

*République Algérienne Démocratique et Populaire*  
*Ministère de l'Enseignement Supérieur*  
*Et de la Recherche Scientifique*



Université A.MIRA de Béjaïa

Faculté des sciences exactes

---

*Département de Recherche Opérationnelle*

Mémoire de MASTER

Option : Modélisation Mathématique et Techniques de  
décision

---

---

*Problème de Routage dans les Réseaux  
Ad-Hoc : Approche par la Théorie des  
Jeux*

---

---

Présenté par :

Brahmi Souad et Hamache Nabila

Soutenus devant le jury composé de :

<b>Présidente</b>	M <sup>me</sup> Fouzia	AOUDIA	M.C.B	U. de Béjaïa
<b>Rapporteurs :</b>	M <sup>r</sup> Mohammed Saïd	RADJEF	Professeur	U. de Béjaïa
	M <sup>me</sup> Naouel	HALIMI	M.A.A	U. de Béjaïa
<b>Examinatrice :</b>	M <sup>me</sup> Fatiha	DJOUADI	M.A.A	U. de Béjaïa
<b>Examinatrice :</b>	M <sup>elle</sup> Razika	SAIT	M.A.A	U. de Béjaïa

2011 – 2012



**Louange A Dieu, le miséricordieux, sans Lui rien de tout cela  
n'aurait pu être.**

*N*ous tenons tout d'abord à remercier le professeur M.S. Radjef pour l'honneur qu'il nous a fait en acceptant de nous encadrer. Ses conseils précieux ont permis une bonne orientation dans la réalisation de ce travail.

*N*ous tenons également à remercier M<sup>me</sup> N. Halimi pour le temps qu'elle nous a consacré et pour ses conseils précieux.

*N*os remerciements vont également à la présidente D<sup>r</sup> F. Aoudia et aux membres de jury M<sup>elle</sup> R. Saït et M<sup>me</sup> F. Djouadi d'avoir accepté de juger notre travail et consacré leurs temps à la lecture et à la correction de ce mémoire.

*N*os remerciements s'adressent aux enseignants et aux personnels administratifs du département RO, en particulier à M<sup>elle</sup> N. Belakbir pour l'intérêt qu'elle a réservé à notre travail et à M<sup>me</sup> K. Adel qui s'est montré présente et à notre écoute.

*N*ous tenons à remercier vivement toutes celles ou ceux qui nous ont accompagné tout au long de ce parcours, pour les conseils avisés qu'ils nous ont dispensés, à la sollicitude dont ils ont fait preuve à notre égard, et les documents et outils mis gracieusement à notre disposition.

*N*os remerciements les plus vifs vont tout particulièrement à nos parents.

*E*nfin, merci à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire (Hamidouche Fatima, Birem Mira, Ait Aissa Soraya, Berri Sarah, ...).



Tout d'abord je remercie Dieu Le Tout Miséricordieux,  
Ton amour Ta miséricorde et Tes grâces à mon endroit m'ont fortifiée dans  
La persévérance et l'ardeur au travail.

Je dédie ce modeste travail à ma Famille

En vous, je vois de la dévotion, la présence en toute circonstance m'a maintes fois rappelé  
le sens de la responsabilité.

En vous, je ressens l'amour, qui je le sais ma réussite est très importante pour vous. Que  
Dieu vos protège.

A un être très chère à mes yeux, qui a su être présent quand il le fallait.

*Souad*

*Je dédie ce modeste travail :*

*Aux deux êtres les plus chères dans ma vie qui m'ont toujours soutenu durant mes études  
à vous papa et maman.*

*A mes frères et soeurs.*

*A mes ami(e)s Mira, Soraya, Yasmina, Kahina, Sarah et Souad.*

*Nabila.*

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Les réseaux mobiles Ad hoc</b>	<b>3</b>
1.1 Historique	3
1.2 Environnement mobile	4
1.2.1 Les réseaux avec infrastructure	4
1.2.2 Les réseaux sans infrastructure	5
1.3 Définitions liées à la théorie des graphes	5
1.4 Réseaux mobiles Ad Hoc	6
1.4.1 Modélisation	6
1.4.2 Caractéristiques	6
1.4.3 Fonctionnement	8
1.5 Domaines d'application des réseaux mobiles ad hoc	9
1.6 Principales catégories de communications	10
1.6.1 Diffusion	10
1.6.2 Routage	11
1.7 Protocoles de routage	11
1.7.1 Les protocoles de routage pro-actifs	11
1.7.2 Les protocoles de routage reactifs	13
<b>2 Notions de base de la théorie des jeux</b>	<b>15</b>
2.1 Qu'est ce qu'un jeu ?	15
2.2 Stratégies	16
2.2.1 Stratégie pure	16
2.2.2 Stratégie mixte	16
2.2.3 Stratégie dominée	16
2.2.4 Stratégie dominante	16
2.3 Typologie des jeux	17
2.3.1 Jeu fini	17
2.3.2 Jeu à somme nulle / non nulle	17
2.3.3 Jeu symétrique	17
2.3.4 Jeu coopératif	17
2.3.5 Jeu non-coopératif	17
2.3.6 Jeu à information parfaite/ imparfaite	18
2.3.7 Jeu à information complète/ incomplète	18
2.4 Représentation des jeux	18
2.4.1 Jeu sous forme extensive	18
2.4.2 Jeu sous forme normale (forme stratégique)	18
2.5 Concept de solutions	19

2.5.1	Équilibre de Nash . . . . .	20
2.5.2	Équilibre de Pareto . . . . .	20
2.6	Jeux ordinaux . . . . .	20
2.6.1	Notations . . . . .	20
2.6.2	Représentation d'un jeu ordinal . . . . .	21
2.6.3	Transformation d'un jeu sous forme normale en jeu ordinal . . . . .	21
2.6.4	Équilibre ordinal non-coopératif . . . . .	21
2.7	Jeux de congestion . . . . .	22
2.7.1	Le Modèle . . . . .	23
2.7.2	Concept de solution . . . . .	23
2.8	Jeux multicritères . . . . .	23
<b>3</b>	<b>État de l'art</b>	<b>26</b>
3.1	Pourquoi appliquer la théorie des jeux aux réseaux ? . . . . .	26
3.1.1	Avantages . . . . .	27
3.1.2	Challenges de l'application de la théorie des jeux aux réseaux ad hoc . . . . .	27
3.2	Modélisation des réseaux ad hoc par des jeux . . . . .	28
3.3	Problématiques des réseaux Ad-Hoc approchées par la théorie des jeux . . . . .	28
3.3.1	Travaux connexes . . . . .	29
3.3.2	Adaptation de la forme d'onde . . . . .	29
3.3.3	Partage du spectre radio . . . . .	29
3.3.4	Contrôle de topologie . . . . .	30
3.3.5	Problème de routage . . . . .	30
3.4	Modèle d'Orda et al. (1993) . . . . .	33
3.4.1	Modélisation . . . . .	33
3.4.2	Résultats . . . . .	34
3.5	Modèle de Korilis et Orda (1999) . . . . .	34
3.5.1	Modélisation . . . . .	34
3.5.2	Le paradoxe de Braess . . . . .	36
3.5.3	Résultats . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Structure de Préférence et Aide multicritère à la décision</b>	<b>38</b>
4.1	Relations binaires . . . . .	38
4.1.1	Représentation d'une relation binaire . . . . .	39
4.1.2	Propriétés d'une relation binaire . . . . .	39
4.2	Structure de préférence . . . . .	40
4.2.1	La structure d'ordre total . . . . .	40
4.2.2	La structure de préordre total . . . . .	41
4.2.3	La structure d'ordre partiel . . . . .	41
4.2.4	La structure de préordre partiel . . . . .	42
4.3	Aide Multicritère à la décision . . . . .	42
4.3.1	Le concept d'action . . . . .	43
4.3.2	Famille cohérente de critère . . . . .	43
4.4	Agrégation des performances . . . . .	43
4.4.1	La théorie de l'utilité multi-attributs . . . . .	44
4.4.2	Les méthodes interactives . . . . .	44
4.4.3	Agrégation partielle . . . . .	44
4.5	Méthodes de surclassement PROMETHEE . . . . .	44
4.5.1	Fonction de préférence et critère généralisé . . . . .	45

4.5.2	Indice de préférence multicritère : . . . . .	47
4.5.3	Flux de surclassement . . . . .	48
4.5.4	PROMETHEE I (Préordre partiel) . . . . .	49
4.5.5	PROMETHEE II (Préordre complet) . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Jeu de Congestion Multicritère dans les réseaux Ad-Hoc</b>	<b>50</b>
5.1	Position du problème . . . . .	50
5.2	Modélisation . . . . .	51
5.2.1	Les joueurs . . . . .	51
5.2.2	Stratégies . . . . .	51
5.2.3	Critères . . . . .	52
5.3	Équilibre non coopératif dans les jeux multicritères . . . . .	53
5.3.1	Transformation du jeu de congestion multicritère en un jeu ordinal . . . . .	53
5.3.2	Concept de solution du jeu ordinal (5.9) . . . . .	54
5.4	Application sur un exemple numérique . . . . .	56
5.4.1	Recherche des préordres totaux . . . . .	57
5.4.2	Analyse de robustesse . . . . .	58
	<b>Conclusion générale</b>	<b>61</b>
	<b>Annexe</b>	<b>62</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>67</b>

# Introduction générale

De nos jours, de nouveaux besoins ont émergés du fait que l'informatique est partout et fait partie désormais de notre vie quotidienne. Aussi les nouvelles technologies sont développées afin de satisfaire ces besoins. La grande tendance des futures applications sera certainement des automates complexes qui faciliteront les tâches quotidiennes de l'être humain.

De plus en plus de systèmes informatiques et électroniques sont déployés sur des périphériques personnels telles que des PDA, des smart phone, . . . Ces progrès technologiques sont dûs certainement aux progrès des technologies matérielles et à l'émergence des réseaux de communication sans fils tels que les réseaux mobiles ad hoc.

Dans les réseaux mobiles ad-hoc ou MANET (Mobile Ad-hoc NETwork), aucune infrastructure réseau fixe n'existe, et la gestion est totalement distribuée. Les nœuds peuvent se déplacer aléatoirement, et par conséquent la topologie du réseau change aussi rapidement et aléatoirement. Les nœuds ne peuvent communiquer qu'avec leurs nœuds voisins, de proche en proche, et les nœuds intermédiaires doivent coopérer pour l'acheminement des paquets de données (tous les nœuds jouent le rôle de routeur). Cependant, dû au dynamisme du réseau et à la mobilité des nœuds, ce voisinage change aussi dynamiquement.

D'autre part, les systèmes multi-agents offrent un cadre de conceptualisation à base de sous-systèmes (agents) flexibles, autonomes et interactionnels. Par autonomie, nous voulons dire que les agents sont indépendants et agissent sur eux même, et ils ont la capacité de communiquer avec d'autres agents dans le système. Parmi les principaux concepts on trouve : les agents, l'interaction et l'environnement. Un système multi-agents(SMA) est composé d'un ensemble d'agents autonomes qui sont capables d'interagir, de se coordonner et de s'adapter dans un environnement ouvert et dynamique.

Plusieurs difficultés sont rencontrées dans les réseaux Ad-Hoc telles que le problème de routage, la contrainte d'énergie, la bande de fréquence limitée et la sécurité. Les modèles analytiques pour évaluer la performance des réseaux ad hoc ont été rares en raison de la nature distribuée et dynamique de ces réseaux. La théorie des jeux offre une suite d'outils qui peuvent être utilisés efficacement dans la modélisation de l'interaction entre les nœuds indépendants.

La théorie des jeux est un outils mathématique dont le champ d'application est l'individu qui est en interaction avec au moins un autre. Elle a été développée principalement par John von Newmann à partir de 1920, le premiere ouvrage fondamental date de 1944 intitulé "*Theory of Games and Economica Behavior*" écrit par Von Newmann et Morgens-tern, cela dit, avant eux il y'a eu Cournot et Edgeworth qui avaient commencé à travailler

dans ce sens.

La théorie des jeux sert donc à modéliser des situations où les acteurs prennent des décisions individuelles, s'il y'a possibilité de coopération entre eux on parle alors de théorie des jeux coopératifs, dans le cas contraire on parle de théorie des jeux non-coopératifs. Afin de trouver une solution optimale pour résoudre des jeux non-coopératifs, des théoriciens ont introduit la notion d'équilibre, qui conduit chaque acteur à une situation de non regret même si elle ne lui garantit pas un gain optimal.

L'approche qui consiste à considérer un seul critère à maximiser, n'est souvent pas suffisante pour décrire les besoins et le comportement des preneurs de décisions. Une approche simpliste souvent utilisée pour traiter cet aspect multicritère est de définir un seul critère qui prend en compte plusieurs critères à optimiser. D'autres approches plus sensibles à chaque critère consistent à séparer les critères et à définir des notions d'équilibre qui sont sensibles à chacun d'eux.

On se pose alors les trois questions suivantes :

1. Comment modéliser le problème de routage dans les réseaux Ad-Hoc par la théorie des jeux, tout en considérant le critère d'énergie à minimiser et le critère de débit à maximiser ?
2. Quel est le concept de solution approprié ?
3. Quelles sont les étapes de résolution de ce jeu ?

Afin d'apporter des réponses à ces questions, on a procédé comme suit :

Dans le premier chapitre, nous présentons les réseaux mobiles Ad-Hoc, leurs applications, leurs modélisations, leurs fonctionnements ainsi que leurs caractéristiques, notamment le problème de routage causé par le caractère dynamique du système.

Dans le second chapitre, nous commençons par présenter la théorie des jeux dans le contexte monocritère et nous introduisons les notions de base. Puis nous nous intéressons à deux classes particulières de jeux, qui sont les jeux ordinaux et les jeux de congestion, et enfin nous définissons les jeux multicritères.

Le troisième chapitre, est consacré à une étude bibliographique, et à la modélisation de certains problèmes liés aux réseaux ad-hoc par la théorie des jeux comme le problème de routage et le problème du partage du spectre radio.

Dans le quatrième chapitre, on a défini quelques structures de préférences, puis nous nous sommes intéressés aux méthodes multicritères d'aide à la décision PROMETHEE I et II qui nous permettent de ranger les actions des meilleures jusqu'aux moins bonnes, ainsi on utilise cette méthode pour ramener un jeu multicritère à un jeu ordinal.

Le dernier chapitre, constitue notre contribution, dont on a fourni un modèle de jeux de congestion pour modéliser le problème de routage dans les réseaux Ad-Hoc, une méthode de résolution et pour finir on a illustré les résultats sur un exemple pratique à travers le quel on a présenté les situations auxquels le modèle peut faire face, et nous terminons par une conclusion générale.

# 1

## Les réseaux mobiles Ad hoc

### Introduction

Les communications sans fil ont un rôle crucial à jouer au sein des réseaux informatiques. Elles offrent des solutions ouvertes pour fournir de la mobilité ainsi que des services essentiels là où l'installation d'infrastructures n'est pas possible. Ces réseaux sont en plein développement du fait de la flexibilité de leur interface, qui offre à un utilisateur la mobilité.

Les réseaux mobiles sans fil sont classés en deux catégories : les réseaux avec infrastructure qui utilisent généralement le modèle de la communication cellulaire, et les réseaux sans infrastructure comme les réseaux ad hoc.

Ce chapitre servira à présenter les réseaux Ad Hoc, leur modélisation, leur fonctionnement ainsi que leur caractéristiques, notamment le problème de routage.

### 1.1 Historique

Le début des années 1970 voit, au sein du projet militaire Américain DARPA (The Defense Advanced Research Projects Agency), la naissance des premiers réseaux utilisant le médium radio. Ces réseaux disposaient déjà d'une architecture distribuée, partageaient le canal de diffusion en répétant des paquets pour élargir la zone de couverture globale. Par la suite, en 1983, les Survivable Radio Networks (SU RAN) furent développés par le DARPA. L'objectif était de dépasser les limitations (en particulier permettre le passage à des réseaux comportant énormément de nœuds, gérant la sécurité, l'énergie). Mais les recherches sur ces réseaux restaient exclusivement militaires. Ce n'est qu'avec l'arrivée du protocole 802.11 de l'IEEE (Institut of Electrical and Electronics Engineers) qui permet de bâtir des réseaux sans fil autour de bases fixes, que la recherche civile s'empare à la fin des années 90 des problématiques liées à ces réseaux.

## 1.2 Environnement mobile

Dans un réseau, la communication peut se faire soit par des liaisons câblées, soit par des liaisons sans fil. Les réseaux mobiles Ad Hoc sont basés sur la deuxième mode de communication et permettent ainsi aux utilisateurs d'accéder aux informations et services électroniques indépendamment de leur position géographique.

Ces réseaux mobiles peuvent d'emblée être classés selon deux types : les réseaux mobiles avec infrastructure et ceux sans infrastructure.

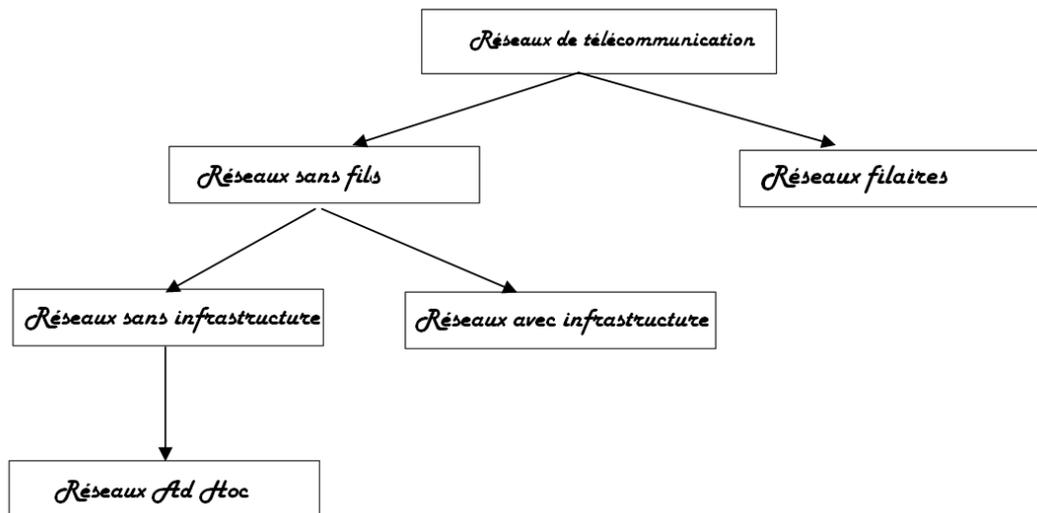


FIGURE 1.1 – La décomposition des réseaux mobiles.

### 1.2.1 Les réseaux avec infrastructure

Le modèle de réseau mobile avec infrastructure intègre deux ensembles d'entités distinctes :

1. Les sites fixes d'un réseau de communication filaire classique,
2. Les sites mobiles.

Les sites fixes, appelés stations de base (**SB**) sont munis d'une interface de communication sans fil pour la communication directe avec les sites ou unités mobiles (**UM**), localisés dans une zone géographique limitée, appelée cellule (voir figure 1.2).

Une unité mobile ne peut être, à un instant donné, directement connectée qu'à une seule station de base. Elle peut communiquer avec les autres sites à travers la station à laquelle elle est directement rattachée.

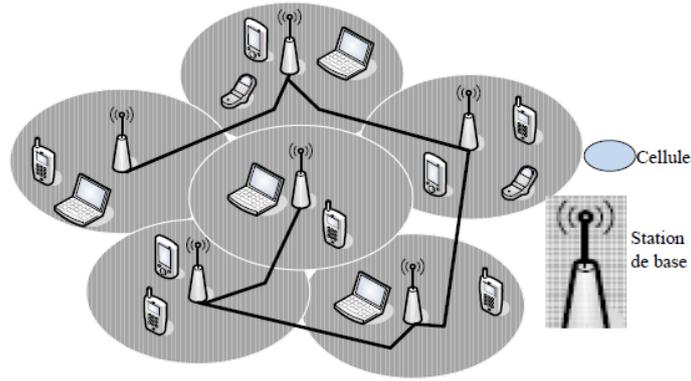


FIGURE 1.2 – Réseau mobile avec infrastructure.

### 1.2.2 Les réseaux sans infrastructure

Le modèle de réseau sans infrastructure préexistante ne comporte pas l'entité (**SB**), tous les sites du réseau sont mobiles et communiquent d'une manière directe en utilisant leurs interfaces de communication (portées de communication) sans fil. L'absence d'infrastructure oblige les unités mobiles à se comporter comme des routeurs qui participent à la découverte et à la maintenance des chemins des autres mobiles (hôtes) du réseau.

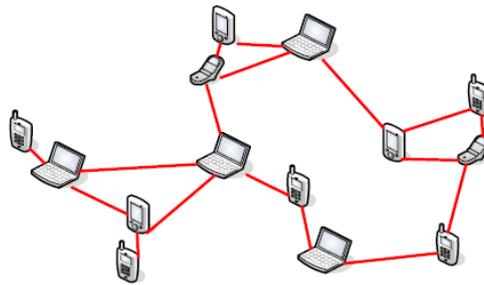


FIGURE 1.3 – Réseau mobile sans infrastructure.

## 1.3 Définitions liées à la théorie des graphes

Avant de passer à la présentation des réseaux mobiles ad-hoc nous allons au préalable rappeler quelques définitions de la théorie des jeux aux quelles nous ferons référence par la suite.

**Définition 1.1.** Un graphe orienté  $G$  est formé de deux ensembles  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  dont les éléments sont appelés sommets, et un ensemble  $E = \{e_1, \dots, e_m\} \subset V \times V$  dont les éléments sont appelés arcs. On notera  $G = (V, E)$ .

Si  $e = (v_1, v_2)$  est un arc du graphe  $G$ , alors  $v_1$  est appelée extrémité initiale, et  $v_2$  extrémité terminale de  $e$  et on notera :

$$I(e) = v_1$$

$$T(e) = v_2$$

**Remarque 1.3.1.** Si les liens sont non orientés alors, ils sont dit arêtes et dans ce cas le graphe sera dit non orienté.

**Définition 1.2.** Dans un graphe orienté, on appelle chemin une suite d'arcs dont l'extrémité terminale de chacun, sauf pour le dernier, est l'extrémité initiale du suivant. Dans le cas d'un graphe non orienté on parle de chaîne.

**Définition 1.3.** Un graphe non orienté est connexe si pour tout couple de sommets  $(v_1, v_2)$  il existe une chaîne reliant  $v_1$  à  $v_2$ . Un graphe orienté est connexe si le graphe non orienté associé est connexe.

## 1.4 Réseaux mobiles Ad Hoc

**Définition 1.4.** Un réseau mobile ad hoc, appelé généralement MANET (Mobile Ad hoc NETWORK), consiste en une grande population, relativement dense, d'unités mobiles qui se déplacent dans un territoire quelconque et dont le seul moyen de communication est l'utilisation des interfaces sans fils, sans l'aide d'une infrastructure préexistante ou administration centralisée.

### 1.4.1 Modélisation

Un réseau ad hoc peut être modélisé par un graphe  $G_t = (V_t, E_t)$ , où :  $V_t$  représente l'ensemble des nœuds ( i.e. les unités ou les hôtes mobiles ) du réseau et  $E_t$  désigne l'ensemble des connexions qui existent entre ces nœuds. Si  $e = (u, v) \in E_t$ , cela veut dire que les nœuds  $u$  et  $v$  sont en mesure de communiquer directement à l'instant  $t$ .

La figure 1.4 représente un réseau ad hoc de 10 mobiles sous forme d'un graphe :

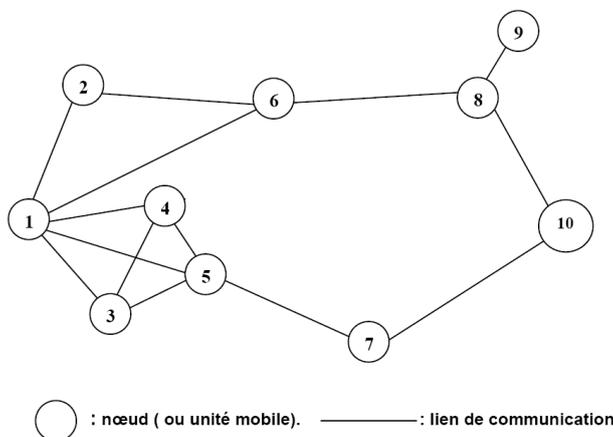


FIGURE 1.4 – La modélisation d'un réseau ad hoc.

La topologie du réseau peut changer à tout moment, elle est donc dynamique et imprévisible ce qui fait que la déconnexion des unités soit très fréquente.

### 1.4.2 Caractéristiques

Les réseaux mobiles ad hoc sont caractérisés [15, 1] par ce qui suit :

## **L'absence d'infrastructure centralisée**

Les réseaux ad hoc se distinguent des autres réseaux mobiles par la propriété d'absence d'infrastructures préexistantes et de tout genre d'administration centralisée. Les hôtes mobiles sont responsables d'établir et de maintenir la connectivité du réseau d'une manière continue.

## **Une topologie dynamique**

Les réseaux mobiles ad hoc sont généralement caractérisés par une forte mobilité de leurs nœuds. De façon générale, la mobilité fait référence aux changements de positions géographiques des nœuds d'un réseau. Dans le cas des réseaux mobiles ad hoc, la mobilité concerne le déplacement des nœuds partout, en accédant en tout temps aux services de communication [7]. La mobilité des nœuds constitue à l'évidence une caractéristique très spécifique des réseaux mobiles ad hoc. Cette mobilité est intrinsèque au fonctionnement du réseau. Elle se distingue de la nomadicité (mobilité des seuls nœuds terminaux) ou de l'itinérance (équipements statiques, mais pouvant être déplacés)

## **La contrainte d'énergie**

Les équipements mobiles disposent de batteries limitées, et dans certains cas très limitées tels que les PDA (Personal Digital Assistant), et par conséquent d'une durée de traitement réduite. Sachant qu'une partie de l'énergie est déjà consommée par la fonctionnalité du routage, cela limite les services et les applications supportés par chaque nœud.

## **Une bande passante limitée**

Une des caractéristiques primordiales des réseaux basés sur la communication sans fil est l'utilisation d'un médium de communication partagé. Ce partage fait que la bande passante réservée à un hôte soit modeste.

