

République Algérienne Démocratique et Populaire

Université de Bejaia

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de master

En Electronique

Spécialité : Automatique

Thème

Observateur Hybride Comme Outil de Diagnostic

Présenté et soutenu par :

Mr. OURAMDANE Farouk

Encadré par:

Mr. ABDI Sidi M^{ed} El Amine

Devant le Jury:

Mr. ARKOUB

Mr. TAFININE

2012/2013



EN ESSAYANT CONTINUUELLEMENT ON FINIT PAR
REUSSIR. DONC :
PLUS Ça RATES ; PLUS ON A
DE CHANCE QUE Ça MARCHE

Il est facile d'obtenir tout ce que vous désirez,
pourvu que vous commenciez par apprendre
à vous passer de ce que vous
ne pouvez obtenir.

Remerciements

*Au terme de ce modeste travail, je tiens à exprimer ma
profonde gratitude et mon vif remerciement :*

*Avant tous, je remercie ALLAH le tout puissant pour m'avoir
donné la force et la patience pour mener à terme ce travail.*

A ma famille : surtout mes parents pour leur aide et soutien.

*A Mr ABDI : mon promoteur, pour avoir accepté de me
guider sur le bon chemin du travail.*

*Aux membres de jury : pour avoir accepté de juger notre
travail.*

*A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la
réalisation de ce mémoire.*

Dédicaces

A mes très chers parents

A ma grande mère

A toute ma famille

A tous mes amis

A toute la promo d'Automatique 2013

Tables des matières :

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I

Système Dynamique Hybride

I-1 Introduction.....	4
I-2 Définition des systèmes hybrides	4
I-3 Définition des automates hybrides	5
I-4 Ensembles de temps hybrides et Exécutions	6
I-4-1 Ensembles de temps hybrides	6
I-4-1-1 Trajectoires hybrides	8
I-4-1-2 Exécutions	9
I-4-1-3 Classification des exécutions	10
I-4-2 Existence d'exécutions.....	11
I-4-2-1 Etat atteignable	11
I-4-2-2 Ensemble invariant.....	12
I-4-2-3 Existence locale et unicité	14
I-5 Classes particulières de systèmes dynamiques hybrides	16
I-5-1 Systèmes à saut (impulsionnels) (<i>jump linear systems - JLS</i>)	16
I-5-1-1 Saut autonome	16
I-5-1-2 Saut contrôlée	17
I-5-2 Systèmes à commutation (<i>switched systems</i>).....	17
I-5-2-1 Commutation autonome	18
I-5-2-2 Commutation contrôlée	18
I-5-3 Systèmes affines par morceaux (<i>piecewise affine systems - PWA</i>).....	20

I-5-4 Modèles logique/dynamiques mixtes (<i>mixed logical dynamical</i> - MLD)	22
I-6 Conclusion	23

Chapitre II

Observateurs Hybrides

II-1 Introduction	24
II-1-1 Problème de l'observation	24
II-1-2 Conception d'observateur	25
II-2 Observateurs pour systèmes hybrides linéaires	26
II-2-1 Observateur d'Andrea Balluchi	26
II-2-1-1 Observateur pour système hybride à état courant observable	27
II-2-1-2 Observateur pour système hybride général	30
II-2-1-3 Synthèse de l'observateur continu	33
II-2-1-4 Résultat de l'observateur d'Andrea Balluchi	35
II-2-2 Observateur imbriqué	37
II-2-2-1 Introduction	37
II-2-2-2 Identification de l'état discret	39
II-2-2-3 Un observateur pour l'état continu	47
II-2-2-4 L'observateur d'états continus dans l'observateur imbriqué	49
II-3 Conclusion	51

Chapitre III

Convertisseurs Multiniveaux

III-1 Introduction	53
--------------------------	----

III-2 Structure de conversion d'énergie multiniveaux	56
III-2-1 Les convertisseurs multiniveaux en cascade	56
III-2-2 Les convertisseurs multiniveaux à structure NPC (Neutral Point Clamped)	57
III-2-3 Les convertisseurs multicellulaires série ou à cellule imbriqués	59
III-3 Observations des tensions aux bornes des condensateurs.....	60
III-4 Conclusion	61

Chapitre IV

Application de l'observateur sur le convertisseur

IV-1 Introduction.....	62
IV-2 Modélisation d'un convertisseur multicellulaire	62
IV-2-1 Convertisseur à deux cellules.....	64
IV-2-1-1 Automate hybride d'un Convertisseur à deux cellules.....	65
IV-2-1-2 Schéma d'automate hybride d'un convertisseur à deux cellules.....	69
IV-2-1-3 Plan de phase	70
IV-2-1-4 Analyse de convergence	71
IV-2-1-5 Modélisation hybride avec state flow	73
IV-2-1-6 Observateur de l'état discret du convertisseur à deux cellules.....	75
IV-2-1-7 Résultat de simulation	77
IV-3 Conclusion	81
Conclusion générale.....	82

Tables des figures :

Fig.1 *couplage continu/discret au sein d'un système hybride*.....1

Chapitre 1

Fig. 1.1 *un ensemble de temps hybride* 7

Fig. 1.2 $\tau \subset \hat{\tau}$, $\hat{\tau} \subset \tau$ 8

Fig. 1.3 *exemple d'exécution du réservoir d'eau automate hybride* 10

Fig. 1.4 τ_A finie, τ_B finie ouverte, τ_C et τ_D infinie, τ_E et τ_F zeno..... 11

Fig. 1.5 *exemples de blocage et le non-déterminisme* 14

Fig. 1.6 *classification de Branicky* 16

Fig. 1.7 *automate hybride de la balle bondissante* 17

Fig. 1.8 *fonctions d'hystérésis* 18

Fig. 1.9 *automate hybride associe*..... 18

Fig. 1.10 *caractéristique de la boite a vitesse* 19

Fig. 1.11 *automate hybride de la boite de vitesse automatique* 20

Fig. 1.12 *oscillateur électronique*.....21

Fig. 1.13 *caractéristique de la valve*.....21

Fig. 1.14 *automate hybride de l'oscillateur électronique à valve* 22

Chapitre 2

Fig. 2.1 *observateur : la partie essentielle dans la commande*.....25

Fig. 2.2 *Structure de l'observateur hybride*.....27

Fig. 2.3 *observateur hybride pour SDH ECO*28

Fig. 2.4 *le SED et sont observateur*30

Fig.2.5 *générateur des signatures*31

Fig. 2.6 *le temps de convergence et le temps de séjour*32

Fig.2.7 *systèmes et observateurs*36

Fig.2.8 *variables auxiliaires de Balluchi pour différentes conditions initiales*.....37

Fig.2.9 *zoom sur les variables tracées sur la figure 2.8*.....37

Fig. 2.10 *système hybride*.....38

Fig. 2.11 *structure d'observateur hybride*.....38

Fig.2.12 observateur imbriqué.....	39
Fig.2.13 la reconnaissance de l'état discret de $u(t)$ et $y(t)$	44
Fig.2.14 exemple d'un signal de réinitialisation de l'observateur de l'état discret.....	44
Fig.2.15 exemple d'adaptation du signal de réinitialisation	45
Fig.2.16 système hybride.....	45
Fig.2.17 illustration du signal de réinitialisation et de décision	46
Fig.2.18 erreur d'observation de l'état discret et retard introduit par l'observateur.....	46
Fig.2.19 erreur d'observation d'un état continu au cours d'une évolution hybride.....	47
Fig.2.20 l'observateur imbriqué.....	49
Fig.2.21 utilisation de l'observateur continu.....	50
Fig.2.22 observateur imbriqué.....	50
Fig.2.23 observation et erreur d'observation sans utilisation des observateurs de Luenberger.....	51
Fig.2.24 observation et erreur d'observation avec utilisation des observateurs de Luenberger.....	51
Chapitre 3	
Fig.3.1 structure d'un convertisseur à N niveaux en cascade.....	57
Fig.3.2 structure d'un convertisseur polygonal à N niveaux.....	57
Fig. 3.3 bras d'onduleurs à structure NPC à N niveaux.....	59
Fig. 3.4 bras d'un convertisseur multicellulaire série à N niveaux.....	60
Fig. 3.5 principe d'un observateur d'état d'un convertisseur multicellulaire série.....	61
Chapitre 4	
Fig.4.1 convertisseur multicellulaire.....	63
Fig.4.2 convertisseur à deux cellules.....	64
Fig.4.3 convertisseur dans le mode q_1	65
Fig.4.4 convertisseur en mode q_2	66
Fig.4.5 convertisseur dans le mode q_3	67

Fig.4.6 convertisseur dans le mode q_4	67
Fig.4.7 domaine du mode q_1	68
Fig.4.8 domaine du mode q_2	68
Fig.4.9 domaine du mode q_3	68
Fig.4.10 domaine du mode q_4	68
Fig4.11 l'automate hybride d'un convertisseur a deux cellules.....	70
Fig.4.12 la convergence du convertisseur à deux cellules.....	70
Fig4.13 la bande B du convertisseur.....	71
Fig4.14 la bande A du convertisseur.....	71
Fig.4.15 la zone d'équilibre du convertisseur.....	72
Fig.4.16 évolution de la tension de sortie.....	74
Fig.4.17 modèle hybride du convertisseur à deux cellules.....	75
Fig.4.18 structure SED du convertisseur à deux cellules.....	76
Fig.4.19 observateur de l'état discret juste par les sorties discrètes.....	77
Fig.4.20 signal de réinitialisation et décision.....	78
Fig.4.21 état discret $q(t)$ et observé $\hat{q}(t)$	79
Fig.4.22 zoom sur l'état discret $q(t)$ et observé $\hat{q}(t)$	79
Fig.4.23 erreur d'observation de l'état discret ($q(t) - \hat{q}(t)$).....	79
Fig.4.24 évolution de l'état continu $V_c(t)$ et observé $\hat{V}_c(t)$	80
Fig.4.25 erreur d'observation de la tension ($V_c(t) - \hat{V}_c(t)$).....	80
Fig.4.26 zoom sur l'erreur d'observation de la tension.....	80

Introduction générale :

En automatique, les systèmes physiques sont souvent décrits par un modèle continu ou bien par un modèle à événement discret. Or, les systèmes complexes sont souvent de nature hétérogène et ne peuvent pas être considérés comme continus ou discrets. Ce type de systèmes est présent dans la vie quotidienne et nous pouvons citer : le contrôle du trafic, les systèmes continus commandés par logique discrète, des usines chimiques avec des vannes et des pompes, le pilotage automatique des avions, etc....

Ainsi, le mixage de deux types de composantes de nature différente a donné une nouvelle catégorie de systèmes dynamique dite *hybride*. Cette dernière se caractérise par l'interaction de la partie continue décrite par les équations différentielles et de la partie discrète, représentée par les automates à états finis ou des réseaux de Pétri.

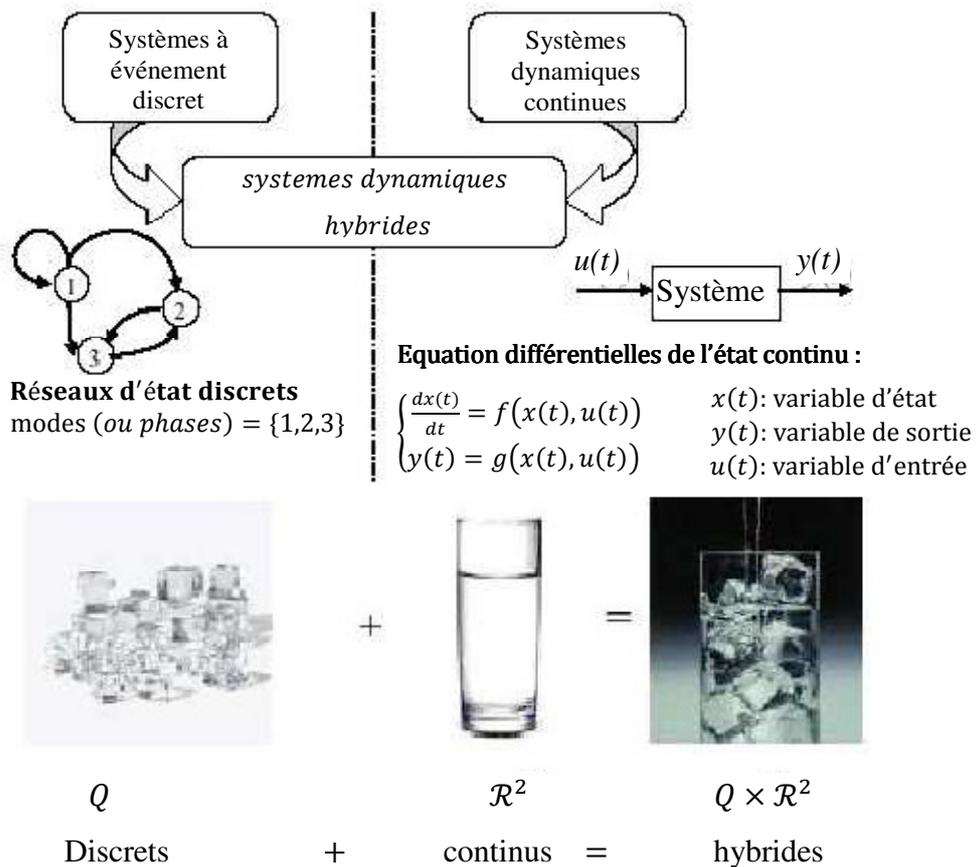


Fig.1 couplage continu/discret au sein d'un système hybride

La maîtrise du comportement des systèmes dynamiques hybrides (SDH) nécessite la connaissance des variables d'états continus, des modes du système ainsi que des informations sur les événements qui orchestrent les transitions. Or, il est souvent que des contraintes physiques et/ou économiques empêchent la mesure directe de l'état d'un SDH ainsi que celle des instants de passage d'un mode à un autre. Le recours à des observateurs permettant

d'estimer les états continus et discrets du SDH est dans ce cas la solution classiquement préconisée.

Ainsi, ce mémoire se focalise sur le problème de l'estimation de l'état pour une large classe de systèmes hybrides. Ceci est motivé par le fait que l'estimation de l'état est une étape importante, même indispensable pour la synthèse de loi de commande, pour le diagnostic ou la supervision des systèmes industriels. Par ailleurs, ce mémoire adopte une approche de synthèse basée sur méthode d'identification.

En effet, le choix d'un modèle simple reproduisant parfaitement le comportement d'un système est une tâche très difficile particulièrement quand il s'agit d'un système combinant deux aspects de natures différentes.

A nos jours, il existe dans la littérature principalement deux formalismes permettant la modélisation de l'aspect hybride : les automates hybrides ou bien par les réseaux de Pétri hybrides.

D'une manière informelle et générale, un automate hybride est l'association d'un automate d'états finis et un ensemble d'équations dynamiques continues pilotées par ce dernier. Les équations modélisant le comportement continu à un instant donné dépendent de l'état de l'automate, ce dernier pouvant évoluer en fonction des valeurs des grandeurs continues.

Une fois, le formalisme de modélisation est choisi, nous nous basons sur son exploitation pour la synthèse d'observateurs hybrides ayant une structure originale. Cette dernière est composée d'un observateur discret et un observateur continu en interaction. Le rôle du premier est d'estimer la composante discrète du système hybride. Quant au second, il estime la composante continue.

Ainsi, ce manuscrit sera débuté par un chapitre introductif sur les SDH et les contributions de ce travail seront résumées dans quatre chapitres. L'ensemble est organisé comme suit :

Chapitre 1 : Le premier chapitre est un résumé bibliographique sur les définitions, les méthodes de modélisation, et le calcul des solutions (exécution hybride) des systèmes dynamiques hybrides (SDH). Il donne aussi les motivations de ces travaux. Ces divers concepts sont illustrés sur des exemples académiques et applications plus proches de la pratique.

Chapitre 2 : Dans un premier temps, nous faisons un état de l'art du problème général de l'observation, des résultats classiques d'observabilité pour les systèmes linéaires, des

principaux travaux des dernières années pour les systèmes linéaires, ainsi une comparaison entre l'observateur imbriqué et l'observateur d'A. Balluchi.

Chapitre 3 : Dans ce chapitre, on rappelle brièvement quelques structures de convertisseurs multiniveaux existants, les différents modèles de convertisseur multicellulaire ainsi que les stratégies classiques d'observation développées.

Chapitre 4 : Ce chapitre est consacré à la modélisation et l'analyse du comportement d'un convertisseur multicellulaire d'un point de vue hybride. Nous avons mis en évidence le fonctionnement de cette structure en utilisant le modèle des différents modes et en établissant un automate hybride pour représenter le convertisseur.

Enfin, notre travail sera clôturé par une conclusion générale.

Chapitre I

Système Dynamique Hybride

I-1 Introduction.....	4
I-2 Définition des systèmes hybrides	4
I-3 Définition des automates hybrides	5
I-4 Ensembles de temps hybrides et Exécutions	6
I-4-1 Ensembles de temps hybrides	6
I-4-1-1 Trajectoires hybrides.....	8
I-4-1-2 Exécutions	9
I-4-1-3 Classification des exécutions	10
I-4-2 Existence d'exécutions	11
I-4-2-1 Etat atteignable.....	11
I-4-2-2 Ensemble invariant.....	12
I-4-2-3 Existence locale et unicité.....	14
I-5 Classes particulières de systèmes dynamiques hybrides	16
I-5-1 Systèmes à saut (impulsionnels) (<i>jump linear systems</i> - JLS)	16
I-5-1-1 Saut autonome	16
I-5-1-2 Saut contrôlée	17
I-5-2 Systèmes à commutation (<i>switched systems</i>)	17
I-5-2-1 Commutation autonome.....	18
I-5-2-2 Commutation contrôlée.....	18
I-5-3 Systèmes affines par morceaux (<i>piecewise affine systems</i> - PWA)	20
I-5-4 Modèles logique/dynamiques mixtes (<i>mixed logical dynamical</i> - MLD).....	22
I-6 Conclusion	23

"Pour reconnaître Que l'on n'est pas intelligent, Il faudrait l'être."

G. Brassens

I-1 Introduction

Dans de nombreuses applications modernes, l'interaction de plus en plus importante entre les systemes numeriques (ordinateurs, logiciels, composants logiques, etc.) et les processus physiques (relations entre signaux continus) a conduit, en Automatique, à l'émergence et à la formalisation des systemes dits hybrides.

Les systemes hybrides sont définis comme des sous-systemes continus et discrets interagissant entre eux. On distingue généralement deux grandes classes de systemes hybrides : la première est intrinsèquement hybride de par la présence de deux types de dynamique dans le même systeme. De tels systemes se rencontrent dans les industries du domaine aéronautique et spatial, automobile, l'agroalimentaire (processus batchs). La seconde classe de systemes hybrides concerne des processus continus pilotés par un contrôleur (ou superviseur) à événements discrets du type automates à états finis, Réseau de Pétri. Ce type de systeme se rencontre dans le domaine du génie des procédés.

Les systemes hybrides sont souvent utilisés dans des situations critiques (monitoring d'une centrale nucléaire ou contrôle de systemes de transport par exemple). Les erreurs de conception de tels systemes ne sont donc pas acceptables. C'est pourquoi des méthodes d'analyses automatiques des modèles de systemes hybrides ont été étudiées.

Vu la complexité intrinsèque de tels systemes, des outils de modélisation mathématiques ont également été nécessaires. Généralement, les dynamiques continues correspondant aux différents modes peuvent être modélisées à l'aide de systemes linéaires. Par contre, les dynamiques discrètes sont naturellement modélisées à l'aide d'automates finis. Récemment, la classe des automates hybrides a été proposée comme un formalisme qui permet de combiner les deux aspects : les dynamiques continues et l'évolution discrète entre celles-ci.

I-2 Définition des systemes hybrides

En automatique les systemes physiques sont souvent représentés par un modèle dynamique continu ou par un modèle à événements discret. La nature de chaque modèle est définie selon les variables utilisés pour décrire l'état du systeme et la variable caractérisant le temps. Il est important dans de nombreux cas d'utiliser l'une de ces deux catégories de modèles.

Cependant la majorité des systemes complexes réalistes mélangent le continu et le discret ne peuvent pas être classés ni dans la catégorie « systeme continu » ni dans la catégorie

« système discret ». Il est nécessaire alors de d'utiliser des modèles hybrides permettant la prise en compte à la fois des variables continus et des variables discrètes ainsi que l'interaction entre elles. Plusieurs modélisations hybrides ont été développées dans la littérature. Elles peuvent être classées en trois catégories principales [1].

L'approche discrète ou événementielle qui consiste à supprimer la dynamique continue du système, en interprétant le SDH comme un système à événement discret. Celle-ci est l'approche la plus utilisés dans la littérature. En effet, parmi les ses inconvénients, on a d'une part le risque d'obtenir un automate non déterministe et d'autre part le risque que la partition ne soit pas adéquate pour l'espace d'état. De plus les états continus peuvent alors avoir des transitions non admissibles [2].

L'approche continue qui consiste à supprimer la dynamique discrète du système de telle façon que le système ne puisse être modélisé que par des équations différentielles [3]. Cela peut poser un problème lors de la modélisation des systèmes complexes, tels les convertisseurs par exemple. Cette approche ne prend pas en compte les changements éventuels pour le passage d'une dynamique à une autre.

L'approche mixte qui utilise la même structure pour traiter les dynamiques continues et discrètes. Les SDH peuvent être modélisé par les automates hybrides [4]. L'approche mixte interprète le SDH comme une interaction de systèmes dynamiques de types différents. Cette approche est plus complexe et regroupe les avantages des deux approches précédentes. Dans ce qui suit, nous rappelons pour la formulation que nous pensons la plus générale et introduite par Lygeros et all dans [5].

I-3 Définition des automates hybrides

Un automate hybride est un système dynamique qui décrit l'évolution dans le temps des valeurs d'un ensemble de variables d'état discrets et d'état continus.

Définition 1 : [5] Un automate hybride H est une collection $H = (Q, X, f, Init, U, E, G, R)$

Où :

1. $Q = \{q_1, q_2, \dots\}$ est l'ensemble des états discrets (ou modes).
2. $X \in \mathcal{R}^n$ est un ensemble d'états continus.
3. $f(.,.): Q \times X \rightarrow \mathcal{R}^n$ est un champ de vecteurs.
4. $Init \subseteq Q \times X$ est un ensemble d'états initiaux.

5. $dom(.) : Q \times X$ est l'ensemble des transitions (ou arêtes).
6. $E \subseteq Q \times Q$ est un ensemble de transition
7. $R : E \times Y \rightarrow P(X)$ est la collection des fonctions de mise à jour (resets).
8. $G : E \rightarrow P(X)$ est la collection des gardes.

Remarque 1

- Si les équations différentielles associées aux éléments de f sont autonomes ($f_q : X_q \rightarrow \mathcal{R}^n$) (pas de commande continue), l'automate hybride est défini par le sextuple :

$$H = (Q, X, f, Init, U, E, G, R)$$

- Dans le modèle de l'automate hybride, l'espace d'état continu comme l'ensemble de commande peuvent varier avec l'état discret, par exemple pour tenir compte des défauts qui peuvent survenir dans le système. Par exemple, la déconnection d'un contrôleur dynamique lors d'une surintensité provoque le passage d'un fonctionnement en boucle fermée à un fonctionnement en boucle ouverte ce qui peut induire une diminution de l'ordre du système.

I-4 Ensembles de temps hybrides et Exécutions [5]

Les automates hybrides impliquent en même temps une évolution continue déterminée par des équations différentielles et des sauts discrets déterminées par un graphe dirigé (comme un automate). Pour caractériser l'évolution de l'état d'un automate hybride, on doit imaginer un ensemble de temps qui contient en même temps des intervalles continus de temps (durant lesquels l'évolution continue aura lieu). Un tel ensemble de temps est appelé un ensemble de temps hybride.

I-4-1 Ensembles de temps hybrides:

Définition 2 : Un ensemble de temps hybride est une séquence d'intervalles

$\tau = \{I_0, I_1, \dots, I_N\} = \{I_i\}_{i=0}^N$ finie ou infinie (c.-à-d. que $N = \infty$ est permis) telle que :

1. $I_i = [\tau_i, \tau_i']$ pour tout $i < N$.
2. Si $N < \infty$ alors soit $I_N = [\tau_N, \tau_N']$, ou $I_N = [\tau_N, \tau_N'[$; et
3. $\tau_i \leq \tau_i' = \tau_{i+1}$ pour tout i .

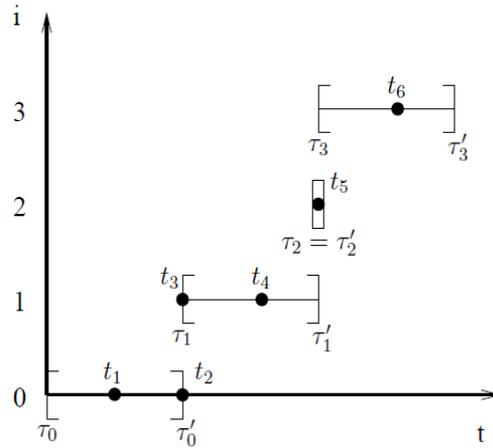


Fig.1.1 un ensemble de temps hybride

Un exemple d'un ensemble de temps hybride est celui qui donné par la figure1.1. Notez que point de la fin de temps de chaque intervalle I_i correspond au point de début de l'intervalle suivant I_{i+1} (voir les points de temps t_2 et t_3 à la figure1.1). L'interprétation est que ces instants sont les points de temps auxquels les transitions discrètes du système hybride ont lieu. τ'_i correspondent aux instants juste avant les transitions discrètes, alors τ_{i+1} correspondent aux instant juste après les transitions discrètes. Les transitions discrètes sont supposées être instantanées, ainsi $\tau'_i = \tau_{i+1}$. L'avantage de cette convention est qu'elle permet de modéliser des situations où plusieurs transitions discrètes ont lieu l'une après l'autre dans un même instant, et dans ce cas $\tau'_{i-1} = \tau_i = \tau'_i = \tau_{i+1}$ (voir l'intervalle $I_2 = [\tau_2, \tau'_2]$ dans figure1.1). Malgré son caractère est compliqué un peu, un ensemble de temps hybride τ est un objet mathématique plutôt bien comporté. Par exemple, il existe de façon naturelle dans laquelle les éléments de l'ensemble de temps hybride peuvent être commandés. Pour $t_1 \in [\tau_i, \tau'_i] \in \tau$ et $t_2 \in [\tau_j, \tau'_j] \in \tau$ nous disons que t_1 précède t_2 (dénotée par $t_1 < t_2$) Si $t_1 < t_2$ (I_e si le nombre réel t_1 est moins que le nombre réel t_2) Ou si $i < j$ (c'est à dire si t_1 appartient à un intervalle plus tôt que t_2). Sur la figure 1.1, nous avons $t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 < t_6$. En général, étant donné les deux différents instants de temps distincts, t_1 et t_2 appartenant à un certain τ on a soit $t_1 < t_2$ ou $t_2 < t_1$.

Si on utilise terminologie mathématique, on dira que chaque ensemble de temps τ hybride est totalement ordonné par la relation $<$.

Compte tenu deux séries de temps hybrides τ and $\hat{\tau}$ il est aussi un moyen naturel de définir si l'un est court que le autre (τ est appelé un préfixe de $\hat{\tau}$ si il est plus court). Plus formellement, nous disons que $\tau = \{I_i\}_{i=0}^N$ est un préfixe de $\tau = \{\hat{I}_i\}_{i=0}^M$ (et écrit $\tau \subseteq \hat{\tau}$) si ils sont soit identiques, soit τ est une séquence finie, $N \leq M$ (noter que M peut être infini), $I_i = \hat{I}_i$ pour

tout $i = 0, \dots, N - 1$, et $I_N \subseteq \hat{I}_N$. Nous dirons que τ est un préfixe stricte de $\hat{\tau}$ et on écrit $\tau \subset \hat{\tau}$ si τ est un préfixe de $\hat{\tau}$ et que $\tau \neq \hat{\tau}$. Dans la figure 1.2, τ est un préfixe stricte de $\hat{\tau}$ et de $\tilde{\tau}$, mais $\hat{\tau}$ n'est pas un préfixe de $\tilde{\tau}$ et $\tilde{\tau}$ n'est pas un préfixe $\hat{\tau}$. Notez qu'étant donné τ et $\hat{\tau}$, on peut avoir ni le cas $\tau \subset \hat{\tau}$ ni $\hat{\tau} \subset \tau$ (comme : étant donné deux ensembles de nombres réels $A \subseteq R$ et $B \subseteq R$, il est possible d'avoir ni $A \subseteq B$, ni $B \subseteq A$). En utilisant la terminologie mathématique, on peut dire que l'ensemble de tous les ensembles temps hybride est partiellement ordonné par la relation \subseteq .

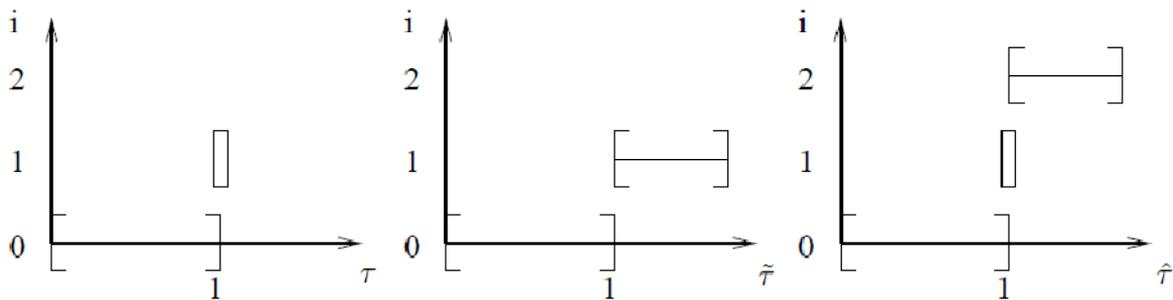


Fig.1.2 $\tau \subset \hat{\tau}, \hat{\tau} \subset \tau$

L'ensemble de temps hybride sera utilisé pour définir l'horizon de temps sur lequel les états de systèmes hybrides évoluer. Qu'est-ce que cela signifie pour l'état à évoluer sur un ensemble de temps hybride? Pour les systèmes continus avec état $x \in \mathcal{R}^n$ une telle évolution était une fonction $x(\cdot): [0, T] \rightarrow \mathcal{R}^n$, qui associe aux éléments de l'intervalle de temps $[0, T]$ des éléments de \mathcal{R}^n . Pour les systèmes discrets dont l'état prend des valeurs dans un ensemble fini $q \in \{q_1, \dots, q_n\}$ une telle évolution est une séquence d'états. Pour les systèmes hybrides, où l'état a une composante continue $x \in \mathcal{R}^n$ et une composante discrète $q \in \{q_1, \dots, q_n\}$, on doit sortir avec un mélange de ces deux notions.

I-4-1-1 Trajectoires hybrides

Définition 3: Une trajectoire hybride est un triplet (τ, q, x) consistant en un ensemble temps hybride $\tau = \{I_i\}_{i=0}^N$ et deux suites de fonctions $q = \{q_i(\cdot)\}_{i=0}^N$ et $x = \{x_i(\cdot)\}_{i=0}^N$

Avec $q_i(\cdot) = I_i \rightarrow Q$ et $x_i(\cdot) = I_i \rightarrow \mathcal{R}^n$.

Une réalisation d'un automate hybride autonome est une trajectoire hybride, (τ, q, x) de ses variables d'état.

Les éléments énumérés dans la définition 1 imposent des restrictions sur le type de trajectoires hybrides que l'automate hybride trouve acceptables.

I-4-1-2 Exécutions

Définition 4 : Une exécution d'un automate hybride H est une trajectoire hybride (τ, q, x) qui satisfait les conditions suivantes:

- Condition initial: $(q_0(0), x_0(0)) \in \text{Init}$
- Evolution discrète: pour tout i , $(q_i(\tau_i'), q_{i+1}(\tau_{i+1}')) \in E$, $x_i(\tau_i') = G(q_i(\tau_i'), q_{i+1}(\tau_{i+1}'))$ et $x_{i+1}(\tau_{i+1}') = R(q_i(\tau_i'), q_{i+1}(\tau_{i+1}'), x_i(\tau_i'))$
- Evolution continue: pour tout i ,
 1. $q_i(\cdot): I_i \rightarrow Q$ est constante dans l'intervalle I_i , c-à-d $q_i(t) = q_i(\tau_i)$ pour tout $t \in I_i$
 2. $x_i(\cdot): I_i \rightarrow X$ est la solution à l'équation différentielle $\frac{dx_i}{dt} = f(q_i(t), x_i(t))$ sur I_i partant de $x_i(\tau_i)$; et
 3. pour tout $t \in [\tau_i, \tau_i']$, $x_i(t) \in \text{Dom}(q_i(t))$

La définition 4 spécifie quelles sont parmi les trajectoires hybrides ceux qui sont une exécutions de H et ceux qui ne sont pas, en imposant un certain nombre de restrictions. La première restriction impose que les exécutions devraient commencer à un état initial acceptable dans Init . Par souci de simplicité, nous utiliserons $(q_0, x_0) = (q(\tau_0), x(\tau_0)) \in \text{Init}$ pour désigner l'état initial d'une exécution (τ, q, x) . Comme pour les systèmes continus, nous pouvons supposer que $\tau_0 = 0$ sans perte de généralité. La seconde restriction détermine quand est ce que les transitions discrètes peuvent avoir lieu et quel est l'état après transitions discrètes peut être. Les exigences portent sur l'état avant la transition $(q_i(\tau_i'), x_i(\tau_i'))$ à l'état après la transition $(q_{i+1}(\tau_{i+1}'), x_{i+1}(\tau_{i+1}'))$: et sont telles que $(q_i(\tau_i'), q_{i+1}(\tau_{i+1}'))$ est une arête du graphe, $x_i(\tau_i')$ appartient aux gardes de cette transition et $x_{i+1}(\tau_{i+1}')$ appartient aux conditions de reset de ce flag. Dans ce contexte, on peut considérer une condition de garde $G(e)$ comme validation de la transition discrète $e \in E$: l'exécution peut prendre une discrète transition $e \in E$ à partir d'un état x à condition que $x \in G(e)$. La troisième restriction détermine ce qui se passe le long de l'évolution continue, et où l'évolution continue doit céder la place à une transition discrète. La première partie dicte que le long de l'évolution continue de l'état discret reste constante. La deuxième partie exige que le long de l'évolution continue de l'état des flux continu en fonction de l'équation différentielle $\dot{x} = f(q, x)$. Notons que l'équation différentielle dépend de l'état discret courant (qui est constant le long de l'évolution continue). La troisième partie exige que le long de l'évolution continue, l'état doit rester dans

le domaine $Dom(q)$, de l'état discret. En ce contexte, il est commode de considérer $Dom(q)$ comme obligeant transitions discrètes: l'exécution doit prendre une transition si l'état est sur le point de quitter le domaine.

