

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Abderrahmane Mira De Béjaïa



Faculté de Sciences Exactes

Département de Physique

Option : Physique des Matériaux et Nanocomposites

Mémoire de fin d'étude

En vue de l'obtention du diplôme de master

Thème :

*Etude de la conduction thermique dans
les matériaux poreux*

Réalisé par :

Sylia BELLAL & Karima LARFI

Membres de jury :

M. K. BOUFALA	M.C.A.	U.A/Mira de Béjaïa	Président
M ^{me} L. BOUCHARA	M.C.B.	U.A/Mira de Béjaïa	Examineur
M ^{me} O. MEZIANI	Professeur	U.A/Mira de Béjaïa	Rapporteur

Remerciements

Tout d'abord, louange à « Allah » qui nous a guidé sur le droit chemin tout au long du travail et nous a inspiré les bons pas et les justes reflexes. Sans sa miséricorde, ce travail n'aurait pas abouti.

En premier lieu, nous tenons à exprimer nos vifs remerciements et notre profond respect à notre promotrice madame *Ouerdia OURREAD MEZIANI*; Professeur au département de physique à l'université de Béjaïa, pour ce grand honneur qu'elle nous a accordé en acceptant de nous encadrer. Nous avons beaucoup admiré sa connaissance, sa rigueur dans le travail et nous avons beaucoup apprécié son sens élevé de l'écoute, sa simplicité et sa détermination pour un travail scientifique bien fait. Sa sympathie envers nous et sa détermination nous ont beaucoup touchés.

Nous tenons à remercier Monsieur *Khaled BOUFALA*, MCA au département de physique, qui nous a honoré en acceptant d'être président de ce jury ;

Nous remercions également Madame *Lydia BOUCHARA*, MCB au département de physique, pour avoir accepté la charge d'être l'examinatrice.

Nous n'oublions pas à remercier le Professeur *Bachir MEZIANI* pour son aide précieuse qui nous a facilité la tâche dans la réalisation de la partie numérique de ce mémoire.

En fin, nous remercions toute personne qui a contribué de près ou de loin à l'accomplissement de ce modeste travail.

Dédicace

Nous dédions ce modeste mémoire à :

Nos parents,

Nos frères,

Nos sœurs,

Nos amis,

Et à tous ceux qui nous sont chers et proches.

Karima & Sybilla

Sommaire

<i>Remerciements</i>	i
<i>Dédicace</i>	ii
<i>Sommaire</i>	iii

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I : Généralités sur les matériaux poreux

Introduction.....	2
I. Définitions	2
1. Un Pore.....	2
2. Distribution de la taille des pores	3
3. Un milieu poreux	3
4. Exemples de milieux poreux	3
a. Milieux poreux naturels :.....	3
b. Milieux poreux artificiels :.....	4
5. Classification des milieux poreux	4
II. Les matériaux poreux	5
III. Description d'un matériau poreux et théorie de la continuité.....	6
IV. Grandeurs caractéristiques des matériaux poreux.....	7
1. La porosité :.....	7
• La description géométrique de la porosité	8
2. Densité :.....	9
3. Aire spécifique :.....	9
4. Tortuosité :.....	10
5. Perméabilité :.....	10
6. La distribution des dimensions de grains et de pores :.....	11
V. Application sur un poreux	12
Conclusion	12
Bibliographie	13

Chapitre II : Les modes de transfert dans les matériaux poreux

Introduction.....	14
a) La conduction.....	14
b) Le rayonnement.....	15
c) La convection.....	15
I. DEFINITIONS.....	17
Système.....	17
Energie.....	17
• <i>Transport</i>	18
• Stockage :.....	18
• Transfert.....	18
• Conversion.....	18
Notion de Température.....	18
• Gradient de température :.....	18
• Flux de chaleur.....	19
Formulation d'un problème de transfert de chaleur :.....	19
• Bilan d'énergie.....	19
• Expression des flux d'énergie.....	20
II. Les modes de transferts dans les matériaux poreux.....	22
1. Conduction thermique.....	22
2. Rayonnement.....	23
3. Convection.....	24
III. Etude de la conduction dans les matériaux poreux.....	24
La conduction thermique. Loi de Fourier.....	24
IV. Interprétation microscopique de la conduction & du rayonnement dans les matériaux poreux.....	26
1. Propagation de la chaleur par les phonons (transfert conductif).....	26
a) L'étude des vibrations du réseau et la notion des phonons :.....	26
b) Contribution des phonons à la chaleur spécifique.....	28
c) Expression théorique de la conductivité thermique.....	29
2. Influence de la porosité sur la conductivité thermique.....	33

3. Propagation de la chaleur par rayonnement.....	34
a) Effet du rayonnement dans le solide.....	34
b) Effet du rayonnement dans les pores.....	36
Conclusion.....	36
Références.....	38

Chapitre III :

Analyse des modes de transfert thermiques dans les matériaux poreux

Introduction.....	39
1. Etude de la conduction.....	40
• Introduction.....	40
• Les différents travaux réalisés.....	40
• Conclusion.....	40
2. Rayonnement.....	41
• Introduction.....	41
• Les différents travaux faits.....	41
• Conclusion.....	42
3. L'analyse du couplage conductivité/rayonnement :.....	42
• Introduction.....	42
• Les différents travaux étudiés.....	42
• Conclusion.....	45
4. Convection.....	45
• Introduction.....	45
• Les études faites sur la convection.....	45
• Conclusion.....	47
Conclusion.....	47
Références.....	48

Chapitre IV :

Résolution numérique de l'équation de chaleur dans un milieu poreux

Introduction.....	50
I. Formulation du problème.....	50

II. Méthode de résolution numérique.....	52
• Schéma d'Euler explicité.....	53
• Schéma d'Euler implicite	53
• Schéma de Crank-Nicholson.....	53
III. Résultats et Discussion :.....	53
Conclusion	61
Références	62
Conclusion générale	63

Introduction générale

Dans ce mémoire de master, nous nous sommes intéressées à l'étude des différents modes de transferts thermiques dans les matériaux poreux.

Dans les deux premiers chapitres, nous avons défini les pores, les milieux poreux, les matériaux poreux, et nous avons cité les différents modes de transfert de chaleur « conduction, rayonnement, convection » qui s'y effectuent dans les matériaux en général et dans les matériaux poreux en particulier. Nous avons conclu que pour faire une étude complète sur les transferts thermiques dans les matériaux poreux, il faut tenir compte de ces trois modes de transfert sans exception.

Ensuite, dans le troisième chapitre, nous avons analysé les différents modes de transferts thermiques dans les matériaux poreux et la place qu'ils occupent dans la recherche à travers le classement des travaux effectués dans ce domaine dans l'ordre chronologique. Nous avons conclu que le mode mixte (couplage) conducto-radiatif est le mode qui a suscité le plus d'études dans les matériaux poreux depuis les années 1600 vu que le champ de son utilisation surtout dans l'industrie est extrêmement large.

Au dernier chapitre, nous avons traité un modèle numérique du transfert thermique (simulation). En Effet, nous avons résolu l'équation de la diffusion thermique (équation de la conduction) dans les milieux poreux. Nous nous sommes intéressées à l'évolution de la chaleur (solution) pour les différents milieux poreux en faisant varier la diffusivité thermique qui varie d'un milieu poreux à un autre. Nous avons aussi étudié la solution de l'équation de la chaleur pour les différentes conditions aux limites en utilisant le Schéma de Crank-Nicholson qui nous a permis d'avoir plus de précision et d'exactitudes. Nous avons observé que ces conditions aux limites n'ont pas d'influence sur le transfert thermique dans les milieux poreux.

Chapitre I :

Généralités sur les matériaux poreux

Introduction

On définit généralement un milieu poreux par un système de forme complexe possédant des cavités appelées pores. Ces cavités peuvent contenir une ou plusieurs phases liquides et/ou gazeuses.

On trouve de nombreux exemples de milieux poreux dans la vie courante : textiles, cuirs, papiers, tissus, matériaux de construction, isolants, sols, filtres, revêtements d'échangeurs, plats et légumes déshydratés, etc.

Les milieux poreux occupent une large gamme et jouent un rôle crucial dans de nombreux domaines industriels et phénomènes naturels, selon leur structure (forme et taille des grains et des pores de la matrice), ainsi que leur nature (propriétés physico-chimiques des matériaux constitutifs) ou leur échelles spatiales (plusieurs dizaines de kilomètres cubes pour les gisements d'hydrocarbures et les nappes d'eau souterraines, à quelques millimètres cubes pour certains types de membranes filtrantes). On cite au titre d'exemple d'application : le génie pétrolier, le génie chimique et l'électrochimie, l'hydrogéologie, la géothermie, le génie thermique, le génie civil, la médecine, la biochimie, l'agriculture...

Les milieux poreux sont l'objet de multiples phénomènes physico-chimiques et de transport. Comme pour tous les systèmes hétérogènes poly-phasiques, leurs propriétés sont évidemment fonction de la morphologie de la matrice et des phénomènes qui se développent et interagissent dans les différentes phases, ce qui rend le champ d'études des transferts de chaleur en milieux poreux particulièrement vaste.

Les éléments développés ici et dans le chapitre suivant qui traite les transferts thermiques, tentent simplement, après l'introduction des notions indispensables concernant les caractéristiques des milieux poreux, de constituer une synthèse et une initiation à d'autres études plus spécialisés.

I. Définitions

1. Un Pore

C'est une cavité fermée ou ouverte.

Dans ce dernier cas, elle est plus profonde que large.

Les pores peuvent être classés selon leur dimension à :

Diamètre des pores	Classe
< 2 nm	microporosité
de 2 à 50 nm	mésoporosité
> 50 nm	macroporosité

Figure I.1- Classification de la porosité selon l'IUPAC (KUCHTA)

2. Distribution de la taille des pores

C'est la répartition de la surface (ou du volume poreux) en fonction de la largeur des pores, c'est-à-dire leur répartition en fonction de leur largeur, qui peut être faite en considérant leur contribution, soit à la surface interne, soit au volume poreux.

3. Un milieu poreux

Un milieu poreux est un système multiphasique qui se compose d'une *matrice solide* et de son complément géométrique ; l'*espace poreux*. Ce dernier est un espace vide qui peut être occupé par un ou plusieurs fluides, reliés ou non, dispersés d'une façon régulière ou aléatoire.

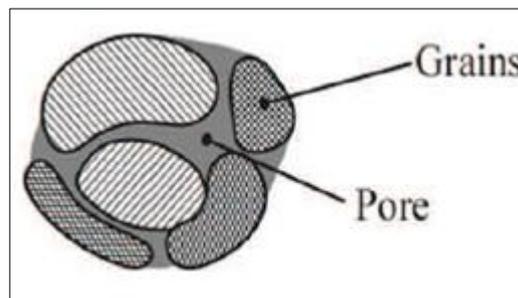


Figure I. 1- Représentation d'un milieu poreux (BERNI NADIR, 2012)

Les propriétés physiques de transport micro et macroscopiques de ce milieu poreux sont déterminées par l'interaction entre la structure géométrique et le fluide.

4. Exemples de milieux poreux

a. Milieux poreux naturels :

Dans la nature, les roches et les sols sont certainement les milieux poreux les plus exploités.

La porosité des roches est très variable selon les conditions de température et de pression lors de la formation et de l'évolution géologique. Les roches denses comme le granit ont des porosités inférieures à 2%. Au contraire, les roches volcaniques formées à la surface (faible pression) ont des porosités élevées à cause des processus de dégazage associés au refroidissement. Certaines roches atteignent ainsi une porosité de 60%. Les roches sédimentaires se sont formées à partir d'agglomération de grains cimentés entre eux. Les schistes argileux ont une porosité de l'ordre de 10 à 25%. Le grès, formé en général de grains de quartz, a une porosité qui dépend fortement du matériau de cimentation des grains (entre 10 et 45%). (BIR, 2008)

b. Milieux poreux artificiels :

Dans la fabrication des ciments et des bétons, et afin d'obtenir un matériau robuste ; il est nécessaire d'avoir une certaine porosité pour permettre un séchage lent et progressif. Généralement la valeur de la porosité d'un bon béton est comprise entre 6 et 10%.

Le contrôle de la structure poreuse (pores de diamètres compris entre 0.2 à 4 μ m) et de la porosité joue un rôle important dans l'industrie du papier. Selon les différentes méthodes de fabrication, on peut avoir un papier filtre avec une très bonne absorbance dont la porosité vaut 80%, ou au contraire un papier très « serré » et transparent comme le papier calque, possédant une porosité proche de 0%. (BIR, 2008)

5. Classification des milieux poreux

La matrice solide d'un milieu poreux peut être :

- *Consolidée* : quand l'espace poreux est creusé dans la matrice solide. Dans ce cas, la matrice solide compacte ne peut pas se diviser en grains ou fibres (roches calcaires, béton, grès, argiles, bois, céramiques, poudres frittées, tissus végétaux et animaux...).
- *Non consolidée* (granulaire) : la phase solide est formée d'un empilement de grains ou de fibres non soudés entre eux (graviers, sables, limons, billes de verre et d'acier, matériaux divers...) ; les billes de verre sont notamment très utilisées en laboratoire pour étudier les phénomènes de transfert en milieu poreux.

Une structure poreuse peut être, « fermée » lorsque les pores ne sont pas reliés entre eux (le verre cellulaire), ou « ouverte » lorsque les pores sont reliés entre eux et forment des canaux très fins (brique, béton).

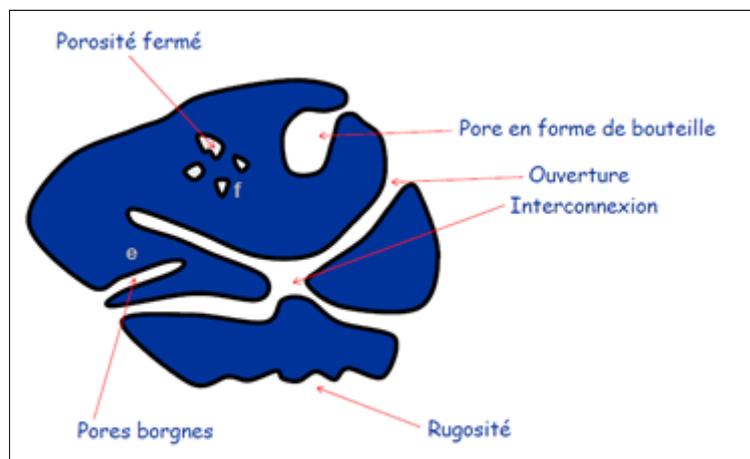


Figure 1. 2- Types de porosité

Lorsque la structure est ouverte, elle permet, l'absorption d'eau dont les canaux se comportent comme des tubes capillaires (*matériaux capillaires*), la progression de la vapeur (*matériaux perméables à la vapeur d'eau*) et le passage de l'air (*matériaux perméables à l'air*).

II. Les matériaux poreux

Les matériaux acoustiques destinés à la réduction des nuisances sonores (fréquences comprises entre 20 Hz et 20 kHz) sont souvent des matériaux poreux : ils sont composés d'un solide et d'air qui peut ou non circuler librement.

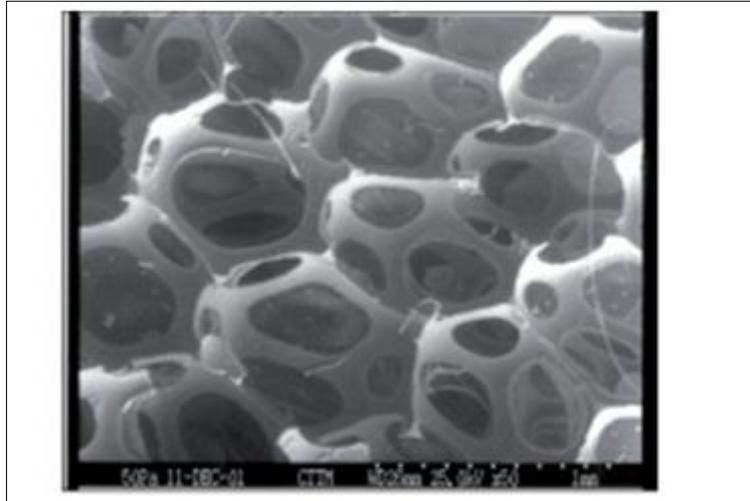


Figure I. 3- Matériaux poreux de synthèse : mousse à pores ouverts (LES MATERIAUX, 2010)

Les matériaux fibreux (tissus, laines naturelles, minérales ou métalliques...), les mousses polymères à cellules ouvertes, les agglomérats granulaires (sable, neige, revêtements routiers poreux, déchets de pneu...), les végétaux (arbustes, gazon, paille...) sont autant d'exemples tant naturels qu'artificiels de matériaux poreux.

Certains tissus biologiques, tels les os (figure ci-dessous), peuvent également être considérés comme des matériaux poreux et étudiés comme tels, notamment du point de vue de la modélisation, avec des objectifs d'applications (contrôle ultrasonore de l'ostéoporose par exemple).

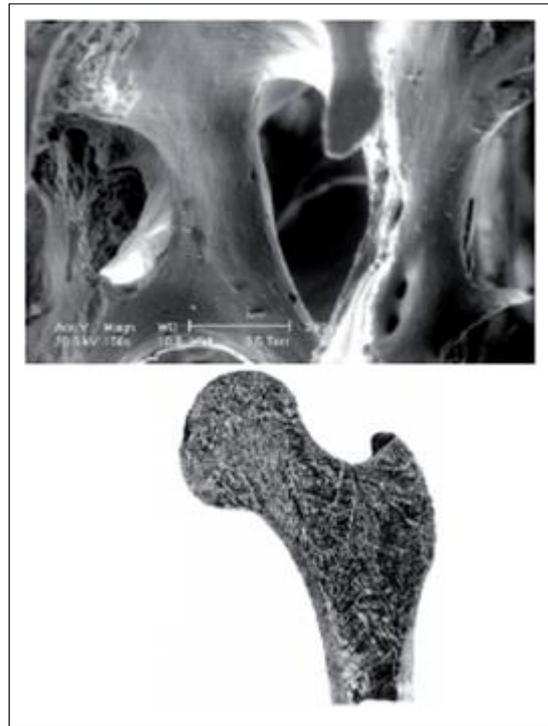


Figure 1. 4- Matériau poreux naturel : os trabéculaire (LES MATERIAUX, 2010).

Ho Ba Tho, UTC-CNRS UMR 6600.

III. Description d'un matériau poreux et théorie de la continuité

La distribution des pores dans les milieux poreux naturels est d'une extrême complexité. Autrement dit, ils possèdent des pores de formes et de tailles irrégulières. A l'échelle du pore, ce système peut être décrit théoriquement. Mais lorsque la taille du système augmente, cette description s'avère très délicate. Par conséquent, la théorie de la continuité vient pour présenter une approximation du système plus simple à traiter.

Dans cette théorie le système en question est remplacé par un système continu dans lequel les propriétés physiques le décrivant varient continument dans l'espace. L'hypothèse sous-jacente est qu'un système physique réel qui présente des variations très rapides à petite échelle peut être approximé par un système dans lequel l'évolution spatiale des propriétés étudiées est suffisamment régulière pour permettre l'utilisation du calcul différentiel pour décrire les processus s'y déroulant.

Dans la présentation continue des milieux poreux, la valeur d'une variable physique en chaque point résulte d'une moyenne de la propriété physique réelle sur un volume élémentaire représentatif. Les dimensions d'un tel volume sont généralement grandes par rapport à la taille du grain mais petites par rapport à la longueur caractéristique sur laquelle les quantités considérées varient.

IV. Grandeurs caractéristiques des matériaux poreux

Les phénomènes qui se développent dans les milieux poreux varient selon la géométrie de la matrice. Cette dernière est caractérisée par un certain nombre de grandeurs moyennes, géométriques ou statistiques.

