#### RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE UNIVERSITÉ ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA



#### FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES DÉPARTEMENT DE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

## Mémoire de Fin de cycle

En Mathématique Appliquée Option : Modélisation Mathématique et Technique de Décision

## THÈME

## Simulation du Mouvement des Malades au Niveau des Urgences à l'Hôpital Khellil Amrane de Béjaïa



Présenté par :

M<sup>lle</sup> BAALLA Malika M<sup>lle</sup> OUDINA Sarra

Devant le jury composé de :

$M^r$ AISSANI	Djamil	Professeur	Univ. de Bejaia	Promoteur
$M^{me}$ ADEL	Karima	M.C.A	Univ. de Béjaïa	CO.Promotrice
$M^{me}$ LEKADIR	Ouiza	M.C.A	Univ. de Béjaïa	Président
$M^{lle}$ SAADI	Nora	M.C.B	Univ. de Béjaïa	Examinatrice
$M^{lle}$ LAKAOUR	Lamia	Doctorante	Univ. de Béjaïa	Examinatrice

Année Universitaire : 2015/2016

## Remerciements

Tout d'abord on aimera d'adresser nos plus sincères remerciements au Dieu le tout puissant et le miséricordieux de nous avoir donné la chance, la patience et le courage pour réaliser ce travail.

On tient à exprimer nos vifs remerciements au Pr Aissani Djamil et Adel Karima pour avoir accepté de nous encadrer lors du présent travail en dépit de son emploi du temps très chargé et de la confiance qu'ils nous ont témoignée. Et les précieux conseils qu'ils ont bien voulu prodiguer pour cibler les aspects traités dans ce travail.

On tient à remercier aussi les travaux de l'hôpital Khellil Amrane de Béjaia, et ils nous donnent des conseils très importants en signe de reconnaissance.

On adresse nos sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé nos réflexions et ont accepté à nous rencontrer et répondre à nos questions durant la recherches.

En fin, on ne voudra pas oublier de remercier tous nos amis qu'ont été d'un soutien que ce soit moral ou matériel, et qui ont contribué de près ou de loin à m'aider.

## D'edicace

Je dédie ce modeste travail

À Mes chers parents, Grâce à leurs tendres encouragements et leurs grands sacrifices, ils ont pu créer le climat affectueux et propice à la poursuite de mes études.

À mes proches de mes frères et mes sœurs, chacun à son nom.

À toutes ceux qui sont proches de mon cœur et dont je n'ai pas cite le nom.

À toutes mes tentes et mes oncles et tous ses enfants et ma grande mère.

À tous mes chers amis et mes collègues de l'Université de A- mira de Bejaia.

Et à tous ce qui m'ont enseigné au long de ma vie scolaire.

BAALLA MALIKA

Je dédie ce modeste travail À Mes chers parents, Grâce à leurs tendres encouragements et leurs grands sacrifices, ils ont pu créer le climat affectueux et propice à la poursuite de mes études.

À mes proches de mes frères et mes sœurs, chacun à son nom.

À tous mes chers amis et mes collègues de l'Université de A- mira de Bejaia

Et à tous ce qui m'ont enseigné au long de ma vie scolaire.

OUDINA SARRA

# Table des matières

Ta	ıble (	les matières	
Ta	able	les figures	
Li	${ m ste}\ { m d}$	es tableaux	1
In	$\mathbf{trod}$	ıction	
1	Pré	sentation de l'hôpital Khellil Amrane	
	1.1	Historique	
	1.2	Infrastructure	
	1.3	Services d'hospitalisation :	
		1.3.1 Service de pédiatrie	
		1.3.2 Service de chirurgie infantile	
		1.3.3 Service de médecine interne	
		1.3.4 Service de chirurgie viscérale	
		1.3.5 Service de chirurgie orthopédique	
	1.4	Plateaux technique	
		1.4.1 Service des urgences	
		1.4.2 Bloc opératoire	
		1.4.3 Service de réanimation	
		1.4.4 Radiologie	
		1.4.5 Endoscopie	
		1.4.6 Laboratoire	
		1.4.7 Stomatologie	
	1.5	Collecte des données au niveau de l'hôpital Khellil Amrane	
	1.6	Position du problème	
<b>2</b>	Tes	, Modélisation, Simulation et files d'attente	
	2.1	Processus stochastique et tests d'ajustement	
		2.1.1 Processus stochastique	
		2.1.2 Introduction aux test d'ajustement	
	2.2	Modélisation	

	2.3	Simulation	4
		2.3.1 Génération de nombres aléatoires	
		2.3.2 Méthodes de génération de nombres aléatoires	6
	2.4	Théorie des files d'attente $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ 1$	8
		2.4.1 Structure d'un système d'attente $\dots \dots \dots$	8
		2.4.2 Classification des systèmes d'attente $\dots \dots \dots$	Ĉ
		2.4.3 Discipline de services	(
		2.4.4 Calcul des caractéristiques d'un système d'attente	(
	2.5	Système de files d'attente élémentaires	1
		2.5.1 Système M/M/1	1
		2.5.2 Système M/M/s	1
		2.5.3 Système $M/M/\infty$	2
		2.5.4 Système $M/G/\infty$	
		2.5.5 Systéme à priorité relative	3
	2.6	Réseaux de files d'attente	4
		2.6.1 Caractéristiques des réseaux de files d'attente	5
		2.6.2 Méthode approximative	6
	2.7	Conclusion:	6
3		aux antérieurs sur l'évaluation de performance des systèmes hospi-	
	talie		
	3.1	Introduction	7
	3.2	Amélioration de la performance par la modélisation des flux logistiques	
		des patients dans un service d'urgence hospitalier en Tunisie $\ \ldots \ \ldots \ 2$	7
	3.3	Recouvrement des couts de soins hospitaliers de la caisse nationale de pre-	
		voyance sociale Cas de l'hôpital Moulay Rachid de Casablanca au niveau	
		de Maroc	
	3.4	Organisation et pilotage des services sur le trajet des Urgences en France . 2	G
	3.5	Modélisation, analyse et pilotage de flux en milieu Hospitalier à l'aide	
		d'UML et des réseaux de Petri en France	G
	3.6	Analyse et modélisation du parcours du patient dans le centre hospitalier	
		universitaire de Toulouse	(
	3.7	Modélisation et simulation de l'unité d'hémobiologie du laboratoire central	
		de l'HMRUO d'Oran-Algérie	(
	3.8	Une méthodologie de modélisation pour les systèmes hospitaliers : Appli-	
		cation au Nouvel Hôpital Estaing en Francee	1
	3.9	Modélisation et Simulation du Mouvement des Malades au niveau de l'Hô-	
		pital Khellil Amrane Bejaïa	
	3.10	Conclusion:	2
4	Mo	lélisation, performance et interprétation des résultats 3	2
-	4.1	Introduction	
	4.2	Mouvement d'un malade au niveau du service des urgences	
	4.3	Modélisation du mouvement des malades	
	4.4	Description des arrivées	
	7.4		-

	4.4.1 Classes des malades	34
4.5	Description des serveures	36
4.6	Type de serveure	36
4.7	Discipline de service	37
4.8	Identification de la loi de la durée de service :	37
	4.8.1 Interprétation :	38
4.9	Le modèle obtenu	38
4.10	Simulation	39
4.11	Interprétation des résultats	42
4.12	Conclusion	42
Conclusion		
Annex	e <b>A</b>	46
Annexe	е В	47

# Table des figures

2.1	les étapes de la résolution d'un problème de simulation	16
2.2	Système de files d'attente à un seul serveur	19
2.3	Système de files d'attente à S serveur	19
2.4	Système M/M/1	21
2.5	Système M/M/s	22
2.6	Système $M/M/\infty$	22
2.7	Réseaux de files d'attente	24
4.1	Mouvements des malades au niveau du service des urgences	34
4.2	Modéle analytique.	39

# Liste des tableaux

4.1	Fréquence des arrivées à la salle de consultation par classe	35
4.2	Ajustement des arrivées	35
4.3	Les fréquences associées à chaque classes	36
4.4	Fréquences d'orientation des malades	37
4.5	les serveurs associés à chaque salle de service des urgences	37
4.6	Ajustement des durées des salles	38
4.7	Les résultats de sumilation de service des urgences si $\lambda=15$ et $\mu=20$	40
4.8	Les résultats de sumilation de service des urgences si $\lambda=10$ et $\mu=12$	41
4.9	Les résultats de sumilation de service des urgences si $\lambda=20$ et $\mu=18$	41
4.10	Les résultats de sumilation de service des urgences si $\lambda=35$ et $\mu=12$	41

## Introduction générale

L'hôpital joue actuellement un rôle considérable, grâce à plusieurs facteurs : le progrès des sciences médicales, la concentration de personnel qualifié et des équipements spécialisés .Le système hospitalier doit être rendu accessible à touts les classes sociales et couvrir l'étendue géographique ou vit la population.

Les hôpitaux en Algérie n'ont pas encore acquit un mode de gestion efficace. La situation économique et sociale est liée aux problèmes rencontrés par les hôpitaux publics. La majorité des citoyens algériens continuent à se soigner dans les structures publiques, en raison de la détérioration de la situation sociale et à l'augmentation des prix des prestations de soins dans les structures privées, Ceci a engendré un flux très élevé de malades entrainant un certain nombre de problèmes, à savoir : Un temps d'attente très important dans les salles de soin, qui peut aggraver l'état de santé des malades. Une surcharge de quelques services d'hospitalisation et des personnels c'est-à-dire que le nombre de lits et l'effectif du personnel ne sont pas suffisants pour couvrir toutes les demandes de soins. Le travail réalisé dans ce mémoire consiste à mesurer les performances actuelles de l'hôpital khelil Amrane. Le mouvement des malades au niveau du système a été modélisé par un réseau de files d'attente. Une étude statistique a été réalisée pour ajuster les lois qui régissent sur le modèle. Ce mémoire comporte quatre chapitres :

Le chapitre 1 est voué à une présentation du service d'urgence au niveau de L'Hôpital Khekili Amrane de Bejaia.

Dans le chapitre 2 nous allons données les principales notions utilisées, à savoir, la théorie des files d'attente et des rappels sur les méthodes statistique sont également présentés.

Dans, le chapitre 3 nous allons présenter quelques modèles mathématiques mentionnés dans certaines thèses et articles pour améliorer des évaluations de performances des malades au niveau des hôpitaux. Tout cela est pour ne pas se rencontrer à des cas ou on perd des patients à cause des abandonnements médicaux.