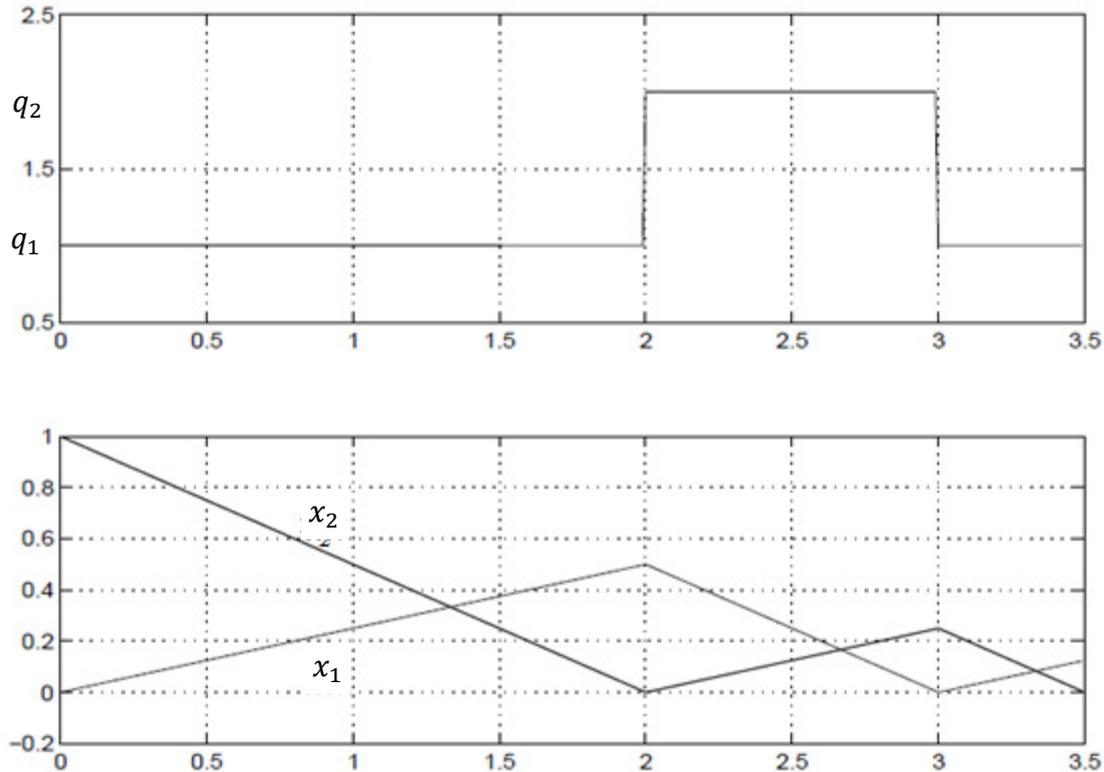


Fig.1.3 exemple d'exécution du réservoir d'eau automate hybride

Exemple 1 : (réservoir d'eau) la figure 1.3 montre une exécution du réservoir d'eau automate.

Le jeu de temps τ hybride de l'exécution consiste en trois intervalles $\tau = \{[0, 2], [2, 3], [3, 3.5]\}$. L'évolution de l'état discret est présentée dans le graphique supérieur, et l'évolution de l'état continu est montrée dans le graphique inférieur. Les valeurs choisies pour les constantes sont $r_1 = r_2 = 0, v_1 = v_2 = 1/2$ et $W = 3/4$. L'état initial est $q = q_1, x_1 = 0, x_2 = 1$.

Une interprétation pratique est que l'automate hybride accepte (en opposition à génère) exécutions. Cette perspective permet de considérer, par exemple, automates hybrides qui acceptent exécutions multiples pour certains états initiaux, une propriété qui peut s'avérer très utile lors de la modélisation un système avec incertitude.

I-4-1-3 Classification des exécutions

Définition 5 : Une exécution (τ, q, x) est appelée:

- Finis, si τ est une séquence finie et le dernier intervalle τ est fermé.

- Infini, si τ est une séquence infinie, ou si la somme des intervalles de temps de τ est infinie, c'est à dire $\sum_{i=0}^N (\tau_i' - \tau_i) = \infty$.
- Zeno, si elle est infinie, mais $\sum_{i=0}^N (\tau_i' - \tau_i) < \infty$.
- Maximale, si elle n'est le strict d'aucune autre exécution de H .
- Finie ouverte, si τ est fini, et le dernier intervalle τ est borné et droit ouvert.

La figure 1.4 montre des exemples de séries temporelles hybrides de fini, fini ouvert, infini et exécutions Zeno.

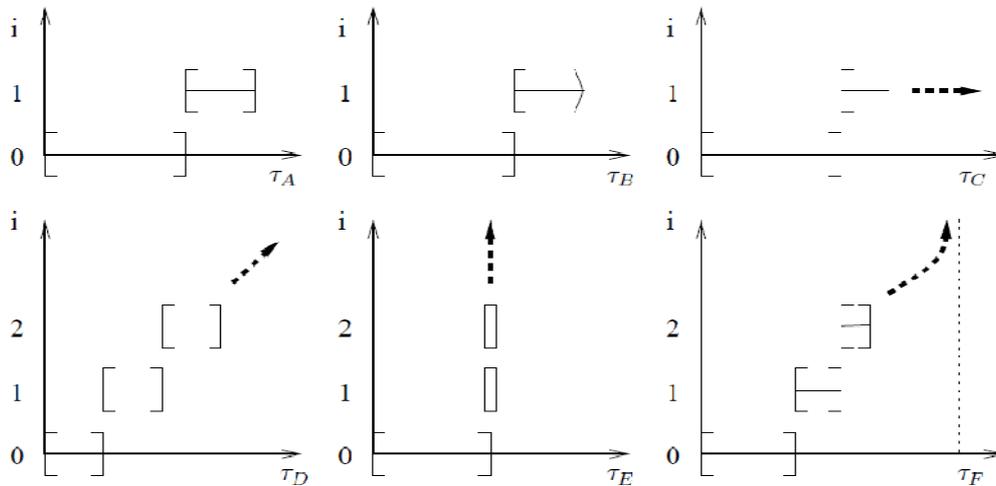


Fig.1.4 τ_A finie, τ_B finie ouverte, τ_C et τ_D infinie, τ_E et τ_F zeno

I-4-2 Existence d'exécutions

L'atteignabilité (accessibilité) est un concept fondamental dans l'étude des systèmes hybrides (et les systèmes dynamiques en général). Grosso modo, un état $(\hat{q}, \hat{x}) \in Q \times X$ d'un automate hybride H est dite atteignable (accessible) si l'automate hybride peut trouver son chemin à (\hat{q}, \hat{x}) tout en se déplaçant le long d'un de ses exécutions. L'importance de la notion d'accessibilité est difficile d'exagérer. Dans la section suivante, nous allons montrer comment l'accessibilité joue un rôle central dans la dérivation de l'existence et les conditions d'unicité pour exécutions. L'accessibilité est aussi un concept clé dans l'étude des propriétés de sécurité pour systèmes hybrides.

Plus formellement

I-4-2-1 Etat atteignable

Définition 6 : Un état $(\hat{q}, \hat{x}) \in Q \times X$ d'un automate hybride H est appelé atteignable s'il existe une exécution finie (τ, q, x) se terminant par (\hat{q}, \hat{x}) , c'est-à-dire $\tau = \{[\tau_i, \tau_i']\}_0^N, N < \infty$

$(q_N(\tau_N'), x_N(\tau_N')) = (\hat{q}, \hat{x})$. Nous allons utiliser $Reach \subseteq Q \times X$ pour désigner l'ensemble des états accessibles par H . De toute évidence $Init \subseteq Reach$.

I-4-2-2 Ensemble invariant

Considérons un automate hybride H , un ensemble d'état $M \subseteq Q \times X$ est appelé *invariant* si pour tout $(q_0, x_0) \in M$, et toute exécution (τ, q, x) démarrant de $(q_0, x_0) \in M$, $(q_i(t), x_i(t)) \in M$ pour tout $i \in \langle \tau \rangle$, $t \in I_i$.

Proposition :

L'union et l'intersection de deux ensembles invariants d'un automate hybride H est aussi un ensemble invariant de H .

Un autre concept aussi important dans l'étude d'existence d'exécution pour les automates est l'ensemble d'états à partir desquels l'évolution continue est impossible. On appellera ces états les états de transitions. Pour $(\hat{q}, \hat{x}) \in Q \times X$ et un $\varepsilon < 0$, considérons la solution : $x(\cdot) : [0, \varepsilon[\rightarrow \mathcal{R}^n$ de l'équation différentielle :

$$\dot{x} = f(\hat{q}, x) \text{ avec } x(0) = \hat{x} \quad 1.1$$

Notez que, dans l'hypothèse où f est Lipschitz en x , la solution de l'équation (1.1) existe et est unique. Les états à partir desquels l'évolution continue est impossible sont :

$$Trans = \{(\hat{q}, \hat{x}) \in Q \times X \mid \forall \varepsilon > 0, \exists t \in [0, \varepsilon[\text{ tel que } (\hat{q}, x(t)) \in Dom(\hat{q})\}.$$

En d'autres termes, $Trans$ est l'ensemble des états pour lesquels l'évolution continue le long de l'équation différentielle force le système à quitter le domaine instantanément.

La caractérisation exacte de l'ensemble $Trans$ peut être très compliquée. Par conséquent, pour chaque discret état $q \in Q$, déclare dans le complément du domaine de q (c'est-à-dire l'ensemble des x à l'extérieur $Dom(q)$, dénoté par $Dom(q)^c$) doit appartenir à $Trans$. Mathématiquement, on peut l'écrire comme:

$$\bigcup_{q \in Q} \{q\} \times Dom(q)^c \subseteq Trans$$

Si $Dom(q)$ est un ensemble fermé (c'est à dire qu'il contient sa limite), puis $Trans$ peuvent également contenir des morceaux de la frontière du domaine.

Exemple 2: réservoir d'eau

Considérons à nouveau l'automate du réservoir d'eau, et supposons que :

$$0 < v_1, v_2 < w$$

Nous allons montrer comment calculer les ensembles $Reach$ et $Trans$ pour ce système.

Avant tout, l'ensemble $Reach$ doit contenir tous les états initiaux. Ainsi

$$Reach \supseteq \{q_1, q_2\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid (x_1 \geq r_1) \wedge (x_2 \geq r_2)\} \quad 1.2$$

Peut-il contenir d'autres États? Il est clair que c'est impossible. Pour voir pourquoi, nous allons montrer à l'aide d'induction que l'état reste dans l'ensemble *Init*.

Considérons un état arbitraire initial $(\hat{q}, \hat{x}) \in Init$ et une exécution arbitraire (τ, q, x) à partir de (\hat{q}, \hat{x}) .

Le fait que $(\hat{q}, \hat{x}) \in Init$ fournit le scénario de base de l'argument d'induction. Supposons que pour certain i , $(q_i(\tau_i), x_i(\tau_i)) \in Init$, et d'envisager le cas où $q_i(\tau_i) = q_1$ (le cas $q_i(\tau_i) = q_2$ est similaire). Si $\tau_i' > \tau_i$, puis l'évolution continue aura lieu du $(q_i(\tau_i), x_i(\tau_i))$. Le long de cette évolution, la première composante des augmentations de l'état continue (car $q_i(\tau_i) = q_1$, donc $\dot{x} = w - v_1$ et $v_1 < w$). Le second composant de l'état continu, d'autre part, diminue, mais reste au-dessus de r_2 .

C'est parce que, par la définition d'une exécution,

$$x_i(T) \in Dom(q_1) = \{x \in \mathcal{R}^2 \mid x_2 \geq r_2\}$$

pour tout $t \in [\tau_i, \tau_i']$. Par conséquent, $(q_i(t), x_i(t))$ reste dans *Init* le long de l'évolution continue.

Si $\tau_i' = \infty$, ou si $[\tau_i, \tau_i']$ est le dernier intervalle dans τ sommes nous faits! Sinon, une transition discrète prend lieu de $(q_i(\tau_i'), x_i(\tau_i'))$ mais le rapport remis à zéro, R , x quitte inchangée, donc :

$$(q_{i+1}(\tau_{i+1}), x_{i+1}(\tau_{i+1})) \in Init$$

La dernière affirmation est vraie même si $\tau_i = \tau_i'$.

Pour résumer, si $(q_i(\tau_i), x_i(\tau_i)) \in Init$, alors $(q_i(t), x_i(t)) \in Init$ pour tout $t \in [\tau_i, \tau_i']$. Par ailleurs $(q_{i+1}(\tau_{i+1}), x_{i+1}(\tau_{i+1})) \in Init$. Par conséquent, par induction sur i , $(q_i(t), x_i(t)) \in Init$ pour tout i et tout t et

$$Reach \subseteq \{q_1, q_2\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid (x_1 \geq r_1) \wedge (x_2 \geq r_2)\} \quad 1.3$$

Les équations (1.2) et (1.3) impliquent en même temps que

$$Reach = \{q_1, q_2\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid (x_1 \geq r_1) \wedge (x_2 \geq r_2)\}$$

Pour établir la série *Trans* pour le système de réservoir d'eau, remarquez que l'évolution continue est impossible si $(q = q_1)$ et $(x_2 < r_2)$ (l'afflux obtiendra immédiatement tournés vers le réservoir 2) ou si $q = q_2$ et $(x_1 < r_1)$

Par conséquent,

$$Trans \supseteq (\{q_1\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid x_2 < r_2\}) \cup (\{q_2\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid x_1 < r_1\})$$

D'autre part, l'évolution continue est possible si $(q = q_1)$ et $(x_2 \leq r_2)$, ou si $(q = q_2)$ et $(x_1 \leq r_1)$

Donc :

$$Trans = (\{q_1\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid x_2 \leq r_2\}) \cup (\{q_2\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid x_1 \leq r_1\})$$

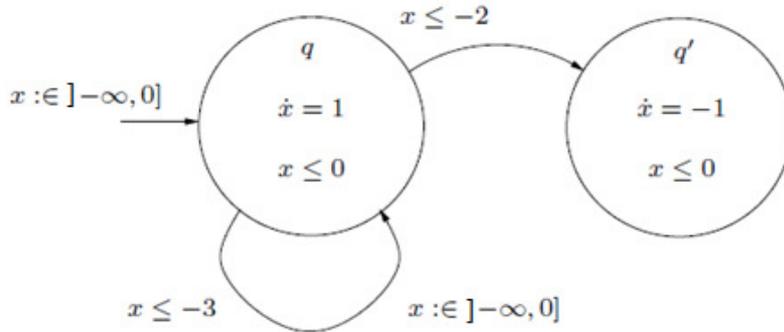


Fig.1.5 exemples de blocage et le non-déterminisme

Que diriez-vous si ($q = q_1$) et ($x_2 = r_2$)? Si l'évolution continue devait avoir lieu à partir de cet état, x_2 serait rendre immédiatement au-dessous de r_2 . C'est parce $q = q_1$ implique que $\dot{x}_2 = -v_2 < 0$ (Rappelons que $v_2 > 0$). Toutefois, cela impliquerait que l'état allait quitter le domaine $Dom(q_1)$, ce qui est impossible le long de l'évolution continue. Par conséquent, l'évolution continue est également impossible de l'état où $q = q_2$ et $x_1 = r_1$ (et, par un argument symétrique, les États où $q = q_2$ et $x_1 = r_1$). Dans l'ensemble,

$$Trans = (\{q_1\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid x_2 \leq r_2\}) \cup (\{q_2\} \times \{x \in \mathcal{R}^2 \mid x_1 \leq r_1\})$$

I-4-2-3 Existence locale et unicité

Dans ce que suit, nous tournons notre attention vers les questions de l'existence d'exécutions. Nous donnons quelques conditions sous lesquels des exécutions infinies existent pour tous les états initiaux, et des conditions dans lesquelles ces exécutions sont uniques.

Définition 7 : non-bloquante et déterministe

Un automate hybride H est appelé non-bloquante si, pour tous les états initiaux $(\hat{q}, \hat{x}) \in Init$ il existe une exécution infinie à partir de (\hat{q}, \hat{x}) . Il est appelé déterministe si pour tous état initial $(\hat{q}, \hat{x}) \in Init$ il existe au plus une exécution maximal de départ à (\hat{q}, \hat{x}) . Grosso modo, la propriété de non-blocage implique qu'il existe des exécutions infinies pour tout état initial, tandis que la propriété déterminisme implique que les exécutions infinies (si elles existent) sont uniques. Comme nous l'avons vu, les systèmes dynamiques continus décrits par des équations différentielles ont à la fois ces propriétés si le champ de vecteurs f est supposé être Lipschitz¹. Dans les systèmes hybrides, cependant, plusieurs problèmes apparaissent.

¹ Dans l'analyse de base Lipschitz fourni une condition. Si f est une fonction définie dans l'intervalle $\langle a, b \rangle$, alors f peut dire à satisfaire à une condition de Lipschitz avec l'exposant α et le coefficient M si pour toute paire de valeurs x, y dans $\langle a, b \rangle$, la condition $|F(y) - f(x)| \leq M |y - x|^\alpha, \alpha > 0$, est satisfaite.

Considérons, par exemple, l'automate hybride de la figure 1.5 soit (\hat{q}, \hat{x}) désigne l'état initial et remarquer $(\hat{q} = q)$. Si $\hat{x} = -3$, les exécutions à partir de (\hat{q}, \hat{x}) peuvent soit s'écouler le long du champ de vecteur $\dot{x} = 1$, ou revenir à q resetting x n'importe où dans $] -\infty, 0]$, ou passer à q' laissant x inchangé. Si $\hat{x} = -2$ exécutions à partir de (\hat{q}, \hat{x}) peut soit s'écouler le long du champ de vecteurs, ou de sauter à q . Si $\hat{x} = -1$ exécutions indiquant à (\hat{q}, \hat{x}) ne peut s'écouler le long du champ de vecteurs. Enfin, si $\hat{x} = 0$, il n'y a pas d'exécutions de départ à (\hat{q}, \hat{x}) , autres que l'exécution trivial défini sur $[\tau_0, \tau_0']$ avec $\tau_0 = \tau_0'$. Par conséquent, l'hybride automate de la figure 1.5 accepte d'exécutions infinies pour certains états initiaux et une infinité multiple exécutions pour les autres.

Intuitivement, un automate hybride est non bloquant si, pour tous les états accessibles pour lesquels l'évolution continue est impossible une transition discrète est possible. Ce fait est indiqué de façon plus formelle dans la suite lemme.

Lemme 1 : Un automate hybride H , est non bloquant si pour tout $(\hat{q}, \hat{x}) \in (reach \cap Trans)$, il existe $q' \in Q$ tel que $(\hat{q}, \hat{q}') \in E$ et $\hat{x} \in G(\hat{q}, \hat{q}')$. Si H est déterministe, il est non-bloquant si et seulement si cette condition est vérifié.

Intuitivement, un automate hybride peut être non-déterministe si l'on a le choix entre l'évolution continue et la transition discrète, ou si une transition discrète peut conduire à destinations multiples.

(Rappelons que l'évolution continue est unique pour les conditions considérée Lipschitz). Plus précisément, le lemme suivant stipule qu'un automate hybride est déterministe si et seulement si (1) chaque fois qu'une transition discrète est possible évolution continue est impossible, et (2) les transitions discrètes avoir destinations uniques.

Lemme 2 Un automate hybride H , est déterministe si et seulement si pour tout

$(\hat{q}, \hat{x}) \in Reach :$

Si $x \in G(\hat{q}, \hat{q}')$ pour $(\hat{q}, \hat{q}') \in E$, alors $(\hat{q}, \hat{x}) \in Reach$

- Si $(\hat{q}, \hat{q}') \in E$ et $(\hat{q}, \hat{q}'') \in E$ avec $\hat{q}' \neq \hat{q}''$ alors $x \in G(\hat{q}, \hat{q}') \cap G(\hat{q}, \hat{q}'')$, et
- Si $(q, q) \in E$ et $x \in G(Q, Q)$, alors $R(\hat{q}, \hat{q}', \hat{x}) = \{\hat{x}'\}$, c'est à dire l'ensemble contient un seul élément \hat{x}' .

Le théorème suivant est une séquence directe des deux lemmes précédents

Théorème 1: Un automate hybride accepte une exécution infinie unique pour chaque état initial s'il satisfait toutes les conditions du lemme 1 et lemme 2.

I-5 Classes particulières de systèmes dynamiques hybrides

De manière générale, un système hybride à une dynamique continue peut être représenté par une équation différentielle [6] $\dot{x}(t) = \xi(t), t \geq 0$ qui dépend de certains phénomènes discrets. Dans cette équation, $x(t)$ représente la composante continue et prends ses valeurs dans un sous espace de l'espace Euclidien, $\xi(t)$ est un champ de vecteur dépendant généralement de $x(t)$, de la composante continue $u(t)$ de la commande et du phénomène discret.

Branicky a proposé une classification dans [3] [4] en fonction des phénomènes discrets comme le montre la figure 1.6 :

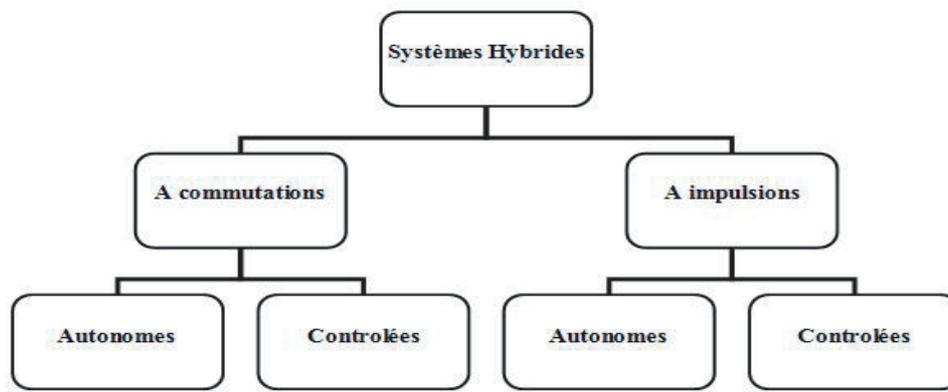


Fig. 1.6 classification de Branicky

Dans la suite, nous allons présenter brièvement ces quatre phénomènes physiques

I-5-1 Systèmes à saut (impulsionnels) (*jump linear systems - JLS*)

Un système dynamique impulsionnel [7] décrit l'évolution d'une variable continue $x(t)$ régie par une équation différentielle sous contraintes. Lorsque $x(t)$ vérifie certaines conditions, il est alors possible de lui donner une impulsion, c'est à dire de lui affecter une nouvelle valeur.

Dans le cadre des systèmes hybrides, les systèmes dynamiques impulsionnels correspondent aux systèmes possédant un seul mode ($Q = \{q\}$) et une transition $E = \{e = (q, q)\}$ autorisant la réinitialisation de la variable continue via la fonction reset R_e .

I-5-1-1 Saut autonome : (Balle bondissante [8])

On considère une balle de masse m soumise μ_a l'action de la gravité. On la laisse tomber d'une altitude z_0 avec une vitesse initiale nulle.

L'altitude $z(t)$ de la balle suit donc l'équation différentielle issue de la mécanique classique $mz''(t) = -mg$. Quand $z(t) = 0$, la balle touche le sol et rebondit en perdant une fraction de son énergie :

$z'(t^+) = -cz'(t^-)$, avec $c \leq 1$.

En posant $x_1(t) = z(t), x_2(t) = z'(t)$ et en utilisant le formalisme de la définition 1, le modèle hybride de la balle bondissante est donné par :

1. $Q = \{q\}$
2. $E = \{e = (q, q)\}$
3. $D_q = \mathcal{R}^+ \times \mathcal{R}$
4. $f_q(x_1, x_2) = (x_2, -g)$
5. $G_e = \{x_1 = 0\}$
6. $R_e(x_1; x_2) = \{(x_1, -cx_2)\}$

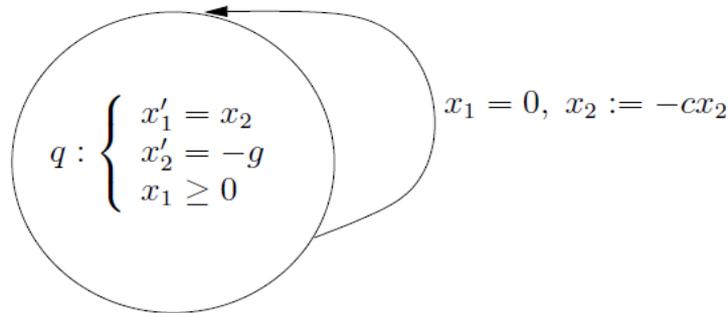


Fig.1.7 automate hybride de la balle bondissante

I-5-1-2 Saut contrôlée :

Dans le cas des sauts contrôlés, la valeur de l'état change impulsivement (saut) en réponse à une commande. Considérons par exemple un modèle simple d'un stock où on dépose les quantités $\alpha_1, \alpha_2, \dots$, de matière aux instants $t_1 < t_2 < \dots$. L'évolution de la matière est régie par l'équation suivante [1] :

$$\dot{y} = -Q(t) + \sum_i \delta(t - t_i) \alpha_i$$

Avec y le niveau de la matière dans le stock, Q une fonction de dégradation ou d'utilisation, et δ l'impulsion de Dirac.

I-5-2 Systèmes à commutation (switched systems)

Un système dynamique à commutation ou *switched system* (voir par exemple [9]) est un système hybride où la variable discrète $q(t)$ n'est pas vue comme une variable d'état mais comme une variable de contrôle. Ainsi, l'évolution de $q(t)$ n'est pas contrainte par un système de gardes mais donnée par un individu extérieur.

Par conséquent, d'après la définition 1, les systèmes dynamiques à commutation vérifient la propriété suivante :

$$\forall e = (q, q') \in E, \quad G_e = D_{q'}$$

I-5-2-1 Commutation autonome:

Une commutation autonome est caractérisée par un changement discontinu du champ de vecteur $\xi(t)$ quand l'état atteint certains seuils [1].

Ce phénomène peut être illustré par un exemple d'un système régi par l'équation suivante:

$\dot{x} = -H(x) + u$, avec, $H(x)$ la fonction d'hystérésis présentée par la figure 1.8. Quand la valeur de systèmes à saut (*jump linear systems - JLS*)

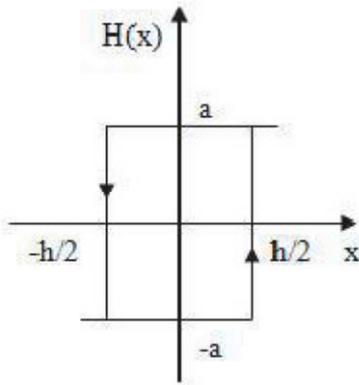


Fig.1.8 fonctions d'hystérésis

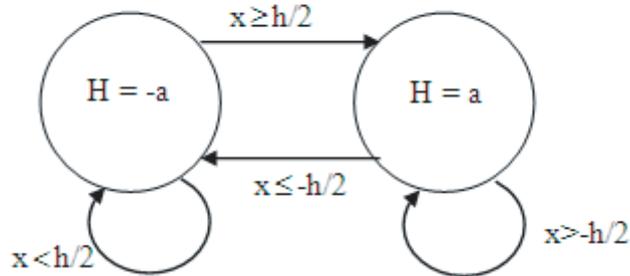


Fig.1.9 automate hybride associée

atteint le seuil $-h/2$ ou $+h/2$, le champ de vecteur est commuté de façon discontinu.

Pour la modélisation de ce système, il faut prendre en compte de son passé (effet mémoire de l'hystérésis). Pour cela, il ne peut pas être modélisé par une équation différentielle avec un second membre discontinu mais par un automate hybride à deux états décrit par la figure 1.9.

I-5-2-2 Commutation contrôlée : embrayage mécanique (boîte de vitesse)

Dans ce cas le champ de vecteur est commuté de façon instantanée en réponse à une commande externe, ainsi la variable $q(t)$ est vue comme une commande. Considérons le modèle d'une boîte de transmission d'un véhicule motorisé à deux rapports de vitesses :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u(t)g_{q(t)}x_2kx_2 \end{cases}$$

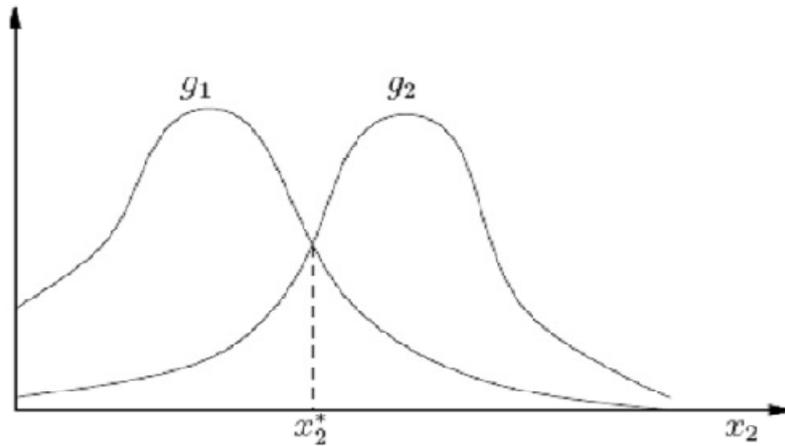


Fig.1.10 *Caractéristique de la boîte a vitesse*

Puisque nous avons deux rapports $Q = \{1,2\}$, g_1 et g_2 , sont des fonctions caractérisant le rendement du moteur en fonction de l'accélération, la vitesse du véhicule, et l'apport du carburant. Alors g_1 correspond au premier rapport et g_2 au second, l'ordinateur de bord est informé en temps réel de la vitesse et détermine le rapport adapté pour un rendement optimal du moteur. Si à un instant t , $g_1(x_2) \geq g_2(x_2)$ alors le premier rapport est plus approprié, voir figure 1.10. On définit ce système hybride par l'énumération suivante, et son automate hybride est présenté dans la figure 1.11 :

1. $Q = \{1,2\}$
2. $E = \{(1,2), (2,1)\}$
3. $D_1 = D_2 = \mathcal{R}^2$
4. $U_1 = U_2 = [0, U_{max}]$
5. $f_q(x_1, x_2, U) = (x_2, u_{g_q}(x_2) - kx_2(t))^T$
6. $G_e(1,2) = G_e(2,1) = \mathcal{R}^2$
7. $R_e(1,2) = R_e(2,1) = \{x\}$

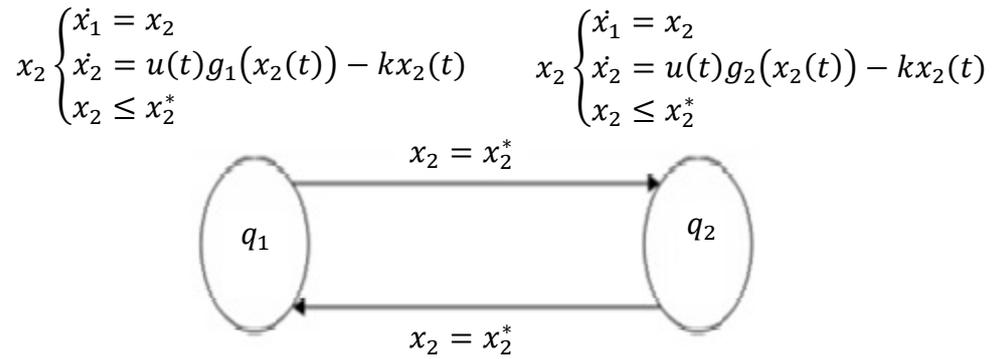


Fig.1.11 automate hybride de la boite de vitesse automatique

Remarque 2 : On rappelle que dans la théorie des systèmes différentiels (ou systèmes dynamiques continus), les attributs "autonome" et "commandé" ont les significations suivantes : Soit un système avec une variable d'état x , on dit que $\dot{x} = f(x)$ est un système autonome et $\dot{x} = f(x, u)$ est un système commandé de commande u continue.

I-5-3 Systèmes affines par morceaux (*piecewise affine systems - PWA*)

Un système hybride peut être vu comme un système non linéaire formé de plusieurs sous-systèmes affins, chaque sous-système évoluant dans une région étant définie par des inégalités sur les états et les entrées du système. Pour cela, le modèle PWA peut représenter certaines classes de systèmes hybrides (voir [10], [11]). Un PWA est défini de façon suivante :

$$\dot{x} = A_i x + B_i u + D_i, \quad \forall \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \in X_i$$

Avec X_i la partition polyédrique de l'espace d'état et de commande, A_i la matrice d'état et B_i la matrice de commande. Chaque X_i peut être défini par l'inégalité suivante :

$$X_i = \{(x, u) / C_i \leq d_i\}$$

Avec C_i et d_i de dimensions appropriées.