1. La porosité :

Selon le glossaire international d'hydrologie, la porosité peut être définie comme étant la propriété d'un milieu, d'un sol ou d'une roche de comporter des pores, c'est à dire des vides interstitiels interconnectés ou non. Elle peut être exprimée comme étant le rapport du volume de ces vides au volume total du milieu.

Puisqu'il s'agit d'un rapport de mêmes propriétés, la porosité n'a pas d'unités et elle est souvent exprimée en pourcentage.

La porosité peut être sous deux formes. La porosité **d'interstice** (figure a), et la porosité de **fissure** (figure b).

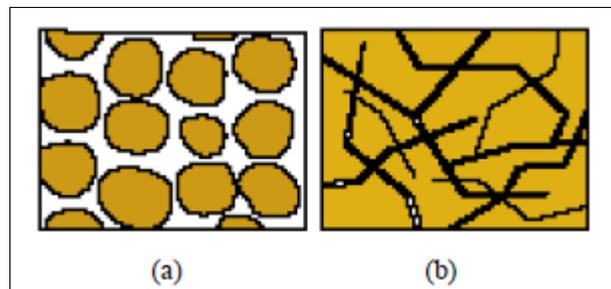


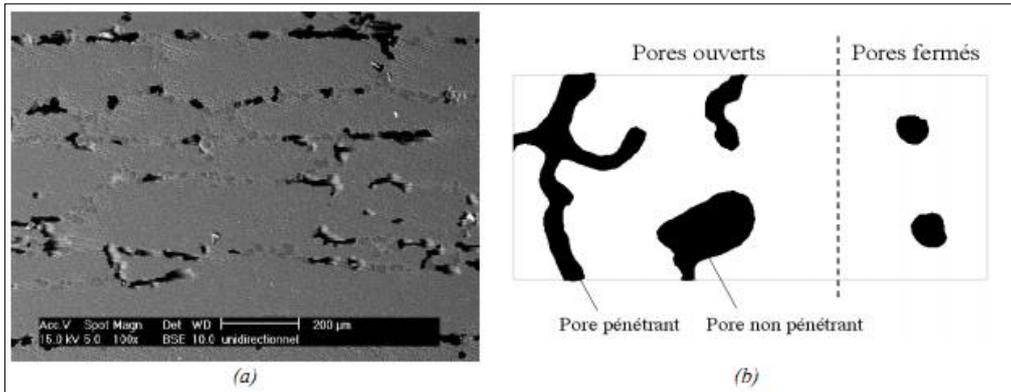
Figure 1.5- Les deux types de la porosité ¹

La porosité est donc définie à la fois comme une propriété caractéristique d'un milieu poreux et comme un paramètre qui l'exprime quantitativement (rapport de volumes, sans dimension).

D'après cette définition, il est possible de se représenter le défaut de porosité dans un matériau composite comme étant de très petites cavités emprisonnant à priori de la matière gazeuse (tâches noires sur la figure (a)), on distingue deux catégories de pores représentés sur la figure (b) : (SASSANE, 2008)

- Les porosités **ouvertes** composées de vides inter-communicants connectés à la partie extérieure du matériau, exemple : les bétons et les briques.
- Les porosités **fermées**, isolées à l'intérieur du matériau et ne permettant aucune perméabilité, exemple : le verre cellulaire.

¹ Salazar, 2006



Les pores pénétrants sont des pores ouverts qui ont la particularité de relier au moins deux faces du matériau poreux.

- La description géométrique de la porosité :

La *porosité* paramètre principal qui décrit un milieu poreux. Elle est définie par,

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_0} = \frac{\text{volume des pores}}{\text{volume total}}$$

Qui varie donc entre 0 (solide plein) et 1 (volume complètement vide). Ce paramètre de porosité est complémentaire de la *fraction volumique de solide f* telle que, (BIR, 2008)

$$\varepsilon + f = 1$$

Sachant que

$$V_0 = V_p + V_s = \text{volume des pores} + \text{volume du solide}$$

Et

$$\frac{V_0}{V_0} = 1 = \frac{V_p}{V_0} + \frac{V_s}{V_0} = \varepsilon + f$$

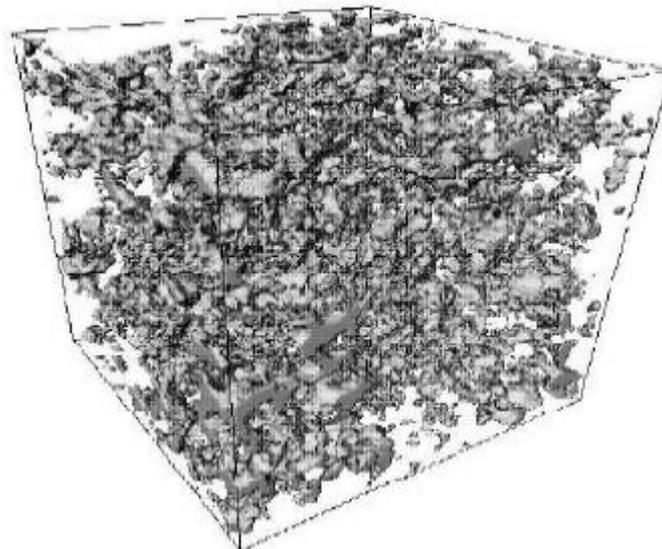


Figure I. 7- Espace des pores d'un grès de la mer du Nord² (BIR, 2008)

² Donnée Statoil

La définition de la porosité citée ci-dessus est tridimensionnelle. Elle peut être transposée à un rapport de surfaces. En effet, une coupe d'un échantillon poreux montre une surface composée de deux phases. On définit alors la porosité surfacique (à deux dimensions) par :

$$\varepsilon_s = \frac{A_p}{A_0} = \frac{\text{surface des pores}}{\text{surface total}}$$

Pour chaque section effectuée à la côte z , on peut mesurer l'aire $A_p(z)$ occupée par les pores. Si le milieu est homogène (donc la porosité surfacique ne dépend pas de la côte z), on peut écrire que cette aire vaut $\varepsilon_s \cdot A_0$ où A_0 est l'aire totale de la section. A partir de ces mesures, on peut calculer le volume des pores de l'échantillon (BIR, 2008) par,

$$V_p = \int A_p(z) dz = A_0 \varepsilon_s \int dz = \varepsilon_s V_0$$

Par conséquent, on obtient une égalité entre la porosité volumique et la porosité surfacique :

$$\varepsilon_s = \varepsilon$$

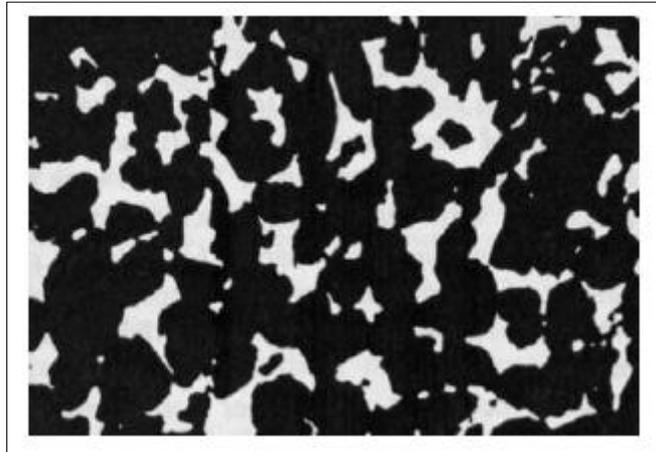


Figure 1. 8- Exemple de coupe d'un poreux (grés) (BIR, 2008)

La définition de la porosité peut être également appliquée à une dimension, en introduisant une *porosité linéique* ε_L calculée par des mesures de longueurs de segments occupés par le solide ou le vide.

Si le matériau est homogène et isotrope, on peut montrer (BIR, 2008) que,

$$\varepsilon = \varepsilon_L = \varepsilon_s$$

2. Densité :

La densité globale $\rho_b (kg/m^3)$, représente le rapport entre la masse totale du matériau M_T sur le volume totale V_T (eau, air et solide) (BIR, 2008) :

$$\rho_b = \frac{M_T}{V_T}$$

3. Aire spécifique :

Comme la porosité, la surface spécifique est une propriété géométrique importante du milieu poreux. On peut définir la surface spécifique α comme le rapport entre l'aire de la surface totale de l'interface fluide-solide A (la surface interne des pores) et le volume de l'échantillon V (BIR, 2008). Soit :

$$\alpha = \frac{A}{V}$$

Cette grandeur joue un rôle important dans les problèmes d'échange de chaleur entre le contenu des pores et la matrice solide.

4. Tortuosité :

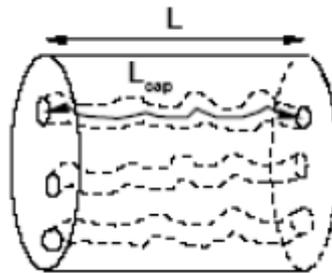
La tortuosité τ , peut être définie simplement dans le cas où le milieu poreux étudié se modélise sous la forme d'un réseau de capillaires ondulés (la figure ci-dessous), comme le rapport de la distance parcourue par le contenu poreux L_{cap} (longueur moyenne des lignes) sur la longueur du matériau L . D'autres auteurs définissent la tortuosité comme le carré de ce rapport (BIR, 2008).

Soit :

$$\tau = \left(\frac{L_{cap}}{L} \right)$$

L_{cap} : Longueur moyenne des lignes.

L : Longueur du milieu.



On note que $L_{cap} \geq L$, donc $\tau \geq 1$. Dans ce cas les tuyaux capillaires sont rectilignes, On obtient $L_{cap} = L$ donc $\tau = 1$.

Plus τ est grand plus le milieu est "tortueux", il joue un rôle important dans les problèmes de diffusion (DELACHE, 2005).

5. Perméabilité :

La perméabilité est la propriété d'un corps poreux de se laisser traverser par les fluides. Cette constante caractéristique d'un milieu poreux est liée à la forme des grains et à la porosité. Cette grandeur est déterminée généralement par des mesures expérimentales.

Il y'a des relations qui donne la perméabilité K en fonction de la porosité ε et d'une dimension caractéristique de la matrice solide à l'échelle du pore. On note notamment :

La relation ci-dessous donne une estimation satisfaisante de K dans le cas d'un empilement de grains de formes à peu près identiques et dont la distribution des tailles des grains n'est pas trop éloignée d'une taille moyenne D :

$$K = \frac{\varepsilon^3 D^2}{36C_0 (1 - \varepsilon)^2}$$

C_0 est un coefficient de forme, il est compris entre 3.6 et 5. Pour les grains sphériques il est égal à 4.8.

V dans ce cas représente le diamètre de la sphère.

Le modèle de faisceaux de tubes capillaires ondulés parallèles en moyenne à une direction donnée est donc fortement anisotrope (DELACHE, 2005) :

$$K = \frac{\varepsilon D^2}{32 \tau}$$

τ : Tortuosité des tubes capillaires ondulés.

D : Diamètre des tubes.

Si le milieu est formé de trois ensembles de capillaires perpendiculaires deux à deux (et donc relativement isotrope), la perméabilité sera réduite d'un facteur 3. On peut faire l'estimation suivante (DELACHE, 2005) :

$$K = \varepsilon \frac{D^2}{96 \tau}$$

6. La distribution des dimensions de grains et de pores :

Des moyens spécifiques de mesure associés aux méthodes de l'analyse statistique sont souvent mis en œuvre pour caractériser les distributions de tailles des particules (courbe granulométrique) ou des pores (courbe porosimétrique). Aussi bien pour distinguer que pour caractériser les différents milieux, on peut ainsi définir : taille médiane, taille moyenne, variance, dissymétrie, aplatissement et fonction d'autocorrélation de la distribution. Sur une courbe de porosi-métrie type, on distingue parfois : les macropores de diamètre équivalent $d \geq 300 \mu\text{m}$, les micropores $0.05 \leq d \leq 300 \mu\text{m}$, les nano-pores $d \leq 0.05 \mu\text{m}$ (SERGE BORIES).

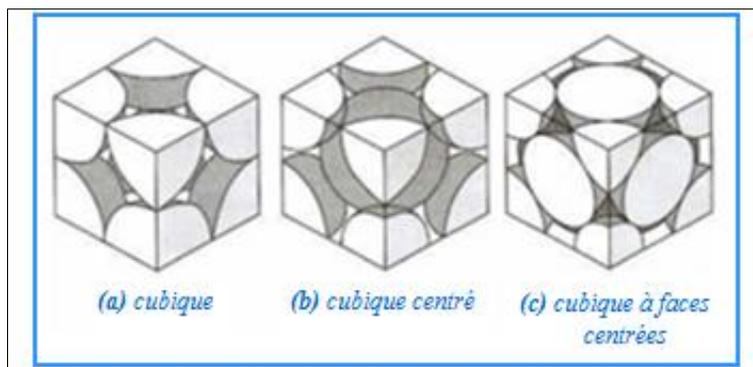


Figure I. 9- Arrangements réguliers de sphères de même diamètre (SERGE BORIES)

Comme dans le cas de la tortuosité, les méthodes utilisées pour effectuer ces caractérisations présupposent cependant le choix de configurations ou modèles géométriques particuliers de grains ou de pores.

Les résultats des calculs effectués à partir de tels modèles géométriques, comme par exemple les empilements réguliers de sphères de même diamètre montrent que les paramètres de structure : porosité, surface spécifique et tortuosité, dépendent fortement de l'arrangement et de la taille des grains (SERGE BORIES).

On trouve ainsi, pour la porosité : $\varepsilon = 0,476$ dans le cas de l'arrangement cubique, $\varepsilon = 0,32$ dans le cas cubique centré et $\varepsilon = 0,26$ dans le cas cubique à face centrée. En ce qui concerne la surface spécifique, elle varie comme $1/r$ pour l'empilement cubique, c'est-à-dire de façon inversement proportionnelle au rayon r des sphères. En l'occurrence, elle est donc d'autant plus grande que le milieu est plus divisé. (SERGE BORIES)

Dans la pratique, les édifices réels de grains se distinguent cependant des arrangements théoriques de sphères, par le fait que tous les grains voisins ne se touchent pas. Cette situation conduit évidemment à des valeurs de ϵ , α et τ généralement différentes de celles des empilements modèles.

V. Application sur un poreux

A partir du terme « solide », on entend un groupement de molécules ou d'atomes en mouvement restreint ayant un chemin de percolation continu des deux coté de l'échantillon. Au titre d'exemple, un gel polymérique est pris comme un solide, vu qu'une molécule polymérique tenue aléatoirement ne peut pas atteindre tout l'espace en raison de sa coordination. Un verre, même s'il est défini comme « un liquide sous-refroidi figé », constitue un solide. Cependant, les molécules d'eau d'un béccher peuvent occuper tout l'espace par le mouvement brownien, elles constituent alors un liquide. La suspension colloïdale, tandis qu'elle est composée de deux phases solide et liquide, ne constitue pas un milieu poreux par absence de chemin de percolation solide continu. En revanche, la présence du chemin de percolation dans un empilement de billes donne lieu à un milieu poreux.

La majorité des caractéristiques d'un matériau poreux à l'échelle macroscopique (isolation thermique ou phonique, résistances mécaniques) sont régies par la taille, la forme et le nombre, des pores ainsi que leur connectivité.

Conclusion

Dans cette partie, on a défini les matériaux poreux comme étant des systèmes interfaciaux, polyphasiques, et nous avons introduit les caractéristiques principales qui les définissent.

Afin d'améliorer la compréhension des différents modes de transfert thermiques dans les matériaux poreux - qui présente l'objet de cette étude et qui seront développés dans les chapitres suivant- ; on a introduit dans ce premier chapitre un certain nombre de notions de base qui semblent être nécessaires et indispensables pour n'importe quelle étude ou recherche concernant des sujets ayant relation avec les matériaux poreux.

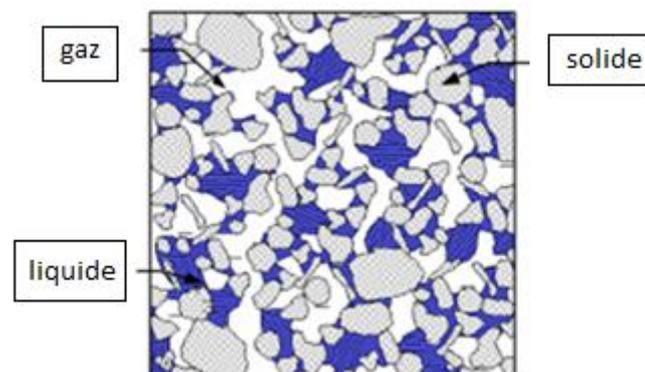


Figure I. 10- Exemple de structure poreuse (coupe 2D) (JAFEL, 2006)

Bibliographie

- BERNI Nadir, O. Y. (2012). *Étude numérique d'un écoulement dans un milieu poreux*. Mémoire de Master, Université de Ouargla, 13.
- BIR, M. S. (2008). *Ecoulement au travers les milieux poreux. Approche stochastique*. Mémoire de magistère, Université de Tizi Ouzou , 45-49.
- DELACHE, A. (2005). *Etude analytique et numérique des instabilités spation temperelles des écoulements de convection mixte en milieux poreux : comparaison avec l'expérience* . Thèse de Doctorat.
- JAFFEL, H. (2006). *Caractérisation multi-échelles de matériaux poreux en évolution : cas du plâtre*. thèse de doctorat , école polytechnique Paris, 13.
- Les matériaux*. (2010). Le livre blanc de l'acoustique en France, 74.
- SASSANE, N. (2008). *Modélisation du transfert de chaleur lors de l'écoulement d'un fluide à l'intérieur d'une paroi poreuse*. Mémoire de magistère, Université de Skikda, 6-10.
- Serge BORIES, e. M. (s.d.). *Transferts de chaleur dans les milieux poreux*. CNRS, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.

Chapitre II :

Les modes de transfert dans les matériaux poreux

Introduction

Pour comprendre les mécanismes physiques mis en jeu dans les transferts thermique et d'apprécier l'importance de ces transferts de chaleur dans les problèmes industriels, environnementaux et économiques, nous devons répondre à trois questions :

1. Qu'est-ce qu'un transfert de chaleur ?
2. Comment la chaleur est-elle transférée ?
3. Pourquoi est-ce important de l'étudier ?

Un transfert de chaleur ou transfert thermique est une interaction énergétique qui résulte d'une différence de température entre deux corps.

On distingue habituellement trois modes de transfert de chaleur :

1. La conduction thermique ou diffusion thermique
2. Le rayonnement thermique
3. La convection

Ces trois modes sont régis par des lois spécifiques et feront ainsi l'objet de ce chapitre, cependant strictement parlant, seuls la conduction et le rayonnement sont des modes fondamentaux de transmission de la chaleur ; la convection, tout en étant très importante, ne fait que combiner la conduction avec un déplacement de fluide. Il faut quand même savoir qu'une situation particulière ne peut être concernée par qu'un seul mode : le plus souvent deux sinon trois modes entrent en jeu. Il est donc très important de poser correctement les problèmes pour prendre en compte ces différents mécanismes. Nous définissons ces modes de façon générale, sans trop rentrer dans les détails, pour le moment, comme suit :

a) La conduction

La conduction est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur (ou l'échange d'énergie interne) provoquée par la différence de température entre deux régions

d'un milieu solide, liquide ou gazeux ou encore entre deux milieux en contact physique. (Gradient de température dans un milieu).

Dans la plupart des cas on étudie la conduction dans les milieux solides, puisque dans les milieux fluides (c'est-à-dire liquide ou gazeux), il y a souvent couplage avec un déplacement de matière et donc mécanisme de convection.

La conduction est le seul mécanisme intervenant dans le transfert de chaleur dans un solide homogène, opaque et compact.

La conduction s'effectue de proche en proche :

Si on chauffe l'extrémité d'un solide il y a transfert progressif.