Dans le chapitre 4 , nous construisons le modéle mathématique du mouvement des malades au de l'hôpital Khellil Amrane. Nous analysons les performances du système.

Ce memoir se termine par une conclusion générale et quelques perspectives.

# 1

## Présentation de l'hôpital Khellil Amrane

## 1.1 Historique

En 1991, l'hôpital Khellil Amrane est entré en fonction au secteur sanitaire de Béjaïa qui n'était doté que par deux hôpitaux : Aokas et Frantz Fanon. En 2011, et qui fut un Etablissement Public Hospitalier (EPH) est devenu le siège du Centre Hospitalo-Universitaire (CHU) de Béjaïa. La création de ce dernier fait suite à l'inauguration de la faculté de médecine à l'université A Mira de Béjaïa. Le CUH de Béjaïa a été cré par le décret  $n^{\circ}$  09-319 du 6 Octobre 2009 comlétant la liste des Centres Hospitalo-Universitaires annexée au décret exécutif  $n^{\circ}$  97-467 du 23 Décembre 1997 fixant les règles de création, d'organisation et de fonctionnement des Centres Hospitalo-Universitaires.[13]

## 1.2 Infrastructure

L'hôpital est constitue de deux 02 blocs : Un bloc d'hospitalisation de 240 lits et un deuxième bloc technique au sein duquel nous retrouvons les urgences, la radiologie, le laboratoire, le bloc opératoire et le bloc de réanimation. A cela s'ajoute la cuisine, la zone technique, le magasin, la buanderie, le transformateur électrique, la bâche à eau, la morgue, la loge de garde, la surveillance et le parc auto. L'administration de l'hôpital se trouve au rez de chaussée du bloc d'hospitalisation.

## 1.3 Services d'hospitalisation :

L'hôpital Khalil Amrane est doté de 12 services hospitalisation :

#### 1.3.1 Service de pédiatrie

Le service est composé de 04 unité :

- L'unité des petits des enfants de moins de 5 ans : 4 lits,
- L'unité des grands des enfants de plus de 5 ans : 24 lits,
- L'unité de Néonatalogie, spécialise pour bébés prématurés et bébé de moins de 2 mois. Elle est dotée de 05 couveuses, 04 berceaux et 02 tables chauffantes,
- L'unité des urgences : 04 lits.

#### 1.3.2 Service de chirurgie infantile

Le service de chirurgie infantile pratique touts les opérations chirurgicales sur jeunes enfants (moins de 15 ans). Les accidentés, les enfants présentant des malformations congénitales, les complications d'une malnutrition et d'une mauvaise hygiène, sont pris en charge par ce service, qui dispose de 32 lits.

#### 1.3.3 Service de médecine interne

Le service de médecine interne prend en charge tous les patients qui nécessitent des soins intensifs ou des bilans médicaux approfondis, en vue de déterminer leurs pathologies. Ce service dispose de 56 lits.

## 1.3.4 Service de chirurgie viscérale

Le Service de chirurgie viscérale pratique toutes les opérations des organes internes du corps, tels que : la vésicule biliaire, l'hernie, le foie, l'estomac, l'appendicite,...etc. Ce service dispose de 56 lits.

## 1.3.5 Service de chirurgie orthopédique

Ce service prend en les malades nécessitant des interventions chirurgicales du squelette. Ce service dispose de 56 lits.

## 1.4 Plateaux technique

Les actes médicaux, chirurgicaux, d'explorations, de radiographies, d'analyses médicales, de réanimations et d'observations constituent les principales prestations effectuées

sur les malades dans le plateau technique. Il se compose de :

#### 1.4.1 Service des urgences

Le service des urgences constitue le centre du réseau médical de l'hôpital Khellil Amrane.

Il accueille les malades graves (accidentés, crises cardiaques, hémorragie cérébrale, fractures, etc.) afin de leur assurer les premiers gestes de soins et les répartir vers les différents services d'hospitalisation, ou blocs techniques.

Ce service est constitué de :

- Un bureau de consultation, pourvu de deux paillasses d'examen;
- Une salle d'observation, dotée de 12 lits;
- Une salle de déchoquage (soins intensfs);
- Une salle de soins;
- Uue salle de plâtre.

#### Personnel

Le service des urgences emploi :

- Une équipe technique : composée d'un médecin chef, qui est anesthésiste, réaanimateur et surveillant médical.
- Une équipe médicale : composée de 02 médcins généralistes et une équipe paramédicale de 06 infirmiers de différents corps.
- Une équipe de garde médicale :composée de :
  - Un médecin généraliste;
  - Un réanimateur;
  - Un chirurgien;
  - Un orthopédiste;
  - Un neurochirurgien.

Ce service est équipé d'un électro-Gardes-Gramme, un Aspirateur Chirurgical, un Scialytique mobile, et Poupinel.

#### Fonctionnement du service

Le service des urgences comme son nom l'indique doit faire face seulement cas urgents et graves . Ce service fonctionne sans interruption 24 heures sur 24.

- La période de 08h à 16h est assurée par une équipe médicale et une équipe technique.
- La période de 16h à 08h est couverte par 4 équipes de garde médicale.

#### 1.4.2 Bloc opératoire

L'hôpital dispose d'un seul bloc opératoire ou sont effectuées toutes les opérations chirurgicales, programmées pendant la semaine que les urgences. Ce bloc est composé de 03 salles, ou peuvent s'effectuer simultanément 03 opérations spécialités existantes à l'hôpital (chirurgie infantile, chirurgie viscérale, chirurgie orthopédique). Dans chaque salle, active une équipe médicale composée de chirurgiens et d'infirmiers. Chaque chirurgien opère au maximum 03 malades durant la journée.

#### 1.4.3 Service de réanimation

Le service de réanimation est conçu et équipe pour réanimer les malades dont le cas est jugé très grave. Il prend en charge 02types de réanimations :

La réanimation médical, tell que : intoxication médicale, accident vasculaire cérébrale, pneumothorax, traumatisme crânien, insuffisances respiratoire, etc.

La réanimation chirurgicale d'un malade opéré et qui est encore sous l'effet d'anesthésie. Elle regroupe les programmés (programme froid) et les urgents (programme urgent). Dans la réanimation chirurgicale, on retrouve les opérés de la vésicule biliaire, l'hématome intracrânien, les perforations d'estomac, l'inclusion intestinal, le goitre, l'hernie, etc.

Les 11 malades que peut recevoir le service de réanimation sont traités par 4 médecins spécialistes en réanimations et 11 infirmiers.

## 1.4.4 Radiologie

La radiologie reçoit le malade muni d'un certificat médical sur lequel doit être prescrit le bilan radiographique nécessaire. Les radiographies et le certificat médical sont transmis au médecin traitant après transcription sur un registre prévu à cet effet. Ce registre est tenu par ce service. Il y est reporté le nom et prénom du malade, le type de radio effectué ainsi que la date. Les 03 réalisée dans ce bloc sont :

- Télé thorax,
- Radiographie de tous les os,
- ASP (Abdomen Sous Préparation),
- Examens spéciaux, tel que : Cholongriographique, lavement baryte transit gastroduédemom.

## 1.4.5 Endoscopie

Le bloc d'endoscopie de l'hôpital pratique les examens du tube digestif (abdomen, estomac, etc.) au moyen d'un endoscope. Il effectue 03 types d'examens : Echographie, Fibroscopie, Rectoscopie.

#### 1.4.6 Laboratoire

Dans ce bloc sont pratique plusieurs types d'analyses médicales. Les différents prélèvements (sanguins, urinaires, selles et autres, ....) proviennent de différentes structures de santé du secteur sanitaire.

Le laboratoire est constitué de :

- Une salle réservée pour le stockage des réactifs et des milieux de cultures,
- Une salle d'analyse bactériologiques et parasitologiques.

Le laboratoire est équipe de l'appareillage suivant :

- La paillasse d'hématologie,
- La paillasse de biochimie,
- La paillasse de sérologie.

#### 1.4.7 Stomatologie

En raison de l'insuffisance de moyens, le service de Stomatologie procède uniquement à l'extraction des dents.

## 1.5 Collecte des données au niveau de l'hôpital Khellil Amrane

Dans cette partie, nous présentons les différents types de données collectées nécessaires pour analyser le mouvement des malades au niveau de service des urgences à l'hôpital Khellil Amrane.

Pour ces raisons nous avons décidée de chercher nous même cette information sur une durée de 10 jours à raison 8h par jour, nous nous sommes occupées de chronométrer les entrées et les sorties des malades au niveau du la salle de consultation au service des urgences, telle que nous avons prenne des photos du registre des arrivées des malades de la salle de la consultation et les temps des entrées et des sorties au niveau de la salle d'observation, la salle de soins, la salle de plâtre.

## Au niveau du service des urgences :

Les salles de consultation et d'observation possèdent chacune un registre de mouvement des malades où sont mentionnés les renseignements journaliers suivants :

- Le nom et le prénom du malade;
- L'âge du malade;
- Le diagnostic;

- Le traitement;

Le service des urgences ne mentionne pas les données relatives au temps d'arrivée et de sortie de chaque malade. Or ces données sont importantes pour pouvoir analyser le mouvement des malades.

#### Recueil des données:

## Registre d'hospitalisation :

Au niveau de ce registre, on retrouve les information concernant les malades.

Dans ce registre figure :

- Le numéro du malade;
- Le nom et le prénom du malade;
- Le sexe;
- L'age du malade;
- Le diagnostic;
- La signature du médecin.

## Cahier de la pharmacie :

Ce cahier possède les information et renseignement relatives aux quantités de médicaments consommées par chaque patient.

Dans ce registre doivent figure :

- Le nom et le prénom du malade;
- La quantité journalière de médicament consommeée;
- Date d'hospitalisation.

## 1.6 Position du problème

Le système hospitalier, considéré comme une entreprise délivrant des prestations en soins médicaux, doit couvrir avec le maximum d'efficacité les besoins de la population. Cependant, la satisfaction de la demande est aux possibilités effectives de mise en œuvre de traitement et de diagnostic, avec les ressources qui lui sont allouées.

Parmi les caractéristiques du système hospitalier, on cite sa capacité en nombre de lits et l'effectif du personnel paramédical qui délivrent des prestations de soins.

