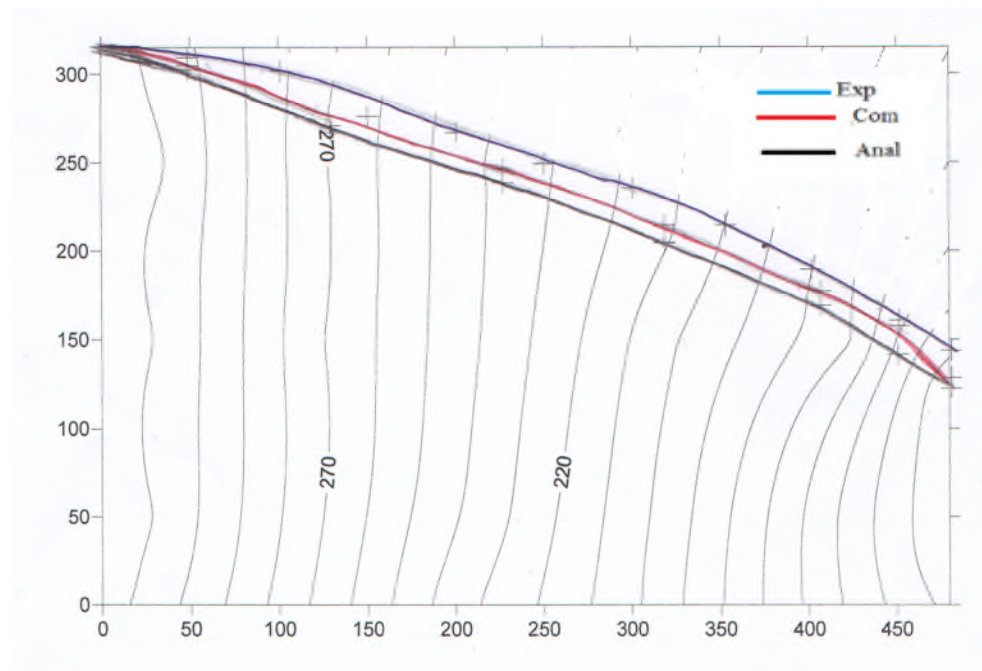


Figure (V.13) : les résultats donnés par les trois méthodes – $H_{aval} 152mm$

V.5.2. Courbe équipotentielle

Les équipotentielles sont tracées pour les mesures expérimentales et la simulation numérique avec Comsol. Dans le cas de la théorie de Dupuit, elles sont des droites verticales. Dans le cas de la simulation numérique, les courbes sont régulières proche de la verticale, avec des concavités orientées dans le sens des x positifs.

V.6. Conclusion

Au terme de ce chapitre, on conclut que l'étude des infiltrations n'est pas une tâche facile. Quelle que soit la méthode utilisée, elle se base sur des hypothèses simplificatrices, ce qui ne conduit pas à l'étude du problème réel dans son intégralité, mais à étudier un problème bien particulier qu'on réalise seulement au laboratoire.

CONCLUSION GENERALE

Le phénomène d'écoulement en milieux poreux, notamment à travers les digues en terre, est un problème très complexe. A travers de longues études faites dans ce domaine de recherche, plusieurs lois physiques ont été établies, telles que celles de Darcy, de Laplace et de Dupuit.

Il existe plusieurs méthodes de résolution des problèmes d'écoulement en milieux poreux, dans notre travail de recherche entrepris dans le cadre de cette problématique nous avons utilisé trois méthodes à savoir, une étude expérimentale en réalisant un modèle d'une digue au laboratoire, une méthode analytique en résolvant l'équation de Dupuit, et une simulation numérique via le logiciel Comsol qui utilise la méthode des éléments finis comme module de résolution de l'équation du mouvement qui est celle de Laplace comptée avec le maillage mobile.

Nous concluons après avoir obtenu des résultats, que l'écoulement de l'eau à travers un barrage en terre, est déterminé par trois paramètres hydrodynamiques : le coefficient de perméabilité, le gradient hydraulique et la vitesse d'écoulement.

Grâce aux trois méthodes utilisées, les valeurs obtenues permettent de construire les lignes équipotentiels, les lignes de courants et la ligne de saturation de l'écoulement, d'où nous pouvons déterminer :

- Le débit de fuite (pas avec Comsol).
- La charge hydraulique.