Exemple 3: Système dynamique continu par morceaux (oscillateur électronique à valve)

L'oscillateur électronique à valve [12], [13] est un circuit composé d'une valve électronique, d'un circuit oscillant de type RLC et d'un dispositif de rétroaction par induction électromagnétique (voir figure 1.13). Une attention particulière a été portée à ce montage car c'est le circuit le plus simple exhibant des oscillations de type cycle limite. En appliquant la loi des mailles dans le circuit RLC et la loi des nœuds au point de branchement de la valve électronique et du circuit RLC, on obtient les équations :

$$Ri + V + L \frac{di}{dt} = 0, \quad i = i' + C \frac{dV}{dt} \quad \Rightarrow \quad LC \frac{d^2 i}{dt^2} + RC \frac{di}{dt} + i = i'$$

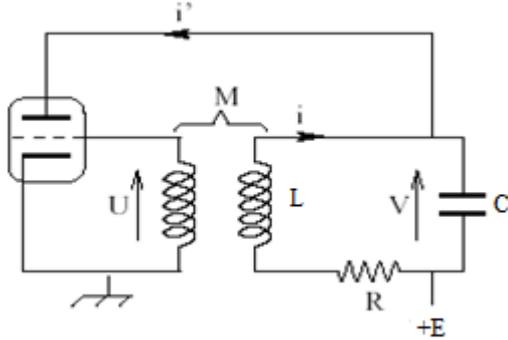


Fig.1.12 oscillateur électronique

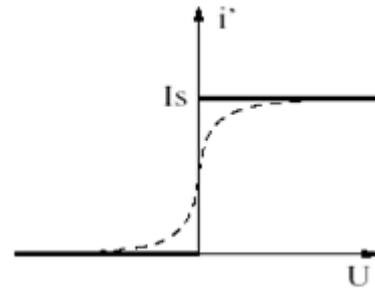


Fig.1.13 caractéristique de la valve

Le courant entrant à l'anode de la valve est donné par l'intensité i' et dépend exclusivement de la tension U appliquée à la grille. La caractéristique $i'(U)$ est représentée en pointillé sur la partie droite de la figure 1.13. Si les oscillations de la tension U sont l'amplitude suffisante, l'intensité i' est, la plupart du temps égale, soit à 0, soit à I_s . On peut alors raisonnablement représenter les propriétés d'une telle valve par la caractéristique idéale dessinée en gras sur la partie droite de la figure 1.13. Par conséquent,

$$LC \frac{d^2i}{dt^2} + RC \frac{di}{dt} + i = \begin{cases} 0 & \text{si } U < 0 \\ I_s & \text{si } U > 0 \end{cases}$$

La tension U est la différence de potentiels aux bornes de la bobine en série avec la valve et couplée à la bobine du circuit RLC. Le courant d'intensité i crée un champ magnétique à l'intérieur de la bobine du circuit RLC. Ce champ magnétique, à son tour, induit un courant dans la bobine reliée à la grille de la valve. Cette action rétroactive se traduit par l'équation :

$$U = -M \frac{di}{dt}$$

On suppose que les bobines sont agencées de manière à avoir $M < 0$. On a donc:

$$LC \frac{d^2i}{dt^2} + RC \frac{di}{dt} + i = \begin{cases} 0 & \text{si } U < 0 \\ I_s & \text{si } U > 0 \end{cases}$$

En choisissant les variable d'états $x_1 = i$ et $x_2 = \frac{di}{dt}$, l'oscillateur électronique peut être modélisé par un système dynamique continu par morceaux (linéaire ici) :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \begin{cases} -\frac{1}{LC} x_1 - \frac{R}{L} x_2 & \text{si } x_2 < 0 \\ -\frac{1}{LC} x_1 - \frac{R}{L} x_2 + \frac{I_s}{LC} & \text{si } x_2 > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

et l'automate correspondant est représenté sur la figure 1.14 [14]. Dans le cadre de la définition 1, un système dynamique continu par morceaux est donc un système hybride présentant les particularités suivantes :

Q est l'ensemble indexant les sous domaines X_q . Le domaine de définition X de l'équation différentielle est un sous-ensemble fermé et connexe de \mathcal{R}^n . Il est découpé en sous domaines X_q fermés, d'intérieur non vide et deux à deux disjoints, leur union couvre tout l'espace X et sur chaque domaine X_q , on définit un champ de vecteur f_q .

Si l'on appelle ∂X_q , la frontière de X_q , $E = \{(q, q') \in Q \times Q / \partial X_q \cap \partial X_{q'} \neq \emptyset\}$. On ne peut passer d'un domaine X_q au domaine $X_{q'}$, que s'ils ont une frontière commune.

$G_e = \partial X_q \cap \partial X_{q'}$. On ne peut passer d'un domaine à un autre qu'en franchissant leur frontière commune.

Il n'y a pas de réinitialisation de la variable d'état continue $R_e(x) = x$.

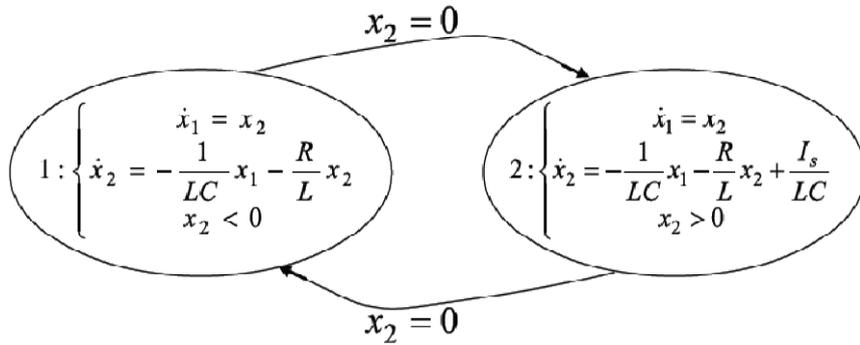


Fig.1.14 automate hybride de l'oscillateur électronique à valve

I-5-4 Modèles logique/dynamiques mixtes (*mixed logical dynamical* - MLD)

Ces principes de modélisation permettent de caractériser le comportement d'un système hybride avec un modèle logique/dynamiques mixte. Ce type de modèle contient dans sa structure des variables logiques, des dynamiques qui incluent des variables continues et binaires, et des contraintes de fonctionnement. La forme générale d'un modèle logique/dynamiques mixte [15] à temps discret est la suivante :

$$x_{k+1} = Ax_k + B_1u_k + B_2\delta_k + B_3z_k \tag{1.4}$$

$$y_k = Cx_k + D_1u_k + D_2\delta_k + D_3z_k \tag{1.5}$$

$$E_2\delta_k + E_3z_k \leq E_4x_k + E_1U_k + E_5 \tag{1.6}$$

où les états $x = [x^r, x^b]^T$, $x^r \in \mathcal{R}^{n_r}$, $x^b \in \{0,1\}^{n_b}$, les entrées $u = [u^r, u^b]^T$, $u^r \in \mathcal{R}^{m_r}$, $u^b \in \{0,1\}^{m_b}$ et les sorties $y = [y^r, y^b]^T$, $y^r \in \mathcal{R}^{p_r}$, $y^b \in \{0,1\}^{p_b}$ sont composées des variables continues et binaires $\delta \in \{0,1\}^{n_\delta}$, $z \in \mathcal{R}^{n_z}$ et représentent des variables auxiliaires binaires et continues, introduites en remplaçant des propositions logiques par des inégalités linéaires. Les matrices réelles $A, B_1, B_2, B_3, C, D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5$ ont des dimensions appropriées. Les équations 1.4, 1.5 et l'inégalité 1.6 contenant toutes les

contraintes de fonctionnement sont linéaires. Par conséquent, les non-linéarités du modèle sont formulées à travers les contraintes imposées sur les variables binaires.

Il a été démontré dans *Bemporad et al.* [11] que les modèles PWA et MLD sont équivalents.

I-6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation de la théorie des systèmes hybrides, nous avons vu des exemples de SDH qui ont permis d'explicitier les différents phénomènes hybrides. Dans la définition des SDH sont données les différentes notations nécessaires à la représentation mathématique de l'évolution hybride. Nous avons vu aussi la notion d'exécution d'un SDH et discuté l'existence et l'unicité de la solution d'un SDH.

Chapitre II

Observateurs Hybrides

II-1 Introduction	24
II-1-1 Problème de l'observation.....	24
II-1-2 Conception d'observateur	25
II-2 Observateurs pour systèmes hybrides linéaires.....	26
II-2-1 Observateur d'Andrea Balluchi.....	26
II-2-1-1 Observateur pour système hybride à état courant observable	27
II-2-1-2 Observateur pour système hybride général	30
II-2-1-3 Synthèse de l'observateur continu.....	33
II-2-1-4 Résultat de l'observateur d'Andrea Balluchi	35
II-2-2 Observateur imbriqué.....	37
II-2-2-1 Introduction	37
II-2-2-2 Identification de l'état discret.....	39
II-2-2-3 Un observateur pour l'état continu	47
II-2-2-4 L'observateur d'états continus dans l'observateur imbriqué	49
II-3 Conclusion.....	51

*Dans la mesure où chaque chose a son lieu, son moment et sa durée, il n'y a
jamais deux choses semblables.*

Martin Heidegger, Qu'est-ce qu'une chose (1935-1936).

II-1 Introduction

Dans la nature, la majorité des systèmes complexes réalistes mélangeant des phénomènes de nature continue et événementielle ne peuvent pas être représentés par un modèle issu de la catégorie système continu ou de la catégorie système discret. Donc, ces dernières années, plusieurs recherches en été menées dans le domaine de la modélisation des systèmes sous forme de systèmes dynamiques hybrides (SDH). La notion de système hybride permet la prise en compte à la fois des variables continues et des variables discrètes, ainsi que leur interaction.

L'observation des systèmes hybrides pose des problèmes supplémentaires car, par définition, ceux-ci commutent entre plusieurs structures. Il faut donc parvenir à évaluer dans quelle structure évolue le système et ceci avant qu'il n'ait commute dans une nouvelle structure. Cela implique que l'observation et l'estimation doivent être réalisées de manière très rapide.

Pour les systèmes linéaires stationnaires, un observateur a été introduit pour la première fois par Luenberger [16] conduisant à l'estimation asymptotique de l'état.

II-1-1 Problème de l'observation [17]

Les processus physiques sont très souvent représentés par des modèles décrits sous la forme suivante (représentation d'état explicite) :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad 2.1$$

Où $x \in \mathcal{R}^n$ représente le vecteur d'état, $u \in \mathcal{R}^m$ est le vecteur d'entrée, $y \in \mathcal{R}^d$ dénote le vecteur de sortie. Les fonctions f et h sont supposées être C^∞ et l'entrée u est localement bornée et mesurable (au sens de Lebesgue).

En général, il est clair qu'on ne peut pas utiliser le même nombre de capteurs que celui d'informations requises pour caractériser le comportement du système (pour des raisons techniques, économiques, etc.) et la dimension du vecteur de sortie est donc inférieure à celle de l'état. Ceci entraîne qu'à un instant t , l'état $x(t)$ ne peut pas être déduit algébriquement de la sortie y à ce même instant.

Par contre, le besoin d'information sur l'état est motivé par le fait qu'elle est une étape importante voire indispensable pour la synthèse de lois de commande, pour la modélisation

(identification), la détection et le diagnostic de défauts ou la supervision des systèmes industriels [18]. Ceci est illustre par la figure 2.1 [19].

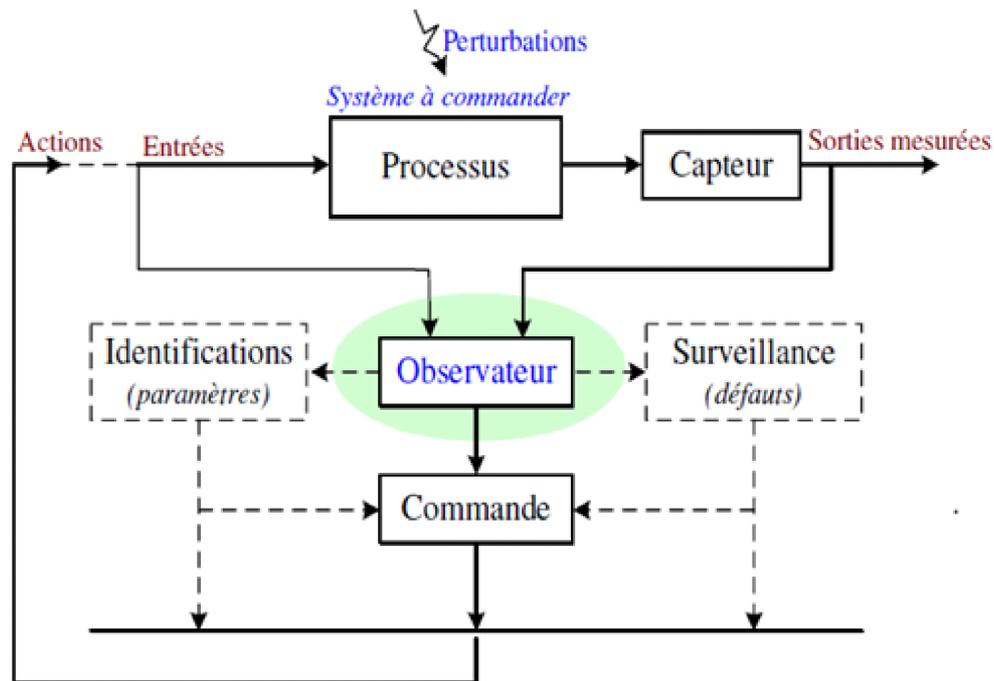


Fig. 2.1 observateur : la partie essentielle dans la commande

II-1-2 Conception d'observateur [17]

Un observateur peut être réalisé si le système est observable, c'est-à-dire qu'il est possible de reconstruire l'état initial à partir de l'information sur ses entrées $u(t)$ et ses sorties $y(t)$ pendant un intervalle de temps fini $[t_i, t_f]$.

Le but d'un observateur est précisément de fournir une estimation de la valeur courante de l'état en fonctions des entrées et sorties du système.

La conception d'un observateur est souvent basée sur l'idée de retour de l'information. Plus précisément si la valeur initiale $x(0)$ est connue, l'estimation de $x(t)$ peut être obtenue tout simplement par l'intégration du système (2.1) à partir de. Par contre, si la valeur initiale $x(0)$ n'est pas connue, nous pouvons essayer de corriger l'intégration de $\hat{x}(t)$ en ligne à partir de sa valeur initiale $\hat{x}(0)$, éventuellement erronée, en fonction de l'erreur mesurable

$h(\hat{x}(t)) - y(t)$, c'est-à-dire chercher une estimation \hat{x} de x comme la solution du système :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u(t)) + k(t, h(\hat{x}(t)) - y(t)), \text{ avec } k(t, 0) = 0.$$

Dans la plupart des cas, un observateur pour le système (2.1) est réalisé par ce système auxiliaire.

II-2 Observateurs pour systèmes hybrides linéaires

II-2-1 Observateur d'Andrea Balluchi

Une méthodologie pour la conception d'observateurs dynamiques pour plantes hybrides est proposée. L'observateur hybride est constitué de deux parties: *un observateur d'emplacement* et *un observateur continu*. Le premier identifie la position actuelle de la plante hybride, tandis que celle-ci produit une estimation de l'évolution de l'état continu de la plante hybride. Une synthèse procédure est offert un assortiment de biens sur la plante hybride est satisfaisante.

L'observateur hybride synthétisée identifie l'emplacement actuel de la plante après un nombre fini d'étapes et converge exponentiellement à l'état continu.

Définition 8 : [20] Considérons le système dynamique hybride où on définit pour le cas linéaire : $H = (Q, \Sigma, \varepsilon, D, U, F, P, Y, \varphi, \gamma, \phi, G, R)$

1. $F = \{f_q, q \in Q\}$ est la collection des champs de vecteurs: $\dot{x} = A_q x(t) + B_q u(t)$,
 $\forall q \in Q$, avec : $A_q \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B_q \in \mathcal{R}^{n \times m}$, $x \in D \subseteq \mathcal{R}^n$, $u \in U \subseteq \mathcal{R}^m$
2. $y \in Y, y = C_q x, C_q \in \mathcal{R}^{l \times m}, Y \subseteq \mathcal{R}^p$
3. $R_c(x) = R_{ji}^1 x + R_{ji}^0$ à toute transition de q_j vers q_i , $e(q_j, \sigma, q_i) \in \varepsilon, R_{ji}^1 \in \mathcal{R}^{n \times n}$,
 $R_{ji}^0 \in \mathcal{R}^n$
4. $Init = Q \times D$ l'ensemble des états initiaux hybrides.

L'observateur est un nouveau système hybride selon la définition suivante :

Définition 9 : [21] Considérons un SDH H , l'observateur HO de H est exponentiellement finalement borné s'il existe un entier positif K et des constantes $c \geq 1$, $\mu > 0$ et $b \geq 0$ tel que : $\forall (q_0, x_0) \in init$, toute entrée $u(\tau), \tau \in [0, t]$, n'importe quelle séquence $\sigma(1), \dots, \sigma(k)$ et $p(1), \dots, p(k)$:

$$\hat{q}(k) = q(k). \forall k \geq K$$

$$\|\hat{x}(t) - x(t)\| \leq c \|\hat{x}(t_K) - x(t_K)\| e^{\mu t} + b$$

μ représente le taux de convergence et b un seuil final, si $b = 0$ l'observateur est dit exponentiellement convergent.

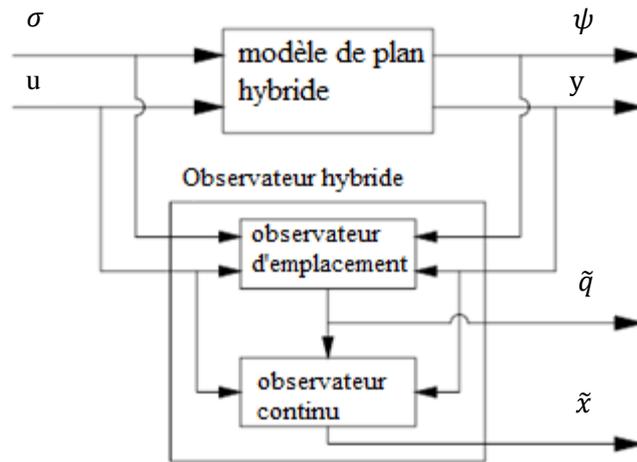


Fig. 2.2 Structure de l'observateur hybride

La structure de $H\mathcal{O}$ est illustrée par le schéma bloc sur la figure 2.2 où l'état hybride est (q, x) . L'observateur de l'état discret reconstruit l'évolution de $q(t)$ et produit en sortie $\hat{q}(t)$ qui doit correspondre à $q(t)$ actif c'est-à-dire $(\hat{q}(t) = q(t), \forall t \geq t_K)$: L'observateur continu reconstruit l'évolution de $x(t)$ en se basant sur le résultat $\hat{q}(t)$ de l'observateur discret. En considérant cette disposition de l'observateur hybride, on explicite deux cas d'étude pour reconstruire l'état hybride (q, x) . Le premier cas concerne les SDH dont le SED est à état courant observable, le second regroupe ceux dont le SED associé n'est pas à état courant observable, dans ce cas on a introduit la notion de signature qui est une information auxiliaire.

II-2-1-1 Observateur pour système hybride à état courant observable

Théorème 2 : SED à état courant observable [20]

Soit D un SED vivant, D est à état courant observable si et seulement si pour son observateur \mathcal{O} il existe un ensemble non vide $E\mathcal{O}Q\mathcal{O}$ de singletons i.e. $Q \cap Q\mathcal{O} \neq \emptyset$ tel que :

1. Chaque cycle primaire de \mathcal{O} contient au moins un singleton.
2. Le sous-ensemble $E\mathcal{O}$ est invariant, $\bigcup_{\hat{q} \in E\mathcal{O}} \bigcup_{p \in \Phi\mathcal{O}} \varphi\mathcal{O}(\hat{q}, p) \subset E\mathcal{O}$.

On considère dans ce cas la classe des systèmes hybrides où le SED associé est à état courant observable (ECO). Il est possible de mener une synthèse découplée d'observateur discret et continu [20]. La construction de l'observateur des états discrets :

$$\begin{aligned} \hat{q}(k+1) &\in \varphi_0(\hat{q}(k), \sigma(k+1)) \\ p(k+1) &\in \Phi_0(\hat{q}(k)) \\ \hat{p}(k+1) &= \varphi_0(\hat{q}(k), p(k+1)) = \hat{q}(k+1) \end{aligned}$$

Une fois dans un ensemble de singletons, l'état discret actif est observé instantanément en exploitant directement l'information "sortie discrète" et la structure de l'observateur est réduite à celle sur la figure 2.3. La dynamique discrète est donc celle d'un observateur pour SED, et reste à synthétiser l'observateur pour l'état continu qui fera l'objet de la suite.

Synthèse de l'observateur de l'état continu

L'observateur continu noté H_c décrit l'évolution de l'état estimé $\hat{x}(t)$ qui doit converger vers l'état $x(t)$ du système hybride. C'est un système hybride commuté où la dynamique dépend de l'estimation $\hat{q}(t)$. Pour chaque système : $x = f_i(x, u) = A_i x(t) + B_i u(t)$, on utilise un observateur classique de Luenberger, et on définit l'erreur d'estimation $\xi(t) = \hat{x}(t) - x(t)$,

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i u \\ y = C_i y \end{cases} \quad 2.2$$

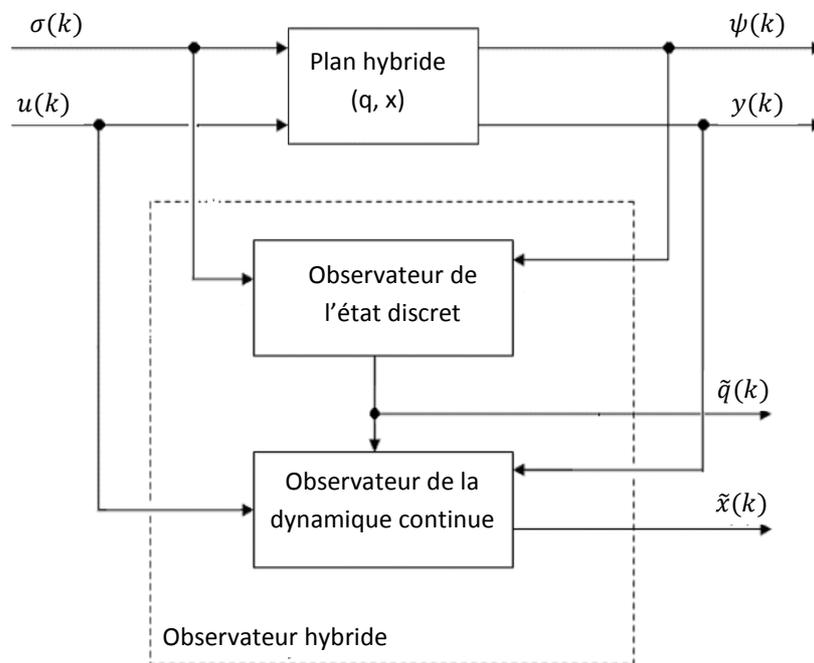


Fig. 2.3 observateur hybride pour SDH ECO

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i (y - C_i \hat{x}(t)) \\ &= (A_i - G_i C_i) \hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i y(t) \quad \text{Si } \hat{q} = q_i \end{aligned}$$

où G_i représente les gains des observateurs de Luenberger, on a donc :

$\dot{\hat{x}}(t) = F_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i y(t)$ avec $F_i = (A_i - G_i C_i)$ si $\hat{q} = q_i$. Cependant l'erreur correspondante revient à $\dot{\xi}(t) = F_i \xi(t)$ avant que la dynamique ne soit dans un cycle de singleton l'observateur est inactif et génère un état $\hat{x}(t)$ nul, puisque l'état discret n'est pas encore disponible :

$$\begin{cases} \hat{\hat{x}}(t) = 0 & \text{si } \hat{q} \in QO \setminus EO \\ \hat{\hat{x}}(t) = \hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i y(t) & \text{si } \hat{q} = \{q_i\} \in EO \end{cases}$$

Si on prend en considération les fonctions de *Reset*, pour chaque transition $\{q_j\}$ vers $\{q_i\}$ dans l'invariant φO et EO :

$$\hat{x}(t) = \hat{x}(t_k^+) = R_{ji}^1 x(t_k^-) + R_{ji}^0 \text{ et } \xi(t_k^+) = R_{ji}^1 \xi(t_k^-)$$

où t_k correspond à l'instant de la k^{ieme} transition. Puisque le SED associé est à état courant observable, il existe K tel que $\hat{q}(t) = q(t)$ pour tout $t \geq t_K$. Le premier instant t_K à partir duquel l'état discret devient observable correspond à l'instant où l'observateur discret entre dans l'ensemble des singletons de $EO\varphi O$ – *invariant*.

Maintenant pour $t \geq t_K$, $\hat{q}(t) = q(t)$ et les paramètres A_i, B_i, C_i et G_i de l'observateur continu sont commutés en synchronisation avec les commutations du système hybride tout en gardant les même fonctions de réinitialisations. L'analyse de la stabilité de cet observateur continu est plus complexe que celle faite pour chaque système $\dot{x} = f_i(x, u)$ à part. Dans [22] on a des conditions sur les paramètres A_i, B_i, C_i ainsi que sur le choix de G_i pour garantir la stabilité et la convergence exponentielle de l'observateur continu ces conditions sont rapportées dans le théorème suivant, et avant cela on introduit les notations suivantes qui sont nécessaires au théorème et pour la suite du mémoire :

- $\|M\|$ et $\|M\|_\infty$ sont respectivement la norme L_2 et L_∞ de la matrice ou du vecteur M .
- La norme L_∞ de $v: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^q$, $\|v(t)\|_\infty = \max_{k=1,q} \{\sup_{t \geq 0} |v_k(t)|\}$
- La norme L_1 d'un signal m de dimension $q \times q$:

$$m: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^q, \|m(t)\|_1 = \max_{i=1,q} \left\{ \sum_{t \geq 0} \int_0^\infty m_{ij}(\tau) d\tau \right\}$$

- Soit la matrice carrée $A \in \mathcal{R}^{q \times q}$ on définit :

$$\alpha(A) = \max \{R_e(\lambda_i) \setminus \lambda_i \text{ valeurs propres de } A\}.$$

- $K(A) = \|T\| \|T^{-1}\|$ tel que T permet d'obtenir la forme canonique de Jordan: $T^{-1}AT$

Théorème 3 : [22] Soit un système hybride H_p , avec un temps de séjour minimal δ_m . Si le SED associé à H est à état courant observable, et pour tout $\{q_i\} \in EO$ il existe un gain G_i tel que :

- $A_i - G_i C_i$ ait des valeurs propres distinctes.
- $\alpha(A_i - G_i C_i) + \frac{\max\{0, \log [R_i K(A_i - G_i C_i)]\}}{\delta_m} \leq -\mu < 0$

Où $R_i = \max_{q_j \in Reach\{q_i\}} \|R_{ij}^1\|$, alors l'observateur HO est exponentiellement finalement convergent avec un facteur de convergence μ .

II-2-1-2 Observateur pour système hybride général

Dans cette section on considère le cas où le SED associé au système hybride n'est pas à état courant observable. Donc l'information disponible des EAS discrètes n'est pas suffisante à localiser l'état discret du SED durant toute l'évolution. Pour remédier à cela on introduit les signatures, chaque signature est une empreinte d'un seul système continu parmi les N systèmes qui constituent le plan continu. C'est une information auxiliaire construite à partir des EAS continues du plan hybride général. Les signatures r_i prennent à leur tour un niveau logique 0 ou 1, sur le schéma d'un SED, une signature joue exactement le même rôle d'une sortie discrète.

Le traitement des signatures à partir des signaux continus apporte une localisation fiable pour chaque transition mais seulement après un retard $\Delta_{q_i} \leq \delta_m$ qui est dû au temps requis à la convergence du processus générateur de signatures, et soit $\Delta = \Delta_{q_i}$.

Introduction des signatures

Considérons un SDH où la structure discrète est donnée par le SED M de la figure 2.4.

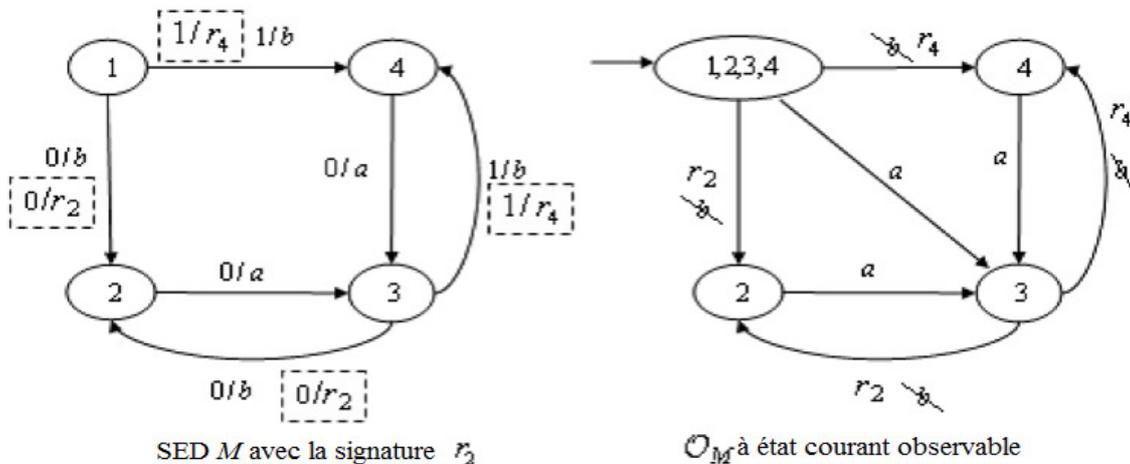


Fig. 2.4 le SED et son observateur

Supposons qu'un résidu r_2 est produit au lieu de b afin de détecter que l'évolution continue suit une dynamique associée à l'état discret $\{2\}$ et un résidu r_4 est produit au lieu de b afin

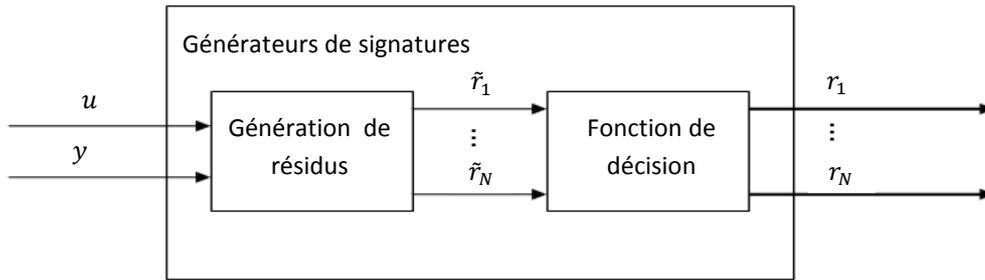


Fig.2.5 *générateur des signatures*

détecter que l'évolution continue suit une dynamique associée à l'état discret $\{4\}$. On construit l'observateur \mathcal{O}_M en prenant en considération les résidus r_2 et r_4 comme événements en sorties des arcs qui mènent à l'état $\hat{q}_2 = \{2\}$, $\hat{q}_4 = \{4\}$, et par ce fait \mathcal{O}_M a finalement la structure d'un SED à état courant observable. En général si un SED n'est pas à état courant observable on ajoute un nombre de signatures suffisant afin de le rendre observable au sens du théorème 2. On obtient désormais un observateur localisateur de l'état discret. Il est composé de deux blocs (voir figure 2.5), le premier est le générateur des signatures composé à son tour d'un générateur de résidus et d'une fonction de décision, le second est dit identificateur logique de l'état discret, il correspond exactement à l'observateur discret décrit précédemment pour un SED à état courant observable [21].

Générateur de signatures

Le générateur de signature produit un signal logique, son rôle consiste à identifier selon quel état discret évolue la dynamique hybride. Supposons que l'observateur reconnaît que l'évolution hybride est soumise à la dynamique continue associée à l'état discret q_j alors $\hat{q} = \{q_i\}$, après une commutation vers $q_j \neq q_i$ l'observateur devra détecter une erreur dans la dynamique continue estimée et cela à partir d'un traitement de $u(t)$ et $y(t)$ puis identifier que la dynamique en cours correspond au système associé à q_j . Le temps Δ nécessaire au générateur pour identifier l'état discret est très important pour la convergence de l'observateur hybride, en fait ce temps Δ comme sur la figure 2.6 doit être très petit comparé au temps de séjour minimal δ_m .