La dégradation de la situation sociale et économique de la population a incité la majorité des citoyens à se soigner dans un hôpital public, en raison des couts élevés des soins

médicaux dans les centres privés. Ce constat a conduit à un flux très élevé au niveau des hôpitaux publics, entrainant un temps d'attente très important au des services de soins et une surcharge de quelques services d'hospitalisation. Le nombre de lits et d'infirmiers ne sont pas suffisants pour prendre en charge tous les malades qui se présentent au niveau de l'hopital. une mauvaise estimation de la capacité du système hospitalier et les besoins en personnel paramédical peut entrainer des graves incidences sur l'état de santé des malades. un patient se présentant à l'hôpital doit être pris en charge par tous les moyens diagnostiques et thérapeutiques nécessaires.

Les établissements de santé cherchent à apporter aux patients qu'ils accueillent le meilleur service possible, Améliorer l'accueil et la prise en charge des patients est L'ambition de touts les services d'urgences des établissements de soin. La salle d'observations connait une surcharge de nombre des patients à cause de manque de lits dans les autres services. Comment peut-on satisfaire à tout les besoins de patients? IL s'agit de minimiser la durée d'hospitalisation avec un nombre maximal de patient.

# Test, Modélisation, Simulation et files d'attente

#### Introduction

Dans ce chapitre nous allons données les principales notions utilisées, à savoir, la théorie des files d'attente et des rappels sur les méthodes statistique sont également présentés.

## 2.1 Processus stochastique et tests d'ajustement

## 2.1.1 Processus stochastique

Un processus stochastique (processus aléatoire) est une famille de variables aléatoire X(t), ou t est un paramètre réel. L'espace des paramètres, ou espace du temps T correspont, prendra essentiellement l'une des deux formes suivantes :  $T = 0, 1, 2, \ldots$ ; on parlera alors de processus stochastique à temps discret, et on écrira  $X_n$  au lieu de X(t).  $T = [0, \infty[$ ; on dira alors que X(t);  $t \ge 0$  est un processus stochastique à temps continu.

#### Chaines de Markov

Un processus stochastique  $\{X(t); t \geq 0 \}$  à états 0, 1,2,....., est appelé chaine de Markov à temps continu si la distribution conditionnelle du processus à l'instant  $t_n(t_n < t)$ , n'est pas modifiée par la connaissance de ses états à l'instant  $t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}$ , antérieurs

à  $t_n$   $(t_1 < t_2 < \dots t_{n-1})$ . En notation formelle, ceci signifie que :

$$P[X(t) = j/X(t_n) = i_n, X(t_{n-1}) = i_{n-1}, \dots, X(t_1) = i_1] = p[X(t) = j/X(t_n) = i_n]$$

#### Processus de comptage

La description mathématique d'un flux d'événements aléatoires peut se faire de deux manières différentes [25] :

- On considère le nombre d'événements N(t) se produisant dans l'intervalle de temps [0,t] et on cherche à déterminer la distribution de cette variable aléatoire discrète. Le processus stochastique  $N(t); t \geq 0$  est appelé processus de comptage; ses réalisations sont des fonctions en escalier non décroissantes. Notant que N(u+t)-N(u) indique le nombre (aléatoire) d'événements se produisant dans l'intervalle semi ouvert (u, u+t].
- On considère les intervalles de temps qui séparent les instants d'apparition de deux événements consécutifs. Ce sont des variables aléatoires continues et positives, dont on admettra généralement qu'elles sont indépendantes et identiquement distribuées.
   La connaissance de leur distribution commune permettra alors de déterminer les propriétés caractéristiques du processus de comptage correspondant.

#### Processus de poisson

**Définition 2.1.** Le processus de poisson est un processus de comptage  $N(t), t \ge 0$  satisfaisant aux trois conditions suivantes [25]:

- C1 : le processus N(t) est homogène dans le temps. Ceci veut dire que la probabilité d'avoir k événements dans un intervalle de longueur donnée t ne dépend que de t et non pas de la position de l'intervalle par rapport à l'axe temporel. En d'autres :

$$P[N(s+t) - N(s) = P[N(t) = k] = P_k(t)$$

Pour tout s>0, t>0 et K=0,1,2,...

- C2 : le processus N(t) est à accroissement indépendants. Ceci signifie que pour tout le système d'intervalles disjoints, les nombres d'événement s'y produisant sont des variables aléatoires indépendantes. En particulier :

$$P[N(s+t) - N(s) = K, N(s) = j]$$

$$= P[N(s+t) - N(s) = K].P[N(s) = j] = P_k(t)P_j(s)$$

Pour tout s>0, t>0.

C3 : la probabilité que deux événements ou plus se produisent dans un petit intervalle
 Δt est négligeable par rapport à la probabilité qu'il n'y ait qu'un seul événemeent.
 En termes plus précis :

$$P_K(\Delta t) = \begin{cases} o(\Delta t), & \text{si } (k \ge 2); \\ \lambda \Delta t + o(\Delta t), & \text{si } (k = 1); \\ 1 - \lambda \Delta t + o(\Delta t), & \text{si } (k = 0). \end{cases}$$

Le coefficient $\lambda$  est appelé densité ou intensité du processus poissonnier, il représente le taux moyen d'arrivée.

#### Intervalle entre deux événements

Soit N(t);  $t \ge 0$  un processus de poisson de paramètre  $\lambda$  et  $T_n$  la durée séparent le (n-1)-ième et le n-ième événement. les temps d'attente  $T_n$  d'un processus de poisson de paramètre  $\lambda$  sont des variable aléatoires indépendantes est distribuées identiquement, selon une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ .

## Superposition

Soit  $N_1(t)$ ;  $t \ge 0$  et  $N_2(t)$ ;  $t \ge 0$  deux processus de poisson indépendantes de paramètre  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  respectivement. Ceci signifie que tout événement défini par le premier processus est indépendant de tout événement défini par le deuxième; en particulier  $N_1(t)$  est indépendant de  $N_2(t)$  pour tout t positif. Alors  $N(t) = N_1(t) + N_2(t)$ ;  $t \ge 0$  est à nouveau un processus poissonien. Son paramètre étant  $(\lambda_1 + \lambda_2)$  [25].

#### Processus de naissance et de mort

Un processus de naissance et de mort est une chaine de Markov pour laquelle à partir d'un état n, seulement deux possibilités existent :

les états n+1 et n-1, avec  $\lambda_n$  et  $\mu_n$  les taux de naissance et de mort respectivement [19].

## 2.1.2 Introduction aux test d'ajustement

Un test d'ajustement a pour but de vérifier qu'un échantillon provient ou non d'une variable aléatoire de distribution connue  $F_0(x)$ .

Soit F(x) la fonction de répartition de la variable échantillonnée.il s'agit donc de tester :

$$H_0"F(x) = F_0(x)"$$
 contre  $H_1"F(x) \neq F_0(x)"$ 

Nous contentons de présenter le test de Kolmogorov-Smirnov.

#### Test de Kolmogorov -Smirnov

C'est un test d'ajustement non paramétrique, basé sur la comparaison de la fonction de répartition empirique ou observée de l'échantillon, notée  $\hat{F}_n(x)$  et la fonction de répartition théorique, notée F(x) de la population.

## Principe du test

On ordonne l'échantillon par ordre croissant. On obtient  $X_1$ ,  $X_2,...,X_n$  Un n-échantillon ordonné, où  $X_i$  est la  $i^{ime}$  statistique d'ordre . le test de Kolmogorov-Smirnov implique le calcul :

1- De  $\hat{F}_n(x)$ , fonction de distribution empirique, définie par :

$$\hat{F}_n(x) = (nbredex_i < x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{]-\infty,x[}(x_i)$$

2- De l'écart maximal existant entre la fonction de répartition empirique et la fonction de répartition théorique, c' est -à-dire que l'on constitue :

$$\mathbb{D}_n = \sup |\hat{F}_n(x) - F(x)|. \tag{2.1}$$

## Règle de décision

Si : $D_n > d_{\alpha}, H_0$  est rejetée; Si :  $D_n \leq d_{\alpha}, H_0$ ) est acceptée;

 $\alpha$  est un seuil.

Avec  $d_{\alpha}$  est la valeur tabulée de Kolmogorov-Smirnov.

## 2.2 Modélisation

L'étude du système est très difficilement réalisable dans un environnement opérationnel. Une façon détournée d'analyser un système consiste à représenter son fonctionnement de manière plus ou moins précise. Pour cela, on s'appuie sur des outils (descriptifs, mathématiques ou autres) permettant d'approcher le comportement du système [17]. Cette phase substitution du système par un modèle se nomme modélisation . le résultat fournit un symbolisme de représentation (logique, temporel, qualitatif et /ou quantitatif) du système. Dans ce travail, nous allons modéliser notre système par un réseau de files d'attente.la technique utilisée pour élaborer ce modèle est la simulation.

Remarque 2.1. : Cette étape consiste à ajuster nos données, L'estimation des paramètres des lois et l'ajustement des données sont effectués) à l'aide du logiciel R.

Définition 2.2. Le R est un système d'analyse statistique et graphique crée par Ross Ihaka et Robert Gentleman. R est à la fois un logiciel et un langage, il est interprété et orienté objet semblable au langage statistique S. Il permet la lecture, la manipulation et le stockage de données. Il intègre de nombreuses méthodes statistiques et des outils graphique variés avec sortie écran ou sur fichier. La gestion des fonctions se fait à l'aide de la notion de module package. C'est en se servant de ce logiciel, qu'on a pu traiter les données récolées de tous les événements recensées intervenants dans le système représentant les mouvements des malades, afin d'ajuster les lois de probabilités les gouvernant.

#### 2.3 Simulation

La simulation est un processus de construction d'un modèle du système réel. Il s'agit de mener des expérimentations avec le modèle dont l'objectif, soit de comprendre le comportement du système, soit d'évaluer les différentes stratégies opératoires du système. Le but de la simulation est d'étudier un système pour comprendre les relations entre ces composantes ou pour prédire ses performances dans un environnement donné. La simulation à événement discret désigne la modélisation d'un système réel, tel qu'il évolue dans le temps, par une représentation dans laquelle les grandeurs caractérisant le système (variables) ne changent qu'en un nombre fini ou dénombrable de points isolés dans le temps .Ces points sont les instants ou se produisent les événements. Nous appelons événement tout changement d'état du réel se produisant à un instant donné.

## Les étapes d'une simulation

Les étapes à suivre pour entre prendre une simulation de système sont consignées sur l'algorithme.

## a-Formulation du problème

La deuxième étape de la simulation consiste principalement à identifier et analyser le problème, en déterminant ses composants, leurs relations et les frontières entre le système et sont environnement.

## b-Elaboration du modèle

La deuxième étape de la simulation consiste à extraire un modèle aussi fidèle que possible du système réel, dans le but d'expliquer et de prédire certains aspects de son comportement.

