



M^{elle} **BOUALI Hassiba**

M^{elle} **BOUTOUTA Yasmina**

Faculté de Technologie
Département d'**Hydraulique**

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Présenté par :

En vue de l'obtention du diplôme de **MASTER en Hydraulique**

Option : Ouvrages et Aménagement Hydraulique

INTITULE :

***Etudes expérimentale et simulation numérique de l'écoulement
dans les milieux poreux (Application Nappe libre – Nappe
captive)***

Soutenu le **02 /07 /2017** devant le jury composé de :

- Président : **Mr. HAMMOUCHE**
- Promoteur (s) : **Mr. BENDAHMANE Ibrahim**

: Mr. SGHIR Abdelghani

- Examinatrice : **M^{eme} BOUNAB**
- Invité :

Remerciement

Nous voulons exprimer par ces quelques lignes de remerciement notre gratitude envers tous ceux en qui par leur présence, leur soutien, leur disponibilité et leur conseil, nous avons eu courage d'accomplir ce projet.

*Nous commençons par remercier le bon Dieu ;
Nous remercions Mr Bendahmane qui nous a fait l'honneur d'être notre encadrant.*

Nous le remercions profondément pour son encouragement continu et aussi d'être toujours là pour nous écouter, nous aider et nous guider à retrouver le bon chemin par sa sagesse et ses précieux conseils.

Ainsi que son soutien moral et sa preuve de compréhension, ce qui nous a donné la force et le courage d'accomplir ce travail.

Nos remerciements les plus sincères s'adressent de même à Monsieur Seghir pour leur conseil intéressant; leur encouragement continu ; ainsi que le temps qu'il nous a réservé malgré leur grande occupation.

Enfin nous ne pouvons achever ce mémoire sans exprimer notre gratitude à tous les professeurs de département Hydraulique pour leur dévouement et leur assistance tout au long de nos études universitaires.

Dédicace

Toutes les lettres ne sauraient trouver les mots qu'il faut...

*Tous les mots ne sauraient exprimer la gratitude, l'amour, le respect,
la reconnaissance...*

Aussi, c'est tout simplement que je dédie ce projet de fin d'étude...

A mes chers parents : Ahmed et Zohra

*Autant de phrase et d'expressions aussi éloquents soient-elles ne
sauraient exprimer ma gratitude et ma reconnaissance. Vous avez su
m'inculquer le sens de la responsabilité, de l'optimisme et de la
confiance en soi face aux difficultés de la vie. Je vous dois ce que je
suis aujourd'hui et ce que je serai demain et je ferai toujours de mon
mieux pour rester votre fierté et ne jamais vous décevoir.*

*Que dieu, le tout puissant, vous préserve, vous accorde santé, bonheur,
quiétude de l'esprit et vous protège de tout mal*

A mes adorables sœurs : Salima et Léila

Mes chers frères : Mustafa et Fouad

*Merci d'être toujours à mes cotés, par votre présence, par votre amour
dévoué et votre tendresse, pour donner du gout et du sens à ma vie, je
vous prie de trouver dans ce travail l'expression de mon estime et mon
sincère attachement. Je prie Dieu, le tout puissant, pour qu'il vous
donne bonheur et prospérité.*

A mes ami(e)s, Kilani, Asma, Yasmine

*à qui je souhaite le succès, en les remerciant pour l'amitié qui nous a
toujours unis*

*Et pour finir, à ma chère amie Nourelhouda, avec qui j'ai partagé des
moments précieux et à qui je souhaite la réussite et le bonheur ainsi
qu'à toute sa famille.*

Bouali Hassiba

Dédicace

C'est avec profonde gratitude et sincères mots, que je dédie ce modeste travail de fin d'étude à mes chers parents ; qui ont sacrifié leur vie pour ma réussite et m'éclairé le chemin par leurs conseils judicieux, que dieu prête à mon père longue vie et que dieu accueille ma mère dans son vaste paradis.

Je dédie aussi ce travail à mes chers frères : Yacine, Hassan et Masten

Et mes chères sœurs : Lamia, Nora, Amel et chanez avec tous mes vœux de les voir réussir dans leurs vies.

A toute ma famille

A mes ami(e)s : Sabrina, Ryma, sylvia et Hassiba à qui je souhaite le succès, en les remerciant pour l'amitié qui nous a toujours unis

A mon cher ami Moumouh qui m'a aidé et supporté dans les moments difficiles

A tous ceux que j'aime et ceux qui m'aiment.

BOUTOUTA YASMINA

Sommaire

Sommaire

Remerciement

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des symboles

Introduction générale.....01

Chapitre I : Caractéristiques de l'écoulement dans le milieu poreux

I.1. Introduction

I.2. Structure d'un milieu poreux 02

I.2.1. Définition d'un milieu poreux..... 02

I.2.2. Pores..... 02

I.2.3. Ecoulement souterrain 02

I.2.4. Eaux interstitielles 02

I.2.5. Classification des aquifère 03

I.2.5.1. Aquifère à nappe libre..... 03

I.2.5.2. Aquifère à nappe captive 03

I.2.5.3. Aquifère à nappe artésienne..... 03

I.2.6. La granulométrie 03

I.3. Propriétés physique d'un milieu poreux 04

I.3.1. Porosité 04

I.3.1.1. Type de porosité..... 04

I.3.2. Teneur en eau 05

I.3.3. Coefficient d'emménagement. 05

I.3.4. La perméabilité 05

I.3.4.1. Mesure de perméabilité..... 05

I.3.5. Homogénéité et isotropie 07

I.3.5.1. Homogénéité et hétérogénéité..... 07

I.3.5.2. Homogénéité et anisotropie 07

I.3.6. Types d'aquifère homogènes et isotropes..... 07

I.3.6.1. Aquifère homogène et isotrope	07
I.3.6.2. Aquifère homogène et anisotrope	08
I.3.6.3. Aquifère hétérogène et isotrope	08
I.3.6.4. Aquifère hétérogène et anisotrope	08
I.4. Loi fondamentale de l'écoulement (loi Darcy)	08
I.4.1. L'expérience de Darcy	09
I.4.2. Limite d'application de la loi Darcy	09
I.4.3. Généralisation de la loi Darcy	10
I.4.3.1. Milieu homogène et isotrope	10
I.4.3.2. Milieu homogène et anisotrope	11
I.4.4. Les différentes vitesses de filtration	12
I.4.4.1. Vitesse apparente de filtration	12
I.4.4.2. Vitesse réelle	12
I.4.4.3. Vitesse de filtration par unité de gradient hydraulique	12
I.5. Cinématique	13
I.5.1. Equation de continuité	13
I.5.1.1. Pour un milieu homogène, hétérogène et isotrope	14
I.5.1.2. Pour un milieu homogène et anisotrope	14
I.5.2. Lignes de courant et lignes équipotentielle	15
I.5.2.1. Lignes de courant	15
I.5.2.2. Lignes équipotentielle	17
I.5.2.3. Réseaux d'écoulement	17
I.6. Etude des réseaux d'infiltration dans un milieu poreux	18
I.6.1. La ligne de saturation	18
I.6.2. La pression de l'eau interstitielle	18
I.6.3. Le débit fuite	18
I.6.4. Détermination par la recherche d'une solution analytique	18
I.7. Méthodes de résolution des écoulements souterrains	19
I.7.1. Méthodes analytique	19

I.7.2.Méthodes numériques	20
1.7.3. Méthodes graphiques.....	21
I.8. Ecoulement vers un puits	21
I.8.1.Essai de pompage.....	21
I.8.2.L'objectif des essais de pompages	22
I.8.3. Le principe de base	22
I.8.4. Mécanisme de rabattement	22
I.8.4.1. Rabattement de pompage à une nappe captive	22
I.8.4.2. Rabattement de pompage pour une nappe libre	28
I.8.5. L'approximation de Dupuit.....	31
I.8.5.1. L'hypothèse de Dupuit pour une nappe libre	31
I.8.6. Régime transitoire	32
I.9.Conclusion	32

Chapitre II : Etude expérimental

II.1. Introduction	33
II.2. Description du banc d'essai expérimental.....	33
II.2.1. Préparation du banc expérimental.....	34
II.3. Propriété des matériaux	34
II.3.1. L'analyse granulométrique	35
II.3.1.1. Matériels utilisé pour cette analyse	35
II.3.2. Conductivité hydraulique	38
II.4. Instruments prise de mesures	40
II.4.1. Piézomètre	40
II.4.2. Becher et Chronomètre	41
II.4.3. Pompage immergé	41
II.4.4. Puits.	41
II.5. Les différents cas traités	42
II.5.1. Hypothèses de base	42
II.5.2. Déroulement des essais	42
II.5.2.1. Ecoulement à travers un milieu poreux (vers une tranchée)	42

II.5.2.2. Ecoulement vers un puits dans une nappe libre	43
II.5.2.3. Ecoulement vers un puits dans une nappe captive	43
II.6. Conclusion	44

Chapitre III : Simulation numérique

III.1. Introduction	45
III.2. Présentation du Logiciel	45
III.3. Principe d'utilisation du code.....	45
III.4. Présentation de la méthode des éléments finis	45
III.4.1. Introduction	45
III.4.2. Définition de la méthode des éléments finis	46
III.4.3. Les grandes lignes de la méthode.....	46
III.4.4. Formulation variationnelle	46
III.4.4.1. Forme forte	46
III.4.4.2. Forme faible	47
III.4.5. Discrétisation du domaine géométrique	48
III.4.5.1. Maillage	48
III.4.5.2. Maillage mobile.....	49
III.4.6. Approximation sur l'élément	49
III.4.6.1. Approximation polynomiale	49
III.4.6.2. Approximation nodale	50
III.4.7. Assemblage	51
III.4.8. La résolution	51
III.5. Plans de construction du modèle	51
III.6. Premier cas : Ecoulement vers une tranchée	52
III.6.1. Présentation du modèle	52
III.6.2. Paramètres de calcul	52
III.6.3. La géométrie.....	52
III.6.4. Equation du domaine.....	53
III.6.5. Conditions aux limites.....	53
III.6.6. Maillage.....	54

III.6.7. Maillage mobile.....	54
III.6.8. Résultats	55
III.6.8.1. distribution des pressions	55
III.6.8.2.Lignes du courant et lignes équipotentiels	55
III.6.8.3. le tracé de l ligne de saturation.....	57
III.6.9. L'effet de maillage	58
III.7. deuxième cas : Ecoulement vers un puits dans une nappe libre.....	57
III.7.1. Présentation du modèle	57
III.7.2. Paramètres de calcul.....	57
III.7.3. Variables utilisées.....	57
III.7.4. La géométrie.....	58
III.7.5. Equation du domaine.....	58
III.7.6. Conditions aux limites.....	58
III.7.7. Maillage	58
III.7.8. Maillage mobile.....	59
III.7.9. Résultats.....	59
III.7.9.1. La distribution de pression.....	59
III.7.9.2. Courbe de la charge hydraulique.....	62
III.10. L'effet de maillage.....	63
III.11. Conclusion.....	64

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1. Introduction.....	61
IV.2.Premier cas : écoulement à travers un milieu poreux (vers une tranchée).....	61
IV.2.1. Etude expérimentale	61
IV.2.1.1.Premier essai	61
IV.2.1.2. Deuxième essai	62
IV.2.1.3. Troisième essai.....	63
IV.2.1.4. Quatrième essai	64
IV.2.1.5. Cinquième essai	65
IV.2.2. Etude analytique.....	66

