



Département de PHYSIQUE

Mémoire de Master

Spécialité: Physique théorique

Thème

**Calculs des amplitude de production de photons dans les collisions
proton – proton au LHC avec FeynArts, FormCalc et LoopTOOLS .**

Présentée par

Melle. MESSAOUDI messaouda

Soutenu le: 02/07/2015
composé de:

Devant le Jury

Amatousse	Nawel	MCA	Présidente
Chennit	Makhlouf	MAA	Examineur
Mohamed Meziani	Abdelkader	MCA	Rapporteur

A l'esprit de mon père.

À ma mère.

À mes frères.

À ma sœur.

À tous mes ami(e) s

Education is not the learning of facts,

But the training of the mind to think

-ALBERT EINSTEIN

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier les différentes personnes qui m'ont soutenu de près ou loin pour la réalisation de ce mémoire de fin d'études.

Je remercie également tous les membres de mon jury, en particulier MR .MOHAMED MEZIANI Abdelkader d'avoir accepté d'être mon rapporteur et pour ses conseils et patience, aussi pour ses encouragements

Je remercie Mademoiselle AMATOUSSE NEWEL pour avoir présidé le Jury, et Monsieur CHENNIT MAKHLOUF pour avoir accepté d'être examinateur de mon travail.

Je remercie mes amis de toujours ☺Naziha, Sabrina, Rahma, Karima ☺pour leur soutien et leur amitié sans faille.

Je remercie ma famille, ma mère, ma soeur, mes frères, surtout mon petit frère Abdelmalik, pour leur amour, leur soutien, et leur encouragements.

Enfin, je tiens à remercier mes collègues de la promo 2015 master 2 physique théorique, je spécifie mon ami ☺samra☺.

Table des matière

INTRODUCTION

1	Le modèle standard:	9
1.1	Le Modèle standard et les interactions fondamentales :	9
1.1.1.	Les symétries de jauge.	9
1.1.2.	Brisure spontanée d'une symétrie.	16
1.1.3.	Le mécanisme de Higgs.	21
1.1.4	Le lagrangien du modèle standard électrofaible	22
1.2	Chromodynamique quantique QCD.....	22
1.2.1	Le groupe SU(3) : la chromodynamique.....	24
1.2.2	Le lagrangien de la QCD et les règle de Feynman... ..	28
1.2.3	Variation de la constant de couplage et liberté asymptotique.....	28
1.3	Le modèle de Parton.....	32
1.4	La section efficace.....	33
1.4.1	La section efficace des processus de collisions de hadrons à l'échelle partonique.....	33
2	<i>Production de photon directs dans les collisions de hadrons:</i>	36

2.1 Collision proton-proton et production de photons directs....	36
2.1.1 Le photons directs.....	37
<i>3 calculs de la section efficace de la production de photons directs dans les collisions p-p:</i>	41
<i>Conclusion générale</i>	47

Introduction :

l'idée que la matière se compose de particules élémentaires data au moins de *VI^e siècle j,c*[1]

Pendant tout le Moyen-âge les progrès qui de la science furent plus technique que la théorique grâce aux alchimistes souhaitaient transformer les métaux justifier

Le prestige d'Aristote est tel qu'il faut attendre le début du XIX^{ème} siècle pour que l'idée atomiste reprenne vie ;

Au XIX^e siècle, Isaac Newton pensé que la matière est composé de particules ,En1805 JHON DALTON reprend l'hypothèse atomique , il suppose que les atomes se combinent entre eux sans modification de leur nature ,et il démontre en 1808 que deux gaz quelconques se combinent toujours dans des proportions de poids simple., en1896 ,un physicien français Henri Becquerl , se rend compte que des sels d'uranium peuvent impressionner une plaque photographique ,en absence de la lumière mais les physiciens découvrirent plus tard que les atomes ne sont pas ,en fait les particules fondamentales de la nature . en1904, Thompson partant de l'idée que l'atome est neutre, pense qu'il doit contenir des charges positives qui compensent les charges négatives (électron) . Pour lui, l'atome est une sphère parsemée d'électron, comme un cake de raisins.

En 1932, Chadwick [2] découvre une autre particule dans le noyau : les neutrons , qui est électriquement neutre .En 1933,Heisenberg présentera un rapport sur la structure du noyau atomique incluant la notion d'isospin et Pauli dixutera l'existence d'une nouvelle particule, le neutrino

Dans la physique moderne, un noyau central entouré d'électrons en mouvement, les électrons n'ont pas un trajet bien défini mais ils sont une certaine probabilité de présence. Les physiciens ont établi que les protons et neutrons ne sont plus des particules élémentaire avec la découverte des quarks en 1960, par Gell-Mann et Zweig. Ils sont constitué principalement de partons (quarks et de gluons) chromodynamique quantique qui sont les éléments de base de la théorie.

Le modèle standard de la physique des particules est le modèle qui constitue à ce jour la meilleure description des constituants élémentaires de la matière et de leurs interactions. Un des principaux aspects du modèle standard est le boson de Higgs, qui a été découvert le 4 juillet 2012 dans le LHC (large hadron collider) au CERN.

Le cadre théorique du modèle standard est la théorie quantique des champs qui permet de décrire quantitativement les interactions fondamentales des particules élémentaires en respectant les principes de la relativité restreinte et ceux de la mécanique quantique.

Le modèle standard consiste en un ensemble d'algorithmes appelé développement perturbatif et il a passé avec succès tous les tests expérimentaux auxquels il a été soumis. Il a permis d'anticiper de très nombreuses découvertes expérimentales décisives :

-réaction d'interaction faible à courants neutres en 1973.

-quark charmé en 1975.

-bosons intermédiaires de l'interaction faible W^+ , W^- et Z en 1983.

-quark top en 1995.

Toutes les prédictions du modèle standard ont été confirmées par l'expérience.

Pour bien comprendre la structure fondamentale de la nature à hautes énergies, on teste, expérimentalement à ces échelles, des modèles par l'utilisation du grand collisionneur d'hadrons LHC.

Les objectifs du LHC au niveau de la physique standard sont la détection du boson de Higgs et l'étude des quark le plasma de quark et de gluon produits par collision d'ions lourds, il compté mesurer les caractéristique de la théorie de l'interaction forte (QCD) dans les collisions proton-proton de tester les calculs de la chromodynamique quantique perturbative(pQCD) aux deux premiers ordres (Leading-Order ,LO) et NLO(Next-to-Leading-Order) et affiner les mesures des PDF(Fonction de distribution partonique) ainsi que la connaissance de la structure des hadrons.

-L'étude des collisions p-p sont parmi les expériences qui conduisent à

L'amélioration de nos connaissances de la pQCD dans des domaines, auparavant difficilement accessibles.

Parmi les difficulté qu'on trouve dans le cadre théorique, c'est le calcul de la section efficace à l'ordre d'une boucle, car le nombre des diagrammes de Feynman est grand .Il est difficile de les évaluer tous à la main sans prendre le risque d'effectuer de nombreuses erreurs

,FeynArts,FormCalc,etlooptools ,sont des paquet qui fonctionnent sous Mathematica pour la génération et le calcul des diagrammes de Feynman .FeynArts est dérive les diagrammes contribuant à la réaction ,et couplages définis au préalable et est conçu pour la génération et la visualisation des diagrammes et des amplitude de Feynman .

FormeCalc est permet de calculer les amplitudes et les sections efficace correspondante.

LoopTools est une bibliothèque d'intégration scalaire pour les calculs à une boucle [3].

Ce mémoire est organisé comme suit :

Dans le premier chapitre, on rappelle le modèle standard dans lequel les notions de symétrie de Jauge locale, de brisure de symétrie et du mécanisme de Higgs sont développée .On traite aussi de la chromodynamique quantique, ainsi que le modèle des partons.

Dans le deuxième chapitre on étudie les collisions proton-proton pour produire des protons directs. On développe les arguments d'une telle expérience.

Le troisième chapitre est consacré à l'aspect pratique. Après avoir installé et configuré Mathematica et les autres paquets (FeynArts, FormCalc et LoopTools), on a procédé aux calculs de la section efficace de la production des photons dans la collision proton -proton .

On termine le mémoire par une discussion des résultats obtenus et conclusion clôturera ce dernier.

Chapitre 1

1-le modèle standard :

1.1 Le modèle standard et les interactions fondamentales :

On dénombre trois interactions fondamentales, décrites et unifiées sous un même formalisme, par le modèle standard

- **L'interaction électromagnétique** : cette interaction couple les particules chargées et a pour médiateur le photon (γ), un boson non massif. Elle permet la cohésion des atomes.

- **L'interaction Forte** : cette interaction couple les particules colorées [4]. C'est à dire les quarks. Ses médiateurs sont les 8 gluons, bosons non massifs. Elle permet la cohésion des noyaux atomiques.

- **L'interaction Faible** : cette interaction couple tous les fermions, elle a pour médiateurs deux bosons massifs chargés W^\pm et un boson neutre massif Z^0 . Cette interaction est responsable des désintégrations nucléaires β_\pm . C'est seule interaction à laquelle le neutrino soient sensibles

- **L'interaction gravitationnelle** : cette interaction n'est pas décrite par le modèle standard mais peut être négligée.

1.1.1 Les symétries de jauge :

Les symétries de jauge jouent un rôle fondamental dans le modèle standard. Elles laissent des équations du mouvement invariées

sous l'action d'un groupe de symétrie, appelé le groupe de jauge. Les symétries peuvent être globales ou locales

Lorsque les paramètres de la transformation dépendent de la position dans l'espace-temps, la symétrie de jauge est locale.

On a:

$$\delta\Phi(x)_{ij} = R_{ij}{}^k \chi_k \Phi(x) \quad (1.1)$$

où

$R_{ij}{}^k$ Les générateurs de la transformation

χ_k est une fonction arbitraire.