## **L'hétérogénéité des nœuds**

Un nœud mobile peut être équipé d'une ou plusieurs interfaces radio ayant des capacités de transmission variées et opérant dans des plages de fréquence différentes. Cette hétérogénéité de capacité peut engendrer des liens asymétriques dans le réseau. De plus, les nœuds peuvent avoir des différences en terme de capacité de traitement (CPU, mémoire) de logiciel et de mobilité (lent, rapide). Dans ce cas, une adaptation dynamique des protocoles s'avère nécessaire pour supporter de telles situations.

## **Sécurité et Vulnérabilité**

Dans les réseaux ad hoc, le principal problème ne se situe pas tant au niveau du support physique, mais principalement dans le fait que tous les nœuds sont équivalents et potentiellement nécessaires au fonctionnement du réseau. Les possibilités de s'insérer dans le réseau sont plus grandes, la détection d'une intrusion ou d'un déni de service plus délicate et l'absence de centralisation pose un problème de remontée de l'information de détection d'intrusions.

## Multihops

Un réseau ad hoc est qualifié par " multihops " car plusieurs nœuds mobiles peuvent participer au routage et servent comme routeurs intermédiaires.

### 1.4.3 Fonctionnement

Les modes de transmission des messages dans les réseaux mobiles Ad Hoc sont *l'unicast* et le *multicast*. La transmission unicast fait référence à la transmission de l'information à un seul point du réseau. La figure 1.5 représente une transmission unicast, où le nœud 6 transfère des informations au nœud 7.

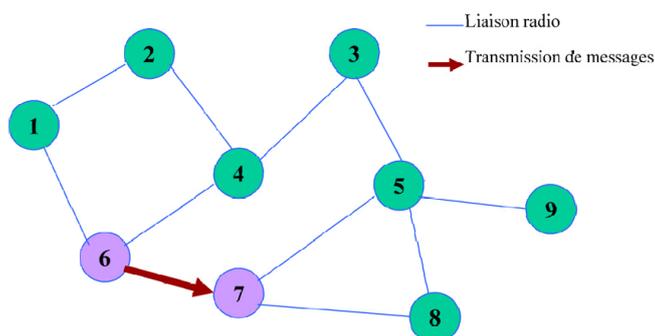


FIGURE 1.5 – *Transmission Unicast.*

La transmission multicast fait allusion à la transmission de l'information simultanément vers plusieurs points d'un réseau. La figure 1.6 montre une transmission multicast entre le nœud 5 et les nœuds 3, 7 et 9.

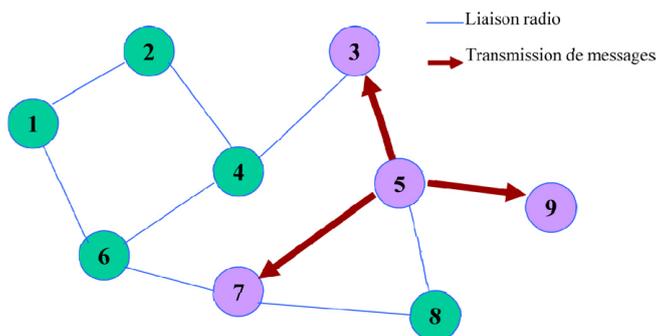


FIGURE 1.6 – *Transmission Multicast.*

Le transfert des messages dans les réseaux mobiles ad hoc se fait par paquets. Il existe deux types d'acheminement des paquets :

- L'envoi direct,
- L'envoi par routage.

L'envoi direct concerne les nœuds suffisamment proches qui sont donc à la portée de transmission les uns des autres [41]. La figure 1.7 montre un réseau mobile ad hoc où le nœud 6 communique directement avec le nœud 7 qui est dans sa portée de transmission.

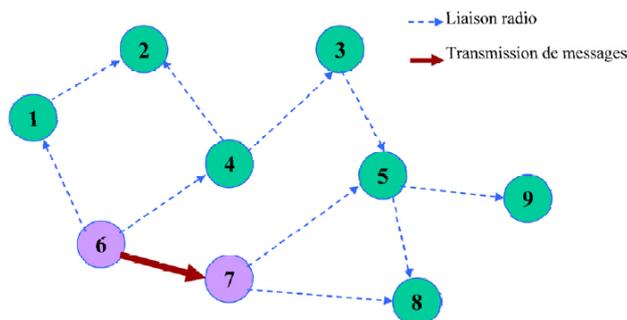


FIGURE 1.7 – *Communication entre deux nœuds proches.*

L'envoi par routage concerne les nœud relativement éloignés. Dans ce cas, chaque nœud contribue au bon acheminement des informations dans le réseau. Pour ce faire, chaque nœud essaie de posséder une connaissance partielle du réseau pour jouer le rôle de routeur pour lui même et pour tout autre nœud qui le lui demandera. Ainsi, la figure 1.8 présente le processus de communication entre les nœuds éloignés 6 et 9.

Une recherche de route est d'abord effectuée avec les paquets de recherche et le nœud 9 transmet un paquet de réponse au nœud 6 qui peut communiquer avec lui en empruntant le nouveau chemin.

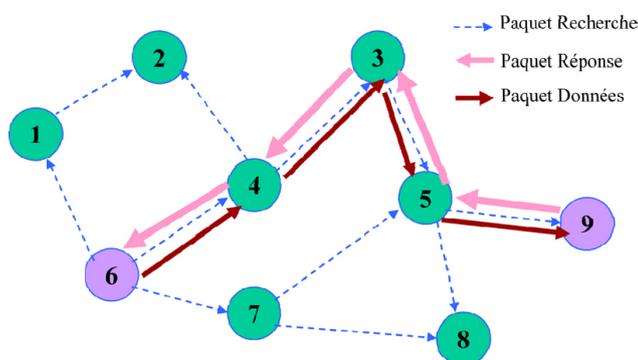


FIGURE 1.8 – *Communication entre deux nœuds éloignés.*

## 1.5 Domaines d'application des réseaux mobiles ad hoc

La particularité du réseau Ad hoc est qu'il n'a besoin d'aucune installation fixe, ceci lui permettant d'être rapide et facile à déployer. Les applications tactiques comme les opérations de secours, militaires ou d'explorations trouvent en Ad Hoc, le réseau idéal. La technologie Ad Hoc intéresse également la recherche, des applications civiles sont apparues. On distingue :

- Les services d'urgence : Opération de recherche et de secours des personnes, tremblement de terre, feux, dans le but de remplacer l'infrastructure filaire.
- Le travail collaboratif et les communications dans des entreprises ou bâtiments : dans le cadre d'une réunion ou d'une conférence par exemple.

- Applications commerciales : Pour un paiement électronique distant (par exemple les Taxis) ou pour l'accès mobile à l'Internet, ou service de guide en fonction de la position de l'utilisateur.
- Réseaux de senseurs : Les capteurs, chargés de mesurer les propriétés physiques des environnements (comme la température, la pression...), sont dispersés (le plus souvent lâchés d'un avion ou d'un hélicoptère) par centaines, voire par milliers sur le site, effectuent leurs mesures et envoient les résultats à une station par l'intermédiaire d'un routage ad hoc à travers le réseau.
- Le cadre informatique : Dans le cadre de l'informatique, les réseaux ad hoc peuvent servir à établir des liens entre ses différents composants. Dans ce cas, on parle non plus de LAN (Local Area Network), mais de PAN (Personal Area Network).

## 1.6 Principales catégories de communications

La communication dans les réseaux ad hoc est soumise à divers phénomènes qui caractérisent les communications par onde radio. La plus connue est une forte atténuation du signal avec la distance, qui empêche deux hôtes trop éloignés l'un de l'autre de communiquer ensemble.

Pour fonctionner correctement, un réseau ad hoc doit requérir deux grandes fonctions :

- Le routage : dont le but est de trouver un chemin possible entre deux hôtes donnés.
- Le transport qui consiste à acheminer les paquets le long d'un chemin prédéfini.

Dans cette section, nous donnons un type transport nommé diffusion ensuite nous présentons brièvement le routage dans les réseaux ad hoc.

### 1.6.1 Diffusion

La diffusion, ou l'inondation, consiste à transmettre un paquet dans le réseau entier. Un nœud qui initie l'inondation envoie le paquet à tous ses voisins directs. De même, si un nœud quelconque du réseau reçoit le paquet, il le rediffuse à tous ses voisins. Ce comportement se répète jusqu'à ce que le paquet atteigne tous les nœuds du réseau. Le mécanisme de diffusion est utilisé généralement dans la première phase du routage plus exactement dans la procédure de découverte des routes, et cela dans le cas où le nœud source ne connaît pas la localisation exacte de la destination.

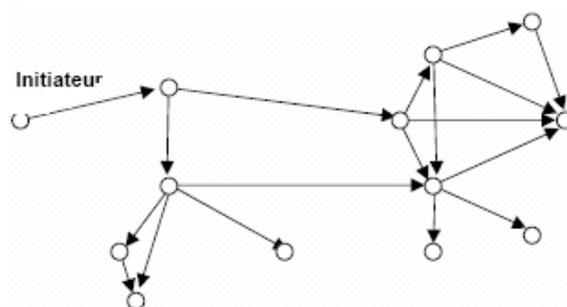


FIGURE 1.9 – *Le mécanisme de diffusion.*

## 1.6.2 Routage

Le routage est une méthode à travers laquelle on fait transiter une information donnée depuis un certain émetteur vers un destinataire bien précis. Le problème de routage ne se résume pas seulement à trouver un chemin entre les deux nœuds du réseau, mais encore à trouver un acheminement optimal [13].

### Exemple 1.6.1.

Si on suppose que les coûts des liens sont identiques, le chemin indiqué dans la figure suivante est le chemin optimal reliant la station source et la station destination. Une bonne stratégie de routage utilise ce chemin dans le transfert des données entre les deux stations.

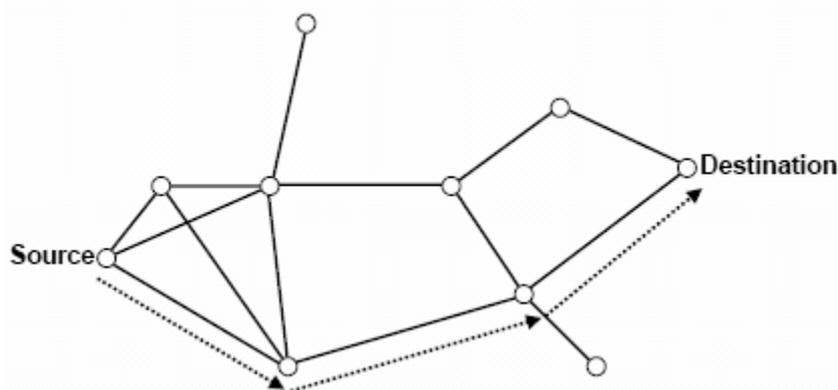


FIGURE 1.10 – *Le chemin utilisé dans le routage entre la source et la destination.*

Le problème qui se pose dans le contexte des réseaux ad hoc est l'adaptation de la méthode d'acheminement utilisée avec le grand nombre d'unités existant dans un environnement caractérisé par de modestes capacités de calcul et de sauvegarde et de changements rapides de topologies. Il semble donc important que toute conception de protocole de routage doive étudier les problèmes suivants :

- La minimisation de la charge du réseau,
- Offrir un support pour pouvoir effectuer des communications multi-points fiables,
- Assurer un routage optimal,
- Offrire une bonne qualité concernant le temps de latence.

## 1.7 Protocoles de routage

Suivant la manière de création et de maintenance de routes lors de l'acheminement des données, les protocoles de routage peuvent être séparés en deux catégories, les protocoles pro-actifs et les protocoles réactifs. Les protocoles pro-actifs établissent les routes à l'avance en se basant sur l'échange périodique des tables de routage, alors que les protocoles réactifs cherchent les routes à la demande.

### 1.7.1 Les protocoles de routage pro-actifs

Les protocoles de routage proactifs essaient de maintenir les meilleurs chemins existants vers toutes les destinations possibles au niveau de chaque nœud du réseau. Les routes sont

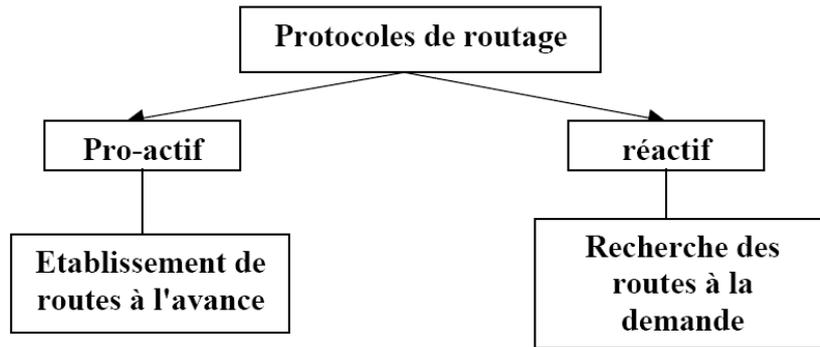


FIGURE 1.11 – *Classification des protocoles de routage.*

sauvegardées même si elles ne sont pas utilisées.

La sauvegarde permanente des chemins de routage est assurée par un échange continu des messages de mise à jour des chemins, ce qui induit un contrôle excessif surtout dans le cas des réseaux de grande taille.

L'avantage premier de ce type de protocole est d'avoir les routes immédiatement disponibles quand les nœuds en ont besoin, mais cela se fait au coût d'échanges réguliers de messages (consommation de bande passante) qui ne sont certainement pas tous nécessaires (seules certaines routes seront utilisées par les nœuds en général) [22].

### Destination Sequenced Distance Vector (DSDV)

Le protocole DSDV est basé sur l'algorithme distribué de Bellman-Ford qui a été amélioré pour éviter des boucles dans les tables de routage. Chaque nœud du réseau contient une table de routage dans laquelle sont entrées toutes les destinations accessibles, ainsi que le nombre de nœuds intermédiaires par lesquels transiter pour atteindre la destination. A chaque entrée est associé un numéro de séquence, donné par le nœud destination, permettant de distinguer les nouvelles routes des anciennes et d'éviter la formation de boucles de routage.

Afin de maintenir la consistance des tables de routage dans une topologie qui varie rapidement, chaque nœud du réseau transmet périodiquement sa table de routage à ses voisins directs. Le nœud peut aussi transmettre sa table de routage si le contenu de cette dernière subit des changements significatifs par rapport au dernier contenu envoyé [22].

### Clusterhead Gateway Switch Routing (CGSR)

Le protocole **CGSR** est basé sur l'algorithme **DSDV** mais impose un découpage du réseau en un ensemble de groupes, chaque groupe désigne un nœud qui sera son représentant, les représentants de groupes sont chargés de coordonner le routage dans leurs groupes.

Dans le protocole **CGSR**, le routage des informations se fait de la manière suivante : le nœud source transmet ses paquets de données à son représentant de groupe.

Le représentant envoie les paquets au nœud de liaison, qui relie ce représentant avec le représentant suivant dans le chemin qui existe vers la destination. Le processus se répète, jusqu'à ce qu'on atteigne le représentant du groupe dans lequel appartient la destination. Ce représentant, transmet alors les paquets reçus vers le nœud destination.

Chaque nœud maintient deux tables : une table de membre de groupe qui associe à chaque nœud destination son clusterhead (chef de groupe), et une table de routage qui indique le

prochain saut pour atteindre le groupe de destination [22].

### 1.7.2 Les protocoles de routage réactifs

Les protocoles réactifs, quant à eux, ne gardent que les routes en cours d'utilisation pour le routage. A la demande, le protocole va chercher à travers le réseau une route pour atteindre une nouvelle destination. Ce protocole est basé sur le principe de l'ouverture de route à la demande, ainsi lorsqu'un nœud veut communiquer avec une station distante, il est obligé de déterminer une route dynamiquement. Cette technique permet de ne pas inonder le réseau par de paquets de contrôle et de ne conserver que les routes utilisées [22].

#### Dynamic source routing (DSR)

Le protocole DSR est basé sur l'utilisation de la technique du routage par la source. Dans cette technique la source détermine la séquence complète des nœuds à travers lesquels les paquets de données seront envoyés. Avant d'envoyer un paquet de données vers un autre nœud, l'émetteur diffuse un paquet "route request". Si l'opération de découverte de routes est réussie, l'émetteur reçoit un paquet "route réponse" qui contient une séquence de nœuds à travers laquelle la destination peut être atteinte [22].

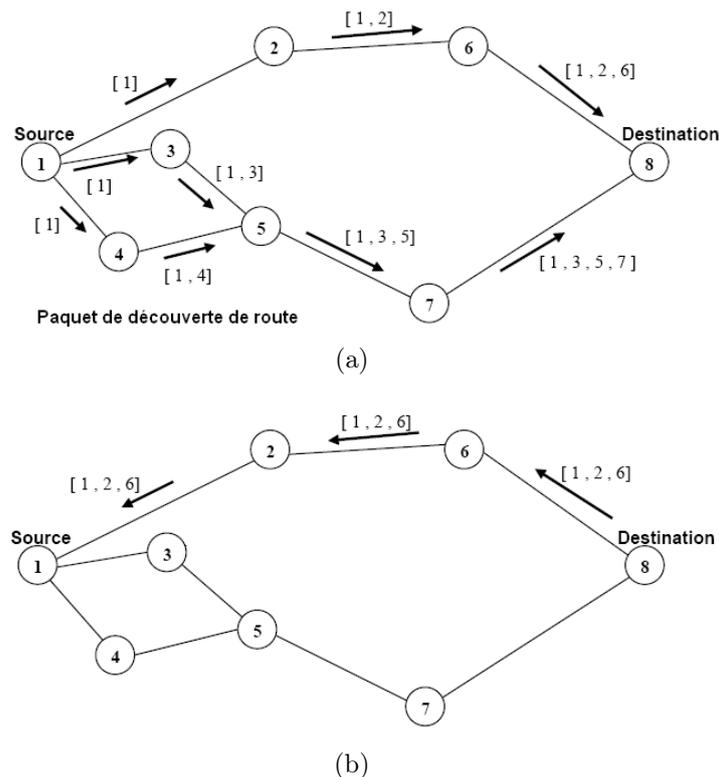


FIGURE 1.12 – Exemple de routage dans le DSR.

#### Temporally Ordered Routing Algorithm (TORA)

**TORA** a été conçu principalement pour minimiser l'effet des changements de la topologie qui sont fréquents dans les réseaux ad hoc. L'algorithme s'adapte à la mobilité des noeuds en mémorisant pour chaque destination

plusieurs routes, ce qui fait que beaucoup de changements de topologie n'auront pas d'effets sur le routage des données, à moins que tous les chemins qui mènent à la destination soient rompus.

Dans ce protocole, la sauvegarde des chemins entre une paire (source-destination) donnée ne s'effectue pas d'une manière permanente : les chemins sont créés et stockés lors du besoin, comme c'est le cas dans tous les protocoles de cette catégorie.

L'optimisation des routes a une importance secondaire, les longs chemins peuvent être utilisés afin d'éviter le contrôle induit par le processus de découverte de nouveaux chemins[22].

## Conclusion

Le problème de routage est très complexe, essentiellement à cause de la propriété qui caractérise les réseaux ad hoc et qui est l'absence d'infrastructure fixe et de toute administration centralisée.

Plusieurs protocoles ont été proposés et développés pour remédier à ce problème, (DSDV, DSR, TORA ···). Il existe d'autres approches notamment l'approche par la théorie des jeux.

Dans le prochain chapitre, nous allons définir les différents concepts de la théorie des jeux dans le contexte monocritère. Puis, nous nous intéresserons à une classe particulière de jeux qui sont les jeux ordinaux et les jeux de congestion et enfin nous définissons les jeux multicritères.

# 2

## Notions de base de la théorie des jeux

### Introduction

Dans ce chapitre, nous allons donner quelques définitions et notions fondamentales de la théorie des jeux auxquelles nous ferons référence dans les chapitres suivants.

### 2.1 Qu'est ce qu'un jeu ?

Un jeu est un ensemble de règles qui encadre ou contraint le comportement des joueurs et qui détermine leurs utilités sur la base des actions entreprises. Selon cette terminologie, un jeu suppose une définition claire des règles de comportements des joueurs qui spécifient :

1. **Les joueurs** : Un joueur est l'entité de base de la théorie des jeux pouvant être interprété comme des individus ou un groupe d'individus prenant une décision. Donc dans un jeu on doit préciser un ensemble de  $N$  joueurs, chacun étant caractérisé par un indice  $i$ ,  $i = \overline{1, N}$ . On notera par  $\mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$  l'ensemble de ces joueurs. Si le hasard, ou la chance, est présent dans le jeu, et peut affecter le déroulement du jeu, il est courant de le transformer en un joueur fictif nommé " chance " ou "nature".
2. **L'ordre** : Les règles d'un jeu doivent préciser l'ordre dans lequel les joueurs effectueront leurs choix. Nous devons aussi savoir quels sont les choix possibles. On appelle *stratégie* du joueur  $i$ , notée  $s_i$ , une collection de règles décrivant les choix de chaque joueur en fonction de son information, dans le but d'obtenir le gain le plus élevé; un élément de l'ensemble  $S_i$  est noté  $s_i$  et  $S = \prod_{i=1}^N S_i$  est appelé espace des stratégies [34]. Un élément  $s \in S$  sera appelé *issue du jeu*.
3. **L'utilité** : L'utilité est la mesure de chaque issue du jeu aux yeux de chaque joueur, elle est représentée par une fonction de gain  $u_i$ , telle que :

$$u_i : S \rightarrow \mathbb{R}$$

$$s = (s_1, s_2, \dots, s_N) \mapsto u_i(s)$$

Ainsi, nous devons prendre connaissance des utilités que chaque joueur retirera à la fin du jeu pour chaque combinaison  $s$ .

Il y a *situation* de jeu lorsque l'utilité de chaque joueur dépend non seulement de la stratégie choisie, mais aussi de celles qui sont choisies par les autres joueurs.

On dit qu'un joueur possède un comportement rationnel, s'il est conscient des alternatives et choisit délibérément la stratégie qui lui ait la plus favorable parmi un ensemble de stratégies.

## 2.2 Stratégies

Il existe différents types de stratégie

### 2.2.1 Stratégie pure

Une stratégie pure d'un joueur est un plan d'actions qui prescrit une action de ce joueur à chaque fois qu'il est susceptible de jouer. Autrement dit c'est un plan d'actions qui est choisi par chaque joueur avec *certitude*.

### 2.2.2 Stratégie mixte

Une stratégie mixte est une distribution de probabilités sur l'ensemble des stratégies pures. L'ensemble des stratégies pures utilisées par une stratégie mixte est appelé support de la stratégie mixte.

### 2.2.3 Stratégie dominée

Une stratégie dominée pour le joueur  $i$  est une stratégie pour laquelle il existe au moins une autre stratégie qui donne une meilleure utilité quelles que soient les stratégies des autres joueurs. [63]

Autrement dit,  $s_i$  est dominée par  $s'_i$ , si :

$$u_i(s_i, s_{-i}) \leq u_i(s'_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}$$

où  $s_{-i} = (s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_N)$ ,  $s_{-i} \in \prod_{j \neq i} S_j$  est la combinaison des stratégies de tous les joueurs à l'exception du joueur  $i$ .

Un joueur rationnel n'a pas intérêt à jouer une stratégie dominée.

### 2.2.4 Stratégie dominante

Une stratégie  $s_i$  est dite dominante pour le joueur  $i$ , si :

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}, \forall s'_i \in S_i, s'_i \neq s_i.$$

Autrement dit,  $s_i$  donne un meilleur gain que toute autre stratégie [56].

## 2.3 Typologie des jeux

On peut appliquer la théorie des jeux dans différents domaines (économie, prise de décision, problèmes de transport, ...), pour chaque type de problème on peut définir un type de jeu lui correspondant de ce fait il existe plusieurs variétés de jeux.

### 2.3.1 Jeu fini

Un jeu est dit fini, si tous l'ensembles des stratégies des joueurs est finis, autrement dit, si  $|S_i| < \infty, \forall i \in \mathcal{I}$ .

### 2.3.2 Jeu à somme nulle / non nulle

Un jeu à somme nulle est un jeu dans lequel les intérêts des joueurs sont parfaitement antagonistes. Ce qui est gagné par un joueur est perdu par les autres. La somme des fonctions d'utilité est donc nulle, c.à.d :

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} u_i(s) = 0, \forall s \in S.$$

S'il existe, au moins, une issue  $\acute{s} \in S$ , telle que :

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} u_i(\acute{s}) \neq 0,$$

alors, le jeu sera dit à *somme non nulle*.

### 2.3.3 Jeu symétrique

Un jeu à deux joueurs est dit symétrique, si les joueurs ont accès au même ensemble de stratégies et la même fonction d'utilité, c.à.d :

$$S_1 = S_2 = S$$

et

$$u_1(s_1, s_2) = u_2(s_2, s_1), \forall (s_1, s_2) \in S.$$

### 2.3.4 Jeu coopératif

Un jeu est dit coopératif, si les joueurs peuvent se grouper dans des coalitions où le choix de leurs stratégies est décidé en commun, afin d'améliorer le gain des joueurs coalisés.[43]

### 2.3.5 Jeu non-coopératif

Les jeux non coopératifs correspondent à des situations dans lesquelles chaque joueur arrête seul ses choix stratégiques sans consulter les autres joueurs, et n'offrent pas la possibilité d'une coopération formelle ou liante. Les jeux non coopératifs peuvent être divisés en deux catégories : Jeux Statiques et Jeux Dynamiques.

## Jeu statique

On dit qu'un jeu est statique lorsque les joueurs choisissent leurs actions simultanément et reçoivent ensuite leurs gains respectifs. Chaque joueur choisit son plan d'action complet au début du jeu et au moment de faire son choix il n'est pas informé des choix des autres joueurs.

## Jeu dynamique

On dit qu'un jeu est dynamique lorsque les joueurs choisissent leurs actions alternativement, c'est-à-dire que chaque joueur considère son plan d'action non seulement au début du jeu, mais plutôt à chaque fois qu'il doit prendre une décision pendant le déroulement du jeu.

### 2.3.6 Jeu à information parfaite/ imparfaite

Si au moment de prendre une décision, les joueurs sont au courant de tous les choix passés de leurs rivaux, alors on est en présence d'un jeu à information parfaite. Si au moins un des joueurs ne connaît pas, à un moment du déroulement du jeu, ce qu'a joué un des autres joueurs, alors on est dans un jeu à *information imparfaite*.