IV.2.2.1. Premier essai	67
IV.2.2.2. Deuxième essai	68
IV.2.2.3 Troisième essai.....	69
IV.2.2.4. Quatrième essai	70
IV.2.2.5. Cinquième essai	71
IV.2.3. Etude numérique	72
IV.2.3.1. Premier essai	72
IV.2.3.2. Deuxième essai	73
IV.2.4. Etude comparative	74
IV.3. Deuxième cas : écoulement vers un puits dans une nappe libre	75
IV.3.1. Etude expérimentale	75
IV.3.1.1. Résultats expérimentale du deuxième cas en régime transitoire.....	75
IV.3.1.2. Résultats expérimentales du deuxième cas en régime permanent	76
IV.3.2. Etude numérique	79
IV.3.3. Etude analytique (méthode graphique)	81
IV.3.4. Etude comparative.....	82
IV.4. Troisième cas : Ecoulement vers un puits dans une nappe captive	83
IV.4.1. Etude expérimentale.....	83
IV.4.1.1. Analyse en régime permanent.	83
IV.4.1.2. Analyse en régime transitoire	86
IV.4.1.. Analyse de résultats en régime permanent.....	87
Conclusion.....	88
Conclusion générale.....	89

Bibliographie

Liste des figures

Liste des figures

Figure(I.1) : Représentation d'un milieu poreux	02
Figure(I.2) : Caractéristiques physiques d'un milieu poreux	07
Figure(I.3) : L'expérience de Darcy	09
Figure(I.4) : Volume élémentaire de contrôle	13
Figure(I.5) : Ligne de courant.....	16
Figure(I.6) : Réseau d'écoulement.....	18
Figure(I.7) : Tracé de la ligne de saturation dans un milieu poreux.....	19
Figure (I.8) : Le rabattement dans une nappe captive.....	22
Figure (I.9): Coupe verticale de l'écoulement radial transitoire d'un puits.....	25
Figure (I.10): Illustration de la méthode de superposition de Theis (1935).....	26
Figure (I.11) : Illustration de la méthode de Cooper-Jacob (1946).....	28
Figure(I.12) : Le rabattement dans une nappe libre.....	29
Figure(I.13) : L'approximation de Dupuit pour l'aquifère libre.....	31
Figure(II.1) : Photos dispositif expérimental	33
Figure(II.2) : Schéma représentant le dispositif expérimental	34
Figure (II.3) : Agitateur utilisé pour l'analyse granulométrique.....	35
Figure (II.4) : Balance électrique pour peser le tamisât de chaque tamis.....	36
Figure(II.5) : Courbe granulométrique du sable de la troisième couche	36
Figure (II.6): Courbe granulométrique du sable de la deuxième couche.....	37
Figure (II.7) : Courbe granulométrique de sable de la première couche	37
Figure(II.8) : Appareil d'expérience de la conductivité.....	38
Figure(II.9) : Courbe de la conductivité du sable grossier	39
Figure(II.10) : Courbe de la conductivité du sable moyen	39
Figure (II.11) : Courbe de la conductivité du sable fin.....	40
Figure (II.12) : Les 14 piézométries	40
Figure (II.13) : Chronomètre et béccher utilisé.....	41
Figure (II.14) : Pompe immergée.....	41

Figure (II.15) : Puits et règle	42
Figure (II.16) : Vue en coupe schématique du modèle expérimental	43
Figure (II.17) : Schéma représentatif d'un écoulement vers un puits dans une nappe captive	44
Figure (III.1) : domaine géométrique et contour.....	47
Figure (III.2) : Discrétisation du domaine – éléments triangulaires.....	48
Figure (III.3) : présentation du modèle en deux dimensions.....	53
Figure (III.4) : Condition aux limites sur les parois amont et aval.....	53
Figure (III.5) : Pas d'écoulement.....	54
Figure (III.6) : Maillage.....	54
Figure (III.7) : Maillage du domaine de calcul.....	55
Figure (III.8) : La distribution des pressions.....	55
Figure (III.9) : Lignes de courant.....	56
Figure (III.10) : Lignes équipotentiellles.....	56
Figure (III.11) : Représentation de modèle en 3D.....	58
Figure (III.12) : Le Maillage.....	58
Figure (III.13) : Maillage du domaine de calcul.....	59
Figure (III.14) : La distribution de pression.....	59
Figure(IV.1) : Point de position de la ligne de saturation à 120mm	62
Figure(IV.2) : Point de position de la ligne de saturation à 115mm	63
Figure(IV.3) : Point de position de la ligne de saturation à 105mm	64
Figure(IV.4) : Point de position de la ligne de saturation à 95mm.....	65
Figure(IV.5) : Point de position de la ligne de saturation à 85mm.....	66
Figure(IV.6) : Courbe de la ligne de saturation à 120mm	67
Figure(IV.7) : Courbe de la ligne de saturation à 115mm	68
Figure (IV.8) : Courbe de la ligne de saturation à 105mm.....	69
Figure(IV.9) : Courbe de la ligne de saturation à 95mm	70
Figure(IV.10) : Courbe de la ligne de saturation à 85mm.....	71
Figure(IV.11) : Courbe des résultats numérique à h₂=95mm.....	73
Figure(IV.12) : Courbe des résultats numérique à h=85mm	74

Figure (IV.13): Courbe de comparaison entre les trois études(expérimentale, analytique et numérique).....	74
Figure (IV.14) : Rabattement en régime transitoire dans une nappe libre	76
Figure (IV.15) : Courbe expérimentale de la charge hydraulique en régime permanent	77
Figure(IV.16) : Courbe expérimentale de $((H_1^2 - h_2^2) = \log (r))$	78
Figure(IV.17) : Courbe des résultats numériques (charge hydraulique).....	79
Figure(IV.18) : Courbe numérique de $((H_1^2 - h_2^2) = \log (r))$	80
Figure (IV.19) : Courbe de comparaison de la charge hydraulique entre les deux études (expérimentale, analytique)	82
Figure (IV.20) : Charge hydraulique en régime permanent	84
Figure (IV.21) : Rabattement (s) dans une nappe captive en régime permanent	85
Figure (IV.22) : Rabattement (s) en régime transitoire	87

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Tableau (III.1) : Les paramètres de calcul physique et géométrique.....	08
Tableau (III.2) : Paramètres de calcul physique et géométrique.....	13
Tableau (IV.1) : Les mesures expérimentales du premier essai	61
Tableau(IV.2) : Les mesures expérimentales pour le deuxième essai	62
Tableau(IV.3) : Les mesures expérimentales pour le troisième essai.....	63
Tableau (IV.4) : Les mesures expérimentales à h=95mm	64
Tableau(IV.5) : Les mesures expérimentales pour le cinquième essai	65
Tableau (IV.6) : Les mesures analytiques pour h=120mm	67
Tableau(IV.7) : Les mesures analytiques à h=115mm	68
Tableau (IV.8) : Les mesures analytique à h=105mm	69
Tableau(IV.9) : Les mesures analytiques à h=95mm.....	70
Tableau(IV.10) : Les mesures analytique à h=85mm	71
Tableau (IV.11) : Résultats de la simulation numérique	72
Tableau (IV.12) : Les résultats de la simulation numérique	73
Tableau (IV.13) : Mesures expérimentales de rabattement en régime transitoire.	75
Tableau (IV.14): Mesures expérimentales de la charge hydraulique en régime permanent ..	77
Tableau (IV.15): Mesures expérimentale de $(H_1^2 - h_2^2)$ à partir de la charge hydraulique	78
Tableau (IV.16) : Résultats de la simulation numérique (charge hydraulique).....	79
Tableau (IV.17) : Mesures numériques de $(H_1^2 - h_2^2)$ à partir de la charge hydraulique.....	80
Tableau (IV.18) : Mesures expérimentales de la charge hydraulique et le rabattement	84
Tableau (IV.19) : Résultats expérimentale de rabattement en régime transitoire	86
Tableau (IV.20) : Les valeurs de transmissivité et coefficient d'emménagement	87

Liste des symboles

Liste des symboles

A : La surface (m^2)

B : La largeur de la nappe (m)

C_u : Coefficient d'uniformité

D : Diamètre des grains (m)

dh : La différence de charge

dx : La distance parcourue (m)

d_n(d₁₀, d₆₀) : Les diamètres caractéristiques

e : Indice des vides

F : Fonction de force

g : Accélération de la pesanteur (m/s)

H : La charge hydraulique (m)

h : La hauteur d'eau (m)

h₁ : La hauteur d'eau a l'aval

h₂ : La hauteur d'eau a l'amont

h_{i,j} : Les charges dans les centres des cellules (i,j,k)

I : Gradient hydraulique

I_{j,k} : Les centres des cellules

k : La perméabilité (m/s)

K : La conductivité hydraulique (m/s)

L : La longueur (m)

P : Pression de l'eau (pas)

Q : Le débit (m³/s)

q : Le débit unitaire

q_x : Débit spécifique en un point donné

q_{i,j-1/2,k} : Le débit à travers la face commune des cellules.

r : Diamètre du puits (m)

S : Coefficient d'emmagasinement

S_r : Le degré de saturation

Sec : La section (m)

T : La transmissivité (m²/s)

u : Vitesse d'écoulement suivant x (m/s)

v : Vitesse d'écoulement suivant y

V_v : Volume des vides (m³)

V_s : Volume de solide

V_p : Volume des pores

Ψ : Fonction de courant

V_t : Volume total

W : Vitesse d'écoulement suivant z

x,y,z : Les trois directions

z : Cote de point considéré (m)

θ : La teneur en eau

η_e : La porosité efficace

ρ : Masse volumique de l'eau (kg/m³)

g : Vitesse d'écoulement (m/s)

θ : Angle

Introduction Générale

Introduction générale

La théorie de l'écoulement vers un puits d'une nappe d'eau souterraine constitue l'un des chapitres les plus importants de l'hydraulique souterraine. Il demeure aussi l'un des plus anciens comme en témoignent le mémoire de Darcy et les travaux de Dupuit.

L'analyse des écoulements des eaux souterraines dans une formation géologique permet de déterminer sa productivité et ses ressources hydrauliques, ainsi que sa vulnérabilité vis-à-vis des agents de contamination extérieure. Cependant, toute analyse rigoureuse et complète n'est possible que: par une connaissance adéquate à la fois des paramètres physiques et hydrodynamiques qui caractérisent cette formation et par l'identification des limites géologiques et hydrauliques de la réserve des eaux souterraines qui y circulent.

Dans une étude hydrogéologique deux axes principaux sont à élaborer : détermination des caractéristiques hydrodynamiques d'aquifères en question (transmissivité T et emmagasinement S) et détermination des paramètres de transport de contaminants.

L'objectif du présent travail est d'évaluer la ligne de saturation dans un sol stratifié, et les paramètres hydrodynamiques à partir d'un essai de pompage à débit constant, en utilisant trois méthodes de résolution (expérimentale, analytique et numérique).

Ce travail s'articule autour de quatre chapitres principaux

Le premier chapitre comporte les généralités et les méthodes de résolution sur le sujet qui nous intéresse : après avoir présenté les caractéristiques essentielles du milieu poreux, nous abordons les connaissances disponibles sur le modèle mathématique qui traduit le fonctionnement des nappes en générale.

Le deuxième chapitre couvre les travaux expérimentaux effectués au niveau du laboratoire d'hydraulique souterraine après avoir présenter le banc d'essai et les différentes étapes d'élaboration du modèle expérimental ainsi que la détermination des paramètres du sable utilisé.

Le troisième chapitre porte sur la simulation de l'écoulement souterrain dans un milieu poreux, le logiciel COMSOL version 5.2 a été utilisé pour résoudre ce phénomène. Un modèle numérique a été élaboré pour valider les résultats expérimentaux.