On déduit aussi que la ligne de saturation réelle présente une hauteur de suintement dans chaque essai, chose qui n'apparaît pas dans les autres résultats du fait que, la condition imposée à l'aval dans les autres méthodes est égale à la hauteur aval. Les lignes de saturation théorique et numérique démarrent d'un même point et aboutissent au même point. L'écart des lignes de saturation obtenues numériquement et théoriquement avec la ligne expérimentale est d'autant plus important en allant vers l'aval. Le résultat de la simulation numérique avec le logiciel Comsol, en résolvant l'équation de Laplace, est plus précis que le résultat analytique puisqu'il traite le problème en deux dimensions sans faire d'hypothèses simplificatrices sauf sur l'isotropie du milieu et l'effet des parois et de capillarité.

On constate également que dans le cas de la théorie de Dupuit, les lignes équipotentiels sont des droites verticales. Dans le cas de la simulation numérique, les courbes sont régulières proche de la verticale, avec des concavités orientées dans le sens des x positifs.

Les infiltrations à travers un sol ne sont pas bien cernées, des études supplémentaires doivent être faites pour enrichir notre connaissance dans ce domaine.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Ait Abbas, R. et Boudha, K., Etude des infiltrations à travers un milieu poreux : application au cas d'un barrage en terre. Mémoire de Fin d'Etudes, Université Abderrahmane Mira de Bejaia, 2001.
- [2] Amadou, M., Conception et dimensionnement d'un micro barrage de retenue d'eau de ruissellement à Keur Sieb Ndoeye. Mémoire de Fin d'Etudes, Ecole Polytechnique du Thiès, 1988, France.
- [3] Bouchelghoum, F. et Aid, M., Etude numérique des écoulements souterrains par la méthode des éléments finis : application au cas d'un barrage en terre. Mémoire de Fin d'études, Université Abderrahmane Mira de Bejaia, 2002.
- [4] Carlier, M., Hydraulique générale et appliquée, Edition Eyrolles, 1980, France.
- [5] Abderrahim, D., Contribution la détermination de la pression interstitielle dans les barrages en terres homogènes. Thèse Magister, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 1990.
- [6] Schneebeli, G., Hydraulique souterrain, Edition Eyrolles, 1978, France.
- [7] Gwenol, G., Les lignes de courant de fluide incompressible, Ecole Polytechnique Fédérale De Lausanne, 2008.
- [8] Hamail, K., Calcul numérique des infiltrations à travers les digues en terres par la méthode des éléments finis. Mémoire de Fin d'études, Université de Blida, 2001.
- [9] Lérau, J., Géotechnique. Institut National Des Sciences Appliquées de Toulouse, 2006, France.
- [10] Laforest, M. et Jallifier-verne, I., Applications des mathématiques : la loi de Darcy. Ecole Polytechnique de Montréal, Canada.
- [11] Maurice, C., Aide mémoire d'hydraulique souterraine. Edition Presses De L'école Nationale Ponts Et Chaussées, 1993, France.
- [12] Mestat, P., Maillage d'élément finis pour les ouvrages de géotechnique conseils et recommandations, 1997.
- [13] Belakroum, R., Simulation numérique par élément finis des ballotements d'un réservoir partiellement rempli du liquide, 2008.
- [14] Woumeni, R., Hydraulique souterraine, 2003.

ملخص

في هذه الأطروحة قمنا بدراسة التسربات داخل جسم السدود الترابية و هذا باستعمال ثلاث طرق : طريقة أولي تجريبية في المخبر، أين تم انجاز سد مصغر، طريقة ثانية باستعمال معادلات رياضية و طريقة ثالثة تعتمد علي استعمال برنامج Comsol.

كلمات المفاتيح : سد ترابي، تسربات، سد مصغر، Comsol

Résumé

Dans le présent travail de recherche, nous nous sommes intéressées à l'étude des infiltrations à travers une digue en terre. Afin d'atteindre nos objectifs spécifiques, nous avons effectué une partie expérimentale en réalisant un modèle de barrage en terre homogène au laboratoire d'Hydraulique Générale de l'Université Abderrahmane Mira de Bejaia. Dans une seconde étape, on est passé à une étude analytique et par la suite nous avons fait une simulation numérique le avec le logiciel Comsol, et ceci dans le but de déterminer le réseau d'écoulement et la ligne de saturation.

Mots clés : Barrage en terre, les infiltrations, modèle réduit, Comsol

Abstract

In this research work, we were interested in the study of the infiltrations through an earth dam. In order to achieve our specific objectives, an experimental part was done by carrying out a homogeneous dam earth model at the General hydraulic laboratory of the Abderrahmane Mira University of Bejaia. In the second stage, we passed to an analytical study and there after we made a numerical simulation using Comsol, and the aim of this is to determine the flow pattern and the saturation line.

Keys words: earth dam, infiltrations, small-scale model, Comsol