Afin d'assurer l'observation de l'état courant, supposons que le générateur des signatures a besoin de discerner une dynamique continue parmi N' dynamiques différentes associées à

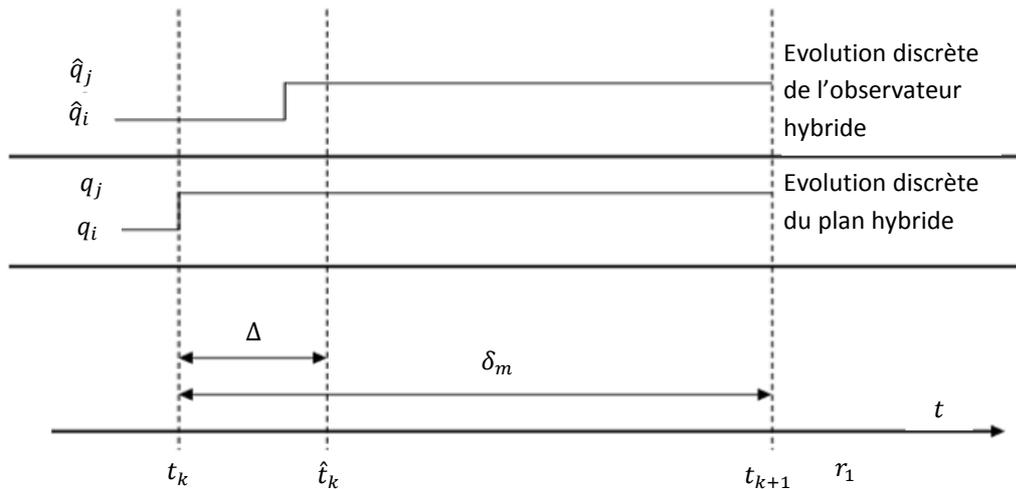


Fig. 2.6 le temps de convergence et le temps de séjour

N' états discrets dans $Q' \subseteq Q$. Une approche simple consiste à synthétiser un observateur de Luenberger pour chaque dynamique continue, et on obtient N' générateur de résidus r_j .

$$j \in \{1, \dots, N'\}$$

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = H_j(t)z_j(t) + B_j u(t) + L \\ \tilde{r}(t) = C_j z_j(t) - y(t) \end{cases}$$

Où $H_j = A_j - L_j C_j$ et L_j représentent les gains de synthèse, et la fonction de décision produit en sortie N' signaux logiques $r_j(t)$ tel que :

$$r_j(t) = \begin{cases} \text{Vrai} & \text{si } \|\tilde{r}(t)\| \leq \varepsilon_r \\ \text{faux} & \text{si } \|\tilde{r}(t)\| > \varepsilon_r \end{cases} \quad j \in \{1, \dots, N'\} \quad 2.3$$

Où le seuil ε_r reste un paramètre de synthèse à choisir. Le théorème suivant explicite des conditions suffisantes pour assurer $r_i = \text{Vrai}$ en un temps au plus égale à $\Delta < \delta_m$ après une commutation $e_{ji} = (q_j, \sigma, q_i)$ de (A_j, B_j, C_j) vers la dynamique (A_i, B_i, C_i) .

Théorème 4 : [20] Pour un $\Delta > 0$, $\varepsilon_r > 0$ donnés et un seuil maximal Z_0 sur la norme $\|x - z_i\|$, si les gains L_i des observateurs sont choisis tel que $H_i = A_i - L_i C_i$ ait des valeurs propres distinctes et :

$$\alpha(H_i) \leq -\frac{1}{\Delta} \log \frac{\|C_i\| K(H_i) Z_0}{\varepsilon_r}$$

Alors r_i devient *vrai* en un temps $\hat{t} \in [0, \Delta]$ après une commutation de $q_j \rightarrow q_i$.

Remarque 3: Le générateur est un ensemble d'observateurs de Luenberger. On a un observateur pour chaque dynamique continue qui doit converger dans un temps très court $\Delta \ll \delta_m$ pour pouvoir localiser l'évolution discrète dans le plan hybride et puis reconstruire l'état continu correspondant. Si les gains sont très importants, cela génère un dépassement de

l'état continu qui a tendance à être très important, et par conséquent indésirable si l'objectif est un contrôle par feed-back (retour d'état). Dans la suite on va voir comment développer un observateur convergeant pour l'état continu après avoir identifier la position discrète.

On suppose qu'il y a eu une transition de q_j vers q_i , alors la dynamique continue évolue selon $(A_i, B_i, C_i) \neq (A_j, B_j, C_j)$; malheureusement il y a des cas où la signature r_j reste *Vrai* pour un temps infini. Dans [20] est donné le théorème suivant

Théorème 5 : [20] Si la matrice $((C_j - C_i)B_i + C_j(B_i - B_j))$ est inversible, avec $i \neq j$, alors pour toute condition initiale (q_0, x_0) il existe toujours un contrôle $u(t)$ tel que $r_j(t)$ reste *vrai* pour $t > \Delta$ après une transition vers (A_i, B_i, C_i) .

II-2-1-3 Synthèse de l'observateur continu

L'observateur continu doit produire une estimation \hat{x} de l'état continu $x(t)$ du plan hybride et pour suivre les commutations il exploite le résultat $\{\hat{q}\}$ de l'observateur de l'état discret.

Reconstruction de l'état continu

La convergence exponentielle de l'observateur continu est analysée en considérant tout le système hybride $H_p \otimes H_0$ composé du plan hybride H_p et le modèle de l'observateur hybride H_0 décrit précédemment, et à partir du temps \hat{t}_k duquel l'observateur de l'état discret évolue dans l'invariant φ_0 – *invariant* des singletons. Les états discrets du système composé $H_p \otimes H_0$ sont de type $(q_i, \{q_j\})$ où $q_i \in Q$ et $\{q_j\} \in Q_0$. On définit $\xi(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ l'erreur d'observation de l'état continu, la dynamique continue du système hybride $H_p \otimes H_0$ qui influence l'évolution de l'état composé (ξ, x) pour différents états discrets dans $Q \times E_0$ est donnée par :

- Pour chaque paire $(q, \hat{q}) \in Q \times E_0$ on associe la dynamique continue :

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A_i - G_i C_i) \hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i y(t)$$

puis l'erreur est calculée par :

a. $\hat{q} = \{q_i\}$ $\dot{\xi}(t) = \dot{\hat{x}}(t) - \dot{x}(t)$

$$= (A_i - G_i C_i) \hat{x}(t) + (A_i - G_i C_i) x(t)$$

$$= (A_i - G_i C_i) \xi(t)$$

b. $\hat{q} = \{q_j\}, j \neq i$

$$\dot{\xi}(t) = A_j \dot{\hat{x}}(t) + B_j u(t) + G_j C_j x(t) - G_j C_j \hat{x}(t) - A_i x(t) - B_i u(t)$$

$$= (A_j - G_j C_j) \xi(t) + [(A_j - A_i) - G_j (C_j - C_i)] x(t) + (B_j - B_i) u(t)$$

On a donc $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$ si $q = q_i$

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = F_i \xi(t) & \text{si } \hat{q} = \{q_i\} \\ \dot{\xi}(t) = F_i \xi(t) + v_{ji}(t) & \text{si } \hat{q} \neq \{q_i\} \end{cases} \quad 2.4$$

Ou $F_i = A_j - G_j C_j$ et $v_{ji}(t) = [(A_j - A_i) - G_j(C_j - C_i)]x(t) + (B_j - B_i)u(t)$

1. Pour chaque transition entre les états discrets dans $Q \times E\mathcal{O}$ la réinitialisation est appliquée de la manière suivante :

a. Le système hybride fait une commutation mais l'observateur n'a pas encore commuté,

Donc : $(q_j, \{q_l\}) \rightarrow (q_i, \{q_l\}), q_j \neq q_i$ qui s'effectue à l'instant $t_k \neq \hat{t}_k, t_k < \hat{t}_k$,

Cependant la dynamique continue (x, ξ) est réinitialisée par :

$$\begin{aligned} x(t_k) &= R_{ji}^1 x(t_k^-) + R_{ji}^0 \\ \hat{x}(t_k) &= \hat{x}(t_k) - x(t_k) \\ \xi(t_k) &= \hat{x}(t_k^-) - R_{ji}^1 x(t_k^-) R_{ji}^0 \\ \xi(t_k) &= \xi(t_k^-) - R_{ji}^0 + [I - R_{ji}^1] x(t_k^-) \end{aligned} \quad 2.5$$

b. Pour les transitions à l'instant $t_k \neq \hat{t}_k: (q_l, \{q_j\}) \rightarrow (q_l, \{q_i\}), \{q_j\} \neq \{q_i\}$ seulement la composante de l'erreur qui est estimée à :

$$\begin{aligned} \xi(\hat{t}_k) &= \hat{x}(\hat{t}_k) - x(\hat{t}_k) \\ \xi(\hat{t}_k) &= R_{ji}^1 \hat{x}(\hat{t}_k^-) + R_{ji}^0 - x(t_k^-) - R_{ji}^1 x(\hat{t}_k^-) + R_{ji}^1(\hat{t}_k^-) \\ \xi(\hat{t}_k) &= R_{ji}^1 \xi(t_k^-) + R_{ji}^0 - [I - R_{ji}^1] x(t_k^-) \end{aligned} \quad 2.6$$

c. Pour les transitions synchronisées $(q_j, \{q_j\}) \rightarrow (q_i, \{q_i\}), q_i = q_j$ à l'instant $t_k = \hat{t}_k$ l'état (x, ξ) est réinitialisée par :

$$\xi(t_k) = R_{ji}^1 \xi(t_k^-) \quad 2.7$$

Remarque 4: A travers les fonctions de gardes $G(\cdot)$ les commutations peuvent dépendre de l'état continu, une détection instantanée d'une transition est susceptible de fournir une information. Supposons qu'à un instant t_k une transition mène la dynamique d'un état q_i vers q_j et supposons qu'elle est due à un événement $\hat{\sigma}$ dont les conditions de production dépendent de $x(t)$ et $u(t)$: $(x(t_k); u(t_k)) \in G(q_i, \hat{\sigma}, q_j)$ Si on n'arrive pas à identifier cette condition de garde d'une manière unique $\hat{\sigma}$ est dit événement nul, sinon $\hat{\sigma}$ est instantanément identifié par l'observateur des états discrets, et nous avons pour la suite :

1. Pour un $k \geq K$, l'observabilité de l'état courant à l'aide des signatures garantie que l'état q_j est observable.

2. Une identification immédiate n'est possible que si q_j est observé sans passer par les signatures, il suffit simplement de regarder la sortie P_k et la position q_i .
3. L'événement $\hat{\sigma}$ est identifié si et seulement si P_k a une solution unique $\{\hat{\sigma}\}$.

Alors l'état continu $x(t)$ à l'instant t_k est déterminé si le système d'équation 2.9 admet

$$\begin{cases} C_i x = y(t_k^-) \\ (x, u(t_k^-)) \in G(q_i, \hat{\sigma}, q_j) \end{cases} \quad 2.9$$

une solution unique. Cela permet à l'observateur continu d'effectuer un saut vers l'état continu courant en annulant instantanément l'erreur d'estimation de l'observateur.

Supposons que l'on a une fonction de garde $G : D_{ij}x(t) + E_{ij} = 0$ pour une transition à l'instant t_k de $q_i \rightarrow q_j$ avec $D_{ij} \in \mathcal{R}^{q \times n}$ et $E_{ij} \in \mathcal{R}^q$ alors si on détecte instantanément cette transition on a :

$$\begin{bmatrix} D_{ij} \\ C_i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -E_{ij} \\ y(t_k^-) \end{bmatrix}$$

Si cette équation admet une solution unique $x = x(t_k)$ alors l'état continu du plan hybride est déterminé en t_k^- et l'erreur d'estimation est instantanément nulle.

II-2-1-4 Résultat de l'observateur d'Andrea Balluchi [20]

Exemple 4: Soient les dynamiques continues (A_1, B_1, C_1) et (A_2, B_2, C_2) associées respectivement aux états discrets q_1 et q_2 :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ -8 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 6 \end{bmatrix}, C_1 = [1 \quad 0], x_{01} \text{ quelconque}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -10 & 1 \\ -9 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 3 \end{bmatrix}, C_2 = C_1$$

$$x_{02} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -1.2 \end{bmatrix}, \text{ puis } x_{02} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}, \text{ et } x_{02} = \begin{bmatrix} 5 \\ 60 \end{bmatrix}, u = 0.2$$

On pose les mêmes pôles pour $(A_1 - L_1 C_1)$ et $(A_2 - L_2 C_2)$ à l'aide de MATLAB à condition qu'on respecte le théorème 4 :

$$\lambda = [-24, -22]$$

$$L_1 = \text{place}(A'_1, C'_1, \lambda) ; L_1 = L'_1$$

$$L_2 = \text{place}(A'_2, C'_2, \lambda) ; L_2 = L'_2$$

$$\text{Les conditions initiales } \hat{x}_{01} = \hat{x}_{02} = [y \quad 0]'$$

Les valeurs propres des F_i qui représentent les gains de l'observateur associé à \hat{q}_j agissent sur la vitesse de convergence de ξ_j vers $\dot{y}(t)$. On a alors $F_1 = -20$ et $F_2 = -21$. La figure 2.7 représente un schéma de la disposition du système et les observateurs qui génèrent les valeurs

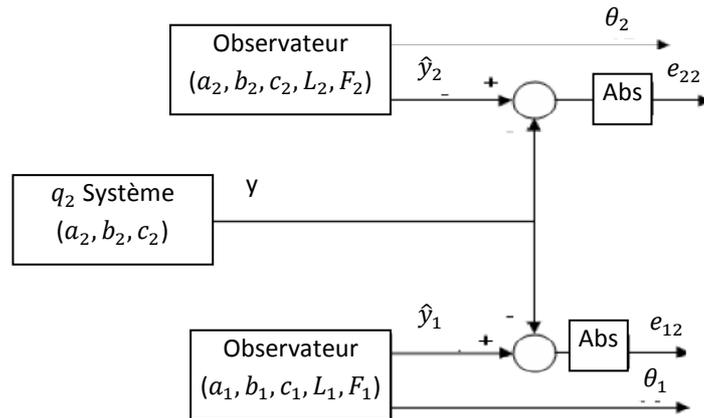


Fig.2.7 systèmes et observateurs

$e_{12} = |y(t) - \hat{y}_1(t)|$, $e_{22} = |y(t) - \hat{y}_2(t)|$, et les variables auxiliaires discriminantes θ_1 et θ_2 . Les résultats de simulations sont respectivement sur la figure 2.8 et zoomés sur la figure 2.9 pour différentes conditions initiales.

Sur la figure 2.8 et pour $x_0 = [5, -2]$. Et même après le temps $\Delta = 0.7$ calculé à partir du théorème 4 de Balluchi, la variable auxiliaire θ_1 devient négative or θ_1 correspond au mauvais observateur. Cet exemple montre que le conflit n'est pas toujours résolu.

Pour des systèmes stables, on remarque encore sur la figure 2.8 que les sorties des observateurs \hat{y}_i convergent même s'il s'agit d'un mauvais observateur, mais le plus marquant c'est que l'erreur en sortie du bon observateur n'est pas nécessairement la plus petite en module dès le départ, et il faut attendre un temps Δ qui représente le temps de convergence du régime libre pour que cette erreur soit la plus petite et encore mieux elle tend vers zéro.

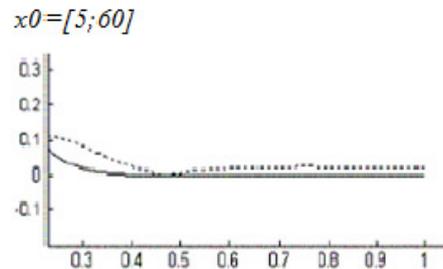
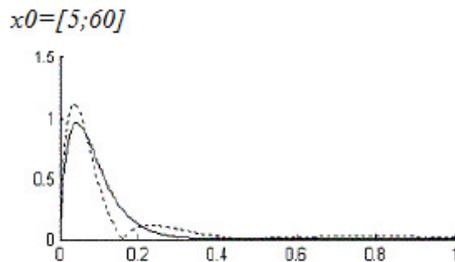
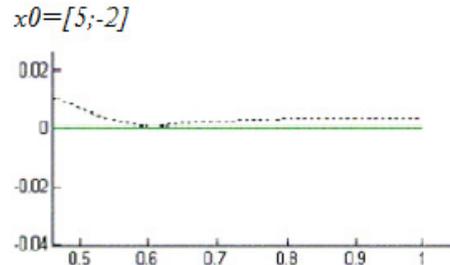
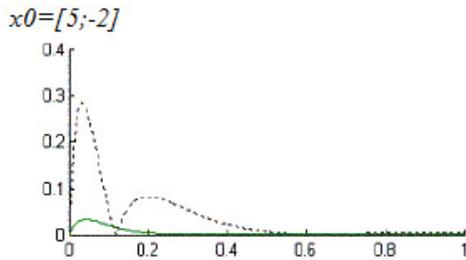
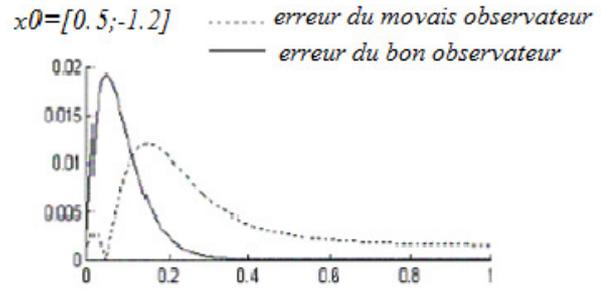
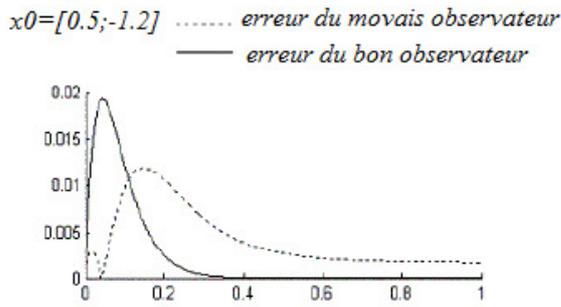


Fig.2.8 variables auxiliaires de Balluchi pour différentes conditions initiales

Fig.2.9 zoom sur les variables tracées sur la figure 2.8

II-2-2 Observateur imbriqué [23]

II-2-2-1 Introduction

Un système dynamique hybride (SDH) se caractérise principalement par une évolution interactive continue et discret dynamique [3] [14]. Un SDH est décrit par une équation différentielle : $\dot{x}(t) = \xi(t, x(t), u(t), \sigma(t))$, $t \geq 0$ où $u(t)$ est le contrôle, $\xi(t)$ est un champ de vecteurs qui dépend de l'état constant $x(t)$ et du vecteur à événements discrets $\sigma(t)$. Nous avons ensuite une collection de plusieurs systèmes de dynamique continue (figure 2.13), où l'on attribue à chacun d'eux une marque de référence $q \in Z^+$ ce qui représente l'état discret. Pour passer d'une dynamique de l'autre, une stratégie donnée de commutateur est adopté comme (sauts, transitions, réinitialisés. . .). Les transitions se produisent lorsque l'état atteint certains seuils qui peut être des contraintes physiques naturelles, comme on peut décider des seuils de la transition doit avoir lieu. Modélisation hybride est inévitable pour plusieurs

applications, il est plus efficace et plus puissant, mais d'autre part, il introduit une complexité supplémentaire au cours de l'établissement des performances des systèmes, l'identification, ou la synthèse de l'observateur, par exemple.

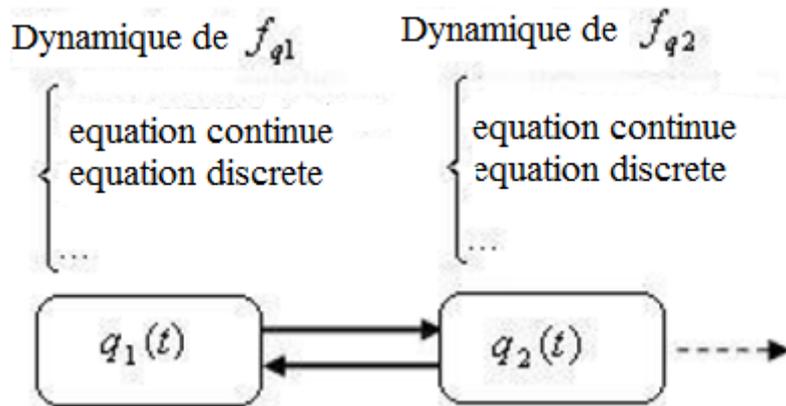


Fig. 2.10 *Système hybride*

Dans la synthèse de l'observateur pour un système hybride, il s'agit d'une collection de détection de l'état discret actif du plan hybride, alors à reconstruire l'état continu, et tout ce départ seulement des entrées et sorties du plan hybride (Figure 2.11).

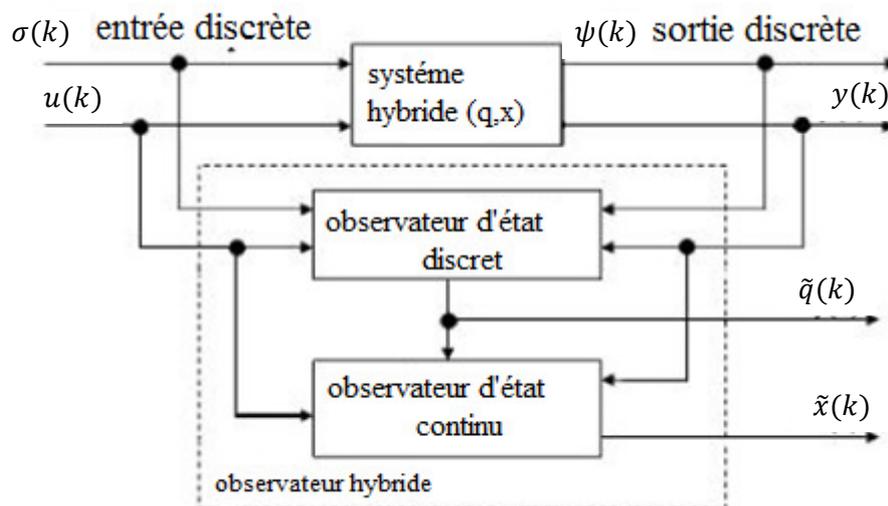


Fig. 2.11 *structure d'observateur hybride*

L'observabilité d'un SED [22] reste suffisante pour un système hybride dans le cas où on obtient un observateur discret à état courant observable [21]. La réalisation d'un tel observateur est fastidieuse lorsqu'on a un nombre important d'arcs et de sommets, mais cette structure n'est réalisée qu'une seule fois, et ne demande pas une adaptation continue de la structure en temps réel avec l'évolution du système. Donc une fois achevé, un observateur de l'état discret ne fait qu'exploiter l'information « sorties discrètes » pour déterminer l'état

actif. Mais si cette information est pauvre et crée un conflit dans la structure SED de l'observateur, on a recours à d'autres informations auxiliaires comme la dynamique continue du système hybride pour la discrimination entre les états en conflit. Nous avons vu jusqu'à présent que l'observateur hybride de A. Balluchi identifie l'état discret d'une dynamique hybride avec un retard temporel, et plus ce retard est court plus on a besoin de gains importants dans les observateurs de Luenberger, donc les limites d'application de cette méthode dépendent en grande partie de l'importance de ces gains. Dans [24] M. Fliess & H.S Ramirez proposent une méthode d'identification des paramètres d'un système dynamique linéaire, et qui est opérationnelle en temps réel, il s'agit de l'identification en boucle fermée de systèmes linéaires continus. La méthode est issue des techniques de l'algèbre différentielle et du calcul opérationnel. Il est clair que cette théorie est compliquée mais son application reste assez simple, pour notre cas nous nous intéressons à son utilité dans l'espace de Laplace et nous nous restreignons aux systèmes linéaires propres ou strictement propres. Nous allons présenter dans cette section le principe de la méthode et comment l'adapter pour fabriquer un observateur imbriqué (figure 2.12) pour notre classe de SDH:

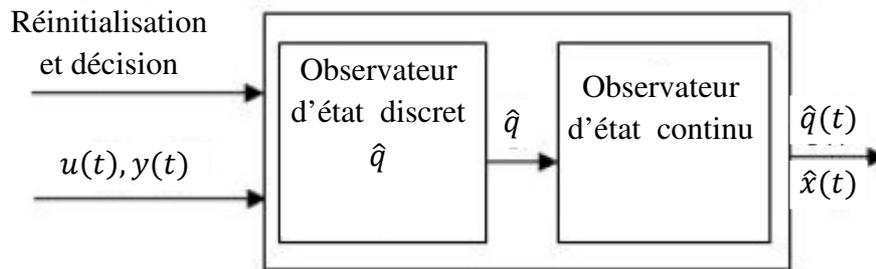


Fig.2.12 *Observateur imbriqué*

II-2-2-2 Identification de l'état discret

Principe et le résultat de la méthode d'identification de M. Fliess & H.S. Ramirez

Considérons les systèmes mono entrés mono sorties (SISO), avec l'opérateur de dérivation par rapport au temps $\frac{d^n}{dt^n}$ d'ordre $n \in \mathbb{N}^{*+}$:

$$\frac{d^n}{dt^n} + a_n \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 = (b_m \frac{d^m}{dt^m} + \dots + b_1)$$

Sans perte de généralité nous nous intéressons aux systèmes du second ordre strictement propre :

$$\ddot{y}(t) + a_2 \dot{y}(t) + a_1 y(t) = b_2 \dot{u}(t) + b_1 u(t) \tag{2.10}$$

avec la transformation de Laplace:

$$(s^2Y(s) - sy(t_0) - \dot{y}(t_0)) + a_2(sY(s) - y(t_0)) + a_1Y(s) = b_2(sU(s) - u(t_0)) + b_1U(s) \quad 2.11$$

Pour éliminer les termes $y(t_0), \dot{y}(t_0)$ l'équation 2.11 est dérivée deux fois par rapport à la variable de Laplace s :

$$a_2 \left[\frac{d^2Y(s)}{ds^2} + 2 \frac{dY(s)}{ds} \right] + a_1 \left[\frac{d^2Y(s)}{ds^2} \right] - b_2 \left[\frac{d^2U(s)}{ds^2} + 2 \frac{dU(s)}{ds} \right] - b_1 \left[\frac{d^2U(s)}{ds^2} \right] + \left[s^2 \frac{d^2Y(s)}{ds^2} + 4s \left(\frac{dY(s)}{ds} + 2Y(s) \right) \right] = 0 \quad 2.12$$

On multiplie l'équation 2.12 par un s^{-2} pour simplifier le passage au domaine temporel

$$a_2D_2(t) + a_1D_1(t) + b_2N_2(t) + b_1N_1(t) + R(t) = 0 \quad 2.13$$

Avec

$$D_1(t) = \int_0^t \int_0^{\sigma_1} \sigma_2^2 y(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1$$

$$D_2(t) = \int_0^t \sigma_1^2 y(\sigma_1) d\sigma_1 - 2 \int_0^t \int_0^{\sigma_1} \sigma_2 y(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1$$

$$N_1(t) = - \int_0^t \int_0^{\sigma_1} \sigma_2^2 u(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1$$

$$N_2(t) = - \int_0^t \sigma_1^2 u(\sigma_1) d\sigma_1 + 2 \int_0^t \int_0^{\sigma_1} \sigma_2 y(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1$$

$$R(t) = t^2 y(t) - 4 \int_0^t \sigma_1 y(\sigma_1) d\sigma_1 + 2 \int_0^t \int_0^{\sigma_1} y(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1$$

L'équation 2.13 a l'avantage d'être totalement indépendant des conditions initiales, il suffit de mesurer l'entrée et la sortie afin d'évaluer l'intégrale. Dans le cadre de l'identification d'un paramètre, en supposant que les autres sont connus, le résultat est immédiat après tout moment $t > t_\varepsilon, \forall t_\varepsilon > 0$, ce qui constitue l'avantage majeur sur l'exploitation de ce résultat dans l'observateur imbriqué.

Considérons un SDH $H = (Q, \Sigma, \varepsilon, D, U, F, P, Y, \varphi, \gamma, \phi, G, R)$ qui ne présente pas un comportement Zénon avec un temps de séjour minimal δ_m c'est à dire pour deux transitions successives aux instants t_k et t_{k+1} on a $t_{k+1} - t_k > \delta_m$: On associe à chaque état discret $q_i \in Q$ la dynamique linéaire continue :

$$\ddot{y}(t) + a_{2i}\dot{y}(t) + a_{1i}y(t) = b_{2i}\dot{u}(t) + b_{1i}u(t) \quad 2.14$$

$i \in \{1, \dots, N\}, y(t), u(t) \in \mathcal{R}$ et les paramètres $a_{li}, b_{li}, l = 1, 2$ sont constant dans \mathcal{R} . Pour synthétiser un observateur de l'état discret de H on garde la même structure de l'observateur de A. Balluchi [20], sauf à la place du générateur des signatures nous proposons un critère

discriminant issu de la méthode d'identification de M. Fliess [24], prenons l'équation 2.13 pour le système dans 2.14 :

$$a_{2i}D_2(t)+a_{1i}D_1(t) + b_{2i}N_2(t)+b_{1i}N_1(t) + R(t) = 0 \tag{2.15}$$

Les fonctions $D_2(t), D_1(t), N_2(t), N_1(t)$ et $R(t)$ sont évaluées en temps réel, et soit $V(t)$ un vecteur colonne tel que $V(t) = [D_2(t), D_1(t), N_2(t), N_1(t), R(t)]^T$.

Les paramètres $a_{li}, b_{li}, l = 1,2$ sont connus pour chaque dynamique associée à q_i et soit θ_i un vecteur ligne des paramètres tel que $\theta_i = [a_{2i}, a_{1i}, b_{2i}, b_{1i}, 1]$.

Soit aussi la variable booléenne r_i tel que : $r_i = Vrai$ indique que le SDH évolue dans l'état discret q_i sinon $r_i = Faux$ si le SDH n'est pas dans q_i . Alors prenons l'équation (2.15) que nous appellerons la fonction discriminante car elle nous permet de proposer le critère suivant :

$$\forall \hat{t}: t_k < \hat{t} < t_{k+1} \begin{cases} Vrai & si \theta_i V(t) = 0 \\ Faux & si \theta_i V(t) \neq 0 \end{cases} \tag{2.16}$$

Sur la figure 2.13 est donné un schéma synoptique de conception ou d'implémentation de L'observateur de l'état discret.

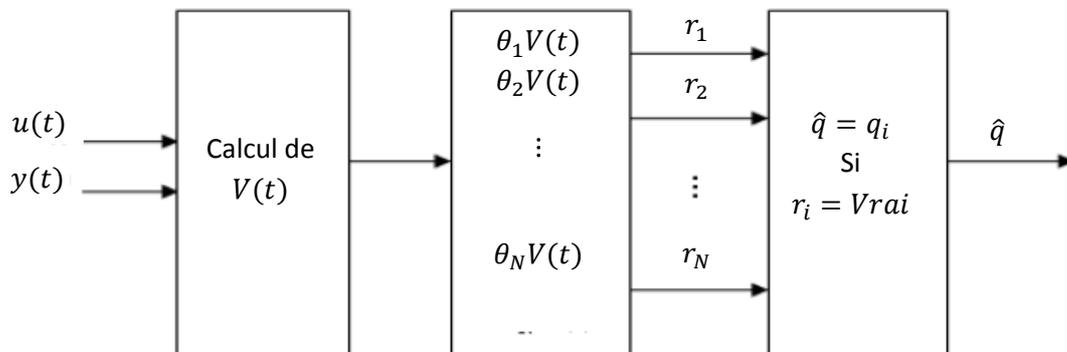


Fig.2.13 la reconnaissance de l'état discret de $u(t)$ et $y(t)$

Observabilité et la fonction discriminante

Cette méthode de discrimination entre états discrets est applicable si chaque sous système est identifiable, dans [24] sont données les conditions d'identifiabilité d'un système linéaire continu, en plus chaque paire de sous systèmes soit observable [21], prenons par exemple deux systèmes linéaires du second ordre associés à q_i et q_j et qui ont les même valeurs propres et le même paramètre b_1 dans l'équation 2.15, donc seul le paramètre b_2 qui permet une discrimination, maintenant si l'entrée du SDH est $u(t) = constante$, remarquons que $N_2(t) = 0$ ce qui fait : $\theta_i V(t) = \theta_j V(t) = 0$ et donc on ne peut pas faire une différence entre

ces deux systèmes avec le critère 2.16. Pour appliquer le critère 2.15 il faut que les paramètres soient identifiables.