### 2.3.7 Jeu à information complète/ incomplète

Un jeu est dit à information complète, si chacun des joueurs connaît la structure (règles) du jeu. Le jeu est dit à *information incomplète* si, au moins, un des joueurs ne connaît pas entièrement la structure du jeu.

## 2.4 Représentation des jeux

Les jeux non-coopératifs peuvent être représentés de deux manières différentes selon l'ordre du jeu.

### 2.4.1 Jeu sous forme extensive

La forme extensive (développée), est représentée par un arbre appelé arbre de Kuhn qui décrit le déroulement du jeu et les coups des joueurs. Chaque sommet représente le joueur et l'ensemble d'informations dont il dispose lors de la prise de décision et les branches correspondent aux actions possibles. Les gains que chaque joueur peut réaliser sont donnés aux sommets terminaux de l'arbre selon le chemin emprunté.[21]

**Remarque 2.4.1.** *La représentation par la forme extensive est généralement utilisée pour les jeux séquentiels car l'ordre des coups est clairement décrit.*

### 2.4.2 Jeu sous forme normale (forme stratégique)

La forme normale est une façon pratique de présenter les stratégies de chaque joueur. Dans les jeux finis à deux joueurs, la représentation sous forme normale peut se faire par

un tableau à deux dimensions.

On représente un jeu fini à deux joueurs sous forme normale par :

$$J = \langle S_1, S_2, u_1, u_2 \rangle, \quad (2.1)$$

- $S_1 = \{s_1^1, s_1^2, \dots, s_1^{m_1}\}$  l'ensemble des stratégies du joueur P1,
- $S_2 = \{s_2^1, s_2^2, \dots, s_2^{m_2}\}$  l'ensemble des stratégies du joueur P2,

$$u_1 : S_1 \times S_2 \rightarrow \mathbb{R} \qquad u_2 : S_1 \times S_2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(s_1^i, s_2^j) \mapsto u_1(s_1^i, s_2^j) = x_{ij} \qquad (s_1^i, s_2^j) \mapsto u_2(s_1^i, s_2^j) = y_{ij}$$

les utilités pour les joueurs  $P_1$  et  $P_2$  respectivement suite à leurs choix respectifs de leurs stratégies :  $s_1^i$  pour le joueur 1 et  $s_2^j$  pour le joueur 2.

La forme normale sera alors illustrée par le tableau 2.1.

Stratégies	$s_2^1$	$s_2^2$	$\dots$	$s_2^{m_2}$
$s_1^1$	$(x_{11}, y_{11})$	$(x_{12}, y_{12})$	$\dots$	$(x_{1m_2}, y_{1m_2})$
$s_1^2$	$(x_{21}, y_{21})$	$(x_{22}, y_{22})$	$\dots$	$(x_{2m_2}, y_{2m_2})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$s_1^{m_1}$	$(x_{m_11}, y_{m_11})$	$(x_{m_12}, y_{m_12})$	$\dots$	$(x_{m_1m_2}, y_{m_1m_2})$

TABLE 2.1 – *Bi-matrices des gains.*

Lorsque le jeu (2.1) est à plusieurs joueurs, l'écriture sous forme normale devient :

$$\langle \mathcal{I}, \{S_i\}_{i \in \mathcal{I}}, \{u_i(\cdot)\}_{i \in \mathcal{I}} \rangle, \quad (2.2)$$

$$u_i : \prod_{i=1}^N S_i \rightarrow \mathbb{R}$$

$$s = (s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_N) \mapsto u_i(s)$$

où  $u_i(s)$  est le gain du joueur  $i$  lors de l'issue  $s \in S$ .

## 2.5 Concept de solutions

L'analyse d'un jeu permet de prédire l'équilibre qui émergera si les joueurs sont rationnels. Par équilibre nous entendons une combinaison de stratégies telle qu'aucun des joueurs n'a d'incitation à changer sa stratégie compte tenu des stratégies des autres joueurs. Une fois que l'équilibre est atteint dans un jeu (peu importe la manière dont il a été obtenu), il n'y a aucune raison de le quitter.

La solution idéale correspondrait à un équilibre unique et, dans ce cas, nous pouvons précisément prédire la solution de cette situation conflictuelle. Néanmoins, on a souvent des équilibres multiples et parfois il n'en existe pas [63].

### 2.5.1 Équilibre de Nash

En 1950, le mathématicien John Nash a introduit la notion d'équilibre. Cet équilibre décrit une situation où aucun des joueurs n'a d'intérêt à changer unilatéralement de stratégie [43]. En autre termes,  $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_N^*) \in S$  constitue un équilibre de Nash du jeu (2.2) si :

$$u_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i, \dots, s_N^*) \leq u_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_N^*), \forall s_i \in S_i, \forall i \in \mathcal{I}. \quad (2.3)$$

**Définition 2.1.** Une paire de stratégie d'équilibre de Nash est dite *admissible* s'il n'existe pas une autre paire de stratégie d'équilibre de Nash qui lui est meilleure (ie la domine)[48].

### 2.5.2 Équilibre de Pareto

Une situation  $\bar{s} \in S$  est appelée équilibre de Pareto[63], s'il n'existe pas une autre situation  $\tilde{s} \in S$  qui vérifie le système d'inégalités

$$\begin{cases} u_i(\tilde{s}) \geq u_i(\bar{s}), \forall i \in \mathcal{I}, \\ \text{et} \\ \exists i_0 \in \mathcal{I}, u_{i_0}(\tilde{s}) > u_{i_0}(\bar{s}). \end{cases}$$

## 2.6 Jeux ordinaux

Un jeu fini à deux joueurs est dit ordinal, si les deux joueurs sont dans une situation où ils ne peuvent dire de combien ils préfèrent une issue à une autre, mais peuvent par contre les ordonner, on ne parle plus de fonction d'utilité mais d'un classement des issues via une relation de préférence [60].

### 2.6.1 Notations

On notera qu'une situation  $(s_1, s_2) \in S_1 \times S_2$  est préférée à  $(\hat{s}_1, \hat{s}_2)$  pour le joueur  $i \in \{1, 2\}$

$$(s_1, s_2) \succ_i (\hat{s}_1, \hat{s}_2).$$

où  $\succ_i$  est la relation de préférence du joueur  $i$ .

Si nous supposons que les préférences d'un joueur pour les issues sont strictes, alors on aura :

$$\forall (s_1, s_2), (\hat{s}_1, \hat{s}_2) \in S \Rightarrow \begin{cases} (s_1, s_2) \succ_i (\hat{s}_1, \hat{s}_2) \\ \text{ou} \\ (\hat{s}_1, \hat{s}_2) \succ_i (s_1, s_2) \end{cases}$$

On dira que la relation de préférence d'un joueur  $i \in \mathcal{I}$  est transitive, si :

$$(s_1^1, s_2^1) \succ_i (s_1^2, s_2^2) \text{ et } (s_1^2, s_2^2) \succ_i (s_1^3, s_2^3) \Rightarrow (s_1^1, s_2^1) \succ_i (s_1^3, s_2^3)$$

On notera un jeu ordinal à deux joueurs avec des relations de préférences  $\succ_i$ ,  $i \in \mathcal{I} = \{1, 2\}$ , par :

$$J_o = \langle \mathcal{I}, S = S_1 \times S_2, \succ_1, \succ_2 \rangle. \quad (2.4)$$

## 2.6.2 Représentation d'un jeu ordinal

La représentation d'un jeu fini à deux joueurs ordinal se fait sous forme d'une bi-matrices [8].

En s'appuyant sur les propriétés de  $\succ_i, i = \overline{1, 2}$ , on construira une bi-matrices  $(X, Y) = (x_{ij}, y_{ij})$ , où  $x_{ij}$  (resp.  $y_{ij}$ ) n'est plus l'utilité du joueur  $P_1$  (resp.  $P_2$ ) pour l'issue  $(s_1^i, s_2^j)$ , mais le rang attribué par  $P_1$  (resp.  $P_2$ ) à cette dernière [14]. Avec  $x_{ij} = 1$  pour la moins préférée et  $x_{ij} = m_1 \times m_2$  pour la plus préférée.

**Exemple 2.6.1.** Soit le jeu ordinal (2.4) tel que :

$S_1 = \{s_1^1, s_1^2\}$ ,  $S_2 = \{s_2^1, s_2^2\}$ . Supposons que les préférences des joueurs sont comme suit :

pour le premier joueur :  $(s_1^1, s_2^1) \succ_1 (s_1^1, s_2^2) \succ_1 (s_1^2, s_2^1) \succ_1 (s_1^2, s_2^2)$ .

pour le deuxième joueur :  $(s_1^2, s_2^2) \succ_2 (s_1^2, s_2^1) \succ_2 (s_1^1, s_2^2) \succ_2 (s_1^1, s_2^1)$ .

Ainsi, la bi-matrices des gains est donnée par :

Stratégies	$s_2^1$	$s_2^2$
$s_1^1$	(4 , 1)	(3 , 2)
$s_1^2$	(2 , 3)	(1 , 4)

TABLE 2.2 – Bi-matrices des gains d'un jeu ordinal.

**Remarque 2.6.1.** Il existe une autre approche pour la construction du tableau des gains d'un jeu ordinal, qui consiste à multiplier les rangs par  $-1$  :

Stratégies	$s_2^1$	$s_2^2$
$s_1^1$	(-1 , -4)	(-2 , -3)
$s_1^2$	(-3 , -2)	(-4 , -1)

TABLE 2.3 – Bi-matrices des gains d'un jeu ordinal (deuxième approche).

## 2.6.3 Transformation d'un jeu sous forme normale en jeu ordinal

Un aspect intéressant de la théorie des jeux ordinaux, qui apparaît pendant son développement, est qu'elle est aussi capable de manier les jeux sous forme normale, et ceci en ordonnant les utilités pour chaque joueur dans un classement de préférence. Ensuite remplir la bi-matrice avec des classements au lieu des utilités.

Les éléments de la matrice sont alors les classements de chaque couple de choix, respectivement, pour  $P_1$  et  $P_2$ .

Il est important de savoir que tout jeu sous forme normale a une représentation ordinaire *unique*, contrairement à un jeu ordinal qui a plusieurs représentations sous forme normale. [14]

## 2.6.4 Équilibre ordinal non-coopératif

De manière similaire à l'équilibre de Nash vu précédemment, on définit l'équilibre ordinal non-coopératif du jeu (2.4), noté ONE (**O**rdinal **N**oncooperative **E**quilibrium).

**Définition 2.2.**  $s^* = (s_1^*, s_2^*) \in S$  constitue un équilibre ordinal non-coopératif du jeu (2.4) si :

$$\forall s_1 \in S_1 \setminus \{s_1^*\}, \forall s_2 \in S_2 \setminus \{s_2^*\} : \begin{cases} (s_1^*, s_2^*) \succ_1 (s_1, s_2^*) \\ \text{et} \\ (s_1^*, s_2^*) \succ_2 (s_1^*, s_2) \end{cases}$$

**Définition 2.3.**

1. On appelle réaction rationnelle du joueur  $P_2$  par rapport à l'action  $s_1^i$  de  $P_1$ , l'action  $s_2^{j^*}$ , telle que  $j^* = \arg(\max_{1 \leq j \leq m_2} \{y_{ij}\})$ , i.e :

$$R_2(s_1^i) = s_2^{\arg(\max_{1 \leq j \leq m_2} \{y_{ij}\})}$$

2. On appelle réaction du joueur  $P_1$  par rapport à l'action  $s_2^j$ , l'action  $s_1^{i^*}$ , telle que  $i^* = \arg(\max_{1 \leq i \leq m_1} \{x_{ij}\})$ , i.e :

$$R_1(s_2^j) = s_1^{\arg(\max_{1 \leq i \leq m_1} \{x_{ij}\})}$$

**Proposition 2.1.** [60]

- $(s_1^i, s_2^j)$  est un ONE si et seulement si :

$$R_2(s_1^i) = s_2^j, \quad R_1(s_2^j) = s_1^i. \quad (2.5)$$

- Si  $(s_1^i, s_2^j)$  est un ONE alors toute autre issue contenant  $s_1^i$  ou  $s_2^j$  ne peut constituer un équilibre ordinal non-coopératif (ONE).
- Si dans la formule (2.5),  $R_1(s_2^j) \neq s_1^i$ , alors les issues contenant  $s_1^i$  ne peuvent être un ONE.

### Algorithme de recherche des ONEs (Algorithme de XU)

En se basant sur les propositions citées ci-dessus, on peut déterminer tous les équilibres ordinaux non-coopératifs dans le jeu (2.4) avec l'algorithme de XU [60] (voire Annexe Figure 1) dont le principe est :

- Pour une stratégie " $s_1$ " du premier joueur, on cherche la meilleure réaction du deuxième joueur à l'égard de " $s_1$ ", soit celle-ci " $s_2$ ";
- On cherche alors la meilleure réaction du premier joueur vis à vis de " $s_2$ ". Si c'est  $s_1$ , alors  $(s_1, s_2)$  est un ONE.

En appliquant cet algorithme aux tableaux 2.2 et 2.3, on obtient facilement que l'issue  $(s_1^1, s_2^2)$  constitue l'unique ONE.

## 2.7 Jeux de congestion

Les jeux de congestion sont une classe de jeux proposés par Rosenthal en 1973. Dans les jeux de congestion on définit les joueurs et les ressources, où les gains de chaque joueur dépend des ressources qu'il a choisit et le nombre de joueurs ayant choisit les mêmes ressources.

### 2.7.1 Le Modèle

Les jeux de congestion que nous considérons ont un graphe non orienté  $G = (V, E)$ , avec  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  l'ensemble des sommets, et  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$  l'ensemble des arêtes.

Un jeu de congestion discret (le nombre de joueurs est fini) est un jeu avec les composants suivants :

- un ensemble de ressources  $E$ , qui est l'ensemble des arêtes du réseau,
- $\mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$  l'ensemble des  $N$  joueurs,
- $S_i, i \in \mathcal{I}$  l'ensemble, fini, des stratégies du joueur  $i$ , où chaque stratégie  $s_i \in S_i$  est un sous ensemble de  $E$ ,
- chaque arête  $e \in E$  est associée à une fonction de coût non décroissante  $f_e : \{1, 2, \dots, N\} \rightarrow \mathbb{R}$ , inventoriant le nombre de joueurs pour lesquels  $e \in S_i$  à un coût réel,
- $N(e) = \{i/e \in s_i\}$  le nombre de joueurs qui utilisent l'arête  $e$ ,
- le coût d'un joueur est la somme des coûts sur les arêtes de sa trajectoire, à savoir, 
$$C^i(s) = \sum_{e \in s_i} f_e(N(e)).$$

Ainsi le jeu de congestion est donné par le jeu

$$\langle \mathcal{I}, E, \{S_i\}_{i \in \mathcal{I}}, \{C^i(\cdot)\}_{i \in \mathcal{I}} \rangle \quad (2.6)$$

où

$$C^i : \prod_{i=1}^N S_i \rightarrow \mathbb{R}$$

$$s = (s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_N) \mapsto C^i(s)$$

### 2.7.2 Concept de solution

**Définition 2.4.** Une issue  $s \in S$  est un équilibre de Nash en stratégies pures si aucun joueur n'a de bénéfice à changer unilatéralement de stratégie, c-à-d,

$$\forall i \in \mathcal{I}, \forall s \in S : C^i(s_{-i}, s_i) \geq C^i(s).$$

Il a été démontré par Rosenthal (1973)[52] que tout jeu de congestion possède un équilibre de Nash en stratégies pures.

**Proposition 2.2.** *Tout jeu de congestion possède au moins un équilibre de Nash en stratégies pures[52].*

## 2.8 Jeux multicritères

Un jeu multicritère est l'extension du jeu monocritère (2.1) pour décrire des situations où chaque joueur s'intéresse à plusieurs objectifs à optimiser.

Un jeu fini multicritère à deux joueurs sous forme normale peut être représenté par :

$$J_m = \langle \mathcal{I}, S_1, S_2, F^1, F^2 \rangle, \quad (2.7)$$

où :

- $\mathcal{I} = \{1, 2\}$ ;
- $S_1 = \{s_1^1, \dots, s_1^{m_1}\}$  : est l'ensemble des stratégies du 1<sup>er</sup> joueur ;
- $S_2 = \{s_2^1, \dots, s_2^{m_2}\}$  : est l'ensemble des stratégies du 2<sup>ème</sup> joueur ;
- $S = S_1 \times S_2$  : est l'ensemble des issues du jeu ;
- $F^1 = (f_1, \dots, f_i, \dots, f_{M_1})$  la fonction de gain du 1<sup>er</sup> joueur ;
- $F^2 = (g_1, \dots, g_j, \dots, g_{M_2})$  : la fonction de gain du 2<sup>ème</sup> joueur.

$$f_i : S_1 \times S_2 \rightarrow \mathbb{R}$$

la i-ème fonction d'utilité du 1<sup>er</sup> joueur,  $i \in \{1, \dots, M_1\}$ .

$$g_j : S_1 \times S_2 \rightarrow \mathbb{R}$$

la j-ème fonction d'utilité du 2<sup>ème</sup> joueur,  $j \in \{1, \dots, M_2\}$ .

Comme pour les jeux monocritères, un jeu fini multicritère peut être représenté sous forme matricielle.

		Joueur2			
		$s_2^1$	$\dots$	$s_2^{m_2}$	
Joueur1	$s_1^1$	$\begin{pmatrix} f_1(s_1^1, s_2^1) \\ \vdots \\ f_{M_1}(s_1^1, s_2^1) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} g_1(s_1^1, s_2^1) \\ \vdots \\ g_{M_2}(s_1^1, s_2^1) \end{pmatrix}$	$\dots$	$\begin{pmatrix} f_1(s_1^1, s_2^{m_2}) \\ \vdots \\ f_{M_1}(s_1^1, s_2^{m_2}) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} g_1(s_1^1, s_2^{m_2}) \\ \vdots \\ g_{M_2}(s_1^1, s_2^{m_2}) \end{pmatrix}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\vdots$
	$s_1^{m_1}$	$\begin{pmatrix} f_1(s_1^{m_1}, s_2^1) \\ \vdots \\ f_{M_1}(s_1^{m_1}, s_2^1) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} g_1(s_1^{m_1}, s_2^1) \\ \vdots \\ g_{M_2}(s_1^{m_1}, s_2^1) \end{pmatrix}$	$\dots$	$\begin{pmatrix} f_1(s_1^{m_1}, s_2^{m_2}) \\ \vdots \\ f_{M_1}(s_1^{m_1}, s_2^{m_2}) \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} g_1(s_1^{m_1}, s_2^{m_2}) \\ \vdots \\ g_{M_2}(s_1^{m_1}, s_2^{m_2}) \end{pmatrix}$

Dans le jeu multicritère (2.7), on supposera que tous les critères sont à maximiser. Le cas de minimisation découle de la maximisation de  $(-f_i)$  et  $(-g_j)$ .

### Équilibre de Pareto-Nash

L'équilibre dit de *Pareto-Nash* est le premier concept de solution défini pour les jeux multicritères par L. Shapley en 1959 [63]. Il l'a obtenu en généralisant la définition de l'équilibre de Nash pour les jeux mono-objectifs, il a été initialement proposé pour les jeux non coopératifs à deux joueurs à somme nulle mais qui peut être généralisé pour les jeux multicritères d'une manière générale.

**Définition 2.5.** Une paire de stratégies  $(s_1^*, s_2^*) \in S$  est un équilibre Pareto-Nash pour le jeu (2.7) si et ssi :

1.  $F^1(s_1, s_2^*)$  ne domine pas  $F^1(s_1^*, s_2^*)$ ,  $\forall s_1 \in S_1$  ;
2.  $F^2(s_1^*, s_2)$  ne domine pas  $F^2(s_1^*, s_2^*)$ ,  $\forall s_2 \in S_2$

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a rappelé quelques notions de base de la théorie des jeux. On s'est intéressé à un certain type de jeux qui sont les jeux ordinaux et les jeux de congestion

puis nous avons introduit les jeux multicritères en donnant leur définition et un concept de solution.

Le prochain chapitre exposera quelques modélisations par la théorie des jeux de problèmes liés aux réseaux Ad-hoc.

# 3

## État de l'art

### Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux problématiques des réseaux ad hoc introduits avec les éléments de la théorie des jeux. Par ailleurs, nous exposerons quelques travaux réalisés dans ce sens, en s'intéressant en particulier à la modélisation.

### 3.1 Pourquoi appliquer la théorie des jeux aux réseaux ?

La théorie des jeux peut être utilisée dans tous les domaines où interviennent des questions de compétition stratégique. Cela va de l'économie à l'étude du réseau routier. La percée de cette théorie dans les réseaux de télécommunication (Networking Engineering Games) date des années 1990. Un nouveau domaine d'étude a émergé autour du routage, du contrôle de flux, du contrôle d'accès et de puissance, et de la sécurité du réseau. L'intérêt de la théorie des jeux pour la conception même des réseaux s'est imposé avec la multiplication d'opérateurs concurrents et la compétition accrue entre fournisseurs de service, fournisseurs de contenus et fabricants d'équipements pour les réseaux. Un grand nombre de problèmes intéressant la théorie des jeux ont surgi avec le succès des téléphones mobiles. Celle-ci permet en particulier d'étudier et de concevoir des réseaux autonomes, comme les DTN (dont les connexions se font par proximité et non par un opérateur), en tenant compte des fortes contraintes liées aux ressources énergétiques limitées de ces appareils.

Autrement dit, pour plus d'une décennie, la théorie des jeux a été utilisée comme un outil pour étudier les différents aspects des réseaux informatiques et de télécommunications, principalement appliquée à des problèmes dans les réseaux filaires traditionnels. Durant ces dernières années, il y'a eu un regain d'intérêt de la théorie des jeux aux réseaux sans fil pour analyser leurs performances.

### 3.1.1 Avantages

D'autre part, la théorie des jeux offre des avantages pour l'analyse des réseaux ad hoc. Nous mettons en évidence trois d'entre eux :

1. Analyse de systèmes distribués : la théorie des jeux permet d'étudier l'existence, l'unicité et la convergence vers un point de fonctionnement en régime permanent lorsque les nœuds du réseau effectuent des adaptations indépendantes. Par conséquent, il sert comme un outil puissant pour une analyse rigoureuse des protocoles distribués.
2. Souvent dans les jeux des réseaux ad-hoc, les décisions des nœuds à une couche particulière sont faites avec l'objectif d'optimiser la performance des autres couches. Avec une formulation appropriée de l'espace des actions, l'analyse par la théorie des jeux peut donner un aperçu des approches pour une optimisation optimale.
3. Conception des systèmes d'incitation à la coopération entre les nœuds.

### 3.1.2 Challenges de l'application de la théorie des jeux aux réseaux ad hoc

L'utilisation de la théorie des jeux pour l'analyse des performances des réseaux ad hoc n'est pas sans défis[55]. Nous soulignons trois domaines particulièrement difficiles :

#### Hypothèse de la rationalité

La théorie des jeux est fondée sur l'hypothèse que les joueurs agissent de façon rationnelle, dans le sens que, chaque joueur dispose d'une fonction objectif qu'il cherche à optimiser compte tenu des contraintes imposées sur ses choix d'actions par les conditions du jeu. Bien que les nœuds d'un réseau ad hoc puissent être programmés pour agir d'une manière rationnelle, l'état stationnaire résultant d'un comportement rationnel n'a pas besoin d'être socialement souhaitable. En effet, une contribution majeure de la théorie des jeux, c'est qu'elle montre formellement que la rationalité individuelle ne conduit pas nécessairement à des états optimaux.

#### La complexité des modèles

La nature dynamique des réseaux ad hoc conduit à des imperfections (bruit) dans les actions d'un nœud. Ces imperfections doivent être modélisées avec des jeux assez complexes à information imparfaite. En outre, la modélisation des modèles de canaux sans fil et les interactions entre les protocoles au niveau des différentes couches implique une analyse mathématique complexe et, parfois, non linéaire.

#### Choix des fonctions d'utilité

Il est difficile de modéliser comment un nœud évalue les différents niveaux de performance et quels sont les compromis qu'il est prêt à faire. Le problème est exacerbé par un manque de modèles analytiques qui mappent les actions disponibles de chaque nœud à la métrique des couches supérieures telle que le débit.

## 3.2 Modélisation des réseaux ad hoc par des jeux

Dans un jeu, les joueurs sont des décideurs indépendants dont les paiements dépendent des actions des autres joueurs. Les nœuds dans un réseau ad hoc sont caractérisés par la même fonctionnalité. Cette similitude entre les composants traditionnels de la théorie des jeux et les éléments d'un réseau ad hoc est exprimée comme suit [55] :

- Les nœuds du réseaux sont modélisés par les joueurs, on notera  $\mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$  l'ensemble des  $N$  joueurs,
- Les actions liées à la fonctionnalité étudiée (la puissance de transmission, sélection de la forme d'onde, l'accès au medium, expédition des paquets, ...) sont modélisées par les stratégies,

On notera :

- $p_j$  puissance choisie par le  $j^{me}$  mobile,
- $\mathbf{P}_j$  l'ensemble des niveaux de puissance du  $j^{me}$  mobile,
- $\mathbf{P}$  l'espace des puissances formés du produit cartésien de tous les  $\mathbf{P}_j$ . c'est à dire  $\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2 \times \dots \times \mathbf{P}_N$
- $\omega_j$  la forme d'onde choisie par le  $j^{me}$  mobile,
- $\Omega_j$  l'ensemble des formes d'onde du  $j^{me}$  nœud,
- $\Omega$  l'espace des formes d'onde formé du produit cartésien de tous les  $\Omega_j$ , c-à-d,  $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_N$
- Les performances du réseau (le débit, la durée de vie, ...) sont modélisées par les fonctions d'utilités, notées  $u_j(\mathbf{P}, \omega, \mathbf{H})$  où :
  - $\mathbf{H}$  : représente la matrice des taux de succès de transmission de tous les liens du réseau,

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & h_{12} & h_{12} & \dots & h_{1N} \\ h_{21} & 1 & & & \vdots \\ h_{31} & & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ h_{N1} & h_{N2} & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

où  $h_{ij}$  est le taux de succès de transmission des paquets en utilisant le lien de  $i$  vers  $j$  ( $h_{ij} \in [0, 1]$ ).