Si on coupe le solide, on stoppe le transfert.

Exemple : Barre de métal chauffée à l'une de ces extrémités.

On comprend donc intuitivement que la conduction a une origine microscopique. Il s'agit d'un mécanisme de diffusion de la chaleur.

b) Le rayonnement

Le rayonnement thermique peut être considéré comme un cas particulier du rayonnement électromagnétique. L'exemple le plus simple est celui du rayonnement solaire.

Le rayonnement thermique est le mode de transmission par lequel la chaleur passe d'un corps à haute température à un autre plus froid sans nécessité de support matériel. C'est donc le seul mode de transfert de chaleur qui peut se propager dans le vide.

Le rayonnement thermique ne diffère des autres ondes électromagnétiques, comme les ondes hertziennes par exemple, que par son origine : la température. En effet tout corps rayonne tant que sa température est différente de 0°K.

c) La convection

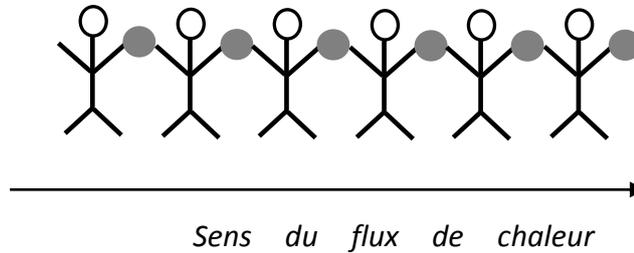
La convection est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide gazeux ou liquide (écoulement) et échange avec une surface qui est à une température différente.

Exemple : C'est ce qui se passe le long d'un radiateur. L'air froid s'échauffe au contact avec le radiateur, se dilate et monte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Il est alors remplacé par de l'air froid et ainsi de suite ; il y a existence de courants de fluide dans l'air ambiant.

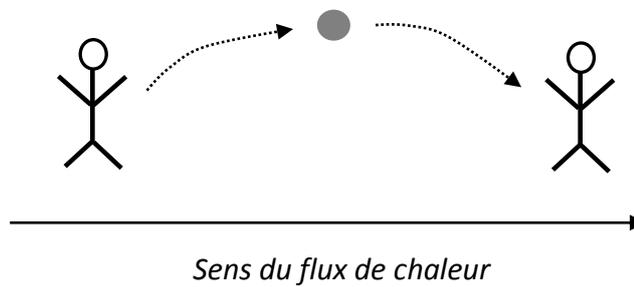
On distinguera la convection *forcée* (due à l'action d'une pompe, ventilateur...) de la convection *naturelle* dans laquelle le mouvement du fluide est créé par des différences de densités, elles mêmes provoquées par des différences de température.

On peut schématiquement représenter les transferts de chaleur comme ci-dessous :

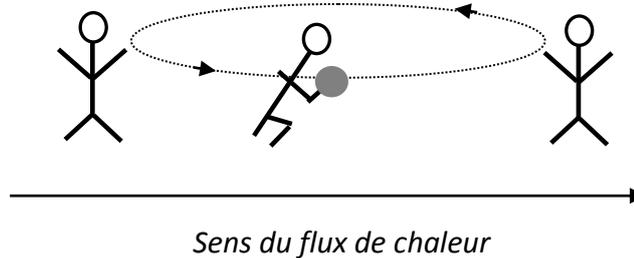
Conduction



Rayonnement



Convection



Les différents modes sont régis par des équations qui nous permettent d'évaluer la température en chaque point et à chaque instant dans le système qu'on étudie.

Généralement, dans les solides, le transfert de chaleur fait intervenir la conduction et le rayonnement. La conduction comporte deux contributions. D'une part, Les électrons qui se déplacent dans le solide participent au transport d'énergie thermique. D'autre part les mouvements vibratoires des atomes peuvent être décrits par des ondes élastiques auxquelles on associe des quasi-particules : les phonons. Quant au rayonnement, il est associé à des quasi-particules appelées des photons quantifiant l'énergie électromagnétique. Le transport d'énergie thermique dans les solides est donc assuré par les électrons, les phonons et les photons.

Avant d'aborder les différents modes de transfert dans les matériaux, nous avons besoin de définir quelques éléments essentiels pour la compréhension de ce phénomène.

I. DEFINITIONS

Systeme

La thermodynamique, comme toute autre branche de la physique, met en cause dans ses principes des propriétés attachées à la matière et leur évolution au cours du temps. Ceci s'appliquant à n'importe quel système matériel il convient alors de le situer. La description thermodynamique d'un système a donc comme premier impératif de préciser deux régions : le système étudié et ce qui lui est extérieur (son environnement). On définit alors la frontière surface fermée de l'espace et la nature des échanges entre le système et son environnement au travers de cette frontière. Ainsi, les systèmes thermodynamiques sont classés en trois catégories que distinguent les échanges avec l'extérieur :

- les systèmes isolés n'échangent ni matière ni aucune forme d'énergie ;
- les systèmes fermés échangent de l'énergie, mais pas de matière ;
- les systèmes ouverts échangent matière et énergie.

Un système complexe pourra être décomposé en sous-systèmes plus simples et il conviendra de préciser la nature des échanges entre les sous-systèmes élémentaires.

Energie

C'est la force en action que l'on fournit à un système matériel pour le transformer. On rencontre l'énergie sous différentes formes : énergie mécanique (potentielle : relative à la position ou cinétique : relative à la vitesse), énergie chimique (moléculaire par liaisons entre atomes, de mélange par interaction entre molécules), énergie électrique (par séparation de particules chargées de signes opposés), énergie magnétique (par mouvement de particules chargées), énergie rayonnante (accélération de particules chargées), énergie nucléaire (interaction entre nucléons au sein d'un noyau), énergie thermique (agitation désordonnée des molécules, c'est une forme dégradée de l'énergie). Il existe de nombreuses possibilités de transformations ou de conversions avec des rendements associés entre les diverses formes d'énergie. Par exemple, dans un moteur à combustion interne la combustion du carburant avec l'oxygène de l'air (énergie chimique) va produire une augmentation de la température des gaz de combustion (énergie thermique) qui vont subir une augmentation de pression et une expansion volumique (énergie mécanique). L'énergie thermique, ou chaleur, est notée Q . En s'intéressant plus particulièrement à l'énergie thermique des actions volontaires ou involontaires sont exercées sur cette énergie :

- *Transport*

C'est le déplacement dans l'espace d'une quantité d'énergie. Par exemple, on dispose d'une quantité d'eau chaude en un lieu que l'on déplace à travers un réseau de conduites pour l'amener dans un autre lieu afin d'assurer un moyen de chauffe.

- **Stockage :**

C'est le déplacement dans le temps d'une quantité d'énergie. Par exemple, la quantité d'eau chaude précédente est obtenue par chauffage de nuit au moyen d'un thermoplongeur électrique et elle est utilisée de jour.

- **Transfert**

C'est le passage d'une quantité d'énergie d'un milieu matériel (solide liquide ou gazeux) à un autre milieu matériel. Notre eau chaude, par l'intermédiaire du radiateur (échangeur de chaleur), transfère son énergie à l'air environnant.

- **Conversion**

C'est le passage d'une forme d'énergie à une autre. Par exemple la transformation de l'énergie électrique en énergie thermique par l'intermédiaire de l'effet Joule dans la résistance du thermoplongeur.

Notion de Température

La notion de température dérive des sensations de froid et de chaud que donne le toucher, il s'agit donc d'une notion très subjective. Il faut donc définir une grandeur (la température) dont l'évolution produit différents phénomènes tels que des variations de longueur ou de volume. La température est une grandeur repérable et non mesurable (l'égalité et la comparaison entre deux températures ont un sens ; on ne peut définir d'opération à partir de la température du type additivité). On repère alors la température en mesurant l'effet produit par sa variation sur le corps étudié. C'est le principe du thermomètre : la variation de la hauteur de mercure est reliée à la variation de température correspondante. Le thermomètre ainsi formé doit permettre de définir la température d'autres corps. Ceci est possible grâce à la notion fondamentale d'équilibre thermique : Lorsque l'on place deux objets, l'un chaud, l'autre froid, dans une enceinte qui n'échange pas avec le milieu extérieur (on a donc affaire à un système isolé), le corps chaud se refroidit tandis que le corps froid se réchauffe et ce jusqu'à un état d'équilibre pour lequel les températures des deux corps s'égalisent. Si l'un est un thermomètre, on a ainsi déterminé la température de l'autre corps. Les températures des deux corps n'étant pas égales, un flux de chaleur apparaît qui persiste jusqu'au moment où le système atteint l'équilibre thermique.

L'étude des transferts thermiques se fait via l'évolution de la température dans l'espace et dans le temps $T = T(x, y, z, t)$. On distingue deux régimes thermiques, un régime permanent ou stationnaire qui est traduit par un champ de température indépendant du temps donc qui ne dépend que des variables d'espace, $T = T(x, y, z)$ et un régime variable ou transitoire où le champ de température est une fonction de l'espace et du temps, $T = T(x, y, z, t)$ (JANNOT, 2012).

- **Gradient de température :**

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est

maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température (JANNOT, 2012):

$$\overrightarrow{\text{grad}} T = \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n} \quad (1)$$

Avec : \vec{n} vecteur unitaire suivant la normale.

$\frac{\partial T}{\partial n}$ Dérivée de la température le long de la normale.

- Flux de chaleur

Une variation de température conduit à un transfert d'une quantité de chaleur. On appelle *flux de chaleur* la quantité de chaleur transmise à travers une surface S par unité de temps (JANNOT, 2012):

$$\varphi = \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

Où φ est le flux de chaleur [w], c'est la chaleur transmise à travers S par unité de temps.

Si en plus, on divise le flux de chaleur par la surface d'échange on obtient la *densité de flux* de chaleur (JANNOT, 2012):

$$\phi = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \quad (3)$$

Qui n'est que la chaleur transmise par unité de temps et de surface.

S : aire de la surface de transfert [m²].

ϕ : densité de flux de chaleur $\left[\frac{W}{m^2}\right]$

Formulation d'un problème de transfert de chaleur :

- Bilan d'énergie

Il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être (JANNOT, 2012):

φ_{st} flux de chaleur stocké

φ_g flux de chaleur généré

φ_e flux de chaleur entrant

φ_s flux de chaleur sortant dans le système (S)

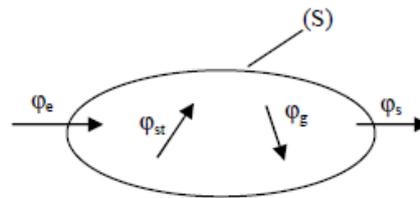


Figure II. 1- Système et bilan énergétique

On applique alors le premier principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st} \quad (4)$$

- Expression des flux d'énergie

Ensuite on établit les expressions des différents flux d'énergie concernant le mode de transfert thermique en question. On remplace ces expressions dans le bilan d'énergie, afin d'obtenir l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

➤ Les différents modes de transfert sont :

a) Conduction

La conduction résulte du « chocs » à l'échelle moléculaire et atomique. Elle va donc être très liée à la structure et à l'organisation du matériau. C'est un phénomène très analogue à la conduction de l'électricité. Il s'agit d'un transfert d'énergie à petite échelle, dans un corps localement au repos. On parlera de conducteur ou d'isolant de la chaleur. Elle est décrite par la loi de Fourier (1807).

La conduction est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

La théorie de la conduction reposant sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température (DAÏAN, 2013) :

$$\vec{\varphi} = -\lambda S \overrightarrow{grad}(T) \quad (5)$$

Ou sous forme algébrique :

$$\varphi = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (6)$$

Avec :

- φ Flux de chaleur transmis par conduction [W]
- λ Conductivité thermique du milieu [W m⁻¹ °C⁻¹]
- x Variable d'espace dans la direction du flux [m]

S Aire de la section de passage du flux de chaleur [m²]

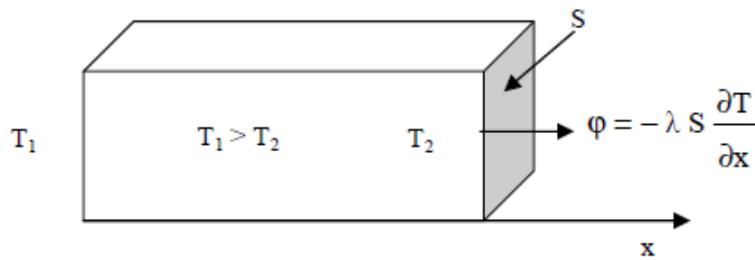


Figure II. 2- Schéma du transfert de chaleur conductif

b) Rayonnement

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide).

La matière émet des ondes électromagnétiques qui dépendent de la température. Il s'agit d'une onde électromagnétique et qui donc ne nécessite aucun support matériel pour se propager. Outre le rayonnement thermique dont la bande de longueur d'onde va de l'ultraviolet à l'infrarouge long. Ce mode de transfert est décrit par la loi de Stefan (1879).

Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation :

$$\phi = \sigma \epsilon_p S (T_p^4 - T_\infty^4) \tag{7}$$

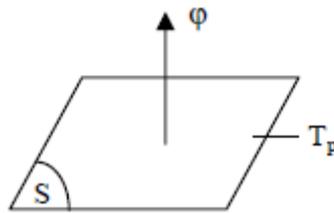


Figure II. 3- Schéma du transfert de chaleur radiatif

Avec :

- φ Flux de chaleur transmis par rayonnement [W]
- σ Constante de Stefan [5,67.10⁻⁸ W m⁻² K⁻⁴]
- ε_p Facteur d'émission de la surface
- T_∞ Température de la surface [K]
- T_p Température du milieu environnant la surface [K]
- S Aire de la surface [m²]

c) Convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et une matière, l'énergie étant transmise par déplacement de la matière. Cette propriété macroscopique est décrite par la loi de Newton (1701). On distingue deux types de convection : « la convection forcée » dans laquelle le

fluide est mis en mouvement par un apport d'énergie mécanique extérieur (pompe, ventilateur, ...) de « la convection naturelle » dans laquelle le fluide prend, en son sein, l'énergie nécessaire au mouvement (variation de masse volumique associée à une variation de température par exemple).

Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :

$$\varphi = hS(T_p - T_\infty) \quad (8)$$

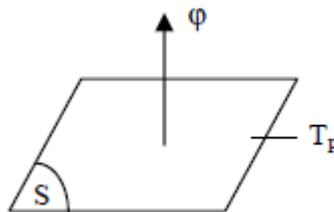


Figure II. 4- Schéma du transfert de chaleur convectif

φ Flux de chaleur transmis par convection [W]

h Coefficient de transfert de chaleur par convection [$\text{W m}^{-2}\text{°C}^{-1}$]

T_p Température de surface du solide [°C]

T_∞ Température du fluide loin de la surface du solide [°C]

S Aire de la surface de contact solide/fluide [m^2]

II. Les modes de transferts dans les matériaux poreux

La partie préliminaire évoquée au-dessous consacrée aux notions essentielles concernant les lois usuelles de différents transferts thermiques joue un rôle interminable au lecteur légitimement soucieux afin d'entrer au plus vite dans le vif de l'étude.

Un matériau poreux est décrit comme un milieu constitué de plusieurs phases dont au moins une est fluide. Les cavités (vides) formées par les phases fluides sont appelées pores et la phase solide, la matrice. Entre ces différentes phases, règnent plusieurs échanges ou transferts de matière ou énergie. Le transfert thermique au sein de ces matériaux poreux se réalise selon trois « modes » se distinguant par les phénomènes physiques mis en jeu.

Dans ce qui suit, on traitera les trois phénomènes fondamentaux de transfert pouvant se produire en matériaux poreux :

1. Conduction thermique

Le transfert thermique conductif dans les matériaux poreux résulte de la transmission de proche en proche de la chaleur par contact entre molécules d'une même ou de différentes phases. Le flux thermique φ est donc proportionnel essentiellement au gradient de température local à travers la conductivité thermique λ de la phase considérée.

Du point de vue du transfert par conduction, la majorité des matériaux poreux sont considérés comme des matériaux homogènes. Une conductivité thermique effective λ_{eff} est étroitement liée aux conductivités thermiques des phases en présence et aux caractéristiques morphologiques de la structure poreuse : $\lambda_{eff} = f(\lambda_s, \lambda_g, \varepsilon \dots)$

Un régime thermique permanent, auquel correspond une densité de flux thermique uniforme s'établit quand un gradient de température uniforme est imposé à un milieu poreux dont l'espace des pores est monophasique immobile et non réactif. On peut définir la conductivité thermique effective λ_{eff} en utilisant une relation semblable à la loi de Fourier pour les milieux homogènes, soit :

$$\vec{\varphi} = -\lambda S \overrightarrow{grad}(T) \quad (9)$$

2. Rayonnement

Le transfert thermique radiatif résulte de la propagation, à l'intérieur même du matériau, du rayonnement thermique émis aux limites du matériau poreux. Le transfert par rayonnement est important à des hautes températures. En outre, la propagation de ce rayonnement est largement réduite par la matrice solide agissant comme un bouclier ce qui fait que la contribution du rayonnement au transfert thermique reste généralement négligeable dans les matériaux de faible ou moyenne porosité ($\varepsilon \leq 0.9$). La propagation du rayonnement thermique est régie par l'Equation du Transfert Radiatif « ETR » décrivant la distribution directionnelle et spatiale de l'intensité $I(z, \mu)$ et qui s'écrit en (1D) :

$$\mu \frac{\delta I(z, \mu)}{\delta z} = -\beta_\lambda I_\lambda + (z, \mu) + \kappa_\lambda I_\lambda^0(T) + \frac{\sigma_\lambda}{2} \int_{-1}^1 \varphi_\lambda(\mu \rightarrow \mu) d\mu \quad (10)$$

Avec

β_λ , κ_λ , σ_λ et $\varphi_\lambda(\mu \rightarrow \mu)$ sont des propriétés radiatives équivalentes du matériau poreux définies pour chaque longueur d'onde du spectre.

L'Equation du Transfert Radiatif rend compte des phénomènes de diffusion, d'absorption, et d'émission de rayonnement par le milieu.

Le flux thermique radiatif dépend de l'intensité I par la relation suivante :

$$\varphi_r = \int_0^\infty \left(\int_{-1}^1 I_\lambda(z, \mu) \cdot \mu \cdot d\mu \right) \cdot d\lambda \quad (11)$$

En faisant la comparaison entre les trois modes de transfert dans les milieux poreux, on constate que le rayonnement est le mode le moins étudié. Cependant, au cours de l'élaboration des nouveaux matériaux : céramiques, fibres, frittés, et l'élargissement des gammes des températures d'utilisation de ces matériaux, on remarque l'accroissement des

activités de recherche dans ce domaine. On cite comme exemple l'étude du rayonnement dans les isolants poreux semi-transparents à forte porosité, qui a fait l'objet de nombreux travaux au cours de ces dernières années.

L'équilibre thermique du matériau poreux soumis à ces trois modes de transfert thermiques est régi par l'équation de l'énergie :

$$\rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla(\vec{\varphi}_t) = -\nabla(\vec{\varphi}_c + \vec{\varphi}_{conv} + \vec{\varphi}_r) \quad (12)$$

Néanmoins, pour de simplifier la comparaison entre différents matériaux, les professionnels de l'isolation font souvent appels à une unique propriété $k_{eq} (W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1})$, appelée « conductivité thermique équivalente », engendrant les contributions des différents modes de transfert suivant cette relation :

$$k_{eq} = \frac{\varphi_c + \varphi_r + \varphi_{conv}}{\Delta T} \cdot L \quad (13)$$

3. Convection

Ce mode de transfert, nommé convection thermique, résulte de la conduction thermique, et du transport d'énergie par les particules poreuses mobiles (particules fluides).

Le transfert thermique convectif se fait intervenir seulement dans les phases fluides et résulte des gradients thermiques locaux responsables des mouvements convectifs conduisant un transport d'énergie thermique.