Considérons deux systèmes linéaires du second ordre ayant pour vecteurs de paramètres θ_i et θ_j les paramètres sont identifiables si et seulement si :

$$\theta_i V(t) = \theta_j V(t) \Rightarrow \theta_i = \theta_j$$

Nous avons :

$$\theta_i V(t) = \theta_j V(t) \Leftrightarrow (\theta_i - \theta_j)V(t) = 0 \tag{2.17}$$

Soit maintenant cinq échantillons successifs de $V(t)$ avec une période d'échantillonnage T , nous prenons cinq échantillons car nous avons cinq paramètres dans le cas du second ordre : $V(kT) = [D_2(kT), D_1(kT), N_2(kT), N_1(kT), R(kT)]^T$

$$D_1(kT) = \int_{(k-1)T}^{kT} \int_{(k-1)T}^{kT} \sigma_2^2 y_k(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 = \frac{T^4}{12} (6k^2 - 8k + 3) y_k$$

$$D_2(kT) = \int_{(k-1)T}^{kT} \sigma_1^2 y_k(\sigma_1) d\sigma_1 - 2 \int_{(k-1)T}^{kT} \int_{(k-1)T}^{kT} \sigma_2 y_k(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 = T^3 (k - 1)^2 y_k$$

$$N_1(kT) = \int_{(k-1)T}^{kT} \int_{(k-1)T}^{kT} \sigma_2^2 u_k d\sigma_2 d\sigma_1 = -\frac{T^4}{12} (6k^2 - 8k + 3) u_k$$

$$N_2(kT) = \int_{(k-1)T}^{kT} \sigma_1^2 u_k d\sigma_1 + 2 \int_{(k-1)T}^{kT} \int_{(k-1)T}^{kT} \sigma_2 u_k d\sigma_2 d\sigma_1 = -T^3 (k - 1)^2 u_k$$

$$R(kT) = T^2 y(t) - 4 \int_{(k-1)T}^{kt} \sigma_1 y_k d\sigma_1 + 2 \int_{(k-1)T}^{kT} \int_{(k-1)T}^{kT} y_k d\sigma_2 d\sigma_1 = T^2 (k^2 - 4k + 3) y_k$$

Pour $k = 1, 2, 3, 4, 5$ soit la matrice $\gamma = [V(T), V(2T), V(3T), V(4T), V(5T)]$

$$\gamma = \begin{bmatrix} 0 & T^3 y_2 & T^3 4y_3 & T^3 9y_4 & T^3 16y_5 \\ \frac{T^4}{12} y_1 & \frac{T^4}{12} y_2 & \frac{T^4}{12} y_3 & \frac{T^4}{12} y_4 & \frac{T^4}{12} y_5 \\ 0 & -T^3 u_2 & -T^3 4u_3 & -T^3 9u_4 & -T^3 16u_5 \\ -\frac{T^4}{12} u_1 & -\frac{T^4}{12} 11u_2 & -\frac{T^4}{12} 33u_3 & -\frac{T^4}{12} 67u_4 & -\frac{T^4}{12} 113u_5 \\ 0 & -T^2 y_2 & 0 & T^2 3y_4 & T^2 8y_5 \end{bmatrix}$$

L'équation 2.17 admet une solution unique et nulle $(\theta_i - \theta_j) = 0$ si et seulement si γ est *invertible*. Remarquons que la matrice n'est *pas invertible* si $u = 0$ ou $y = 0$ ou $y = \alpha u$ $\alpha \in \mathcal{R}$. Nous citons en particulier les cas suivants :

1. **Systèmes sans contrôle** : dans ce cas $B_i = B_j = [0 \ 0]^T$, alors nous prenons que les échantillons concernant la sortie $y(t)$ et γ devient :

$$\gamma_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & T^3 y_2 & T^3 11 y_3 \\ \frac{T^4}{12} y_1 & \frac{T^4}{12} 11 y_2 & \frac{T^4}{12} 33 y_3 \\ 0 & -T^2 y_2 & 0 \end{bmatrix}$$

cette matrice est toujours inversible si $y(t) \neq 0$, alors le critère 2.15 est discriminant si $\theta_i \neq \theta_j$.

2. Si $u(t)$ est constante: ces dérivées sont nulles, et par conséquent quelque soient le paramètre appliqué à $\dot{u}(t)$, il n'apparait pas dans la fonction discriminante 2.15, nous prenons $V(kT) = [D_2(kT), D_1(kT), N_2(kT), N_1(kT), R(kT)]^T$ dénué de $N_2(kT)$ et nous prenons que quatre échantillons, donc le cas où nous avons deux sous-systèmes avec les mêmes valeurs propres (i.e. les mêmes dénominateurs dans leurs fonctions de transferts) il faudrait que les paramètres appliqués à $u(t)$ soient différents.

$$\gamma_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & T^3 y_2 & T^3 4 y_3 & T^3 9 y_4 \\ \frac{T^4}{12} y_1 & \frac{T^4}{12} 11 y_2 & \frac{T^4}{12} 33 y_3 & \frac{T^4}{12} 67 y_4 \\ -\frac{T^4}{12} u & -\frac{T^4}{12} 11 u & \frac{T^4}{12} 33 u & -\frac{T^4}{12} 67 u \\ 0 & -T^2 y_2 & 0 & -T^2 3 y_4 \end{bmatrix}$$

Remarquons que la matrice $\gamma_{4 \times 4}$ est inversible sauf si $u = 0$ ou $y = 0$, ou $y = \alpha u, \alpha \in \mathcal{R}$.

Remarque 5 : Nous avons abordé l'utilité de la méthode de M. Fliess & H.S. Ramirez dans L'observateur imbriqué d'un SDH uniquement entre deux transitions successives. Nous n'avons pas encore développé son utilisation durant toute l'évolution hybride où il y a des commutations. Théoriquement, le temps nécessaire à la discrimination $t_d = \hat{t}_k - t_k$ est choisi librement $t_d > 0$ après la transition, mais pratiquement cela ne dépend que de la précision et la vitesse des calculateurs utilisés. Donc ce temps de discrimination est nettement meilleur que celui proposé par A. Balluchi dans le théorème 4.

Nous allons voir par la suite comment utiliser ce discriminant d'états discrets au cours d'une évolution d'un SDH, c'est à dire lorsqu'il y a des commutations.

Utilisation de l'identification de M. Fliess & H.S. Ramirez dans l'observateur imbriqué

Nous avons vu jusqu'à présent comment le critère inspiré de l'algèbre différentielle permet de savoir de quel état discret $q_i, i = \{1, \dots, N\}$ est issue la sortie $y(t)$ sans qu'il y ait des commutations, alors on exige que $u(t)$ et $y(t)$ soient toujours continues et issues de la même dynamique associée à q_i ce qui n'est pas toujours le cas pour un SDH où, $u(t)$ et $y(t)$ présentent des discontinuités lors des commutations ou bien sont continues mais issues de dynamiques différentes en commutations. Lors d'une transition l'observateur de l'état discret

diverge et aucun r_i n'est *Vrai* car $\theta_i V(t) \neq 0, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ cette situation de divergence est plutôt intéressante que désavantageuse car elle nous permet de détecter l'instant de la commutation mais ne fournit aucune information sur l'état discret. Une solution à ce problème consiste à réinitialiser périodiquement l'observateur de l'état discret, il suffit de choisir une période très petite comparée au temps de séjour minimal δ_m , alors l'observateur peut être réinitialisé plusieurs fois entre deux transitions successives ce qui introduit un retard maximal de une période pour fournir une information sur l'état discret actif. La figure 2.14 représente un exemple d'un signal de réinitialisation par fronts montants de l'observateur de l'état discret. Remarquons que la transition du SDH de q_1 vers q_2 s'est produite en un instant entre deux fronts montants de réinitialisation F_1 et F_2 alors cependant l'état discret observé $\hat{q}(t)$ est maintenu jusqu'à l'instant de deuxième front montant F_2 où l'observateur reconnaît la dynamique active.

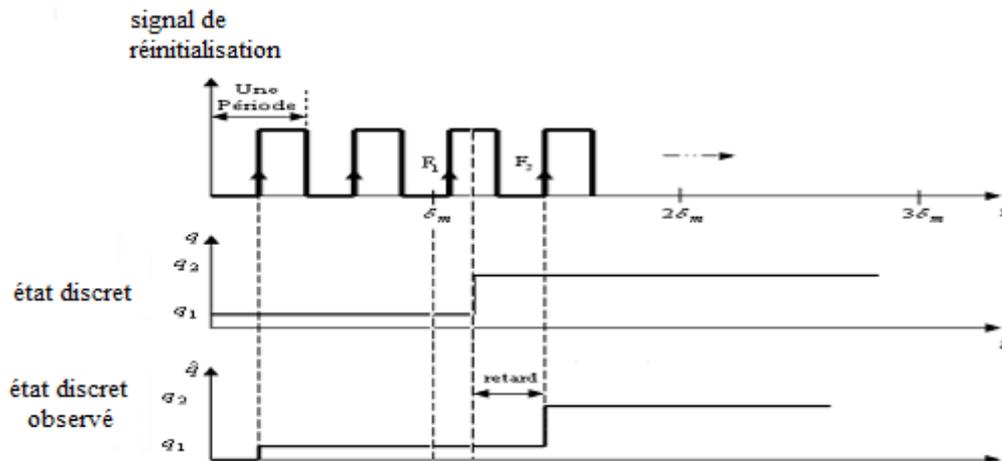


Fig.2.14 exemple d'un signal de réinitialisation de l'observateur de l'état discret

Remarque 6 : Si le retard introduit par la réinitialisation de l'observateur de l'état discret est trop grand pour un cas pratique, il est toujours possible d'appliquer la réinitialisation lors de la détection de l'instant de la transition, dans ce cas nous pouvons fixer la période du signal de réinitialisation inférieur ou égale au temps de séjour minimal δ_m lors de la détection du premier instant de commutation (voir figure 2.15).

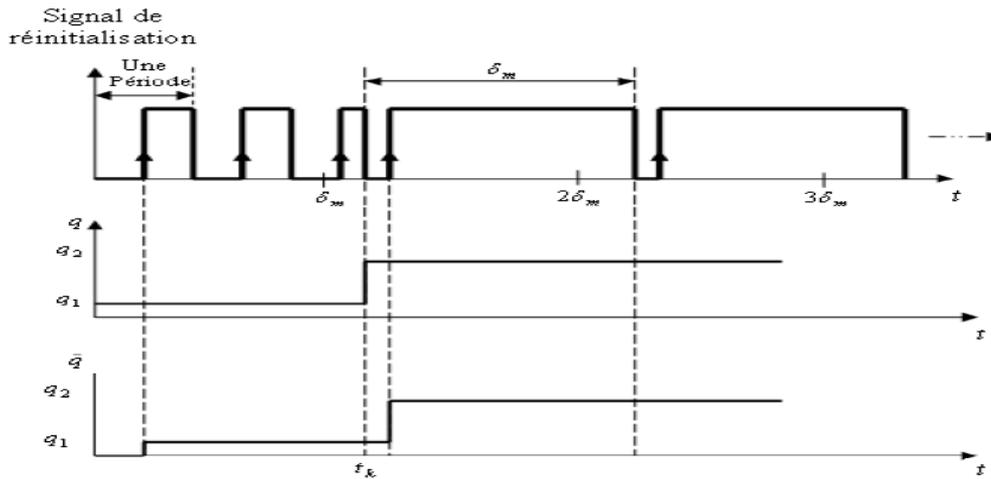


Fig.2.15 exemple d'adaptation du signal de réinitialisation

Exemple 5: Considérons les paramètres suivants :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 6 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -10 & 1 \\ -10 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 2.9 \end{bmatrix}, C_1 = C_2 = [1 \quad 0]$$

x_{01}, x_{02} quelconques. On construit un système hybride sur la figure 2.16 dont les commutations dépendent d'un signal d'horloge de période $T = 0.5 \text{ s}$ donc le temps de séjour t_s dans chaque état est de $T/2 = 0.25 \text{ s}$ ($t_s = t_{k+1} - t_k$), dans ce cas le temps de séjour est égale au temps de séjour minimal.

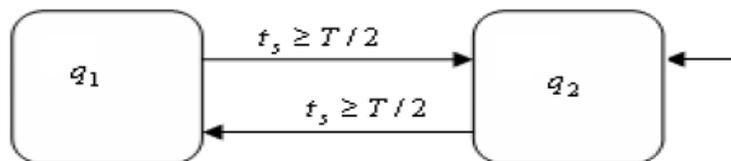


Fig.2.16 système hybride

Les deux vecteurs des paramètres sont :

$$\theta_1 = [6 \quad 8 \quad 2.5 \quad 6 \quad 1] , \theta_2 = [10 \quad 10 \quad 0.5 \quad 2.9 \quad 1]$$

On choisit un signal de réinitialisation de l'observateur avec une période T_1 égale au temps de séjour

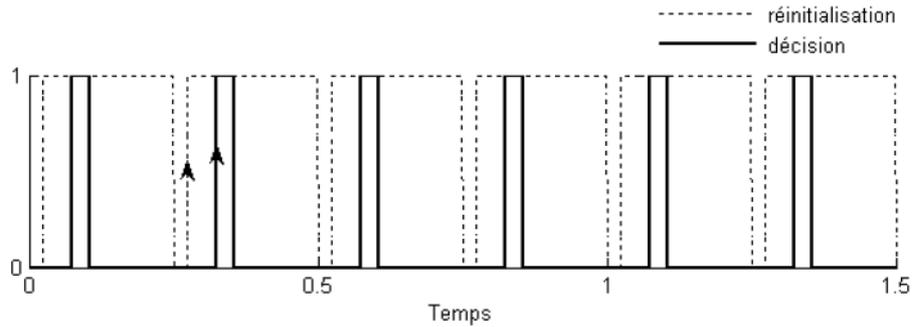


Fig.2.17 illustration du signal de réinitialisation et de décision

$T_1 = 0.5 s$, et pour prendre une décision sur l'état actif nous sommes libre de choisir n'importe quel retard positif après la réinitialisation, mais la simulation à pas fixé restreint cette liberté et impose un retard minimal de "un pas de simulation". Pour cet exemple on choisit de prendre une décision après un retard de 5 ou 6 pas de simulation après chaque réinitialisation de l'observateur (voir figure illustrative 2.14), ce retard reste insignifiant comparé au temps de séjour $t_s = 0.25 s$, avec un pas de simulation $T_{ps} = 10^{-5}$, La figure 2.18 montre l'état discret actif $q(t)$ et son observation $\hat{q}(t)$ on attribue à l'état q_1 l'entier 1 et pour q_2 l'entier 2, la courbe $q_e(t) = q(t) - \hat{q}(t)$ représente l'erreur en état discret mais le plus important c'est les intervalles où $q_e(t) \neq 0$ qui sont très petits et ne sont présents qu'après les commutations, ces intervalles représentent les retards introduits par l'observateur.

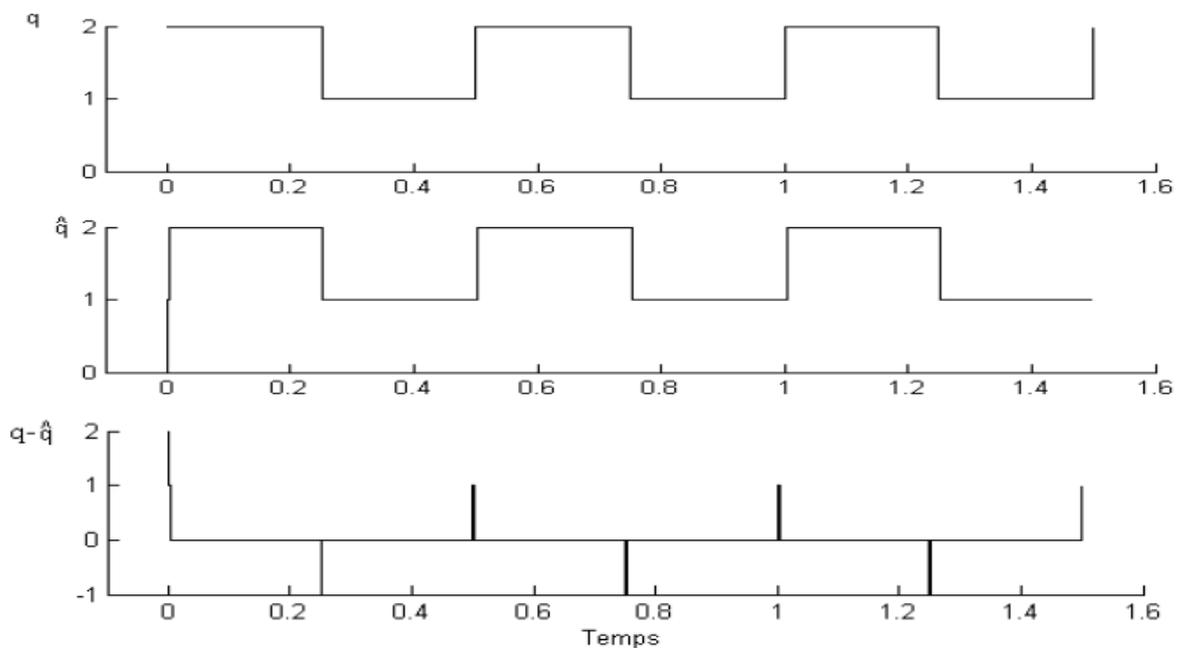


Fig.2.18 erreur d'observation de l'état discret et retard introduit par l'observateur

II-2-2-3 Un observateur pour l'état continu

Grâce à la méthode d'identification de M. Fliess & H.S. Ramirez, nous sommes arrivés à déterminer l'état discret actif de notre classe de SDH dans un temps petit, maintenant il faut observer l'état continu. L'idée la plus simple qui vient à l'esprit c'est d'établir un autre SDH composé d'observateur de Luenberger pour chaque dynamique continu puis les faire commuter par l'information $\hat{q}(t)$ issue de l'observateur de l'état discret, mais à la fin on se retrouve dans un problème de temps de convergence des observateurs de Luenberger, pourquoi ? Pour des raisons pratiques l'état discret est observé avec un retard, malgré que ce

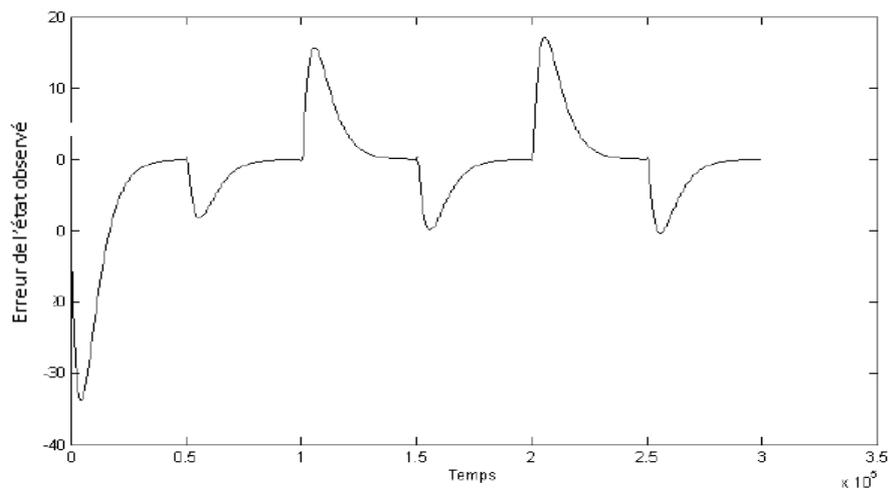


Fig.2.19 erreur d'observation d'un état continu au cours d'une évolution hybride

retard soit très petit, lors d'une transition l'observateur se retrouve avec des conditions initiales continues différentes de l'état continu du système même si avant la transition l'état observé aurait convergé avec une erreur nulle (Voir figure 2.19) Si le temps de séjour est suffisant pour que l'erreur $\varepsilon_r = x - \hat{x}$ s'annule et pour que l'état soit exploité avec des gains de Luenberger raisonnables, cela ne pose pas de problème, sinon l'observateur passe son temps à rattraper l'état continu et il n'y a pas assez de temps pour exploiter l'état continu observé. Augmenter les gains dans les observateurs de Luenberger permet de gagner du temps pour la convergence mais indésirables puisque les dépassements deviennent aussi très importants, alors au lieu d'augmenter ces gains nous essayons d'avoir des conditions initiales continues dans les observateurs de Luenberger qui sont très proches ou mieux égales à l'état continu du système au moment de la prise de décision de discrimination. Avec ces conditions initiales nous pouvons obtenir de meilleurs résultats de l'état hybride observé (\hat{q}, \hat{x}) en un temps très court, cela constitue l'objet de la suite où nous nous intéressons toujours à notre

classe de SDH avec des dynamiques continues observables du second ordre, c'est à dire qu'on peut réécrire sous la forme canonique observable.

Observateur pour systèmes linéaire continu du second ordre (retrouver les conditions initiales).

Soit la dynamique continue du second ordre : $\ddot{y}(t) + a_2\dot{y}(t) + a_1y(t) = b_2\dot{u}(t) + b_1u(t)$, on peut toujours réécrire ce système sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a_2x_1 + x_2 + b_2u \\ \dot{x}_2 = -a_1x_1 + b_1u \\ y = x_1 \end{cases} \quad 2.18$$

$y(t) = x_1(t)$ ceci dit que nous disposons de l'état x_1 à n'importe quel instant car $y(t)$ est mesurable reste à retrouver $x_2(t_0)$ qui représente l'état initial à l'instant t_0 de la deuxième variable d'état $x_2(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= -a_1x_1 + b_1u \\ \Leftrightarrow x_2(t) - x_2(t_0) &= \int_{t_0}^t -a_1x_1(\sigma)d\sigma + \int_{t_0}^t b_1u(\sigma)d\sigma \end{aligned}$$

Posons $x_{2es}(t) = x_2(t) - x_2(t_0)$, et remarquons que $x_{2es}(t)$ est évaluée juste en intégrant l'entrée et la sortie qui sont complètement mesurable :

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t x_{2es}(\sigma)d\sigma &= \int_{t_0}^t x_2(\sigma)d\sigma - \int_{t_0}^t x_2(\sigma)d\sigma \\ &= \int_{t_0}^t x_2(\sigma)d\sigma - (t - t_0)x_2(t_0) \end{aligned}$$

Prenons la première équation dans l'équation 2.18 où $x_2(t) = y(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= -a_1y(t) + x_2(t) + b_2u(t) \quad 2.19 \\ \Leftrightarrow y(t) - y(t_0) &= \int_{t_0}^t -a_2y(\sigma)d\sigma + \int_{t_0}^t -x_2(\sigma)d\sigma + \int_{t_0}^t b_2u(\sigma)d\sigma \end{aligned}$$

Posons $y_{es}(t)$ qui dépend de $x_{2es}(t)$:

$$\begin{aligned} y_{es}(t) &= \int_{t_0}^t -a_2y(\sigma)d\sigma + \int_{t_0}^t x_{2es}(\sigma)d\sigma + \int_{t_0}^t b_2u(\sigma)d\sigma \quad 2.20 \\ &= \int_{t_0}^t -a_2y(\sigma)d\sigma + \int_{t_0}^t x_2(\sigma)d\sigma - (t - t_0)x_2(t_0) + \int_{t_0}^t b_2y(\sigma)d\sigma \end{aligned}$$

On retranche l'équation 2.20 de 2.19 on obtient :

$$\begin{aligned} y(t) - y(t_0) - y_{es}(t) &= (t - t_0)x_2(t_0) \\ x_2(t_0) &= \frac{y(t) - y(t_0) - y_{es}(t)}{(t - t_0)} \text{ pour } t > t_0 \quad 2.21 \end{aligned}$$

L'équation 2.21 évalue la valeur de la condition initiale à n'importe quel instant $\hat{t}_k > t_0$, nous pouvons même obtenir l'état $x_2(t)$ pour $t > t_0$:

$$x_2(t) = x_{2es}(t) + x_2(t_0) \quad 2.22$$

II-2-2-4 L'observateur d'états continus dans l'observateur imbriqué

Nous avons vu à la section (II-2-2-2) que pour exploiter l'observateur de l'état discret nous avons besoin de générer un signal de réinitialisation et choisir un instant où un intervalle de décision (voir figure 2.15), ces même signaux sont exploités pour introduire l'observateur de l'état continu dans l'observateur imbriqué, car les deux fonctionnent en parallèle (figure 2.20)

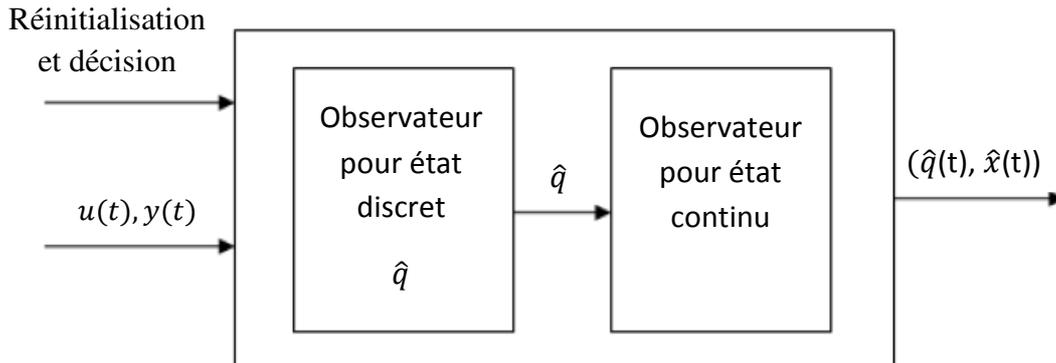


Fig.2.20 l'observateur imbriqué

Considérons un SDH avec des dynamiques continues observables. On associe à chaque état discret q_i la dynamique :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a_2x_1 + x_2 + b_2u \\ \dot{x}_2 = -a_1x_1 + b_1u \\ y = x_1 \end{cases}$$

Pour chaque état discret q_i on construit un système d'intégrateurs qui permet de calculer l'état non mesurable $x_2(t)$, ou juste l'état initial $x_2(t_0)$ de la même manière que dans les équations (2.21) et (2.22) :

$$x_2(t) - x_2(t_0) = \int_{t_0}^t -a_{1i}x_1(\sigma)d\sigma \int_{t_0}^t b_{1i}u(\sigma)d\sigma$$

$$x_2(t_0) = \frac{y(t)-y(t_0)-y_{es}(t)}{(t-t_0)} \text{ pour } t > t_0$$

$x_2(t) = x_{2es}(t) + x_2(t_0)$ est exactement évaluée car on connaît les paramètres a_i et b_i grâce à l'observateur de l'état discret. Lors d'une transition du SDH l'observateur évolue dans l'état discret qui était actif avant la transition pendant un temps très court, ce changement de dynamique juste pendant le retard crée une divergence importante dans l'évaluation de l'état continu non mesurable selon l'équation (2.22) car l'évaluation est en fonction des paramètres de l'état avant la transition, cela explique pourquoi nous n'utilisons pas directement cette évaluation.

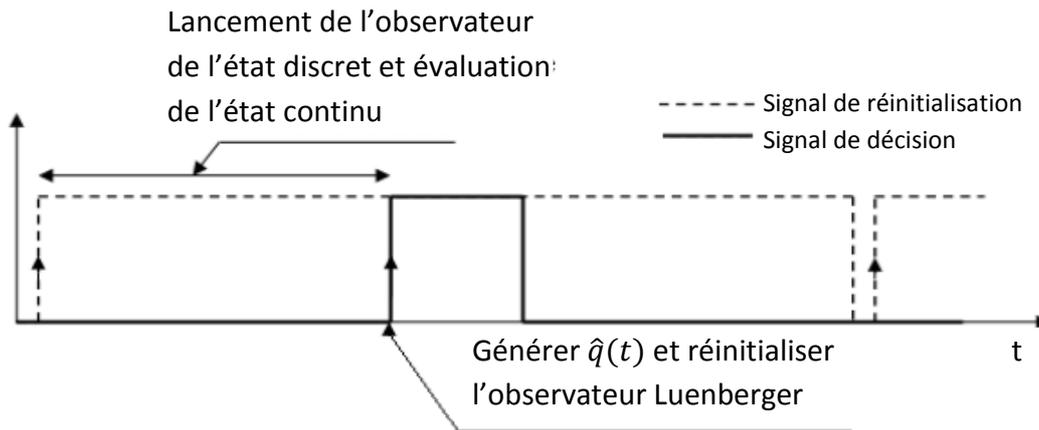


Fig.2.21 utilisation de l'observateur continu

Sachant que l'évaluation de l'état non mesurable est exacte au moment de la prise de décision nous l'utilisons comme condition initiale pour un observateur de Luenberger qui a pour paramètres ceux qui correspondent à l'état discret observé $\hat{q}(t)$ (voir figure 2.21). L'observateur a donc comme état initial exactement l'état continu de la dynamique actif et il est réinitialisé seulement lorsqu'il y a transition entre états discrets.

L'observateur imbriqué sur la figure 2.20 devient celui présenté sur la figure 2.22 avec un observateur de Luenberger pour chaque dynamique continue S_i associée à l'état discret q_i :

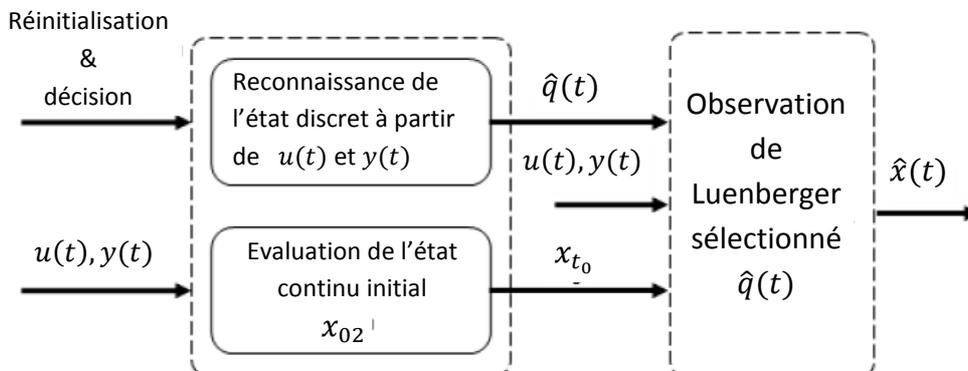


Fig.2.22 observateur imbriqué

Les résultats d'application de l'observateur imbriqué sur l'exemple sont satisfaisants. Regardons d'abord le résultat sans utilisation des observateurs de Luenberger sur la figure 2.23 qui représente l'état observé $\hat{x}_2(t)$ de la variable non mesurable $x_2(t)$ remarquons les dépassements très importants lors des transitions contrairement à ceux de la figure 2.24 qui représente la même comparaison en utilisant les observateurs de Luenberger réinitialisé à l'état évalué x_{02} .

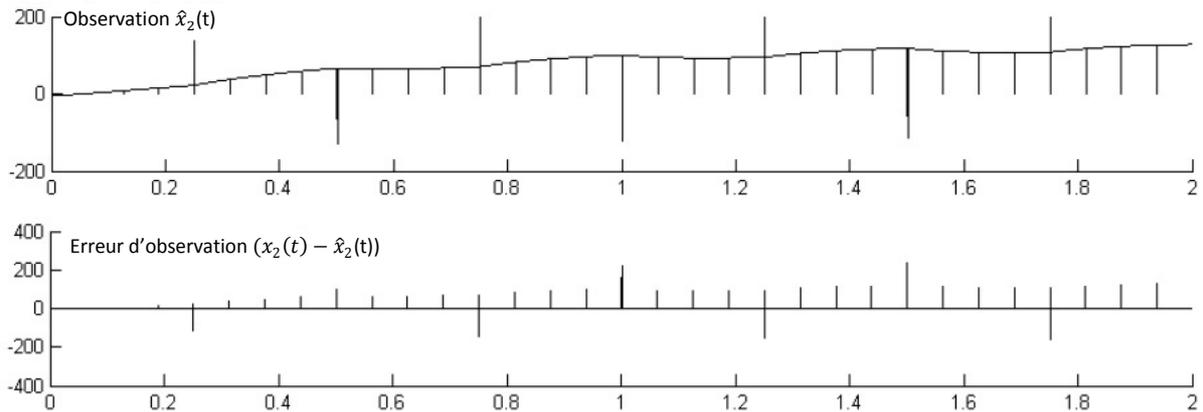


Fig.2.23 observation et erreur d'observation sans utilisation des observateurs de Luenberger

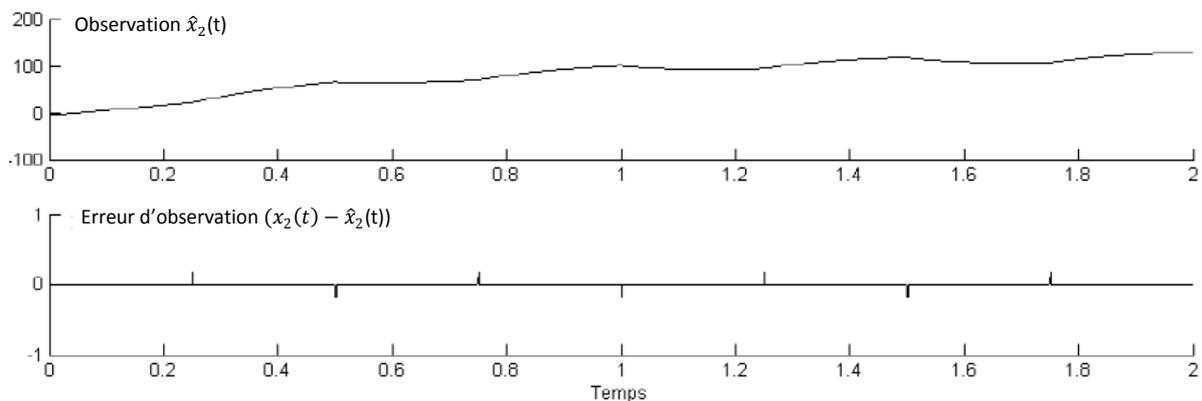


Fig.2.24 observation et erreur d'observation avec utilisation des observateurs de Luenberger

II-3 Conclusion

La construction d'un observateur pour SDH dépend essentiellement de la structure du SED qui lui est associé, et si l'information en sortie discrète n'est pas satisfaisante nous regroupons les états discrets en conflit et nous retournons vers la sortie continue du SDH pour reconnaître sa dynamique continue active. On construit pour chaque dynamique continue un observateur de Luenberger qui converge le plus rapidement possible, et on lance un traitement en parallèle qui peut coûter cher en terme de calcul, alors plus on accélère la convergence plus on a besoin de gains importants et cela ne s'adapte pas facilement aux cas où nous avons des mesures bruitées, ou si les dynamiques du SDH sont très rapides comme quelques systèmes électroniques, en revanche pour les SDH moins rapides comme les systèmes thermiques, mécaniques ou hydraulique, ce raisonnement résous bien les problèmes de synthèse d'observateur. La génération des signatures est basée sur un critère de comparaison à un seuil ϵ_r qu'est vérifié par le théorème de Balluchi, mais en réalité il est déterminé par essais afin que le critère soit discriminant, car le théorème assure que la signature est vraie si les

paramètres de l'observateur sont les mêmes que ceux de la dynamique continue active, et si c'est pas le cas, rien n'empêche que la signature soit aussi vraie, alors on préfère de prendre comme critère discriminant la plus petite des normes $\|y - y_i\|$ après le même temps de retard considéré par Balluchi dans [20]. Finalement avec l'observateur imbriqué on obtient de meilleurs résultats concernant l'observation de l'état hybride avec le calcul de l'état initial continu pour chaque transition.