#### c-Identification et collecte des données

La phase de l'identification de ce type des données à entrer dans le modèle est une phase très délicate et essentielle. La collecte des données est indispensable pour l'estimation des paramètres du modèle. Ceci requiert une connaissance des méthodes statistiques et des tests d'hypothèses.

#### d-Validation du modèle

Cette phase consiste à évaluer les performances du modèle en les comparent à ceux du système réel .la validation du modèle construit sera vérifié par la méthode d'analyse opérationnelle.

#### e-Exécution de la simulation

le concepteur doit pouvoir mettre à l'épreuve le modèle en agissant sur les paramètres qui le configurent. Il s'agit plusieurs exécutions et de recueillir les résultats obtenus.

## f-Analyse et interprétation des résultats

une fois les résultats obtenus, le concepteur passe à l'analyse et à l'interprétation de ces résultats pour donner des recommandations et des propositions.

# g-Conclusion, exploitation et développement futur du modèle

cette étape consiste à évaluer les perspectives d'exploitation du modèle pour d'autres préoccupations.

#### 2.3.1 Génération de nombres aléatoires

Dans la simulation d'un phénomène stochastique, la génération de nombres aléatoires est primordiale. Elle sera incluse dans le modèle et fournira, au fur et à mesure, des échantillons artificiels d'entrée au simulateur. Pour ce dernier reproduise fidèlement le phénomène réel , il est absolument nécessaire que ces échantillons d'entrée suivent la même loi de probabilité qu'un échantillon construit d'observations faites sur le phénomène

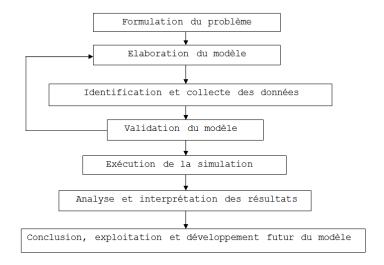


FIGURE 2.1 – les étapes de la résolution d'un problème de simulation

réel.[16]

#### Objectif

L'objectif de la génération de nombres aléatoires par ordinateur, C'est -à- dire par un calcul bien défini, est de produire une suite de nombres statistiquement.

Indépendants et répartis uniformément sur l'intervalle [0,1].

Autrement dit des nombres satisfaisant la loi uniforme U [0,1].

## 2.3.2 Méthodes de génération de nombres aléatoires

#### A) Génération de nombres aléatoires suivant la loi uniforme U [0,1] :

On appelle variable aléatoire continue, uniformément distribuée dans l'intervalle [0,1], la variable X dont la densité de probabilité est donnée par l'expression suivante :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{si } a < x < b; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

En pratique, la procédure la plus utilisée aujourd'hui pour engendrer une suite de nombre pseuso-aléatoires peuvent être obtenues par la relation de récurrence suivante [3]:  $Y_i = \lambda Y_{i-1}(modm)i = 0, 1, \ldots$  Ce procédé signifie que  $y_i$  est le reste de la division de  $\lambda Y_{i-1}$  par m, ou :

- m est un nombre entier de grande taille (généralement une puissance de 2, pour les machines binaires).

-  $\lambda$  est un nombre compris entre 0 et m-1.

Pour générer des nombres pseudo -aléatoire, on utilise les nombres  $U_i = \frac{Y_i}{m}$ , qui sont équidistribués sur [0,1] lorsque  $i \longrightarrow \infty$ . la valeur initiale  $Y_0$  de  $Y_i$  est est un nombre entier positif impair quelconque.

On peut générer des nombres aléatoires suivant la loi uniforme en utilisant d'autres méthodes, parmi lesquelles on cite :

- La méthode congruentielle additive;
- La méthode congruentielle à récurrence multiple;
- La méthode de fibonacci.

# B)Méthodes de générations de nombres aléatoires suivant une loi de probabilité :

la génération de nombres aléatoires, suivant n'importe quelle loi de probabilité, est basée sur un générateur de nombre aléatoire uniformément distribués dans l'intervalle [0,1]. Il existe une multitude de méthodes pour générer une variable aléatoire suivant une loi de probabilité. Le choix de l'une ou de l'autre dépend essentiellement de cette dernière [23]. Parmi lesquelles, on cite [3]:

- Méthodes de transformation inverse;
- Méthodes de décomposition;
- Méthodes de rejet .

#### B.1)Génération de nombres aléatoires suivant la loi exponentielle :

soit F(x) la fonction de répartition d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de moyenne  $\frac{1}{\lambda}$ .

$$F(x) = 1 - \exp^{-\lambda x} = \mu$$

D'où:

$$x = -(\frac{1}{\lambda})\log(1-\mu)$$

Ou u suit une loi uniforme dans l'intervalle [0,1].

#### B.2)Génération de nombre aléatoires suivant la loi normale :

la variable X suit une loi normale de paramètre  $\mu$  et  $\sigma^2$ . Sa densité de probabilité est de la forme suivante :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\Pi}} \exp\left[\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

le tirage d'un échantillon X de nombre aléatoires suivant une loi normale de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma^2$  se fait par l'expression de la fonction suivante :

$$X = \mu + \sigma Z$$

Où Z est une variable aléatoire normale centrée réduite, elle est calculée à partir d'une suite de n variables aléatoires  $U_1, U_2, ...., U_n$  uniformément distribuées entre [0,1].

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} -n/2}{\sqrt{n/12}}$$

#### B.3) Génération de nombre aléatoires suivant la loi Lognormale :

Une variable X suit une loi lognormal si son logarithme népérien suit une loi normale  $N(\mu, \sigma^2)$ . Le tirage selon cette loi se fait selon l'expression suivante :

$$X = \exp(\mu + \sigma Z)$$

Avec  $\mu$  et  $\sigma$  les paramètres de la loi log normale et Z calculée a partir de la formule.

## 2.4 Théorie des files d'attente

La constitution d'une file d'attente est effective dés que le taux des arrivées excède le taux de service. le processus d'arrivée et de service est un processus stochastique, car on ne peut connaître à l'avance ni le temps d'arrivée d'un client, ni la durée de service qu'il demandera. Le modèle générale d'un système d'attente peut être résumé comme suit :

- Les clients (ou arrivées) arrivent à un certain endroit à des intervalles de temps réguliers ou irrégulier.
- Les clients qui succèdent reçoivent un service. Si un poste de service est libre, le client qui arrive se dirige immédiatement. Vers ce poste où il est servi. Sinon, il prend sa place dans une file d'attente, dans laquelle les clients se rangent suivant leur ordre d'arrivées (ou selon des priorités définis d'après une discipline de service). Un système d'attente comprend donc un espace de service avec une ou plusieurs stations de service montées en parallèle, et un espace d'attente dans lequel se forme une éventuelle file d'attente.

## 2.4.1 Structure d'un système d'attente

Un système d'attente peut être représenté, dans le cas d'un ou plusieurs serveurs comme suit :



FIGURE 2.2 – Système de files d'attente à un seul serveur

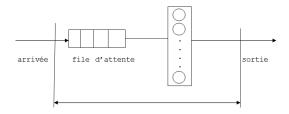


Figure 2.3 – Système de files d'attente à S serveur

#### 2.4.2 Classification des systèmes d'attente

Pour la classification des systèmes d'attente, on utilise la notation symbolique de Kendall suivante : A /B /S (k/n/Z) [18]. Cette notation précise les six symboles qui caractérisent une file d'attente, à savoir :

A= distribution des temps entre deux arrivées successives.

B= distribution des durées de services.

S= nombre de poste de services en parallèle.

La capacité k de la file d'attente, qui peut être finis ou infinie. Dans le cas ou la file est finie, le  $(k+1)^{ime}$  client qui se présente sera refoulé (système avec perte). La capacité n du système. Si  $n < \infty$  alors, la file ne peut dépasser une longueur k=n-S unités.

La discipline de service appliquée au client en attente dans une file, notée Z.

Si les valeurs k/n/Z ne sont pas explicitées, alors on prend par défaut  $\infty/\infty/FIFO$ .

Pour spécifier les distributions A et B, on introduit les symboles suivants :

M = distribution exponentielle.

 $E_k = \text{distribution d'Erlang d'ordre k.}$ 

G= distribution générale.

D = déterministe si le temps est constant.

 $H_k = \text{loi hyper exponentielle d'ordre k.}$ 

#### 2.4.3 Discipline de services

Le paramètre Z décrit la discipline de service. Cette discipline peut être :

- FIFO (First in First Out) : Elle signifie que le premier arrivé sera le premier servi.
- LIFO (Last In First Out) : Elle signifie que le dernier arrivé sera le premier servi.
- Random (aléatoire) : Elle signifie que les clients sont servis de manière aléatoire, indépendamment de l'ordre des arrivées.
- Discipline avec priorité relative : Elle signifie qu'un client accède au service selon sa priorité. La file est gérée par ordre de priorité de la plus forte à la plus faible
- Discipline avec priorité absolue Elle signifie que le service d'un client est interrompu lorsqu'un client de priorité supérieure se présente devant la file d'attente.

#### 2.4.4 Calcul des caractéristiques d'un système d'attente

A partir de la distribution stationnaire du processus stochastique  $\{X(t); t \geq 0\}$ , d'autres caractéristiques d'un système d'attente peuvent être calculées, telles que [25] :

 $L_s$ : nombre moyen de clients dans le système;

 $L_q$ : nombre moyen de clients dans la file d'attente;

 $W_s$ : Temps moyen de séjour d'un client dans le système;

 ${\cal W}_q$  : Temps moyen d'attente d'un client dans la file ;

 $\rho$ : Taux d'occupation du système;

Ces valeurs permettant de juger le comportement opérationnel d'un système d'attente. Elles sont liées entre elles par la relations suivantes :

$$L_s = \lambda W_s$$

$$W_s = W_q + 1/\mu$$

$$L_q = \lambda W_q$$

$$W_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

Avec  $\lambda$ : le Taux des arrivées dans le système;

 $1/\lambda$ : l'intervalle de temps moyen séparent deux arrivées consécutives;

 $\mu$ : le taux de service;

 $1/\mu$ : la durée moyenne de service;

Les deux premières formules sont connues sous le nom de formule de little .

## 2.5 Système de files d'attente élémentaires

Nous allons décrire ici seulement les files élémentaires qui seront utilisées dans l'étude de notre système.

## 2.5.1 Système M/M/1

Pour le système d'attente M/M/1, le flot des arrivées est poissonien, de paramétre  $\lambda$ , et la durée de service est exponentielle, de paramètre  $\mu$ . La capacité d'attente est illimitée et il y a une seule serveur.