Et on a :

$$\delta(\partial_\mu \phi(x)_{ij}) = R_{ij}{}^k \partial_\mu \chi_k(x) \phi(x) + R_{ij}{}^k \chi_k \partial_\mu \phi(x) \quad (1.2)$$

On va remplacer les équations (1.1) et (1.2) dans l'expression de lagrangien, on trouve

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi(x)_{ij})} \cdot R_{ij}{}^k \partial_\mu\chi_k(x)\phi(x) \quad (1.3)$$

Si les paramètres de la transformation ne dépendent pas de la position. alors la transformation de jauge est dit globale

On a:

$$\delta\Phi(x)_{ij} = R_{ij}{}^k \chi_k \phi(x) \quad (1.4)$$

on remplace dans l'expression du lagrangien, on trouve

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L} &= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi(x)_{ij}} \cdot \delta\phi(x)_{ij} + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi(x)_{ij})} \cdot \delta(\partial_\mu\phi(x)_{ij}) \\ &= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi(x)_{ij}} (R_{ij}{}^k \chi_k \phi(x)) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi(x)_{ij})} \cdot (R_{ij}{}^k \chi_k \partial_\mu\phi(x)_{ij}) \\ &= R_{ij}{}^k \chi_k \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi(x)_{ij}} \phi(x)_{ij} + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi(x)_{ij})} \cdot (\partial_\mu\phi(x)_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Comme χ_k est arbitraire, ne dépendant pas de x ,

$$\delta \mathcal{L} = 0 \quad (1.6)$$

Le lagrangien est ainsi invariant sous la transformation globale. Dans le cas où $x_k(x)$ dépend de la position, pour garder le lagrangien invariante,

On va introduite le champ de jauge A_μ tel que :

$$\delta A^L = T_{ik}^L A^i \chi^K(x) + P_{Kv}^L \partial^v \chi^K(x) \quad (1.7)$$

A partir de l'équation (1.5), le lagrangienne devient fonction de $\phi(x)$, $\partial_\mu \phi(x)$ et A_μ , $\mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu \phi(x), A_\mu)$.

La dérivée ordinaire sera remplacée par le dérivé covariant, défini comme suit :

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi(x) - R\phi(x)A_\mu \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \delta D_\mu \phi &= \delta(\partial_\mu \phi(x) - R\phi(x)A_\mu(x)) \\ &= \delta(\partial_\mu \phi(x)) - R\delta\phi(x)A_\mu(x) - R\phi(x)\delta A_\mu \\ &= R\phi(x)D_\mu \phi(x) \end{aligned} \quad (1.9)$$

On remarque que $D_\mu \phi$ se transforme d'une façon covariante de la même manière de $\phi(x)$.

Le nouveaux lagrangien l'est construire de la façon suivent

$$\mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu \phi(x)) \rightarrow \mathcal{L}'(\phi(x), D\phi(x), A_\mu) \quad (1.10)$$

Avec :

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L} + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}_g \quad (1.11)$$

Où

\mathcal{L} : le Lagrangien original

\mathcal{L}_{int} : le lagrangien de l'interaction entre le champ de matière et le champ de jauge,

\mathcal{L}_g : le lagrangien de jauge.

L'expression du lagrangien de jauge est la suivent :

$$\mathcal{L}_g = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1.12)$$

Où

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (1.13)$$

Symétrie de jauge abélienne :

C'est la symétrie qui décrit l'interaction électromagnétique entre les fermions chargés électriquement.

Soit le lagrangien suivent :

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) \quad (1.14)$$

Où

$\psi(x)$: Représente la quadri spineur qui décrit la particule et son antiparticule.

$\bar{\psi}(x)$: Le spineur adjoint ou $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$

Le champ de matière $\psi(x)$ satisfait à la symétrie U(1) attachée à la conservation de la charge électrique et correspondant à un changement de phase local U(1) de $\psi(x)$:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-ie\chi(x)}\psi(x) \quad (1.15)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}'(x) = e^{ie\chi(x)}\bar{\psi}(x) \quad (1.16)$$

Où $\chi(x)$:est une fonction réelle

Donc le lagrangien devient comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi' \\ &= \bar{\psi} e^{i\chi(x)} [i\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) e^{-i\chi(x)}] - m\bar{\psi}\psi \\ &= \bar{\psi}(x)\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) - m\bar{\psi}\psi - i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \chi(x)\psi \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}' = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) - i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \chi(x)\psi \quad (1,17)$$

Le principe d'invariance de jauge local sous ce groupe de symétrie impose le remplacement de la dérivé partielle présente dérive covariante :

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu(x)$$

On définit les lois de transformations du champ $A_\mu(x)$ sous le groupe U(1) telle que :

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu \chi(x) \quad (1,18)$$

Les générateurs de groupe U(1) vérifient la relation suivante :

$$[A_\mu, A_\nu] = 0$$

On définit le tenseur ci-dessous

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x) \quad (1,19)$$

Qui est obtenu par l'application du commutateur des dérivés covariants sur le champ de jauge A_ν :

$$[D_\mu, D_\nu]A_\nu = ieF_{\mu\nu}A_\nu \quad (1,20)$$

Où on à :

$$\begin{aligned} D_\mu \psi \rightarrow D' \psi' &= (\partial_\mu + ieA_\mu)\psi' \\ &= (\partial_\mu + ieA_\mu + i\partial_\mu \chi(x))e^{-i\chi(x)}\psi \\ &= e^{-i\chi(x)}\psi(\partial_\mu + ieA_\mu)\psi \\ &= e^{-i\chi(x)} \cdot D_\mu \psi \end{aligned} \quad (1,21)$$

L'équation de Dirac devient alors :

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = -e\gamma^\mu \bar{\psi}A_\mu(x)\psi(x) \quad (1,22)$$

Le dernier terme est celui d'interaction des champs de jauge avec le champ spinoriel :

$$\mathcal{L}_{int} = -e\gamma^\mu \bar{\psi} A_\mu(x) \psi(x) \quad (1.23)$$

Le lagrangien du champ de jauge est

$$\mathcal{L}_g = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1.24)$$

Où

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ est le tenseur électromagnétique.

Donc le lagrangien total de l'électro dynamique qui est invariant sous le groupe U(1) est :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) - e\gamma^\mu \bar{\psi} A_\mu \psi(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &= \mathcal{L} + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}_g \end{aligned} \quad (1.25)$$

Symétrie de jauge non abélienne SU(2) :

Soit le lagrangien suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) \\ &= i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi \end{aligned} \quad (1.26)$$

Pour des transformations infinitésimales sous le groupe SU (2) telle que :

$$[\sigma^a, \sigma^b] = if^{abc} \cdot \sigma_c \quad (1.27)$$

Où $\sigma^a, \sigma^b, \sigma_c$: sont les matrices de Pauli ,ce sont les générateur du groupe SU(2)

$i = 1, 2, 3$

f^{abc} : Sont appelé les constantes de structure du groupe.

Les éléments du groupe SU(2) peuvent s'écrire comme suit :

$$u(x) = e^{i\sigma_b(x) \cdot T^j} = e^{\frac{i}{2}\sigma_b(x)\sigma_b} \quad (1.28)$$

Le champ $\psi(x)$ et sa dérivée $\partial_\mu \psi(x)$ se transforment comme suit

$$\begin{aligned} \psi(x) &= u(x)\psi(x) \\ \psi'(x) &= u^{-1}(x)\psi'(x) \\ \partial_\mu \psi(x) &= \partial_\mu [u^{-1}(x)\psi'(x)] \\ &= \left(\partial_\mu u^{-1}(x)\right)\psi'(x) + u^{-1}(x)\partial_\mu \psi'(x) \end{aligned} \quad (1.29)$$

avec

$$\partial_\mu u^{-1}(x) = -\frac{i}{2}\sigma^b \partial_\mu \sigma_b(x) u^{-1}(x) \quad (1.30)$$

On remplace dans l'équation précédente (1.29) et on trouve

$$\partial_\mu \psi(x) = u^{-1}(x) \left(\partial_\mu - \frac{i}{2}\sigma^b \partial_\mu \sigma_b(x) \right) \psi'(x) \quad (1.31)$$

On remarque que sous les transformations de jauge SU(2), le lagrangien supplémentaire n'est pas invariant, d'où la nécessité d'introduire un champ de jauge, par la dérivée covariante suivent :

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \left(\partial_\mu + ig\vec{\sigma}\vec{w}_\mu \right) \quad (1.32)$$

on a

$$\begin{aligned} D_\mu \psi(x) &= \left(\partial_\mu - \frac{i}{2}g\vec{\sigma}\vec{w}_\mu \right) \psi(x) \\ &= \left(\partial_\mu - i\frac{g}{2}\vec{\sigma}\vec{w}_\mu \right) u^{-1}(x)\psi'(x) \\ &= u^{-1}(x)u(x) \left(\partial_\mu - ig\frac{g}{2}\vec{\sigma}\vec{w}_\mu \right) u^{-1}(x)\psi' \\ &= u^{-1}(x) \left(\partial_\mu - \frac{i}{2}\vec{\sigma}\vec{w}'_\mu(x) \right) \psi'(x) \end{aligned} \quad (1.33)$$

$w_\mu(x)$ sont les champs des paramètres de la transformation de jauge infinitésimale, qui se transforment comme suit :

$$w_\mu^i(x) \rightarrow w_\mu'^a(x) = w_\mu^a(x) + \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha(x)^a - \alpha(x)_b f^{abc} w_\mu^k(x) \quad (1.34)$$

On considère l'application du commutateur des dérivées covariantes au champ $\vec{w}_\mu(x)$

$$[D_\mu, D_\nu] \vec{w}_\mu(x) = -\frac{i}{g} \frac{\sigma_a}{2} [\partial_\mu w_\nu^a - \partial_\nu w_\mu^a - g f^{abc} w_\mu^b w_\nu^c] \vec{w}_\mu(x) \quad (1.35)$$

Cette expression nous fournit l'expression du tenseur de l'intensité du champ de jauge :

$$w_{\mu\nu}^a = \partial_\mu w_\nu^a - \partial_\nu w_\mu^a - g f^{abc} w_\mu^b w_\nu^c \quad (1.36)$$

cette expression peut être généralisée au groupe SU(3).