Chapitre III

Convertisseurs Multiniveaux

III-1 Introduction.....	53
III-2 Structure de conversion d'énergie multiniveaux	56
III-2-1 Les convertisseurs multiniveaux en cascade	56
III-2-2 Les convertisseurs multiniveaux à structure NPC (Neutral Point Clamped)	57
III-2-3 Les convertisseurs multicellulaires série ou à cellule imbriqués.....	59
III-3 Observations des tensions aux bornes des condensateurs.....	60
III-4 Conclusion	61

Le savant n'étudie pas la nature parce que cela est utile, il l'étudie parce qu'il y prend plaisir et il y prend plaisir parce qu'elle est belle.

Henri Poincaré, (1908).

III-1 Introduction

L'utilisation des convertisseurs statiques est apparue aux débuts des années 90, dans les domaines de très forte puissance et a donné lieu à des associations de cellules de communications permettant d'obtenir des caractéristiques de tenue en tension et en courant très performantes. En effet, la nécessité d'augmenter la tension traitée dans les systèmes de conversion statique d'énergie a conduit à l'élaboration de nouvelles structures : c'est le cas des convertisseurs multicellulaires. L'idée est de répartir la contrainte en tension des éléments de commutateur sur plusieurs composants placés en série. La structure des convertisseurs multicellulaires permet non seulement la conversion statique d'énergie électrique sous haute tension par l'association en série de cellules de commutations, mais également d'améliorer les formes d'ondes en sortie du convertisseur, notamment en termes de contenu harmonique. Les convertisseurs multicellulaires font, ces dernières années, l'objet d'un intérêt croissant, dans les milieux industriels et universitaires. Les principales qualités qu'offre ce type de convertisseurs sont :

- Modularité, une cellule de base permet de construire toute une gamme de convertisseurs,
- Nombre élevé de degrés de liberté lié aux nombres de cellules employées,
- Ondulation réduite dans le rapport du nombre de cellules employées
- Possibilité de faire fonctionner ce type de convertisseurs en mode dégradé,
- Les sauts de tension aux bornes des moteurs étant plus faible en amplitude, la fatigue des isolants de ces derniers sont moins importants.

Ainsi, de nombreuses études ont été menées pour concevoir de nouvelles structures de conversion d'énergie. Basés sur l'association de structures élémentaires, ces convertisseurs constituent une solution attrayante pour les applications forte puissance. Ainsi, un grand nombre d'applications en électronique de puissance combinent avec de nos jours les derniers développements en matière de semi-conducteurs moyenne tension avec des structures de conversion d'énergie innovatrices et des commandes avancées.

Afin de concevoir un fonctionnement correct du convertisseur multicellulaire au cours de temps, la commande doit assurer la régulation des tensions des condensateurs. Ainsi, la

régulation permet d'une part de répartir équitablement les contraintes sur chaque interrupteur, et d'autre part de conserver les mêmes caractéristiques du point de vue des niveaux de tension.

Il existe une commande en boucle ouverte très simple permettant la stabilité de ce convertisseur. Elle est connue sous le nom de commande MLI (modulation de Largeur d'Impulsion) ou commande dite « naturelle ». Elle permet l'approximation de tension de référence de sortie par la réalisation d'une tension moyenne de même valeur sur une période, pour cela elle utilise une modulation temporelle des niveaux possibles les plus proches. Cette commande permet en plus l'équilibrage naturel des tensions de condensateur dans le cas d'un nombre impair de cellules ($n = 1,3,5, \dots$). Il apparaît cependant que pour certains points de fonctionnements (points critiques), la commande dite naturelle ne permet pas plus d'assurer la stabilité des tensions des condensateurs, ce qui peut conduire à la destruction du convertisseur.

Ce phénomène a déjà été souligné dans des travaux antérieurs. Le besoin de mieux caractériser l'existence d'un tel fonctionnement rend nécessaire une analyse approfondie de la commande de ce type de convertisseur. Dans [25] l'auteur s'est appuyé sur une approche géométrique afin de faire cette analyse. Cette démarche a permis alors une analyse aussi complète que possible. Cela a notamment permis de caractériser les points de fonctionnement critiques pour lesquels les tensions de condensateur ne sont plus naturellement contrôlées, notamment dans le cas triphasé avec la détermination de l'ensemble des points critiques dans deux cas différents. Cela a conduit au développement de commandes spécifiques afin d'assurer le contrôle des tensions de condensateur dans tous les cas de fonctionnement.

Plusieurs travaux ont été réalisés sur les convertisseurs multicellulaires, on peut citer :

Guillaume Gateau, 1997 [25] a utilisé la méthode linéarisation exacte entrées/sorties. Cette méthode lui permet par une transformation algébrique de découpler le fonctionnement de chaque variable d'état les unes par rapport aux autres. Cette structure lui a permis notamment de mettre en évidence deux problèmes essentiels liés à la commande des convertisseurs multicellulaires série : la saturation des commandes et la commandabilité des tensions flottantes au voisinage d'un courant nul. Le même auteur a étudié une loi de commande floue, il est a construit pour chaque variable d'état un contrôleur flou de type classique pour le courant et de type proportionnel non linéaire pour les tensions. Cette approche heuristique l'a conduit à l'écriture de bases de règles très simples permettant la régulation de chaque variable

d'état. L'avantage certain de ce type d'approche est facilité et la rapidité de développement de la procédure de régulation. Deux désavantages sont néanmoins à citer pour cette procédure. Le premier provient du fait que chacune des boucles a été conçue de façon indépendante des autres variables d'état. Autrement dit, les interactions entre les variables d'état n'ont pas été prises en compte. Le second se situe au niveau de l'implémentation de la procédure de régulation. Le codage de l'algorithme nécessite beaucoup d'optimisation afin de réduire son temps d'exécution.

Olivier Tachon, 1998 [26] a proposé deux lois de commande pour le convertisseur multicellulaire série. La première loi de commande de type proportionnel permet de contrôler les tensions des condensateurs aussi bien en fonctionnement hacheur qu'en fonctionnement onduleur. La seconde loi de commande met en œuvre une commande non interactive qui permet de minimiser les interactions entre les tensions des condensateurs et le courant de charge, et d'imposer les dynamiques sur les grandeurs électriques.

Dominique Pinon, 2000 [27] a proposé trois techniques de commande. Dans la première technique de commande il a utilisé la méthode de linéarisation par bouclage statique, tandis que dans la deuxième et la troisième technique, il a exploité respectivement la théorie de la commande par mode de glissement en imposant une fréquence de commutation fixe

Martin Aimé, 2003 [28] a présenté une nouvelle stratégie de commande inspirée de la commande du courant crête à fréquence de découpage fixe, et adaptée à un convertisseur grâce à multiniveaux. Cette commande permet de contrôler le courant de sortie du convertisseur grâce à un système de double rampe de référence et un algorithme qui détermine en temps réel l'évolution du niveau aux bornes de la souhaité en sortie. Cette commande ne nécessite pas de capteur de la charge. Seul le courant dans l'inductance doit être mesuré, ainsi que les tensions flottantes, dans le cas d'un convertisseur multicellulaire. Par contre, la tension aux bornes de la charge ne doit pas subir de discontinuité, et elle ne doit pas varier de manière trop importante pendant chaque période de découpage. Cette condition est importante, afin de garantir que le courant dans l'inductance de sortie reste bien contrôlable, et varie de manière quasi linéaire par morceaux.

Olivier Bethoux, 2005 [29] a montré comment élaborer un contrôleur permettant d'assurer les meilleurs dynamiques tout en préservant des régimes permanents optimaux, le contrôle rapproché de convertisseurs à nombre pair de cellules est établi avec succès. La boucle de

premier niveau est utilisée directement par un algorithme contrôlant des processus par mode glissants. Ensuite la défaillance d'une cellule est envisagée dans ces travaux.

III-2 Structure de conversion d'énergie multiniveaux [30]

Les structures de conversion d'énergie multiniveaux reposent sur les associations de semi-conducteurs de puissance et pour certaines topologies de leurs connexions en série.

Cette section est consacrée à la présentation du fonctionnement, de la commande et des particularités des principales structures de conversion d'énergie multiniveaux : le convertisseur en cascade, le convertisseur clampé par le neutre et le convertisseur multicellulaire série.

III-2-1 Les convertisseurs multiniveaux en cascade

En 1975, ont proposé un convertisseur multiniveau en cascade qui consistait en la mise en série de plusieurs ponts à deux niveaux monophasés ces ponts étant connectés à des sources de tension continues séparées. La figure 3.1 montre le schéma de base d'un convertisseur à N niveaux en cascade formée par l'association en série de $\frac{N-1}{2}$ ponts à deux niveaux. La tension V_s en sortie d'une structure est donnée par la somme des $\frac{N-1}{2}$ tensions en sorties de ces ponts.

Une autre alternative consiste à envisager de mettre en série plusieurs ponts monophasés alimentés par une même source de tension continue E_c figure 3.2. Cette structure est appelée polygonale et l'utilisation d'un transformateur d'isolement à la sortie de chaque pont est obligatoire pour connecter les sorties alternatives de chaque pont.

Il est à noter cependant que pour ces deux structures, l'encombrement (et par conséquent l'augmentation du coût) de l'installation restent des handicaps pénalisants. En effet, pour l'obtention de sortie d'une tension de sortie à N niveaux, il faudra disposer de $\frac{N-1}{2}$ pont monophasé par bras. Chaque pont doit être dimensionné pour le courant de charge et pour une tension continue égale à la valeur maximale de la tension en sortie du bras divisée par N (ceci est valable dans le cas des onduleurs polynomiaux pour un rapport de transformation unitaire).

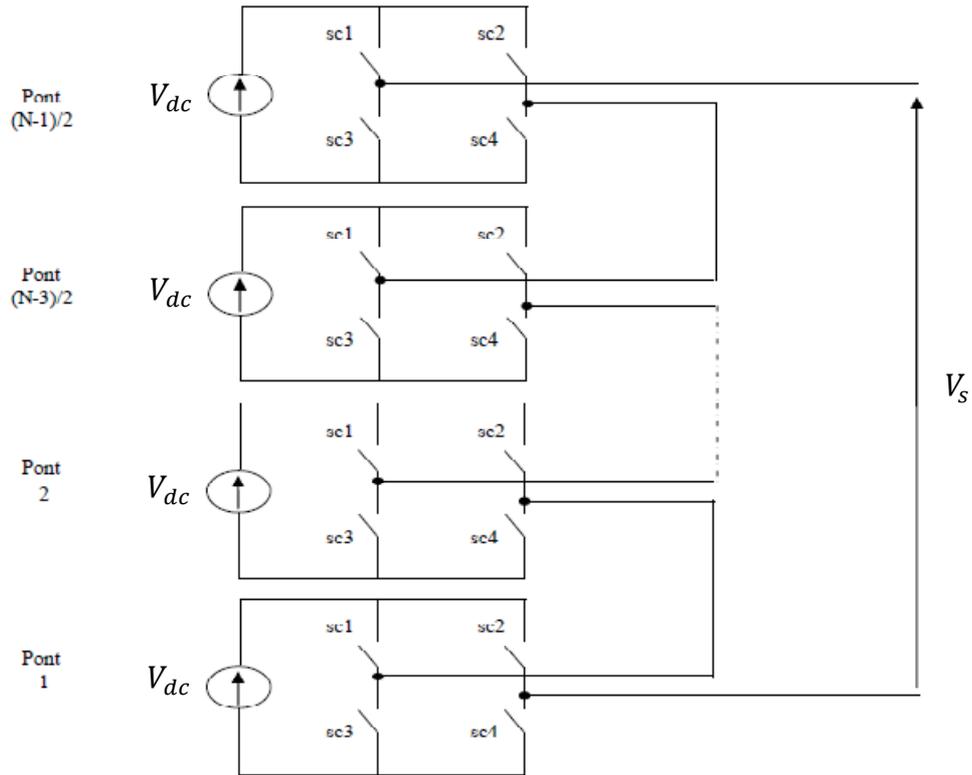


Fig.3.1 structure d'un convertisseur à N niveaux en cascade

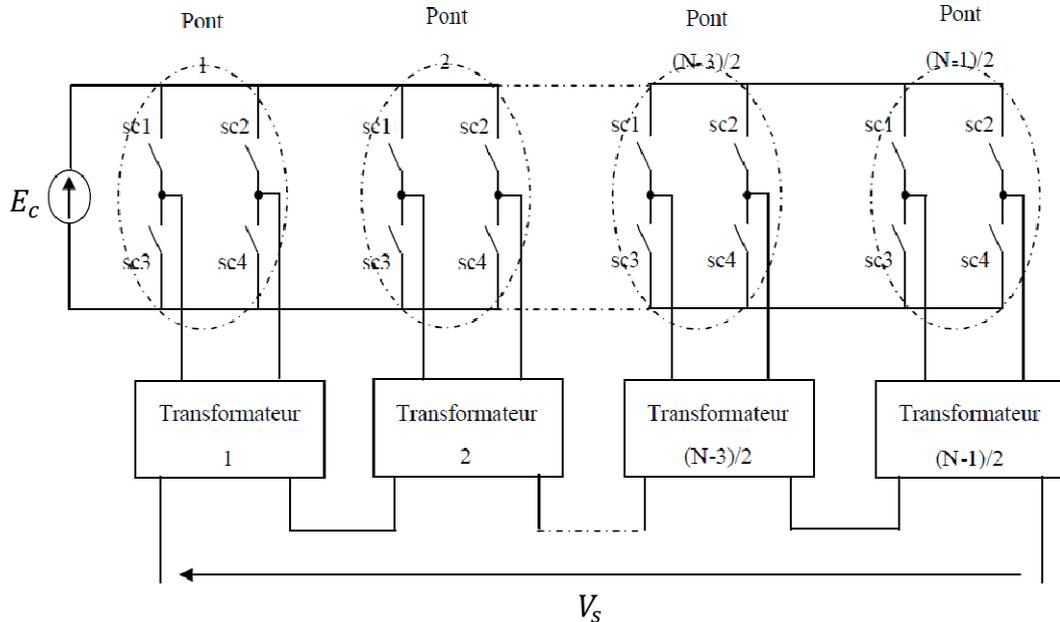


Fig.3.2 structure d'un convertisseur polygonal à N niveaux

III-2-2 Les convertisseurs multiniveaux à structure NPC (Neutral Point Clamped)

L'une des premières structures multiniveaux est apparue vers les années 70. Cette structure, connue sous le nom de convertisseur clampé par le neutre, n'utilise pas de transformateur

d'isolement et la répartition de la tension d'entrée continue sur les différents interrupteurs en série est assuré par les diodes (clamps) connectés à des points milieux capacitifs. La figure 3.3.

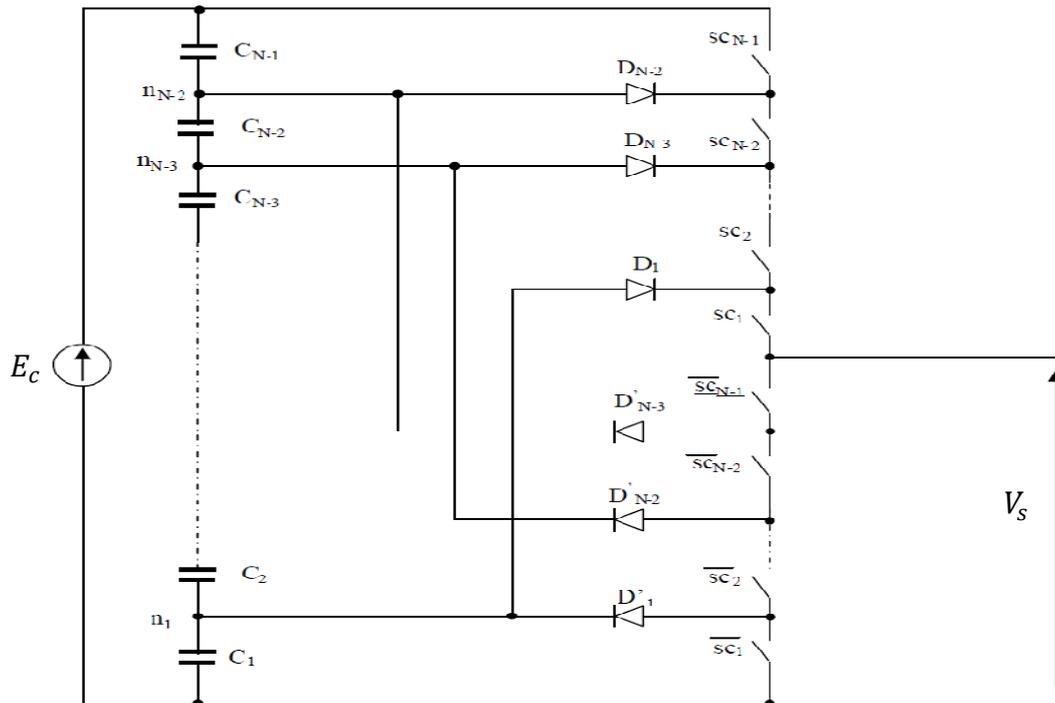
Une série de $N - 1$ condensateurs permet de créer un ensemble de $N - 2$ points milieux capacitifs ayant des potentiels de tension qui vont de $\frac{E_c}{N-1}, \frac{2E_c}{N-1}, \dots$ jusqu'à $\frac{(N-2)E_c}{(N-1)}$. Des niveaux de tension intermédiaires sur la tension de sortie du bras peuvent donc être créés en connectant chacun de ces points à la sortie, en agissant pour cela sur les signaux de commandes $sc_1, \bar{sc}_1, sc_2, \bar{sc}_2, \dots, sc_{N-1}, \bar{sc}_{N-1}$, des interrupteurs de puissance.

Les avantages les plus importants de cette structure par rapport à la structure classique à deux niveaux sont:

Amélioration de la forme d'onde de la tension de sortie. Ainsi, le contenu harmonique de la forme d'onde de sortie sera plus faible.

Réduction de la contrainte de tension les interrupteurs (ceci est proportionnel au nombre de niveaux) et donc adapté pour les applications haute tension.

Déséquilibre de la tension des condensateurs. Dans certaine conditions de fonctionnement, la tension du point milieu capacitif peut avoir des variations très importantes. Afin d'assurer le bon fonctionnement, il faut prévoir une stratégie de commande pour assurer la stabilité de cette tension. Ce problème devient plus complexe lorsque le nombre de niveaux est plus important.


 Fig. 3.3 bras d'onduleurs à structure NPC à N niveaux

III-2-3 Les convertisseurs multicellulaires série ou à cellule imbriqués

Au début des années 90, une nouvelle structure de convertisseurs multiniveaux a été inventée. Cette structure est basée sur la mise en série de cellules de commutation entre lesquelles une source de tension flottante est insérée. Ces sources de tension flottantes sont réalisées par des condensateurs. La structure multicellulaire série peut être adaptée à toutes les configurations : montage en hacheur ou en onduleur (avec un point milieu capacitif), en demi pont ou en pont complet. La figure 3.4 montre le schéma d'un bras d'un convertisseur multicellulaire série à N niveaux, constitué de $p = N - 1$ cellules.

Le premier avantage de ces convertisseurs est la réduction des contraintes en tension sur les interrupteurs. Les sources de tension flottantes imposent sur chaque cellule une contrainte en tension égale à $\frac{E}{p}$. Par contre, le calibre en courant des interrupteurs est identique à celui d'une structure classique : c'est le courant de la charge. Les convertisseurs multicellulaires série permettent aussi d'améliorer la forme d'onde de la tension de sortie et permettent plus de flexibilité pour obtenir des niveaux de tension différents (par rapport à la structure NPC).

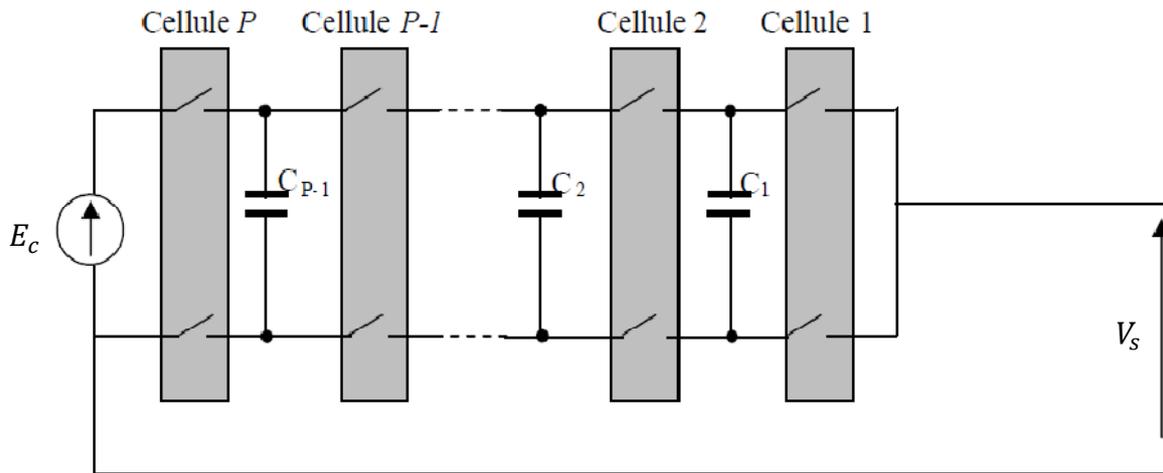


Fig. 3.4 bras d'un convertisseur multicellulaire série à N niveaux

D'autre part, la contrainte de ces convertisseurs est la nécessité d'un grand nombre de condensateurs, notamment pour une configuration triphasé.

III-3 Observations des tensions aux bornes des condensateurs [30]

Même si la commande assure théoriquement la répartition de la contrainte en tension sur les interrupteurs des déséquilibres, liés à la réalisation expérimentale, peuvent tout de même apparaître. En effet, dans des applications pratiques, une petite variation de la tension d'entrée peut causer des variations aux bornes des condensateurs et des surtensions aux bornes des interrupteurs. Cela peut être fatal pour le fonctionnement du convertisseur. D'où il est nécessaire de mesurer les différentes grandeurs à réguler pour s'assurer que les tensions aux bornes des condensateurs sont leurs valeurs désirées. L'utilisation de capteurs de tensions flottantes pose de gros problème de réalisation pour un résultat souvent décevant et cela avec un coût significatif. Par ailleurs, le nombre de capteurs nécessaires augmente avec le nombre de cellules du condensateur. Il est alors particulièrement intéressant de pouvoir capter ces grandeurs de manière indirecte. Le besoin de développer une méthode d'observation à la fois performante et robuste à l'aide d'un nombre réduit de mesures (tension d'entrée E et courant de sortie i_s) est donc tout à fait justifié.

L'observation d'un système donné consiste à reproduire en temps réel une image des grandeurs d'état du système à partir des ordres de commandes qui lui appliqués et des mesures qu'il est possible de réaliser. La figure 3.5 montre un schéma de principe d'un observateur d'état d'un convertisseur multicellulaire série.

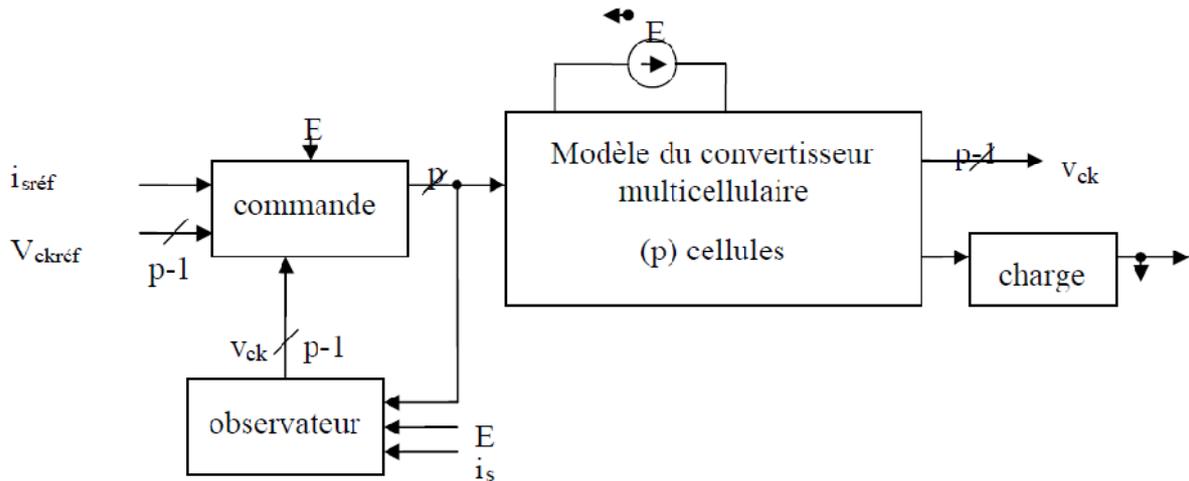


Fig. 3.5 principe d'un observateur d'état d'un convertisseur multicellulaire série

Plusieurs travaux ont été menés sur l'observation des tensions intermédiaires d'un convertisseur multicellulaire série. Les trois modèles de convertisseur ne permettent pas de synthétiser clairement l'observabilité des convertisseurs multicellulaires et le temps de calcul de ces méthodes est très important.

III-4 Conclusion

Dans ce chapitre on a vu les différents convertisseurs multiniveaux et leurs avantages et inconvénients. Les différents modèles de convertisseurs multicellulaires ainsi que les stratégies classiques d'observation développées.

Dans l'immédiat, nous allons nous intéresser à développer un algorithme de réglage des tensions aux bornes des condensateurs. L'objectif de la commande est double, d'une part, elle doit assurer l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs flottants et d'autre part, le niveau de tension demandé en sortie doit être assuré. Cet algorithme sera détaillé au chapitre 4.

Chapitre IV

Application de l'observateur sur le convertisseur

IV-1 Introduction.....	62
IV-2 Modélisation d'un convertisseur multicellulaire	62
IV-2-1 Convertisseur à deux cellules.....	64
IV-2-1-1 Automate hybride d'un Convertisseur à deux cellules.....	65
IV-2-1-2 Schéma d'automate hybride d'un convertisseur à deux cellules.....	69
IV-2-1-3 Plan de phase	70
IV-2-1-4 Analyse de convergence	71
IV-2-1-5 Modélisation hybride avec state flow.....	73
IV-2-1-6 Observateur de l'état discret du convertisseur à deux cellules.....	75
IV-2-1-7 Résultat de simulation	77
IV-3 Conclusion	81

Le faux est susceptible d'une infinité de combinaisons,

mais la vérité n'a qu'une manière d'être.

Jean-Jacques Rousseau, (1750)

IV-1 Introduction

Les convertisseurs multicellulaires sont construits à partir de l'association d'un certain nombre de cellules. Notre structure de convertisseur montre l'association de p cellules en série. Cette association en série permet à la source de tension en sortie V_s d'évoluer sur p niveaux possibles. Comme les commandes des interrupteurs des cellules de commutation sont indépendantes, on obtient 2^p combinaisons possibles. Ainsi, il est nécessaire d'assurer une répartition équilibrée des tensions aux bornes des condensateurs flottants. Dans ces conditions, on obtient la propriété suivante :

Le convertisseur dispose de $(p - 1)$ sources de tension flottantes et la tension aux bornes de la capacité d'indice k est $\frac{kE}{p}$. D'abord pour simplifier l'étude et les notations de base, nous allons étudier le fonctionnement (approche hybride) d'un convertisseur à deux cellules imbriquées.

IV-2 Modélisation d'un convertisseur multicellulaire [31]

Les convertisseurs multicellulaires sont construits à partir de l'association d'un certain nombre de cellules. La figure 4.1 décrit la topologie du convertisseur résultant de l'association de p cellules en série. C'est un système à structure variable qui change pendant son fonctionnement. Il est caractérisé par le choix d'une tension d'alimentation E et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à une autre à tout instant. Comme les commandes des interrupteurs des cellules sont indépendantes, on obtient 2^p combinaisons possibles. Chaque cellule j doit supporter la tension $V_{c_j} - V_{c_{j-1}}$ pour $j = 1, \dots, p - 1$. Or, une répartition équitable des contraintes en tension sur chaque cellule induit les $(p - 1)$ consignes :

$$V_{c_j,ref} = j \frac{E}{p}, p = 1, \dots, p - 1.$$

Le comportement du convertisseur est régi par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{i} = -\frac{R}{L}I + \frac{E}{L}S_p - \sum_{j=1}^{p-1} \frac{V_{c_j}}{L}(S_{j+1} - S_j) \\ \dot{V}_{c_j} = \frac{I}{C_j}(S_{j+1} - S_j) \end{cases} \quad j = 1, \dots, p - 1. \quad 4.1$$

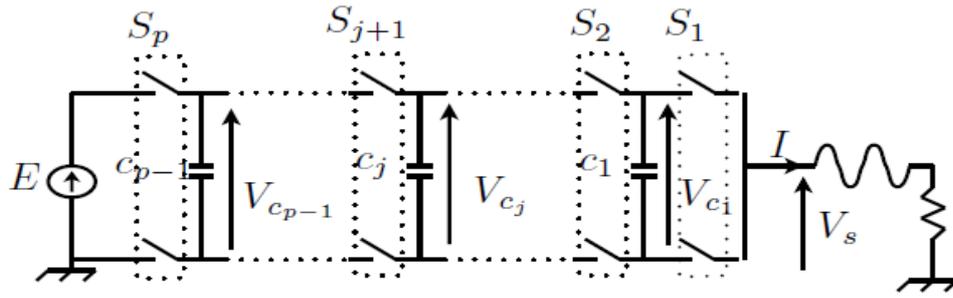


Fig.4.1 convertisseur multicellulaire

ou I est le courant dans la charge, C_j est la capacité, V_{c_j} est la tension aux bornes du condensateur flottant j et E est la tension de l'alimentation du convertisseur. R (L , resp.) désigne la résistance (l'inductance, resp.) de la charge. $S_j \in \{0, 1\}$ sont les signaux de commande des interrupteurs de la j^{eme} cellule (le signal de commande S_j est égal à 1 quand l'interrupteur de la partie haute de la j^{eme} cellule est conducteur et est égal à 0 quand l'interrupteur du bas est conducteur).

Les séquences de commande sont les suivantes :

$$\begin{cases} U_j = S_{j+1} - S_j \\ U_p = S_p \end{cases} \quad j = 1, \dots, p-1 \quad 4.2$$

En supposant que le courant de charge est la seule variable mesurée (c.à.d. $y = I$), le système peut se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{I} = -\frac{R}{L}I + \frac{E}{L}U_p - \sum_{j=1}^{p-1} \frac{V_{c_j}}{L}U_j \\ \dot{V}_{c_j} = \frac{I}{C_j}U_j \\ y = I \end{cases} \quad j = 1, \dots, p-1 \quad 4.3$$

En utilisant le formalisme des systèmes dynamiques hybrides [24], le convertisseur (4.3) peut être modélisé par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad 4.4$$

ou $x = [I, V_{c_1}, \dots, V_{c_{p-1}}]^T \in \mathcal{R}^p$ est l'état continu, $u = [u_1, \dots, u_p]^T$ est la séquence de commande prenant uniquement des valeurs discrètes. Les fonctions $f(x, u) = A(u)x + B(u)$ et $h(x, u) = Cx$ sont deux champs de vecteurs définis de la façon suivante :

$$A(u) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{U_1}{L_1} & -\frac{U_{p-1}}{L} \\ \frac{U_1}{C_1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{U_{p-1}}{C_{p-1}} & 0 & 0 \end{bmatrix}, B(u) = \left[\frac{E}{L}U_p \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right]^T, C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

Application de l'observateur sur le convertisseur

Pour cette classe de système, la notion d'observabilité est fortement liée à la séquence de commande u .

IV-2-1 Convertisseur à deux cellules

Quatre modes de fonctionnement sont alors possibles pour les convertisseurs à deux cellules comme le montre la figure 4.2 [31]. Notons que la source flottante ne participe à l'évolution de la dynamique du système qu'au troisième et quatrième mode. Dans le troisième mode, la capacité se décharge et se charge durant le quatrième mode. Ainsi, si ces deux modes durent le même temps avec un courant de charge constant, alors la puissance moyenne transmise par cette source flottante sur une période de commutation est nulle. Nous remarquons aussi que ces deux modes permettent d'obtenir par commutation le niveau supplémentaire $\frac{E}{2}$ sur la tension de sortie V_s .

S_k sont des signaux de commande des interrupteurs ($k = 1, 2$).