FIGURE 2.4 – Système M/M/1

$$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

$$W_q = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

La condition de stabilité de ce système est : $\rho < 1$ 

## 2.5.2 Système M/M/s

Pour le système M/M/s, le flot des arrivées poissonnier de paramètre  $\lambda$  et la durée de service est exponentielle, de paramètre  $\mu$ . la capacité d'attente est illimitée et il y a s serveur en parallèle. Ce type de files formes un processus de naissance et de mort.

Ou  $:P_0$  est la probabilité que la station soit vide.

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{s} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^{s+1}}{s!(s-\lambda/\mu)}\right]^{-1}$$
$$L_s = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

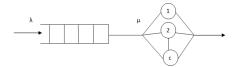


FIGURE 2.5 – Système M/M/s

$$L_q = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{1}{s!} \frac{\rho}{(1-\rho)^2} p_0$$

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$W_s = Wq + \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

## 2.5.3 Système $M/M/\infty$

Ce système d'attente possède les mêmes caractéristiques que le système M/M/s, avec une infinité de serveur . Ce type de files forme un processus de naissance et de mort.

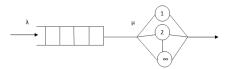


Figure 2.6 – Système  $M/M/\infty$ 

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu}$$

$$L_q = W_q = 0$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Pour ce type de système, la condition de stabilité est toujours vérifiée, quelles que soient les valeurs de  $\lambda$  et  $\mu$ .

## 2.5.4 Système $M/G/\infty$

Une file  $M/G/\infty$  est caractérisée par un système dans lequel les arrivées se font selon un processus de poisson de taux  $\lambda$  et où il y a une infinité de postes de services les durées de services sont des variables aléatoires positives, indépendantes, distribuées suivant la même fonction de répartition  $B(x) = P(S \le x)$ . A l'état stationnaire, les caractéristiques de ce système sont identiques à ceux du système  $M/M/\infty$  [19].

#### 2.5.5 Systéme à priorité relative

Dans certains systèmes de files d'attente, les clients ne sont pas servis de la même manière. C'est pourquoi ils forment plusieurs classes de clients. Les clients sont regroupés selon les caractéristiques qu'ils ont en commun. Dans le système que l'on se propose d'étudier, la priorité est relative. Un nouveau client de priorité i doit attendre [5][18]:

- la fin de service en cours;
- les services des clients des classes i=1,....,j, qui sont déjà dans la file d'attente lors de son arrivée;
- les services des clients de classes plus prioritaire i =, ..., j 1, qui arrivent pendant son attente.

Considérons une file d'attente de type M/G/1 et qu'il y a N classes de clients. Le taux d'arrivée de clients de classe i est  $\lambda_i$ . Le taux d'arrivée total est  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$  Soit :

 $\frac{1}{\mu_i}$ : la durée moyenne de service des clients de classe i;

 $Ks_i$ : le carré du coefficient de variation de la durée de service;

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}$$

et

$$\hat{\rho_i} = \sum_{j=1}^i \rho_j$$

Le temps d'attente d'un client de classe i est donnée par formule suivante :

$$\overline{W_i} = \frac{\sum_{j=1}^{N} \lambda_j \frac{(Ks_j + 1)}{\mu_j^2}}{2(1 - \hat{\rho_{i-1}})(1 - \hat{\rho_i})}$$

## Remarque:

Le carré du coefficient de variation  $Ks_j$  est égal à 1 dans le cas ou la distribution de service est exponentielle. En remplacent la valeur de  $Ks_j$  dans la forme précédente, on

aura:

$$\bar{W}_i = \frac{\sum_{j=1}^{N} \frac{\lambda_j}{\mu_j^2}}{(1 - \hat{\rho_{i-1}})(1 - \hat{\rho_i})}$$

## 2.6 Réseaux de files d'attente

Un réseau de files d'attente est composé d'un ensemble de stations de service et d'un ensemble de clients. Ce système est caractérisé par les processus représentant l'arrivée des clients au réseau, Les temps de service des clients aux stations, le cheminement des clients d'une station à une autre et les discipline de service des clients dans chaque station. Soit un réseau constitué de N files d'attente interconnectées n'importe comment, comme indiqué sur la figure suivante :

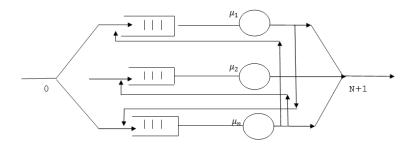


FIGURE 2.7 – Réseaux de files d'attente

Considérons une file d'attente de type M/G/1 et avec N classes de clients sont acheminés dans le rérseau suivant des probabilités de routage  $P_{ij} (i = 0, ...., N+1, j = 0, ..., N+1)$  tel que :

$$\sum_{j=1}^{N+1} P_{ij} = 1.$$

Soit:

 $\lambda$  le taux d'arrivées dans le systéme;

 $\lambda_i$  le taux d'arrivées dans la station i;

$$\lambda_i = P_{0i} + \sum_{j=1}^{N} \lambda_i P_{ij}$$

On note par:

 $\lambda_i = \lambda e_i$ , où  $e_i$  peut  $\hat{e}tre$  interprétée comme le nombre moyen de passages d'un client par la station i.

Le nouveau systéme obtenu est :

$$e_i = P_{0i} + \sum_{j=1}^{N} e_j P_{ji}$$

qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$$e = p + eP$$

οù

$$p = (p_{01}, p_{02}, \dots, p_{0N})$$

et 
$$P = (p_{ij}, i = 1, ...., N; j = 1, ...., N)$$

Les  $e_i$  sont obtenus en résolvent le système linéaire.

Les réseaux de Jackson ouverts sont des réseaux ou les arrivées sont distribuées selon une loi de poisson de taux  $\lambda$ , les services selon la loi exponentielle de taux  $\mu_i$  dans la station i (i = 1, ..., N) [17].

## 2.6.1 Caractéristiques des réseaux de files d'attente

Les caractéristiques d'un réseau de files d'attente sont :

- $-W_s$ : Temps moyen de réponse dans le systéme;
- $-\ W_{s_i}$ : Temps moyen de réponse dans la station i ;
- $-L_s$ : le nombre moyen de client dans le systéme;
- $-L_{s_i}$ : le nombre moyen de client dans la station i .

ou:

$$L_s = \sum_{i=1}^{N} L_{s_i}$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \sum_{i=1}^{N} W_{s_i} e_i$$

#### 2.6.2 Méthode approximative

Dans l'étude de réseaux complexes, l'obtention de la solution exacte peut se révéler difficile et même parfois impossible. Un certain nombre de méthodes approximatives permettent d'approcher ces solutions : la méthode de décomposition, méthode d'isolation, Nous allons présenter la méthode d'isolation, qui est la plus adéquate pour notre étude.

Le principe de la méthode consiste à subdiviser le systéme global en L Sous -systéme et à les étudier séparément. Pour un systéme de files d'attente, Il faut tout d'abord déterminer un certain nombre de paramétres d'état, permettant de définir :

- L'état du systéme global.
- l'état des différents sous système.
- les interfaces entre chaque sous -systéme et le reste du systéme.

L'idée de la méthode est de modéliser les interfaces en y faisant apparaitre, par des méthodes simple les paramétres les importants. La modélisation de ces interfaces permettra de connaître pour chaque sous-forme :

- les caractéristiques des flots d'entrée.
- les caractéristiques des temps de services.

#### 2.7 Conclusion:

Touts les méthodes et techniques abordées dans ce chapitre serviront à modéliser, étudié et évaluer ces performances, en utilisant l'ajustement des lois et la simulation.

# Travaux antérieurs sur l'évaluation de performance des systèmes hospitaliers

#### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter quelques modèles mathématiques mentionnés dans certaines thèses et articles pour améliorer des évaluations de performances des malades au niveau des hôpitaux.

Ce chapitre est consacrée à l'étude de certains modèles mathématiques utilisé par l'évaluation de performance .

## 3.2 Amélioration de la performance par la modélisation des flux logistiques des patients dans un service d'urgence hospitalier en Tunisie

Le travail présenté dans [20] aborde le problème de la minimisation du temps de cycle de parcours d'un patient au sein du service d'urgence de l'hôpital Habib Bourguiba Sfax dont le but d'améliorer la performance de ce service. En effet, l'évaluation des performances d'un système réel se décompose d'une étape de modélisation permettant de passer du système au modèle et d'une étape d'analyse des performances du modèle. Ils ont commencé par la modélisation du processus de passage des patients. Celle-ci permet de mieux identifier les dysfonctionnements et problèmes rencontrés. Ensuite, ils ont proposé

de passer à l'étape d'analyse par l'application des deux techniques complémentaires : la simulation et les réseaux de files d'attentes. Ainsi, la simulation trouve son intérêt lorsqu'elle est utilisée pour modéliser les flux de patients complexes et pour tester les scénarii résultants du changement de certains paramètres. Dans cette recherche, ils ont choisi la simulation des flux de patients en utilisant le logiciel Witness. Pour valider les résultats obtenus par ce logiciel, ils ont proposé d'appliquer les réseaux de files d'attentes. Les résultats obtenus par ces deux techniques étaient cohérents. Ils indiquent que les patients passent un temps d'attente important chez le médecin généraliste au deuxième passage des patients et chez le médecin spécialiste. De ce fait, ils ont utilisé le diagramme en arbre et la méthode AHP floue pour déterminer les inducteurs de performance sur lesquels ils ont agit et lancé à nouveau le modèle Witness. Ils ont terminé par l'application de la méthode PROMETHEE II floue pour choisir les actions d'amélioration.

Le resultat obtient est:

L'ajout d'un spécialiste en chirurgie générale;

L'ajout d'un spécialiste en orthopédie;

L'ajout d'un médecin de la santé publique formé;

L'ajout d'un médecin généraliste.[23]

## 3.3 Recouvrement des couts de soins hospitaliers de la caisse nationale de prevoyance sociale Cas de l'hôpital Moulay Rachid de Casablanca au niveau de Maroc

Depuis quelques années, le Maroc s'est engagé dans une série de réformes touchant son système de santé. L'entrée en vigueur de la de loi 65-00 portant code de la couverture médicale de base n'a pas permis d'atteindre les objectifs escomptés en termes d'amélioration de la capacité d' autofinancement des hôpitaux gérés de manière autonome. Les montants recouvrés auprès des organismes d'assurance restent dérisoires. Comment Analyser le processus de recouvrement des coûts de soins chez les hospitalisés adhérents à la caisse nationale de prévoyance sociale au niveau d'un hôpital? Pour reponde à cette question On utilise les méthodes: Recherche synthétique, approche systémique qualitative exploratoire. Devis de recherche: étude de cas unique avec plusieurs niveaux d'analyse. Il obtient les résultats suivants: L'analyse du processus de recouvrement des coûts de soins a révélé des dysfonctionnements liés essentiellement aux problèmes d'organisation et de fonctionnement du service d'accueil et d'admission de l'hôpital notamment le degré de compétence de ses ressources humaines, et de l'insuffisance de suivi. Et d'un autre coté, à

la qualité de l'information produite par les services d'hospitalisation [7].