D'une manière générale, nous pouvons modéliser un réseau ad-hoc par le jeu suivant :

$$\langle \mathcal{I}, \{P_j, \Omega_j\}_{j \in \mathcal{I}}, \{u_j(\mathbf{P}, \omega, \mathbf{H})_{j \in \mathcal{I}}\} \rangle . \quad (3.1)$$

## 3.3 Problématiques des réseaux Ad-Hoc approchées par la théorie des jeux

Dans cette section, nous allons citer quelques travaux de recherche qui ont abordé les problèmes des réseaux de télécommunication, en général, et les réseaux Ad-Hoc en particulier, puis on présentera deux modèles qui abordent le problème de routage dans les réseaux Ad-Hoc.

### 3.3.1 Travaux connexes

La théorie des jeux a été utilisée pour résoudre des problèmes dans les réseaux ad hoc, les réseaux fixes et cellulaires. L'un des premiers articles qui a appliqué la théorie des jeux au problème de routage a été publié par Orda et Shimkin en 1993, voir [44]. Korilis et al. [30] s'intéressent au problème de répartition des capacités de liaison comme des décisions de routage. Korilis et Orda [32] suggèrent un système de tarification basé sur la congestion. Roughgarden (2002)[50] quantifie la pire perte possible dans les performances du réseau lié à un comportement non coopératif de routage.

Nous avons également rencontré une littérature riche dans le domaine de gestion des flux et de la congestion [29, 33, 36, 46], le routage dans les réseaux [20, 59], l'équilibrage de charge [26, 27], l'allocation des ressources [4, 61] et la qualité de service [16, 37, 61], voir aussi [2, 5]. Certains articles ont considéré la combinaison entre le flux et le routage dans un cadre non coopératif, voir [17, 38, 45].

Une application prometteuse de la théorie des jeux est le domaine de la sécurité des réseaux, voir [35] et [40]. Certains travaux ont essayé de modéliser et d'apporter des réponses à des problématiques liées aux réseaux sans fils. Parmi les principales problématiques, il y a le contrôle de la puissance [24, 54], le prix et l'incitation à la coopération entre les terminaux mobiles [9, 57], les questions de sécurité [40], le contrôle d'accès à un canal radio commun partagé [25, 57].

### 3.3.2 Adaptation de la forme d'onde

L'adaptation de la forme d'onde dans les réseaux ad hoc comporte le choix d'une forme d'onde par un nœud de façon que l'interférence au niveau du récepteur soit réduite. L'interférence au récepteur est une fonction dépendante de la forme d'onde d'un mobile avec les formes d'ondes des autres mobiles dans le réseau.

Ce problème a été modélisé sous forme d'un jeu dans [55]. En outre, en général, les différents nœuds impliqués à la transmission n'ont pas ou ont très peu d'information sur l'environnement d'interférence du récepteur. La fonction d'interférence a été définie comme suit :

$$u_i(\omega_i, \omega_{-i}) = f_1(\omega_i) - \sum_{j=1, j \neq i}^N f_2(I(\omega_j, \omega_i), P_i, h_{ji}) - \sum_{j=1, j \neq i}^N \gamma_{ij} f_3(I(\omega_i, \omega_j), P_i, P_j, h_{ij})$$

- La fonction  $f_1$  mesure le bénéfice lié au choix particulier de la forme  $\omega_i$ ,
- La fonction  $f_2$  mesure l'interférence du joueur  $i$  aperçue au nœud de réception due aux autres utilisateurs présents dans le système,
- $I$  est une certaine fonction qui mesure la corrélation entre les formes  $\omega_j$  et  $\omega_i$ ,
- la fonction  $f_3$  mesure l'interférence aux récepteurs causée par un utilisateur particulier avec d'autres utilisateurs dans le réseau ;
- $\gamma_{ij}$  est un facteur de poids.

### 3.3.3 Partage du spectre radio

Le problème de partage du spectre radio (bande de fréquences) traite la façon dont il faut partager le spectre disponible (qui est limité) entre les dispositifs sans fil. Sa modélisation s'est faite sous forme d'un jeu coopératif.

Selon cette approche, la largeur de la bande disponible est divisée équitablement en plusieurs canaux. Chaque nœud peut transmettre dans n'importe quelle combinaison des canaux à tout moment et peut placer sa puissance de transmission sur chaque canal [55].

Soit  $\mathcal{X} = \{1, \dots, K\}$  l'ensemble des canaux disponibles et  $B$  la largeur de la bande de fréquence. Alors la largeur de chaque canal est donnée par  $\frac{B}{K}$  et  $N$  est le nombre d'émetteurs dans le réseau.

Le jeu associé au partage du spectre est formulé comme suit :

- $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, N\}$  : l'ensemble des émetteurs qui sont considérés comme des joueurs,
- $P_i = \{p_i = (p_i^1, \dots, p_i^K), p_i^k \geq 0, k \in \mathcal{X}, \sum_{k \in \mathcal{X}} p_i^k < p^{max}\}$  est l'ensemble des stratégies, où  $p_i^k$  est la puissance de transmission du  $i^{ime}$  mobile sur le  $k^{eme}$  canal ;
- la fonction objectif d'un joueur représente la capacité de transmission (taux de transmission) du joueur sur tous les canaux disponibles ; elle est définie par la relation suivante :

$$C_i(p_1, \dots, p_i, \dots, p_N) = \frac{B}{K} \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{h_{ji}^k p_i^k}{\frac{\sigma^2}{K} \sum_{\forall j \neq i} h_{ji}^k p_j^k} \right), \quad (3.2)$$

où

- $p^{max}$  est la puissance maximale de transmission,
- $\sigma^2$  est le bruit sur la bande de fréquences.

### 3.3.4 Contrôle de topologie

Le contrôle de topologie, consistant à modifier la topologie radio en ajustant l'interface de communication (la portée radio), est défini comme un problème d'attribution des puissances de transmission aux différents nœuds du réseau afin que la topologie du réseau atteigne certaines propriétés de connectivité, de capacité et que la consommation d'énergie des nœuds soit réduite [28].

Ce problème a été modélisé comme un jeu sous forme normale, où :

- les joueurs sont les nœuds  $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, N\}$ ,
- les stratégies sont les puissances de transmission :  $p_i = [0, p^{max}]$
- la fonction d'utilité est donnée par :

$$u_i(p_1, p_2, \dots, p_N) = c_i f_i(p) - p_i, i \in \mathcal{I},$$

où :

- $f_i(p_1, p_2, \dots, p_N)$  est le nombre de nœuds qui peuvent être atteints par le nœud  $i$  par l'intermédiaire des liens directs et des chemins.
- $c_i$  est une valeur associée à chaque nœud mesurant sa capacité d'être relié aux autres nœuds.

### 3.3.5 Problème de routage

Dans les réseaux ad-hoc, le problème de routage ne se limite pas seulement à trouver le chemin optimal mais un autre problème peut se poser, qui est que lors de la réception d'un nœud intermédiaire du message chiffré pour l'envoyer de nouveau à d'autres nœuds voisins, rien n'oblige ce dernier à le faire, car aucun gain ou punition lui sera attribuée, il

peut alors se mettre en état de veille (dans le but de minimiser l'énergie) au lieu d'expédier les paquets reçus. Ces nœuds sont alors dit nœuds égoïstes.

### Une approche pour éviter les nœuds égoïstes

Pour remédier à ce problème, la méthode le plus souvent utilisée consiste à isoler les nœuds égoïstes dans un réseau ad hoc, le rendant ainsi déplaisant de refuser la participation.

La méthode proposée est basée sur la collection et l'analyse d'information. Quand un noeud source  $S$  émet un paquet destiné à  $D$ , ce paquet passe par plusieurs noeuds intermédiaires (Voir figure 3.1).

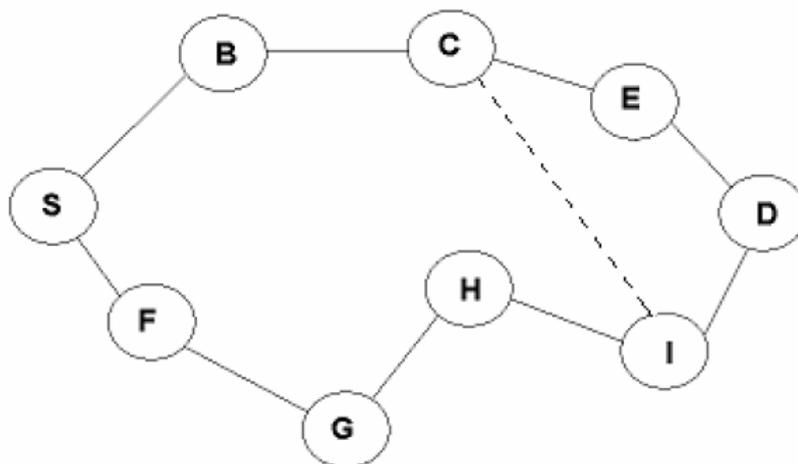


FIGURE 3.1 – Paquet émis du noeud source  $S$  vers le destinataire  $D$

Quand  $D$  reçoit le paquet, il doit confirmer à  $S$  la réception de ce paquet par un message et en prenant le même chemin de route que le message initial qui est supposé valide.

Le nœud source  $S$ , à son tour, attend une durée de temps  $T_{moy}$  après l'émission du paquet.

Si durant ce temps,  $S$  reçoit un message de  $D$ , alors le chemin suivi par le paquet serait valide, sinon il serait invalide. Tous les chemins de route valides et invalides seront stockés dans une table temporaire pour être analysés périodiquement.

Supposons que  $S$  envoie à  $D$  un paquet à travers le chemin **SBCED**, et supposons que le nœud **E** intercepte le message et ne l'achemine pas à  $D$ .

Alors le nœud source, et après un temps  $T_{moy}$ , considère que le chemin **SBCED** est invalide et l'ajoute dans la table temporaire pour l'analyse.

Maintenant, supposons que  $S$  émet au noeud **I** un paquet à travers le chemin **SBCI** et ce paquet est bien acheminé au destinataire, c'est-à-dire que le nœud  $S$ , et après un temps ne dépassant pas  $T_{moy}$ , avait reçu un message de confirmation de **I**.

Durant la phase d'analyse,  $S$  considère que le chemin **SBCI** est valide et l'ajoute dans la table temporaire.

Or dans la table temporaire du nœud  $S$ , il y aura ces deux chemins :

- Chemin 1 : **SBCED** Invalide
- Chemin 2 : **SBCI** Valide

Après la phase d'analyse, le noeud  $S$  peut conclure que **E** est malveillant.

Durant la phase d'analyse, la Carte à puce (CAP) attribuée à chaque nœud, qui contribue

à l'acheminement d'un paquet, une valeur soit positive ou négative.

Prenons cet exemple :

Supposons qu'un noeud  $S$  envoie plusieurs paquets vers un noeud destinataire  $D$  via différents chemins.

Voici un tableau qui décrit la phase d'analyse effectuée par la carte à puce du noeud source  $S$  et dont le noeud  $C$  est malveillant.

Chemin de route	S	B	C	D	E	F	G	H	I
SBCED	-	-	-	-	-				
SFGHED	+			+	+	+	+	+	
SBCID	-	-	-	-					-
SBHIED	+	+		+	+			+	+
SGHCED	-		-	-	-		-	-	
SBHID	+	+		+				+	+
SFGHID	+			+		+	+	+	+
	+1	0	-3	+1	0	+2	+1	+3	+2

TABLE 3.1 – *Opération d'analyse du degré de coopération des nœuds du réseau*

Après analyse, la CAP du noeud  $S$  conclut que le noeud  $C$  est malveillant car sa valeur a dépassé le seuil (supposons que le seuil est -3).

De cette manière, chaque noeud qui a comme intention de recevoir ses propres paquets et de ne pas acheminer les paquets des autres noeuds sera exclu systématiquement du réseau.

### Modélisation du problème de routage par un jeu

Pour déterminer l'itinéraire optimal de l'acheminement des paquets et apporter une solution au problème de routage dans les réseaux ad-hoc, la modélisation sous forme de jeu se fait comme suit :

- les noeuds du réseau sont modélisés par les joueurs,  $\mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$  l'ensemble des  $N$  joueurs,
- une stratégie pour un joueur est un chemin possible le reliant à une destination donnée,
- l'objectif de chaque noeud est d'acheminer son paquet de données vers sa destination à moindre coût.

Les efforts actuels, pour la caractérisation du problème de la participation des noeuds à l'aide de la théorie des jeux, ont été effectués du point de vue de relais des paquets (jeu de transfert). Les travaux antérieurs traitent avec l'étude de l'effet des noeuds égoïstes dans un réseau ad hoc. Dans leur jeux, chaque noeud décide de la proportion du temps avec lequel il souhaite participer avec l'objectif de maximiser le débit pour ses paquets sources, sans perte d'énergie dans la transmission des paquets pour les autres noeuds. Il est évident que l'équilibre est pour les noeuds de passer à un état de veille dès qu'ils ne veulent pas envoyer des données en tant que source. Si les noeuds sont situés à des points critiques dans le réseau ad hoc, un tel comportement pourrait influencer sur le débit global du système.

## 3.4 Modèle d'Orda et al. (1993)

Dans ce modèle, ils considèrent un réseau de communication partagé par plusieurs utilisateurs égoïstes. Chaque utilisateur cherche à optimiser sa propre performance en contrôlant le routage de sa demande de flux donnée, provoquant un jeu non-coopératif.

### 3.4.1 Modélisation

On se donne un ensemble d'utilisateurs (nœuds, agents)  $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, N\}$ , qui partagent des liens de communication parallèles  $\mathcal{L} = \{1, 2, \dots, L\}$  interconnectant un nœud source commun à un nœud destination commun. On suppose que les utilisateurs sont égoïstes et ne coopèrent pas dans la gestion des liens de télécommunication. Chaque utilisateur  $i \in \mathcal{I}$  a une demande de débit qui est un certain processus ergodique avec une moyenne  $r^i$ . Sans perte de généralité, on suppose que  $r^1 \leq r^2 \leq \dots \leq r^N$ .

Chaque utilisateur décide quelle fraction de  $r^i$  devrait être envoyée à travers chaque lien. Notons par  $f_l^i$  le flux attendu de l'utilisateur  $i \in \mathcal{I}$  sur le lien  $l \in \mathcal{L}$ . Cet utilisateur peut donner n'importe quelle valeur à  $f_l^i$  du moment qu'il vérifie (3.3) :

$$\begin{cases} f_l^i \geq 0, \\ \sum_{l \in \mathcal{L}} f_l^i = r^i. \end{cases} \quad (3.3)$$

Soient :

$$f_l \text{ le flux total sur le lien } l \text{ i.e } f_l = \sum_{i \in \mathcal{I}} f_l^i;$$

$$F_l \text{ le vecteur de tous les flux des utilisateurs sur le lien } l \in \mathcal{L}, \text{ i.e } F_l = (f_l^1, f_l^2, \dots, f_l^N)$$

La configuration du flux  $F^i$  de l'utilisateur  $i$  est le vecteur  $F^i = (F_1^i, F_2^i, \dots, F_L^i)$ . Le système de configuration des flux  $F$  est alors donné par  $F = (F^1, F^2, \dots, F^N)$ . On dit qu'une configuration de flux est réalisable (faisable) si ses composantes réalisent (3.3), ce qui nous amène à noter  $\mathcal{F}^i$  l'ensemble de tous les  $F^i$  réalisables.

De manière similaire,  $F$  est réalisable s'il est composé de configurations de flux réalisables. On note alors  $\mathcal{F}$  l'ensemble de tous les  $F$  réalisables.

La mesure de performance d'un utilisateur  $i \in \mathcal{I}$  est donnée par la fonction de coût  $J^i(F)$ . Le but pour chaque utilisateur est de minimiser son coût. De plus, comme les fonctions de coût dépendent de la configuration de flux de tous les utilisateurs, il en résulte que la décision optimale pour chacun des utilisateurs dépend des décisions prises par les autres joueurs, et comme ils sont supposés égoïstes, on est bien en face d'un jeu non-coopératif. Ce qui nous amène à nous intéresser à l'équilibre de Nash comme solution du jeu.

Autrement dit, on cherche un système de configuration des flux dont aucun utilisateur n'a de bénéfice à changer son flux sur aucun lien. De manière formelle, un système de configuration de flux  $\tilde{F} = (\tilde{F}^1, \tilde{F}^2, \dots, \tilde{F}^N)$  est un point d'équilibre de Nash, si  $\forall i \in \mathcal{I}$ , la condition (3.4) est vérifiée [44] :

$$J^i(\tilde{F}) = J^i(\tilde{F}^1, \dots, \tilde{F}^{i-1}, \tilde{F}^i, \tilde{F}^{i+1}, \dots, \tilde{F}^N) = \min_{F^i \in \mathcal{F}^i} J^i(\tilde{F}^1, \dots, \tilde{F}^{i-1}, F^i, \tilde{F}^{i+1}, \dots, \tilde{F}^N). \quad (3.4)$$

On se pose alors la question de l'existence et de l'unicité de l'équilibre de Nash.

**Théorème 3.1.** (*Rosen, 1965*)

Un Équilibre de Nash existe pour tout jeu concave à  $N$  joueurs [51].

Pour montrer l'existence, les auteurs ont formulé les hypothèses suivantes sur les fonctions  $J^i$ ,  $i \in \mathcal{I}$  :

**H1** :  $J^i$  est somme des fonctions de coût des liens,  $J^i = \sum_{l \in \mathcal{L}} J_l^i(F_l)$  telle que :

**H2** :  $J_l^i$  est une fonction continue,

**H3** :  $J_l^i$  est convexe et continuellement différentiable en  $f_l^i$ ,

Sous ces hypothèses, le jeu de routage est équivalent à un jeu convexe au sens de Rosen, et l'existence est garantie par le théorème 3.1.

En ce qui concerne l'unicité du point d'équilibre de Nash, les auteurs [44] ont introduit les *fonctions de type-A*.

**Définition 3.1.** La fonction  $J^i$  est dite de type-A, si elle vérifie :

1.  $J_l^i$  est fonction de deux arguments, à savoir le flux de l'utilisateur  $i$  sur le lien  $l$  et le flux total sur ce lien. Autrement dit :  $J_l^i(F_l) = \bar{J}_l^i(f_l^i, f_l)$ ,
2.  $\bar{J}_l^i$  est croissante sur tout argument,
3. Si  $J_l^i$  est finie, alors  $K_l^i = \nabla \bar{J}_l^i(f_l^i, f_l)$  est strictement croissante en tout point.

**Théorème 3.2.** Dans un réseau à liens parallèles où la fonction de coût de chaque utilisateur est de type-A, le point d'Équilibre de Nash  $\tilde{F}$  est unique [44].

### 3.4.2 Résultats

Les auteurs ont démontré l'existence d'un équilibre en suivant l'approche de [51]. Cependant, les critères d'unicité de Rosen [51] ne s'appliquent pas ici (sauf dans des cas particuliers de débits faibles) [3] et une autre approche est proposée et utilisée à la place. La topologie des liens parallèles est étudiée en particulier. Les fonctions de coût pour lesquelles on obtient l'unicité de l'équilibre dans cette topologie sont suffisamment générales pour couvrir un grand nombre de fonctions utilisées dans la théorie des files d'attente pour décrire les délais moyens. Pour des topologies générales, la question d'unicité de l'équilibre reste ouverte. D'autres travaux ont établi d'autres topologies ou d'autres fonctions de coût pour lesquelles on a l'unicité.

## 3.5 Modèle de Korilis et Orda (1999)

Les auteurs [31] ont adopté une approche par la théorie des jeux non coopératifs pour traiter le problème de dégradation des performances du réseau lorsque des ressources lui sont ajoutées.

### 3.5.1 Modélisation

On considère un réseau  $(V, E)$ , où  $V$  est un ensemble fini de nœuds et  $E \subseteq V \times V$  l'ensemble des arcs. Pour simplifier les notations, et sans perte de généralités, on suppose qu'il existe au plus un arc entre chaque paire de nœuds (dans chaque direction). Pour un arc quelconque  $e = (u, v) \in E$ , soient  $In(v) = \{e : T(e) = v\}$ , l'ensemble des arcs entrants,

et  $Out(v) = \{e : I(e) = v\}$  l'ensemble des arcs sortants. Soit  $c_e$  la capacité de l'arc  $e$ .  $\mathbf{c} = (c_e)_{e \in E}$  est appelé configuration de capacité du réseau. Un ensemble  $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, N\}$  d'utilisateurs partagent le réseau  $(V, E)$ . Nous supposons que tous les utilisateurs expédient leur flux d'une source commune  $s$  à une destination commune  $d$ . Chaque utilisateur  $i$  a une demande de débit qui est un certain processus avec une moyenne  $r^i$ . L'utilisateur  $i$  divise sa demande  $r^i$  à travers les routes connectant la source à la destination, afin d'optimiser un certain objectif de performance individuel.

Soit  $f_e^i$  le flux attendu que l'utilisateur  $i$  envoie sur l'arc  $e$ . La configuration du flux de l'utilisateur  $\mathbf{f}^i = (f_e^i)_{e \in E}$  est appelée stratégie de routage de l'utilisateur  $i$ . L'ensemble des stratégies de l'utilisateur  $i$  qui satisfont sa demande et préservent son flux à tous les nœuds est appelé espace des stratégies de l'utilisateur  $i$ , et on note  $F^i$  ;

$$F^i = \{\mathbf{f}^i \in \mathbb{R}^{|E|} : 0 \leq f_e^i \leq c_e, e \in E; \sum_{e \in Out(v)} f_e^i = \sum_{e \in In(v)} f_e^i + r_v^i, v \in V\},$$

où  $r_s^i = r^i$ ,  $r_d^i = -r^i$ ,  $r_v^i = 0$  si  $v \neq s, d$ .

Le système de configuration des flux  $\mathbf{f} = (\mathbf{f}^1, \dots, \mathbf{f}^N)$  est appelé profil de stratégie de routage et prend ses valeurs dans le produit des espaces de stratégies  $F = \otimes_{i \in \mathcal{I}} F^i$ .

La qualité de service que le flux de l'utilisateur  $i$  reçoit est quantifiée par la moyenne de la fonction coût  $J^i : F \rightarrow \mathbb{R}$ .  $J^i(\mathbf{f})$  est le coût de l'utilisateur  $i$  sous la stratégie  $\mathbf{f}$ ; le plus élevé  $J^i(\mathbf{f})$  est, la qualité de service la moins fournie pour le flux de l'utilisateur. On considère les fonctions de coûts qui sont somme des fonctions coût de l'arc :

$$J^i(\mathbf{f}) = \sum_{e \in E} f_e^i T_e(f_e), \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{f}_e = (f_e^1, \dots, f_e^N)$ , et  $T_e(f_e)$  est le délai moyen sur l'arc  $e$  et dépend seulement du flux total  $f_e = \sum_{i \in \mathcal{I}} f_e^i$  sur cet arc. Le délai moyen doit être interprété, en général, comme le coût de congestion par unité de flux. On considère alors que :

$$T_e(f_e) = \begin{cases} (c_e - f_e)^{-1}, & f_e < c_e; \\ \infty, & f_e \geq c_e. \end{cases} \quad (3.6)$$

L'utilisateur cherche la stratégie  $\mathbf{f}^i \in F^i$  qui minimise son coût. Ce problème d'optimisation dépend des décisions de cheminement des autres utilisateurs, représentées par le profil de stratégies  $\mathbf{f}^{-i} = (\mathbf{f}^1, \dots, \mathbf{f}^{i-1}, \mathbf{f}^{i+1}, \dots, \mathbf{f}^N)$ . Ainsi  $J^i$  est en fonction de la configuration  $\mathbf{f}$  des flux du système.

L'Équilibre de Nash pour le jeu de routage est le profil de stratégie duquel aucun utilisateur ne trouve de bénéfice à dévier unilatéralement. D'où  $\mathbf{f} \in F$  est un équilibre de Nash si :

$$\mathbf{f}^i \in \arg \min_{\mathbf{g}^i \in F^i} J^i(\mathbf{g}^i, \mathbf{f}^{-i}), \quad i \in \mathcal{I}. \quad (3.7)$$

L'existence de l'équilibre de Nash à été montrée de manière similaire que le modèle d'Orda et al. (1993)[44].

Par la suite, les auteurs [31] ont dérivé un ensemble de méthodes de mise à niveau pour que le paradoxe de Braess n'ait pas lieu.

### 3.5.2 Le paradoxe de Braess

Le paradoxe de Braess, à été introduit, à l'origine, pour les flux de trafic, décrivant l'existence de points d'équilibre non intuitive dans les réseaux de différents types allant des réseaux de transport à des circuits électriques, en passant par des systèmes hydrauliques et des systèmes de files d'attente.

Dans cette section, nous présenterons un exemple adaptant le paradoxe de Braess aux jeux de routage. L'exemple démontre que l'ajout de capacités peut, en général, augmenter à la fois le prix et le coût pour chacun et pour tous les utilisateurs.

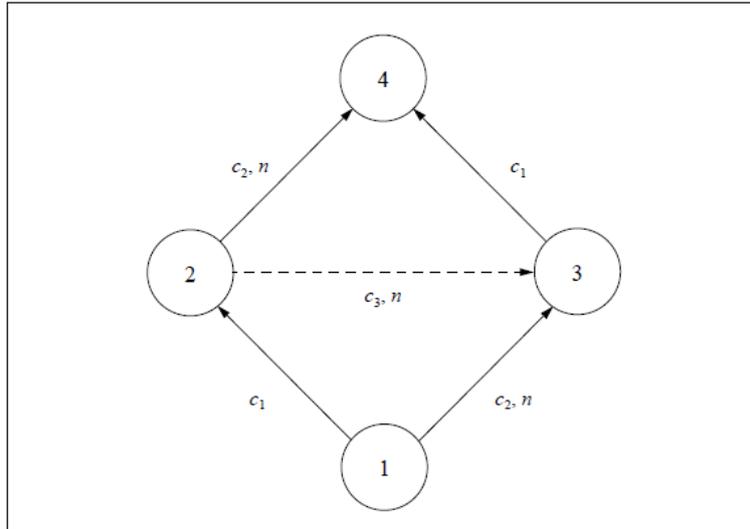


FIGURE 3.2 – Réseaux Paradoxal

Considérons le réseau représenté par la figure 3.2, qui est partagé par  $N$  utilisateurs identiques, chacun, avec une demande de débit de moyenne  $r$  envoyant le flux du nœud 1 au nœud 4.