On distingue deux catégories principales de transfert thermiques par convection en milieu poreux : la convection naturelle et la convection forcée. Entre ces deux situations extrêmes, on identifie la convection mixte, caractérisée par une contribution sensiblement équivalente des effets de convections forcée et naturelle au transfert de chaleur.

L'étude de la convection thermique en milieu poreux se trouve compliquée en raison de la nature essentiellement hétérogène de tels milieux.

Toutefois, pour la majorité des matériaux poreux utilisés dans le bâtiment et particulièrement pour les isolants thermiques, la taille des pores est tellement faible que les échanges thermiques convectifs sont négligeables.

III. Etude de la conduction dans les matériaux poreux

Dans cette partie, on se basera sur l'étude du mode de transfert de chaleur le plus utilisé sur le terrain : il s'agit du transfert par conduction dans les matériaux poreux, qu'on va traiter en adoptant la relation de Fourier.

La conduction thermique. Loi de Fourier

La conduction est le mode de transfert de l'énergie dû à l'agitation moléculaire par un échange thermique, elle se transmet vers les régions à basse température. Le gradient de

température est le facteur responsable de la conduction thermique. La loi de Fourier exprime la densité de flux d'énergie conductif $\vec{\phi}$ mesurée en $[J m^{-2} s^{-1}$ ou $W m^{-2}]$, tel que :

$$\vec{\phi} = -\lambda \vec{\nabla}(T) \quad (14)$$

où λ est la conductivité thermique $[J m^{-1} s^{-1} K^{-1}$ ou $W m^{-1} K^{-1}]$ de la substance considérée.

Contradictoirement aux phénomènes de transport dans les fluides, la conduction simule toutes les phases présentes dans un milieu poreux : solide de la matrice, liquides et gaz susceptibles de remplir l'espace poreux. Sachant que Chaque phase possède sa propre conductivité.

La relation indiquant la conservation s'applique particulièrement au transfert d'énergie sous forme de chaleur ; dans le cadre de la conduction pure, ayant lieu en milieu immobile et en l'absence de tous type de source d'énergie interne reliée à la dissipation, à des réactions chimiques ou au changement de phase, suivant cette relation :

$$\frac{du}{dt} + div \phi = C \frac{\partial T}{\partial t} + div \phi = 0 \quad (15)$$

En milieu de conductivité et de capacité thermique volumique, $C [J m^{-3} K^{-1}]$ est une constante,

la combinaison de La loi de Fourier pour la densité de flux d'énergie conductif et la relation précédente débouche sur « l'équation de la chaleur » gouvernant la variation spatio-temporelle de la température :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{C} div \vec{\nabla} T = \alpha \Delta T \quad (16)$$

Avec : $\alpha = \frac{\lambda}{C}$

où α est la diffusivité thermique qui s'exprime en $[m^2s^{-1}]$.

En régime stationnaire, l'équation de la chaleur se réduit à l'équation de Laplace , qui s'écrit

$$\Delta T = 0 \quad (17)$$

Ou

$$\sum_i \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} = 0 \quad (18)$$

La conservation de l'énergie implique de plus ; d'une part une contrainte portant sur la densité de flux et d'autre part une interface entre deux phases ayant des conductivités différentes: la composante normale $n\vec{\phi}$ indiquant la quantité d'énergie transférée à l'interface doit se conserver à sa traversée. Par conséquence,l'interface ne peut pas

accumuler de l'énergie. Cette condition joue formellement un rôle important dans les phénomènes de conduction en milieu composite, et en milieu poreux en particulier.

IV. Interpretation microscopique de la conduction & du rayonnement dans les matériaux poreux :

Dans les matériaux poreux (céramiques) à des températures ambiantes, les phonons participent principalement au transfert thermique. Les photons peuvent avoir un effet important à des hautes températures. Théoriquement, on détaillera le transfert thermique par les phonons, l'effet de la porosité et la contribution éventuelle du rayonnement sur la conductivité thermique des matériaux poreux. Finalement on présentera les différents modèles analytiques visant à prédire la conductivité thermique effective de matériaux poreux (NAITALI, 2005).

1. Propagation de la chaleur par les phonons (transfert conductif)

a) L'étude des vibrations du réseau et la notion des phonons :

Les atomes vibrent autour de leur position d'équilibre dans le cas de la matière cristallisée. Les vibrations de ces atomes sont couplées à celles de leurs voisins, vu qu'ils sont liés entre eux. En résolvant les équations du mouvement pour des ondes élastiques, les vibrations du réseau peuvent être exprimées. Les modes normaux se caractérisent par leur pulsation ω et vecteur d'onde k qui désigne la direction de propagation de l'onde tel que $k = 2\pi/\lambda$ où λ est la longueur d'onde associé.

La relation donnant ω en fonction de k se nomme relation de dispersion. Dans la région des grandes longueurs d'onde ($\alpha \ll \lambda$, où α est la distance interatomique) le milieu est considéré comme un continuum. Les oscillations du réseau sont assimilées à des ondes acoustiques, une relation linéaire lie ω à k avec $\omega = v_{\text{son}} k$, sachant que v_{son} est la vitesse du son dans le cristal.

A la diminution de la longueur d'onde, cette approximation n'est plus valable. Dans le cas d'une structure à maille monoatomique avec une force de rappel harmonique, la Figure II. 5 illustre les courbes de dispersion pour les valeurs de k comprises entre $-\pi/a$ et π/a . En effet, le sens physique de la relation de dispersion n'apparaît que dans la première zone de Brillouin (NATALI, 2005).

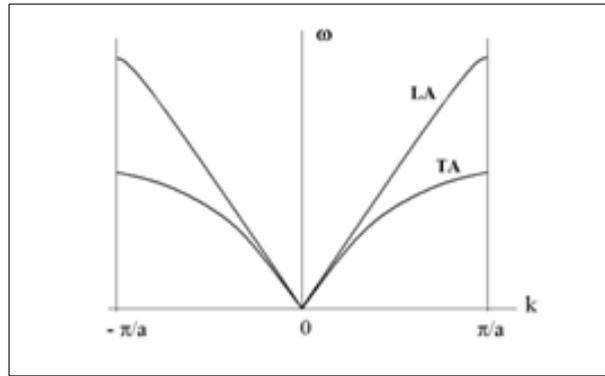


Figure II. 6 Pulsation en fonction du vecteur d'onde dans la première zone de Brillouin pour un réseau de maille monoatomique. TA : mode transversal acoustique, LA : mode longitudinal acoustique.

Pour le cas du réseau qui contient deux atomes de masses différentes par maille, on aura trois modes indépendants, dont un est longitudinal et deux sont transverses. Pour chacun des modes sont associés deux courbes appelées branches, la branche des phonons optiques aux fréquences élevées et la branche des phonons acoustiques aux basses fréquences. La Figure II.2 (NATALI, 2005) montre les courbes de dispersion dans un réseau cristallin à deux atomes par maille de masses différentes.

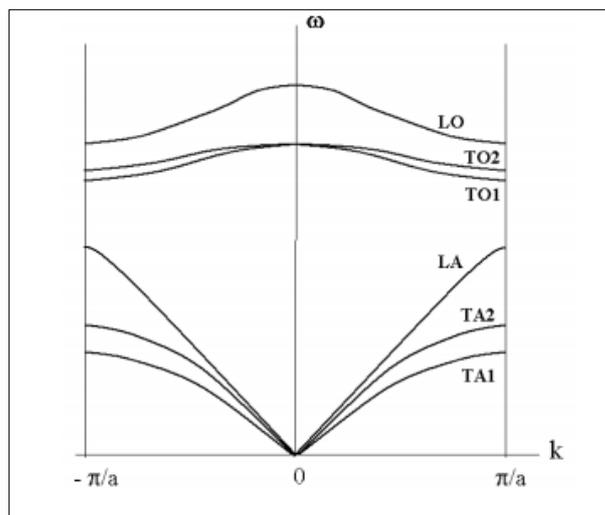


Figure II. 7- Courbes de dispersion dans un réseau comprenant deux atomes de masses différentes par maille

Dans le cas général d'un cristal constitué de p atomes par maille, on comptera branches acoustiques et 3(p-1) branches optiques (KITTEL, 2005).

En faisant une analogie aux photons quantifiant l'énergie d'une onde électromagnétique, les phonons quantifiant l'énergie des vibrations élastiques du réseau cristallin. Les valeurs d'énergie permises sont données par l'équation suivante (KITTEL, 2005) :

$$E = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \tag{19}$$

Avec $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, où h est la constante de Planck et n un nombre entier positif.

La théorie de vibration du réseau cristallin trouve son application dans le calcul de la chaleur spécifique distinguée par la caractérisation expérimentale de la conductivité thermique.

b) Contribution des phonons à la chaleur spécifique

La capacité calorifique à volume constant est définie par la relation suivante :

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v \quad (20)$$

Avec : T la température et U est l'énergie interne du réseau.

Dans un solide l'énergie interne est exprimée principalement sous deux formes : l'énergie cinétique des électrons et l'énergie thermique du réseau cristallin résultant des vibrations des atomes autour de leur position d'équilibre. Dans le cas des céramiques par exemple on ne s'intéresse qu'à la contribution des phonons.

L'énergie interne du cristal est donnée par la formule :

$$U = \int d\omega D(\omega) N(\omega) \hbar \omega \quad (21)$$

$N(\omega)$ est la population des phonons occupant le mode ω .

$D(\omega)$ indique la densité d'états vibrationnels à la pulsation ω .

A l'équilibre thermique, les phonons obéissent à la statistique de Bose-Einstein. Leur population, est donnée par la relation de Planck,

$$N(\omega) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} \quad (22)$$

Avec T la température absolue et k_B la constante de Boltzmann.

D'après l'approximation de Debye, le cristal est considéré comme un milieu continu, la vitesse des ondes élastiques dans le cristal est indépendante de la fréquence $\omega = v_{son} k$.

Soit $x = \frac{\hbar\omega}{k_B T}$ et θ_D la température de Debye définie par :

$$\theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k_B} = \frac{\hbar v_{son}}{k_B} \left(\frac{6\pi^2 N}{L^3} \right)^{1/3} \quad (23)$$

La relation ci-dessus signifie que la capacité calorifique varie en fonction de la température (Figure II. 8).

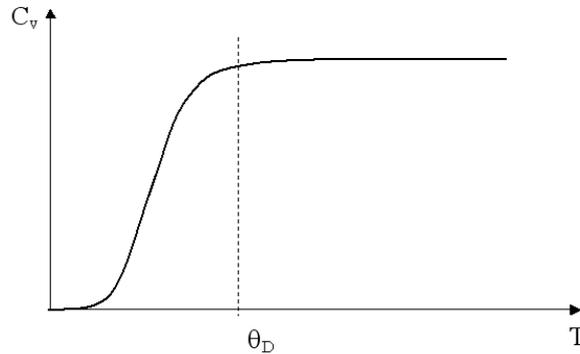


Figure II. 9- Variation de la capacité calorifique en fonction de la température

Cette capacité calorifique sera utile par la suite pour le calcul de de la conductivité thermique.

c) Expression théorique de la conductivité thermique

La conductivité thermique est défini par Fourier en 1822 par une loi empirique :

$$Q_x = -\lambda A \frac{dT}{dx} \tag{24}$$

- Où A est la section droite perpendiculaire au flux de chaleur.
- Q_x est le flux de chaleur dans la direction x .
- λ est la conductivité thermique dans la direction x .

Si le matériau est anisotrope, λ dépend de la direction du flux de chaleur.

Dans le cas des matériaux non métalliques, le flux de chaleur dans la direction x est la somme des énergies transportées par chaque mode de vibration.

$$q = \sum_{k,j} N_j(k) \hbar \omega_j(k) (v_j(k))_x \tag{25}$$

- $q = Q/A$ est la densité de flux thermique,
- $N_j(k)$ est la population des phonons à l'état j ,
- $(v_j(k))_x$ est la vitesse de groupe dans la direction x .

La conductivité thermique est alors exprimée sous la forme suivante : (COCHRAN, 1973), (Stiddard, 1975) :

$$\lambda = \frac{1}{3} \sum_{j,k} \tau_j(k) v_j^2(k) C_j(k) \tag{26}$$

τ_j est le temps de relaxation qui traduit le retour de $N(k)$ à sa position d'équilibre selon une loi exponentielle.

$C_j(k)$ correspond à la contribution à la chaleur spécifique volumique du mode ω_j .

En considérant la vitesse de groupe et le temps de relaxation indépendant de ω ; l'équation précédente se simplifie à :

$$\lambda = \frac{1}{3} \tau v^2 C \quad (27)$$

Avec $C = \sum_{k,j} C_j(k)$

En notant \bar{l} le libre parcours moyen des phonons (la distance moyenne parcourue par un phonon entre deux collisions successives). On a :

$$\lambda = \frac{1}{3} \bar{l} v C \quad (28)$$

Selon la théorie cinétique des gaz, cette équation exprime également la conductivité thermique d'un gaz parfait.

Sans tenir compte de la vitesse de groupe et le temps de relaxation Une équation plus générale de la conductivité thermique d'un solide est obtenue, on peut obtenir pour un solide une équation plus générale de la conductivité thermique :

$$\lambda = \frac{1}{3} \int_0^{\omega_D} c(\omega) v(\omega) \bar{l}(\omega) d\omega \quad (29)$$

$c(\omega)d\omega$ représente la contribution à la capacité calorifique des modes de vibrations dont la fréquence est comprise entre (ω) et $(\omega + d\omega)$.

$v(\omega)$ est la vitesse du son.

$\bar{l}(\omega)$ est le libre parcours moyen des phonons.

ω_D est la fréquence de Debye.

La conductivité thermique dépend fortement du libre parcours moyen des phonons. Ce dernier peut varier sur plusieurs ordres de grandeur suivant la température et la nature du matériau [$0.5nm^{-1}mm$], On détaillera alors en ce qui suit le libre parcours moyen contrôlé directement par les processus de diffusion des phonons. La diffusion des phonons dans les matériaux.

1. Interaction phonon-phonon

Le cristal peut être modélisé comme un ensemble d'oscillateurs harmoniques qui vibrent en phase. Mais le processus de conductivité thermique ne peut pas être expliqué avec ce modèle. Il faut alors prendre en considération le terme d'anharmonicité dû aux interactions qui se produisent entre phonons.

A la rencontre de deux photons, deux types de collisions peuvent en avoir lieu (Figure II. 10). Les processus dits normaux, avec conservation de l'impulsion et de l'énergie sont caractérisés par les équations suivantes. Les phonons se propagent à l'intérieur du réseau mais sans pouvoir établir localement un équilibre thermique.

$$\vec{k}_3 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 \tag{30}$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \tag{31}$$

On a accordé les indices 1 et 2 aux phonons incidents et l'indice 3 au phonon résultant de la collision.

Les phonons rétrodiffusés sont appelés « Umklapp » et ils sont caractérisés par les équations ci-dessous :

$$\vec{k}_3 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{G} \tag{32}$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \tag{33}$$

$|\vec{G}| = \pm 2\pi/a$ est le vecteur du réseau réciproque.

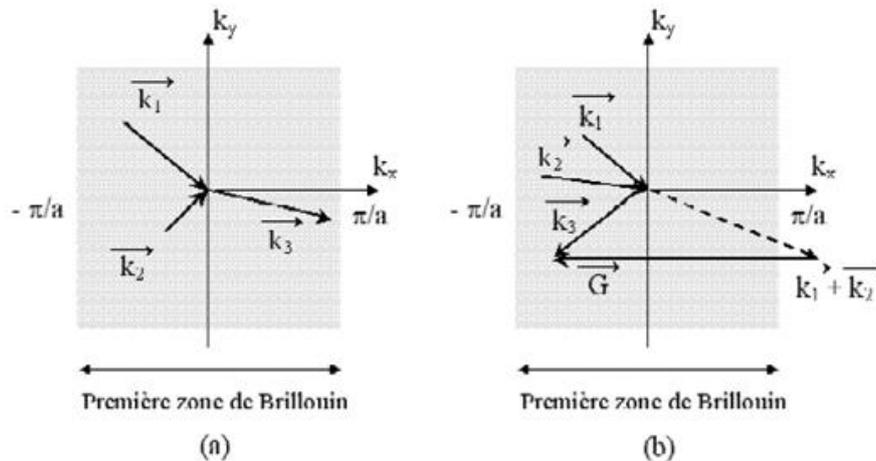


Figure II. 11- Mécanismes de collision entre phonons dans un réseau carré en deux dimensions. (a) processus normal (b) processus Umklapp

Les vibrations du réseau ne sont pas importantes à basses températures, donc les processus umklapp n'ont pas de grandes chances pour de se produire. Les dimensions du cristal limitent le libre parcours moyen des phonons. La conductivité thermique varie comme la chaleur spécifique en T^3 .

Quand les températures sont élevées, les processus umklapp sont le seul contributeur à la résistance thermique, la chaleur spécifique est constante, il en résulte donc que la conductivité thermique varie comme le libre parcours moyen en $(1/T)$. La Figure

suivante montre l'évolution de la conductivité thermique liée aux phonons en fonction de la température.

Si on veut discuter de sa conductivité thermique On doit tenir compte de la complexité du matériau. On cite comme exemple les céramiques qui sont dans la majorité des cas "des polycristallins". Par conséquent, la conductivité thermique totale du matériau décroît en présence de la porosité, les impuretés et les joints de grains.

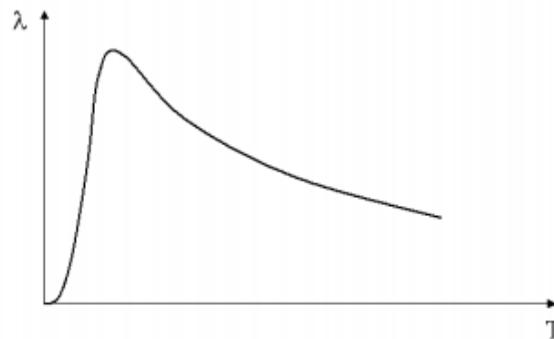


Figure II. 12- Conductivité thermique liée aux phonons en fonction de la température

2. Influence des impuretés et des joints de grains

Dans le cas d'un matériau réel, la température du pic de conductivité (Figure II. 9) est inférieure à celle du cristal idéal qui lui correspond, qui est due à la diffusion des phonons, par les impuretés, dislocations, les joints de grains, les défauts (lacunes, atomes en position interstitielles).

D'un point de vue microscopique, nombreuses approches essayent d'en trouver des explications pour le rôle des joints de grains. On n'évoquera que la théorie de Klemens qui s'applique dans la gamme de température $T > 300K$ (KEMENS, 1955). Le joint de grains est pris comme un plan de dislocations qui font diffuser les vibrations du réseau. Le libre parcours moyen la conductivité thermique s'en trouve réduit.

Une autre approche, macroscopique, permet la quantification d'effet des joints de grains sur la conductivité thermique. Nan et Birringer (C. Nan, 1998,) ont considéré que la conductivité thermique n'est affectée qu'au voisinage des joints de grains (Figure II. 13- (a)). Au niveau des joints, La discontinuité du réseau (Figure II. 14- (b)) se montre sous forme d'une résistance en série avec celle des grains, ce qui correspond au cas idéal présenté sur la Figure II. 15- (c) où on estime que le matériau est soumis à une différence de température à ces extrémités.