À partir de l'équation (1.30) on peut vérifier que :

$$w_{\mu\nu}^a = w_{\mu\nu}^a - f^{abc} \alpha(x)_b \times w_{\mu\nu}^k \quad (1.37)$$

Le lagrangien du modèle s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\psi}(x) \left[i\gamma^\mu \partial_\mu + ig\gamma^\mu \frac{\sigma_a}{2} w_\mu^a(x) - m \right] \psi(x) - \frac{1}{4} w_{\mu\nu}^a w^{\mu\nu} \\ &= \mathcal{L} + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}_{jauge} \end{aligned} \quad (1.38)$$

Les contributions \mathcal{L} , \mathcal{L}_{int} et \mathcal{L}_{jauge} étant respectivement donnée par :

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi \quad (1.39)$$

$$\mathcal{L}_{jauge} = -\frac{1}{4} w_{\mu\nu}^a w^{\mu\nu} \quad (1.40)$$

$$\mathcal{L}_{int} = i \frac{g}{2} \sigma_a \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) w_\mu^a \quad (1.41)$$

1.1.2 Brisure Spontanée de la Symétrie :

Après l'étude des différentes symétries de jauge (locale et globale) on va étudier maintenant dans cette section la brisure spontanée d'une symétrie et ses conséquences

On considère le lagrangien suivant :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \quad (1.42)$$

la forme du potentiel $V(\phi)$ auquel est soumise le champ ϕ s'écrit comme suit :

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 |\phi|^2 + \frac{\lambda}{4} \phi^4 \quad (1.43)$$

μ^2 est un paramètre qui peut être positif ou négatif, tel que :

λ est la constante de couplage

- $\mu^2 > 0$: le lagrangien décrit une particule libre de masse μ

- $\mu^2 < 0$: l'état fondamental s'obtient en minimisant le potentiel

On note que lagrangien (1.36) est invariant sous la transformation de jauge globale U(1). On a :

$$\phi' = e^{i\alpha} \phi \quad (1.44)$$

Où α est un scalaire. Le potentiel $V(\phi)$ a deux états du vide,

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = 0 \\ \phi_{min} = a = \pm \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \end{array} \right\} \quad (1.45)$$

Le minimum du potentiel se trouve donc en, $|\phi_{min}| = \pm \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$. On prend

alors $a = \pm \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$ comme un état du vide et on développe le champ autour de nouveau minimum tel que :

$$\phi_{min} = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} = d$$

$$\varphi(x) = d + \eta(x) \quad (1.46)$$

où $\eta(x)$ est une petite perturbation de la fonction d'onde autour du minimum .L'effet de la brisure spontanée de la symétrie s'évalue en

exprimant le lagrangien au voisinage du minimum. On remplace donc (1.46) dans (1.42) et on obtient :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu (d + \eta) \partial^\mu (d + \eta) - V(\varphi) \quad (1, 47)$$

Si on prend $\mu^2 = -\lambda d^2$, et négligeant les termes qui n'ont pas d'influence sur le système

On obtiendra le lagrangien suivant :

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta + \frac{1}{2} (2\lambda a^2 \eta^2) - \lambda a \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 \quad (1.48)$$

Le terme en η^2 est susceptible de représenter des particules éventuellement massiques. Donc ce lagrangien décrit un champ scalaire de masse $\mu_\eta^2 = -2\mu^2$ qui est bien défini car $\mu^2 < 0$. Le lagrangien a perdu sa symétrie à cause du terme η^3 .

Symétrie globale :

Symétrie U(1) ;

Le lagrangien du champ scalaire complexe soumis à une brisure spontanée de symétrie de jauge globale est donné comme [5]:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial_\mu \phi) - \mu^2 (\phi^* \phi)^2 - \lambda (\phi^* \phi)^2 \quad (1.49)$$

Où

$$V(\phi, \phi^*) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2 \quad (1.50)$$

avec $\lambda < 0$ et $\mu^2 < 0$.

Le lagrangien est invariant sous la transformation U (1) globale :

$$\phi' = e^{i\alpha} \phi$$

Les deux champs ϕ et ϕ^* s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \\ \phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2) \end{cases} \quad (1.51)$$

Où ϕ_1 et ϕ_2 sont les champs réels

On remplace (1.51) dans l'expression du lagrangien (1.49) on trouve :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 (\partial^\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^* (\partial^\mu \phi_2) - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) \\ &\quad - \frac{\lambda}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{\lambda}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \end{aligned} \quad (1.52)$$

Dans le cas où $\mu^2 > 0$ le lagrangien décrit deux particules scalaires massives dont l'état de vide est :

Si on a :

$$\phi = \phi^* = 0$$

Dans le cas où $\mu^2 < 0$ et $\lambda > 0$, l'état du vide est donné par

$$\begin{aligned} |\phi^* \phi| &= |\phi|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \\ |\phi| &= \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}} = d. \end{aligned}$$

Quand on développe le champ ϕ autour du minimum "d", on obtient l'expression du lagrangien suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu (\eta + a - if) \partial^\mu (\eta + a + if) - \frac{1}{2}\mu^2(\eta + a - if) \cdot \\ &\quad (\eta + a + if) - \frac{\lambda}{4}[(\eta + a - if)(\eta + a + if)]^2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta + \frac{1}{2} \partial_\mu f \partial^\mu f - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \eta^2 - \frac{\lambda}{4} [(\eta^2 + f)^2 + 4\eta a(\eta^2 + f^2)] \quad (1.53)$$

Les termes qui contiennent η^2 et f^2 sont susceptibles d'être des particules éventuellement massiques. Les deux derniers termes de (1.52) exprimé en fonctionnent de η^2 , représentent un champ massique généré par la brisure spontanée de la symétrie de jauge globale. Pour le terme "f" avec $\mu_\varepsilon = 0$, la brisure spontanée de symétrie de jauge a généré aussi un champ de masse nulle « boson de Gladstone ».

Symétrie SU(2)

Soit le lagrangien d'un champ scalaire suivant :

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi^+)(\partial_\mu \phi) - \mu^2 \phi^+ \phi - \lambda (\phi^+ \phi)^2 \quad (1.54)$$

Le champ complexe ϕ est un doublet :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$$

Tel que

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}, \quad (1.55)$$

$\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ sont des champs réels.

On a : le lagrangien est invariant sous les transformations SU(2) ou :

$$\phi' \rightarrow U\phi \quad (1.56)$$

Dans le cas ou $\mu^2 < 0$, l'état du vide s'écrit :

$$\phi\phi^+ = \frac{1}{2} (\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2) = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{c^2}{2} \quad (1.57)$$

De telle sorte que $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ peuvent varier sur la surface d'une sphère à 3D et ce est le rayon de cette sphère.

Si on prend $|\phi_0|$ comme état du vide on aura $|\phi_0| = \phi_3 \vec{e}_3$, tel que :

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\mu^2}{2\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.58)$$

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \eta_1 + i\eta_2 \\ \eta_3 + a + i\eta_4 \end{pmatrix} \Rightarrow \phi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\eta_1 - i\eta_2 \eta_3 + a i\eta_4) \quad (1.59)$$

On remplace l'équation (1.50) dans (1.45) on obtient :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta_1)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta_2)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta_3)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta_4)^2 - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \eta_3^2 + \text{Termes d'interaction.} \quad (1.60)$$

qu'il ya 3 Gladstone.

1.1.3 Mécanisme de Higgs :

La mécanique de Higgs a été incorporé à la théorie basée sur la symétrie du groupe $SU_L(2) \times U(1)$ pour former la théorie électrofaible .Dans notre cas ,on va faire briser spontanément la symétrie de jauge locale U(1).

Soit le lagrangien suivant :

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi^*)(D_\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^* \Phi - \lambda (\Phi^* \Phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1.61)$$

Où

$$V(\varphi^* \varphi) = \mu^2 \varphi^* \varphi + \lambda (\varphi^* \varphi)^2 \quad (1.62)$$

$$\partial_\mu - \mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu \quad (1,63)$$

et A_μ est le champ vectoriel sans masse.

Le lagrangien est invariant sous la transformation de Jauge U(1) locale

La transformation de jauge, s'écrivent comme suit :

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu = A_\mu - (1/g) \partial_\mu \chi(x) \quad (1,64)$$

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = e^{ie\chi(x)} \Phi(x) \quad (1,65)$$

Si $\mu^2 < 0$ l'état d'énergie minimal sera $\varphi = 0$ et la symétrie de jauge $U(1)$ est brisée spontanément. La théorie sera tout simplement QED avec un photon de masse nulle pour une particule scalaire chargée φ de masse μ , et avec self-énergie $(\varphi)^4$.

Le lagrangien décrit une théorie avec un photon de masse μ_A , un boson de Higgs massif h , et un Goldstone ρ sans masse.

$$\varphi(x) = \eta(x) e^{-i\rho} \quad (1.66)$$

la transformation de jauge qui élimine ρ est :

$$\varphi(x)' = e^{i\rho} \varphi(x) = \frac{v+h}{\sqrt{2}} \quad (1.67)$$

On remplace l'équation 1.63 et 1.67 dans l'expression de lagrangien 1.61 et on obtient :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \frac{1}{2} [(\partial^\mu + igA^\mu)(v+h)] [(\partial_\mu - igA_\mu)(v+h)] - \frac{v^2}{2}(v+h)^2 - \lambda^2(v+h)^2 - 4F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) + \frac{1}{2}g^2 A_\mu A^\mu - \lambda v^2 h^2 - \frac{\lambda}{4}h^4 + \frac{1}{2}h^2 A_\mu A^\mu + g v A_\mu A^\mu \end{aligned} \quad (1.68)$$

Le lagrangien est invariant sous la transformation de jauge et le nombre de degré de liberté de la théorie n'a pas changé. Après la transformation

de jauge, on a un boson de Higgs et trois bosons de jauge massifs. Le boson de Goldstone ont disparu de la théorie.