Les liens (1,2) et (3,4) ont chacun une capacité  $c_1$ . Le lien (1,3) représente un chemin de  $n$  liens tandem, chacun avec une capacité  $c_2$ . De manière similaire, les liens (2,4) et (2,3) sont des chemins de  $n$  liens consécutifs avec des capacités  $c_2$  et  $c_3$  respectivement, avec,  $c_2 \gg Nr$ .

Ce système a un équilibre de Nash unique et symétrique, c'est-à-dire les flux (et ainsi, le coût et les prix) des utilisateurs à l'équilibre sont égaux. La figure 3.3 montre le prix et le coût comme des fonctions de  $c_3$ , pour  $c_1 = 2.7$ ,  $c_2 = 27$ ,  $n = 54$ ,  $N = 10$  et  $r = 0.2$ .

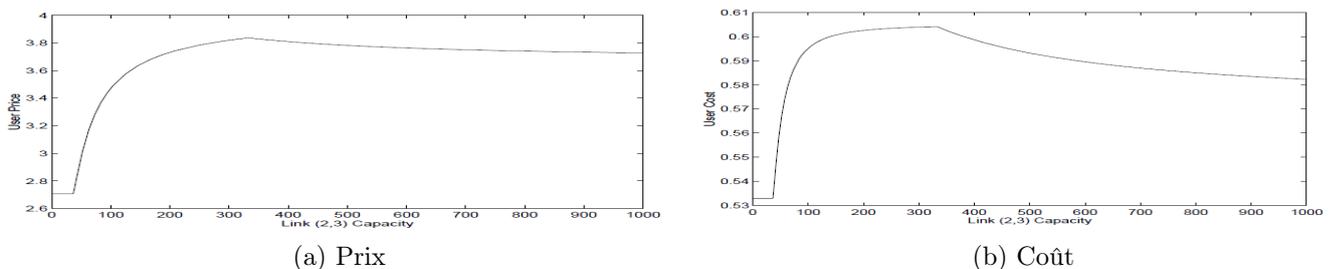


FIGURE 3.3 – Coût et Prix d'utilisateur en fonction de la capacité  $c_3$ .

Les figures indiquent que, pour  $c_3 > 0$ , quelconque, tant le prix que le coût de chaque utilisateur sont plus élevés que pour  $c_3 = 0$ , c'est à dire que l'élimination du chemin (2,3) mène à une amélioration de performance de tous les utilisateurs. Plus étonnamment, il peut être vérifié que ce comportement persiste même si  $c_3 = \infty$ , c'est-à-dire si les nœuds 2 et 3 sont fusionnés dans un seul nœud.

Dans le dilemme du prisonnier [49], l'élimination du lien (2,3) correspond à ne pas donner aux suspects l'option d'avouer, qui constitue l'équilibre de Nash (solution du jeu).

Le paradoxe Braess est, en fait, une projection du dilemme du prisonnier sur le domaine des réseaux. En d'autres termes, si l'équilibre du jeu de routage était Pareto efficace, alors le paradoxe n'aurait pas lieu.

Pour mieux voir ceci, soit  $\mathbf{f} \in F$  l'équilibre avant l'ajout du lien (2,3) et  $\hat{\mathbf{f}} \in \hat{F}$  l'équilibre après l'ajout du lien. Si  $\hat{\mathbf{f}}$  était Pareto efficace dans  $\hat{F}$ , alors il n'y aurait pas de point  $\tilde{\mathbf{f}} \in \hat{F}$  tel que  $J^i(\tilde{\mathbf{f}}) \leq J^i(\hat{\mathbf{f}})$ ,  $\forall i \in \mathcal{I}$  et  $J^j(\tilde{\mathbf{f}}) < J^j(\hat{\mathbf{f}})$  pour un certain utilisateur  $j$ . Ainsi le paradoxe n'arrive pas. Dans [23], ils ont montré que le paradoxe Braess et un certain nombre d'autres paradoxes sont, en fait, structurés de manière équivalente au dilemme du prisonnier.

### 3.5.3 Résultats

Les auteurs [31] ont proposé des méthodes efficaces pour ajouter des ressources à un réseau non-coopératif de topologie générale. Ils ont montré que le paradoxe de Braess est évité quand les ressources sont ajoutées à travers le réseau, plutôt qu'à une échelle locale (comme dans la section 3.5.2) et quand les mises à jour sont concentrées sur des connexions directs entre des sources et des destinations.

## Conclusion

L'application de la théorie des jeux aux réseaux ad hoc montrent beaucoup de promesses pour aider à comprendre les interactions complexes entre les nœuds dans cet environnement hautement dynamique, notamment dans le cas où les nœuds sont égoïstes.

# 4

## Structure de Préférence et Aide multicritère à la décision

### Introduction

Avant l'apparition de l'aide multicritère à la décision, les situations de prise de décision avait pour objectif d'optimiser un seul critère (profit, coût, durée ...). Cette approche monocritère avait le mérite de débaucher sur des problèmes mathématiques bien posés mais parfois peut représentatifs de la réalité car beaucoup de problèmes de décision nécessitent la prise en compte de plusieurs points de vue souvent conflictuels. Il s'ensuit qu'on parle de compromis [18] et non d'optimum.

Dés lors qu'un individu (ou un groupe d'individu) est confronté à un choix, il est naturel de supposer que ses "goûts" et ses "valeurs" influent sur sa décision, ce qui amène à s'intéresser à ses préférences.

Ce chapitre fournit au lecteur une présentation des notions fondamentales de la modélisation des préférences, l'aide multicritère à la décision ainsi que les méthodes PROMETHEE I et II.

### 4.1 Relations binaires

**Définition 4.1.** Une relation binaire  $\mathfrak{R}$  dans un ensemble  $A$  est une partie du produit cartésien  $A^2$ .

$$\mathfrak{R}, \text{ relation binaire dans } A \equiv \mathfrak{R} \subseteq AXA$$

Pour exprimer que  $x$  est en relation  $\mathfrak{R}$  avec  $y$ , On écrit  $x \mathfrak{R} y$  ou  $(x,y) \in \mathfrak{R}$ , dans un tel couple,  $x$  sera dit *origine* et  $y$  *image*. [19]

### 4.1.1 Représentation d'une relation binaire

Souvent on peut représenter une relation binaire par un diagramme sagittal, un diagramme cartésien, une matrice ou encore une table.

#### Table booléenne ou matrice caractéristique

A une relation  $\mathfrak{R} \subseteq A^2$  on associe une matrice booléenne  $[M]$  ainsi formée. Les éléments de  $A$  étant numérotés :

- $[M]$  comporte une  $i$ -ème ligne par élément  $x_i \in A$  ;
- $[M]$  comporte une  $j$ -ème colonne par élément  $x_j \in A$  ;
- Chaque élément  $m_{ij}$  de  $[M]$  est définie par :

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_i \mathfrak{R} x_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

#### Diagramme cartésien

Cette représentation est utilisée seulement dans le cas où la relation a un même ensemble de départ et d'arrivée.

Les éléments de  $A$  deviennent des sommets et à chaque couple ou paire de la relation  $\mathfrak{R}$  est associé un arc reliant l'origine à l'image.

### 4.1.2 Propriétés d'une relation binaire

[6] On dit que  $\mathfrak{R}$  est :

- *Réflexive* si  $\forall x \in A, x \mathfrak{R} x$ , elle est *irréflexive* si pour aucun  $x$  dans  $A$ ,  $\text{non}(x \mathfrak{R} x)$ .
- *Symétrique* si  $\forall (x, y) \in A^2, x \mathfrak{R} y \Rightarrow y \mathfrak{R} x$ , elle est dite *antisymétrie* si  $\forall (x, y) \in A^2, (x \mathfrak{R} y \text{ et } y \mathfrak{R} x) \Rightarrow x = y$ .
- *Asymétrique* si elle est antisymétrique et irréflexive, c'est-à-dire si  $\forall (x, y) \in A^2, x \mathfrak{R} y \Rightarrow \text{non}(y \mathfrak{R} x)$ .
- *Transitive* si  $\forall (x, y, z) \in A^3, x \mathfrak{R} y \text{ et } y \mathfrak{R} z \Rightarrow x \mathfrak{R} z$ .
- *Semi-transitive* si  $\forall (w, x, y, z) \in A^4, (x \mathfrak{R} y \text{ et } y \mathfrak{R} z) \Rightarrow x \mathfrak{R} w \text{ ou } w \mathfrak{R} z$
- *Négativement transitive* si  $\forall (x, y, z) \in A^3, \text{non}(x \mathfrak{R} y) \text{ et } \text{non}(y \mathfrak{R} z) \Rightarrow \text{non}(x \mathfrak{R} z)$ .
- *Complète* si  $\forall (x, y) \in A^2, x \neq y, x \mathfrak{R} y \text{ ou } y \mathfrak{R} x$
- *Connexe* si  $\forall (x, y) \in A^2, x \neq y \Rightarrow x \mathfrak{R} y \text{ et/ou } y \mathfrak{R} x$ ,
- *De Ferrers* si  $\forall (w, x, y, z) \in A^4, (w \mathfrak{R} x \text{ et } y \mathfrak{R} z) \Rightarrow (w \mathfrak{R} z \text{ ou } y \mathfrak{R} x)$

#### Relation d'équivalence

Une relation binaire  $\mathfrak{R}$  dans un ensemble  $E$ , est dite **d'équivalence** si :

- $\mathfrak{R}$  est réflexive,
- $\mathfrak{R}$  est symétrique,
- $\mathfrak{R}$  est transitive.

**La classe d'équivalence** d'un élément  $x$  de  $E$  suivant  $\mathfrak{R}$  est l'ensemble  $\{y \in E / y \mathfrak{R} x\}$ , noté  $C_x$  ou  $\bar{x}$  ou encore  $\dot{x}$ . [6]

## 4.2 Structure de préférence

La théorie de la décision modélise le comportement d'un agent face à des situations de choix, il est naturel de supposer que ses goûts et ses valeurs l'influencent, ce qui amène à s'intéresser à ses préférences. Afin de les modéliser, pour un ensemble fini d'objet (de décision)  $\{a, b, c, \dots\}$ , il serait évident de demander à l'individu (preneur de décision) pour chaque paire d'objet  $(a,b)$  si l'objet  $a$  est il " au moins aussi bon " que l'objet  $b$ ? Le langage classique de la modélisation des préférences n'autorise que deux réponses : OUI ou NON [11]. Ceci nous amène à définir une relation binaire sur  $A$  (l'ensemble des objets),  $S$  telle que :

$a S b \Leftrightarrow$  la réponse à la question précédente est OUI.

Une telle définition confère à  $S$  la propriété de réflexivité.

On a alors une et une seule des situations suivantes :

1.  $a S b$  et  $b S a$ . Ce qui veut dire que  $a$  et  $b$  sont indifférents (noté  $a I b$  ou  $a \sim b$ ),
2.  $a S b$  et  $\text{Non}(b S a)$ . Ce qui veut dire que  $a$  est strictement préféré à  $b$  (noté  $a P b$  ou  $a \succ b$ ),
3.  $\text{Non}(a S b)$  et  $\text{Non}(b S a)$ . Ce qui veut dire que  $a$  et  $b$  sont incomparables (noté  $a J b$  ou  $a ? b$ ).

**Définition 4.2.** On appelle structure de préférences sur  $A$  la donnée d'une relation binaire réflexive  $S$  dans  $A$ . [12]

### 4.2.1 La structure d'ordre total

**Définition 4.3.** Une structure de préférence  $S$  est une structure d'ordre total si et seulement si :

- $S$  est complète,
- $S$  est transitive,
- $S$  est antisymétrique.

De manière équivalente  $S$  est complète et ne contient aucun circuit autre que les boucles. L'ordre total correspond à la notion intuitive de classement sans possibilités d'ex aequo.[53] Dans une structure d'ordre total on a :

- $J$  est un ensemble vide,
- $I = \{(a, a) \in A^2\}$ ,
- $P$  est connexe et transitive. [42]

### Représentation numérique

On associe des nombres aux objets de telle sorte que la comparaison de ces nombres reflète fidèlement le jugement de préférences.

On associe un rang à chaque élément de  $A$  de manière à ce que ce rang reflète sa position dans la relation  $S$ . On dira alors que  $S$  est une structure d'ordre total si et seulement s'il existe une fonction  $u : A \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $\forall a, b \in A$ ,

$$\begin{cases} a S b \Leftrightarrow u(a) \geq u(b), \\ u(a) = u(b) \Rightarrow a \equiv b, \end{cases}$$

Ce qui engendre :

- $a P b$ , si et seulement si,  $u(a) \geq u(b)$ .
- $a I b$  si et seulement si,  $u(a) = u(b)$ .
- La fonction  $u$  ainsi définie n'est pas unique.

### 4.2.2 La structure de préordre total

**Définition 4.4.** Une structure de préférence est un préordre total si et seulement si :

- $S$  est complète,
- $S$  est transitive.

De manière équivalente  $S$  est complète et aucun circuit de  $S$  ne contient d'arc  $P$ . Elle généralise la notion d'ordre total en permettant aux éléments d'être ex aequo au sens de la relation  $I$ .

La structure de préordre total correspond à la notion intuitive de classement avec possibilité d'ex aequo.

#### Représentation numérique

On dira que  $S$  est une structure de préordre total s'il existe une fonction  $u$  telle que  $u : A \rightarrow \mathbb{R}$ , et  $\forall a, b \in A : a S b \Leftrightarrow u(a) \geq u(b)$

Comme dans l'ordre total, la représentation numérique d'un préordre total est définie à une transformation strictement croissante près. La fonction  $u$  définit ici une échelle ordinale.

Le préordre total permet de donner une réponse triviale à un problème qui consiste à ordonner tout sous ensemble d'objets  $B \subseteq A$  et non seulement de déterminer un ensemble  $C(B, S)$ , tel que :

$$C(B, S) = \{b \in B : \text{Non}(a P b), \forall a \in B\};$$

Si  $B$  est fini et  $S$  un préordre total alors  $C(B, S)$  contient au moins un élément.

### 4.2.3 La structure d'ordre partiel

L'ordre partiel apparaît lorsque, étant donnés deux objets distincts, soit l'un est préféré à l'autre, soit ils sont incomparables, la relation de préférence reste transitive.

**Définition 4.5.** Une structure de préférence  $S$  est une structure d'ordre partiel si et seulement si :

- $S$  est réflexive,
- $S$  est antisymétrique,
- $S$  est transitive.

Et on a :

1.  $P$  est transitive,
2.  $I$  est restreinte aux boucles.

**Remarque 4.2.1.** Contrairement à l'ordre total, l'ordre partiel peut admettre des incomparables.

## Représentation numérique

Soit  $A$  un ensemble fini. Les propositions suivantes sont équivalentes :

1.  $S$  est un ordre partiel sur  $A$ ,
2. Il existe une fonction  $u : A \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $\forall a, b \in A$ ,

$$\begin{cases} a S b \Rightarrow u(a) \geq u(b), \\ u(a) = u(b) \Rightarrow a \equiv b, \end{cases}$$

### 4.2.4 La structure de préordre partiel

La structure de préordre partiel généralise celle d'ordre partiel en introduisant de possibles ex aequo.

**Définition 4.6.** Une structure de préférence  $S$  est une structure de préordre partiel, si et seulement si :

- $S$  est réflexive ,
- $S$  est transitive.

## Représentation numérique

Toute structure de préordre partiel sur un ensemble fini peut s'obtenir comme l'intersection d'un nombre fini de préordre totaux.

Soit  $A$  un ensemble fini. Les propositions suivantes sont équivalentes :

1.  $S$  est un préordre partiel sur  $A$ ,
2. Il existe une fonction  $u : A \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $\forall a, b \in A$ ,

$$a S b \Rightarrow u(a) \geq u(b)$$

## 4.3 Aide Multicritère à la décision

Considérons le problème suivant :

$$\langle A, G \rangle \tag{4.1}$$

Où :

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  est l'ensemble des actions potentielles du décideur,

$G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$  est la famille cohérente de critères du décideur,

$$\begin{aligned} g_j(\cdot) : A &\rightarrow \mathbb{R} \\ a_i &\mapsto g_j(a_i), \end{aligned}$$

où  $g_j(a_i)$  est l'évaluation (*performance*) de l'action  $a_i$  sur le critère  $g_j$ .

### 4.3.1 Le concept d'action

Les actions potentielles sont les éléments qui vont faire l'objet de la comparaison. On notera  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m\}$  l'ensemble des actions potentielles.  $A$  peut être définie explicitement, par une liste exhaustive de toutes les actions, ou implicitement à travers certaines propriétés caractéristiques. On recourt à une définition implicite lorsque  $A$  est infini ou de grande taille[47]. L'ensemble  $A$  peut être :

- Stable : défini à priori mais ne peut pas être changé en cours de procédure.
- Évolutif : peut être modifié en cours de procédure.
- Globalisé : Chaque élément de l'ensemble des actions est exclusif de tout autre.
- Fragmenté : les résultats du processus de décision font intervenir des combinaisons de plusieurs éléments de  $A$ .

### 4.3.2 Famille cohérente de critère

**Définition 4.7.** Un critère est une expression qualitative ou quantitative de points de vue objectifs, aptitudes ou contraintes relatives au contexte réel permettant de juger des personnes, des objets ou des événements. Pour qu'une expression puisse devenir un critère, elle doit être utile pour le problème considéré et fiable.[39].

Une famille de critère notée  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_n\}$ , est dite famille cohérente de critères si elle vérifie les exigences suivantes : [62]

- Exigence d'exhaustivité : si deux actions  $a_i$  et  $a_k$  sont telles que  $g_j(a_i) = g_j(a_k), \forall j = \overline{1, n}$ , alors il est impossible de différencier  $a_i$  et  $a_k$  dans un modèle de préférences globales fondées sur  $G$ .

$$g_j(a_i) = g_j(a_k) \forall j = \overline{1, n} \Rightarrow a_i \equiv a_k.$$

- Exigence de cohérence :
  - $\forall j \neq l, g_j(a_i) = g_j(a_k)$  et  $g_l(a_i) > g_l(a_k) \Rightarrow a_i$  domine  $a_k$ .
  - $\forall j \in \{1, \dots, N\}, g_j(a) > g_j(b), \Rightarrow a$  domine fortement  $b$ .
  - Une action  $a$  est (faiblement) *efficace* s'il n'en existe aucune qui la domine (fortement)[58]
- Exigence de non redondance : Les critères ne se décuplent pas et la suppression d'un des critères entraînerait la non satisfaction à au moins une des deux exigences précédentes.

## 4.4 Agrégation des performances

**Définition 4.8.** Une agrégation est une opération permettant d'obtenir des informations sur la préférence globale entre les actions potentielles, à partir d'information sur les performances par critère.

Plusieurs méthodes d'analyse multicritère coexistent, et la différence entre ces méthodes réside, généralement, dans la façon d'évaluer chacune des solutions en fonction des critères retenus. Les spécialistes de l'aide à la décision multicritère s'accordent sur trois grandes familles.

### 4.4.1 La théorie de l'utilité multi-attributs

D'origine anglo-saxonne, la théorie de l'utilité multiattribut (**M**ulti **A**tttribute **U**tility **T**heory) consiste à inclure toutes les performances dans une fonction d'utilité ou d'agrégation, en leur attribuant d'éventuels poids. C'est à dire qu'il est possible de représenter les préférences du décideur grâce à une fonction d'utilité que l'on ne connaît pas a priori. En outre on notera que Roy (1985) et Maystre et al. (1994) l'appellent "approche du critère unique de synthèse évacuant toute incomparabilité".[10]. L'exemple le plus connu de cette technique est celui de la somme pondérée.

L'intérêt de ces méthodes porte sur différents points :

- Elles peuvent utiliser des critères cardinaux et ordinaux, sans transformation.
- Le poids des critères est indépendant de l'unité et de l'échelle des critères, et correspond assez bien à la perception intuitive des poids.
- Elles font appel à des seuils, qui permettent par exemple de tenir compte des incertitudes dans l'évaluation ou de tenir compte des "différences non significatives".
- Elles limitent largement les phénomènes de compensation entre les critères.
- Elles permettent d'identifier l'incomparabilité entre les actions potentielles.

### 4.4.2 Les méthodes interactives

Appellée aussi "approche de jugement local interactif avec itération essai-erreur". Il s'agit d'accorder la priorité à des jugements locaux, c'est-à-dire ne mettant en jeu qu'un petit nombre d'actions et cela en dehors de toute règle explicite apportant une réponse synthétique au problème d'agrégation des performances, il s'agit aussi d'explicitier un protocole organisant l'interaction entre d'une part le décideur et d'autre part l'homme d'étude et/ou un ordinateur, ceci en vue de faire émerger la prescription en fonction de la problématique retenue.

### 4.4.3 Agrégation partielle

Appelée aussi "approche du surclassement de synthèse" ou encore "méthodes de surclassement", ces méthodes acceptent des situations d'incomparabilité et d'intransitivité [10], elles consistent à comparer des couples d'actions et à vérifier s'il est possible de dire que l'une est "au moins aussi bonne que" (surclasse) l'autre. Ensuite seulement, on établit un classement. [47]

Parmi les méthodes d'agrégation partielle, les plus connues sont les méthodes des familles ELECTRE et PROMETHEE.

## 4.5 Méthodes de surclassement PROMETHEE

**Définition 4.9.** Une problématique se définit comme l'objectif poursuivi dans la modélisation, c'est à dire la façon dont le problème de décision est posé.

Dans les méthodes multicritère d'aide à la décision on distingue quatre problématiques de référence décrites ci-dessous :

- **Problématique ( $\alpha$ )** : Choix d'un sous-ensemble contenant les actions "les meilleures" ou à défaut, "satisfaisantes",

- **Problématique** ( $\beta$ ) : Tri par affectation des actions à des catégories prédéfinies,
- **Problématique** ( $\gamma$ ) : Rangement de classes d'équivalence, composées d'actions, ces classes ordonnées de façon complète ou partielle,
- **Problématique** ( $\sigma$ ) : Description, dans un langage approprié, des actions et de leur conséquences.

**Définition 4.10.** Une relation de surclassement est une relation binaire définie sur l'ensemble des actions  $A$  dont la signification est la suivante : Une action  $a_i$  surclasse une action  $a_k$  s'il est possible d'affirmer avec des arguments convaincants, que pour le décideur,  $a_i$  est au moins aussi bonne (ou pas pire) que  $a_k$ .

Le surclassement fait l'objet d'une hypothèse, qu'on cherchera à confirmer ou infirmer.

Les méthodes PROMETHEE (**P**reference **R**anking **O**rganisation **MeTH**od for **E**nrichment **E**valuations) ont été proposées par J.P Brans en 1982, elles se proposent d'aider le décideur pour traiter les problématiques de rangement ( $\gamma$ ).

### Concept de pseudo critère

Considérons un critère  $g$  conçu pour comparer des actions de  $A$  selon un point de vue spécifié. Il devient un pseudo-critère dès l'instant où l'on considère que, étant donné deux actions  $a$  et  $b$  ayant des performances  $g(a) = x$  et  $g(b) = y$  ( $y \geq x$ ) :

- Il peut y avoir indifférence entre  $a$  et  $b$  selon ce critère alors que  $y > x$  : l'ensemble des couples d'échelons  $(x, y)$  pour lesquels il en est ainsi doit alors être caractérisé comme suit :

$$x \leq y \leq x + q(x);$$

Où  $q(x)$  est le **seuil d'indifférence** ;

- Il n'y a préférence stricte de  $b$  vis-à-vis de  $a$  que si l'écart entre les performances  $y$  et  $x$  est jugé significatif : l'ensemble des couples d'échelons pour lesquels il en est ainsi doit alors être caractérisé comme suit :

$$x + q(x) \leq x + p(x) < y;$$

Où  $p(x)$  est le **seuil de préférence**.

Les seuils  $p$  et  $q$  peuvent être définis comme :

- une constante ;
- une fonction de l'action considérée, par exemple :

$$p(g(a_i)) = \alpha + \beta g(a_i)$$

#### 4.5.1 Fonction de préférence et critère généralisé

Considérons un critère  $g_j : A \rightarrow \mathbb{R}$  à maximiser.

$$\forall a, b \in A \begin{cases} aP_j b, & g_j(a) > g_j(b); \\ aI_j b, & g_j(a) = g_j(b). \end{cases}$$

Considérons :

- $d_j(a, b) = g_j(a) - g_j(b)$  : l'écart entre l'évaluation de  $a$  et celle de  $b$ ,

- La fonction  $\mathcal{P}_j(a, b)$  donnant le degré de préférence de  $a$  sur  $b$  en fonction de  $d_j(a, b)$ , autrement dit,  $\mathcal{P}_j(a, b) = \mathcal{P}_j(d_j(a, b))$ , tel que :

$$0 \leq \mathcal{P}_j(a, b) \leq 1, \quad (4.2)$$

et que :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_j(a, b) = 0, & \text{si } d_j(a, b) \leq 0, \text{ pas de préférence,} \\ \mathcal{P}_j(a, b) \approx 0, & \text{si } d_j(a, b) > 0, \text{ préférence faible,} \\ \mathcal{P}_j(a, b) \approx 1, & \text{si } d_j(a, b) \gg 0, \text{ préférence forte,} \\ \mathcal{P}_j(a, b) = 1, & \text{si } d_j(a, b) \gg \gg 0, \text{ préférence stricte,} \end{cases} \quad (4.3)$$

Il semble naturel de choisir une fonction  $\mathcal{P}_j$  non décroissante, s'annulant pour  $d_j \leq 0$ . En considérons la fonction  $H_j(d_j)$  telle qu'elle est définie par la relation

$$H_j(d_j) = \begin{cases} \mathcal{P}_j(a, b), & \text{si } d_j(a, b) \geq 0; \\ \mathcal{P}_j(b, a), & \text{si } d_j(a, b) \leq 0. \end{cases} \quad (4.4)$$

Ainsi on appelle *critère généralisé* le couple  $(g_j(\cdot), H_j(\cdot))$ , il s'agit simplement du critère considéré complété par sa fonction de préférence.