Dans le quatrième chapitre, les résultats obtenus numériquement sont comparés aux résultats obtenus sur modèles réduits physique et celle trouvées analytiquement. a la fin de ce chapitre on vérifie l'application des méthodes usuelles dans d'interprétation des essais pour un milieu stratifié.

Chapitre I :
Caractéristiques de
l'écoulement dans le milieu
poreux

I.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'écoulement souterrain. Dans le but d'aboutir à l'étude de l'écoulement à travers un milieu poreux, il convient tout d'abord de présenter les différents paramètres caractérisant ces milieux. Nous nous intéressons par la suite les différentes méthodes de résolution

I.2. Structure d'un milieu poreux

I.2.1. Définition d'un milieu poreux

La catégorie des terrains poreux comprend en premier lieu toutes les alluvions fluviales ou glaciaires, les masses d'éboulis et tous les remblais artificiels. On peut également y rattacher les formations gréseuses et les conglomérats perméables. Ces terrains sont formés de grains cimentés ou non entre eux, ils sont parcourus par un réseau très dense de canaux interstitiels, [3]. Un milieu poreux est usuellement défini comme étant un milieu solide contenant des pores, remplis soit par l'eau ou par l'air.

I.2.2. Pores

Sont des espaces vides pouvant être interconnectés ou séparés dont les formes et les dimensions sont d'une grande diversité. La porosité interconnectée est formée de deux portions principales : des cellules poreuses reliées par d'étroites canalisations appelées les gorges des pores ou canalicules.

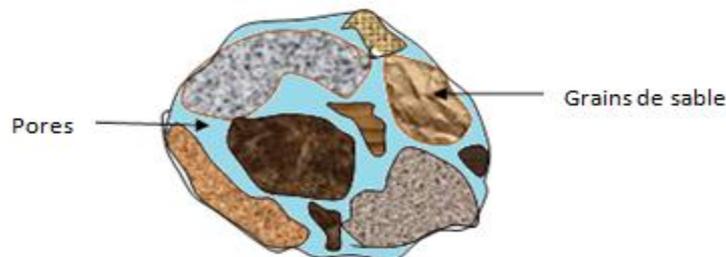


Figure (I.1) : Représentation d'un milieu poreux

I.2.3. Ecoulement souterrain

C'est la partie cachée du cycle hydrologique, il représente la transition de l'eau dans la nappe phréatique, [8]. La plupart des eaux souterraines proviennent de l'infiltration des eaux de pluie dans le sol qui s'écoulent par gravité dans les pores, les microfissures et les fissures des roches, humidifiant des couches de plus en plus profondes, jusqu'à rencontrer une couche imperméable.[9]

I.2.4. Eaux interstitielles

Il existe plusieurs états de l'eau dans le sol suivant l'origine de l'eau ou sa situation, on peut distinguer :

- L'eau hygroscopique fixée par adsorption à la surface des particules du sol.
- L'eau capillaire retenue par les forces de capillarité dans les interstices entre les particules du sol et suivant sa position par rapport au niveau de la nappe on peut définir :
 - L'eau capillaire isolée qui se trouve dans les zones situées au-dessus de la nappe que n'occupe qu'une partie des pores, l'autre partie étant occupée par l'air.
 - L'eau capillaire continue située immédiatement au-dessus de la nappe et constituant ce qu'on appelle souvent « la frange capillaire ».
- L'eau d'infiltration qui descend sous l'influence de la pesanteur de la surface du sol vers la nappe.
- L'eau de la nappe dont le niveau supérieur coïncide avec celui de l'eau dans un puits d'observation dans le cas d'une nappe libre, [2].

I.2.5. Classification des aquifères

Un aquifère est un milieu solide contenant de l'eau pouvant circuler de façon naturelle ou être mobilisée de façon artificielle (pompage). Les aquifères peuvent être classés comme confinés ou non confinés, selon l'absence ou la présence d'une nappe phréatique. [6]

I.2.5.1. Aquifère à nappe libre

Aussi appelée aquifère non confiné, dans lequel sa surface phréatique sert de limite supérieure. En fait au-dessus de la surface phréatique, nous avons une frange capillaire qui est souvent négligée dans les études d'eaux souterraines.

I.2.5.2. Aquifère à nappe captive

Un aquifère à nappe captive, également connu sous le nom d'aquifère sous pression, est borné d'en haut et d'en bas par des formations imperméables. Le substratum à la base et le toit au sommet.

I.2.5.3. Aquifère à nappe artésienne

Un aquifère à nappe artésienne est un aquifère confiné (ou une partie de celui-ci) où les élévations de la surface piézométrique sont au-dessus de la surface du sol (disons, correspondant à la base de la couche de confinement supérieure).

I.2.6. La granulométrie (2)

C'est l'étude qui permet de la distribution de la masse solide d'un sol en séparant les grains par diamètre. Le tamisage est la partie préliminaire de l'analyse granulométrique qui nous permet de tracer une courbe granulométrique, une telle courbe permet de définir :

- La dimension effective des grains qui correspond à l'ouverture du tamis qui laisse passer 10% du poids de l'échantillon.

- Le coefficient d'uniformité granulométrique C_u du sol considéré qui est le quotient des deux dimensions des mailles du tamis laissant passer respectivement 60% et 10% du poids de l'échantillon. Avec :

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (\text{I.1})$$

Le diamètre caractéristique, d_n , en mm, et mesuré par la valeur lue en abscisse, correspondant à un pourcentage en poids cumulés, choisit arbitrairement en ordonnées.

La granulométrie à elle seul ne suffit pas pour caractériser un terrain. Son comportement hydraulique dépend également, et souvent fortement, de la forme des grains et de leur arrangement.

I.3. Propriétés physiques d'un milieu poreux

I.3.1. Porosité

La porosité est un paramètre hydrodynamique important, qui caractérise la propriété d'un milieu comportant des vides interconnectés ou non. La porosité d'une roche en place noté η , est définie par le rapport du volume des vides au volume total de la roche. Elle exprimé en % :

$$\eta = \frac{V_v}{V_t} \quad (\text{I.2})$$

Avec :

- η : La porosité en %.
- V_v : Le volume des vides (pores).
- V_t : Le volume total du matériau, c'est-à-dire la somme du volume de solide et du volume des pores. [3]

I.3.1.1. Type de porosité

A. Porosité efficace η_e , coefficient de porosité

La porosité efficace est définie comme la fraction de la porosité correspondant à la contenance en eau gravitaire.[10] C'est le volume de l'eau gravitaire, V_e , que l'échantillon peut contenir à l'état saturé, puis libéré sous l'effet d'égouttage complet, à son volume total V_t . Elle dépend essentiellement de l'arrangement de la surface spécifique des grains. Elle est donnée en pourcentage, par la formule : [8]

$$\eta_e = \frac{V_e}{V_t} \quad (\text{I.3})$$

B. Porosité effective

Appelée aussi capacité de rétention. C'est le rapport du volume de rétention V_r (eau non égouttable par gravité) au volume totale apparent V_t . Elle est donnée en pourcentage par la formule : [11]

$$C_r = \frac{V_r}{V_t} \quad (\text{I.4})$$

C. Porosité cinématique

Elle désigne le rapport de l'eau non liée aux grains, l'eau pouvant circuler et le volume total de la roche. Elle n'est pas mesurable pratiquement. Ce concept est proche de la porosité efficace, définit comme un rapport de volume. [7]

I.3.2. Teneur en eau

On désigne la physique des milieux poreux par la teneur en eau θ . C'est la quantité d'eau liquide contenue dans un échantillon de matière. Elle est définit comme étant le rapport du volume de l'eau contenue dans le sol V_w sur le volume des grains solides V_s .: [8]

$$\theta = \frac{V_w}{V_s}$$

V_w : le volume de l'eau dans le sol.

V_s : le volume des grains solide. (I.5)

I.3.3. Coefficient d'emmagasinement

Le coefficient d'emmagasinement est défini par le rapport entre la hauteur de la tranche d'eau immédiatement libérable par la roche aquifère sous l'effet de dépression et, la hauteur d'abaissement correspondant du niveau piézométrique. Il est sans dimension, en termes de volumes par la formule : [10]

$$S = \frac{V_w}{\Delta h.A} \quad (I.6)$$

V_w : Volume d'eau

I.3.4. La perméabilité

La perméabilité est l'aptitude d'un milieu à laisser passer l'eau sous l'effet d'un gradient hydraulique. [10] Elle exprime la résistance du milieu à l'écoulement du fluide qui le traverse. La perméabilité est mesurée par le coefficient de perméabilité k qui s'exprime par divers expressions. On cite par définition de Darcy l'expression suivante :

$$K = \frac{Q \cdot dl}{A \cdot dh} = \frac{V}{I} \quad (I.7)$$

Il dépend avant tout de dimension des interstices. Ce sont donc la dimension et la distribution des grains du milieu poreux qui joueront un rôle primordiale sur la valeur de k . D'autres grandeurs influence sur la valeur de k , mais de manière moins importante ; ce sont la porosité et la température. [1, 4]

I.3.4.1. Mesure de perméabilité

La mesure du coefficient de perméabilité se fait essentiellement in situ. Néanmoins, il arrive encore quelquefois qu'on effectue des mesures en laboratoire sur des échantillons intact ou sur échantillons reconstitués. [3, 4]

A. Mesures en laboratoire

Par la réalisation d'un écoulement uniforme dans un perméamètre constituant un échantillon du sol, en mesurant le débit qui traverse le sol saturé à des charges connues et on va déduit le

coefficient de perméabilité qui est le quotient de la vitesse de filtration par le gradient de cet écoulement. La technique expérimentale varie avec l'opérateur mais aussi et surtout avec la nature de l'échantillon de terrain soumis à l'essai, on sera mené à travailler sous charge constante ou sous charge variable.

○ **Perméamètre à charge constante**

Un essai au perméamètre se fait en générale à charge constante dont la perméabilité ($k > 10^{-5}$ m/s), généralement pour les sols grossiers.

Débit à travers l'échantillon :

$$Q = Q_1 - Q_2 \quad (\text{I.8})$$

Coefficient de perméabilité :

$$K = \frac{Q L}{h S} \quad (\text{I.9})$$

Avec : L = longueur de l'échantillon

S = surface de la section de l'échantillon normale aux lignes de courant.

○ **Perméamètre à charge variable**

Pour les sols de petite perméabilité environ ($K < 10^{-5}$ m/s), généralement pour les sols fins.

$$K = \frac{s L}{S} \frac{\text{Ln} \frac{h_1}{h_0}}{t_1 - t_0} \quad (\text{I.10})$$

h_0 = Charge hydraulique au temps t_0

h_1 = Charge hydraulique au temps t_1

s = Secteur du tube d'alimentation.

A. Mesure in situ

Les mesures de perméabilité à petite échelle donnent souvent une vue biaisée de la perméabilité d'un massif de sol, il est important de réaliser en complément des mesures de perméabilité sur le terrain, dites essais d'eau. On distingue deux types d'essais de perméabilité en place :

- A. L'essai ponctuel
- B. L'essai de pompage

C. Coefficient de perméabilité équivalent en terrain stratifié

Écoulement parallèle aux plans de stratification :

$$K = \frac{1}{H} \sum_1^N K_i H_i \quad (\text{I.11})$$

Écoulement perpendiculaire aux plans de stratification : [4]

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^N \frac{H_i}{K_i} \quad (\text{I.12})$$

I.3.5. Homogénéité et Isotropie

L'homogénéité et l'isotropie d'un milieu poreux se réfèrent à sa perméabilité de propriété (K). En générale, bien entendu, ces termes peuvent être appliqués à d'autres propriétés du milieu poreux. [6]

I.3.5.1. Homogénéité et hétérogénéité

Un domaine de milieu poreux est dit homogène si sa résistance à l'écoulement (sa perméabilité) est la même à tout ses points. Autrement, le domaine est dit hétérogène.