1.1.4 Lagrangien du modèle électrofaible

Ayant introduit tous les champs que nous voulons traiter, et connaissant leur comportement par rapport au groupe de jauge, nous

Pouvons maintenant construire sans difficulté le lagrangien de la théorie. Nous avons déjà vu que les termes d'interaction des spineurs entre eux et

avec le champ de jauge sont univoquement déterminés par la symétrie local à travers de la dérivée covariante .Par contre, ce n'est pas le

cas de l'interaction des spineurs entre eux et avec le champ scalaire.Pour construire un terme légitime, il s'agit de trouver un terme réel qui soit invariant tout par rapport au groupe de jauge que par rapport au groupe de Lorentz, et dont la constante de couplage aient une dimension ≥ 0 , pour des raisons de renormalisation .C'est l' interaction de Ukara[6] :

$$\mathcal{L}^y = f_{ij} \bar{l}_i E_j \varphi + h.c \quad (1.69)$$

On voit, qu'il s'agit bien d'un scalaire par rapport au groupe de Lorentz et sous l'action de $SU(2) \times U(1)$, on a

$$f_{ij} \bar{l}_i E_j \varphi \rightarrow f_{ij} \bar{l}_i U^+ e^{i\alpha} e^{-2i\alpha} E_j e^{i\alpha} U \varphi = f_{ij} \bar{l}_i E_j \varphi \quad (1.70)$$

Le lagrangien du modèle électrofaible s'écrit donc :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_b + \sum_{famille} \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_{fm} \quad (1.71)$$

Avec :

$$\mathcal{L}_b = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\alpha F^{\mu\nu\alpha} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (D_\mu \varphi)^* (D^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^* \varphi - \lambda(\varphi^* \varphi)^2 \quad (1.72)$$

$$\mathcal{L}_f = \sum_i i \bar{l}_i \gamma^\mu D_\mu L_i + \sum_i i \bar{E}_i \gamma^\mu D_\mu E_i \quad (1.73)$$

$$\mathcal{L}_{fm} = \sum_{ij} [f_{ij} \bar{l}_i E_j \varphi + h.c] \quad (1.74)$$

Le première terme d'écrire le secteur bosonique comprenant un scalaire neutre φ_0 et un scalaire chargé φ^+ , et un photon sans masse A_μ , et trois bosons massifs deux d'entre eux chargé (W^{+-}) et un neutre (Z^0). Le deuxième terme décrit la dynamique du secteur fermionique qui se compose de trois familles de quarks et de leptons, le troisième terme

décrit l'interaction des spineurs entre eux et avec les champs scalaires (termes de Yukawa).

La dérivée covariante est égal à :

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\tau^a}{2} A_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (1.75)$$

La valeur de Y dépend évidemment du champ sur lequel agit la dérivée covariante. De même, si elle agit sur un singulet E_i , la partie qui dépend de SU(2) disparaît. Ainsi

$$D_\mu L_i = \left(\partial_\mu - ig \frac{\tau^a}{2} A_\mu^a + i \frac{g'}{2} B_\mu \right) L_i \quad (1.76)$$

$$D_\mu E_i = (\partial_\mu + ig' B_\mu) E_i \quad (1.77)$$

$$D_\mu \varphi = \left(\partial_\mu - ig \frac{\tau^a}{2} A_\mu^a - i \frac{g'}{2} B_\mu \right) \varphi \quad (1.78)$$

C'est le lagrangien qui décrit l'interaction électromagnétique et l'interaction faible du Modèle Standard. Son contenu physique n'est pas encore très clair à ce stade. Mettons donc en évidence son spectre exact. Le problème essentiel ici est celui des masses. Tant les fermions que les champs de jauge sont a priori sans masse dans ce lagrangien. On sait que les champs de jauge ne peuvent pas être massifs, et on constate ici que la symétrie de

Jauge, associée à la représentation chirale des fermions ne permet pas non plus de conférer une masse aux fermions.

1.2 La chromodynamique quantique :

La chromodynamique quantique où QCD est la théorie de l'interaction entre quarks possédant une charge de couleur et gluons. Ces derniers s'associent pour composer des états appelés "hadrons" dont le proton et le neutron sont les éléments les plus courants. Aujourd'hui la QCD est considérée comme l'un des piliers du modèle standard et le dogme le plus

Fondamental de QCD est que la matière hadronique est faite de quarks dont

Les propriétés sont résumées dans le Tableau suivant :

1 ^{ère} famille	2 ^e famille	3 ^e famille	Q	L	B
u (~ 4 MeV)	c ($\sim 1,5$ GeV)	t (~ 175 GeV)	+2/3	0	1/3
d (~ 7 MeV)	s (~ 135 MeV)	b (~ 5 GeV)	-1/3	0	1/3
e (~ 511 keV)	μ (~ 106 MeV)	τ ($\sim 1,78$ GeV)	-1	1	0
ν_e (< 3 eV)	ν_μ (< 190 keV)	ν_τ ($< 18,2$ MeV)	0	1	0

Tableau 1-1[7] : propriété des trois familles de fermion quarks et leptons.

Q , L , B sont respectivement la charge électrique , les nombres leptoniques et baryoniques .

1.2.1 Le groupe SU(3) : la chromodynamique quantique :

La construction de la chromodynamique quantique , autrement dit la théorie de l'interaction forte, se fait maintenant très facilement dans ce cas ci , l'interaction est engendrée par le groupe de jauge su(3) dont on verra qu'il produit huit champ de jauge qu'on appelle des gluons , Quant aux snipeurs de la théorie ce sont les six quarks , dont chacun forme un triplet par rapport au groupe de symétrie.

L'algèbre su(3) :

Des résultats généraux à propos des groupes SU (N), nous savons que les générateurs T^a qui forment l'algèbre SU(N) sont auto-adjoints et de trace nulle. De plus, on ajoute généralement une condition d'orthogonalité ce qui donne :

$$T^a = T^{a+} , \quad (1.79)$$

$$Tr[T^a] = 0 , \quad (1.80)$$

$$Tr [T^a T^b] = \frac{1}{2} \delta^{ab} , \quad (1.81)$$

Le groupe $SU(3)$ est un groupe à huit paramètres réels indépendant, on aura donc huit générateurs aussi, représentés par les huit matrices ci-dessous :

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

On les appelle matrices de Gell-Mann, les générateurs normalisés sont finalement définies par :

$$T^a = \frac{1}{2} \lambda^a \quad (1.82)$$

Finalement, les constantes de structure f^{abc} sont obtenues telle que :

$$\left[\frac{\lambda^a}{2}, \frac{\lambda^b}{2} \right] = if^{abc} \frac{\lambda^c}{2} \quad (1.83)$$

Des arguments théoriques plus sophistiqués, complétés par les expériences en physique des hautes énergies, demandent l'introduction de

six champs spinoriels, les quarks. Chacun est considéré comme un triplet par rapport au groupe $SU(3)$:

$$q_i = \begin{pmatrix} q_i^1 \\ q_i^2 \\ q_i^3 \end{pmatrix}$$

Où q_i représente l'un des six quarks, ainsi chaque type de quarks peut apparaître dans trois états différents qu'on appelle couleur : rouge, vert, et bleu d'où le nom de la théorie. Il est à noter ici que si le nombre de champs de jauge est déterminé par la dimension du groupe de jauge considéré. Le

nombre de spineurs dans la théorie n'est pas imposé par la symétrie. Les arguments doivent être d'une autre nature.

Toute la démarche suivie, pour établir le lagrangien pour la symétrie SU(2) peut être repris point par point ici. L'essentiel est à nouveau le fait qu'on impose la symétrie de jauge locale SU(3).

Alors :

1 - On introduit *les huit champs vectoriels* $A_\mu^a \in SU(3)$ tel que :

$$A_\mu = g_s A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}, a = 1, \dots, 8. \quad (1.84)$$

Ce sont les huit gluons ;

2- On définit la dérivée covariant par

$$D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu \equiv \partial_\mu - ig_s A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} \quad (1.85)$$

3-On ajoute le terme libre pour le champ de jauge. Pour cela, on introduit le tenseur

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - i[A_\mu, A_\nu] \quad (1.86)$$

D'où on obtient

$$F_{\mu\nu}^a = (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (1.87)$$

4- On obtient alors le Lagrangien suivant

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_{i=1}^6 \bar{q}_i \gamma^\mu D_\mu q_i - \sum_{i=1}^6 m_i \bar{q}_i q_i \quad (1.88)$$

La théorie est complète. Ce Lagrangien contient donc 7 paramètres non déterminés : les six masses des quarks et la constante de couplage g_s .

Avec la même simplicité que, il est possible d'établir le Lagrangien de la chromodynamique quantique couplée à l'électrodynamique. Ce sera un Lagrangien invariant sous le groupe $SU(3)_c \times U(1)$.

Pou cela, il suffit d'ajouter le champ vectoriel du photon A_μ , et d'ajouter a la dérivée covariante, terme correspondant

$$\tilde{D}_\mu = \partial_\mu - i g_s A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} - ieQA_\mu \quad (1.89)$$

Où $Q=2/3$ si la dérivée agit sur des quarks u ,c et $Q=-1/3$ pour les autres quark s . On obtient alors

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_{i=1}^6 \bar{q}_i \gamma^\mu \tilde{D}_\mu q_i - \sum_{i=1}^6 m_i \bar{q}_i q_i \quad (1.90)$$

Notons que nous n'avons pas encore introduit l'électron dans la théorie. Ce Lagrangien contient donc six quarks qui interagissent par l'intermédiaire des huit gluons pour l'interaction forte et du photon pour l'électromagnétisme.

1.2.2: le lagrangien de la QCD et les règles de Feynman

Pour faire les calculs perturbatifs de n'importe quelle interaction de quarks et des gluons, on utilise des règles de Feynman car ces dernière sont simplifiées .Ces règles peuvent être déduite sa partir de densité de lagrangien qui se décomposé en un lagrangien classique \mathcal{L}_{CL} .La densité de lagrangien classique a la forme suivent :

$$\mathcal{L}_{CL} = \sum_{saveur} \bar{\lambda}_a (iD - m)_{ab} \cdot \lambda_b \quad (1.91)$$

-Ces termes décrivent l'interaction des quarks, spin 1/2 et de masse m avec des gluons de spin 1 et de masse nulle.

$\lambda_b - F_{\mu\nu}^{\rho}$: le *tenseur* de force du champ qui dérivé du champ gluon ϵ_μ^ρ

D : dérivée covariant

Où

$$F_{\mu\nu}^\rho = [\partial_\mu \epsilon_\nu^\rho - \partial_\nu \epsilon_\mu^\rho - gf^{abc} \epsilon_\mu^b \epsilon_\nu^c] \quad (1.92)$$

a, b,c ; sont des couvrent les huit degrés de *liberté decolour* du champ de gluon

La partie de lagrangien qui dépend du choix de Jauge s ' écrit comme suit :

$$\mathcal{L}_j = -\frac{1}{2\lambda} (\varepsilon_\alpha^\delta)^2 \quad (1,93)$$

Dans une théorie non abélienne de QCD, le terme précédent doit être complété par un terme de lagrangien des "fantômes"

$$\mathcal{L}_f = \partial_\alpha \eta^a + (D_{ab}^\alpha \eta^b) \quad (1,94)$$

η^a : Est un champ scalaire complexe obéissant la statistique de Fermi

Les trois termes $\{\mathcal{L}_{cl}, \mathcal{L}_j, \mathcal{L}_f\}$ du lagrangien total sont suffisants, pour déduire les règles de Feynman. ainsi que les vertex sont représentés dans la figure ci - dessous :

1.2.3 variation de la constante de couplage et liberté asymptotique :

Le fait que les gluons puissent interagir entre eux a un impact direct sur la caractéristique de l'interaction forte, et en particulier sur le couplage.