Il existe plusieurs types de critères :

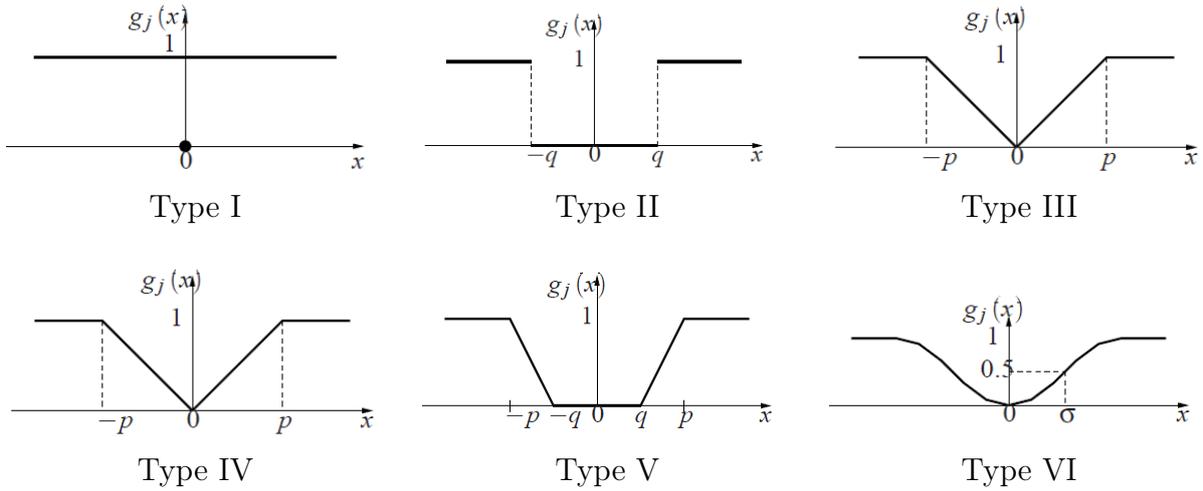


FIGURE 4.1 – Types de critères généralisés

**Type I : Critère usuel :**

$$H_j(d_j) = \begin{cases} 0, & \text{si } d_j = 0; \\ 1, & \text{si } d_j \neq 0. \end{cases} \quad (4.5)$$

Il y a indifférence entre  $a$  et  $b$  que si  $g_j(a) = g_j(b)$ . Dès qu'il y a un écart, il y a préférence stricte pour l'action ayant l'évaluation la plus élevée.

**Type II : Quasi-critère :**

$$H_j(d_j) = \begin{cases} 0, & \text{si } |d_j| \leq q_j; \\ 1, & \text{si } |d_j| > q_j. \end{cases} \quad (4.6)$$

Les actions  $a$  et  $b$  sont indifférentes aussi longtemps que l'écart  $d_j(a, b)$  ne dépasse pas un seuil  $q_j$ . Au-delà de ce seuil, la préférence est stricte.

**Type III : Critère à préférence linéaire :**

$$H_j(d_j) = \begin{cases} \frac{|d_j|}{p_j}, & \text{si } d_j \leq p_j; \\ 1, & \text{si } d_j > p_j. \end{cases} \quad (4.7)$$

Le degré de préférence croît linéairement jusqu'à ce qu'un seuil  $p_j$  soit atteint. Au-delà de ce seuil, la préférence est stricte.

**Type IV : Critère à paliers :**

$$H_j(d_j) = \begin{cases} 0, & \text{si } |d_j| \leq q_j; \\ \frac{1}{2}, & \text{si } q_j < |d_j| \leq p_j; \\ 1, & \text{si } |d_j| \geq p_j. \end{cases} \quad (4.8)$$

avec :  $0 \leq q_j < p_j$ .

Les actions  $a$  et  $b$  sont considérés comme indifférentes aussi longtemps que l'écart entre  $g_j(a)$  et  $g_j(b)$  ne dépasse pas  $q_j$ ; entre  $q_j$  et  $p_j$ , le degré de préférence est faible (1/2) et, au delà de  $p_j$ , la préférence devient stricte.

**Type V : Critère à préférence linéaire avec zone d'indifférence :**

$$H_j(d_j) = \begin{cases} 0, & \text{si } |d_j| \leq q_j; \\ \frac{|d_j| - q_j}{p_j - q_j}, & \text{si } q_j < |d_j| \leq p_j; \\ 1, & \text{si } |d_j| > p_j. \end{cases} \quad (4.9)$$

avec :  $0 \leq q_j < p_j$ .

Dans ce cas,  $a$  et  $b$  sont indifférentes tant que  $d_j$  ne dépasse pas  $q_j$ . Au delà de ce seuil, le degré de préférence croît linéairement avec  $d_j$  jusqu'à atteindre une préférence stricte à partir de  $p_j$ .

**Type VI : Critère Gaussien :**

$$H_j(d_j) = 1 - e^{-\frac{d_j^2}{2s_j^2}}. \quad (4.10)$$

Le degré de préférence croît de façon continue en fonction de  $d_j$ .

**4.5.2 Indice de préférence multicritère :**

Soit

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^n \mathcal{P}_j(a, b) \times w_j \quad \left( \sum_{j=1}^n w_j = 1 \right) \quad (4.11)$$

où  $w_j > 0, j = 1, \dots, n$ , sont des poids représentant l'importance relative de chaque critère, et  $\pi(a, b)$  mesure la préférence de  $a$  sur  $b$  sur tous les critères. on a

$$\begin{cases} \pi(a, a) = 0 \\ 0 \leq \pi(a, b) \leq 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

### 4.5.3 Flux de surclassement

Nous allons nous intéresser maintenant à quelques définitions relatives à la représentation des relations de surclassement sur un graphe.

La représentation sous forme de graphe ce fait telle que représenter sur la figure 4.2, où on indique la valeur numérique de la préférence sur les arcs.

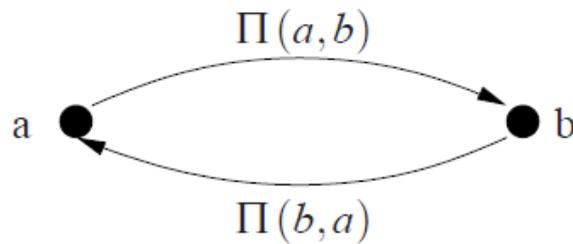


FIGURE 4.2 – Graphe représentant la relation de surclassement entre  $a$  et  $b$ .

Sur un tel graphe, on définit :

**Le Flux de surclassement sortant :**

$$\phi^+ = \frac{1}{m-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x) \quad (4.13)$$

Ce flux exprime le caractère surclassant de l'action  $a$  face aux  $(m-1)$  autre actions, ou encore sa puissance.

**Le Flux de surclassement entrant :**

$$\phi^- = \frac{1}{m-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a) \quad (4.14)$$

Ce flux exprime le caractère surclassé de l'action  $a$  face aux  $(m-1)$  autre actions, ou encore sa faiblesse.

**Le Flux de surclassement net :**

Soit

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a) \quad (4.15)$$

le flux exprime le bilan des flux entrant et sortant de l'action  $a$ . Plus  $\phi(a)$  est grand, meilleure est l'action. Ce flux peut être positif ou négatif.

#### 4.5.4 PROMETHEE I (Préordre partiel)

Les flux sortant et entrant permettent de ranger les actions de A de façon naturelle. Désignons par  $(S^+, I^+)$  et  $(S^-, I^-)$  les deux préordre complets (totaux) induits par ces flux :

**1<sup>er</sup> préordre total**

$$\begin{cases} aS^+b \Leftrightarrow \phi^+(a) > \phi^+(b) \\ aI^+b \Leftrightarrow \phi^+(a) = \phi^+(b) \end{cases} \quad (4.16)$$

Une action  $a$  est meilleure classé qu'une action  $b$  ssi :  $\phi^+(a) > \phi^+(b)$ .

**2<sup>eme</sup> préordre total**

$$\begin{cases} aS^-b \Leftrightarrow \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ aI^-b \Leftrightarrow \phi^-(a) = \phi^-(b) \end{cases} \quad (4.17)$$

Une action  $a$  est meilleure classé qu'une action  $b$  ssi :  $\phi^-(a) < \phi^-(b)$ .

Le rangement partiel est construit en se basant sur les règles suivantes :

**Le préordre partiel**

$$\begin{cases} a P b \Leftrightarrow \begin{cases} a S^+ b \text{ et } a S^- b \\ a S^+ b \text{ et } a I^- b \\ a I^+ b \text{ et } a S^- b \end{cases} \\ a I b \Leftrightarrow a I^+ b \text{ et } a I^- b \\ a J b, \quad \text{sinon} \end{cases} \quad (4.18)$$

#### 4.5.5 PROMETHEE II (Préordre complet)

Cette méthode permet d'obtenir un rangement complet on se basant sur le flux net(4.15).

$$\begin{cases} aPb \Leftrightarrow \phi(a) > \phi(b) \\ aIb \Leftrightarrow \phi(a) = \phi(b) \end{cases} \quad (4.19)$$

## Conclusion

Certes pour un individus se trouvant face à une situation de choix la structure de préférence lui correspondant au mieux serait un préordre partiel, vu qu'on s'intéresse aux réseaux ad-hoc qui reste du domaine de l'intelligence artificielle, alors la structure de préférence qui nous servira au mieux serait un préordre total, car comme nous le verrons dans le prochain chapitre deux chemins distincts peuvent soit offrir une même performance (indifférents), soit l'un est meilleur que l'autre (préférence).

En outre, dans le prochain chapitre on présentera une modélisation des réseaux Ad hoc par un jeu de congestion et une méthode de résolution se basant sur la méthode PROMETHEE II (qui nous fournira un jeu ordinal monocritère), et sur l'algorithme de Xu modifié de tel manière à accepter les indifférents (voir Annexe figure 2).

# 5

## Jeu de Congestion Multicritère dans les réseaux Ad-Hoc

### Introduction

Notre contribution consiste à proposer un modèle de jeu de congestion avec une fonction de gain bi-critères. Notre modèle s'inspire du modèle d'Altman et al. [3], qui était défini pour un réseau de télécommunication général qu'on a adapté à notre problématique.

Le modèle de base est formulé comme un jeu monocritère dont les joueurs ont pour objectif de minimiser leurs coûts (énergie) de transmission. Par la suite, on a ajouté le critère de maximisation de débit.

### 5.1 Position du problème

L'approche qui consiste à considérer un seul critère qu'un agent souhaite maximiser, n'est souvent pas suffisante pour décrire les besoins et le comportement des agents. Par exemple, pour des services interactifs de voix sur Internet, la qualité perçue dépend du codec utilisé, du débit, du taux de perte de paquets, du délai, ainsi que de sa variabilité.

Une approche simpliste souvent utilisée pour traiter cet aspect multicritère est de définir un seul critère qui prend en compte plusieurs qualités de service. D'autres approches plus sensibles à chaque critère consistent à séparer les critères et à définir des notions d'équilibre qui sont adaptés à chacun d'eux.

Les jeux de congestion présentent un cadre intéressant pour analyser le problème pratique de routage par la source dans les réseaux ad-hoc. Ils sont particulièrement utiles pour quantifier l'inefficacité du comportement des utilisateurs égoïstes qui se traduit par un réseau de transport sans aucune autorité centrale. Ces jeux supposent que le seul critère de décision pour le joueur est le coût du chemin.

Dans notre modèle, on se propose de prendre en considération, en plus du critère du coût, le critère de débit (nombre de paquets envoyés avec succès).

Supposons qu'à un instant donné,  $N$  nœuds du réseau veulent transmettre chacun un message, d'un nœud source  $v_i^o$  à une destination  $v_i^d$ ,  $i = 1, \dots, N$ . On considère que le réseau est régi par un protocole réactif. Le protocole reçoit une requête de chacun des nœuds, ce dernier a la tâche de désigner pour chaque source  $v_i^o$ ,  $i = 1, \dots, N$  le chemin qu'il doit suivre en minimisant l'énergie consommée par les nœuds intermédiaires se trouvant sur le chemin désigné avec le meilleur débit.

Ce problème est modélisé sous forme d'un jeu non coopératif, où les nœuds sont considérés comme les joueurs, qu'on présente ci après.

## 5.2 Modélisation

Considérons le réseau ad-hoc constitué des  $N$  nœuds  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  qu'on représente par un graphe  $G = (V, E)$  non orienté connexe (voir définition 1.3) où :

- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  est l'ensemble des  $N$  nœuds du réseau qui veulent acheminer un message,
- $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$  est l'ensemble des  $m$  arêtes du réseau. Si  $e = (v_1 v_2) \in E$ , alors  $v_1$  et  $v_2$  sont susceptibles d'échanger des messages.

### 5.2.1 Les joueurs

Les joueurs sont les nœuds  $v_i \in V$ ,  $i \in \mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$ , qui veulent acheminer une quantité de flux de l'origine  $v_i^o = v_i$  vers une destination  $v_i^d$ .

### 5.2.2 Stratégies

Une stratégie  $s_i$  d'un joueur  $i \in \mathcal{I}$  est un chemin de  $v_i^o$  vers  $v_i^d$ . Notons par  $S_i$  l'ensemble des chemins du nœud  $v_i^o$  au nœud  $v_i^d$ . Autrement dit, une stratégie  $s_i = (e_1, e_2, \dots, e_k) \in S_i$  du joueur  $i$  doit satisfaire :

$$\begin{cases} I(e_1) = v_i^o, \\ T(e_k) = v_i^d, \end{cases} \quad (5.1)$$

avec

$I(e_1)$  : l'extrémité initiale de l'arête  $e_1$ ,

$T(e_k)$  : l'extrémité terminale de l'arête  $e_k$ . De plus,

$$\begin{cases} I(e_i) = T(e_{i-1}), \\ T(e_j) = I(e_{j+1}). \end{cases} \quad \forall i, j \in \{2, \dots, k-1\} \quad (5.2)$$

Notons par  $m_i$  le cardinal de  $S_i$ , c-à-d  $|S_i| = m_i$ .

Supposons que chacun des joueurs  $i \in \mathcal{I}$  ait à choisir sa stratégie  $s_i \in S_i$ ,  $i \in \mathcal{I}$ . Alors le vecteur  $s = (s_1, \dots, s_N) \in S = \prod_{i=1}^N S_i$  est appelé issue du jeu et  $S$  l'ensemble des issues du jeu.

### 5.2.3 Critères

Afin de définir les critères du modèle, on utilisera les notations suivantes :

Chaque joueur  $i \in \mathcal{I}$  est caractérisé par une quantité de flux  $\phi^i$  à acheminer de  $v_i^o$  à  $v_i^d$ .

Soient :

- $\phi_e^i$  la quantité de flux que le joueur  $i$  achemine à travers l'arête  $e$ ,
- $N(e)$  l'ensemble des joueurs  $j \in \mathcal{I}$  qui acheminent une quantité de flux  $\phi_e^j$  sur l'arête  $e$ . Ainsi, la quantité de flux acheminée sur l'arête  $e$  est donnée par :

$$\phi_e = \sum_{j \in N(e)} \phi_e^j. \quad (5.3)$$

#### Le premier critère

Soit  $f_e(\phi_e)$  la quantité d'énergie par unité de flux consommée par l'utilisation de l'arête  $e \in E$ . Alors, la quantité d'énergie consommée par le joueur  $i$ , utilisant sa stratégie  $s_i \in S_i$  lors de l'utilisation de l'arête  $e$ , est égale à :

$$C_e^i(s_i) = \phi_e^i f_e(\phi_e). \quad (5.4)$$

Cette quantité dépend donc, non seulement de la stratégie  $s_i \in S_i$  du joueur  $i$ , mais aussi des stratégies  $s_j \in S_j, j \in \mathcal{I} \setminus \{i\}$  des autres joueurs. Cependant, la dépendance des stratégies des autres joueurs se retrouve à travers la somme de leur trafic sur cette arête. Ainsi, la quantité  $\phi_e^i f_e(\phi_e)$  est une fonction des stratégies  $s_j \in S_j$ , choisies par les autres joueurs ce qui nous conduit à écrire la quantité globale d'énergie  $C^i(s_i)$  consommée par le joueur  $i$  qui est supposé être la somme des quantités consommées sur toutes les arêtes du chemin choisi :

$$C^i(s) = C^i(s_1, \dots, s_N) = \sum_{e \in s_i} C_e^i(s_i), \quad s \in S. \quad (5.5)$$

La quantité totale d'énergie consommée par le joueur  $i$  est donc la somme des quantités sur toutes les arêtes du chemin choisi, pondérées par le flux que ce joueur y envoie. Chaque joueur cherchera à utiliser le chemin qui engendrera une moindre consommation d'énergie.

#### Le second critère

Soit  $p_e$ , la probabilité que le canal  $e \in E$  soit libre (c-à-d qu'aucun nœud ne transmette sur ce canal). Ainsi, le joueur  $i$  cherche à maximiser son utilité sur chacune des arêtes, qui s'exprime par :

$$G^i(s_1, \dots, s_N) = \sum_{e \in s_i} \phi_e^i p_e. \quad (5.6)$$

Ainsi, on obtient le jeu de congestion bi-critères  $J$  :

$$J = \langle \mathcal{I}, E, \{S_i\}_{i \in \mathcal{I}}, \{F^i\}_{i \in \mathcal{I}} \rangle, \quad (5.7)$$

où :

$E$  est l'ensemble des ressources qui est l'ensemble des arêtes du réseau.

$S = \prod_{i \in \mathcal{I}} S_i$  : est l'ensemble des issues possibles du jeu ,

$$F^i(\cdot) : S \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

$$s \in S \longmapsto F^i(s) = (C^i(s), G^i(s))$$

est une application bi-critères.

La particularité de ce jeu est :

- fini, puisque chaque joueur dispose d'un nombre fini de stratégies.
- la particularité des réseaux ad-hoc, où il n'y a pas d'échange d'information sur les choix des stratégies par les joueurs, nous conduit à considérer que le jeu est non-coopératif;
- le jeu est à information complète.

Ainsi, on a un jeu de congestion fini non-coopératif multicritère.

## 5.3 Équilibre non coopératif dans les jeux multicritères

Dans cette section, on se propose de chercher un équilibre non-coopératif dans le jeu de congestion (5.7). Pour cela, on doit procéder en deux étapes :

1. transformation du jeu multicritère à  $N$  joueurs en un jeu ordinal à  $N$  joueurs, et ceci en rangeant les issues du jeu pour chacun des joueurs selon leurs propres préférences,
2. résolution du jeu ordinal.

### 5.3.1 Transformation du jeu de congestion multicritère en un jeu ordinal

Pour transformer le jeu multicritère (5.7) en un jeu ordinal, on se propose de classer pour chacun des  $N$  joueurs les issues  $s \in S$  du jeu (5.7) dans un préordre total. En effet, classer les issues dans un préordre total paraît plus approprié qu'un ordre total, car dans un réseau Ad-hoc un nœud source peut avoir deux chemins (ou plus) qui lui procurent la même performance et de ce fait il y a indifférence entre ces chemins.

Pour effectuer ces classements, nous allons considérer  $N$  problèmes multicritères :

$$\langle S = \prod_{i=1}^N S_i, F^i \rangle, i = 1, 2, \dots, N. \quad (5.8)$$

#### Recherche du premier préordre total

Pour obtenir le classement des issues du jeu pour le joueur  $i \in \mathcal{I}$ , nous allons résoudre le problème multicritère (5.8).

Le tableau de performances associé est :

Issues \ Critères	$C^i$	$G^i$
$s^1$	$C^i(s^1)$	$G^i(s^1)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$s^\alpha$	$C^i(s^\alpha)$	$G^i(s^\alpha)$
$w_i$	$w_{i1}$	$w_{i2}$

Avec :

- $w_i$  : le vecteur poids du joueur  $i$ ,
- $\alpha = \prod_{i=1}^N m_i$  est le nombre d'issues possibles, c-à-d  $|S| = \alpha$ .

Après l'application de la méthode PROMETHEE II, on obtiendra un classement des issues.

### Le jeu transformé

Une fois que la méthode PROMETHEE II a été appliquée, on aura à notre disposition les rangs des issues  $s \in S$  pour chacun des joueurs. On déduit le jeu ordinal (5.9).

$$\langle \mathcal{I}, \{S_i\}_{i \in \mathcal{I}}, \{\succ_i\}_{i \in \mathcal{I}} \rangle, \quad (5.9)$$

où  $\succ_i$  est la relation de préférence du joueur  $i \in \mathcal{I}$ , (relation de préordre total).

### 5.3.2 Concept de solution du jeu ordinal (5.9)

Dans un premier temps, nous allons présenter un algorithme de recherche de ONE (équilibre ordinal non-coopératif) dans un jeu à deux joueurs. Dans un second temps, nous allons donner une généralisation de cet algorithme pour un jeu à  $N$  joueurs.

#### Dans un jeu à deux joueurs

Dans [60], l'auteur a proposé un algorithme de recherche d'un équilibre non coopératif d'un jeu ordinal à deux joueurs, dont le principe a été présenté dans la section 2.6.3, (l'organigramme est donné par la figure 1 de l'Annexe). Cet algorithme suppose que les relations de préférences des joueurs sont exprimées sous forme d'ordre complet.

En prenant appui sur cet algorithme, on apportera des modifications de manière à l'adapter au nouveau classement des préférences des joueurs dans le jeu transformé. Le principe reste le même, et diffère dans la réaction des joueurs. En effet, un joueur peut avoir comme réaction un ensemble d'actions qui sont de même rang, c'est-à-dire réunies dans la même classe (les indifférents).

Par ce fait, l'algorithme modifié (voir l'annexe figure 2) est élaboré de la manière suivante :

- Pour chaque stratégie  $s_2 \in S_2$  du deuxième joueur, on cherche l'ensemble  $A^*$  des réactions rationnelles du premier joueur, c-a-d :

$$A^* = R_1(s_2);$$

- Pour chaque stratégie  $s_1^* \in A^*$ , on cherche l'ensemble  $B^*$  des réactions rationnelles du second joueur, c-à-d :

$$B^* = R_2(s_1^*);$$

- Si  $s_2 \in B^*$  alors  $(s_1^*, s_2)$  est un équilibre ordinal non-coopératif du jeu ordinal à deux joueurs.

## Extension à $N$ joueurs

Cette section étendra les notions vues dans la section précédente pour les jeux ordinaux à  $N$  joueurs.

**Définition 5.1.** Une issue  $s^* = (s_1^*, \dots, s_N^*) \in S = \prod_{i=1}^N S_i$  est un équilibre ordinal noncoopératif du jeu (5.9), si

$$(s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*) \succ_1 (s_1, s_2^*, \dots, s_N^*), \forall s_1 \in S_1 \setminus \{s_1^*\}, \quad (5.10.a)$$

$$(s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*) \succ_2 (s_1^*, s_2, \dots, s_N^*), \forall s_2 \in S_2 \setminus \{s_2^*\}, \quad (5.10.b)$$

$\vdots$

$$(s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*) \succ_N (s_1^*, s_2^*, \dots, s_N), \forall s_N \in S_N \setminus \{s_N^*\}, \quad (5.10.N)$$

Pour la recherche de l'équilibre ordinal non-coopératif (ONE) du jeu (5.9), défini par les relations (5.10), on procèdera par la résolution d'une série de jeux à deux joueurs d'une manière récurrente.

**Algorithme de recherche de ONEs dans un jeu ordinal à  $N$  joueurs :**

**Etape 1.** Pour chaque issue  $s_{(-1,-2)} \in \prod_{j=3}^N S_j$ , on considère tous les jeux réduits ordinaux à deux joueurs suivants :

$$J_{(1,2)}^r(s_{(-1,-2)}) = \langle \mathcal{I}^r = \{1, 2\}, S^r, \succ_1, \succ_2 \rangle, \quad (5.11)$$

où  $S^r = \{(s_1, s_2, s_{(-1,-2)}), s_1 \in S_1, s_2 \in S_2\}$

On note par :

$S^{ONE}(s_{(-1,-2)})$  l'ensemble des ONEs, du jeu (5.11) obtenus en lui appliquant l'algorithme de Xu modifié, qu'on a présenté précédemment.

Considérons l'ensemble  $\mathcal{E}_3$  des ONEs, défini par :

$$\mathcal{E}_3 = \bigcup_{s_{(-1,-2)} \in \prod_{k=3}^N S_k} S^{ONE}(s_{(-1,-2)}).$$

**Etape 2.** Choisir  $(s_1^*, s_2^*, s_{(-1,-2)}) \in \mathcal{E}_3$  et résoudre le problème multicritère

$$\langle \mathcal{E}_3, \succ_3 \rangle .$$

Soit sa solution  $s^* = (s_1^*, s_2^*, s_3^*, s_{(-1,-2,-3)})$ .

**Etape 3.** On teste

Si les relations (5.10) sont vérifiées pour  $s^*$  alors, passer à l'étape 4.

**Sinon**  $\mathcal{E}_3 := \mathcal{E}_3 \setminus (s_1^*, s_2^*, s_{(-1,-2)})$  et aller à l'étape 2

**Etape 4.** Refaire les étapes 2 et 3 pour les joueurs  $i, i = 4, \dots, N$ , avec

$$\mathcal{E}_i = \bigcup_{s_{(-1,-2,\dots,-(i-1))} \in \prod_{k=i}^N S_k} S^{ONE}(s_{(-1,-2,\dots,-(i-1))}),$$

où,  $S^{ONE}(s_{(-1,-2,\dots,-(i-1))}) = \bigcup_{s_{(-1,\dots,-(i-1))} \in \prod_{k=i}^N S_k} \{(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{(-1,\dots,-(i-1))})\}$

et  $\succ_i$  au lieu de  $\succ_3$

Si  $i=N$  alors,  $s^*$  est un ONE du (5.9).

$$\mathcal{E}_i := \mathcal{E}_i \setminus \{(s_1^*, s^*, \dots, s_N^*)\}$$

Si  $\mathcal{E}_i = \emptyset$  alors, on arrête.

**Sinon** aller à l'étape 2.

## 5.4 Application sur un exemple numérique

Considérons un réseau ad-hoc à 9 nœuds et 10 arêtes tel qu'illustré sur la figure 5.1.