# 3.4 Organisation et pilotage des services sur le trajet des Urgences en France

Les auteurs de ce travail cherchent à améliorer la qualité de leurs prestations et l'efficience de leurs activités pour faire face aux problèmes cité dans [27] en France. Ils proposent une démarche d'aide à la décision pour la configuration et le pilotage du RLU, en adoptant une vision globale basée sur une approche réseau, et en prenant en compte tous les maillons forts participants à la prise en charge de l'urgence. Dans un premier temps, ils intéressent à l'analyse et à la modélisation des acteurs impliqués dans la prise en charge des urgences, dont le but est de faire émerger un diagnostic et d'engager des scenarios d'amélioration. Ce travail ils ont conduits dans un deuxième temps à proposer et spécifier un ensemble d'indicateurs de performance, des indicateurs de délai, et des indicateurs de collaboration afin d'élaborer un tableau de bord pour l'évaluation de performance du réseau. Dans un troisième temps un simulateur de démonstration basé sur les scénarios d'amélioration proposés est développés, son objectif est de tester différentes configurations du réseau et d'évaluer l'impact sur le pilotage du RLU. Une étude de faisabilité d'un des scénarios proposés est aussi présentée et discutée suite à son expérimentation sur le terrain.

## 3.5 Modélisation, analyse et pilotage de flux en milieu Hospitalier à l'aide d'UML et des réseaux de Petri en France

[26] La modélisation et l'analyse des systèmes hospitaliers sont traditionnellement réalisées en utilisant méthodes et outils issus du génie industriel. Cependant, les caractéristiques de ces systèmes sont difficiles à capturer avec les outils de modélisation et de simulation classiques. Leur objectif est de spécifier et de développer une plate-forme de modélisation et de simulation dédiée aux systèmes hospitaliers, appelée medPRO (medical ProcessResource-Organisation), accompagnée d'une méthodologie d'analyse adaptée au domaine médical. Cette plate-forme est construite autour d'un cadre de modélisation et d'un guide méthodologique conçus pour un système hospitalier particulier. UML (Unified Modelling Language) a été choisi pour la modélisation de ces systèmes. Plusieurs points de vue sont proposés : Processus (vue centrée sur le patient), Ressource (comportement des ressources humaines et matérielles), et Organisation (relation entre les intervenants). Le comportement dynamique du modèle est spécifié grâce à une classe dédiée de réseaux

de Petri, appelés réseaux de Petri de Santé : un algorithme de simulation à événements discrets a également été développé pour les réseaux de Petri.

Une large partie de ce travail est dédiée au système de décision, qui est utilisé (i) pour appliquer des méthodes de planification et d'ordonnancement issues du génie industriel à des systèmes hospitaliers, et (ii) pour piloter le déroulement de la simulation en temps réel au travers d'une approche hybride hiérarchique/hétérarchique.

Trois études de cas sont également présentées pour montrer l'efficacité de la plateforme medPRO: ils se sont intéressés à l'unité neuro-vasculaire, à la pharmacie et au bloc opératoire du CHU de Saint-Etienne (France). Plusieurs outils d'optimisation spécifiques ont été développés et inclus dans la plate-forme.

# 3.6 Analyse et modélisation du parcours du patient dans le centre hospitalier universitaire de Toulouse

Le problème du parcours des patients par séjour a été abordé dans l'article [9]. Ce séjour doit être le plus court et le plus efficient possible dans le respect des indications médicaux, du confort et de la sécurité du patient, ainsi que de la qualité des prestations fourniers. Donc ce travail permet d'une part de mettre en relation les différents processus identifiés et d'autre part de positionner les différents centres des décisions impliqués.[22]

# 3.7 Modélisation et simulation de l'unité d'hémobiologie du laboratoire central de l'HMRUO d'Oran-Algérie

Parmi les travaux qui ont déjà appliqué les outils de recherche opérationnelle au niveau des hôpitaux on cite Le problème posé dans [6]. Leur objectif est de modéliser et simuler l'Unité d'Hémobiologie du Laboratoire Central de l'hôpital militaire régional universitaire d'Oran (HMRUO) en Algérie, en utilisant la méthodologie ASCI (analyse, spécification, conception et implémentation).

L'Hémobiologie est une discipline médicale concernant les indications, les modalités, la surveillance, l'efficacité et les complications de la perfusion de sang ou de dérivés sanguins. L'unité d'hémobiologie est une unité essentielle qui occupe une place importante dans les hôpitaux. Le but de cette étude est l'évaluation du taux d'utilisation des salles et des médecins de cette unité. Pour cela, ils ont utilisé l'outil ARIS pour spécifier le modèle de connaissance ainsi que SIMULA, Witness et QNAP2 pour le passage d'un modèle

de connaissance vers des modèles d'action. Un modèle intermédiaire de réseau de files d'attente a été employé. Ils ont obtenu pour les trois simulateurs des résultats qu'ils ont confrontés.

# 3.8 Une méthodologie de modélisation pour les systèmes hospitaliers : Application au Nouvel Hôpital Estaing en Francee

Les systèmes hospitaliers, entrant dans une logique de gestion d'entreprise, réfléchissent à de nouvelles organisations de leurs structures afin de répondre aux objectifs de diminution des coûts, de satisfaction des patients, de gestion du temps qui leurs sont fixés. L'application de la tarification à l'activité oblige les hôpitaux publics à envisager un contrôle rigoureux de leurs processus pour limiter leurs dépenses et optimiser leur fonctionnement général. Pour cela, les structures hospitalières ont besoin d'outils de gestion et d'aide à la décision adaptés à leurs spécificités. Pour concevoir de tels outils, il est nécessaire de mener une réflexion sur les approches et les méthodes de modélisation, étape indispensable pour la formalisation de la connaissance de tout système. Il obtient les résultats suivants :

- occupation des lieux (salles, lits..) et des différents types de ressources humaines;
- temps passé dans le système par chaque patient;
- pour le bloc obstétrique, le nombre de naissances de chaque type (accouchement voie basse et césarienne);
- le temps de retard des activités par rapport à leur heure de début/ de fin prévue.

# 3.9 Modélisation et Simulation du Mouvement des Malades au niveau de l'Hôpital Khellil Amrane Bejaïa

[1] L'objectif de ce travail est d'évaluer les performances actuelles de l'Hôpital Khellil Amrane, puis d'évaluer ces mêmes performances après modification de quelques paramètres du système. Le mouvement des malades au niveau de l'Hôpital Khellil Amrane a été modélisé par un réseau de files d'attente. Ils ont appliqué trois approches : une méthode analytique, une méthode de simulation et une méthode approximative. Ces études ils ont permis de calculer les caractéristiques suivantes :

- Le temps moyen d'attente et de séjour au niveau du service des urgences,
- Le taux d'occupation du service des urgences, ainsi que ses différentes salles.
- le temps moyen de séjour et le nombre moyen de malades au niveau des services d'hos-

pitalisation.

- les taux d'occupation des lits et des infirmiers dans les services d'hospitalisation.

Une comparaison des résultats obtenus a été effectuée afin de valides a modèle de simulation élaboré.

Une analyse sensitive a permis d'évaluer les performances du système un changement de quelques paramètres, tels que :

- L'affectation d'un autre médecin à la salle de consultation associée au service de l'urgences.
- Variation du taux d'arrivée du malade.
- Variation du nombre de lits et des infirmiers affectés au niveau des services d'hospitalisation.[17]

### 3.10 Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons cité plusieurs modèles mathématiques qui seront utiles pour la file d'attente de la demande qui sera l'objet du chapitre suivant.

# Modélisation, performance et interprétation des résultats

#### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous construisons le modéle mathématique du mouvement des malades au niveau de l'hôpital Khellil Amrane. Nous analysons les performances du système.

# 4.2 Mouvement d'un malade au niveau du service des urgences

Généralement, tous les malades avec leurs accompagnateurs, sont reçus au niveau de la salle d'attente, ou ils attendent leurs tours de passage. Les cas jugés graves par l'infirmier de service seront priorisés et introduits directement dans la salle de consultation.

Après consultation et diagnostic du malade. Le médecin prendra la décision appropriée

Après consultation et diagnostic du malade, Le médecin prendra la décision appropriée. Trois cas de figure peuvent se présenter :

- Le malade nécessite seulement un traitement médical, et juste une ordonnace médicale sera dèlivré.
- Le malade blessé ou fracturé est orienté vers les salles de soins ou de plâtre puis, sortira après traitement.
- Le malade présentant des signes de gravités est orienté par le médecin à la salle d'observation pour établissement de bilans standards et de radios, afin de la traiter ou de déterminer sa pathologie.

La décision de sa sortie, de son hospitalisation, ou de son évacuation sera prise après analyse du bilan médical par le médecin.

Le schéma suivant illustre les différents mouvements des malades au niveau du service des urgences.

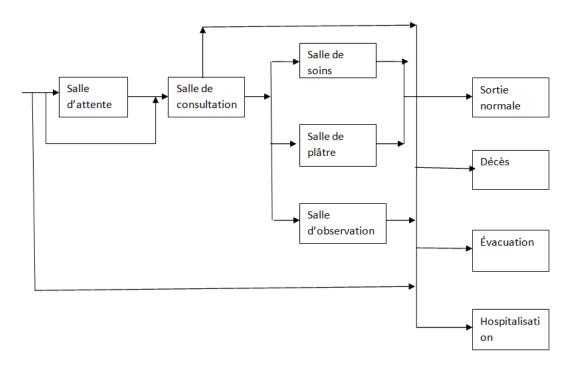


FIGURE 4.1 – Mouvements des malades au niveau du service des urgences.

#### 4.3 Modélisation du mouvement des malades

le mouvement des malades au niveau de l'Hôpital Khellil Amrane peut etre modélisé par un réseau de files d'attente. les malades représentent les arrivées dans le système. Ils se distinguent par leurs classes, les serveurs du système sont les salles de consultation, de soins, de platre, d'observation.