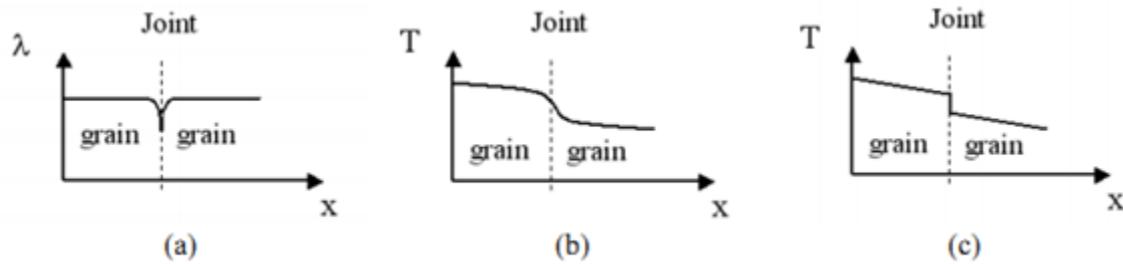


Figure II. 16- (a) Influence du joint de grains sur la conductivité thermique.
 (b) Perturbation du profil de température au joint de grains.
 (c) Modélisation du joint de grains par le modèle série.

Dans le cadre de cette recherche sur les matériaux poreux, l'influence de la résistance thermique des joints de grains sera prise en compte par une modulation de la valeur de la conductivité thermique du solide selon l'approche macroscopique de Nan et Birringer.

2. Influence de la porosité sur la conductivité thermique

La convection est négligeable dans la gamme de taille de pores $< 100\mu\text{m}$ et elle devient importante lorsque le nombre de Grashof $G_r > 1000$ qui traduit le rapport suivant (HOLMAN, 1981) :

$$G_r = \frac{g\beta\Delta T l^3 \rho^2}{\mu^2} \quad (34)$$

g : L'accélération de la gravité,

β : Le coefficient d'expansion volumique du gaz,

ΔT : Différence de température à travers le pore de dimension l .

ρ : La masse volumique

μ : La viscosité dynamique du gaz.

La convection devient non négligeable dans le cas où la taille de pores $> 10\text{mm}$, cela indique que les pores contiennent de l'air à la pression atmosphérique et que $\Delta T = 10^\circ\text{C}$.

D'une façon globale, la présence de pores dans un matériau emporte une décroissance de sa conductivité thermique. Les matériaux poreux sont considérés comme biphasés, composés du solide et du gaz.

On s'intéresse donc aux transferts thermiques dans les pores par conduction et ensuite par radiation. La conductivité effective d'un matériau poreux peut être évaluée dans des configurations particulières à l'aide de modèles analytiques. Pour cette raison il est nécessaire d'avoir une valeur numérique décrivant la conductivité thermique du gaz.

Quand les pores ont des petites dimensions, le libre parcours moyen dépend des chocs que subissent les groupements d'atomes sur les parois des pores, Ce qui entraîne l'indépendance du libre parcours moyen de la pression. La conductivité thermique du gaz dépend alors de la pression et de la température, cela est défini comme étant l'effet

Knudsen. On peut calculer pour le cas d'une lame de gaz d'épaisseur δ la conductivité thermique λ_g du gaz en fonction de la pression P par la relation :

$$\lambda_g = \frac{\lambda_{0,atm}}{1 + \chi \left(\frac{P_{atm}}{P} \right) K_n} \quad (35)$$

$\lambda_{0,atm}$ est la conductivité thermique du gaz à la pression atmosphérique déterminée lorsque le libre parcours moyen est fixé par les collisions entre les molécules.

P_{atm} est la pression atmosphérique et χ est un coefficient qui dépend de la nature du gaz et de l'échange d'énergie avec les parois des pores.

K_n est le nombre de Knudsen qui est le rapport du libre parcours moyen du gaz déterminé par l'équation ci-dessous sur l'épaisseur de la lame de gaz :

$$K_n = \frac{\bar{l}}{\delta} \quad (36)$$

En fin, la conductivité thermique du gaz peut être donnée en fonction de la pression, et de la température par la formule suivante : (E.LITOVSKY, 1996)

$$\lambda_g = \frac{\lambda_{0,atm}}{1 + C \left(\frac{T}{P\delta} \right)} \quad (37)$$

Avec $C = 2,5 \cdot 10^{-5} Pa \cdot m \cdot K^{-1}$ pour l'air.

Lorsqu'un pore est sphérique, la conductivité thermique du gaz, à la pression atmosphérique, dépend de sa conductivité qu'on détermine quand l'effet Knudsen est insignifiant (λ_0) et du diamètre des pores (d) qui intervient dans le nombre de Knudsen via les équations suivantes (EVANS, 1994)

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{1 + 2\beta K_n} \quad (38)$$

$$K_n = \frac{\bar{l}}{\delta} \quad (39)$$

Où β est un paramètre qui vaut 1,5 pour l'air.

3. Propagation de la chaleur par rayonnement

a) Effet du rayonnement dans le solide

Le transport radiatif d'énergie thermique dans les matériaux poreux est gouverné par des phénomènes de diffusion semblables à ceux montrés pour la conduction de la chaleur.

La contribution du rayonnement à la conductivité thermique, que l'on note $\lambda_{s,r}$ est donnée par la formule suivante : (H.J. LEE, 1976) .

$$\lambda_{s,r} = \frac{16}{3} \sigma n^2 T^3 \bar{l}_r \quad (40)$$

n : l'indice de réfraction du milieu,

σ : La constante de Stefan Boltzmann,

T : La température absolue et

\bar{l}_r : Le libre parcours moyen des photons.

La conductivité totale du solide est la somme des contributions du rayonnement et de la conduction, dont elle est défini par :

$$\lambda = \frac{1}{3} \bar{l} v C \quad (41)$$

Plus le milieu est transparent, (i.e. plus la valeur $\lambda_{s,r}$ est grande) plus le transfert de chaleur par les photons devient considérable. L'énergie émise est absorbée après des distances traversées de plus en plus longues. La radiation devient alors prépondérante.

Le libre parcours se décomposer en deux contributions. Le libre parcours moyen dû à l'absorption (\bar{l}_a) dont la valeur est fixée par la nature du solide et celui dû à la dispersion des photons (\bar{l}_d) qui est largement influencé par la microstructure. L'équation suivante lie \bar{l}_r à ces deux contributions.

$$\frac{1}{\bar{l}_r} = \frac{1}{\bar{l}_a} + \frac{1}{\bar{l}_d} \quad (42)$$

Le libre parcours moyen des matériaux polycristallins, ou qui contiennent des défauts ou des impuretés, diminue à cause de la dispersion, ce qui entraîne la diminution de \bar{l}_r aussi.

Le rayonnement n'a alors qu'une petite influence sur ces matériaux. Les pores de petites tailles que possèdent ce genre de matériaux participe de la même façon à inhiber (empêcher) la contribution du rayonnement sur la conductivité thermique globale du solide.

La *Figure II. 8* montre la variation de la conductivité thermique du solide en fonction de la température pour un monocristal et un échantillon polycristallin (F. R. CHARVAT, 1957).

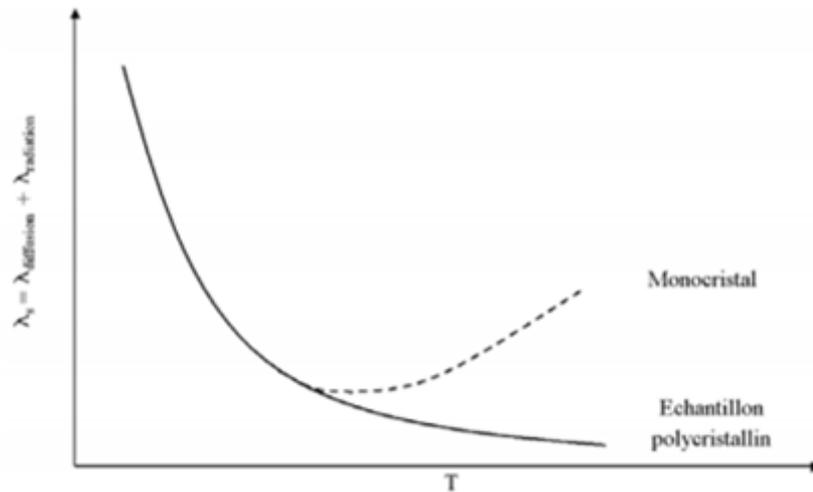


Figure II. 17- Variation de la conductivité thermique pour un monocristal et un échantillon polycristallin en fonction de la température

Parallèlement à cette contribution dans le solide, le rayonnement à travers les pores doit être pris en compte, surtout quand leur taille devient grande.

b) Effet du rayonnement dans les pores

Dans le cas des matériaux comportant une grande porosité et des tailles de pores qui dépassent à 100 microns (HELTE, 1993) on doit tenir compte du rayonnement intervenant à travers les pores. A la conductivité thermique du gaz due à la diffusion, déterminée par les équations de λ_g , vient s'ajouter une contribution radiative, qui peut être exprimée par la formule simplifiée suivante donnée par Kingery : (KINGERY, 1959).

$$\lambda_{p,r} = 4\varepsilon\sigma T^3 d \quad (43)$$

Où ε est l'émissivité des surfaces et d la taille caractéristiques des pores.

D'autres expressions permettent de prendre en compte la forme des pores. La conductivité thermique globale des pores est défini par une somme.

Conclusion

Au cours de cette étude, on a choisi un matériau (céramiques) qui présente des pores < à 100 μm . Ainsi, à température ambiante, le transfert thermique se réalise par la conduction dans les pores et dans la matrice solide. Dans le cas des solides, la conductivité thermique est dirigée par le libre parcours moyen des phonons, qui est influencé par les interactions du type phonons-phonons, à la présence des impuretés, des défauts et des joints de grains. Dans le cas des gaz existants dans les pores, la conductivité thermique dépend du libre parcours moyen des molécules ainsi de la taille des pores.

A des températures élevées, au-delà de 500 °C, le transfert thermique se fait par conduction et par rayonnement. La contribution du rayonnement à la conductivité thermique dépend des pores et de taille des grains.

Dans un matériau, la présence de pores entraîne une décroissance de la conductivité thermique effective, bien que cette diminution dépende aussi de la structure poreuse. On s'y intéresse à travers l'approche macroscopique, à la façon dont la forme et la distribution spatiale des pores dans le solide simule la conductivité thermique effective.

Références

- C. Nan, R. B. (1998,). *Determining the kapitza resistance and the thermal conductivity of polycrystals: A simple model.* . . Phys. Rev, 57 [14], 8264-8268.
- Cochran, C. (1973). *The dynamics of atoms in crystals.* 72-79.
- Daïan, J.-F. (2013). *Équilibre et transfert en milieux poreux.* 204-205.
- E.Litovsky, M. &. (1996). *Gas Pressure and Temperature Dependances of Thermal Conductivity of Porous Materials: Part 2, Refractories and Ceramics with Porosity Exceeding 30%.* J. Am. Ceram. Soc. , 79, 1366-1376.
- Evans, P. G. (1994). *An assessment of expressions for the apparent thermal conductivity of cellular materials.* J. of Mat. Sc. , 29, 2261-2273.
- F. R. Charvat, W. D. (1957). *Thermal conductivity: XIII, Effect of microstructure on conductivity of single-phase ceramics.* J. Am. Ceram. Soc., 40 [9], 306-315.
- H.J. Lee, R. (1976). *Thermal diffusivity of dispersed composites.* . J. Appl. Phys. , 47, 148-151.
- Helte, A. (1993). *Radiative and conductive heat transfer in porous media: Estimation of the effective thermal conductivity.* J. Appl. Phys. , 73 [11], 7167-7173.
- Holman, J. (1981). *Heat Transfer.* New York: 5th edition. McGraw Hill.
- JANNOT, Y. (2012). *Transferts thermiques.* Nancy: Ecole des Mines.
- Kemens, P. G. (1955). *The scattering of low-frequency lattice waves by static imperfection.* Proc. Phys. Soc, 1113-1128.
- Kingery, W. (1959). *Property Measurements at High Temperatures.* New York : John Wiley.
- KITTEL, C. (2005). *Introduction to solid state physics.* Wiley.
- NATALI, B. (2005). *Elaboration, caractérisation et modélisation de matériaux poreux. Influence de la structure poreuse sur la conductivité thermique effective.* Thèse de doctorat .
- Stiddard, M. H. (1975). *The element of language of solid state physics.* Academic press, 117-119.

Chapitre III :

Analyse des modes de transfert thermiques dans les matériaux poreux

Introduction

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressées aux phénomènes thermiques dans les milieux poreux en général et en matériaux poreux en particulier.

Un matériau poreux est un milieu constitué d'une matrice solide contenant des pores. Ces pores sont représentés par une grandeur caractéristique du milieu qui est la porosité. Ceci porte à croire que les phénomènes de transfert thermiques ne se déroulent pas de la même manière que dans un matériau ordinaire. Pour bien clarifier cette question, nous allons passer en revue quelques travaux élaborés sur ce thème.

L'étude des transferts thermiques a fait l'objet de plusieurs études et depuis plusieurs années. En effet, EURATOM a confié, en décembre 1966, à la société BERTIN et Cie et à la compagnie de SAINT-GOBAIN une étude qui constitue une première étape vers une majeure connaissance générale des transferts de chaleur en milieu poreux [commission européennes, 1975].

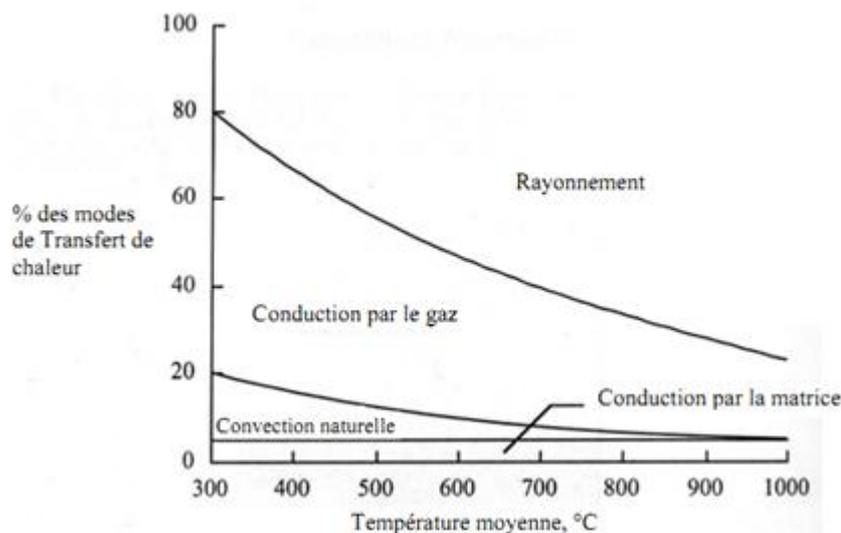


Figure III 1 Contribution des différents modes de transfert d'énergie dans les isolants fibreux sous pression atmosphérique (Hass et co-auteurs, 1997)

1. Etude de la conduction

- Introduction

Comme nous l'avons défini au deuxième chapitre, la conduction est un mode de transfert qui apparaît dans les milieux poreux et plus particulièrement dans les structures solides. Donc dans cette partie du chapitre 3, nous allons illustrer quelques travaux importants réalisés depuis quelques années. Nous nous sommes intéressés aux années comprises entre 1998 et 2012.

- Les différents travaux réalisés

La conductivité thermique est déduite [1] par minimisation de l'écart entre le modèle et la mesure de résistance. Les détails concernant cette technique sont reportés dans les travaux d'Asheghi et son équipe (1998, 2006).

Li et al. (2003) ont effectué des mesures expérimentales de conductivité thermique le long des nano fils de Silicium de section carrée ($Y=X$) de différentes dimensions variant de à 11520nm. Les mesures ont été effectuées avec un dispositif expérimental similaire à celui utilisé par Asheghi et co-auteurs.

Ensuite, Mazumder et Majumdar (2001), Chen et al. (2005) ont déterminé la conductivité thermique le long des nano fils de Silicium ayant les mêmes dimensions que dans l'expérience de Li et al. avec la méthode de Monte Carlo basée sur l'algorithme en régime transitoire.

En outre, Joseph HENON (2012) a considéré que la conductivité thermique dépend des conductivités respectives de la partie solide et de la phase gazeuse au sein d'un matériau poreux. L'étude de cette propriété nécessite de comprendre le transfert thermique au sein du solide, mais aussi l'influence de l'organisation spatiale de la porosité. Autrement dit ; La conductivité thermique d'un matériau poreux dépend de la composition de son squelette solide et de sa porosité. La taille des pores, leur forme, mais également la proportion et l'organisation du réseau poreux sont des paramètres importants. A température ambiante et pour des pores de taille inférieure à 4 mm, la conduction est le transfert thermique majoritaire.

- Conclusion

A partir de cette modeste analyse, nous déduisons que les premières études concernant la conduction thermique dans les matériaux poreux sont basées sur les techniques et les dispositifs expérimentaux permettant de la mesurer.

Au fil des années, et avec l'avancement des recherches ; cette étude a pris une nouvelle voie : il s'agit de trouver les facteurs influençant la valeur de la conductivité thermique. Les chercheurs ont cité parmi ces facteurs la porosité, la taille des pores et leurs formes...

2. Rayonnement

- Introduction

Comme nous l'avons déjà défini dans le chapitre précédant, le rayonnement est un mode de transfert thermique qui se montre dans les milieux poreux, notamment dans les structures solides. Nous illustrons quelques travaux importants effectués dans la période comprise entre 1960 jusqu'à 2008 suivant l'ordre chronologique.

- Les différents travaux faits

La théorie de transport du flux lumineux [2] révèle un outil très efficace quand il s'agit de modéliser l'interaction de la lumière avec un milieu diffusant. Cette méthode permet de définir l'équation de Transfert Radiatif (ETR) exprimant le bilan des flux lumineux qui se propageant à l'intérieur d'un volume élémentaire du milieu diffusant. L'équation de transfert radiatif a été développée, pour la première fois, par Chandrasekhar en 1960 afin de décrire la propagation du rayonnement dans les milieux interstellaires ainsi que pour décrire la propagation des neutrons dans des réacteurs (S. Chandrasekhar, 1960).

Selon Hervé Thierry KAMDEM TAGNE (2008), Le problème radiatif dans les milieux poreux semi-transparents est décrit ainsi par l'équation de transfert radiatif. Cette équation rend compte de la relation qui existe entre les différents phénomènes : émission du milieu, absorption et diffusion du rayonnement à chaque position le long de son parcours dans un milieu semi-transparent. L'établissement de l'équation de transfert radiatif dans les milieux isotropes est exposé dans de nombreux ouvrages : Chandrasekhar (1960), Ozisik (1973), Siegel et Howell (2002), et Modest (2003)].

À propos des principaux modèles de transfert thermique par rayonnement [3] dans les milieux poreux sont rappelés par Tong et Tien en 1980, ensuite par Baillis et Sacadura en 2000.

La modélisation du transfert de chaleur par rayonnement dans les milieux semi-transparents isotropes a fait l'objet d'une grande attention dans la communauté scientifique. Pour ces milieux, les propriétés radiatives sont indépendantes de la direction du rayonnement incident et le transfert radiatif est décrit par une équation de type intégro-différentielle. En 2002, Zhang et co-auteurs ont conclu que dans le cas des structures solides, la complexité de l'équation du transfert radiatif est accentuée en raison que les propriétés radiatives de ces milieux dépendent de la direction de propagation du rayonnement.

Après 9 ans et avec l'avancement des recherches ; Miloud Chahlaoui, (2011) a traité un sujet pour sa thèse dont son objectif est de proposer une modélisation du rayonnement thermique dans un réacteur nucléaire au cours d'un accident grave conduisant à la dégradation des crayons de combustible. Cette configuration géométrique constitue un milieu poreux complexe où la température peut dépasser 2000 K. Dans ces conditions, le rayonnement thermique constitue un mode de transfert déterminant au sein du milieu et il est indispensable de le modéliser dans le but d'estimer les températures et ainsi simuler l'ensemble des phénomènes physiques mis en jeu qui dépendent tous de la température.