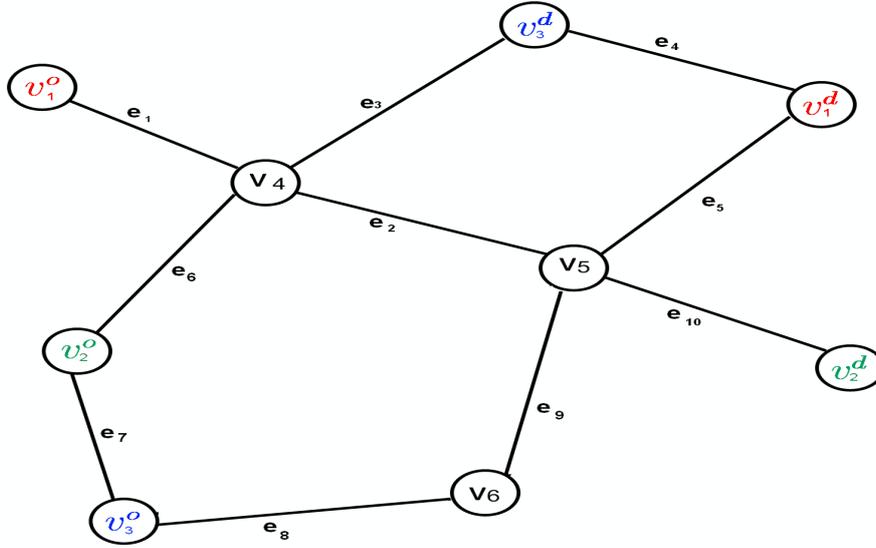


FIGURE 5.1 – Réseaux Ad-hoc à 9 nœuds.

Le réseau contient trois nœuds  $v_1^o$ ,  $v_2^o$  et  $v_3^o$  qui veulent transmettre, chacun, une quantité de flux  $\phi_1 = 512$  bits = 2 paquets,  $\phi_2 = 768$  bits = 3 paquets, et  $\phi_3 = 512$  bits = 2 paquets, aux nœuds  $v_1^d$ ,  $v_2^d$  et  $v_3^d$  respectivement.

On construit alors le jeu de congestion bi-critère (5.7) :

$$\langle \mathcal{I}, E, \{S_i\}_{i \in \mathcal{I}}, \{F^i\}_{i \in \mathcal{I}} \rangle, \quad (5.12)$$

où :

$\mathcal{I} = \{v_1^o, v_2^o, v_3^o\}$  est l'ensemble des joueurs,

$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}\}$  est l'ensemble des ressources.

Les ensembles  $S_i$  des stratégies des joueurs  $i \in \mathcal{I}$  prennent la forme :

$$S_1 = \{s_1^1 = (e_1, e_2, e_5); s_1^2 = (e_1, e_3, e_4); s_1^3 = (e_1, e_6, e_7, e_8, e_9, e_5)\}$$

$$S_2 = \{s_2^1 = (e_7, e_8, e_9, e_{10}); s_2^2 = (e_6, e_2, e_{10}); s_2^3 = (e_6, e_3, e_4, e_5, e_{10})\}$$

$$S_3 = \{s_3^1 = (e_7, e_6, e_3); s_3^2 = (e_8, e_9, e_5, e_4); s_3^3 = (e_8, e_9, e_2, e_3); s_3^4 = (e_7, e_6, e_2, e_5, e_4)\}$$

Pour faciliter les notations, on notera par  $s_{ijk}$  l'issue  $(s_1^i, s_2^j, s_3^k)$ ,  $i, j \in \{1, 2, 3\}$ ,  $k \in \{1, 2, 3, 4\}$ .

En simulant le réseau sous MATLAB, on obtient les tableaux des gains illustrés par les figures 3, 4, 5 et 6 de l'annexe.

Pour chaque joueur  $i$  le couple  $\begin{pmatrix} C^i(s) \\ G^i(s) \end{pmatrix}$ , signifie que le joueur  $i$ ,  $i \in \mathcal{I}$ , a une perte d'énergie de  $C^i(s)\%$  et  $G^i(s)\%$  du flux envoyé passe avec succès si l'issue  $s \in S$  est jouée par les joueurs.

### 5.4.1 Recherche des préordres totaux

À partir des tableaux des gains du jeu (5.12), (voir les figures 3, 4, 5 et 6 de l'annexe), on extrait les tableaux de performance des joueurs, qui sont donnés par le tableau 2 de l'annexe. Le type de critères qu'on a choisi est le type I (critère usuel), car un nœud n'exprime une indifférence entre deux chemins (ou plus), pour un critère, que lorsqu'ils ont la même évaluation, sur ce critère. Il y a une préférence d'un chemin par rapport à un autre dès qu'il y a une différence dans leurs évaluation sur ce critère.

Le choix des poids pour les critères d'énergie et de débit a été fait en prenant en considération que même si le critère d'énergie est important, l'importance du critère de débit n'est pas moindre, car dans un réseau ad-hoc même si l'énergie venait à diminuer il y a toujours un moyen de recharger (remplacer les batteries par exemple), une autre raison est que si un message envoyé est non transmis, alors il devra être retransmis et de ce fait il engendre une perte d'énergie supplémentaire. Pour ces raisons, on a choisi d'attribuer un poids de 0.4 pour l'énergie et de 0.6 pour le débit.

Après l'application de la méthode PROMETHEE II, qui a été programmée sous MATLAB, on obtient le rangement des issues pour chacun des joueurs, (voir annexe tableau 3). A partir de ce tableau, on extrait les matrices de gains (voir table 5.1).

$s_3 = s_3^1 :$	$s_3 = s_3^2 :$																																
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;"><math>s_3^1</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^1</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^2</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^1</math></td> <td style="padding: 5px;">(-3,-1,-2)</td> <td style="padding: 5px;">(-10,-26,-5)</td> <td style="padding: 5px;">(-11,-11,-6)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^2</math></td> <td style="padding: 5px;">(-8,-1,-9)</td> <td style="padding: 5px;">(-8,-23,-10)</td> <td style="padding: 5px;">(-20,-8,-21)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^3</math></td> <td style="padding: 5px;">(-9,-14,-13)</td> <td style="padding: 5px;">(-4,-27,-28)</td> <td style="padding: 5px;">(-14,-18,-31)</td> </tr> </tbody> </table>	$s_3^1$	$s_2^1$	$s_2^2$	$s_2^3$	$s_1^1$	(-3,-1,-2)	(-10,-26,-5)	(-11,-11,-6)	$s_1^2$	(-8,-1,-9)	(-8,-23,-10)	(-20,-8,-21)	$s_1^3$	(-9,-14,-13)	(-4,-27,-28)	(-14,-18,-31)	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;"><math>s_3^2</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^1</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^2</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^1</math></td> <td style="padding: 5px;">(-11,-7,-16)</td> <td style="padding: 5px;">(-18,-21,-3)</td> <td style="padding: 5px;">(-19,-4,-24)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^2</math></td> <td style="padding: 5px;">(-18,-1,-7)</td> <td style="padding: 5px;">(-2,-12,-1)</td> <td style="padding: 5px;">(-22,-13,-17)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^3</math></td> <td style="padding: 5px;">(-13,-18,-29)</td> <td style="padding: 5px;">(-7,-23,-16)</td> <td style="padding: 5px;">(-15,-10,-32)</td> </tr> </tbody> </table>	$s_3^2$	$s_2^1$	$s_2^2$	$s_2^3$	$s_1^1$	(-11,-7,-16)	(-18,-21,-3)	(-19,-4,-24)	$s_1^2$	(-18,-1,-7)	(-2,-12,-1)	(-22,-13,-17)	$s_1^3$	(-13,-18,-29)	(-7,-23,-16)	(-15,-10,-32)
$s_3^1$	$s_2^1$	$s_2^2$	$s_2^3$																														
$s_1^1$	(-3,-1,-2)	(-10,-26,-5)	(-11,-11,-6)																														
$s_1^2$	(-8,-1,-9)	(-8,-23,-10)	(-20,-8,-21)																														
$s_1^3$	(-9,-14,-13)	(-4,-27,-28)	(-14,-18,-31)																														
$s_3^2$	$s_2^1$	$s_2^2$	$s_2^3$																														
$s_1^1$	(-11,-7,-16)	(-18,-21,-3)	(-19,-4,-24)																														
$s_1^2$	(-18,-1,-7)	(-2,-12,-1)	(-22,-13,-17)																														
$s_1^3$	(-13,-18,-29)	(-7,-23,-16)	(-15,-10,-32)																														
$s_3 = s_3^3 :$	$s_3 = s_3^4 :$																																
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;"><math>s_3^3</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^1</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^2</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^1</math></td> <td style="padding: 5px;">(-6,-9,-22)</td> <td style="padding: 5px;">(-13,-24,-10)</td> <td style="padding: 5px;">(-18,-5,-15)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^2</math></td> <td style="padding: 5px;">(-6,-7,-30)</td> <td style="padding: 5px;">(-13,-6,-23)</td> <td style="padding: 5px;">(-18,-3,-27)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^3</math></td> <td style="padding: 5px;">(-5,-19,-25)</td> <td style="padding: 5px;">(-1,-15,-22)</td> <td style="padding: 5px;">(-7,-20,-30)</td> </tr> </tbody> </table>	$s_3^3$	$s_2^1$	$s_2^2$	$s_2^3$	$s_1^1$	(-6,-9,-22)	(-13,-24,-10)	(-18,-5,-15)	$s_1^2$	(-6,-7,-30)	(-13,-6,-23)	(-18,-3,-27)	$s_1^3$	(-5,-19,-25)	(-1,-15,-22)	(-7,-20,-30)	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;"><math>s_3^4</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^1</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^2</math></th> <th style="padding: 5px;"><math>s_2^3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^1</math></td> <td style="padding: 5px;">(-18,-1,-11)</td> <td style="padding: 5px;">(-21,-28,-12)</td> <td style="padding: 5px;">(-23,-10,-26)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^2</math></td> <td style="padding: 5px;">(-2,-2,-4)</td> <td style="padding: 5px;">(-21,-30,-8)</td> <td style="padding: 5px;">(-23,-17,-14)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>s_1^3</math></td> <td style="padding: 5px;">(-17,-22,-20)</td> <td style="padding: 5px;">(-12,-29,-19)</td> <td style="padding: 5px;">(-16,-16,-33)</td> </tr> </tbody> </table>	$s_3^4$	$s_2^1$	$s_2^2$	$s_2^3$	$s_1^1$	(-18,-1,-11)	(-21,-28,-12)	(-23,-10,-26)	$s_1^2$	(-2,-2,-4)	(-21,-30,-8)	(-23,-17,-14)	$s_1^3$	(-17,-22,-20)	(-12,-29,-19)	(-16,-16,-33)
$s_3^3$	$s_2^1$	$s_2^2$	$s_2^3$																														
$s_1^1$	(-6,-9,-22)	(-13,-24,-10)	(-18,-5,-15)																														
$s_1^2$	(-6,-7,-30)	(-13,-6,-23)	(-18,-3,-27)																														
$s_1^3$	(-5,-19,-25)	(-1,-15,-22)	(-7,-20,-30)																														
$s_3^4$	$s_2^1$	$s_2^2$	$s_2^3$																														
$s_1^1$	(-18,-1,-11)	(-21,-28,-12)	(-23,-10,-26)																														
$s_1^2$	(-2,-2,-4)	(-21,-30,-8)	(-23,-17,-14)																														
$s_1^3$	(-17,-22,-20)	(-12,-29,-19)	(-16,-16,-33)																														

TABLE 5.1 – Tables des gains du jeu ordinal.

En appliquant l'algorithme de recherche de ONEs à N joueurs, avec N= 3, sur ces matrices on obtient deux équilibres ordinaux non coopératifs :

1.  $s_{111} = (s_1^1, s_2^1, s_3^1)$ , avec les gains ,  $\begin{pmatrix} -3.78 \\ 33.6 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -5.49 \\ 37.5 \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} -4.32 \\ 30.6 \end{pmatrix}$  respectivement pour les joueurs 1, 2 et 3.
2.  $s_{212} = (s_1^2, s_2^1, s_3^4)$ , avec les gains  $\begin{pmatrix} -4.58 \\ 33.9 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -5.49 \\ 37.5 \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} -8.64 \\ 37.7 \end{pmatrix}$  respectivement pour les joueurs 1, 2 et 3.

### 5.4.2 Analyse de robustesse

Suite à une analyse de robustesse, on remarque trois cas :

- cas 1** : lorsque le poids du critère de l'énergie est beaucoup plus important que le poids du second critère (le débit) l'unique équilibre ordinal non coopératif qu'on trouve est l'issue  $(s_1^1, s_2^1, s_3^1)$  du jeu (5.12) avec les gains  $\begin{pmatrix} -3.78 \\ 33.6 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -5.49 \\ 37.5 \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} -4.32 \\ 30.6 \end{pmatrix}$ ,
- cas 2** : lorsque le poids du critère de l'énergie est moins important que le poids du second critère (le débit), on obtient comme équilibre l'issue  $(s_1^2, s_2^1, s_3^4)$  du jeu (5.12) avec les gains  $\begin{pmatrix} -4.58 \\ 33.9 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -5.49 \\ 37.5 \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} -8.64 \\ 37.7 \end{pmatrix}$ ,
- cas 3** : lorsque le poids du critère d'énergie et du critère de débit sont égaux (où presque) alors on obtient les deux équilibres  $(s_1^1, s_2^1, s_3^1)$  et  $(s_1^2, s_2^1, s_3^4)$  qui sont incomparables.

### Discussion

Dans le **cas 1**, où on a accordé plus d'importance au critère d'énergie, on obtient comme solution l'issue  $(s_1^1, s_2^1, s_3^1)$  qui correspond aux chemins de la figure 5.2.

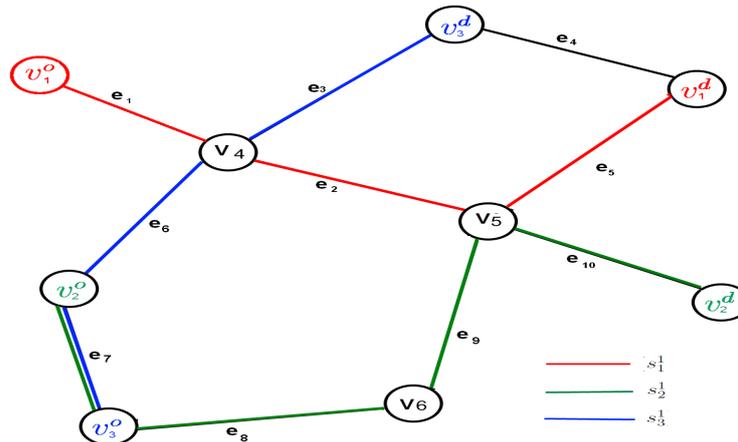


FIGURE 5.2 –  $(s_1^1, s_2^1, s_3^1)$  comme solution.

Comme on peut le voir les joueurs  $v_1^o$  et  $v_3^o$  optent pour la stratégie du plus court chemin, contrairement au joueur  $v_2^o$ , car s'il change pour la stratégie du plus court chemin, c-à-d jouer  $s_2^2$  au lieu de  $s_2^1$ , sa consommation d'énergie va augmenter considérablement et passer de -5.49 à -10.89 (voir annexe figure 3), ceci s'explique par le fait que comme  $e_2$  apparaît dans  $s_1^1$  et  $e_6$  apparaît dans  $s_3^1$ , qui apparaissent toutes les deux dans la stratégie  $s_2^2$

(stratégie du plus court chemin du joueur  $v_2^o$ ) le joueur  $v_2^o$  peut être obligé de retransmettre en cas de collision et de ce fait sa consommation d'énergie augmente, d'où il va opter pour la stratégie  $s_2^1$  qui lui assure une consommation moindre.

Dans le **cas 2**, où on a accordé plus d'importance au critère de débit, on obtient comme solution l'issue  $(s_1^2, s_2^1, s_3^4)$ , qui correspond aux chemins de la figure 5.3.

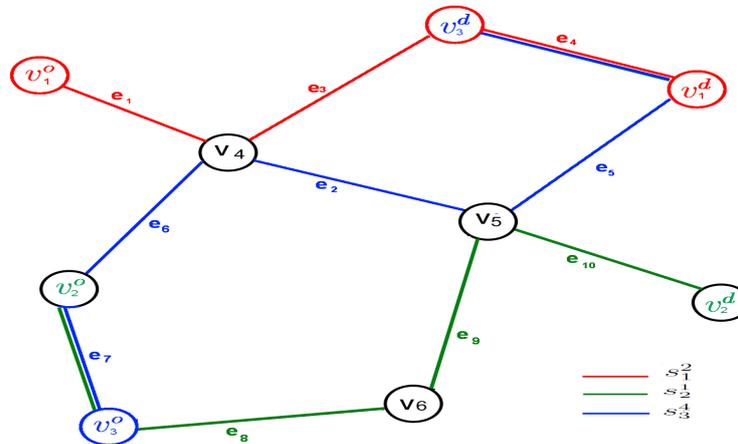


FIGURE 5.3 –  $(s_1^2, s_2^1, s_3^4)$  comme solution.

On remarque que le joueur  $v_2^o$  a choisi le chemin  $s_2^1$  au lieu du plus court chemin, et ceci pour éviter l'arête  $e_2$  qui lors de la simulation elle présente une probabilité de 0.2 d'être libre (i.e. la probabilité que ce canal soit occupé est très élevée) et c'est pour cette raison que dans les cas 1 et 2 l'arête  $e_2$  n'est jamais choisi par plus d'un joueur.

Le joueur  $v_3^o$  choisit la stratégie qui lui coûte plus d'énergie mais lui assure un pourcentage de succès meilleurs (30.6% contre 37.7%), et ceci grâce au choix du canal  $e_5$  qui présente une probabilité d'être libre de 0.83.

Le joueur  $v_1^o$  dispose de deux plus courts chemins  $s_1^1$  et  $s_1^2$ . Il optera pour la stratégie  $s_1^2$  même si elle lui coûte plus en énergie et ceci pour éviter l'arête  $e_2$ . Ceci se justifie par le fait qu'on a accordé plus d'importance au critère de débit.

Dans le **cas 3**, on se retrouve confronté à l'un des inconvénients de l'équilibre, qui est, lorsqu'on dispose de plusieurs équilibres le quel choisir ? Pour répondre à cette question, on propose que le choix se fasse de manière aléatoire.

Ainsi, le protocole de routage du réseau sera implémenté de l'algorithme ci dessous, qui s'inspire de l'algorithme de la méthode inverse (cas discret), des méthodes de simulation, qui s'exécutera dans le cas où on dispose de plusieurs équilibres.

---

**Algorithm 1** Algorithme de choix de l'équilibre

---

(0). **Initialisation** : l'étape d'initialisation consiste à :

1. Initialiser  $k$  au nombre d'équilibres trouvés,
2. découper l'intervalle  $[0,1]$  en sous-intervalles dont les bornes sont les  $\sum_{i=1}^k p_i$  croissantes,
3. générer  $y \rightsquigarrow U_{[0,1]}$  ;

(1). **Les Tests** : dans cette étape, on teste

**Si**  $y \leq p_1$ , alors les joueurs opteront pour les stratégies de l'équilibre 1.

**Sinon**

**Si**  $y < p_1 + p_2$  alors les joueurs opteront pour les stratégies de l'équilibre 2.

**Sinon**

$\vdots$   
 $\vdots$

**Si**  $\sum_{i=1}^{k-1} p_i < y < \sum_{i=1}^k p_i$  alors

les joueurs opteront pour les stratégies de l'équilibre  $k$ .

---

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a proposé un modèle de théorie des jeux pour le problème de routage dans les réseaux ad hoc, qui est un jeu de congestion bi-critères, en considérant le critère de la perte d'énergie et de maximisation de débit, ainsi qu'une méthode de résolution de ce jeu.

Par la suite, on a présenté un exemple numérique à travers lequel on a pu étudier les différentes situations auxquelles le modèle peut faire face. Le cas où on dispose d'un seul équilibre ordinal non coopératif, le cas où il existe plusieurs. Le cas où il n'en existe pas d'équilibre ne se présente pas compte tenu de la proposition 2.2.

# Conclusion générale

Dans les réseaux sans fils ad hoc, le transfert de données de bout en bout entre les nœuds source et destination se fait souvent par des sauts multiples, avec des nœuds intermédiaires agissant en tant que relais (routeurs). Pour un fonctionnement efficace et fiable de ces réseaux, il est impératif que les nœuds participent à des échanges d'informations, le relais de paquets, la création d'associations de sécurité et les décisions stratégiques, entre autres. Cependant, les nœuds subissent des contraintes d'énergie ce qui peut les inciter à choisir de réduire leur niveau de participation à la conservation des ressources.

Dans ce travail, nous avons décrit comment les diverses interactions dans les réseaux sans fil ad hoc peuvent être modélisées comme un jeu. Nous avons également passé en revue la littérature récente sur l'analyse par la théorie des jeux des réseaux ad hoc, en soulignant son applicabilité à l'adaptation de forme d'onde, le partage du spectre radio, le contrôle de topologie, et le problème de routage. Puis nous avons présenté deux modèles, le modèle de Orda et al. (1993) [44], qui a introduit les jeux de routage, un joueur peut correspondre alors à un fournisseur de service qui souhaite minimiser les délais moyens de ses abonnés. Ce type de jeux a été utilisé aussi dans l'étude du partage de charge dans un réseau distribué d'ordinateurs. Le deuxième modèle est le modèle de Korilis et Orda (1999) [31], qui avait pour but d'éviter des situations qui pourraient entraîner le paradoxe de Braess, l'intérêt majeur de ce modèle était dans la modélisation et l'adaptation du paradoxe de Braess au réseaux ad hoc et l'allocation de ressources.

Notre contribution consiste à proposer une modélisation, pour le problème de routage, sous forme de jeu de congestion en prenant en compte, en plus du critère de la consommation d'énergie, le critère de débit de la transmission.

Par la suite, on a proposé une méthode de résolution qui consiste à ramener le jeu de congestion bi-critères, à  $N$  joueurs, en un jeu ordinal à  $N$  joueurs, et ceci en appliquant la méthode PROMETHEE II, qui, range les issues du jeu des meilleures au moins bonnes, selon les préférences de chacun des joueurs.

Enfin, on a proposé un algorithme de recherche d'équilibre ordinal non-coopératif, d'un jeu à deux joueurs qu'on a généralisé pour  $N$  joueurs.

Pour finir, nous avons donné un exemple numérique sur lequel on a pu appliqué notre théorie.

Comme perspectives, on propose la création de protocole de routage réactif se basant sur le modèle proposé et les algorithmes de résolution présentés dans ce travail, tester le protocole sur des réseaux de taille plus importante et l'étude de la complexité de l'algorithme de recherche de ONEs dans un jeu à  $N$  joueurs.