I.3.5.2. Isotropie et anisotropie

Un domaine de milieu poreux est dit isotrope si sa résistance à l'écoulement à un point considéré est indépendante de la direction. Dans le cas contraire est dit anisotrope. [6]

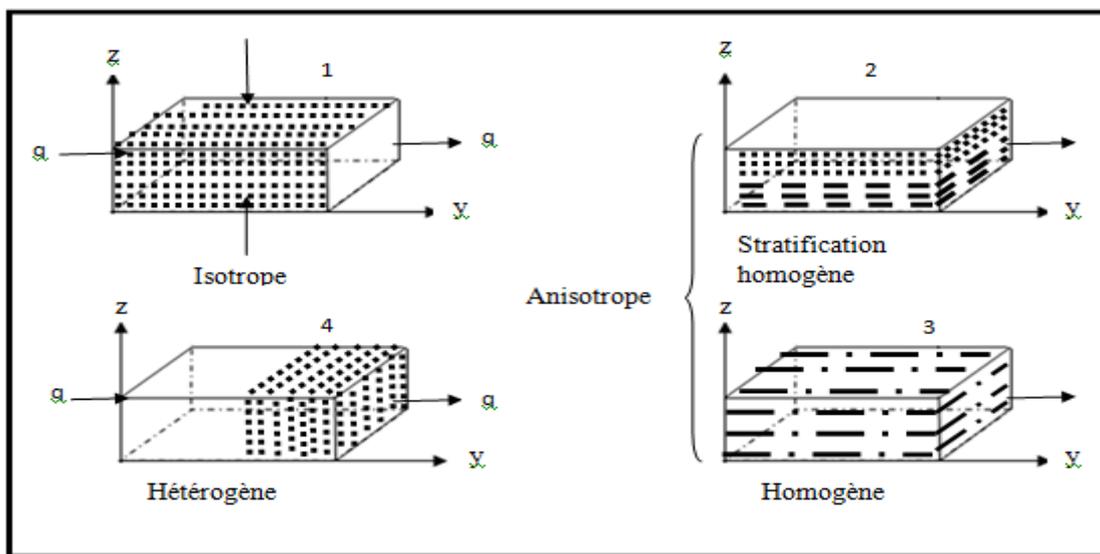


Figure (I.2) : Caractéristiques physiques d'un milieu poreux

I.3.6. Types d'aquifères homogènes et isotropes

Si on considère deux points dans un aquifère dont les coordonnées sont respectivement (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) , quatre cas sont possible pour définir l'anisotropie et l'hétérogénéité : [12]

I.3.6.1. Aquifère homogène et isotrope :

C'est le cas simple. Si la conductivité hydraulique est constante en ces deux points (1 et 2) dans toutes les directions, le milieu est dit homogène et isotrope avec l'expression suivante :

$$K_x(x_1, y_1, z_1) = K_y(x_1, y_1, z_1) = K_z(x_1, y_1, z_1) = K_x(x_2, y_2, z_2) = K_y(x_2, y_2, z_2) = K_z(x_2, y_2, z_2) = K$$

I.3.6.2. Aquifère homogène et anisotrope

Dans ce cas, la conductivité hydraulique est la même d'un point à un autre dans une direction quelconque. Le milieu est dit homogène et anisotrope pour :

$$\left. \begin{aligned} k_x(x_1, y_1, z_1) &= k_x(x_2, y_2, z_2) = k_x \\ k_y(x_1, y_1, z_1) &= k_y(x_2, y_2, z_2) = k_y \\ k_z(x_1, y_1, z_1) &= k_z(x_2, y_2, z_2) = k_z \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.13})$$

I.3.6.3. Aquifère hétérogène et isotrope :

Si on considère deux points dont les conductivités sont respectivement (k_1) et (k_2) dans toutes les directions, l'aquifère est dit hétérogène et isotrope en satisfaisant les conditions :

$$\left. \begin{aligned} K_x(x_1, y_1, z_1) &= K_y(x_1, y_1, z_1) = K_z(x_1, y_1, z_1) = k_1 \\ K_x(x_2, y_2, z_2) &= K_y(x_2, y_2, z_2) = K_z(x_2, y_2, z_2) = k_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.14})$$

Et en considérant une conductivité horizontale et verticale, on aura :

$$\left. \begin{aligned} K_x(x_1, y_1, z_1) &= K_y(x_1, y_1, z_1) = K_x(x_2, y_2, z_2) = K_y(x_2, y_2, z_2) = k_h \\ K_z(x_1, y_1, z_1) &= K_z(x_2, y_2, z_2) = k_v = k_z \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.15})$$

I.3.6.4. Aquifère hétérogène et anisotrope

C'est le cas le plus générale dont la conductivité hydraulique varie d'un point à un autre dans toutes les directions, tel que :

$$\left. \begin{aligned} K_x(x_1, y_1, z_1) &\neq K_y(x_1, y_1, z_1) \neq K_z(x_1, y_1, z_1) \\ K_x(x_2, y_2, z_2) &\neq K_y(x_2, y_2, z_2) \neq K_z(x_2, y_2, z_2) \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.16})$$

I.4. Loi fondamentale de l'écoulement (loi de Darcy)

C'est une loi physique mécaniste et déterministe à été établie pour la première fois par Henry Darcy en 1856, il a étudié le flux d'eau dans des filtres verticaux homogènes de sable en relation avec les fontaines de la ville de Dijon (France). Elle permet d'exprimer le débit d'un fluide incompressible qui s'écoule au travers d'un milieu poreux supposé isotrope. Darcy a déduit que les gradients de pression sont proportionnels à la vitesse d'écoulement entre en déterminant la conductivité hydraulique. [6, 2]

I.4.1. L'expérience de Darcy

Le dispositif expérimental comportait un échantillon de sable est mis dans une colonne dont les extrémités sont reliés à deux réservoirs. Le liquide filtrant s'écoule du réservoir supérieur vers le réservoir inférieur à travers la colonne poreuse. Il remonte dans des piézomètres gradués à des niveaux décroissants dans le sens de l'écoulement. Ces niveaux s'alignent sur une droite. [3]

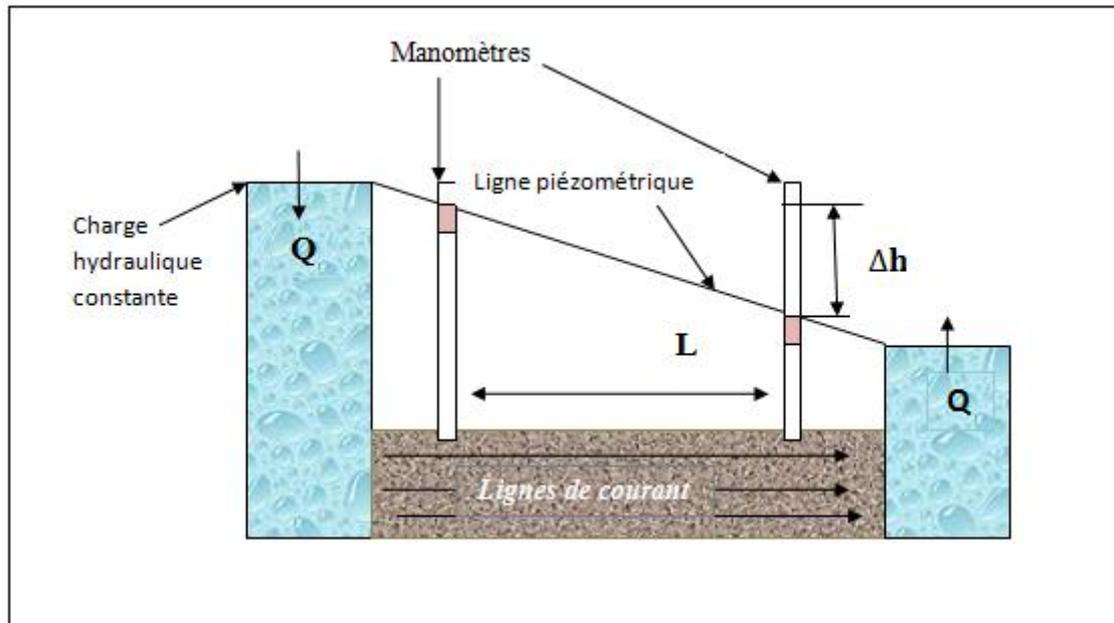


Figure (I.3) : L'expérience de Darcy.

De cette expérience a déduit la relation suivante :

$$Q = k \cdot A \frac{dh}{L} = k \cdot A \cdot i \quad (I.16)$$

Q : Le débit d'écoulement mesuré à l sortie

K : Coefficient de perméabilité de Darcy

dh : La différence de charge totale entre les deux extrémités de l'écoulement

L : La longueur de l'échantillon

A : La section d'écoulement

I : Le gradient hydraulique

I.4.2. Limite d'application de la loi de Darcy

En générale, la loi de Darcy considère que le régime d'écoulement est laminaire. Lorsqu'on augmente la charge motrice dans un perméamètre jusqu'à des valeurs relativement élevés, on constate que le débit croit moins rapidement que ne le voudrait la loi de Darcy ainsi que l'écoulement devient turbulent et que les forces de viscosité sont plus grands. On remarque

une déviation par rapport à la loi linéaire (loi de Darcy) qui montre que la relation entre le gradient de pression et la vitesse de filtration dépend du nombre de Reynolds. [3]

$$Re = \frac{V D \rho}{\mu} \quad (\text{I.17})$$

Re : Nombre de Reynolds

V : Vitesse de filtration

D : Diamètre des grains

μ : La viscosité dynamique de fluide

ρ : La masse volumique de l'eau

La loi de Darcy est valide tant que le nombre de Reynolds compris entre 1 et 10 environ. Définitive dans la pratique courante de l'ingénieur, la loi de Darcy peut être considérée comme valable au moins en première approximation ; il ne faut toutefois pas perdre de vue les hypothèses sur lesquelles elle est fondée :

- Laminarité de l'écoulement
- Uniformité, continuité et isotropie du milieu
- Unicité du fluide

Lorsqu'on s'écarte plus ou moins de ces hypothèses, la loi de Darcy cesse d'être valable.

I.4.3. Généralisation de la loi de Darcy

I.4.3.1. Milieu homogène et isotrope :

La généralisation consiste à admettre que la loi de Darcy, telle qu'elle résulte de l'expérience du perméamètre est valable en tout point du terrain et dans toutes les directions. La loi de Darcy généralisée exprime que le vecteur vitesse de décharge et le gradient hydraulique sont proportionnels. [3]

$$\vec{V} = - \bar{K} \cdot \vec{I} \quad (\text{I.18})$$

Le vecteur gradient hydraulique et le vecteur sont colinéaires.