Dans le cas QCD, la constante de couplage mobile QCD correspond à un effet-écranage où les gluons virtuels entourant les quarks diluent la charge de couleur de ces derniers : plus Q^2 augmente, plus la constante de couplage $\alpha_s(Q^2)$ diminue (figure 1.3). Pour une échelle d'énergie Λ_{QCD} , la constante de couplage de QCD s'écrit comme suit :

$$\alpha_{QCD}(Q^2) = \alpha_s(Q)^2 = \frac{12\pi}{\left(\frac{33-2n_f}{2\pi}\right) \ln\left(\frac{Q}{\Lambda_{QCD}}\right)^2} \quad (1.95)$$

Où

n_f est le nombre de saveur possible pour les quarks.

Λ_{QCD} est un paramètre empirique important de QCD déterminé expérimentalement à partir de la mesure de la dépendance de α_s en fonction de Q^2 .

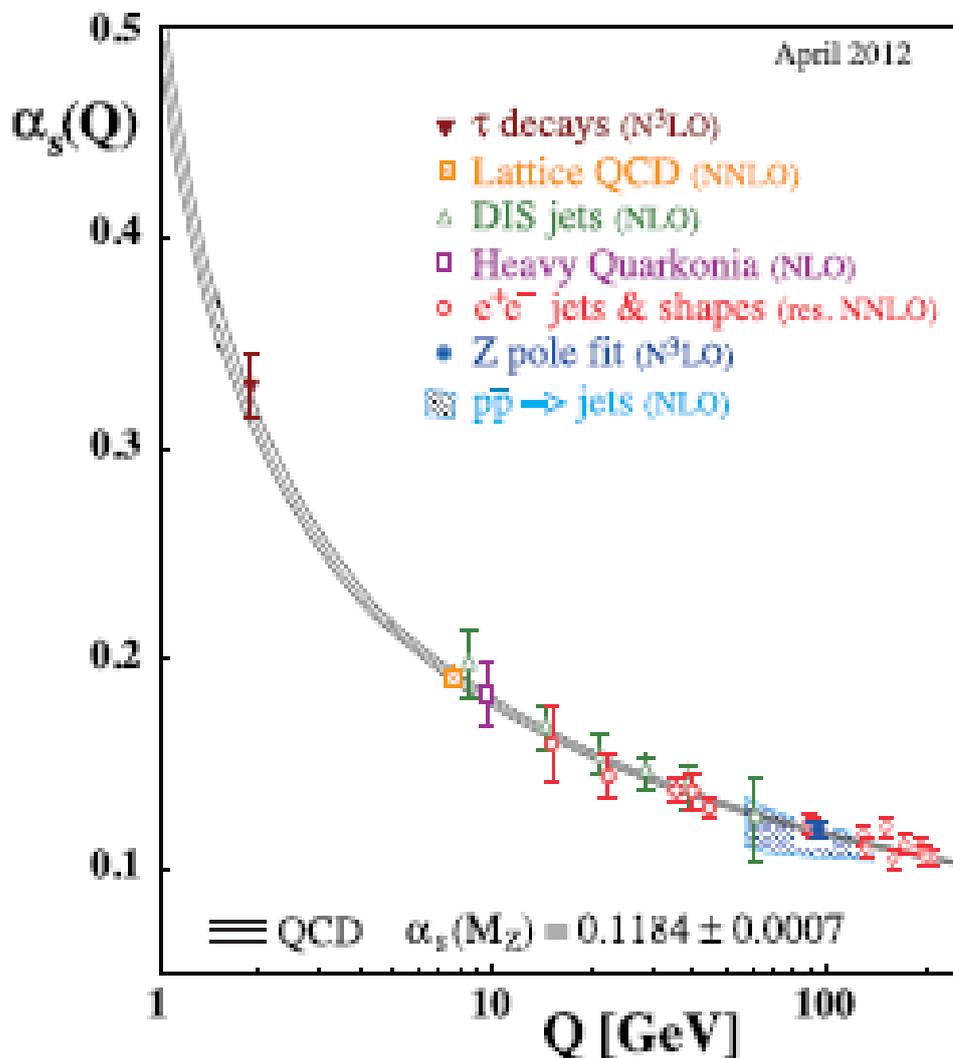


Figure 1. 3 constante de couplage de l'interaction forte α_s en fonction de l'échelle d'énergie.

À grand Q^2 le constante de couplage $\alpha_s(Q^2)$ diminue et tend vers 0, ce qui signifie que les quarks n'interagissent plus : c'est le phénomène de liberté asymptotique. Il y a deux régimes, bien distincts en QCD.

$Q^2 \gg \Lambda^2$: Domaine de la perturbatif

$Q^2 \approx \Lambda^2$: Domain de la QCD non-perturbatif

1. 3 le modèle des partons :

Le modèle de parton, introduit par Feynman considère le hadron comme étant un ensemble de partons, il a été développé pour permettre le calcul de la section efficace de la diffusion.

-Il a été proposé par “ Richard Feynman” où dans ce modèle, les hadrons tels que les nucléons sont composés des partons, on utilise pour déterminer la structure des hadrons à haute énergie.

On considère un hadron comme possédant une quantité de mouvement finie, le mouvement des partons à l'intérieur du hadron est suspendu par l'effet de la dilatation temporelle relativiste et la distribution des charges dans les

Hadrons où l'interaction des hadrons avec une autre particule se fera instantanément pour la diffusion d'un lepton sur un quark portant une fraction de l'impulsion x . Le modèle des partons ne considère pas de rayonnement de gluon par le quark.

Dans ce cas, la section efficace peut s'écrire comme suit :

$$\frac{d^2 \sigma(\alpha N \rightarrow \alpha X)}{dx_{aj} dQ^2} = \sum_i \int_0^1 dx e_i^2 q_i(x) \cdot \left(d^2 \sigma \frac{(\alpha q_i \rightarrow \alpha q_i)}{dx_{aj} dQ^2} \right) \delta(x - x_{aj}) \quad (1.96)$$

Où

$q_i(x)$ est la densité de probabilité de trouver dans le nucléon un parton de saveur i , de charge e_i , et portant la fraction 'x' de l'impulsion du nucléon.

En effet :

$$(xp)^2 = q^2 + (x \cdot P)^2 + 2x(P \cdot q) \approx 0 \quad (1.97)$$

$$\text{Où} \quad x = x_{aj} \quad (1.98)$$

On néglige le terme de masse.

La fonction $q_i(x)$ est appelée distribution de parton où cette fonction ne dépend pas de Q^2 .

On peut faire l'identification pour les fonctions de structure. Ces fonctions de structure peuvent être interprétées comme la somme des densités de distribution des partons à partir des relations suivantes :

$$\begin{aligned} F_1(x_{aj}) &= \frac{1}{2} \sum_i \int_0^1 e_i^2 q_i(x) \delta(x - x_{aj}) \\ &= \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \cdot q_i(x_{aj}) \end{aligned} \quad (1.99)$$

$$F_2(x_{aj}) = \sum_i \int_0^1 x e_i^2 q_i(x) \delta(x - x_{aj}) dx$$

$$= \sum_i x_{aj} e_i^2 q_i(x_{aj}) \quad (1,100)$$

On peut trouver à partir de ces égalités la relation de « callan-cross » suivante :

$$F_2(x_{aj}, Q^2) = 2x_{aj} F_1(x_{aj}, Q^2) \quad (1,101)$$

$$F_1(x_{aj}, Q)^2 = \frac{1}{2x_{aj}} F_2(x_{aj}, Q)^2 \quad (1,102)$$

1.4 Section efficace :

Définition microscopique :

On peut interpréter la section efficace de réaction σ , d'un point de vue microscopique comme étant une modélisation de la surface des noyaux cibles, tel qu'ils sont vus par les particules incidentes, quant à elles supposées ponctuelle. Les noyaux (ou atomes) cibles sont ici modélisés

sous la forme d'une petite surface σ . L'unité de la section efficace est barn tel que $1 \text{ Barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$.

1.4.1 La section efficace des processus de collision de hadron à l'échelle platonique

Le modèle des partons et le concept de factorisation permettent d'exprimer la section efficace de la collision hadronique. Elle s'écrit comme l'intégrale de la section efficace du processus d'interaction parton-parton, qui portent des fractions x_a et x_b de la quantité de mouvement des protons en collision, et des fonctions qui décrivent la façon dont l'impulsion du proton est distribuée parmi les protons qui le constituent.

La section efficace s'écrit [9] :

$$\sigma_{AB \rightarrow X} = \sum_{a=q\bar{q}} \sum_{b=q\bar{q}} \int dx_a dx_b f_{a/A}(x_a) f_{b/B}(x_b) f_{ab}(x_a, x_b) \quad (1.103)$$

Où

σ_{ab} : section efficace d'interaction entre partons a et b.

Dans le modèle des partons, les PDF vérifient le principe d'invariance d'échelle, lors d'une collision proton -proton à haut énergie. On distingue des collisions dites soft où l'énergie dans le système du centre de masse de l'interaction parton-parton est , et les collisions dites, où cette énergie est grande. L'échelle de transition entre le régime soft et le régime dure correspond aux énergie pour laquelle un traitement perturbatif de l'interaction de couleur de la chromodynamique quantique, c'est à dire un développement des amplitude d'interaction en puissances de la constante de couplage α_s est possible, ce qui apporte des corrections au modèle des partons [10] .

Lors d'un processus dur, quand α_s devient suffisamment faible, les constituant d'un hadron peuvent être considéré comme libre non-lié (liberté asymptotique) .Il est possible d'effectuer des calculer perturbatifs e de traiter les corrections radiatives en pQCD.