La conductivité radiative est calculée à partir d'une méthode de perturbations appliquée à l'équation de transfert radiatif qui était résolue en 2008 par A.V. Gusarov après l'utilisation d'un développement d'une méthode analogue à l'ETR.

- Conclusion

A partir de cette analyse, nous avons déduit que la majorité des études concernant le mode de transfert thermique par rayonnement sont basées sur les propriétés radiatives des milieux poreux qui dépendent de la direction de propagation du rayonnement ainsi que le problème radiatif dans les milieux poreux semi-transparents qui est décrit par une équation de transfert radiatif (ETR).

Au cours des années de recherches et d'études ; l'équation de transfert radiatif a enfin eu une résolution à partir d'un développement de la méthode analogue à celle de l'ETR.

3. L'analyse du couplage conductivité/rayonnement :

- Introduction

Après avoir rassemblé les différents travaux effectués sur les deux premiers modes de transfert thermique qui apparaissent dans les milieux poreux ainsi que dans les structures solides, d'une manière que chaque mode est indépendant de l'autre ; dans cette partie, nous allons essayer de faire la combinaison de ces derniers modes nommée couplage : conduction et rayonnement, à travers l'illustration de quelques recherches et études réalisées, datées de 1679 jusqu'à 2013.

- Les différents travaux étudiés

Les études effectuées par : [Mathieu NIEZGODA](#), [Denis ROCHAIS](#), [Franck ENGUEHARD](#), [Benoit ROUSSEAU](#), et de [Patrick ECHEGUT](#) ; s'inscrivent dans le cadre d'un projet de modéliser le transfert thermique au sein de matériaux poreux multi constituants. Ils y intéressaient plus particulièrement à la méthode flash pour caractériser la diffusivité (conductivité) thermique effective des matériaux spécifiques . Les hémogrammes expérimentaux obtenus sur ces matériaux montrent clairement que la conduction n'est pas le seul mode de transfert thermique qui s'y opère. En effet, les phénomènes qui se produisent aux temps courts traduisent l'existence du transfert thermique par rayonnement.

La détermination de la conductivité thermique effective d'un échantillon est réalisée par un dispositif expérimental fondé sur la méthode flash [W. J. Parker, et al, 1679-1684](#), la modélisation de cette méthode dans un matériau poreux multicouche est présentée par la modélisation semi-analytique du transfert thermique couplé conduction-rayonnement.

Selon les recherches de [Jaona Harifidy RANDRIANALISOA](#) en 2006 ; Le rayonnement thermique est un mode de transfert d'énergie dans les milieux semi transparents. Ainsi, la modélisation du transfert radiatif dans ces milieux joue un rôle important dans de nombreuses applications technologiques telles que la télédétection de la surface d'océan, la surveillance en temps réel des processus de fabrication des matériaux par imagerie infrarouge, l'imagerie médicale, le traitement de matériaux ou encore l'optimisation des isolants thermiques.

Une bibliographie étendue du transfert radiatif dans les milieux dispersés a été réalisée par [Viskanta](#) et [Mengüç](#) en 1989, ainsi par [Baillis](#) et [Sacadura](#) en 2000. Un milieu dispersé est souvent considéré comme continu, homogène, absorbant et diffusant. L'étude du transfert radiatif dans ces milieux nécessite une bonne connaissance des propriétés radiatives caractéristiques du matériau et la résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR).

Depuis, de nombreuses années, beaucoup de travaux ont été menés sur la résolution des équations de transport. En effet, son importance dans le transport de photons, phonons, neutrons, ou électrons, non seulement dans les matériaux mais aussi dans le domaine de la météorologie et de l'astrophysique, a suscité l'intérêt des chercheurs. Les méthodes de résolution existantes sont diverses (Modest, 1993, Siegel et Howell, 1992), elles s'étendent des méthodes simples et rapides aux méthodes complexes et lourdes.

Depuis la fin XIX^{ème} siècle et le début du XX^{ème} siècle, l'étude des propriétés radiatives a suscité un grand intérêt, particulièrement pour la compréhension de la diffusion et de l'atténuation de la lumière par les particules comme le montrent les travaux de Rayleigh en 1899 et de Mie en 1908. Ces premiers travaux ont été généralement focalisés sur l'étude des particules sphériques et des fibres dans un environnement non absorbant. Plus récemment, l'étude des propriétés radiatives a pris une plus grande ampleur. Elle a été motivée par l'élaboration de nouveaux matériaux liée aux avancées technologiques (Howell et al., 1971, Brewster et Tien, 1982, Ishimaru et Kuga, 1982, Drolen et Tien, 1987, Cartigny et al., 1986, Kumar et Tien, 1990, Tancrez et Taine, 2004, Coquard et Baillis, 2004), et la nécessité de la compréhension des phénomènes de diffusion par des particules de forme arbitraire (Mischenko et al., 2000) et les particules dans un environnement absorbant (Mundy et al., 1974, Chylek, 1977, Boharen et Gilra, 1979, Chylek et Sudiarta, 2001, Sun et al., 2001, Lebaedev et al., 1999, Dombrovsky et al., 2005, Randrianalisoa et al., 2006). La caractérisation des propriétés radiatives des milieux poreux se déduit par la méthode d'identification des paramètres (Nicolau et al. 1994, Hespel et al. 2003).

Par la suite, en 2008 ; Hervé Thierry KAMDEM TAGNE s'y intéresse aux études du couplage de ces deux modes de transfert, et il a noté que la majeure partie des travaux thermiques couplés conduction/rayonnement concerne les milieux isotropes diffusant ou non diffusant (Amlin et Viskanta, 1979) ; (Kunc et co-auteurs, 1991). Afin de simplifier la résolution du problème couplé conduction-rayonnement, le milieu semi-transparent est considéré comme non diffusant (Weston et Hauth, 1973), à diffusion linéaire (Bai et co-auteurs, 2006; Yuen et co-auteurs, 2007) ou à diffusion isotrope (Spinnler et co-auteurs, 2003). Dans le cas où la fonction de diffusion du milieu est approchée par une fonction linéaire ou isotrope, les propriétés équivalentes réduites doivent être utilisées. En 1986 ; Lee et Buckius montrent que pour les transferts couplés conduction et rayonnement dans les milieux poreux isotropes, l'utilisation de l'hypothèse de diffusion isotrope avec des corrections appliquées aux propriétés radiatives donne un bon accord avec la solution exacte du problème.

Une autre approche simplificatrice pour résoudre le problème de transfert couplé conduction rayonnement dans les milieux semi transparents isotropes consiste à approcher le transfert radiatif par un modèle de diffusion. Dans ce modèle, la conductivité radiative du milieu est décrite par des relations simples telles que la conductivité radiative de Rosseland (Goyhénèche, 1997 ; Brige, 2005). Le transfert de chaleur couplé est, dans ce cas, remplacé par un problème de transfert de chaleur par conduction ayant une conductivité thermique équivalente. Cette approche donne généralement de bons résultats lorsque le milieu est optiquement épais.

L'étude du transfert de chaleur couplé conduction & rayonnement dans les milieux anisotropes a été abordé au cours des deux dernières décennies par quelques auteurs. On peut citer notamment Boulet et co-auteurs (1992, 1993), Lee et Cunnington, 2000, Milandri

et co-auteurs (2000, 2002), Asllanaj et co-auteurs, 2001, Brige, 2005. Pour ces milieux, la résolution du problème couplé est plus complexe du fait de la dépendance des propriétés radiatives du milieu en fonction de la direction du rayonnement.

D'après les recherches de G. L. VIGNOLESa en 2013 ; l'étude du transfert couplé radiatif-conductif nécessite des outils de modélisation adaptés, permettant de prendre en compte les différentes contributions. En effet, un des problèmes fondamentaux est la disparité de nature entre les deux types de transport. D'une part, le transport conductif obéit à l'équation de la chaleur, une équation parabolique portant sur la température, tandis que d'autre part le transport radiatif obéit à l'ETR. Une des méthodes les plus populaires pour la résolution de l'ETR est le lancer de rayon (Loretz M. et al, 2008 - Howell J.R., Perlmutter M., 1961) ; les rayons sont souvent lancés avec des directions aléatoires (méthode de Monte-Carlo). Cette méthode de marches aléatoires est également utilisée pour décrire le transfert de phonons à travers un matériau (Terris D.,2009), analogue à celui des gaz raréfiés à travers un milieu poreux (Vignoles G. L.2009, Vignoles G. L.,1995).

En outre ; l'objectif de la thèse de Mathieu Niezgodà en 2012 est de résoudre et modéliser le transfert thermique couplé conducto-radiatif dans des matériaux poreux multi constituants à partir de la connaissance de leur microstructure obtenue par des techniques d'imagerie.

Le transfert thermique en milieu semi-transparent est de nature à la fois conductrice et radiative et le fort couplage qui existe entre ces deux modes rend difficile la résolution des équations gouvernant le problème. De plus, mesurer le transfert de chaleur à des hautes températures dans de tels matériaux requiert de gros équipements et nécessite de maîtriser l'ingénierie de chauffage jusqu'à 3000 °C pour caractériser des matériaux poreux carbonés comme les composites C/C (Hay, 2006). Tout ceci explique pourquoi le nombre d'études traitant d'un couplage conducto-radiatif dans des matériaux poreux à des hautes températures est assez faible. Notant que le transfert convectif peut généralement être négligé pour la faible taille des pores d'après le critère de Rayleigh (Bories, 1973).

Dans les solides [4], le transfert de chaleur peut faire intervenir : la conduction et le rayonnement. L'échange par conduction peut se diviser en deux contributions. Les électrons qui participent aux transferts de charge dans le solide contribuent au transport d'énergie thermique. A ce mouvement électronique il faut ajouter le transfert thermique lié aux vibrations des atomes. Ces mouvements vibratoires peuvent être décrits par des ondes élastiques auxquelles on associe des quasi-particules : les phonons. Le rayonnement qui ne nécessite aucun support matériel est quant à lui associé à des quasi-particules appelées des photons qui quantifient l'énergie électromagnétique. Le transport d'énergie thermique dans les solides est donc assuré par : Les électrons ; Les phonons ; Les photons.

[4] Dans le cas des matériaux céramiques à température ambiante les phonons participent essentiellement au transfert de chaleur. Les photons peuvent avoir une contribution non négligeable à température élevée. D'un point de vue théorique, nous détaillerons le transport d'énergie thermique par les phonons, l'effet de la porosité et la contribution éventuelle du rayonnement sur la conductivité thermique des matériaux poreux.

- Conclusion

A travers l'analyse que nous avons faite concernant le couplage des deux modes de transfert de chaleur « conduction et rayonnement »; nous avons conclu que la conduction n'est pas le seul mode de transfert thermique qui s'opère dans les matériaux poreux. En effet, les phénomènes qui se produisent aux temps courts traduisent l'existence du transfert thermique par rayonnement.

Le transfert thermique en milieu poreux est alors de nature à la fois conductrice et radiative et le fort couplage existant entre ces deux modes a rendu la résolution des équations qui gouverne ce problème est difficile.

Cependant; le développement des procédés scientifiques dans ce domaine a résolu en modélisant le transfert thermique couplé conducto-radiatif dans des matériaux poreux multi constituants à partir de la connaissance de leur microstructure obtenue par les techniques d'imagerie.

4. Convection

- Introduction

La plupart des études traitant en général la convection naturelle ou mixte dans les milieux poreux et effectuées jusqu'en 1966 [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], s'intéressent au problèmes géologiques et sont relatives aux couches poreuses horizontales avec gradient de température vertical. L'isolation thermique de parois horizontales-verticales par des matériaux à porosité élevé a seulement donné lieu, avant également, à des études expérimentales [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], dont il n'est pas possible de généraliser les résultats.

- Les études faites sur la convection

La convection thermosolutale (ou double diffusive) a intéressé beaucoup de chercheurs ces dernières années, à cause de son intérêt dans la résolution de problèmes dans différents domaines industriels et en milieu naturel. Les premières études traitaient les couches poreuses soumises à des gradients de température et de concentrations verticaux. Mais ces derniers temps, un intérêt particulier a été porté aux couches poreuses avec des températures et concentrations imposées sur les frontières verticales.

Une importante partie des études réalisées sur les couches poreuses, concerne les couches isotropes et les couches anisotropes.

Le premier à avoir travaillé sur la convection double-diffusive dans les milieux poreux est Nield (1968) [2], qui a étudié la stabilité d'une couche poreuse horizontale, chauffée et salée par le bas. Il a utilisé l'analyse de la stabilité linéaire afin de déterminer les valeurs des nombres de Rayleigh critiques caractérisant le début de la convection stationnaire pour différentes conditions aux frontières.

Après, [Khair et Beajan \(1985\) \[4\]](#) ont étudié le phénomène de la convection thermosolutale qui se manifeste au voisinage d'une plaque verticale plongée dans un milieu poreux saturé par un fluide. Une analyse d'échelle a permis d'identifier quatre régimes possibles de convection selon les valeurs des forces de volume N et le nombre de Lewis Le .

Ensuite, en utilisant une méthode numérique, [Trevisan et Bejan \(1985\) \[5\]](#) ont également examiné la convection double diffusive dans une cavité carrée poreuse avec des parois verticales maintenues à des températures et des concentrations constantes et des parois horizontales adiabatiques et imperméables. Une analyse d'échelle a été utilisée pour traiter ce problème dans les cas limites des écoulements entraînés par les effets thermiques ou massiques et de dégager les divers effets qui influencent les résultats globaux de transfert de chaleur et de masse. Les résultats de cette analyse sont en accord avec les calculs numériques.

Une année après, [Poulikakos \(1986\) \[6\]](#) a présenté un travail sur l'analyse de la stabilité linéaire dans une couche poreuse horizontale en double diffusion. Les paramètres critiques du problème sont déterminés et les frontières définissant les régions des régimes de convection sont obtenues.

[Mehta et Nandakumar \(1987\) \[8\]](#), quant à eux ; ils ont étudié l'effet de l'hétérogénéité du milieu dans le cas de la convection naturelle dans une couche poreuse verticale. Les flux de chaleur et de masse uniformes imposés le long des deux parois verticales de la couche poreuse engendrent des écoulements. Ils ont trouvé que l'effet de l'hétérogénéité est sensible pour des variations importantes de perméabilité et de grandes valeurs du nombre de Rayleigh, du nombre de Lewis et du rapport de forces de volume.

Le dispositif de [Murray et Chen \(1989\) \[10\]](#), composé d'une boîte métallique remplie de billes de verre saturées avec de l'eau distillée, était soumis à des flux de chaleur et de masse. C'est la première étude expérimentale sur la convection double diffusive dans un milieu poreux.

[Chen et Chen \(1993\) \[12\]](#) ont traité la double diffusion dans une couche poreuse horizontale saturée. Une méthode numérique mixte Galerkin- différences finies a été adoptée pour prédire les limites de stabilités délimitant les différents régimes d'écoulements en fonction du nombre de Rayleigh thermique et solutal.

Le cas précédant a été repris par [Goyeau et al. \(1996\) \[13\]](#) qui ont étudié la convection coopérante. Les résultats numériques se sont avérés en accord avec l'analyse d'échelles en régime de couche limite.

Après, [Mamou et al. \(1998\) \[18\]](#) et [Amahmid et al. \(1999\) \[17\]](#) ont utilisé le modèle de [Brinkman](#) pour étudier analytiquement et numériquement la convection naturelle thermosolutale induite dans une couche poreuse verticale soumise à des flux de chaleur et de masse uniformes. Ils se sont intéressés, particulièrement, au cas où les forces de volume thermique et solutale sont opposées et de même intensité.

La convection à amplitude finie dans une cavité poreuse de forme carrée, soumise à des flux horizontaux uniformes de chaleur et de masse a été traité par [Mamou et al \(1995\) \[22\]](#). Ils ont montré que pour une même combinaison des paramètres, le problème peut avoir plusieurs solutions quand les forces thermique et massique sont opposées et de même ordre

de grandeur. Les mêmes auteurs (1995) [23] ont revu numériquement et analytiquement le problème précédent mais cette fois pour le cas d'une couche poreuse inclinée. La solution analytique, basée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle, a été trouvée être en bon accord avec les résultats numériques. L'effet de l'inclinaison de la cavité sur la nature de l'écoulement convectif a été aussi discuté dans leur étude.

Bourich et al [30] ont analysé numériquement la convection double diffusive dans une cavité poreuse carrée dont les parois horizontales sont chauffées à des températures constantes et des concentrations sont appliquées sur les parois verticales.

Parlant de la modélisation des transferts de chaleurs (et de masse) par convection naturelle, on constate qu'il est un phénomène très étudié aussi. L'ensemble des travaux réalisés sur ce sujet se trouvent dans le livre de Nield et Bejan (2006) [1] sur les milieux poreux.

Par ailleurs, et au début de cette dernière décennie, Attia (2007) [31] a considéré, pour la convection double diffusive, une étude numérique bidimensionnelle de la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte rectangulaire soumise à des gradients de température et de concentration horizontaux en présence d'un champ magnétique externe uniforme et constant. Les autres parois sont imperméables et adiabatiques. Les nombres de Grashof solutal et de Hartmann sont variés.

- Conclusion

Après avoir fait cette petite analyse sur ce transfert thermique, on constate que la convection a plusieurs types : la convection naturelle, mixte et à double diffusion. Et chaque étude a été menée dans un modèle bien défini en raison de l'étendu du sens global de la convection, afin de faire une image claire sur chaque type de convection et ensuite mieux comprendre ce phénomène convectif en général.

Conclusion

Au cours de notre analyse concernant les différents travaux effectués depuis 1679 jusqu'à 2013 ; sur les trois modes de transfert de chaleur dans les matériaux poreux, nous constatons que la majorité des recherches sont consacrées sur l'étude de la convection thermique (1966-2009), ainsi que l'étude du couplage conduction-rayonnement qui a eu lieu depuis 1679 jusqu'à 2013 avec pas mal de activités.

Par contre, les études qui sont faites sur la conductivité thermique n'ont pas séduit les chercheurs (1998-2012), et nous remarquons que c'est le même cas pour le transfert thermique par rayonnement, bien que ce dernier a été étudié pour la première fois en 1960, mais il a été négligé par la suite dans la période entre 1980 et 2000. Alors le rayonnement est un mode qui n'a pas marqué un grand nombre d'études.

Références

- [1] Jaona Harifidy RANDRIANALISOA ; 2006.
- [2] Jean-François Cornet 2007.
- [3] Hervé Thierry KAMDEM TAGNE, 2008.
- [4] Benoît NAITALI. *Elaboration, caractérisation et modélisation de matériaux poreux. Influence de la structure poreuse sur la conductivité thermique effective*. Université de Limoges. École doctorale : Science - Technologie – Santé. Faculté des Sciences. 2005.
- [5] ELDER J.W., Lami nar. *Turbulent free convection in a vertical slot*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 23, (1965), p. 77.
- [6] ELDER J.W. „.. / *Numerical experiments with free convection in a vertical slot* / *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 24, (1966), part 4, p. 823.
- [7] HORTON C.W., ROGERS F.T. / *Convection currents in a porous medium* / *Journal of Applied Physics*, (1945), 16, n° 6, p. 367.
- [8] LAPWOOD E.R. / *Convection of a fluid in a porous medium* / *Proc. Cambr. Phil. Soc.* (1948), 44, p. 508.
- [9] MORRISON H.L., ROGERS F.T., HORTON C.V. / *Convection currents in porous media II. Observation of conditions at onset of convection* / *Journal of Applied Physics*; (1949), 20, n° 11, p. 1027
- [10] ROGERS F.T., MORRISON H.L. / *Convection currents in porous media III. Extended theory of the critical gradient* / *Journal of Applied Physics*, (1950), 21, n° 11, p. 1177.
- [11] ROGERS F.T., SCHILBERG L.E., MORRISON H.L. / *Convection currents in porous media IV. Remarks on the theory* / *Journal of Applied Physics*, (1951), 22, n° 12, p. 1476.
- [12] ROGERS F.T. / *Convection currents in porous media V. Variational form of the theory* / *Journal of Applied Physics*, (1953), 24, n° 7, p. 877.
- [13] Mc NABB A. / *On convection in a porous medium* / *Proceedings of the Second Australian Conference on Hydraulics and Fluid / Mechanics*. University of Auckland, N.Z., (1965), p. C 161.
- [14] WOODING R.A. / *Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium* / *Journal of Fluid Mechanics*, (1957), 2, p. 273.
- [15] WOODING R . A . / *An experiment on free thermal convection of water in saturated permeable material* / *Journal of Fluid Mechanics* (1958), 3, p. 582.
- [16] WOODING R.Ao / *Instability of a viscous liquid of variable density in a vertical heleshaw cell* / *Journal of Fluid Mechanics* (i960), 7, part 4, p. 501
- [17] WOODING R.A. / *Rayleigh instability of a thermal boundary layer in flow through a porous medium* / *Journal of Fluid Mechanics* (i960), 9, part 2, p. 183.