La signification physique de la charge hydraulique en chaque point d'un écoulement c'est l'énergie de l'unité de poids du fluide. Elle dépend de la position qu'occupe dans l'espace l'élément de fluide considéré. Nous pouvons donc écrire :

$$\varphi = \varphi(x, y, z) \quad (\text{I.19})$$

Cette fonction appelée potentiel des vitesses, elle définit le champ de la charge hydraulique. Ses dérivées partielles

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad (\text{I.20})$$

Sont les composantes d'un vecteur, appelé gradient de la charge qui s'écrit :

$$\vec{I} = \overrightarrow{\text{grad}\varphi} \quad (\text{I.21})$$

On déduit le potentiel des vitesses et ses composantes u, v et w et on peut s'écrire :

$$\vec{V} = -K \overrightarrow{\text{grad}\varphi} \quad (\text{I.22})$$

On remarquera que le gradient de charge est dirigé à l'opposé du vecteur vitesse de filtration. Celle-ci sera donc normale aux surfaces équipotentielles.

On aura notamment le long des trois axes de coordonnées

$$\left\{ \begin{array}{l} u = -K \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -K \frac{\partial h}{\partial x} \\ v = -K \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -K \frac{\partial h}{\partial y} \\ w = -K \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -K \frac{\partial h}{\partial z} \end{array} \right. \quad (\text{I.23})$$

I.4.3.2. Milieu homogène et anisotrope [3]

La loi de Darcy telle qu'elle résulte de l'expérience de perméamètre, on peut s'écrire vectoriellement.

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = -K(\vec{n}) \vec{I} \cdot \vec{n} \quad (\text{I.24})$$

\vec{V} : Le vecteur vitesse de filtration

\vec{n} : Une direction quelconque

$\vec{I} = \overrightarrow{\text{grad}\varphi}$: Le vecteur gradient de charge

$K(\vec{n})$: Le coefficient de perméabilité relative dans la direction \vec{n}

Dans ce cas les vecteurs gradients hydrauliques et vitesse de décharge ne sont plus colinéaires. Les valeurs de la conductivité hydraulique varient selon chaque axe dans le système référentiel (O, x, y, z) et on l'exprime par un tenseur d'ordre 2 symétriques :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{pmatrix} \quad (\text{I.25})$$

Lorsque les directions principales d'anisotropie sont les mêmes que les axes du référentiel (O, x, y, z), les termes $K_{ij} = K_{ji}$ sont nuls et le tenseur de la conductivité hydraulique devient diagonale. [6]

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{pmatrix} \quad (\text{I.26})$$

Par rapport aux directions principales la loi de Darcy s'écrira:

$$\begin{cases} u = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} \\ v = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \\ w = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{I.27})$$

I.4.4. Les différentes vitesses de filtration

La loi de Darcy permet de définir trois vitesses de filtration : [2]

I.4.4.1. Vitesse apparente de filtration : La vitesse apparente de filtration V en m/s rapportée à la section totale A par la formule ci-dessous :

$$V = \frac{Q}{A} = KI \quad (\text{I.28})$$

A : la section totale apparente de la colonne filtrante

Cette vitesse peut s'écrire également sous la forme :

$$\vec{V} = KI = -K \frac{dh}{dl} = -K \overrightarrow{\text{grad}} h \quad (\text{I.29})$$

Elle apparaît comme une dérivée spatiale ou un gradient, ce qui permettra aux écoulements souterrains les méthodes d'études des écoulements à potentiel.

I.4.4.2. Vitesse réelle

La vitesse réelle de l'eau qui circule entre les grains se définit en considérant la section réelle de l'écoulement qui est une fraction S de la section total apparente, elle est appelée coefficient d'emmagasinement ou porosité efficace.

$$V_{réelle} = \frac{V_{app}}{S} \quad (\text{I.30})$$

S = Porosité efficace, c'est le rapport du volume des vides accessibles à l'eau mobile d'un échantillon de sol au volume apparent de cet échantillon. Elle dépend de type d'aquifère.

I.4.5.3. Vitesse de filtration par unité de gradient hydraulique

La formule de Darcy $\vec{V} = KI = KJ = -K \overline{grad} h$ montre que a les dimensions d'une vitesse. En effet, pour $I = J = 1$.

Donc, on a
$$V = K \quad (I.31)$$

K peut être appelé « Vitesse de filtration de Darcy » donnée en m/s.

I.5. Cinématique

C'est l'étude du mouvement des liquides sans tenir compte des forces qui lui donnent naissance. On considère seulement les relations entre les positions des particules fluides et le temps. [2]

I.5.1. Equation de continuité

Elle exprime que le fluide est continu, c'est-à-dire qu'il ne peut y avoir dans aucune partie de fluide, ni apport extérieur, ni prélèvement de matière. Elle traduit donc la conservation de la masse au cours de l'écoulement. [3, 4, 6]

On considère un petit volume élémentaire de la figure (I.4) et on suppose que le liquide filtrant ainsi que le milieu poreux sont incompressible ainsi que le sol est saturé. On admet que la somme des débits entrant par trois des faces est égale à la somme des débits sortant par les faces opposées. [3]

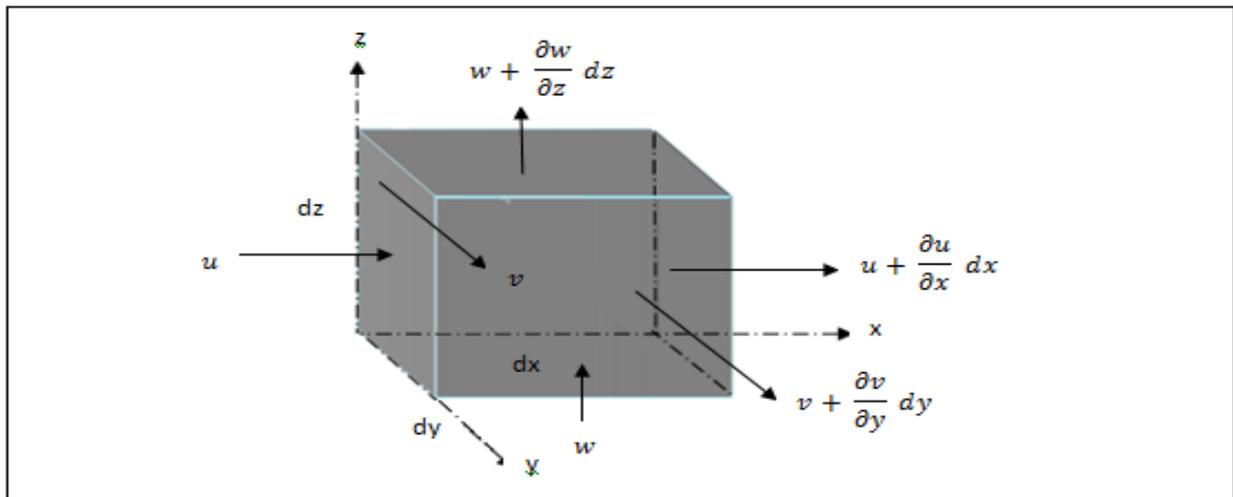


Figure (I.4) : Volume élémentaire de contrôle

L'équation de continuité est basée sur le principe de conservation de la masse. Elle s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (I.32)$$

Avec : u, v et w les composantes de la vitesse.

Débit entrant :

$$\sum_e dq = u dy dz + v dx dz + dx dy \quad (I.33)$$

Débit sortant :

$$\sum_S dq = \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) dy dz + \left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dy\right) dx dz + \left(w + \frac{\partial w}{\partial z} dz\right) dx dy \quad (I.34)$$

En posant :

$$\sum_e dq = \sum_S dq$$

On trouve
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (I.35)$$

L'équation précédente c'est l'équation de continuité. On peut l'écrire vectoriellement :

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (I.36)$$

En appliquant l'équation de continuité à la loi de darcy on aura :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{s}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (I.37)$$

Pour un écoulement permanent : $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$, L'équation obtenue appelée « équation de Laplace » on aura :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (I.38)$$

La charge hydraulique est donc un potentiel harmonique (fonction de x, y, z) satisfaisant l'équation de Laplace.

I.5.1.1. Pour un milieu homogène, hétérogène et isotrope

Dans ce cas, la répartition de la charge hydraulique ne dépend pas de la perméabilité du terrain K, elle dépend uniquement de la forme géométrique du domaine de l'écoulement et des conditions aux limites. L'équation de Laplace sous forme : [3]

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \Delta \varphi = 0 \quad (I.39)$$

I.5.1.2. Pour un milieu homogène et anisotrope

En remplaçant l'équation (I.34) dans l'équation (I.39), on obtiendra :

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (I.40)$$

On n'obtient plus une équation de Laplace, la répartition de la charges dépendra des rapports de perméabilités K_x/K_z et K_y/K_z .

Effectuons le changement de coordonnées suivant :

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \sqrt{\frac{K}{K_x}} x \\ \eta &= \sqrt{\frac{K}{K_y}} y \\ \zeta &= \sqrt{\frac{K}{K_z}} z \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.41})$$

K est un coefficient quelconque ayant les dimensions d'une perméabilité relative. On aura

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \sqrt{\frac{K_x}{K}} \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \text{et} & \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right) \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{K_x}{K} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} = \sqrt{\frac{K_y}{K}} \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \text{et} & \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{K_y}{K} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta} = \sqrt{\frac{K_z}{K}} \frac{\partial \varphi}{\partial z} & \text{et} & \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right) \frac{\partial z}{\partial \zeta} = \frac{K_z}{K} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.42})$$

Et compte tenu de :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (\text{I.43})$$

On retrouve l'équation de Laplace.

L'étude d'un écoulement à travers un milieu anisotrope se ramène donc à la solution d'une équation de Laplace si l'on transforme au préalable cet écoulement par la transformation.

Nous appelons l'écoulement transformé : écoulement isotrope correspondant à l'écoulement en milieu anisotrope.

I.5.2. Lignes de courant et lignes équipotentielles

I.5.2.1. Ligne de courant

En hydrodynamique souterraine, l'écoulement est considéré comme le déplacement des particules le long de trajectoires théoriques. Ces trajectoires sont matérialisées par les lignes de courant. Elles sont synonymes de lignes de flux et de filets liquides. Une ligne de courant est donc une ligne tangente aux vecteurs vitesses en chacun de ses points à l'instant considéré.

Considérons un déplacement infiniment petit $MM' = ds$ le long d'une ligne de courant (Figure (I.5)). Soit dx et dy , les composantes de ds .

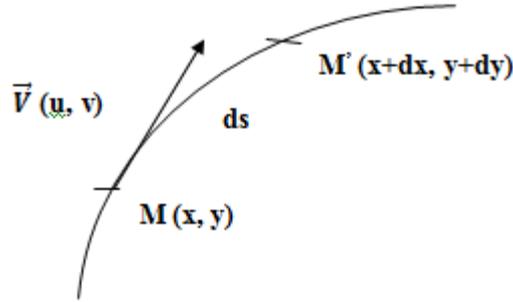


Figure (I.5) : Ligne de courant

Dans un écoulement plan, l'équation de continuité s'écrit:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{I.44})$$

La vitesse étant tangente à la ligne de courant, l'équation différentielle de la ligne de courant sera :

$$\frac{\partial x}{u} = \frac{\partial y}{v} \quad (\text{I.45})$$

$$u \, dy - v \, dx = 0 \quad (\text{I.46})$$

Soit $\psi(x, y)$ une fonction telle que :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{I.47})$$

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy \quad (\text{I.48})$$

$$d\psi = -v \, dx + u \, dy \quad (\text{I.49})$$

Si on considère la variation $d\psi$ de la fonction ψ , lorsqu'on se déplace le long d'une ligne de courant, il vient :

$$d\psi = 0 \quad (\text{I.50})$$

$$\psi(x, y) = \text{constante} \quad (\text{I.51})$$

La fonction ψ ainsi définie est la fonction de courant parce qu'elle reste constante le long d'une ligne de courant de l'écoulement. Elle est également une fonction harmonique. [1, 2]

I.5.2.2. Lignes équipotentiels

La ligne équipotentielle est celle sur laquelle l'énergie disponible pour l'écoulement est la même (ligne où la charge est constante). Comme on a montré dans l'équation (I.26) l'existence d'un potentiel des vitesses $\varphi = \varphi(x, y)$ dont ses dérivées partielles sont :

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \text{et} \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (\text{I.52})$$

Où :

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}\varphi} \quad (\text{I.53})$$

Les surfaces équipotentiels sont telles que la fonction φ conserve la même valeur en tous les points de chacune d'elles. Leur équation est donc : [1]

$$\varphi(x, y, z) = \text{constante} \quad (\text{I.54})$$

I.5.2.3. Réseaux d'écoulement

Le réseau d'écoulement est l'ensemble des lignes équipotentiels et lignes de courants décrivent un système d'écoulement bidimensionnel, dans un milieu aquifère continu. Dans un milieu isotrope et en régime permanent, ces lignes deviennent orthogonales. La détermination d'un réseau d'écoulement tient compte de la distribution des charges hydrauliques (équipotentiels) ainsi que la distribution spatiale des distances horizontales entre les piézomètres existents sur le terrain. [13]

Les lignes de courants, tangentes aux vecteurs vitesses, sont donc les trajectoires orthogonales des surfaces équipotentiels.