Le comportement de ce convertisseur est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_c \\ \dot{i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{S_2 - S_1}{C} \\ \frac{S_2 - S_1}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_c \\ I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} E$$

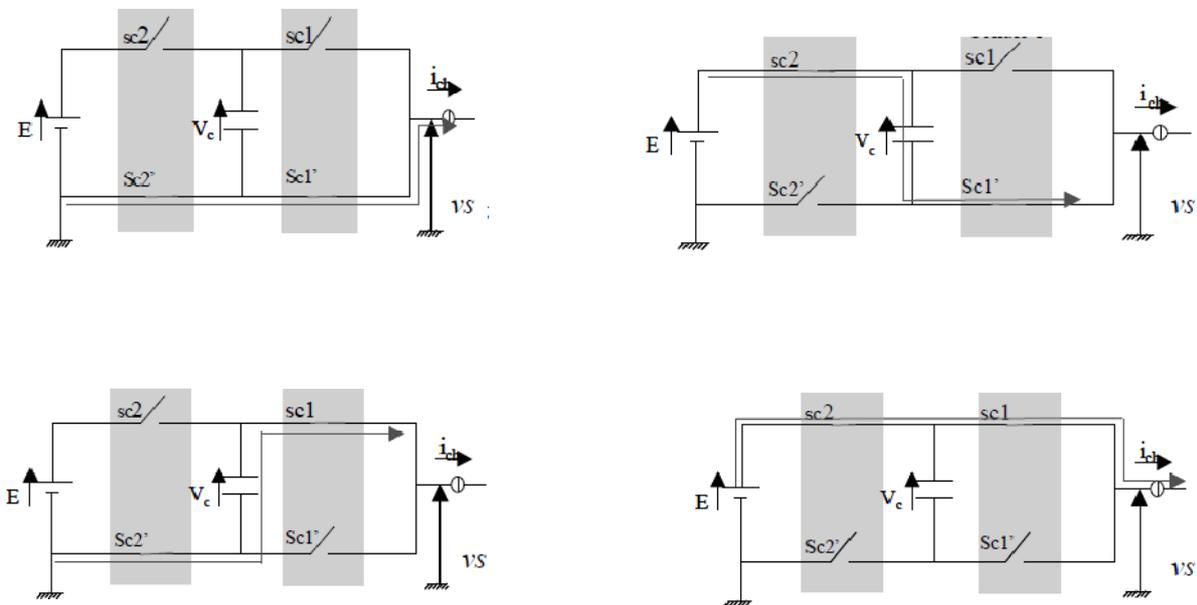


Fig.4.2 *convertisseur à deux cellules*

Comme les interrupteurs de chaque cellule sont considérés comme idéaux, leur comportement peut être modélisé par un état discret prenant des valeurs 0 (ouvert) ou 1 (fermé).

En pratique, certains de ces états ne seront jamais visités pour des raisons de sécurité ou suite à la stratégie de commande adoptée ou encore à cause de la structure du convertisseur lui-même ou enfin pour respecter la règle d'adjacence. Les transitions ne sont pas nécessairement contrôlées.

IV-2-1-1 Automate hybride d'un Convertisseur à deux cellules

Le convertisseur peut donc être modélisé par le système hybride suivant, selon le formalisme de Lygeros [5].

Etape 1 : Pour le convertisseur à deux cellules nous distinguons quatre modes opérants donnés par: $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$. Chaque mode est défini sur l'espace de $X_{q_i} = \mathcal{R}^2, \forall q_i \in Q$.

Etape 2 : En chaque mode, le champ de vecteur f_q est linéaire. Ici la dynamique continue peut être donnée pour chaque mode sous la forme :

$$\dot{X} = f_q(X) = A(q)X + B(q) \quad 4.3$$

Etape 3 : Le vecteur d'état $X(x_1, x_2)^T$ où : x_1 représente la tension aux bornes du condensateur flottant V_c et x_2 présente le courant dans la charge I . La fonction de commutation représentée par S_k (dans ce chapitre représentée dans les figures par U_k).

Ainsi, nous pouvons donner une dynamique, pour chaque mode, comme suit:

- **Mode1 :** $q = q_1$ avec $S_1 = 1, S_2 = 0$ Les équations dynamiques des variables continues sont données par :

$$f_{q_1}(x) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} x \quad 4.4$$

L'énergie est fournie par la source flottante. Le condensateur est déchargé et son énergie est retournée vers la charge. Le système reste en ce mode aussi longtemps que la tension terminale du condensateur ne diminue pas au-dessous d'une valeur tolérée. Si cette condition est violée alors le système commute vers le mode q_2 ou q_4 (figure 4.3) :

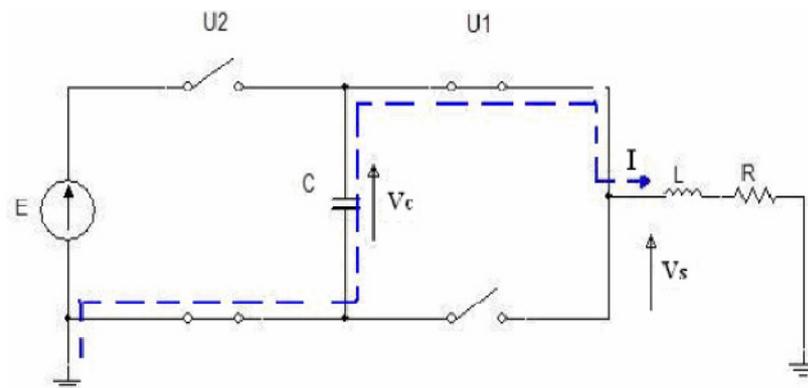


Fig.4.3 convertisseur dans le mode q_1

- **Mode 2** : $q = q_2$ avec ($S_1 = 1, S_2 = 1$) Les équations dynamiques des variables continues sont données par :

$$f_{q_1}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{pmatrix} \quad 4.5$$

Dans ce cas-ci, l'énergie est fournie par la source d'alimentation E . Le courant de la charge augmente et la tension aux bornes du condensateur reste constante. Le système demeure dans ce mode aussi longtemps que le courant ne dépasse pas une valeur donnée par $i = I_{ref} + \Delta I$ ou quand la tension flottante du condensateur est équilibrée. Si une de ces conditions est violée, alors le système commute vers le mode q_3 ou q_1 (figure 4.4) :

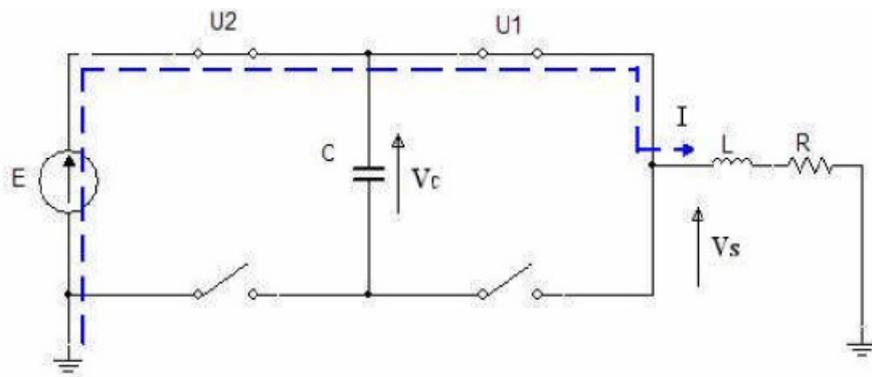


Fig.4.4 convertisseur en mode q_2

- **Mode 3**: $q = q_3$ avec ($S_1 = 0, S_2 = 1$) Les équations dynamiques des variables continues sont données par :

$$f_{q_3}(x) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{pmatrix} \quad 4.5$$

En ce mode, la capacité prend de l'importance et l'énergie est fournie par la source de la tension E . Le système demeure dans ce mode aussi longtemps que la tension du condensateur n'excède pas la tension tolérée. Si cette condition est violée ou si le courant n'est pas dans la zone désirée, le système commute vers le mode q_2 ou q_4 . Le choix entre q_4 et q_2 est fait selon les conditions de la transition (figure 4.5).

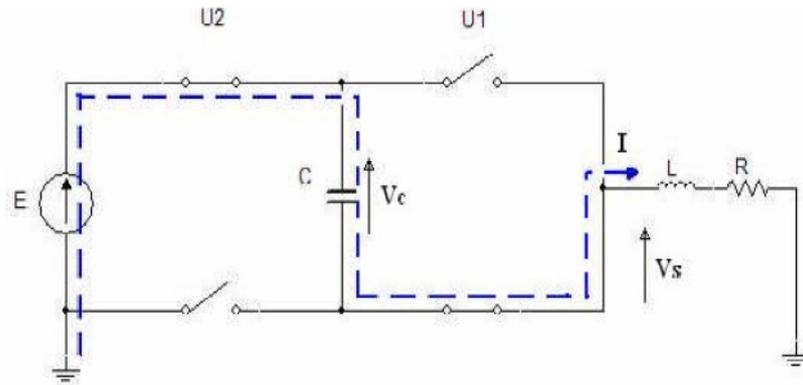


Fig.4.5 convertisseur dans le mode q_3

- **Mode 4 :** $q = q_4$ avec $(S_1 = 0, S_2 = 0)$ Les équations dynamiques des variables continues sont données par :

$$f_{q_4}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} x \quad 4.6$$

En ce mode, aucune source de tension n'est appliquée aux bornes de la charge. On est dans la phase de roue libre. La tension flottante du condensateur n'évolue pas mais le courant de la charge diminue exponentiellement.

Le système demeure dans ce mode aussi longtemps que le courant n'est pas inférieur à une valeur donné par $I = I_{ref} - \Delta I$ et si la tension flottante demeure équilibrée. Si une de ces conditions est alors violée le système commute vers le mode q_1 ou q_3 (figure 4.6).

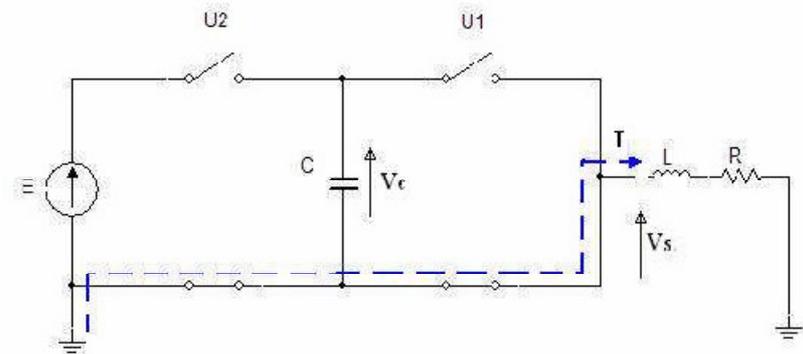


Fig.4.6 convertisseur dans le mode q_4

L'objectif du modèle hybride du convertisseur est de commander le courant de charge I et la tension flottante V_c autour des valeurs de références suivantes :

$$I = I_{ref}, \quad V_{cref} = \frac{E}{2} \quad 4.8.a$$

$$V_{cref}^+ = V_{cref} + \varepsilon \quad \text{et} \quad V_{cref}^- = V_{cref} - \varepsilon \quad 4.8.b$$

$$I_{ref}^+ = I_{ref} + \Delta I \quad \text{et} \quad I_{ref}^- = I_{ref} - \Delta I \quad 4.8.c$$

Etape 4 : Maintenant, nous pouvons donner ainsi les conditions d'invariance pour chaque mode (voir les figures 4.7 à 10):

- **Invariance du mode q_1** : Cette invariance est donnée par

$$X(q_1) = \{x \in \mathcal{R}^2 : [(V_c > V_{cref}^+) \wedge (I_{min} < I < I_{max})] \vee [(|V_c - V_{cref}| \leq \varepsilon) \wedge (|I - I_{ref}| \leq \Delta I)]\} \quad 4.9$$

- **Invariance du mode q_2** :

$$X(q_2) = \{x \in \mathcal{R}^2 : [(|V_c - V_{cref}^+| \leq \varepsilon) \wedge (I < I_{ref}^-)] \vee [I \leq I_{min}]\} \quad 4.10$$

- **Invariance du mode q_3** :

$$X(q_3) = \{x \in \mathcal{R}^2 : [(V_c < V_{cref}^-) \wedge (I_{min} < I < I_{max})] \vee [(|V_c - V_{cref}| \leq \varepsilon) \wedge (|I - I_{ref}| \leq \Delta I)]\} \quad 4.11$$

- **Invariance du mode q_4** :

$$X(q_4) = \{x \in \mathcal{R}^2 : [(|V_c - V_{cref}| \leq \varepsilon) \wedge (I < I_{ref}^-)] \vee [I \geq I_{max}]\} \quad 4.12$$

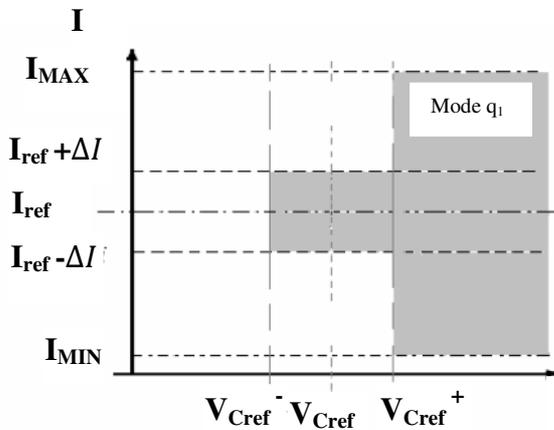


Fig.4.7 domaine du mode q_1

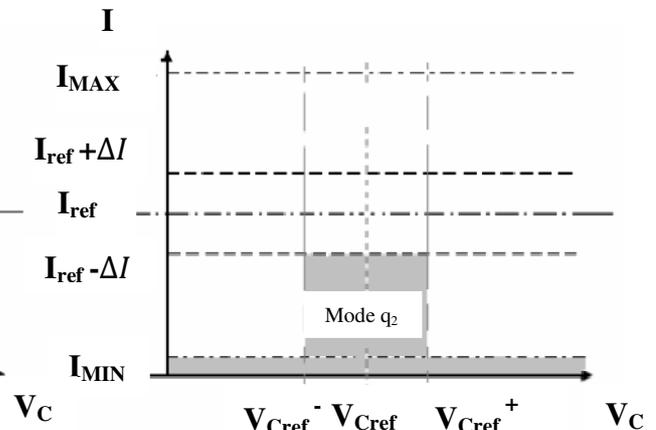


Fig.4.8 domaine du mode q_2

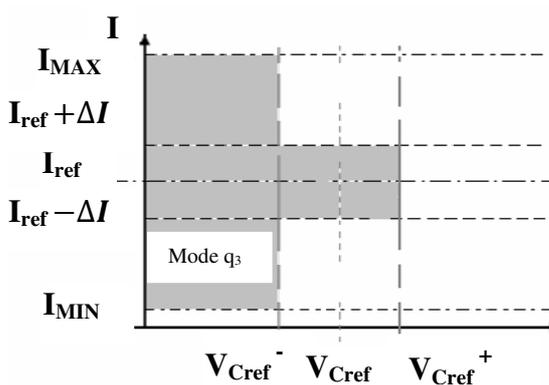


Fig.4.9 domaine du mode q_3

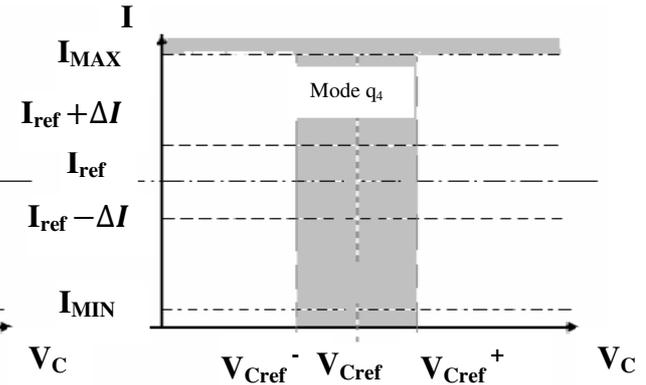


Fig.4.10 domaine du mode q_4

Étape 5: Les ensembles de transitions sont définis par :

$$E = \begin{cases} (q_i, q_j), \forall i \neq j, \text{ pour } i, j = 1, \dots, 4 \\ (q_1, q_2), (q_2, q_1), (q_2, q_3), (q_3, q_2) \\ (q_3, q_4), (q_4, q_3), (q_4, q_1), (q_1, q_4) \end{cases} \quad 4.13$$

Etape 6 : Les conditions possibles des transitions entre les divers modes (prenant en compte les conditions de travail du convertisseur) sont définies par les ensembles selon :

$$G(q_1, q_2) = \{x \in \mathcal{R}^2: ([V_c < V_{c_{ref}}^-] \wedge [I_{min} < I \leq I_{ref}]) \vee ([I \leq I_{min}])\} \quad 4.14$$

$$G(q_2, q_1) = \{x \in \mathcal{R}^2: [V_c \geq V_{c_{ref}}] \wedge [I > I_{ref}^+]\} \quad 4.15$$

$$G(q_2, q_3) = \{x \in \mathcal{R}^2: [V_c < V_{c_{ref}}] \wedge [I > I_{ref}^+]\} \quad 4.16$$

$$G(q_3, q_2) = \{x \in \mathcal{R}^2: ([I \leq I_{min}]) \vee ([V_c > V_{c_{ref}}^+] \wedge [I_{min} < I \leq I_{ref}])\} \quad 4.17$$

$$G(q_3, q_4) = \{x \in \mathcal{R}^2: ([V_c > V_{c_{ref}}^+] \wedge [I_{ref} \leq I < I_{max}]) \vee ([I \geq I_{max}])\} \quad 4.18$$

$$G(q_4, q_3) = \{x \in \mathcal{R}^2: [V_c < V_{c_{ref}}] \wedge [I < I_{ref}^-]\} \quad 4.19$$

$$G(q_4, q_1) = \{x \in \mathcal{R}^2: [V_c \geq V_{c_{ref}}] \wedge [I < I_{ref}^-]\} \quad 4.20$$

$$G(q_1, q_4) = \{x \in \mathcal{R}^2: ([I \geq I_{max}]) \vee ([V_c < V_{c_{ref}}^-] \wedge [I_{ref} \leq I < I_{max}])\} \quad 4.21$$

Remarque 7 : Les autres transitions : $G(q_1, q_3)$, $G(q_3, q_1)$, $G(q_2, q_4)$, $G(q_4, q_2)$ ne sont pas tolérées parce qu'ils ne se conforment pas à la règle de l'adjacence.

Etape 7 : Les conditions initiales du système sont définies par :

$$Init = \{q_2\} \times \{x \in \mathcal{R}^2: [(V_c \leq V_{c_{ref}}^-) \wedge (I \leq I_{min})]\} \quad 4.22$$

Remarque 8 : On note que le système n'a pas un saut pendant les transitions, car il y'a pas de variation brusque du courant de charge en raison de la nature inductive de la charge et pas de la variation instantanée des tensions terminales du condensateur C et par conséquent la trajectoire est continue.

IV-2-1-2 Schéma d'automate hybride d'un convertisseur à deux cellules

La figure 4.11 présente le modèle hybride du convertisseur a deux cellules. La dynamique de chaque mode est indiquée à l'intérieur de chaque cercle et les conditions de transitions au dessus des flèches (avec $T_{ij} = G(q_i, q_j)$). Quand une condition de la transition est vérifiée, le système commute vers un autre mode. Les conditions de l'invariance et des transitions établies précédemment sont données afin d'assurer un réglage de la tension flottante V_c et du courant de charge I autour des valeurs de référence.

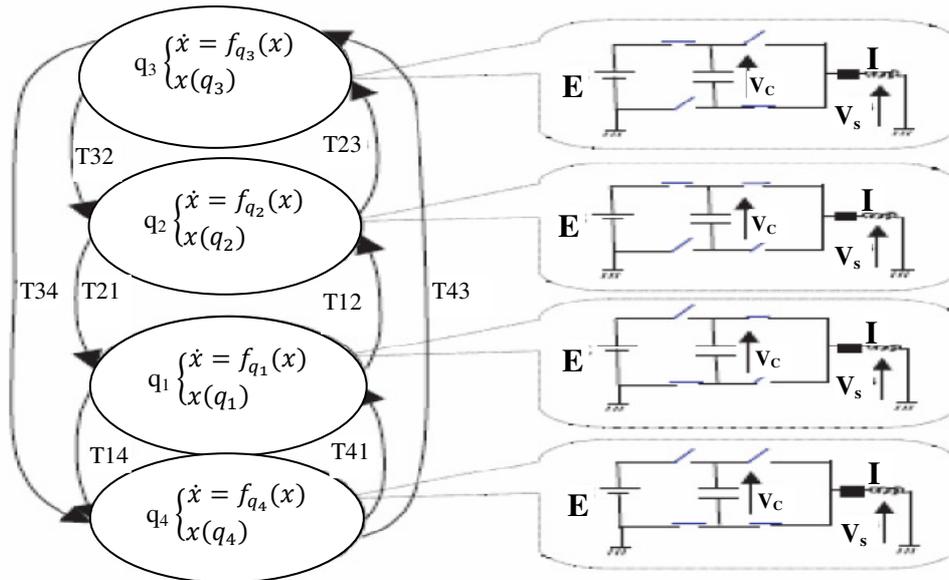


Fig4.11 l'automate hybride d'un convertisseur à deux cellules

IV-2-1-3 Plan de phase

La figure 4.12 présente la trajectoire du convertisseur à deux cellules dans le plan de phase.

Nous notons que les modes q_1 et q_3 interviennent principalement pour le réglage de la tension flottante. Les deux autres modes q_2 et q_4 sont employés pour le réglage du courant de charge quand la tension flottante est équilibrée ou quand le courant excède les bornes extrêmes. A l'état initial, le courant de charge atteint son maximum I_{max} pour permettre un chargement rapide du condensateur flottant.

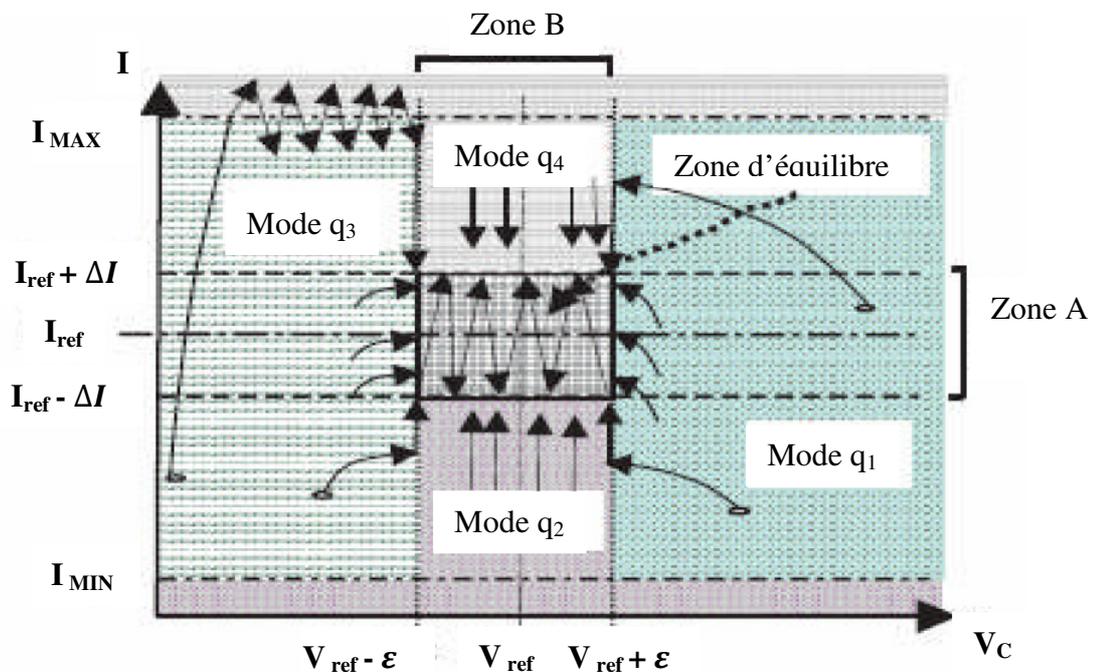


Fig.4.12 la convergence du convertisseur à deux cellules

IV-2-1-4 Analyse de convergence

L'objectif du modèle hybride du convertisseur est de commander la tension flottante V_c et le courant de charge I , autour de leurs valeurs de références. Dans cette section, nous revenons que les ensembles d'invariance et les transitions précédemment définies permettent d'assurer cet objectif.

Proposition

Soit le convertisseur à deux cellules, si on considère les modes et les transitions précédemment définies, alors toute trajectoire initialisée dans n'importe quel mode, converge vers \mathcal{R} qui est globalement attractif et invariant.

Preuve

- La bande $B = \{x \in \mathcal{R}^2: V_{c_{ref}}^- \leq V_c \leq V_{c_{ref}}^+\}$ est globalement attractive figure 4.13.
- La bande $A = \{x \in \mathcal{R}^2: I_{ref}^- \leq I \leq I_{ref}^+\}$ est globalement attractive figure 4.14.

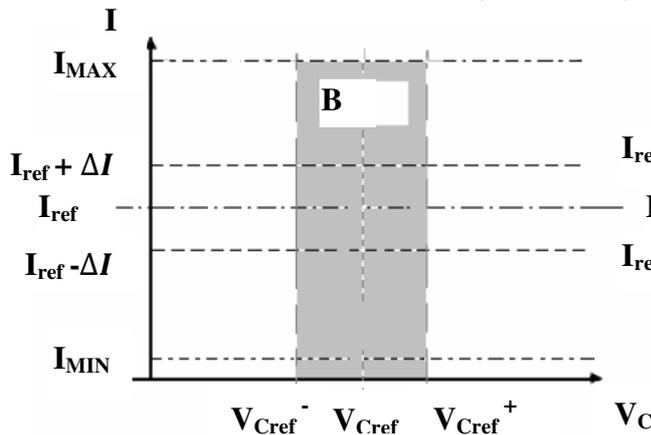


Fig4.13 la bande B du convertisseur

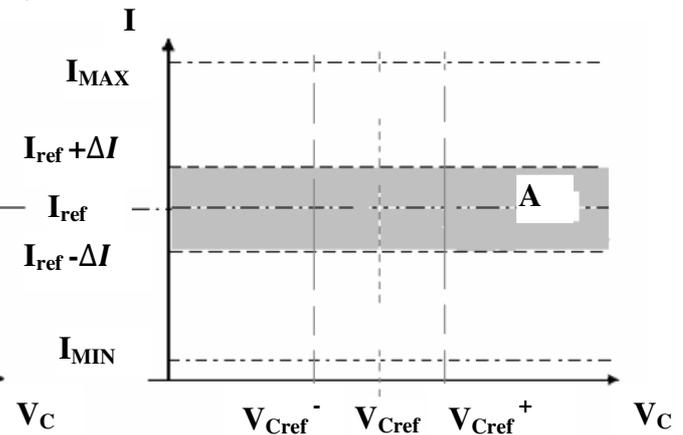


Fig4.14 la bande A du convertisseur

- La zone d'équilibre R est définie par l'intersection des deux bandes A et B.
 $R = \{x \in (B \cap A)\}$ est globalement attractive invariante figure 4.15. En d'autres termes, cette commande garantit la pratique du point de référence $(V_{c_{ref}}, I_{ref})$.

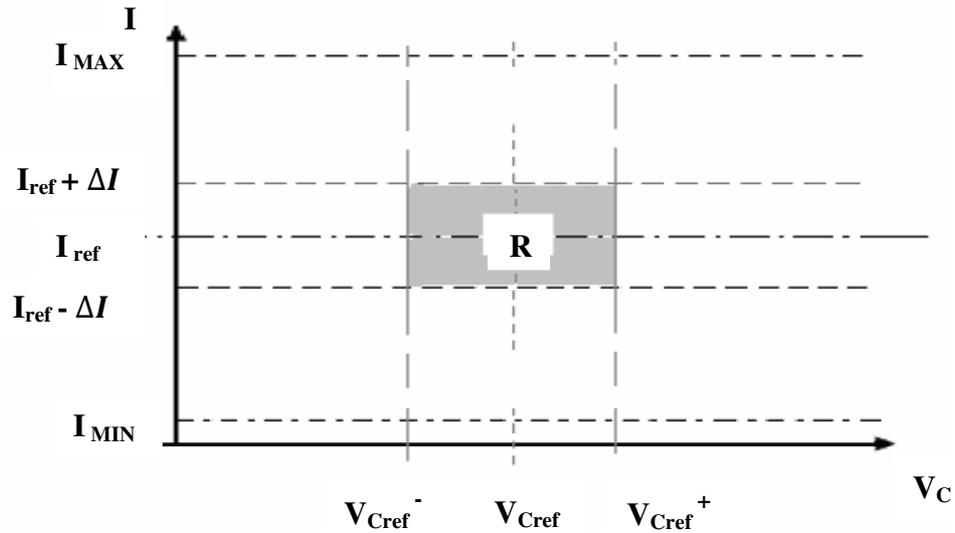


Fig.4.15 la zone d'équilibre du convertisseur

- **Mode** $q = q_1$ en dehors de la zone d'équilibre (seuil de régulation), ce mode est gardé tant que la tension V_c n'atteint pas $V_{c_{ref}}^+$, ou que le courant ne dépasse pas I_{max} . Ainsi en ce mode, il y a deux lignes de commutation :
 - $\Delta_1 = I - I_{max}$ autours de cette plage, on commute entre q_4 et q_1 .
 - $\Delta_{21} = V_c - V_{c_{ref}}^+$ autour de cette plage et selon la valeur du courant, on commute soit entre q_4 et q_1 , soit entre q_1 et q_2 .

Autour de la plage Δ_1 , on a un mouvement de glissement. En effet, on a :

$$\lim_{\Delta_1 \rightarrow 0^+} \Delta_1 \frac{dI}{dt} < 0 \text{ et } \lim_{\Delta_1 \rightarrow 0^-} \Delta_1 \frac{dI}{dt} > 0$$

La trajectoire glisse jusqu'à la ligne ($\Delta_{21} = 0$) et ainsi elle converge vers la zone R , La même conclusion est valable quand la trajectoire converge vers la droite ($\Delta_{21} = 0$).

- **Mode** $q = q_2$ à l'intérieur de la bande, ce mode est gardé si le courant n'atteint pas la valeur $I_{ref} - \varepsilon$. On définit la fonction de Lyapunov :

$$M = \frac{1}{2}C (V_c - V_{c_{ref}})^2 I_{ref} + \frac{1}{2}L(I - I_{ref})^2 \quad 4.24$$

Sa dérivée le long de la trajectoire de q_2 est :

$$M = r(I - I_{ref})(E - Ir) \quad 4.25$$

La dérivée est définie négative sur l'ensemble X_{q_2} . Finalement, pour toutes les conditions initiales, les trajectoires commençant dans ce mode et convergent vers la zone R .

- **Mode** $q = q_3$ A l'extérieur de la zone d'équilibre, la commutation est assurée si la tension V_c n'atteint pas $V_{c_{ref}}^-$ et que le courant de charge n'atteint pas la valeur maximale I_{max} ou la valeur minimale I_{min} . En pratique, ces courants extrêmes sont définis pour assurer une sûreté de fonctionnement.

Ainsi en ce mode, il y a deux lignes de commutation:

- $\Delta_1 = I - I_{max}$. Autour de cette ligne, on commute entre q_4 et q_3 .
- $\Delta_{23} = V_c - V_{c_{ref}}^-$. Autour de cette ligne et selon la valeur du courant, on commute entre q_4 et q_3 ou entre q_3 et q_2 .

Autour de la ligne $\Delta_1 = 0$, il y a un mouvement de glissement. En effet, on a :

$$\lim_{\Delta_1 \rightarrow 0^+} \Delta_1 \frac{dI}{dt} < 0 \text{ et } \lim_{\Delta_1 \rightarrow 0^-} \Delta_1 \frac{dI}{dt} > 0 \quad 4.26$$

Par symétrie, la trajectoire a les mêmes propriétés que dans le mode q_1 et donc converge vers la zone R .

- **Mode** $q = q_4$: En dehors de la zone R , ce mode est gardé tant que le courant n'atteint pas I_{ref}^- . La dérivée de sa fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{M} = -rI(I - I_{ref}) \quad 4.27$$

La dérivée est définie négative pour $I > I_{ref} + \varepsilon$. Ceci montre que si on démarre de ce mode, la trajectoire converge vers la zone R . Finalement, quelque soit les conditions initiales, la trajectoire converge toujours vers la zone d'équilibre R , ce qui nous amène à montrer que R est invariant. Il est à noter que la limite de la zone R , selon la figure 4.12 est :

$$\forall q_i \in Q (V_c - V_{c_{ref}}, I - I_{ref})^T f_{q_i} < 0 \quad 4.28$$

Qui montre l'invariance de la zone.

IV-2-1-5 Modélisation hybride avec state flow

State flow est un outil graphique de conception et de développement pour la commande et la logique de surveillance utilisé en même temps que Simulink. En utilisant State flow nous pouvons visuellement modéliser et simuler le système dynamique complexe basé sur la théorie des systèmes hybrides [32]. Il est également facile de modifier la conception, évaluer les résultats, vérifier le comportement du système à n'importe quelle étape de la conception, et tirer profit de l'intégration avec les environnements de MATLAB et de Simulink. Pour modéliser, simuler, et analyser le système State flow fournit clairement, des descriptions concises du comportement du système complexe en utilisant la théorie des automates, des notations d'organigramme, et des diagrammes à états. Il est facile de créer des conceptions, de considérer divers scénarios, et de les réitérer jusqu'à ce que le diagramme de State flow modélise le comportement désiré. La notation d'organigramme crée la logique de prise de décision comme pour des boucles et des constructions si-alors. Traditionnellement, les concepteurs avaient l'habitude des tables de vérité pour représenter des rapports parmi les entrées, les sorties, et les états d'une machine d'état fini. La table résultante décrit la logique

nécessaire pour commander le comportement du système. Une autre approche pour concevoir les systèmes entraînés par les événements est de modéliser le comportement du système en le décrivant en termes de transitions parmi des états discrets, en utilisant State flow (figure 4.16 et 17).