En QCD, la radiation des gluons produit une dépendance, selon Q^2 , des fonctions de structure, et donc aussi des PDF .Quand Q^2 augment de plus en plus, des gluons sont émis et vont donner ensuite des paires $q\bar{q}$.Cela tend à diminuer la fraction du moment des quarks initiaux et à augmenter la densité des gluons et des paires de la mer et alors x diminue.

L'échelle d'énergie Q^2 est donc à prendre en compte dans les calculs puisque l'interaction entre les quarks et les gluons dans le nucléon dépend directement de sa valeur .La section efficace s'écrit [11] :

$$\sigma_{ab \rightarrow x} = \sum_{q\bar{q}g} \sum_{q\bar{q}g} \int dx_a dx_b f_{a/A}(x_a, Q^2) f_{b/B}(x_b, Q^2) \sigma_{ab}(x_a, x_b, Q^2) \quad (1.104)$$

Donc les fonctions de distributions partoniques donnent la distribution de la probabilité de trouver un quark ou un gluon avec une certaine fraction et avec certaine impulsion transférée des hadrons.

Chapitre 2

Productions de photons directs dans les collisions d'hadrons.

2.1 Collision proton-proton et production de photons

Le proton est une particule subatomique portant une charge élémentaire positive .Il est composé de trois quarks de valence caractérisant sa nature, ainsi que les quarks et antiquarks de la mer présente en quantité dénombrable .ces quarks de la mer proviennent de la matérialisation d'un gluon en une paire $q\bar{q}$. Le proton peut être vu comme un équilibre dynamique de quarks, d'antiquarks et de gluons virtuels, Une vision schématique du proton est présentée dans la figure 1.1

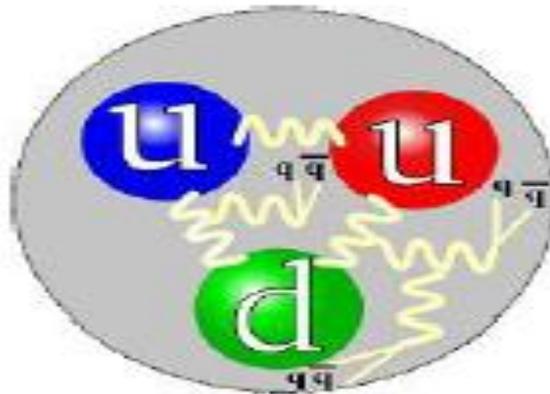


Figure 2.1[12] : visions schématique du proton .

Avant la collision, les protons sont composée uniquement de partons de valence, c'est à dire sont nus.

Ces protons nus évoluent jusqu'à l'instant de la collision ; ce qui les transforme en particules habillées, c'est à dire que leurs partons de valence sont accompagnés d'un ensemble cohérent de parton virtuels .

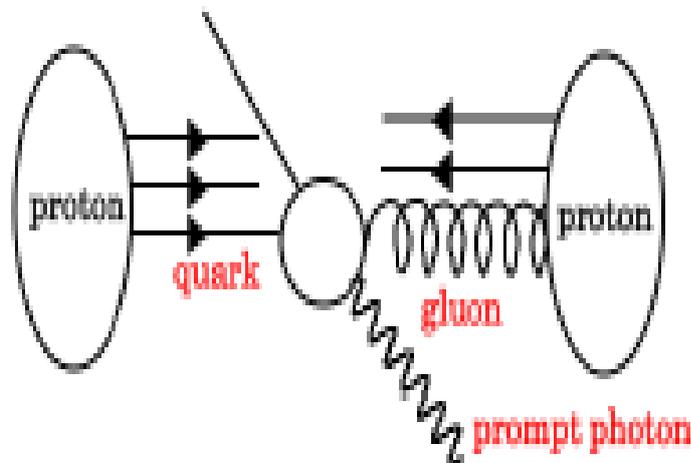
Formellement cela correspond à composer les états initiaux en superposition d'états de fock de quarks et de gluons. On écrit[13] :

$$|\text{proton}\rangle = |q_j q_j q_j\rangle + |q_j q_j q_j g\rangle + \dots + |q_j q_j q_j \dots ggg\rangle \quad (1,105)$$

La collision entre les particules habillées a pour effet de détruire la cohérence des partons qui habillent le projectile et de ceux qui habillent la cible. Ces partons donc libérés par la collision, vont former les particules de l'état final par exemple pour la production des photons dans la collision proton-proton :

$$A + B \rightarrow \gamma + C \quad (1.106)$$

On a la schématisation ci-dessous :



:

La figure (2,2)[14] : production de photon dans la collision p-p

On peut regrouper les photons qui sont produits par la collision proton-proton selon deux catégories : les photons directs et les photons Compton

2.1.1 La production de photon direct

Les particules issues de la collision p-p sont produits par des processus dits "durs" où ces processus sont des interactions dans lesquelles une grande impulsion est échangée ($Q > 1\text{ Ge}$). Ces interactions énergétiques

sont dominées par les processus $2 \rightarrow 2$ et sont notamment à l'origine de la création des photons, dît directs qui sont émis dans les premiers instants de la collision de grande impulsion.

La production de ces photons se fait majoritairement via le processus d'annihilation et Compton dont les diagrammes sont représentés ci-dessous

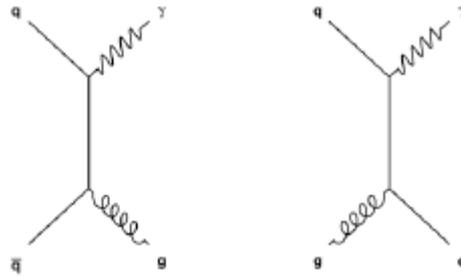


Figure (2-3): diagrammes du processus de Compton (droit) et annihilation (gauche)

Les diagramme correspondent à la production des photons directs à l'ordre dominant « LO » qui viennent des première terme du développement perturbatif de la QCD, Il existe d'autres diagrammes correspondant à des termes d'ordre supérieur NLO

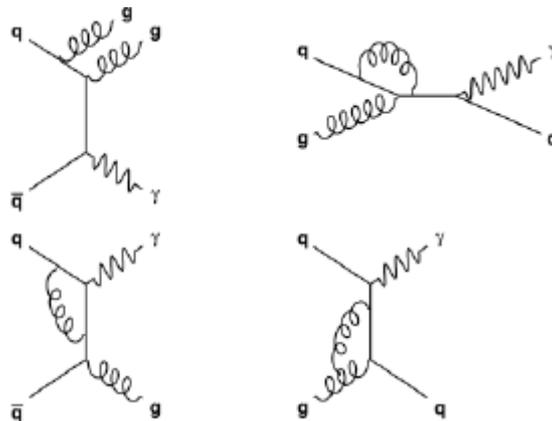


Figure 2,4[15] : Diagramme de production des photons à l'ordre $\mathcal{O}(NLO)$

La production des photons directs est très sensible aux fonctions de structures des hadrons. La PDF du gluon est relativement mal connue (notamment aux petite x). Ainsi la mesure précise de la production de Photons direct doit permettre de mieux contraindre cette dernière

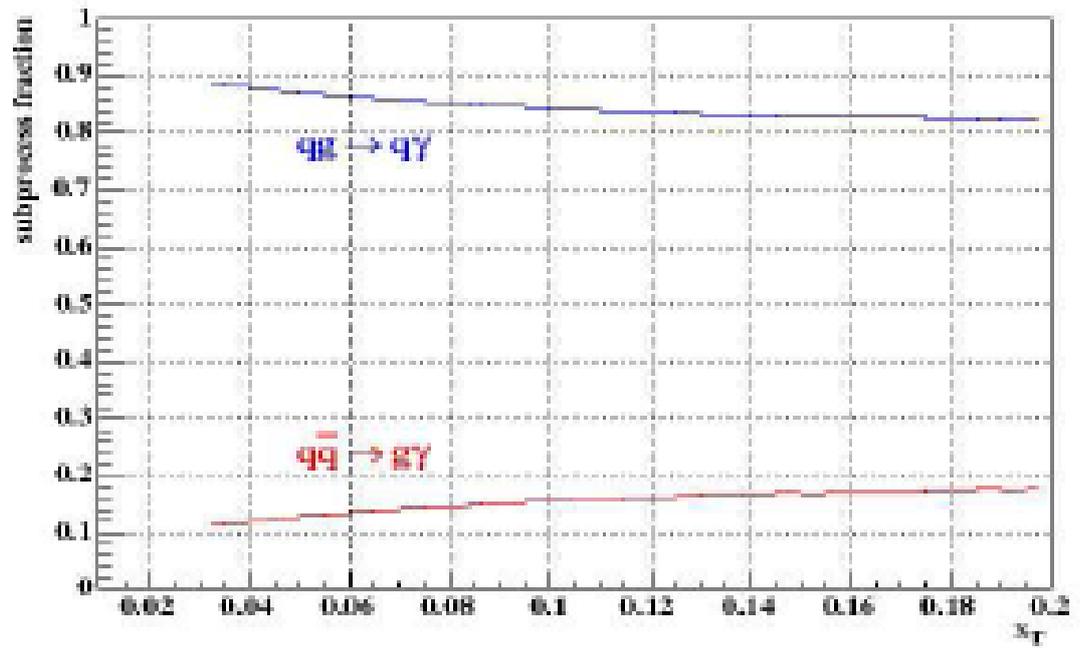


Figure 2,5 : fraction des processus $qg \rightarrow q\gamma$ et $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$ dans la collision p+p à $\sqrt{s} = 200$ en fonction de x_T