D'après les équations (I.47) et (I.52), on résulte que la fonction de courant et la fonction de potentiel des vitesses sont des fonctions harmoniques. $\Delta\varphi = 0$ et $\Delta\psi = 0$.

Un écoulement plan à potentiel de vitesse est caractérisé par deux réseaux de courbes, à savoir :

- Les lignes de courant le long d'une chacune desquelles, la fonction ψ reste constante.
- Les lignes équipotentiels le long de chacune desquelles, le potentiel φ reste constant.

Ce double réseau a la propriété d'être orthogonal (Figure (I.6)) puisque :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = v = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{I.55})$$

et

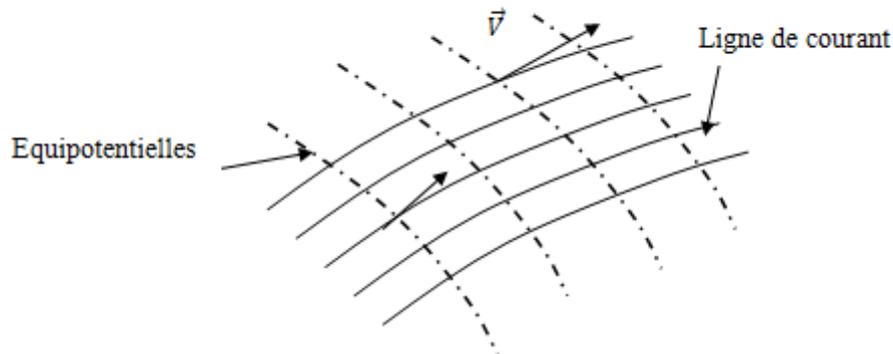


Figure (I.6) : Réseau d'écoulement

I.6. Etude des réseaux d'infiltration dans un milieu poreux

I.6.1. La ligne de saturation :

La ligne de saturation du milieu poreux, qui est en pratique confondue avec la ligne le long de laquelle la pression hydrostatique est nulle. Cette dernière est appelée ligne phréatique et représente le niveau de la surface libre dans le milieu poreux ou plus exactement elle représente la limite entre la partie sèche /humide et la partie saturée d'eau d'un milieu poreux. [14]

I.6.2. La pression de l'eau interstitielle :

La pression de l'eau interstitielle dans le massif qui peut être déterminée à partir d'un réseau de lignes équipotentiellles, c'est à dire de lignes reliant les points d'égal potentiel hydraulique au sein du milieu poreux ou dans un barrage. [14]

I.6.3. Le débit fuite

Le débit de fuite due aux infiltrations, qui peut s'obtenir à partir du réseau de lignes de courant, orthogonales aux équipotentiellles. Ces lignes de courant représentent la trajectoire de l'eau à travers le milieu poreux.

I.6.4. Détermination par la recherche d'une solution analytique

D'après l'hypothèse que Dupuit a appliquée, la vitesse est identique en grandeur et en direction pour tous les points d'une même section verticale. Dans toute section verticale perpendiculaire aux plans de la figure (I.7), le débit q par unité de longueur du milieu poreux est :

$$q = -Kh \frac{dh}{dx} \quad (I.55)$$

$$q = \frac{K}{2L} (h_1^2 - h_2^2) \quad (\text{I.56})$$

D'où :

L'équation de la ligne de saturation est alors une parabole.

$$h^2(x) = h_1^2 - \frac{2q}{K_x} x \quad (\text{I.57})$$

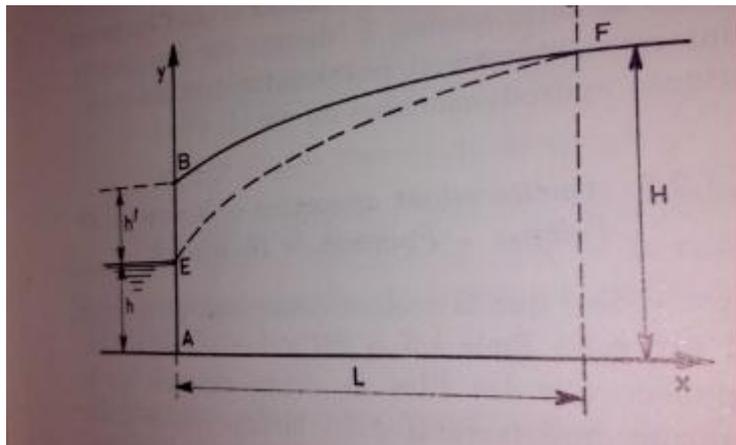


Figure (I.7) : tracé de la ligne de saturation dans un milieu poreux

I.7.Méthodes de résolution des écoulements souterrains

Les méthodes de résolution des problèmes des écoulements souterrains ont sensiblement évolué avec le développement des ordinateurs et des méthodes d'analyse numérique. Les méthodes des résolutions classiques, sont fondées sur une résolution analytique directe dans des cas simples, par la méthode des transformations conformes et par l'utilisation de l'analogie électrique. Les méthodes de résolution numérique, sont mieux adaptées au traitement de problèmes complexes.

I.7.1.Méthodes analytique

Les méthodes analytiques sont généralement limités à des cas avec un débit constant et uniforme et à des problèmes qui ont des conditions initiales et aux limites relativement simples. En dépit de ces limitation, les modèles analytiques peuvent être utilisés pour déterminer le sort et le transport des différents constituants dans le sol et l'aquifère. Par rapport aux modèles numériques, les modèles analytiques peuvent fournir plus de perspicacité dans le cadre conceptuel. [12]

I.7.2.Méthodes numériques

Les méthodes numériques représentent l'un des moyens les plus importants de résolution des grands problèmes rencontrés dans les cas pratiques. Les modèles mathématiques représentent une solution offrant une très grande souplesse d'emploi. [1.15]

Il existe plusieurs approches, les éléments finis et la différence finie

- **Méthode des éléments finis**

La méthode des éléments finis consiste à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent. La discrétisation se fait sur deux fronts, d'une part, le domaine géométrique est subdivisé en sous domaines de géométrie simple, appelés éléments, sur lesquels l'étude du problème peut se faire en une seule opération, et d'autre part les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques à l'aide du calcul variationnel ou des méthodes de minimisation de l'erreur comme celle des résidus pondérés. La solution globale s'obtient en résolvant un système global formé par l'assemblage des équations algébriques obtenues sur tous les éléments constituant le domaine géométrique.

- **Méthode des différences finis**

La méthode des différences finis est l'une des méthodes adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles, elle s'applique aux problèmes stationnaires ou dépendants du temps. Cette méthode consiste à discrétiser des équations des grandeurs différentielles infiniment petites par des grandeurs finies petites en regard des dimensions générales du milieu poreux étudié.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (\text{I.58})$$

Ou,

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (\text{I.59})$$

Ou encore,

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i-1,j}}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (\text{I.60})$$

Dans lesquelles $0(\Delta x)$ représentent l'erreur de discrétisation.

Pour les dérivées secondes, on déduit du développement de la fonction (x, y, \dots) en série de Taylor l'expression discrétisée :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_{i-1,j} - h_{i,j} - h_{i+1,j}}{h x^2} + 0(\Delta x^2) \quad (\text{I.61})$$

Et ainsi de suite pour les dérivées successives de la fonction h .

De nombreux ouvrages ont été consacrés à la théorie des différences finies, à la précision, à la convergence et à la stabilité de cette méthode de résolution numérique. Pour la résolution de l'équation différentielle des écoulements permanents bidimensionnels en milieu isotrope, on établit l'équation discrétisée :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{\Delta x^2} + \frac{h_{i,j-1} - 2h_{i,j} + h_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} = 0 \quad (\text{I.62})$$

Si l'on introduit le vecteur H inconnu de composantes $(h_{i,j})_{i=1; j=1,n}$, le problème peut s'écrire sous forme matricielle $KH=Q$, ou K est une matrice symétrique dont le coefficient dépend du schéma aux différences finies.

Dans le cas d'une variable unique x (cas unidimensionnel), discrétisée de façon régulière (Δx constant), l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} = 0 \quad (\text{I.63})$$

Avec les conditions aux limites, on trouve l'équation matricielle suivante :

$$\frac{1}{(\Delta x)^2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \text{matrice des} \\ \text{des} \\ \text{condition} \\ \text{imposées} \end{bmatrix} \quad (\text{I.64})$$

I.7.3. Méthodes graphiques

Cette méthode simplifiée, fait appel aux propriétés géométriques des réseaux quadratiques, ainsi qu'aux conditions auxquelles doivent satisfaire les lignes équipotentielles et celles de courant. En s'inspirant des cas théoriques analogiques, on peut tracer un réseau vraisemblable de ligne de courant et de lignes équipotentielles qui en chaque point se rencontrent orthogonalement.

I.8. Ecoulement vers un puits

I.8.1. Essai de pompage : Ces essais se font en principe en régime variable car il ne sera en général pas possible d'obtenir une véritable stabilisation des niveaux. Le dispositif d'essai comprend un puits crépine sur toute la hauteur de la nappe entouré d'un certain nombre de piézomètres. [3]

On pompe pendant un certain temps un débit constant dans le puits et on effectue à l'intervalle régulier des mesures du rabattement dans les piézomètres. Après l'arrêt du pompage poursuit ces mesures pour obtenir la courbe de la remontée de la nappe.

I.8.2.L'objectif des essais de pompages : Les essais de pompage poursuivent un double objectif :

Caractériser la nappe aquifère

- Caractère libre ou captif
- Conductivité hydraulique
- Coefficient d'emménagement

Caractériser le puits

- Débit d'exploitation
- Débit critique
- Rayon d'influence

I.8.3. Le principe de base

Un essai de pompage consiste à appliquer un pompage à débit contrôlé dans un ouvrage (puits ou piézomètre) et à mesurer le rabattement induit de la nappe au droit d'un ouvrage de contrôle (puits de pompage ou piézomètre).

I.8.4. Mécanisme de rabattement

Sous le niveau du sol, les nappes phréatiques sont situées à une hauteur variable, et s'écoulent selon le profil du terrain. Le rabattement de nappe consiste à mettre en place un dispositif de pompage afin d'abaisser temporairement le niveau piézométrique de la nappe phréatique.