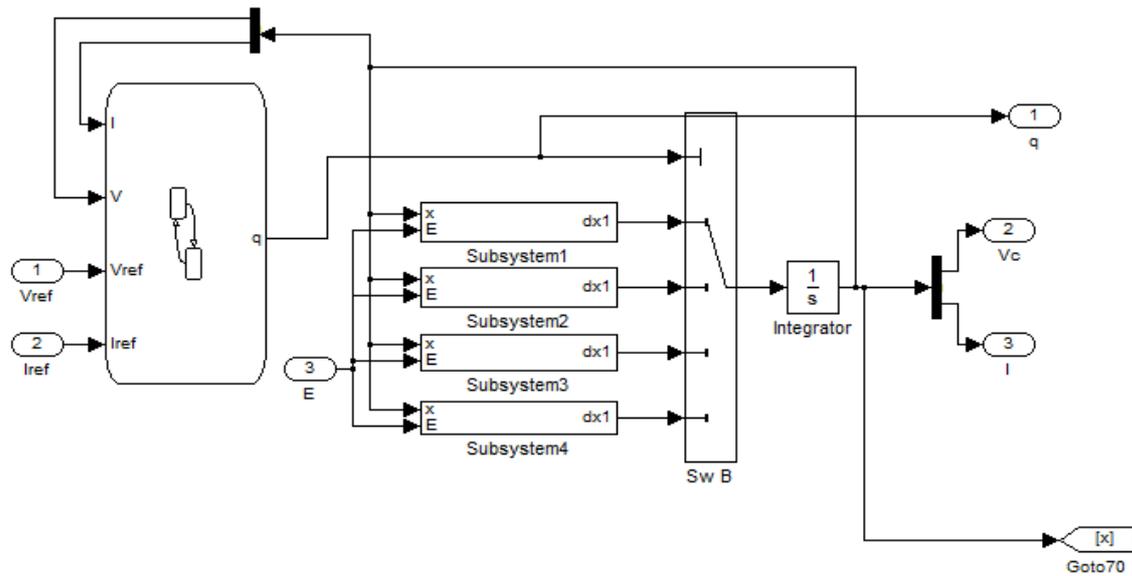


Fig.4.16 évolution de la tension de sortie

La figure 4.17 représente le modèle hybride du convertisseur à deux cellules,

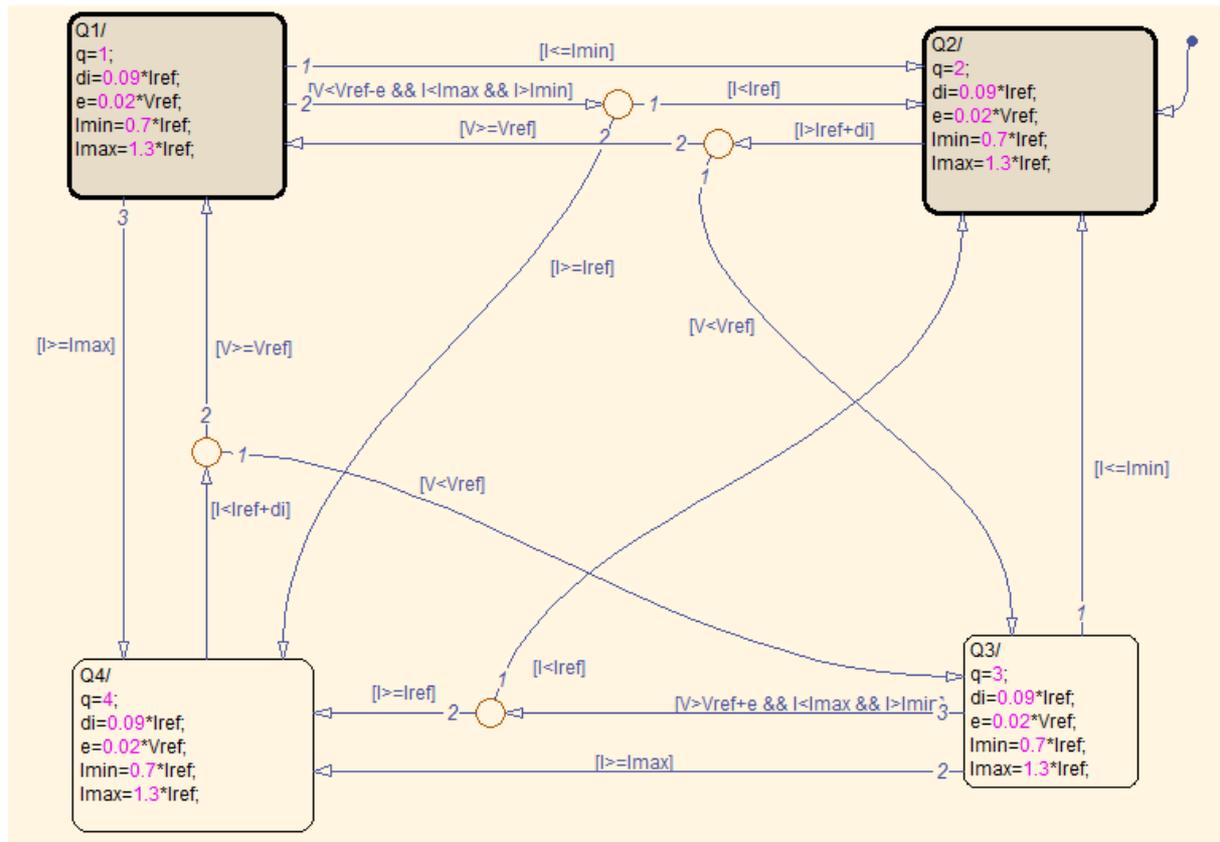


Fig.4.17 modèle hybride du convertisseur à deux cellules

Le système démarre dans l'état discret q_2 où la tension reste constante et le courant augmente, mais puisqu'on a des conditions initiales $I < I_{ref}$ et $V < V_{c_{ref}}^-$ alors on passe nécessairement à l'état q_3 : La particularité du mode q_3 c'est que la tension augmente et le courant diminue mais selon la condition initiale le courant peut faire un dépassement c'est à dire il commence par augmenter considérablement puis rejoindre la pente vers le zéro, pendant le dépassement, I devient supérieur à I_{max} ce qui provoque une commutation vers q_4 où la tension reste inchangée. Alors puisque la dynamique dans q_3 est observable, si on arrive à faire tendre l'erreur d'observation vers zéro avant que I n'atteint I_{max} , la condition de transition de q_3 vers q_4 ou q_2 qui dépend de V_c devient vérifiable.

IV-2-1-6 Observateur de l'état discret du convertisseur à deux cellules

Si la tension V_c n'est pas mesurable alors on s'appuie sur les sorties en courant pour fabriquer un observateur de l'état discret. On commence d'abord par vérifier l'observabilité de l'état courant en se basant juste sur la structure SED du modèle hybride. Sur la figure 4.18 est présentée la structure SED du modèle hybride de la figure 4.17 en considérant les notations suivantes :

Application de l'observateur sur le convertisseur

1. I/ES : Signifie que la transition a un évènement qui dépend du courant, et après le "/" la sortie discrète "ES".
2. ε : désigne une sortie nulle, utilisée lorsque la transition dépend aussi de la tension V_c (non mesurable). Pour ces transitions on ne dispose pas d'information ni sur leurs états atteignables ni sur leurs instants de productions.
3. $ES_1 = I \geq I_{max}$ $ES_2 = I \leq I_{min}$ $ES_3 = I > I_{ref}^+$
 $ES_4 = I < I_{ref}^-$ $ES_5 = I < I_{ref}$ $ES_6 = I \geq I_{ref}$
4. Les sorties du modèle hybride deviennent des évènements pour l'observateur de l'état discret.

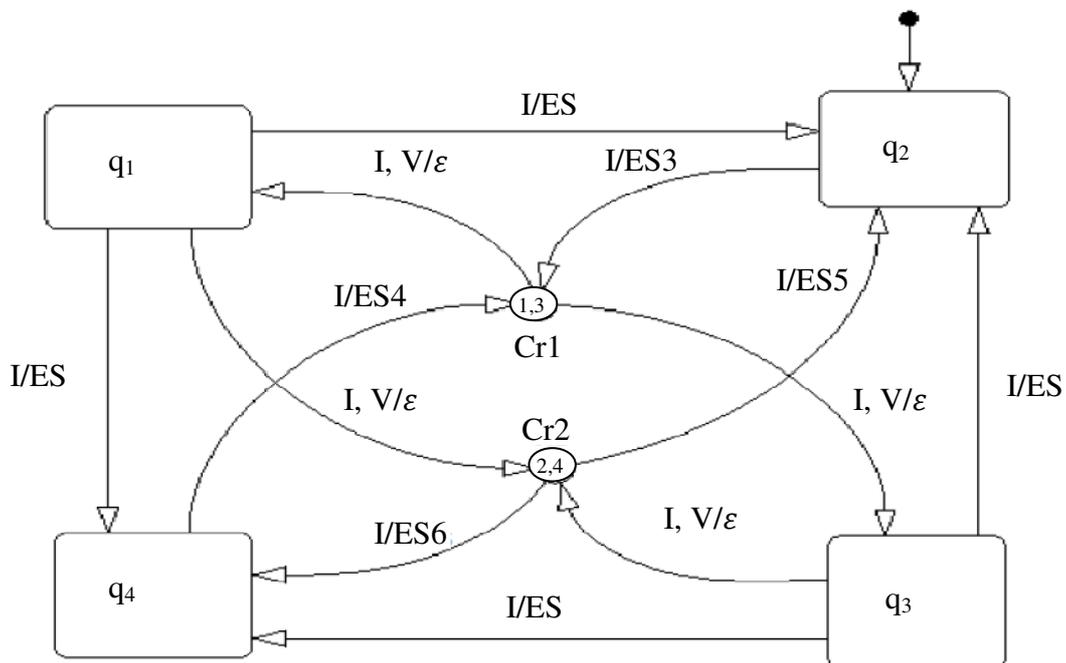


Fig.4.18 structure SED du convertisseur à deux cellules

Les petits cercles C_{r1} et C_{r2} sur la figure 4.18 sont une façon de modélisation par State flow (MATLAB), ils représentent à la fois un (ET) logique pour les transitions et un (OU) logique pour les états discrets. Cette manière de modélisation rend plus lisible le modèle hybride car, remarquons que si l'arc à l'entrée au cercle dépend d'un évènement mesurable ou d'une sortie, ceci dit que l'instant de la transition est aussi mesurable, prenant par exemple la transition de $\{q_2\}$ vers $\{q_1\}$ ou $\{q_3\}$ où l'instant de la commutation est mesurable car l'entrée au cercle C_{r1} dépend d'une sortie discrète (ES_3), par contre l'état atteignable est inconnu puisque les sorties du cercle sont nulle (ε), donc de $\{q_2\}$ vers $\{q_1\}$ ou $\{q_3\}$ on peut savoir qu'il y a eu une transition et à quel instant mais pas sa direction. Prenons maintenant la transition de $\{q_3\}$ vers $\{q_4\}$ ou $\{q_2\}$ dont le cercle C_{r2} est l'intermédiaire, puisque l'entrée au

cercle C_{r2} dépend d'une sortie nulle, on ne peut même pas savoir s'il y a eu une commutation par la mesure disponible.

On construit maintenant l'observateur de l'état discret sur la figure 4.19, cette structure n'est pas à état courant observable car les deux cycles primaires contiennent l'état composé $\hat{q} = \{q_1, q_3\}$ qui n'est pas un singleton (voir théorème 2), donc pour résoudre le problème d'observer l'état discret nous avons recours à la dynamique continue du système et aux techniques de discrimination.

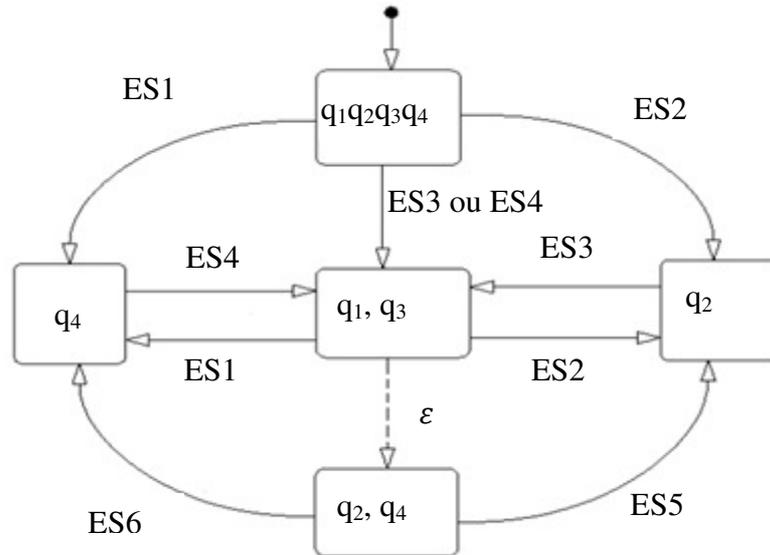


Fig.4.19 observateur de l'état discret juste par les sorties discrètes

IV-2-1-7 Résultat de simulation :

Pour la validation de ces propositions, nous avons simulé le convertisseur à deux cellules avec Simulink - Stateflow, ayant les paramètres suivants :

$$\begin{cases} L = 0.5 \text{ mH}, R = 10 \Omega & C = 40 \mu\text{F} \\ E = 1500 \text{ V} & V_{ref} = \frac{E}{2} \text{ V} & I_{ref} = 60 \text{ A} \\ I_{min} = 42 \text{ A} & I_{max} = 78 \text{ A} \\ \Delta V = 15 \text{ V} & \Delta I = 5.4 \text{ A} \end{cases} \quad 4.28$$

La technique proposée par A. Balluchi dans [20] exige que les dynamiques continues soient observables, dans notre cas il s'agit de discriminer entre q_1 et q_3 qui sont observables, mais A_1 et A_3 ont les même valeurs propres et selon le théorème 5 la matrice $(C_1 - C_2)B_3 + C_1(B_3 - B_1) = 2000$ est inversible, donc il n'est pas possible d'utiliser cette technique.

Par la deuxième technique proposée [23] en se basant sur la méthode d'identification développée dans [24], on n'a pas besoin de vérifier l'observabilité de chaque sous-système, par ailleurs nous avons une entrée constante ce qui pose toujours un problème de

Application de l'observateur sur le convertisseur

discrimination entre q_1 et q_3 car $\theta_1 V(t) = \theta_3 V(t) = 0$ si q_1 ou q_3 est actif. Mais puisque pratiquement l'entrée $E = 1500 V$ n'est pas parfaitement une tension continue, on peut considérer une alimentation $u(t) = E + \sin(2\pi 50t)$, c'est à dire on ajoute une sinusoïde de $1V$ à une fréquence de $50 Hz$. Pratiquement cette perturbation est insignifiante et n'a aucun effet sur la régulation des grandeurs électriques autour de (I_{ref}, V_{cref}) .

Sur la figure 4.19, nous avons mentionné la transition $e = (\{q_1, q_3\}, \{q_2, q_4\})$ avec la flèche en pointillé juste pour montrer que la transition existe sur le système hybride mais nous n'avons aucune information sur sa production. Pour la simulation nous avons choisi un pas fixé à $10^{-8} s$ car c'est un système électrique très rapide, le signal de réinitialisation à une période de $20 \times 10^{-8} s$ avec 95% du temps actif et 5% inactif, le signal de décision est pris après 13 pas de simulation après chaque réinitialisation (voir figure 4.20).

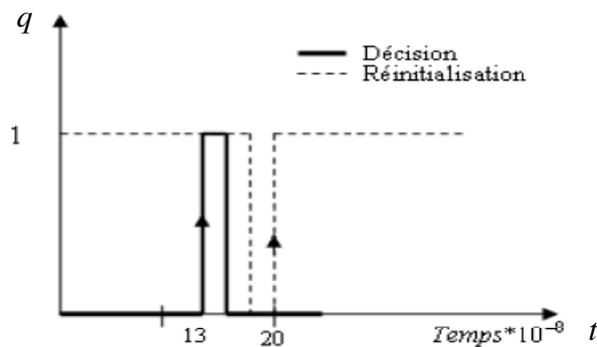


Fig.4.20 signal de réinitialisation et décision

Les figures (4.21, 4.22, 4.23) montrent l'évolution de l'état discret observé $\hat{q}(t)$ et l'erreur commise lors des commutations du SDH, le retard introduit est très faible et ne dépasse pas une période du signal de réinitialisation.

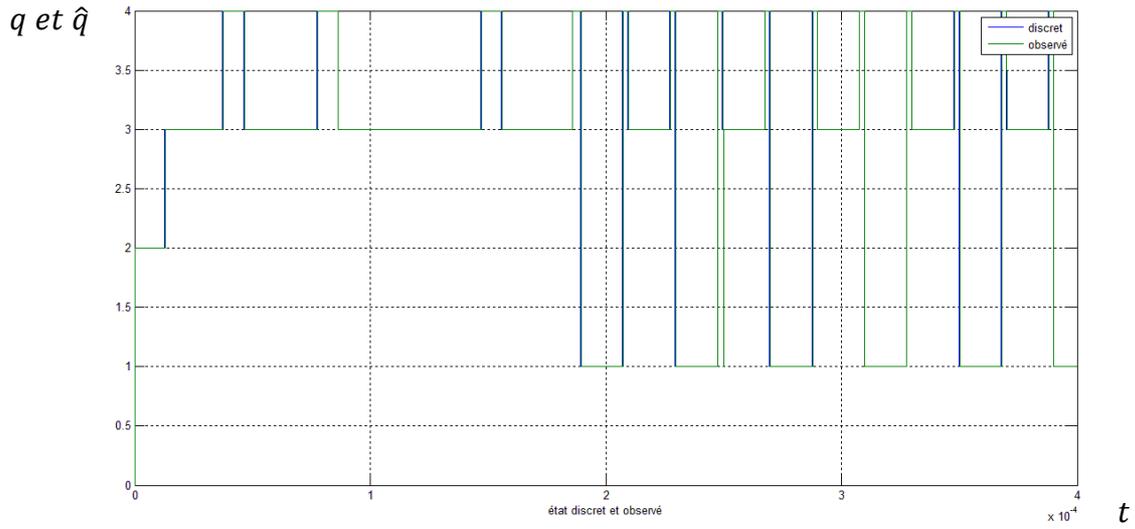


Fig.4.21 état discret $q(t)$ et observé $\hat{q}(t)$

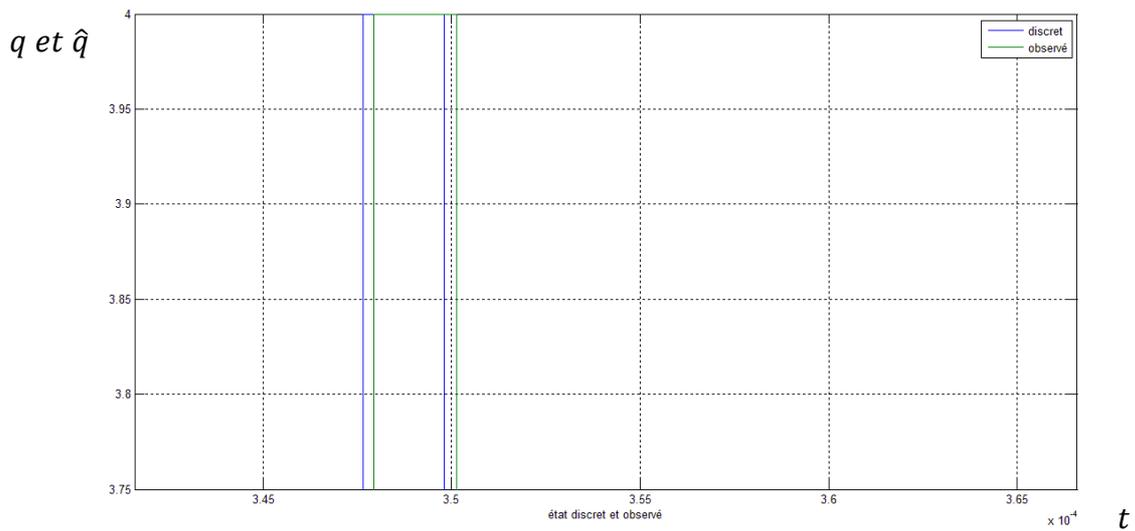


Fig.4.22 zoom sur l'état discret $q(t)$ et observé $\hat{q}(t)$

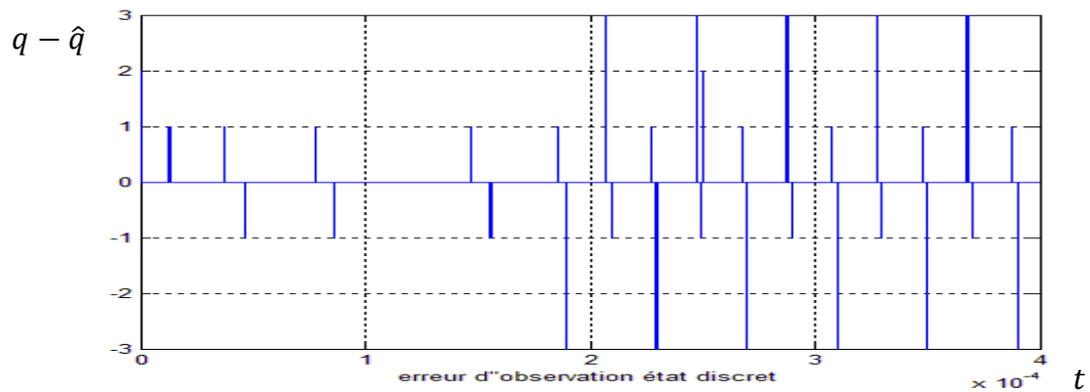


Fig.4.23 erreur d'observation de l'état discret ($q(t) - \hat{q}(t)$)

Application de l'observateur sur le convertisseur

Les figures (4.24, 4.25, 4.26) représentent l'évolution de l'état continu observé $\hat{V}_c(t)$ et l'erreur d'observation ne dépasse pas 1V pendant les retards et juste pour les dynamiques non observables associées à q_2 et q_4 :

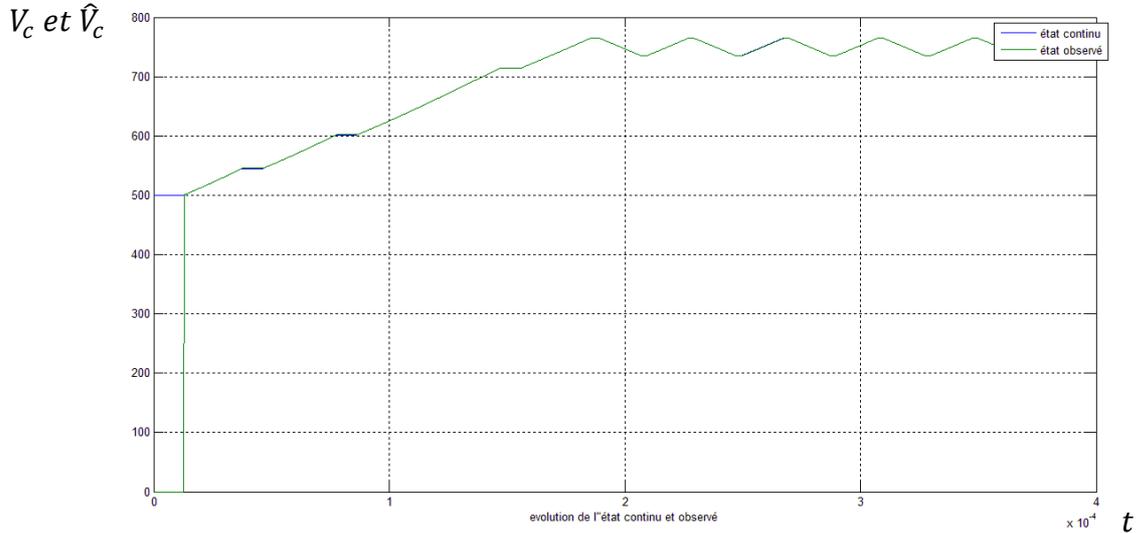


Fig.4.24 Evolution de l'état continu $V_c(t)$ et observé $\hat{V}_c(t)$

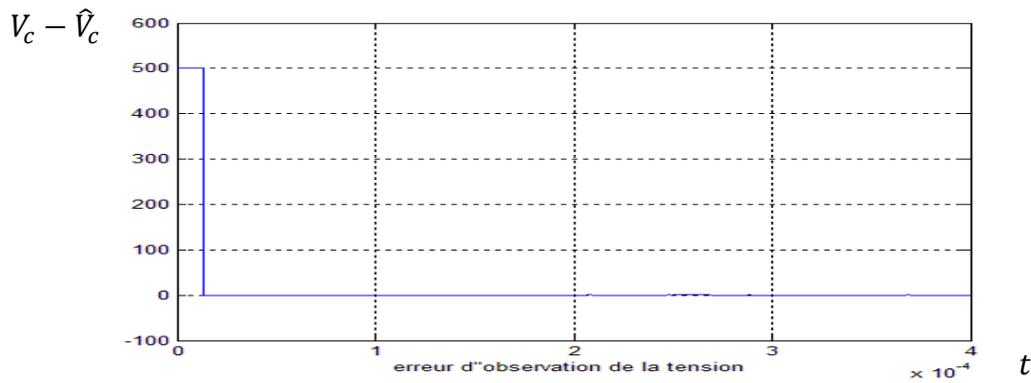


Fig.4.25 Erreur d'observation de la tension ($V_c(t) - \hat{V}_c(t)$)

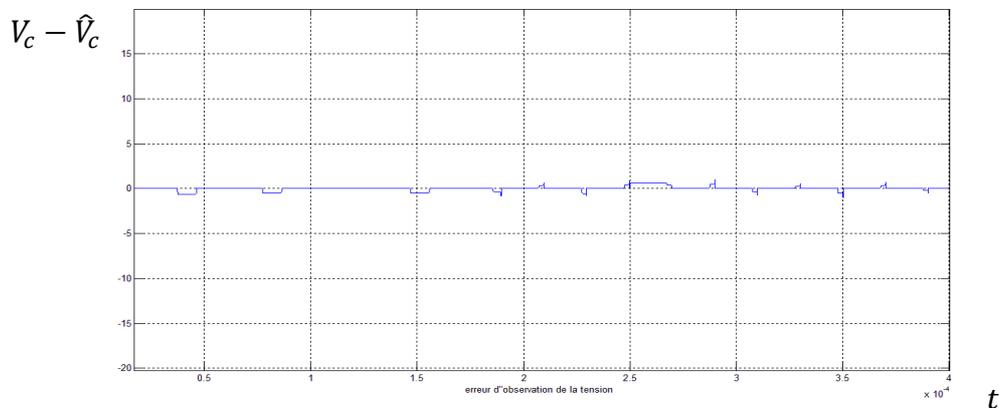


Fig.4.26 Zoom sur l'erreur d'observation de la tension

IV-3 Conclusion

Le convertisseur multicellulaire nous a permis de montrer les limites de l'observateur proposé par A. Balluchi [20], il nous montre aussi les limites de l'observateur imbriqué proposé dans [23], en fait lorsqu'il s'agit de discriminer entre deux dynamiques observables dont les valeurs propres sont les mêmes, la persistance et la nature de l'excitation ont un rôle très important. De plus, à notre connaissance, l'approche proposée dans [23] reste l'unique procédure d'observabilité pour ce type de systèmes où le temps de séjour est trop petit.

Conclusion générale

Dans ce mémoire nous nous sommes intéressés à l'étude des observateurs pour une classe de systèmes hybrides, nous avons considéré la classe des SDH linéaires continus.

Le premier chapitre fait l'état de l'art sur la question. Au deuxième chapitre nous avons deux cas d'étude, le premier concerne la classe des SDH à état courant observable (ECO) où la synthèse de leurs observateurs revient simplement à la construction des observateurs de Luenberger pour chaque dynamique continue et les faire commuter en synchronisation avec le système, et cela n'est possible que lorsque l'évolution rentre dans un cycle de singletons. Le deuxième cas où le SDH n'est pas ECO, nous avons vu comment appliquer la technique de l'observateur classique de Luenberger sur une classe de système hybride la difficulté dans ce cas se résume dans l'observation de l'état discret dans un état hybride d'où on a besoin de construire une signature pour chaque dynamique continue et mettre un critère de discrimination entre les états discrets en conflit, pour que les signatures donnent une information il faudrait attendre un temps δ , on a vu dans le théorème de Balluchi comment déterminer ce temps qui doit être largement inférieur au temps de séjour minimal. La signature r_i est définie *Vrai* si la norme de la différence entre la sortie hybride $y(t)$ et la sortie $\hat{y}(t)$ de l'observateur \mathcal{O}_i est inférieur à un certain seuil ε_r , alors dans le cas où les dynamiques continues en conflit sont stables on peut avoir plusieurs signatures qui soient vraies à la fois, le but de cet observateur et de suivre les commutations du SDH le plus vite possible, nous avons obtenu dans [23] une meilleure observation de l'état discret en un temps nettement meilleur que celui proposé par les autres techniques citées. Concernant l'état continu on utilise des observateurs de Luenberger pour chaque dynamique qui sont réinitialisés par des conditions initiales calculées.

Bibliographies:

- [1] M. S. Branicky. Thèse: Studies in Hybrid Systems, MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGIE, June 1995.
- [2] M. S. Branicky, V. S. Borkar, and S. K. Mitter. A unified frame work for hybrid control : model and optimal control theory. *IEEE Trans. Automatic Control*, 43(1): 31–45, 1998.
- [3] Chamroo, A. Contribution à l'étude des Systemes a Fonctionnement par Morceaux : Application a l'Identification en Ligne et a la commande en Temps Reel. PhD thesis, Universite des Sciences et Technologie de Lille. (2006).
- [4] J. Zaytoon. Systèmes dynamiques hybrides, HERMES Science Europe Ltd, 2001.
- [5] Lygeros Lecture Notes On Hybrids Systems. ENSIETA.2-6/2/2004.
- [6] C. G. Cassandras « Discrete Event Systems, Modeling and Performance Analysis»,Aksen Associates and Irwin, 1993.
- [7] V.I. Utkin. Sliding Modes and their Application in Variable Structure system. MIR Publishers, Moscow, 1974. (1978 English Translation).
- [8] J. Ben Salah, H. Jerbi, C. Valentin, and C. Z. Xu. Synthèse géométrique du cycle limite hybride optimal et de la commande d'une classe de systèmes dynamiques à commutation. *e-revue Sciences et Technologies de l'Automatique*, 5(4) :33–41, 2008.
- [9] M. Johansson and A. Rantzer. Computation of piecewise quadratic lyapunov functions for hybrid systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 43(4) :555–559, April 1998.
- [10] A. Rondepierre . Piecewise affine systems controllability and hybrid optimal control. In *In Proceedings of the 2005 International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, 2005.
- [11] A. Bemporad, G. Ferrari, and M. Morari. Observability and controllability of piecewise affine and hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45 :1864–1876, 2000.
- [12] L. S. Pontryagin. Ordinary differential equations. Mass, 1962.
- [13] A. A. Andronov, A. A. Vitt, and S. E Khaikin. Theory of oscillators. Pergamon,1966.
- [14] A. Girard. Analyse Algorithmique des Systèmes Hybrides. Phd thesis, INPG, Septembre 2004.
- [15] Williams, H. P. Model Building in Mathematical Programming (3rded.). New York : Wiley, 1993.

- [16] D. G. Luenberger. Observers for multi-variable systems. IEEE Trans. Automat. Control, 11(2) :190–197, 1966.
- [17] TIAN Yang. Une contribution à l’observation et à l’estimation des systèmes linéaires. Thèse doctorat délivré par l’École Centrale de Lille, 8/12/2010.
- [18] G. Besancon. Contributions a l’étude et a l’observation des systemes non lineaires avec recours au calcul formel. Thèse de l’Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- [19] G. Besancon (Ed.). Nonlinear observers and applications. Lecture Notes in Control and Information Scinences (LNCIS), 363, 2007. ISBN : 978-3-540-73502-1.
- [20] A.Balluchi, L.Benevenuti, M.D. Di Benedetto and A.L.Sangiovani-Vicentelli, Observers for hybrid systems with continuous state resets, Proc. 10th Mediterranean Conference on Control and Automation - MED2002, Lisbon, Portugal, July 2002.
- [21] A.Balluchi, L.Benevenuti, M.D. Di Benedetto and A.L.Sangiovani-Vicentelli, Design of Observers for Hybrid Systems, Proceedings of the 5th International Workshop, HSCC 2002, Stanford, CA, USA, March 2002, pp. 76-89, in lecture Notes in Computer Science, Vol. 2289, C. J. Tomlin and M. R. Greenstreet Eds., Hybrid systems : Computation and Control, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2002.
- [22] C. G. Cassandras, S. Lafortune. Introduction to discrete event systems., Kluwer Academic Publisher, 1996.
- [23] M. Abdi, H. Bensalah et B. Cherki, Nested observer for linear hybrid dynamical Systems, 2007.
- [24] M. Flies and H. Sira-Ramirez, Closed-Loop parametric identification for continuous-time linear systems (2003).
- [25] A. Donzel. « Commande des convertisseurs multiniveaux : Application à un moteur asynchrone » Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [26] O. Tachon, « Commande découplante linéaire des convertisseurs multicellulaires série » Thèse de Doctorat, INPT, 1998.
- [27] D. Pinon, « Commandes des convertisseurs multicellulaires par mode de glissement » Thèse de Doctorat, INPT, 2000.
- [28] M. Aimé, « Évaluation et optimisation de la bande passante des convertisseurs statiques : Application aux nouvelles structures multicellulaires » Thèse de Doctorat, INPT, 2003.
- [29] O. Bethoux, «Commande se détection de défaillance d’un convertisseur multicellulaire série ». Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie, Université de Cergy-Pontoise. 2005.

[30] K Benmansour. Realisation d'un banc d'essai pour la commande et l'observation des convertisseurs multicellulaires, Série: Approche Hybride. Docteur de l'Université de Cergy Pontoise (Spécialité Automatique), 2009.

[31] Michael Defoort, Mohamed Djemai, Synthèse d'un observateur en temps fini pour le convertisseur multicellulaire, 2010.

[32] M. Abdi, H. Bensalah et B. Cherki, Hybrid Nested Observer for Diagnostic of a Two Cells Power Converter Running, EFEEA 10th International Symposium on Environment. Friendly Energies in Electrical Applications, 2-4 November 2010, Ghardaïa, Algeria.