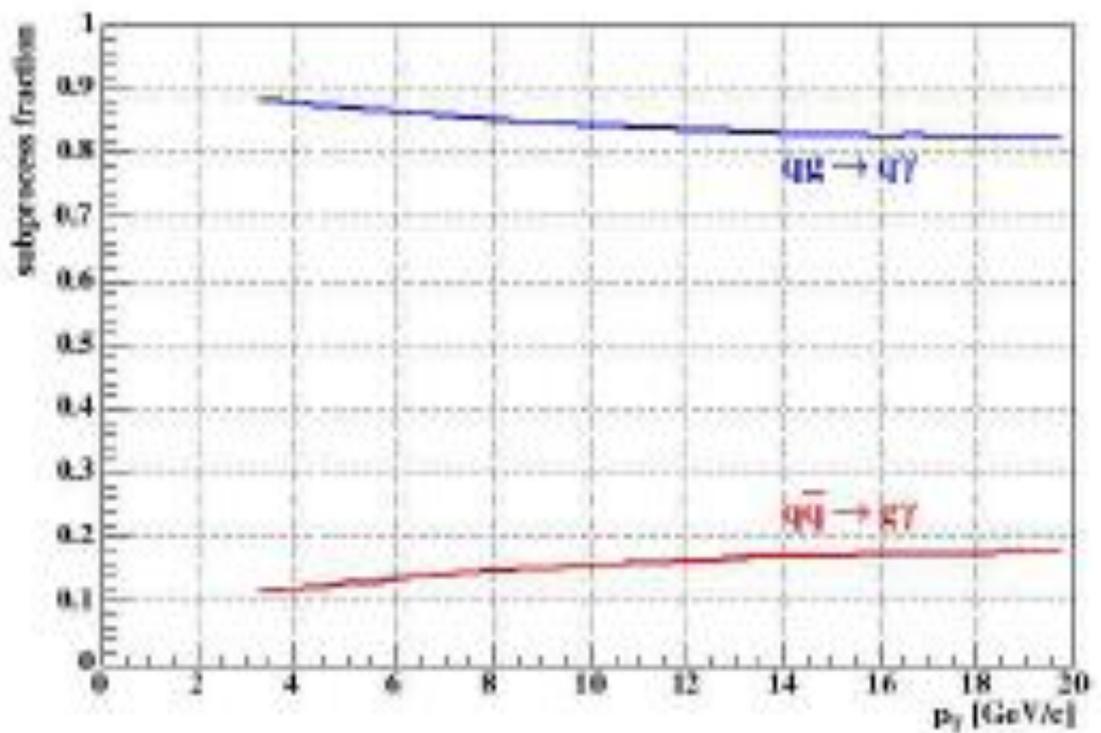


Figure 2,6 [16] = les processus Compton dans la collision p-p à $\sqrt{s} = 200$ GeV en fonction de P_T .

Dans la figure (2,5), on compare les productions dues aux deux processus comptons et annihilation en fonction de l'impulsion transverse p_T à 200Gev et la figure(2,6) représente la même chose mais cette fois en fonction de la fraction d'impulsion transverse.

Chapitre3 :

Calculs de la section efficace de la production de photon direct dans les collisions p-p

Dans le chapitre précédent, on a vu que la section efficace de production de photon direct dans les collisions p-p est la somme des sections efficaces de tous les processus durs possibles. En plus des quarks de valence (u, d) qui tiendront compte des autres de la mer.

Dans le processus qui nous intéresse, ce sont les collisions Compton 2-2 suivantes :

$$\begin{aligned}u + g &\rightarrow u + \gamma \\d + g &\rightarrow d + \gamma \\s + g &\rightarrow s + g \\c + g &\rightarrow c + \gamma\end{aligned}\tag{1.107}$$

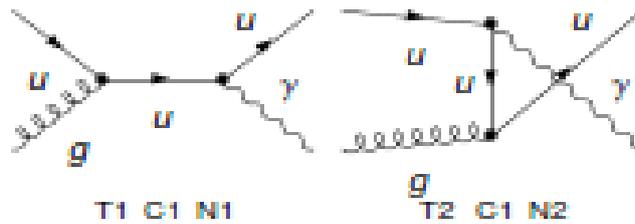
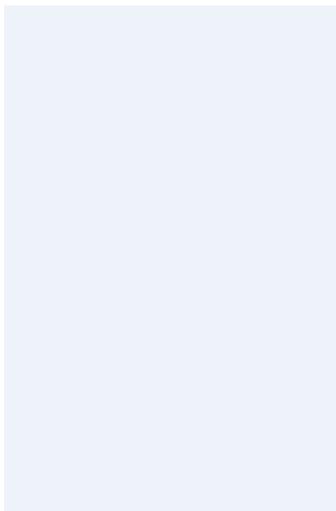
Pour calculer la section efficace d'un processus particulier, on va d'abord dessiner les diagrammes de Feynman d'interactions possibles.

Le programme FeynArts [17] génère automatiquement tous les diagrammes précédents, il est de plus possible de sélectionner quelles seront les particules qui circuleront dans les boucles et de spécifier la topologie du diagramme (vertex, self énergie, boîte). Pour les créer, FeynArts utilise le contenu en particules, et les règles de Feynman

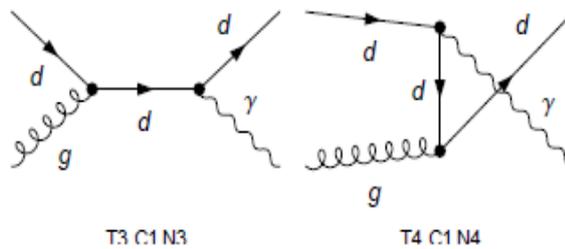
Correspondantes. Nous avons généré tous les diagrammes a l'ordre de Born et au première ordre.

Dans notre travail, nous nous sommes contentés d'évaluer les calculs à l'ordre dominant LO. Le but essentiel était de maîtriser l'outil disposé entre nos mains. Nous avons donné beaucoup d'importance à l'installation et la configuration des logiciels et paquets tels que FeynArts, FormCalc, LoopTools et Mathematica. Ce n'est pas été facile, car il fallait travailler sur un système d'exploitation qui est linux.

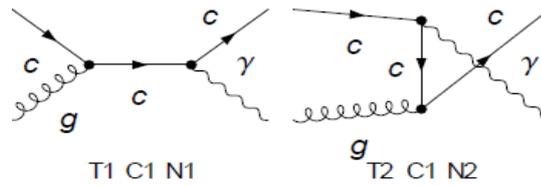
$$u + g \rightarrow u + \gamma$$



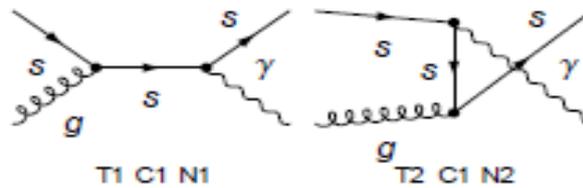
$$d + g \rightarrow d + \gamma$$



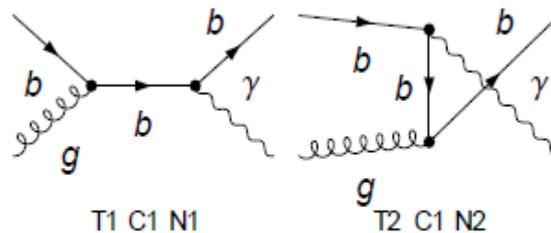
$$c + g \rightarrow c + \gamma$$



$$s + g \rightarrow s + \gamma$$



$$b + g \rightarrow b + \gamma$$



Une fois les diagrammes de Feynman générés , FeynArts calcule les amplitudes correspondantes .

Pour calculer le carré de ces amplitude du processus, on utilisé FormCalc.

Ce dernière essaie de traiter ces expressions par les simplifications algébriques suintantes :

- contraction des indices,
- calcul les traces des fermions,

-abréviation des résultats.

Les carrée des amplitudes des différents sons processus partonique sont donnés par les expressions ci-dessous :

Processus $u g \rightarrow u \gamma$

$$\frac{128}{9} \text{Alfa Alfa} \pi^2 (8 \text{MU}^2 (\text{MU}^2 + \text{S}) \text{Den} [\text{S}, \text{MU}^2]^2 + (44 \text{MU}^2 - 8\text{S} + \text{ST} + 5\text{T}^2 + 2\text{MU}^2(85 - 19\text{T} - 8\text{U}) - 4\text{SU} + 9\text{TU}) \text{Den} [\text{S}, \text{MU}^2] \text{Den} [\text{U}, \text{MU}^2] + 4(7\text{MU}^2 - 4\text{MU}^2 \text{U} + \text{U}^2) \text{Den} [\text{U}, \text{MU}^2]^2)$$

Processus $d g \rightarrow d \gamma$

$$\frac{32}{9} \text{Alfa Alfa} \pi^2 (8 \text{MD}^2 (\text{MD}^2 + \text{S}) \text{Den} [\text{S}, \text{MD}^2]^2 + (44 \text{MD}^2 - 8\text{S}^2 + \text{ST} + 5\text{T}^2 + 2\text{MD}^2(85 - 19\text{T} - 8\text{U}) - 4\text{SU} + 9\text{TU}) \text{Den} [\text{S}, \text{MD}^2] \text{Den} [\text{U}, \text{MD}^2] + 4(7\text{MD}^2 - 4 \text{MD}^2 \text{U} + \text{U}^2) \text{Den} [\text{U}, \text{MD}^2]^2)$$

Processus $c g \rightarrow c \gamma$

$$\frac{128}{9} \text{Alfa Alfa} \pi^2 (8 \text{MC}^2 (\text{MC}^2 + \text{S}) \text{Den} [\text{S}, \text{MC}^2]^2 + (44 \text{MC}^2 - 8\text{S}^2 + \text{ST} + 5\text{T}^2 + 2\text{MC}^2 (85 - 19\text{T} - 8\text{U}) - 4\text{SU} + 9\text{TU}) \text{Den} [\text{S}, \text{MC}^2] \text{Den} [\text{U}, \text{MC}^2] + 4(7\text{MC}^2 - 4 \text{MC}^2 \text{U} + \text{U}^2) \text{Den} [\text{U}, \text{MC}^2]^2)$$

Processus $s g \rightarrow s g$

$$\frac{32}{9} \text{Alfa Alfa} \pi^2 (8 \text{MS}^2 (\text{MS}^2 + \text{S}) \text{Den} [\text{S}, \text{MS}^2]^2 + (44 \text{MS}^2 - 8\text{S}^2 + \text{ST} + 5\text{T}^2 + 2\text{MS}^2 (85 - 19\text{T} - 8\text{U}) - 4\text{SU} + 9\text{TU}) \text{Den} [\text{S}, \text{MS}^2] \text{Den} [\text{U}, \text{MS}^2] + 4(7\text{MS}^2 - 4 \text{MS}^2 \text{U} + \text{U}^2) \text{Den} [\text{U}, \text{MS}^2]^2)$$

Processus

$$b g \rightarrow b \gamma$$

$$\frac{32}{9} \text{Alfa} \text{Alfas} \pi^2 (8 \text{MB}^2 (\text{MB}^2 + \text{S}) \text{Den} [\text{S}, \text{MB}^2]^2 + \\ (44 \text{MB}^2^2 - 8\text{S}^2 + \text{ST} + 5\text{T}^2 + 2\text{MB}^2 (8\text{S} - 19\text{T} - 8\text{U}) - 4\text{SU} + 9\text{TU}) \text{Den} \\ [\text{S}, \text{MB}^2] \text{Den} [\text{U}, \text{MB}^2] + 4(7\text{MB}^2^2 - 4 \text{MB}^2\text{U} + \text{U}^2) \text{Den} [\text{U}, \text{MB}^2]^2)$$

Les résultats sont donnés par FormCalc sous forme simplifiée où des abréviations sont introduites comme suit :

Den $[k^2, M^2]$: le dénominateur $1 / (k^2 - M^2)$.