I.8.4.1. Rabattement de pompage à une nappe captive

Considérons une nappe libre à l'équilibre, en l'absence de gradient hydraulique régional. On peut aussi imaginer qu'on corrige le gradient réel du gradient régional et on obtient alors un gradient local nul. Perçons un forage de diamètre $2r_0$ jusqu'à cette nappe confinée (figure) et pompons dans ce forage avec un débit Q . supposons que le tube du forage est étanche au dessus de la nappe captive et échantillonne uniformément toute l'épaisseur E de la nappe. On réalise par exemple une partie avec des trous réguliers et suffisamment gros (crépine). [3]

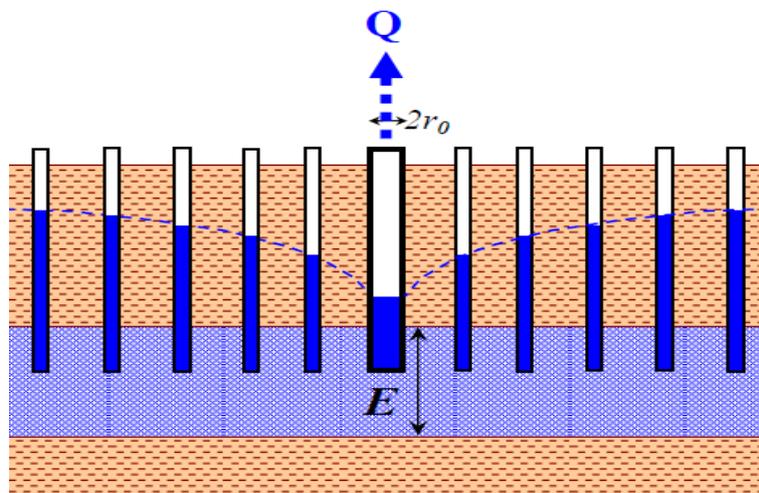


Figure (I.8) : Le rabattement dans une nappe captive

A l'équilibre le débit d'eau est conservé et on a pour tout r

$$q = k \frac{\partial h}{\partial r} \quad (\text{I.65})$$

On a :

$$Q = -2\pi r h q \quad (\text{I.66})$$

On éliminant le q on trouve :

$$Q = -2\pi r b k \frac{\partial h}{\partial r} \quad (\text{I.67})$$

Par intégration

$$\frac{Q}{2\pi r k b} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = \int_{r_1}^{r_2} dh \quad (\text{I.68})$$

Et ça Donne

$$\frac{Q}{2\pi k b} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = h_2 - h_1 \quad (\text{I.69})$$

En terms de rabattement

$$\frac{Q}{2\pi k b} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = s_1 - s_2 \quad (\text{I.70})$$

Elle s'appelle l'équation de Thiem. elle est utilisée pour estimer la transmissivité : [3]

$$T = k \cdot b = \frac{Q}{2\pi(s_1 - s_2)} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \quad (\text{I.71})$$

➤ Etude analytique (méthode graphique)

L'interprétation d'un pompage d'essai consiste classiquement à utiliser un modèle mathématique d'écoulement qui permette de reproduire les rabattements observés au cours de l'essai. Les caractéristiques du milieu y sont exprimées de manière simplifiée, à l'aide - notamment - de conditions limites. Ce modèle, ou solution analytique, repose généralement sur la résolution de l'équation de diffusivité en coordonnées radiales centrées sur le puits de pompage [de Marsily, 1981]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{I.72})$$

Avec ;

r : Représente la distance par rapport au puits de pompage (en m);

h : la charge piézométrique (en m);

S : le coefficient d'emmagasinement (sans unité);

T : la transmissivité de l'aquifère (en m^2/s);

t : le temps (en s).

Remarque :

Dans le cas où le rabattement est mesuré dans un piézomètre distinct du puits de pompage, l'ajustement de la solution analytique permet classiquement d'obtenir les valeurs de T et S du milieu. En revanche, si le puits de pompage est le seul ouvrage disponible, seule la valeur de T pourra être estimée. En fonction de la solution analytique utilisée, des paramètres additionnels peuvent être estimés, comme la distance à d'éventuelles limites ou le type d'écoulement.

• **Pour un aquifère captif : solution de Theis (1935)**

La solution de Theis simule le comportement transitoire d'un aquifère captif infini et homogène, avec un niveau statique initial horizontal, soumis à un pompage à débit constant, dans un puits complet, parfait (hydrauliquement parlant) et de diamètre négligeable (Figure I.8). Le rabattement s (en m) s'exprime par : [3]

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{\infty} \left(\frac{e^{-u}}{u} \right) du \quad (I.73)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (I.74)$$

Où

s : Le rabattement au temps t (mesuré depuis le début du pompage) et à la distance r du puits pompé,

Q : Le débit constant du pompage ;

T : Transmissivité de l'aquifère ;

S : Coefficient d'emmagasinement de l'aquifère.

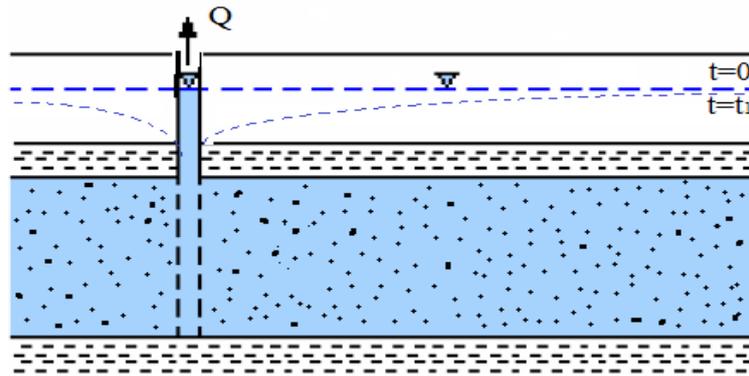


Figure (I.9): Coupe verticale de l'écoulement radial transitoire d'un puits.

Pour faciliter l'interprétation d'essais de pompage, *Theis* a posé quelques simplifications et hypothèses supplémentaires:

- L'aquifère horizontal est homogène, isotrope, infini et d'épaisseur constante ; ces paramètres hydrauliques (T et S) sont constants ;
- L'aquifère est à nappe captive ;
- Toute l'eau pompée provient du stockage dans l'aquifère et elle est relâchée instantanément quand la pression interstitielle varie (hypothèse du transfert instantané de la pression interstitielle aux contraintes effectives – pas d'effets de consolidation – et élasticité du matériau solide de l'aquifère) ;
- Le puits de pompage pénètre totalement l'aquifère et son diamètre est infiniment petit ;
- Le puits est pompé à débit constant ;
- L'écoulement est laminaire et respecte la loi de Darcy. [4]

La fonction intégrale de l'équation (3) est noté $W(u)$ en hydraulique des puits. En mathématique, il s'agit de la fonction exponentielle intégrale $E_i(u)$, qui est défini par la série :

$$W(u) = E_i(u) = -\gamma - \ln u + \left(\frac{u}{1.1!}\right) - \left(\frac{u^2}{2.2!}\right) + \left(\frac{u^3}{3.3!}\right) - \left(\frac{u^4}{4.4!}\right) \quad (\text{I.75})$$

Où

$\gamma = 0,5772156649$: est la constante d'Euler.

L'équation (3) peut s'écrire :

$$s = \frac{QW(u)}{4\pi T} \quad (\text{I.76})$$

Et si on passe aux logarithmes décimaux (6) devient :

$$\log s = \log\left(\frac{Q}{4\pi T}\right) + \log W(u). \quad (\text{I.77})$$

Alors que l'équation (4) devient :

$$\frac{r^2}{t} = \frac{4uT}{S} \quad (\text{I.78})$$

Et en logarithmes décimaux :

$$\log\left(\frac{r^2}{t}\right) = \log\left(\frac{4T}{S}\right) + \log u \quad (\text{I.79})$$

L'équation (9) est une fonction exponentielle intégrale avec deux inconnus à savoir la transmissivité T et le coefficient d'emmagasinement S . donc il est impossible de la résoudre explicitement, ce qui oblige à suivre les méthodes graphique d'approximation.

Cette méthode requiert le traçage d'un graphique de $\log s$ en fonction de $\log(t)$. Étant donné que le graphique résultant est similaire à la courbe universelle de Theis de $W(u)$ en fonction de u , il est possible de superposer les deux graphiques en gardant les axes parallèles voire **figure (I-2)**. Nous obtenons ainsi les paramètres (u , $W(u)$, s et r^2/t) qui vont permettre de calculer T et S . [3]

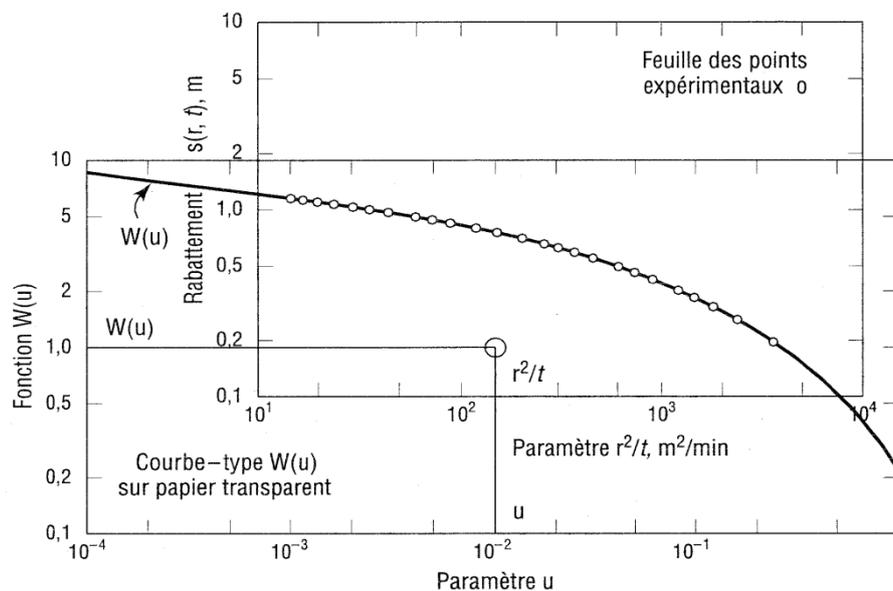


Figure (I.10): Illustration de la méthode de superposition de Theis (1935).

Voici le résultat de ces équations [Todd, 1980]:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{QW(u)}{4s\pi} \\ S &= \frac{4Tu}{\left(\frac{r^2}{t}\right)} \\ u &= \frac{r^2 S}{4Tt} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.80})$$

- **Méthode (d'Approximation) de Cooper-Jacob (1946)**

Cooper-Jacob ont proposé une approximation de la solution de Theis. Elle correspond à la partie aplatie de la courbe universelle de Theis, solution est valable pour les petites valeurs de (r^2/t) et pour un long temps de pompage. Toutes les hypothèses proposées par Theis sont valables pour l'approximation de Cooper-Jacob.[3]

Cooper et Jacob ont remarqué dans le cas où u est petit que dans l'équation (I.75) le troisième terme et les suivants deviennent négligeables. Ce qui rend l'équation du rabattement égale à :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{u}\right) - 0,5772 \right] = \left(\frac{Q}{4\pi T} \right) C - J(u) \quad (\text{I.81})$$

Où: $C-J(u)$ est la fonction de l'approximation de Cooper- Jacob.