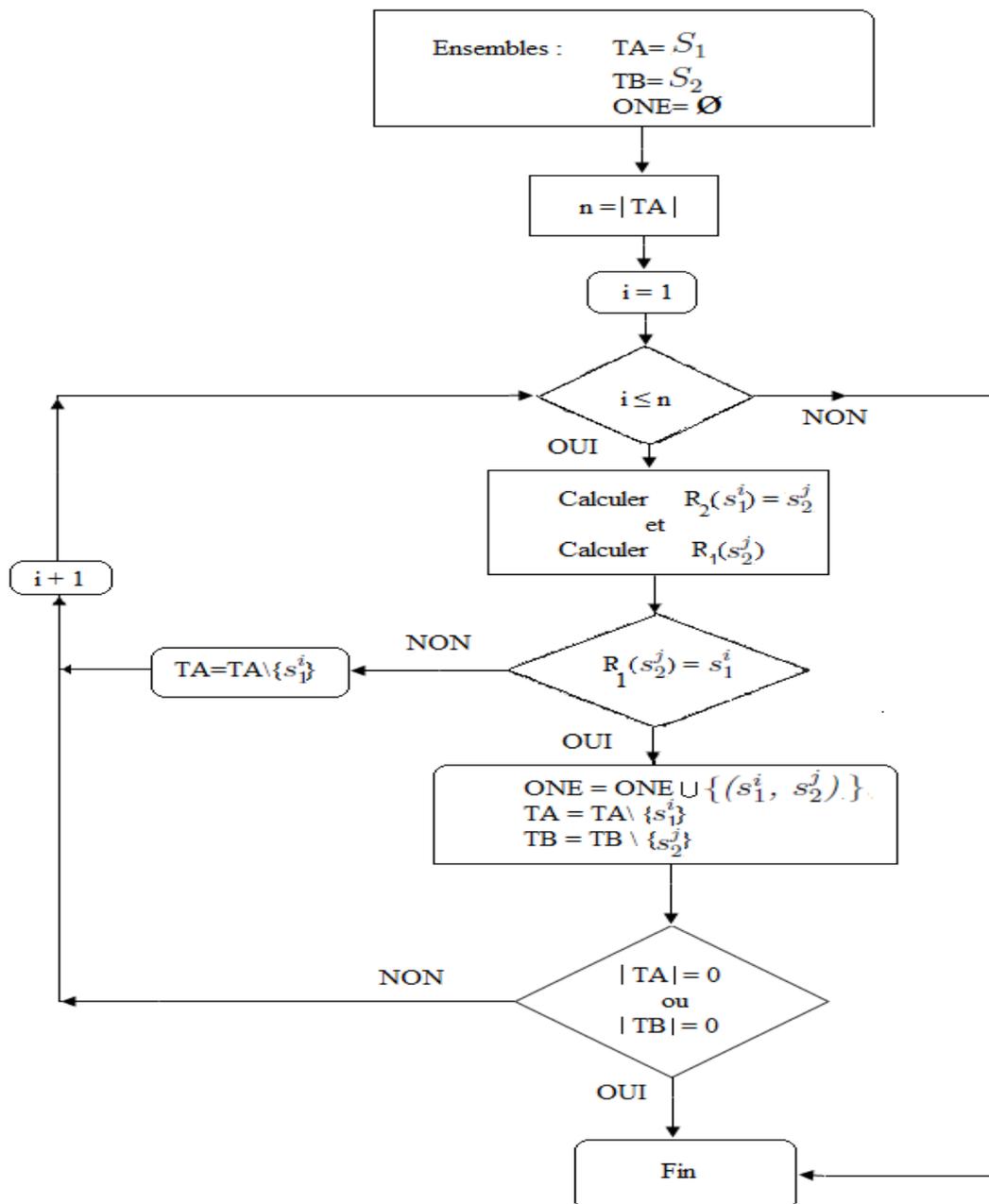


FIGURE 1 – *Algorithme de recherche de ONE.*

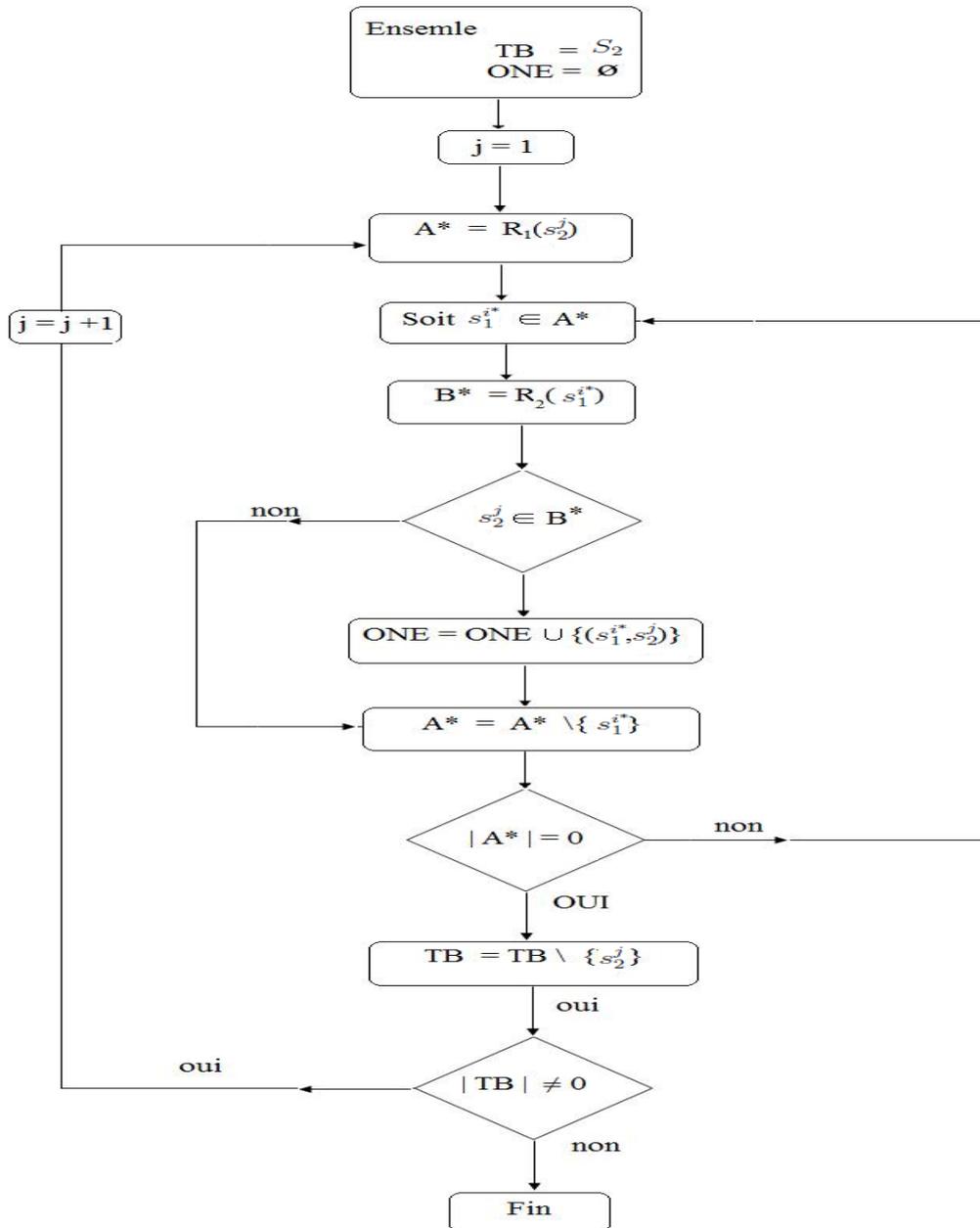


FIGURE 2 – *Algorithme de recherche de ONE modifié.*

		$v_2^0$								
		$s_2^1$			$s_2^2$			$s_2^3$		
$v_1^0$	$s_1^1$	-3.78	-5.49	-4.32	-5.56	-10.89	-4.96	-5.4	-17.25	-6.6
		33.6	37.5	30.6	33	13.2	25.6	25.3	46.6	25.8
	$s_1^2$	-4.94	-5.49	-5.96	-4.94	-8.22	-10.92	-7.86	-19.20	-8.24
		30.8	37.5	23.8	30.8	13.5	25.8	24.8	50	23.5
$s_1^3$	-9.16	-8.37	-6.32	-8.56	-10.20	-6.96	-10.18	-19.65	-8.60	
		50	23.2	23.3	57.9	11	7.3	49.6	34.2	17.1

FIGURE 3 – *Tableau des gains quand  $v_3^0$  joue  $s_3^1$ .*

		$v_2^o$								
		$s_2^1$			$s_2^2$			$s_2^3$		
$v_1^o$	$s_1^1$	-5.40	-6.33	-7	-7.18	-8.91	-5.76	-7.02	-17.16	-8.66
		25.3	37.2	22.9	25.1	20.7	30.1	22.5	54.6	23.6
	$s_1^2$	-4.58	-6.33	-6.66	-4.85	-6.24	-5.42	-7.5	-19.53	-8.32
		33.9	37.8	27.5	33.9	21	34.7	19.5	46.7	25.1
$s_1^3$	-10.02	-9.21	-8.24	-9.42	-8.22	-7	-11.04	-19.14	-9.9	
		46.7	23.1	20.5	51.1	13.5	22.9	48.3	47.1	16.4

FIGURE 4 – Tableau des gains quand  $v_3^o$  joue  $s_3^2$ .

		$v_2^o$								
		$s_2^1$			$s_2^2$			$s_2^3$		
$v_1^o$	$s_1^1$	-5.56	-6.33	-7.68	-7.34	-11.58	-8.22	-7.18	-15.27	-8.08
		33.4	31.8	21	33.3	20.6	28.1	25.1	53.5	24
	$s_1^2$	-4.94	-6.33	-7.54	-4.94	-8.91	-8.08	-9.48	-17.22	-7.94
		30.8	37.2	14.4	30.8	39.3	21.4	41.4	57.6	19.3
$s_1^3$	-8.40	-9.21	-7.14	-7.8	-10.89	-7.68	-9.42	-17.25	-7.54	
		55	23.1	18.8	59.4	13.2	21	51.1	46.6	14.4

FIGURE 5 – Tableau des gains quand  $v_3^o$  joue  $s_3^3$ .

		$v_2^o$								
		$s_2^1$			$s_2^2$			$s_2^3$		
$v_1^o$	$s_1^1$	-7.18	-5.49	-10.76	-8.96	-13.56	-13.18	-8.8	-19.14	-14.30
		25.1	37.5	32.9	25	13.1	34.8	22.3	47.1	24.8
	$s_1^2$	-4.58	-5.49	-8.64	-4.58	-20.47	-9.74	-7.50	-21.09	-12.18
		33.9	37.5	37.7	33.9	13.2	44.5	25.8	39.2	29.9
$s_1^3$	-10.78	-8.37	-10.98	-10.18	-12.87	-13.40	-11.80	-21.12	-14.52	
		41.7	19.6	25.7	49.6	10.7	26.2	46.8	44.6	19.9

FIGURE 6 – Tableau des gains quand  $v_3^o$  joue  $s_3^4$ .

Premier joueur :

Second joueur :

troisième joueur :

Actions \ Critères	$C^1$	$G^1$	$C^2$	$G^2$	$C^3$	$G^3$
$s_{111}$	-3.7800	33.6000	-5.4900	37.5	-4.3200	30.6000
$s_{121}$	-5.5600	33.0000	-10.8900	13.2000	-4.9600	25.6000
$s_{131}$	-5.4000	25.3000	-17.2500	46.6000	-6.6000	25.8000
$s_{112}$	-5.4000	25.3000	-6.3300	37.2000	-7.0000	22.9000
$s_{122}$	7.1800	22.5000	-8.9100	20.7000	-5.7600	30.1000
$s_{132}$	-7.0200	22.5000	-17.1600	54.6000	-8.6600	23.6000
$s_{113}$	-5.5600	33.4000	-6.33000	31.8000	-7.68000	21.0000
$s_{123}$	-7.3400	33.3000	-11.5800	20.6000	-8.2200	28.1000
$s_{133}$	-7.1800	25.1000	-15.2700	53.5000	-8.0800	24.0000
$s_{114}$	-7.1800	25.1000	-5.49000	37.5000	-10.76000	32.9000
$s_{124}$	-8.9600	25.0000	-13.5600	13.1000	-13.18 00	34.8000
$s_{134}$	-8.8000	22.3000	-19.14000	47.1000	-14.3000	24.8000
$s_{211}$	-4.9400	30.8000	-5.4900	37.5000	-5.9600	23.8000
$s_{221}$	-4.9400	30.8000	-8.2200	13.5000	-10.9200	25.8000
$s_{231}$	-7.8600	24.8000	-19.2000	50.0000	-8.2400	23.5000
$s_{212}$	-4.5800	33.9000	-6.3300	37.8000	-6.6600	27.5000
$s_{222}$	-4.5800	33.9000	-6.2400	21.0000	-5.4200	34.7000
$s_{232}$	-7.5000	19.5000	-19.5300	46.7000	-8.3200	25.100
$s_{213}$	-5.5600	33.4000	-6.3300	37.2000	-7.5400	14.4000
$s_{223}$	-7.3400	33.3000	-8.9100	39.3000	-8.0800	21.4000
$s_{233}$	-7.1800	25.1000	-17.2200	57.6000	-7.9400	19.3000
$s_{214}$	-7.1800	25.1000	-5.4900	37.5000	-8.6400	37.7000
$s_{224}$	-8.9600	25.0000	-20.4700	13.2000	-9.7400	44.5000
$s_{234}$	-8.8000	22.3000	-21.0900	39.2000	-12.1800	29.9000
$s_{311}$	-9.1600	50.0000	-8.3700	23.2000	-6.3200	23.3000
$s_{321}$	-8.5600	57.9000	-10.200	11.0000	-6.9600	7.3000
$s_{331}$	-10.1800	49.6000	-19.6500	34.2000	-8.6000	17.1000
$s_{312}$	-10.0200	46.7000	-9.2100	23.1000	-8.2400	20.5000
$s_{322}$	-9.4200	51.1000	-8.2200	13.5000	-7.0000	22.9000
$s_{332}$	-11.0400	48.3000	-19.1400	47.1000	-9.9000	16.4000
$s_{313}$	-8.4000	55.0000	-7.1400	18.8000	-7.1400	18.8000
$s_{323}$	-7.8000	59.4000	-7.6800	21.0000	-7.6800	21.0000
$s_{333}$	-9.4200	51.1000	-7.5400	14.4000	-7.5400	14.4000
$s_{314}$	-10.7800	41.7000	-8.3700	19.6000	-10.9800	25.7000
$s_{324}$	-10.1800	49.6000	-12.8700	10.7000	-13.4000	26.2000
$s_{334}$	-11.8000	46.8000	-21.1200	44.6000	-14.5200	19.9000
Poids	0.4	0.6	0.4	0.6	0.4	0.6

TABLE 2 – Tableaux de performances.

1<sup>er</sup> joueur :

Issues	Rangs
$s_{111}$	3
$s_{121}$	10
$s_{131}$	11
$s_{112}$	11
$s_{122}$	18
$s_{132}$	19
$s_{113}$	6
$s_{123}$	13
$s_{133}$	18
$s_{114}$	18
$s_{124}$	21
$s_{134}$	23
$s_{211}$	8
$s_{221}$	8
$s_{231}$	20
$s_{212}$	18
$s_{222}$	2
$s_{232}$	22
$s_{213}$	6
$s_{223}$	13
$s_{233}$	18
$s_{214}$	2
$s_{224}$	21
$s_{234}$	23
$s_{311}$	9
$s_{321}$	4
$s_{331}$	12
$s_{312}$	14
$s_{322}$	7
$s_{332}$	15
$s_{313}$	5
$s_{323}$	1
$s_{333}$	7
$s_{314}$	17
$s_{324}$	12
$s_{334}$	16

2<sup>me</sup> joueur :

Issues	Rangs
$s_{111}$	1
$s_{121}$	26
$s_{131}$	11
$s_{112}$	7
$s_{122}$	21
$s_{132}$	4
$s_{113}$	9
$s_{123}$	24
$s_{133}$	5
$s_{114}$	1
$s_{124}$	28
$s_{134}$	10
$s_{211}$	1
$s_{221}$	23
$s_{231}$	8
$s_{212}$	1
$s_{222}$	12
$s_{232}$	13
$s_{213}$	7
$s_{223}$	6
$s_{233}$	3
$s_{214}$	2
$s_{224}$	30
$s_{234}$	17
$s_{311}$	14
$s_{321}$	27
$s_{331}$	25
$s_{312}$	18
$s_{322}$	23
$s_{332}$	10
$s_{313}$	19
$s_{323}$	15
$s_{333}$	20
$s_{314}$	22
$s_{324}$	29
$s_{334}$	16

3<sup>me</sup> joueur :

Issues	Rangs
$s_{111}$	2
$s_{121}$	5
$s_{131}$	6
$s_{112}$	16
$s_{122}$	3
$s_{132}$	24
$s_{113}$	22
$s_{123}$	10
$s_{133}$	15
$s_{114}$	11
$s_{124}$	12
$s_{134}$	26
$s_{211}$	9
$s_{221}$	18
$s_{231}$	21
$s_{212}$	7
$s_{222}$	1
$s_{232}$	17
$s_{213}$	30
$s_{223}$	23
$s_{233}$	27
$s_{214}$	4
$s_{224}$	8
$s_{234}$	14
$s_{311}$	13
$s_{321}$	28
$s_{331}$	31
$s_{312}$	29
$s_{322}$	16
$s_{332}$	32
$s_{313}$	25
$s_{323}$	22
$s_{333}$	30
$s_{314}$	20
$s_{324}$	19
$s_{334}$	33

TABLE 3 – Rangements des issues.

# Bibliographie

- [1] K. Agha, A. Pujolle and G. Vivier, *Réseaux de mobiles et réseaux sans fil*, Eyrolles, 2002.
- [2] E. Altman, *Non zero-sum stochastic games in admission, service and routing control in queueing systems*, QUESTA, no. 23, vol. 3, pp. 259–279, 1996.
- [3] E. Altman and R. El-Azouzi, *La théorie des jeux non-coopératifs appliquée aux réseaux de télécommunication*, Technical report, INRIA, Avril 2007.
- [4] E. Altman, J. Galtier, C. Touati, *Utility based fair bandwidth allocation*, In : Proceedings of the IASTED International Conference on Networks, Parallel and Distributed Processing and Applications, Tsukuba, Japan, October 2002.
- [5] E. Altman, GM. Koole, *Stochastic scheduling games and Markov decision arrival processes*, Journal Computers and Mathematics with Applications, no. 6, vol. 26, pp. 141–148, 1993.
- [6] H.C Baba et K. Benhabib, *Algèbre I Rappels de cours et exercices avec solutions*, OPU, 1992.
- [7] M. Badji, *Routage dans les réseaux mobiles Ad Hoc*, Mémoire de Maîtrise en informatique. Université Laval, Québec, Canada, 2007.
- [8] I. Barany, J. Lee, et M. Shubik, *Classification of Two-Person Ordinal Bimatrix Games*, International Journal of Game Theory, no.21, 1992.
- [9] R. Battiti, M. Conti, E. Gregori, *Price-based congestion-control in Wi-Fi hot spots*, In : Proceedings of WiOpt 03. Sophia-Antipolis, France, pp. 3–5, March 2003.
- [10] S. Ben Mena, *Introduction aux méthodes multicritères d'aide à la décision*, Journal Biotechnologie, Agronomie, Société et Environnement, no. 2, vol. 4, pp 83-93, 2000.
- [11] D. Bouyssou et P. Perny, *Modéliser des préférences*, Tangente, l'aventure mathématique, no. 107, pp 10-13, 2005.
- [12] D. Bouyssou et P. Vincke, *Relations binaires et modélisation des préférences*, Hermès, pp 71-109, 2006.
- [13] K. Chait, *Le consensus dans les réseaux ad hoc*, Mémoire d'ingénieur en Informatique, Université de Béjaia, 2008.
- [14] J. B. Cruz et M. A. Simaan, *Ordinal Games and Generalized Nash and Stackelberg Solutions*, Journal Of Optimization Theory And Applications, no.2, pp.205-222, 2000.
- [15] S. Djahel, *Le routage OLSR et l'attaque du trou noir : Analyse et Détection*, Thèse de magister, université de Bejaia, Algérie, 2006.
- [16] R. El-Azouzi, E. Altman, *Constrained traffic equilibrium in routing*, IEEE Transactions on Automatic Control, no. 9, vol 48, pp. 1656–1660, 2003.

- [17] R. El-Azouzi, E. Altman, L. Wynter, *Telecommunications network equilibrium with price and quality-of-service characteristics*, In : Proceedings of the International Teletraffic Conference (ITC), Berlin, 2003.
- [18] R. Faure, B. Lemaire et C. Picouleau, *Précis de la recherche opérationnelle*, 6<sup>me</sup> édition, Dunod, 2009.
- [19] L. Frécon, *Eléments des mathématiques discrètes*, Presses polytechniques et universitaires Romandes, 2002.
- [20] A. Goel, D. Dutta, J. Heidemann, *Oblivious AQM and Nash equilibria*. In : *IEEE INFOCOM*, San Francisco, California, USA, 2003.
- [21] B. Guerrien, *La Théorie des Jeux*, Economica, 1997.
- [22] S. Hagggar, *Les protocoles de routage dans les réseaux Ad Hoc*, Mémoire de MASTER en Informatique, Université de Reims-UFR science, 21 juin 2007.
- [23] A. D. Irvine, *How Braess' Paradox solver Newcomb's problem*, International studies in the philosophy of science, no. 2, Vol 7, pp. 141-160, 1993.
- [24] H. Ji, C. Huang, *Non-cooperative uplink power control in cellular radio systems*, Wireless Networks, no. 4, vol. 3, pp. 233–240, 1998.
- [25] Y. Jin, G. Kesidis, *Equilibria of a noncooperative game for heterogeneous users of an ALOHA network*, IEEE Communication Letters, no. 6, vol. 7, pp.282–284, 2002.
- [26] H. Kameda, E. Altman, T. Kozawa, *A case where a paradox like Braess-s occurs in the Nash equilibrium but does not occur in the Wardrop equilibrium—a situation of load balancing in distributed computer systems*, In : Proceedings of IEEE CDC 99. Phoenix, Arizona, USA, December 1999.
- [27] H. Kameda, E. Altman, T. Kozawa, Y. Hosokawa, *Braess-like paradoxes in distributed computer systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, no. 45, vol. 9, pp. 1687–1691, 2000.
- [28] R. S. Komali, *Game-Theoretic Analysis of Topology Control*, doctorate thesis, Polytechnic Institute and State University, Virginia, July 2008.
- [29] YA. Korilis, A. Lazar, *Why is flow control hard : optimality, fairness, partial and delayed information*, CTR Technical Report, no.11, pp. 332-393,
- [30] Y. Korilis, A. Lazar and A. Orda, *Architecting non-cooperative networks*, IEEE Journal on Selected Areas in Communication, no. 13, vol. 8, 1995.
- [31] Y. A. Korilis, A. Lazar and A. Orda, *Avoiding the Braess paradox in non-cooperative networks*. Journal of Applied Probability, Vol 36, pp. 211–222, 1999.
- [32] Y. Korilis and A. Orda. *Incentive compatible pricing strategies for qos routing*. In : Proceedings of the IEEE INFOCOM-99, New York, 1999.
- [33] YA. Korilis, A. Lazar, *On the existence of equilibria in noncooperative optimal flow control*, Journal of the ACM, no. 42, vol. 3, pp. 584–613, 1995.
- [34] S. Konieczny, *Introduction à la théorie des jeux*, Notes de cours, Centre de Recherche en Informatique de Lens, Université d'Artois, 2002.
- [35] TV. Lakshman, M. Kodialam, *Detecting network intrusions via sampling : a game theoretic approach*, In : IEEE INFOCOM. San Francisco, California, USA, 2003.
- [36] P. Loridan, J. Morgan, *Weak via strong Stackelberg problem : new results*, Journal of Global Optimization, no. 8, pp. 263–287, 1996.

- [37] H. Man, Y. Li, and X. Zhuang, *Analysis of a multi-stream qos game for multi-path routing*, IEEE International Conference on Multimedia and Expo. (Beijing, China), pp. 1083–1086, July 2007.
- [38] Y. Masuda, *Capacity management in decentralized networks*, Journal of Management Science, no. 48, pp. 1628–1634, 2002.
- [39] L.Y. Maystre, J. Pictet, and J. Simos, *Méthodes multicritères ELECTRE*, Lavoisier, 1994.
- [40] P. Michiardi, R. Molva, *Game theoretic analysis of security in mobile ad hoc networks*, Technical Report rr-02-070, Institut Eurecom, France, April 2002.
- [41] A. Mishra, K. Nadkarni, A. Patcha and V. Tech, *Intrusion detection in wireless ad hoc networks*. IEEE wireless communications, no. 11, vol. 1, pp. 48-60, 2004.
- [42] B. Monjardet et E.J. Lagreze, *Modélisation des préférences et quasi ordre*, revue Mathématiques et sciences humaines, 62 : 5-10, 1978.
- [43] H. Moulin, *Théorie des jeux pour l'économie et la politique*, Hermann, 1981.
- [44] A. Orda, N. Rom, and N. Shimkin, *Competitive routing in multi-user communication networks*, IEEE/ACM Transaction on Networking, no. 1, pp. 614–627, 1993.
- [45] M. Patriksson, *The traffic assignment problem : models and methods*, The Netherlands : VSPBV, 1994.
- [46] M. Patriksson, L. Wynter, *Stochastic mathematical programs with equilibrium constraints*, European Journal of Operational Research, no, 25, pp. 159–67, 1999.
- [47] J. Pictet et D. Bollinger, *Aide multicritère à la décision*, Baurecht, pp. 63-65, 1999.
- [48] M.S. Radjef, *Cours de master 1 sur l'approche non cooperative de la théorie des jeux*, Departement Recherche Operationnelle Universite de A.Mira de Bejaia, 2010.
- [49] B. Roger and Myerson, *Game Theory : Analysis of conflict*, Cambridge, Massachusetts : Harvard University Press, 1991.
- [50] T. Roughgarden, *Selfish routing*, PhD thesis, Cornell University, 2002.
- [51] J. B. Rosen, *Existence and uniqueness of equilibrium points for concave n-person games*, Econometrica, no. 33, vol. 3, pp. 520-534, July 1965.
- [52] W. R. Rosenthal, *A class of games possessing pure-strategy Nash equilibria*, International Journal of Game Theory, no. 1, vol. 2, pp.65–67, 1973.
- [53] B. Roy et D. Bouyssou, *Aide multicritère à la décision : Méthodes et cas*, Economica, 1993.
- [54] CU. Saraydar, NB. Mandayam, D. Goodman, *Efficient power control via pricing in wireless data networks*, IEEE Transactions on Communications no, 50, vol. 2, pp. 291–303, 2002.
- [55] Srivastava et al, *Using Game Theory to Analyze Wireless Ad Hoc Networks*, IEEE Communications Surveys and Tutorials, no. 7, vol. 4, pp. 46-56, 2007.
- [56] J.F. Thisse, *Théorie des jeux : Une introduction*, DUNOD, 2003.
- [57] A. Urpi, M. Bonuccelli, S. Giordano, *Modeling cooperation in mobile ad hoc networks : a formal description of selfishness*, In : Proceedings of WiOpt-03. Sophia-Antipolis, France, pp. 3–5, March 2003.
- [58] D. Vanderpooten, *Aide multicritère à la décision : Concepts, méthodes et perspectives*, LAMSADE - Université Paris Dauphine, 2008.

- [59] JG. Wardrop, *Some theoretical aspects of road traffic research communication networks*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2, no. 1, pp. 325–378, 1952.
- [60] C. Xu, *Computation of noncooperative equilibria in ordinal games*, European Journal of Operational Research, no.122, pp.115-122, 2000.
- [61] H. Yaiche, R. Mazumdar, C. Rosenberg, *A game theoretic framework for bandwidth allocation and pricing of elastic connections in broadband networks : theory and algorithms*, IEEE/ACM Transactions on Networking, no. 8, vol. 5, pp. 667–78, 2000.
- [62] N. Yousfi, *Méthodes multicritères d'aide à la décision en présence d'une indétermination*, Mémoire de Magister, Université A. Mira de Béjaia, 2003.
- [63] M. Yildizoglu, *Introduction à la théorie des jeux*, DUNOD, 2003.

# *Résumé*

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés à l'étude des problèmes des réseaux Ad-Hoc par la théorie des jeux, en particulier, le problème de routage. L'objectif est d'exposer un modèle performant qui fournit une qualité optimale de transmission sous contrainte de consommation d'énergie.

Notre contribution est répartie en deux parties : La première partie consiste en la modélisation du problème de routage sous forme de jeu de congestion en prenant en compte, en plus du critère de la consommation d'énergie, le critère de débit de la transmission. La deuxième partie consiste à proposer une méthode de résolution qui consiste à ramener le jeu de congestion bi-critères à un jeu ordinal, et ceci en appliquant la méthode PROMETHEE II, puis proposer un algorithme de recherche d'équilibre ordinal non-coopératif.

**Mots clés :** Jeux de congestion, jeux ordinaux, jeux multicritères, réseaux Ad-Hoc, problème de routage, équilibre ordinal.

# *Abstract*

In this report, we are interested in studying problems of Ad-Hoc networks with game theory, in particular, the routing problem. The objective is to present a model that provided the highest quality transmission constrained energy consumption.

Our contribution is divided into two parts : The first part consists of modeling the routing problem as a congestion game by considering, in addition to the criterion of energy, the criterion of transmission rate. The second part consists in proposing resolution method which consists in transformation of the congestion game bi-criteria into an ordinal game, and this by applying the PROMETHEE II method, then propose an algorithm for finding ordinal non-cooperative equilibrium.

**Key words :** Congestion games, ordinal games, multicriteria games, Ad-Hoc networks, routing problem, ordinal equilibrium.