MU, MC, MD, MS, MB : sont respectivement les masses des quarks u,c,d,s,b

MU², MC², MD², MS², MB² : les masses au carré de quark u,c,d,s,b

S, T, U : les variables de Mandelstam.

Alfa, Alfas : les constantes de couplage électromagnétique et fort.

La dernière étape dans les calculs, consiste à multiplier les amplitude au carrée par les fonctions de distributions des parton et intégrer sur toutes les fractions des impulsions des quarks et des gluons entreront dans la collision. On a utilisé les mstw2008 à une échelle de 1000 Gev. Au final, nous avons tracé la courbe qui montre l'évolution des amplitudes au carrée en fonction de la constante de couplage α_s à l'énergie de 14 Tev.

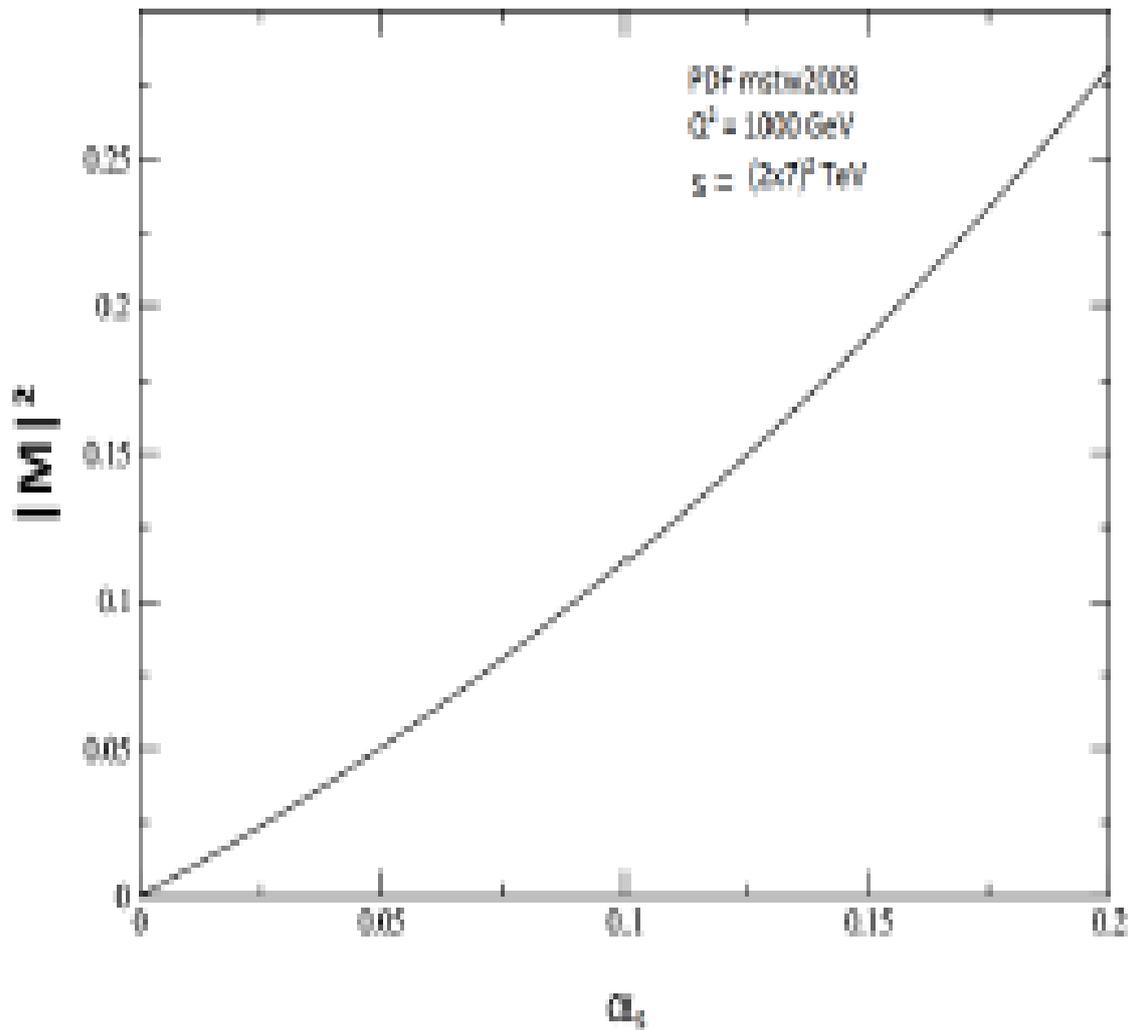


Figure (3.1) : Amplitude au carée de la production de photon direct lors collision p-p en fonction de la constante de couplage α_s , obtenues avec la PDF mstw2008 et l'échelle de $Q^2 = 1000 \text{ GeV}$.

Nous avons fait varier le constante de couplage (α_s) de 0,01 jusqu' à 0,2 et nous remarque que les amplitudes au carée augmente d'une manière proportionnelle à la constante de couplage α_s , plus α_s augment , plus les amplitudes augment , ceci est dû à l'effet de la liberté asymptotique .

Conclusion :

Dans ce mémoire, on a découvert le monde de la physique de particules. Ce domaine a connu une avancée spectaculaire ces dernières années, grâce à l'outil informatique et l'existence de paquets qui permettent l'automatisation des calculs des sections efficaces de collisions hadroniques.

En plus de programmes de simulations qui précèdent l'exercice physique au LHC.

Dans le premier chapitre, nous avons exposé le modèle standard qui est le cadre théorique qui traite l'interaction électrofaible des leptons et des quarks. Ensuite, nous avons traité la chromodynamique quantique qui est considérée comme faisant partie du modèle standard.

Dans le régime des grandes impulsions échangées, le modèle des partons s'impose comme étant le modèle qui décrit les phénomènes de collisions hadroniques.

L'objectif fondamental de ce travail est de maîtriser d'une part l'installation et l'utilisation de Mathematica sur Linux. Ensuite, l'interaction et l'utilisation des autres paquets tels que FeynArts, FormCalc et LoopTools. Ces derniers permettent l'automatisation du calcul des sections efficaces de n'importe quel processus de collision hadronique, et aux ordres LO, NLO, et NNLO. La tâche n'a pas été facile car il fallait s'adapter au nouveau système d'exploitation qui est Linux. L'installation des différents paquets exigeait la connaissance de plusieurs bibliothèques numériques indispensables pour que tout fonctionne correctement. On a fini par tout installer et faire fonctionner. On a alors calculé la section efficace de

production de partons dans la collision proton – proton à L'ordre le plus bas .On a essayé d'aller plus loin en voulant calculer les amplitudes NLO ,mais le matériel nous a fait défaut .L'ordinateur utilisé n'était pas assez puissant pour aboutir à notre but . Les résultats obtenus concordent avec ceux disponibles dans la littérature .Comme perspectives, on s'est fixé le but de pousser les calculs à l'ordre NLO en utilisant le matériel adéquat.

Bibliographie

[1] <https://fr.m.wikipedia.org>

[2] Gilles Cohen-Tannoudji, Histoire, Actualité & Horizons Du *Modèle Standard*. Université paris sud .

[3] T . Hahn M. Pérez-Victor. *Automatized One -LoopCalculation in four and D dimensions* .Universidad de Granda, juillet 1998.

[4] Pablo Achard, Production inclusive de hadron dans les collision de deux photons au sein de l'expérience L3, Université De Genève, thèse N⁰3431 .

[5] Elias KHAN, Notion sur le modèle standard : du lagrangien au mécanisme de higgs .Université paris sud.

[6] Mikhaïl Shaposhnikove, Champs Quantique Relativistes, Ecole polytechnique Fédérale, Sven Bachmann, été 2005.

[7,8] Pablo Achard, production inclusive de hadron dans les collisions de deux photon au sein de l'expression L 3 ,Université De Genève ,thèse N⁰3431 .

[9] Lounici Loubna, Calcul des amplitudes de production de photons dans les collision proton-proton au LHC avec FeynArts, FormCalc et LoopToos .Mémoire de fin d'études Université Abderrahmane Mira de Bejaia.

[10,12] M .Dib .*contribution à l'analyse des premières données l'expérience CMC au LHC* .Mémoire de fin d'études Université Libre de Bruxelles ,2009-2010.

[11] Lance Dixon .QCD at Collision .at Collision .European School of High Energy, 2012

[13]Cyrille Marquet .*chromodynamique quantique à haute énergie ,théorie et phénoménologie appliquée aux collisions de hadrons* .Université Pierre et Marie Curie ,2006 .

[14,16] Takuma Horaguchi .*prompt photon production in proton -proton Collision at $\sqrt{s}=900$ Gev* .at Tokyo Institute of Technologie February ,2006

[15] P.Gupta B .C .ChoudharyS.ChatterjiS.*Bhattacharya*Stydy of direct photon plus jet production in CMS experimental at $\sqrt{s}=17$ Tev .L'Université de Delhi, India ,2007 .

[17]Thomas Hahn .*Generating Feynman and Amplitudes with FeynArts3* .*UniversitätKarlsruh*,arXiv :hep-ph /0012260v 16 MAY 2001 .

.