- [18] WOODING R.A. / *Free convection of fluid in a vertical tube filled with porous material* / Journal of Fluid Mechanics (1962), 13, part 1, p. 129.
- [19] WOODING R.A. / *Convection in a saturated porous medium at large Rayleigh number or Peclet number* / Journal of Fluid Mechanics (1963), 15, part 4, p. 527.
- [20] WOODING R.A. / *Mixing layer flows in a saturated porous medium* / Journal of Fluid Mechanics (1964), 19, part 1, p. 103.
- [21] ALLCUT E.A., EVENS F.G. / *Thermal conductivity of insulating materials* / Canadian Journal of Research, (1939), 17 A, n° 11, p. 209.
- [22] ALLCUT E.A. / *Analysis of heat transfer through thermal insulating materials* / Proceedings of the General Discussion on Heat Transfer Inst. Mech. Engrs., ASME, London, 1951, p. 232.
- [23] BERTIN et Cie / *Calorifugeage par laine de verre. Résultats d'essais sur petits modèles* / Notes Techniques BERTIN n° 29.32 du 13 Avril 1962, n° 29.35 du 25 Avril 1962, n° 29.46 du 18 Juin 1962.
- [24] CAMMERER W.F. / *Die Konvektionseinfluss auf die Wärmeleitfähigkeit von Wandisolierungen aus Mineral. faserstoffen* Allgemeine Wärmetechnik, (1962), 11, n° 6, p. 95.
- [25] HÖGLUND I. / *Thermal resistance of highly insulated outer walls*. Handlingar n° 41 Transaction AB Svensk Byggtjänst, Stockholm, (1963).
- [26] LEVECQUE M. / *Conductivité, convection naturelle et perméabilité* / Revue Générale de Thermique, (1963), II, n° 24, p. 1405.
- [27] LORENTZEN G., BRENDENG E. / *The influence of free convection in insulated vertical walls* / Progrès dans la science et la technique du froid. Comptes rendus du Xème / Congrès International du Froid, vol. I, Copenhague (1959). Pergamon Press (1960), p. 294.
- [28] SCHNEIDER K.J. / *Investigation of influence of free thermal convection on heat transfer through granular material*. / Progrès dans la science et la technique du froid. Comptes rendus du XIème Congrès International du Froid, vol. I, Munich, août septembre 1963, Pergamon Press, (1965), p. 247.
- [29] VERSCHOOR J.D., GREEBLER P. / *Heat transfer by gas conduction and radiation in fibrous insulations* / Trans, of the ASME, August 1952, p. 961.
- [30] ZEHEIIDER H. *Einfluss der freien Konvektion auf die Wärmeleitfähigkeit einer leichten iair.eralfasermatte Kältetechnik*, (1964), n° 10, p. 308.

Chapitre IV :**Résolution numérique de l'équation de la chaleur dans un milieu poreux**

Introduction

L'équation de la conduction dans les milieux poreux fait intervenir un coefficient qui met en évidence le caractère poreux du milieu et qui est la porosité à travers la conductivité thermique dite effective. Pour voir l'impact de ce facteur sur le phénomène du transfert thermique, nous nous sommes lancées dans la résolution de l'équation de la chaleur poreuse. Pour ce faire, nous avons choisi la méthode des différences finies pour résoudre l'équation. Nous allons présenter deux schémas de discrétisations l'un implicite et l'autre explicite. Nous allons voir, à travers les résultats obtenus l'effet du choix du schéma sur la solution et ensuite, nous allons étudier les effets de la porosité sur la solution. Nous discuterons les résultats et conclurons à la fin du chapitre.

I. Formulation du problème

Considérons, pour simplifier, le transfert de chaleur unidirectionnel par conduction suivant x dans un matériau poreux comme s'est représenté sur la Figure IV- 1. Nous supposons que les propriétés thermiques du matériau ne dépendent pas de la température. Isolons un élément de largeur dx et effectuons un bilan des flux entrants et sortant de cet élément. On désigne par S la section de passage du flux et par V le volume compris entre x et $x + dx$.

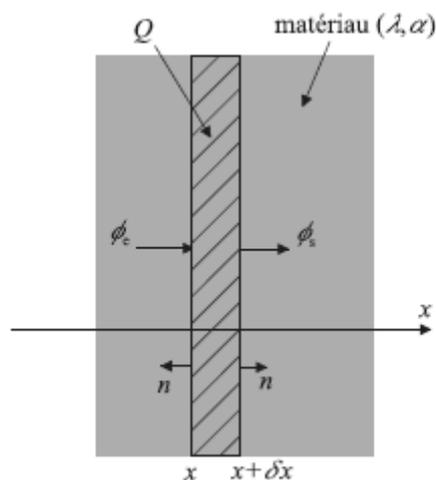


Figure IV- 2 : Bilan thermique sur un transfert 1D par conduction

Le flux entrant s'écrit :

$$\Phi_e = -\lambda S \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \quad (1)$$

De la même façon le flux sortant s'écrit :

$$\Phi_s = -\lambda S \frac{\partial T(x+dx,t)}{\partial x} \quad (2)$$

Le bilan thermique consiste donc à écrire que la somme des flux, comptés positivement le flux entrant dans le volume élémentaire, est égale au terme d'accumulation de chaleur. Si en plus on considère qu'il y a une source de chaleur interne Q dans le matériau considéré, nous aurons :

$$\Phi_e - \Phi_s + Q = \rho V C_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (3)$$

En remplaçant les flux par leur expression on trouve alors :

$$-\lambda S \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} + \lambda S \frac{\partial T(x+dx,t)}{\partial x} + Q = \rho V C_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (4)$$

Sachant que, par définition, la dérivée de la fonction f est :

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x+dx) - f(x)}{dx} \text{ quand } dx \rightarrow 0 \quad (5)$$

On aboutit donc à :

$$\lambda S dx \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + Q = \rho V C_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (6)$$

On trouve finalement :

$$\lambda \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{Q}{V} = \rho C_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (7)$$

Qui s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{Q}{\rho C_p V} \quad (8)$$

Cette équation représente l'équation de diffusion de la chaleur monodimensionnelle.

On pose :

$$D = \frac{\lambda}{\rho C_p} \quad (9)$$

qui représente la diffusivité thermique

La conductivité thermique étant celle de la structure solide du milieu poreux.

$$q = \frac{Q}{\rho C_p V} \quad (10)$$

qui représente le terme source.

L'équation s'écrit finalement :

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = q \quad (11)$$

Cette équation est une équation aux dérivées partielles, d'ordre deux en espace et de type hyperbolique.

Pour que le problème soit mathématiquement bien posé, il faut en général rajouter à cette équation dite équation de la diffusion de la chaleur ou tout simplement équation de la chaleur une condition initiale et des conditions aux limites sur les bords du domaine d'étude.

Ces conditions peuvent être imposées sur la température. Dans ce cas, on parle de conditions de Dirichlet. On écrit alors :

$$\begin{aligned} T(0,t) &= T_0(t) \\ T(L,t) &= T_L(t) \end{aligned} \quad (12)$$

Si on impose les flux de chaleur à l'entrée et à la sortie, on parle de conditions de Neumann. Dans ce cas, les conditions s'écrivent

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} &= \varphi_0(t) \\ \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} &= \varphi_L(t) \end{aligned} \quad (13)$$

A ces conditions aux limites spatiales, on rajoute une condition initiale, qui définit la distribution de la température à $t = 0$.

Cette condition s'écrit généralement :

$$T(x,0) = T_{ini}(x) \quad (14)$$

II. Méthode de résolution numérique

Pour résoudre, numériquement l'équation de la chaleur on doit d'abord discrétiser l'équation aux dérivées partielles qui régit ce problème. Pour ce faire, nous avons besoin de choisir la méthode de discrétisation. Dans notre cas, nous avons choisi la méthode des

différences finies pour sa simplicité et son efficacité. Il existe essentiellement trois schémas de discrétisation avec les différences finies (J. P. GRIVET, 2009)

- Schéma d'Euler explicite :

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} - D \frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta x^2} = q \quad (15)$$

- Schéma d'Euler implicite :

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} - D \frac{T_{i+1}^{j+1} - 2T_i^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} = q \quad (16)$$

- Schéma de Crank-Nicholson :

Ce schéma représente la moyenne de la somme de (15) + (16).

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} - D \frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{2\Delta x^2} - D \frac{T_{i+1}^{j+1} - 2T_i^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x^2} = q \quad (17)$$

On voit bien que quel que soit le schéma choisi parmi ces trois schémas, on doit choisir un pas spatial Δx qu'on notera h , c'est-à-dire que l'on cherche à calculer les valeurs de notre solution $T(x,t)$ aux points d'abscisse $x = 0, h, 2h, \dots$. On doit aussi se restreindre à un ensemble discret d'instantanés auxquels on prétend calculer ces valeurs, on fixe donc un pas temporel k et l'on cherchera à calculer les valeurs de $T(x,t)$ aux instantanés $t = k, 2k, 3k, \dots$. Dans toute la suite, nous noterons $T_{ij} = T(ih, jk)$ la valeur calculée (approchée) de la solution $T(x,t)$ à l'instant jk ($j > 0$) et au point d'abscisse ih . Discrétiser l'équation, c'est alors transformer ses termes en des expressions faisant intervenir uniquement nos valeurs T_{ij} (valeur de T correspondante au coordonnées i et j).

III. Résultats et Discussion :

Nous avons résolu l'équation de la chaleur dans le cas unidirectionnel et la solution obtenue dépend de la conductivité thermique et des conditions initiale et aux bords.

Dans cette étude, nous avons considéré le terme source nul et nous avons résolu l'équation de la chaleur pour différentes valeurs de la conductivité. Nous avons tracé l'évolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps. Nous avons fait une représentation en deux dimensions et en trois dimensions. Pour la représentation en deux dimensions, nous avons fixé le temps $t=10$. Pour le cas bidimensionnel, les résultats sont illustrés sur les figures IV. 2, IV. 3, IV. 4, IV. 5 et IV. 6 ci-dessous. Pour le cas tridimensionnel, les résultats sont représentés sur les figures IV. 7, IV. 8, IV. 9, IV. 10 et IV. 11. Nous constatons que lorsqu'on fait varier la diffusivité D de 0.1 à 0.5, l'allure générale de la courbe de la température en fonction de x pour chaque temps fixé, reste

pratiquement inchangée. Nous remarquons, par contre, que la valeur maximale de la température diminue quand D augmente. On réalise donc que quand on change les propriétés du matériau poreux, ces dernières agissent sur la diffusion de la chaleur. C'est-à-dire que plus la diffusivité est grande, la courbe s'aplatit et donc la température devient de plus en plus homogène contrairement au cas où D est petit où apparaît une élévation de la courbe qui suggère une zone de température plus grande qu'ailleurs dans le matériau.

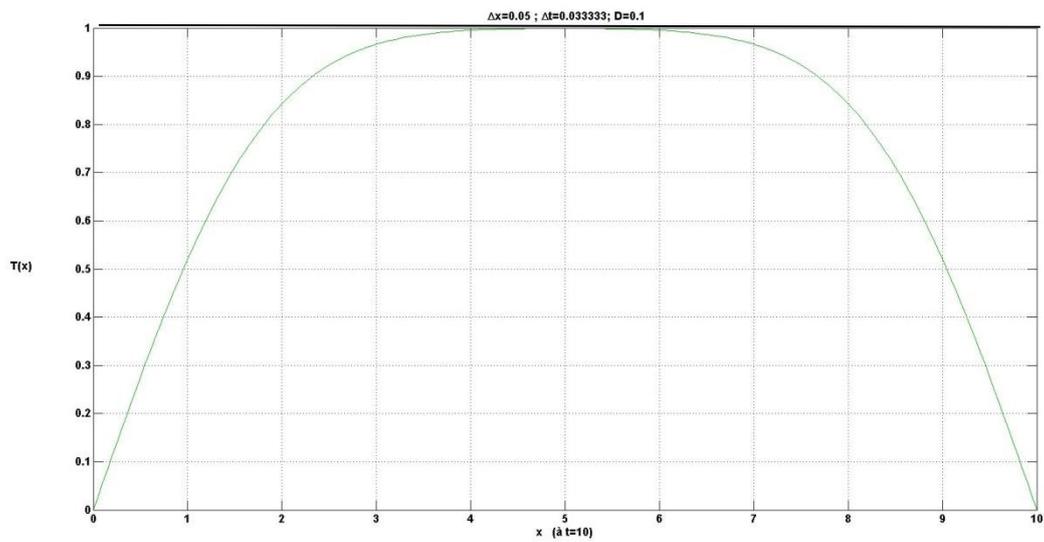


Figure IV. 1 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps pour $D=0.1$

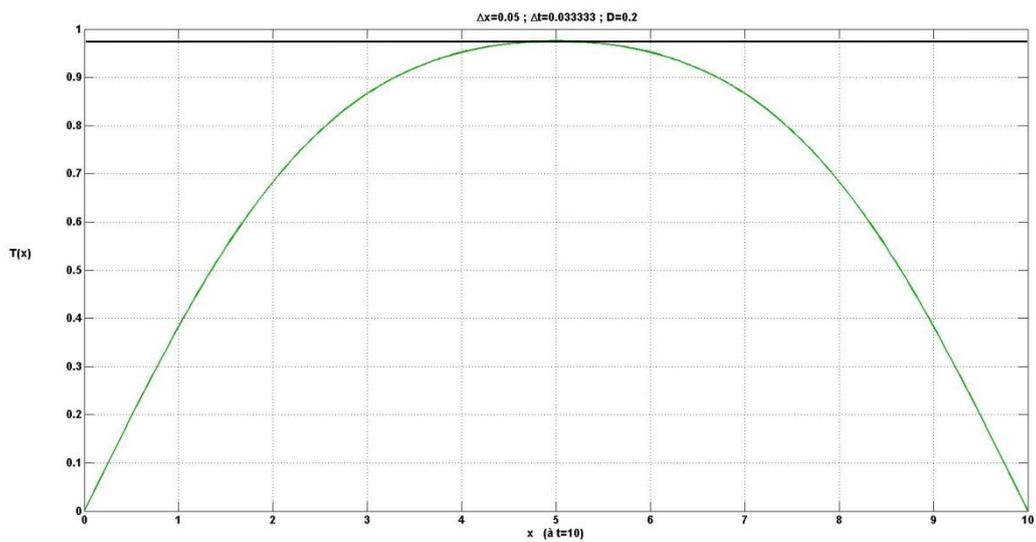


Figure IV. 2 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps pour $D=0.2$

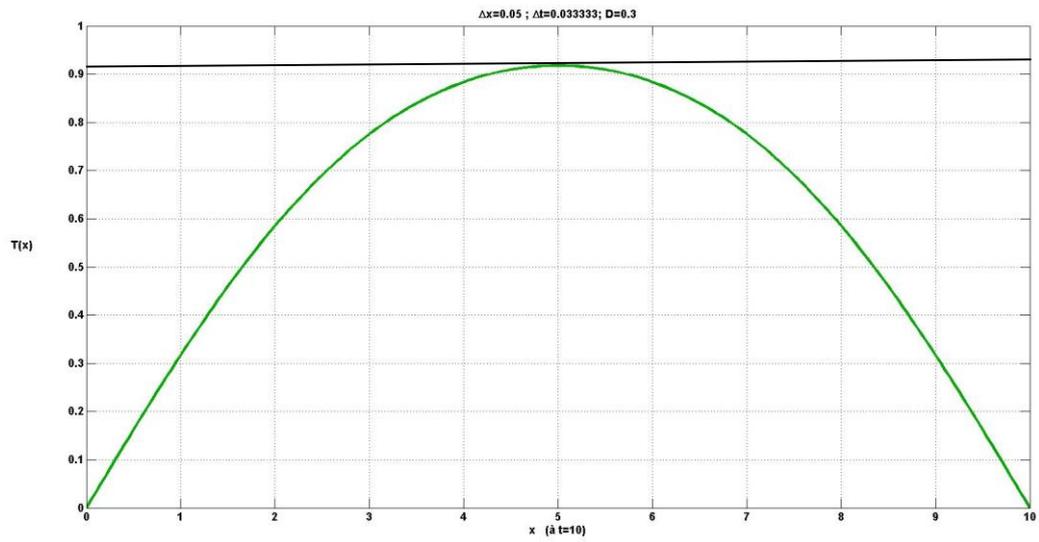


Figure IV. 3 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps pour $D=0.3$

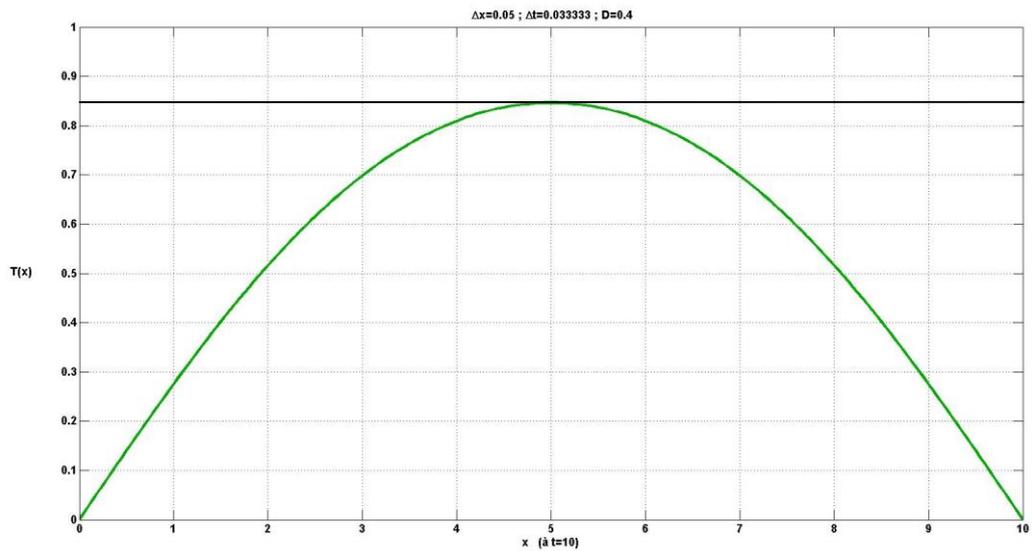


Figure IV. 4 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps pour $D=0.4$