#### 4.4 Description des arrivées

#### 4.4.1 Classes des malades

les malades arrivés à l'Hôpital sont répartis en 02 classes :

C1 : Les malades jugés très grave.

C2: Les malades moins graves.

Classe	C1	C2
fréquence	0.34	0.66
fréquence cumule	0.34	1

Table 4.1 – Fréquence des arrivées à la salle de consultation par classe.

#### Identification du flot des arrivées

Pour déterminer le flot des arrivées, nous avons utilisé 02 types de données :

- Le premier type de données utilisées s'étalent de la période allant du 1<sup>er</sup> Avril 2016 au 30 Avril 2016, prélevées sur les registres tenus au niveau du service des urgences.
- Le deuxième type de données sont collectées au niveau de la salle d'attente sur un période de 03 jours.

 $X_1$ : le nombre des malades arrivés à une date donnée.

 $X_2$ : représente l'intervalle de temps, en heure, séparant deux arrivées.

Les résultats obtenus après l'ajustement des variables  $X_1$  et  $X_2$  par le test de Kolmogorov-Smirnov sont présentés sur le tableau suivant :

variable	lois	KS Calcul	KS théor	Taille d'échant	Paramètre
$X_1$	Poisson	0.15426	0.23527	48	m=89.63889
$X_2$	Poisson	0.12536	0.290	30	m=89.63889

Table 4.2 – Ajustement des arrivées.

#### Interprétation:

L'ajustement de la variable  $X_1$  par une loi poisson donne une statistique de Kolmogorov-Smirnov égal à 0.15426. cette valeur est inférieure à la valeur tabulée (0.18763), au niveau  $\alpha$ =0.01. L'ajustement de la variable  $X_2$  par une loi poisson donne une statistique de Kolmogorov-Smirnov égal à 0.12536. cette valeur est inférieure à la valeur tabulée (0.240), au niveau  $\alpha$ =0.01.

#### 4.5 Description des serveures

Aprésent, nous allons définir les serveures de chaque salle d'urgence.

#### 4.6 Type de serveure

Le service des urgances est composé de 04 stations : la salle de soins, la salle de plâtre, la salle d'observation et salle de consultation. Touts les malades passent par la salle de consultation.

A la sortie de cette salle, certains malades sont orientés vers autres salles. On sépare 04 classe de manière suivant :

C3 : Elle représente les malades qui sont affectés à la salle de soins.

C4 : Elle représente les malades qui sont affectés à la salle de plâtre.

C5: Elle représente les malades qui sont affectés à la salle d'observation.

C6 : Elle représente les malades sortant après consultation.

Les fréquences associées à ces classes sont regroupées dans le tableau suivant :

Classe	C3	C4	C5	C6
fréquence	0.06	0.21	0.34	0.39
fréquence cumul	0.06	0.27	0.61	1

Table 4.3 – Les fréquences associées à chaque classes.

A la sortie d'un malade de la salle d'observation, soit il est hospitalise, soit il quite le systeme, avec les fréquences cumulées citées dans le tableau suivant :

Classe	Orientation	Hospitalisation
fréquence	0.16	0.84
fréquence cumul	0.16	1

Table 4.4 – Fréquences d'orientation des malades.

#### 4.7 Discipline de service

La discipline de service de chaque serveur est la suivante :

- Pour la salle de consultation, la discipline de service entre les malades de la classe
   C1 et ceux de classe C2 est à priorité relative.
- Pour les autres salles sont servis selon la discipline FIFO.
- Le nombre de serveurs associés à chaque salle du service des urgences est présent par le tableau suivant :

Salle	Nombre de serveur
Consultation	02 médecins
Soins	03 paillasses
Plâtre	01 paillasse
Observation	15 lits

Table 4.5 – les serveurs associés à chaque salle de service des urgences.

#### 4.8 Identification de la loi de la durée de service :

Les durées de service en minute, pour la salle de consultation, de soins, de plâtre, et les durées de service en jour, pour la salle d'observation, sont calculées par la formule suivante :

Di=Si-Ei avec

Ei : temps d'entrée d'un malade i;

Si: temps de sortie d'un malade i;

On considère:

Y1 : la durée de service dans la salle de consultation.

Y2 : la durée de service dans la salle de plâtre.

Y3: la durée de service dans la salle de soins.

Y4 : la durée de service dans la salle d'observation.

Les lois des durées de service sont ajustées à l'aide de test de Kolmogorov-Smirnov. Les résultats obtenus sont representés sur le tableau suivant :

variable	lois	KS Calcul	KS théor	Taille d'échant	Paramètre
Y1	Exponentielle	0.1619	0.221814904	54	m=0.05337362
Y2	Exponentielle	0.25898	0.290	30	m=0.05628518
Y3	Exponentielle	0.31999	0.356	20	m = 0.06116208
Y4	Exponentielle	0.14643	0.270	35	m=0.1320755

Table 4.6 – Ajustement des durées des salles .

#### 4.8.1 Interprétation :

L'ajustement des variable Y1, Y2, Y3 et Y4 par une loi Exponentielle donne des statistiques de Kolmogorov-Smirnov inférieure aux valeur tabulée de Kolmogrov, au niveau  $\alpha$ =0.01. On accepte alors l'ajustement des durées de service des salles par une loi exponentielle.

#### 4.9 Le modèle obtenu

Nous avons modélisé le système par un réseau de files d'attente.

- La première file correspond à la salle de consultation. Elle est de type M/M/2.
- La deuxième file correspond à la salle de soins. Elle est de type M/M/3.
- La troisième file correspond à la salle de plâtre. Elle est de type M/M/1.
- La quatrième file correspond à la salle d'observation. Elle est de type M/M/15.

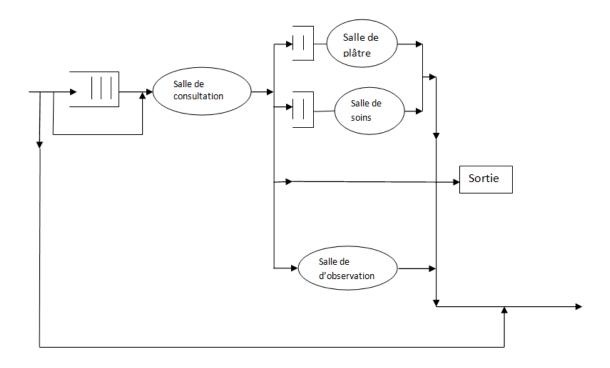


FIGURE 4.2 – Modéle analytique.

#### 4.10 Simulation

Dans cette partie nous constituions un algorithme qui est fait sur l'environnement matlab pour évaluer les performances du système en cas de changement de quelques paramètres : le taux d'arrivée, le taux de service et les fréquences des malades qui sont affectés par la salle de consultation vers les autres salles.

Cet algorithme se représente comme suit :

Etape01 : lire  $(\lambda, \mu, s \text{ et p1, p2, p3})$ ; Etape02 :calculer les caractéristiques du système de filles d'attente suivant : si M/M/1

$$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

$$W_q = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

sinon M/M/s Ou : $P_0$  est la probabilité que la station soit vide.

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{s} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^{s+1}}{s!(s-\lambda/\mu)}\right]^{-1}$$

$$L_s = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_q = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{1}{s!} \frac{\rho}{(1-\rho)^2} p_0$$

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$W_s = Wq + \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

Les tableaux suivant résument les résultats obtenus par notre algorithme :

Tableau 1:

Les données	Les entrés	Les résultats	Les sorties
S	2	$L_s$	0.0139
λ	15	$Lq_1$	0.0071
$\mu$	20	$Lq_2$	0.0018
$p_1$	0,2	$W_S$	0.1006
$P_2$	0,35	$Wq_1$	4.7217e-004
$p_3$	0,1	$Wq_2$	1.2221e-004

Table 4.7 – Les résultats de sumilation de service des urgences si  $\lambda=15$  et  $\mu=20$ .

Tableau 2:

Les données	Les entrés	Les résultats	Les sorties
S	2	$L_s$	0.0322
λ	10	$Lq_1$	0.0142
$\mu$	12	$Lq_2$	0.0041
$p_1$	0,5	$W_S$	0.1685
$P_2$	0,1	$Wq_1$	0.0014
$p_3$	0,2	$Wq_2$	4.1335e-004

Table 4.8 – Les résultats de sumilation de service des urgences si  $\lambda = 10$  et  $\mu = 12$ .

#### Tableau 3:

Les données	Les entrés	Les résultats	Les sorties
S	2	$L_s$	0.0172
λ	20	$Lq_1$	0.0110
$\mu$	18	$Lq_2$	7.6153e-014
$p_1$	0,1	$W_S$	0.1117
$P_2$	0,3	$Wq_1$	5.4924e-004
$p_3$	0,5	$Wq_2$	3.8077e-015

Table 4.9 – Les résultats de sumilation de service des urgences si  $\lambda = 20$  et  $\mu = 18$ .

#### Tableau 4:

Les données	Les entrés	Les résultats	Les sorties
S	2	$L_s$	-0.0621
λ	35	$Lq_1$	-0.0786
$\mu$	12	$Lq_2$	0.0026
$p_1$	0,1	$W_S$	0.1645
$P_2$	0,2	$Wq_1$	-0.0022
$p_3$	0,15	$Wq_2$	7.4614e-005

Table 4.10 – Les résultats de sumilation de service des urgences si  $\lambda=35$  et  $\mu=12$ .

#### Sachant que:

 $\lambda$  : le nombre des malades arrivées par heure.

 $\mu$ : le nombre des malades sorties par heure.

p1 : La fréquence des malades qui sont affectés vers la salle soins.

P2 : La fréquence des malades qui sont affectés vers la salle de plâtre.

p3 : La fréquence des malades qui sont affectés vers la salle d'observation.

Ls : Le nombre moyen de client dans le système.

 $Lq_1$ : Le nombre moyen de client dans la salle de consultation.

 $Lq_2$ : Le nombre moyen de client dans les autres salles.

Ws: Temps moyen de séjour d'un client dans le système.

 $Wq_1$ : Temps moyen d'attente d'un client dans la salle de consultation.

 $Wq_2$ : Temps moyen d'attente d'un client dans les autres salles.

#### 4.11 Interprétation des résultats

D'après la comparaison entre les résultats représentés dans les tableaux précédents on conclut que : D'après les tableaux 1,2, 3 on a si :

 $\lambda < \mu$  on trouve que le système est stable.

et d'après le tableau 4 on a si :

 $\lambda > \mu$  on trouve le système n'est pas stable.

#### 4.12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle retenu pour modélies le parcours des malades au niveau de service d'urgence de l'hôpital Khellil Amrane et les performances actuelles.

# Conclusion générale

Dans ce travail , nous avons présenté une méthodogie de modélisation du mouvement des malades au niveau de service des urgences de l'Hôpital Khellil Amrane de Béjaia, en vue de déterminer les besoins théoriques de chaque salle de service. Le mouvement des malades au niveau du service des urgences de l'hôpital Khellil Amrane a été modélisé par un réseau de files d'attente . Le traitement statistique des données a permit de déterminer les lois régissants le modèle . Il révéle que le processus d'arrivées des malades est poissonniennes, et que la loi de chaque salle associé au service des urgences est exponentielle. L'ajustement de ces lois a été fait par le test de Kolmogrov-Smirnov. D'après la simulation qu'on a fait on a déduit que :

Pour que le service des urgences soit stable il faut que  $\rho < 1$  .

Par contre si on a le rang supérieur à 1 le système devient n'est pas stable. Alors pour améliorer le service on propose comme solution d'ajouter un médecin et augmenter le nombre de lits.

Il serait intéressant de compléter ce travail, en traitant les points suivants :

- La variation d'autre paramétrés.
- Modélisation du système par des réseaux de pétri.

# Bibliographie

- [1] Abdrahmani H et Dehas N , Modélisation et simulation du mouvement des malades au niveau de l'hôpital khellil Amrane , Mémoire d'ingéniorat d'état en Recherche Opérationnelle, Université de Béjaia, 1999.
- [2] Adjabi S, statistique mathématique, Département de recherche opérationnelle, Université de Béjaia, 1996.
- [3] Aissani A, Elément de simulation statistique, Université de Blida, 141-142, 1998.
- [4] Aissani D, Cours de modélisation, Département de Recherche Opérationnelle, Université de Béjaia, 1997.
- [5] Aissani A et Aissani D, Méthodes mathématique d'analyse des phénomènes d'attente apparaître aux éditions scientifiques, Paris.
- [6] Alain T et Khaled B, Modélisation et simulation de l'unité d'hémobiologie du laboratoire central de l'Hmruo d'Oran-Algérie, 974-50, 10 au 12 mai 2010.
- [7] AZIZ M, Recouvrement des couts de soins hospitaliers de la caisse nationale de Prévoyance sociale cas de l'hôpital Moulay Rachid de Casablanca, 1258-64., Juillet 2012.
- [8] Bulletin trimestriel de l'école national de santé publique. El Marsa  $N^{\circ}$  02, l'évaluation à l'hôpital, 1 26, Juillet 1996.
- [9] Colette M Gérard F, Daniel D, Analyse et modélisation du parcours du patient, Logistique et Management, pp. 263-44, 2004.
- [10] Contandriopoulos A-P, le système de sante et la prévision de l'ore de service médicaux, Thèse de Ph.D, U nivosité de Montréal, 11 - 17, 1976.
- [11] Delannoy C, Programmer en turbo pascal 7.0, Éditions Berti, 441-460, 1990.
- [12] Document interne de la Direction de la santé et de la Population, Béjaia, 1997.
- [13] Document interne de l'hôpital Khellil Amrane, Béjaia, 1997.
- [14] Erard P-J et Deguenon R, Simulation par événement discrets, Editions Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1465-1481., 1996.

- [15] Exposito P. et Walle J.M Ernst CH., Retting R. Insertion des techniques de modélisation dans le contrôle de gestion en milieu hospitalier public gestion hospitalière.1465-1481., Novembre, 1976.
- [16] Fdida S. et Pujolle G, Modèles de systèmes de réseaux, tome 1 : Performances, Edition Eyrolles, 1989.
- [17] Fdida S. et Pujolle G, Modèles de systèmes de réseaux, tome 2 : Filles d'attente, Edition Eyrolles, 21-35, 1989.
- [18] Gelenbe E, et Pujolle G, *Introduction aux réseaux de fille d'attente*, Edition Eyrolles, 1982.
- [19] Helary J-M et Pedrono R, Travaux dirigés de la recherche opérationnelle, Edition Hermann collection, 1983.
- [20] Jihéne JLASSI, Amélioration de la performance par la modélisation des flux logistiques des patients dans un service d'urgence hospitalier, Thèse de Doctorat.
- [21] Journal officiel, Conventions et accords Internationaux, (lois, décrets, arrêtés, décision, ais, communications et annonces),  $N^{\circ}81$ , 1997.
- [22] Kao E P C. Modeling the movement of coronary patients within a hospital by semimarkov processus. Opération Research, volume 22, pp 683-699, 142-51., July-August, 1974.
- [23] Martel A, Technique et application de la recherche opérationnelle, Edition Gieten Morin, 1979.
- [24] Monsey Y, Modélisation et simulation des systèmes complexes, Edition Lavoisier, 1996.
- [25] Ruegg A, Processus Stochastiques avec application aux phénomènes d'attente et de fiabilité, Editions presses polytechniques Romandes, 1989.
- [26] Vincent A, Modélisation, analyse et pilotage de flux en milieu hospitalier à l'aide d'uml et des réseaux de pétri, 2008.
- [27] WANG T, Organisation et pilotage des services sur le trajet des urgences, 595-645, 2008.
- [28] Y. P. Mack, Local properties of k-nn regression estimates, SIAM, J. Alg. Disc. Meth. 2, 311-23, 1981.

# Annexe A

#### la durée hospitalise de chaque salle

#### la durée hospitalise de salle de consultation

```
sallede consultation = c(59,37,11,7,3,8,28,22,17,54,27,8,24,5,2,2,84,36,5,6,29,4,2,2,28,31,2,2,2,35,2,25,5,11,29,8,3,2,4,18,3,71,27,8,9,4,2,36,8,55,33,40,8) \\ > ks.test(sallede consultation,"pexp",1/mean(sallede consultation)) \\ One-sample Kolmogorov-Smirnov test \\ data: sallede consultation \\ D = 0.1619, p-value = 0.1242
```

### la durée hospitalise de salle de platre

```
> salledeplatre = c(7,7,18,22,11,8,5,25,9,10,15,30,20,40,15,16,17,18,14,13,12,19,21,23,24,6,35,25,20,28) \\ > ks.test(salledeplatre,"pexp",1/mean(salledeplatre)) \\ One-sample Kolmogorov-Smirnov test \\ data: salledeplatre \\ D=0.25898, p-value=0.03576
```

#### la durée hospitalise de salle de soins

```
> salledesoins = c(10,17,18,25,25,20,5,14,15,5,20,19,12,13,30,16,17,18,20,8) \\ > ks.test(salledesoins,"pexp",1/mean(salledesoins)) \\ One-sample Kolmogorov-Smirnov test \\ data: salledesoins \\ D=0.31999, p-value=0.03329
```

# Annexe B

### l'algorithme

```
function [Ls, Lq1, Lq2, Ws, Wq1, Wq2] = Simulateur2(s, lamp, mu, p1, p2, p3) som=0;
for n=0:s
som = som + (puis(lamp/mu,n)/fact(n));
end
som=som+puis(lamp/mu,s+1)/(fact(s)*(s-lamp/mu));
Po=1/som;
rou=lamp/(lamp*mu);
Lq1=puis(lamp/mu,s)*(1/fact(s))*(rou/puis(1-rou,2))*Po;
Ls=Lq1+rou/mu;
Wq1=Lq1/lamp;
Ws=Wq1+1/mu;
u=rand;
if u \le p1
som=0;
for n=0:3
som = som + (puis(lamp/mu,n)/fact(n));
end
som=som+puis(lamp/mu,4)/(fact(3)*(3-lamp/mu));
Po=1/som;
rou=lamp/(lamp*mu);
Lq2=puis(lamp/mu,3)*(1/fact(3))*(rou/puis(1-rou,2))*Po;
Ls=(Ls+Lq2+rou/mu);
Wq2=Lq2/lamp;
Ws=(Ws+Wq2+1/mu)/lamp;
else
if u \le p2 + p1
som=0;
```

```
for n=0:1
som = som + (puis(lam/mu,n)/fact(n));
end
som=som+puis(lamp/mu,2)/(fact(1)*(1-lamp/mu));
Po=1/som;
rou=lamp/(lamp*mu);
Lq2=puis(lamp/mu,1)*(1/fact(1))*(rou/puis(1-rou,2))*Po;
Ls=(Ls+Lq2+rou/mu);
Wq2=Lq2/lamp;
Ws=(Ws+Wq2+1/mu)/lamp;
else
if u \le p1+p2+p3
som=0;
for n=0:15
som = som + (puis(lamp/mu,n)/fact(n));
end
som=som+puis(lamp/mu,16)/(fact(15)*(15-lamp/mu));
Po=1/som;
rou=lamp/(lamp*mu);
Lq2=puis(lamp/mu,15)*(1/fact(15))*(rou/puis(1-rou,2))*Po;
Ls=(Ls+Lq2+rou/mu);
Wq2=Lq2/lamp;
Ws=(Ws+Wq2+1/mu)/lamp;
else
disp('Sortir');
end
end
end
```

#### Résumé

L'objectif de cette étude est d'évaluer les performances actuelles de service des urgences au niveau de l'Hôpital Khellil Amrane, puis d'évaluer ces mêmes performances après modification de quelques paramètres du système. Le mouvement des malades de service des urgences au niveau de l'Hôpital Khellil Amrane a été modélisé par un réseau de files d'attente. Nous avons appliqué deux approches : l'ajustement des lois avec le test de Kolmogorov-Smirnov et la simulation à l'aide du l'environnement Matlab.

Une analyse sensitive a permis d'évaluer les performances du système un changement de quelques paramètres, tels que :

- L'affectation d'un autre médecin à la salle de consultation.
- Variation du nombre de lits affectés au niveau des autre salles.

Mots clés : Modélisation Mathématique, Ajustement, Service des urgences, Simulation, Réseaux de fille d'attente .

#### Abstract

The objective of this study is to evaluate the current performance of the emergency department at the Hospital Khelil Amrane, then evaluate these performance after changing some parameters of the system. The movement of emergency department patients at the Hospital Khelil Amrane was modeled by a queuing network. We applied two approaches: the adjustment of laws with the Kolmogorov-Smirnov and simulation using Matlab.

A sensory analysis was used to evaluate system performance change a few parameters, such as:

- Assigning another doctor in the consultation room.
- Change in the number of beds allocated at the other rooms.

**Key words**: Mathematical Modelling, Adjustement, Emergency Room, Simulation, Queing networks.