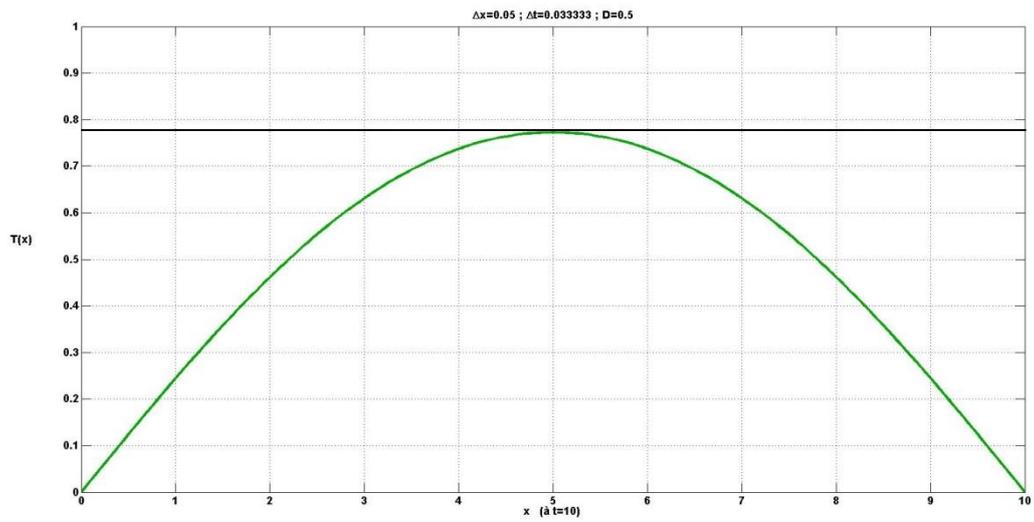


Figure IV. 5 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps pour $D=0.5$

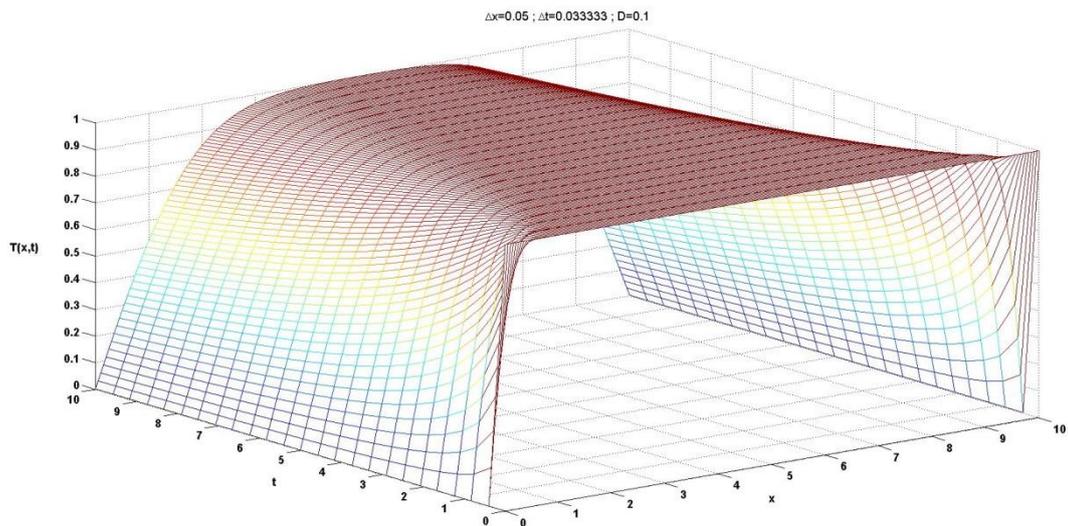


Figure IV. 6 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position pour $D=0.1$

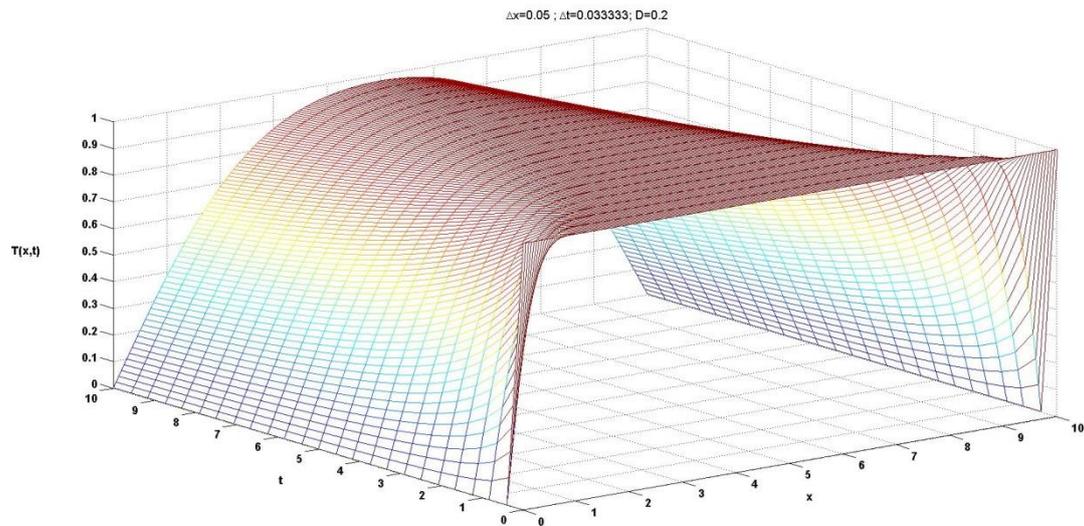


Figure IV. 7 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps pour $D=0.2$

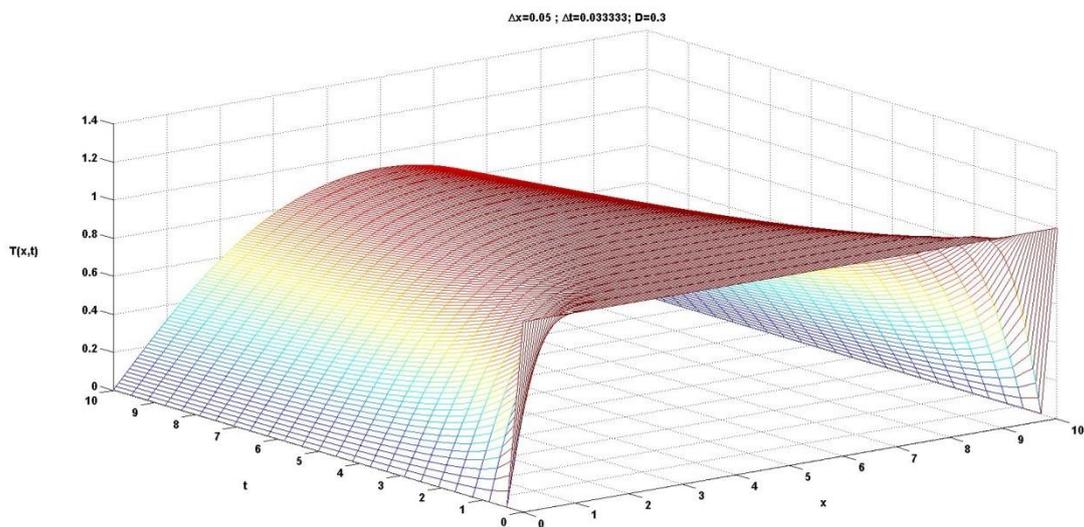


Figure IV. 8 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps pour $D=0.3$

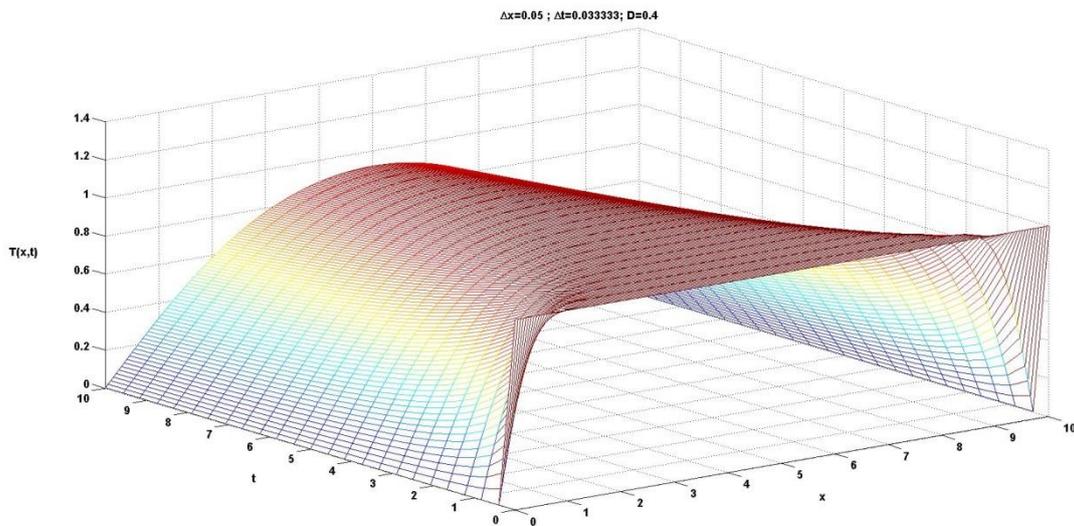


Figure IV. 9 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps pour $D=0.4$

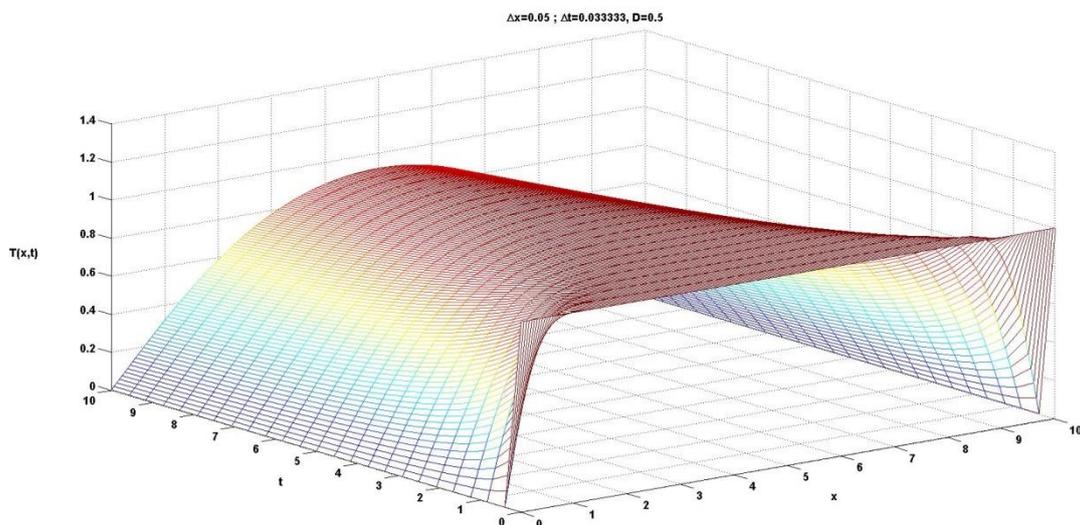


Figure IV. 10 Evolution de la température dans le matériau en fonction de la position et du temps dans le cas tridimensionnel avec $D=0.4$

Dans un second temps nous avons considéré le terme source toujours nul et nous avons résolu l'équation de la diffusion pour une valeur de la diffusivité thermique égale à 0.5 et pour différentes conditions aux bords (conditions de Dirichlet). Les résultats sont illustrés sur les figures IV. 12, IV. 13 et IV. 14. Nous constatons là encore que globalement l'allure de l'évolution de la température est la même (forme d'une cloche), cependant se sont les bords des courbes qui changent mais ceci n'influe en aucun cas le transfert dans le matériau poreux considéré.

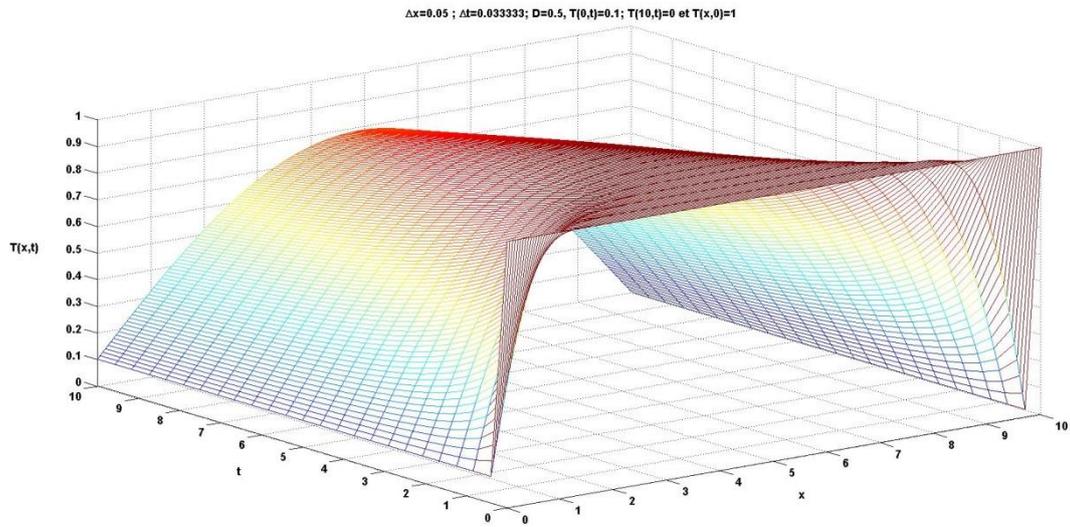


Figure IV. 11 Evolution de la température en fonction de la position et du temps pour $D=0.5$ en considérant $T(0,t)=0.1$, $T(10,t)=0$ et $T(x,0)=1$

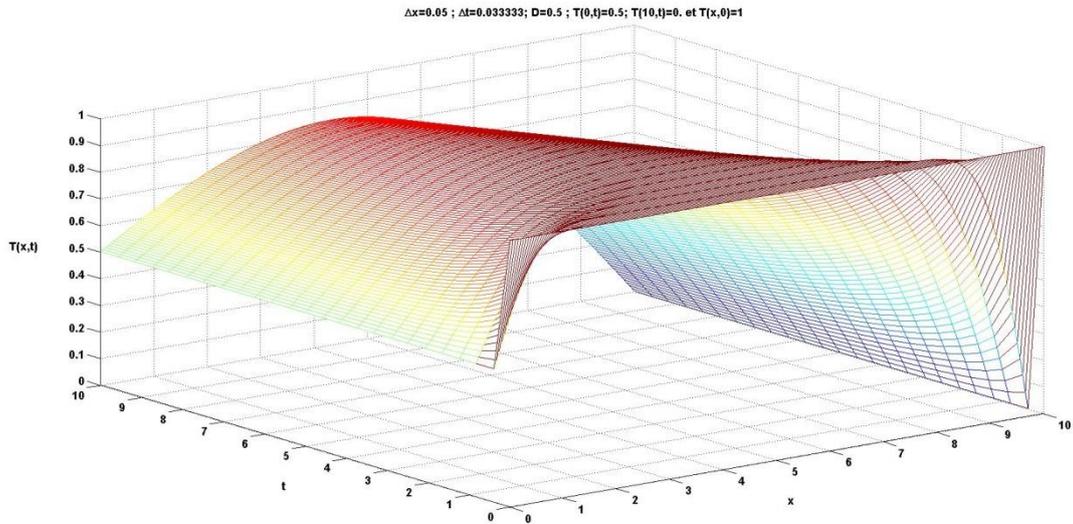


Figure IV. 12 Evolution de la température en fonction de la position et du temps pour $D=0.5$ en considérant $T(0,t)=0.5$, $T(10,t)=0$ et $T(x,0)=1$

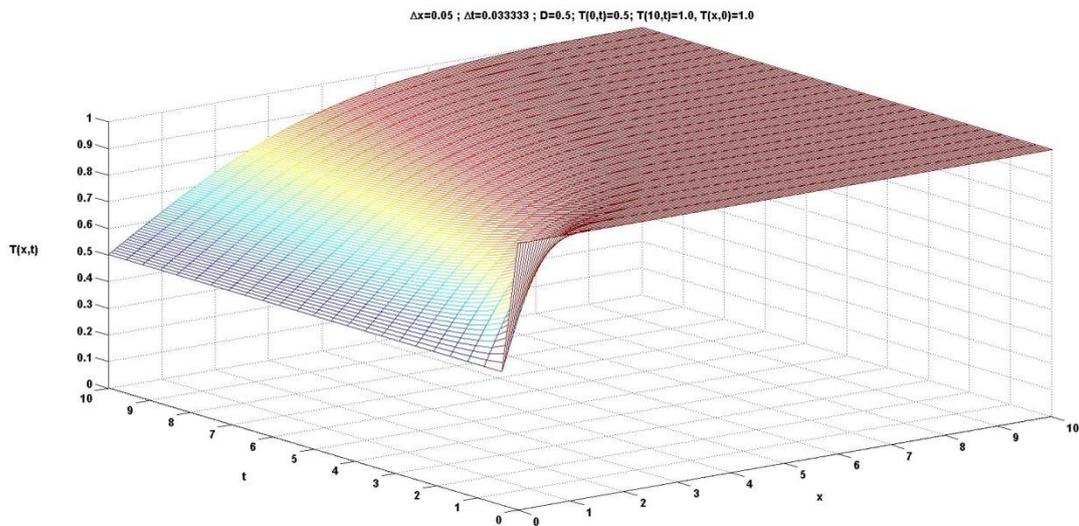


Figure IV. 13 Evolution de la température en fonction de la position et du temps pour $D=0.5$ en considérant $T(0,t)=0.5$, $T(10,t)=1.0$ et $T(x,0)=1.0$

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié numériquement l'équation de la conduction de la chaleur dans les milieux poreux. Nous avons étudié l'effet de la porosité du milieu par l'intermédiaire de la diffusivité thermique du matériau étudié. Nous avons constaté que ce paramètre joue un rôle important dans le transfert par conduction. En effet la diffusion est d'autant meilleure que la diffusivité est grande donc pour une porosité petite. Par contre nous concluons que l'effet des conditions aux bords n'agit pas sur le transfert dans le milieu poreux.

Références

Jean Philippe GRIVET. *Méthodes numériques appliquées pour le scientifique et l'ingénieur*. Collection Grenoble sciences, EDP sciences, 2009

J. L. Battaglia, A. Kusiak, J. R. Puiggali. *Introduction aux transferts thermiques, Cours et exercices corrigés*. Dunod, Paris, 2010

P.-Y. Lagrée. *Résolution numérique de l'équation de chaleur*.

Danaila, F. Hecht, O. Pironneau (2003). *Simulation numérique en C++ cours et exercices corrigés*. Dunod.

W.H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery (). *Numerical Recipes in C/C++ : The art of scientific computing*.

D. Euvrard (1994). *Resolution numérique des équations aux dérivées partielles de la physique, de la mécanique et des sciences de l'ingénieur : Différences finies, éléments finis, problèmes en domaines non bornés*. Masson

Consulter aussi <http://www.lmm.jusieu.fr/>, le cours complet de thermique de P.-Y. Lagrée.

CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire de master, nous nous sommes intéressées aux différents modes de transferts thermiques dans les matériaux poreux.

Dans un premier temps (Chapitres I et II), nous avons défini les milieux poreux et les différents modes de transfert qui s'y effectuent. Nous avons conclu que pour faire une étude complète des transferts thermiques dans les matériaux poreux il faut tenir compte des trois modes de transfert sans exception.

Au troisième chapitre, nous avons analysé les différents modes de transferts et la place qu'ils occupent dans la recherche. Nous avons conclu que le mode mixte conducto-radiatif est le mode qui a suscité le plus d'études dans les matériaux poreux depuis les années 1600.

Au quatrième chapitre, nous avons traité un modèle numérique du transfert thermique. En effet, nous avons résolu l'équation de la diffusion chaleur (équation de la conduction) dans les milieux poreux. Nous nous sommes intéressées à l'évolution de la chaleur (solution) pour différents milieux poreux en faisant varier la diffusivité thermique qui varie d'un milieu poreux à un autre. Nous avons aussi étudié la solution de l'équation de la chaleur pour différentes conditions aux limites. Nous avons observé que ces conditions aux limites n'ont pas d'influence sur le transfert dans le milieu poreux.