Si on passe aux logarithmes décimaux, on trouve l'équation (12):

$$s = \frac{2,3 \cdot Q}{4\pi T} \cdot \log\left(\frac{2,25Tt}{r^2 S}\right) \quad (\text{I.82})$$

Par conséquent, si l'on porte les rabattements s en fonction du logarithme du temps t , on obtient une ligne droite qu'on prolonge jusqu'à l'axe des abscisses, et le point d'intersection a pour coordonnées $s=0$, et $t=t_0$ comme il montre la figure suivante :

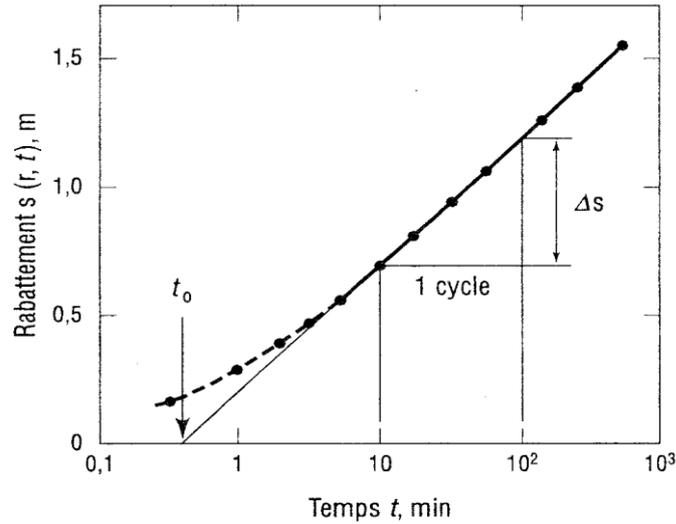


Figure (I.11) : Illustration de la méthode de Cooper-Jacob (1946).

Si on remplace $s=0$,

$$0 = \frac{2,3 \cdot Q}{4\pi T} \cdot \log\left(\frac{2,25Tt_0}{r^2 S}\right) \quad (\text{I.83})$$

et $t=t_0$ dans l'équation (12), on trouve :

Les équations pour déterminer T et S sont les suivantes:

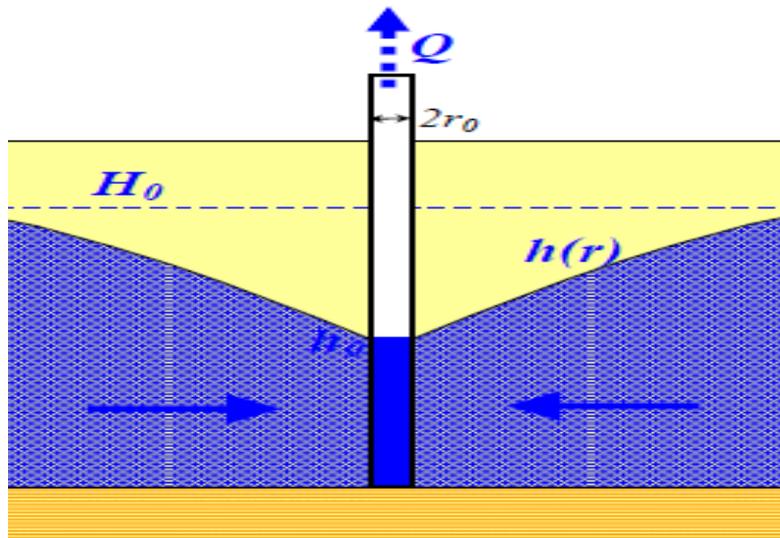
$$T = \frac{2,3Q}{4\Delta s \pi} \quad S = \frac{2,25Tt}{r_0^2} \quad (\text{I.84})$$

Où Δs est la différence de rabattement par cycle logarithmique de temps.

I.8.4.2. Rabattement de pompage pour une nappe libre:

Considérons une nappe libre en équilibre. Perçons un forage de diamètre r jusqu'au fond de cette nappe libre, et on pompe avec un débit constant dans ce forage. On ajoute deux piézomètres à proximité de puits pour qu'on puisse prendre les mesures de rabattement. Après un instant t , la surface phréatique libre va prendre un profil de rabattement stable, inférieur au niveau initial H . Le profil a une symétrie cylindrique autour de forage si le milieu est homogène et isotrope. Soit $h(r)$ la forme de ce profil. [6]

A l'état d'équilibre le débit d'eau est conservé (D'après la loi de Darcy) :



Figure(I.12) : Le rabattement dans une nappe libre

$$q = -k \frac{\partial h}{\partial r} \quad (\text{I.85})$$

Avec :

$$Q = -2\pi r h q \quad (\text{I.86})$$

En éliminant le q :

$$Q = -2\pi r k h \frac{\partial h}{\partial r} \quad (\text{I.87})$$

Par intégration on aura :

$$\frac{Q}{2\pi K} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2} \quad (\text{I.88})$$

Ca donne la formule de Dupuit :

$$\frac{Q}{2\pi K} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{h_2^2 - h_1^2}{2} \quad (\text{I.89})$$

➤ Etude analytique (méthode graphique)

Dans cette partie nous avons utilisé les hypothèses de Dupuit afin d'étudier l'écoulement permanent vers un puits dans une nappe libre. Cette étude a pour objectif d'utiliser les solutions graphiques pour déterminer les paramètres hydrodynamiques tels que la perméabilité. [3, 6]

D'après l'équation de Dupuits :

$$Q = -2. k. \pi. \frac{dh}{dr} \quad (\text{I.90})$$

$$Q = 2. \pi. r. h \left(\frac{dh}{dr} \right) * k \quad (\text{I.91})$$

2 points situés aux distances r_1 et r_2 de l'axe du puits, les charges seront h_1 et h_2 , par intégration par rapport à h puits par rapport à r on aura :

$$Q = \pi. k. \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (\text{IV.92})$$

Car :

$$\int h . dh = \frac{h^2}{2} \quad \text{et} \quad \int \frac{1}{dr} = \frac{1}{\ln r} \quad (\text{IV.93})$$

A la distance R (rayon d'action) le rabattement est nul, $h_2 = H$ tel que H est l'épaisseur au repos et h_1 est l'épaisseur après stabilisation d'où :

$$Q = \frac{\pi. k (H^2 - h^2)}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (\text{IV.94})$$

D'après Dupuit :

$$k = 0.73. Q \log \frac{R}{r} * \frac{1}{H^2 - h^2} \quad (\text{IV.95})$$

Donc : il faut tracer la courbe $(H^2 - h^2) = f(\log r)$ puisque k et Q sont constantes par analogie. D'après la courbe $(H^2 - h^2) = f(\log r)$ on déduit la pente tel que :

$$tg(\alpha) = \text{pente} = \frac{d(H^2 - h^2)}{d(\log r)} = 0.73. \frac{Q}{k} = C \quad (\text{IV.96})$$

On déduit la perméabilité :

$$K = 0.183 * \frac{Q}{C} \quad (\text{IV.97})$$

I.8.5. L'approximation de Dupuit

Dupuit (1963) s'est basé dans ses hypothèses sur l'observation qui dit que pour la plupart des écoulements souterrains, la pente de la surface phréatique est très faible. Dans un écoulement régulier sans augmentation dans un plan $\ll x y \gg$ bidimensionnel, la surface phréatique est une ligne de courant et le débit spécifique est en direction tangente à ces lignes de courants, donné par la loi de Darcy [5] :

$$q_s = -k \frac{d\varphi}{ds} = k \frac{dz}{ds} = -k \sin \varphi \quad (\text{I.98})$$

Le long de la surface phréatique $p = 0$ et $\varphi = z$

Dupuit a suggéré que $\sin \theta$ peut être remplacé par :

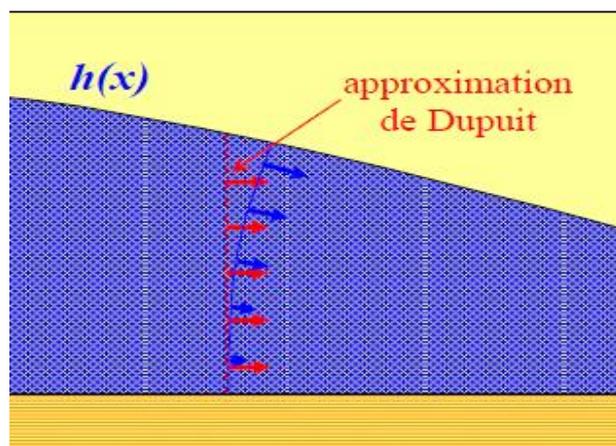
$$\text{Tan} \theta = \frac{dh}{dx} \quad (\text{I.99})$$

L'hypothèse de petites valeurs de θ est équivalente à admettre que les surfaces équipotentiels sont verticales, et l'écoulement est essentiellement horizontal, ainsi que l'hypothèse de Dupuit mène à un débit spécifique qui exprimé par :

$$q_x = -k \frac{dh}{dx} \quad (\text{I.100})$$

I.8.5.1. L'hypothèse de Dupuit pour une nappe libre

Dans le cas d'un aquifère libre, la hauteur d'eau dépend de la position le long de la ligne de flux. Il est en général très difficile de calculer la distribution de vitesse de Darcy en fonction de la position. On peut cependant utiliser, pour faire des modèles quantitatifs simples, une approximation simple mais puissante, c'est l'approximation de Dupuit. [5]



Figure(I.13) : L'approximation de Dupuit pour l'aquifère libre

Dans cette approximation, On fait l'hypothèse que les vitesses sont horizontales (on néglige donc la courbure des lignes de flux) et que la vitesse est constante le long d'une ligne verticale et donnée par le gradient hydraulique correspondant à la hauteur réelle de la nappe. La vitesse de Darcy, uniforme sur toute la hauteur, est alors :

$$v = -k \frac{dh}{dx} \quad (\text{I.101})$$

Et le débit spécifique est :

$$q = vh = -kh \frac{dh}{dx} \quad (\text{I.102})$$

I.8.6. Régime transitoire

L'essai de pompage d'un aquifère, sert à déterminer les paramètres hydrogéologiques tels que le coefficient d'emmagasinement (S), la transmissivité (T) et la conductivité hydraulique (K). Effectivement, lorsque l'on fait un essai de pompage à débit constant dans un aquifère à nappe libre, le mouvement de l'eau se fait vers le puits, c'est-à-dire que le niveau de l'eau dans le puits et la nappe phréatique est descendant et qu'on est en présence d'un cône de rabattement qui varie en fonction du temps de pompage. Le cône de rabattement dépend du type de puits, du débit de pompage, de la durée de l'essai, des caractéristiques hydrauliques de l'aquifère et de localisation des frontières de l'aquifère. [3]

I.9. Conclusion

Les milieux poreux sont identifiés par ses caractéristiques et la genèse de ses vides, et pores. Les deux principaux paramètres caractérisant un milieu poreux sont : la perméabilité et la porosité. L'écoulement de l'eau à travers un milieu poreux est déterminé par trois groupes, de paramètres hydrodynamiques : coefficient de perméabilité, gradient hydraulique, débit et vitesse de l'écoulement.

La loi de Darcy, établie expérimentalement, est la base de l'hydrodynamique souterraine. Elle est applicable sur les terrains dans des conditions bien définies, pour sa résolution nous avons recours aux méthodes numériques.

Chapitre II :
Etude expérimentale

II.1. Introduction

Cette partie consiste à la présentation du montage expérimental ainsi qu'à la description des matériaux utilisés et leurs différentes propriétés. Le modèle expérimental réalisé consiste à un modèle d'un milieu poreux stratifié constituant trois différentes couches de sable qui représente une nappe libre dans le premier et le deuxième cas et une nappe captive dans le deuxième cas. Les sections qui suivent décrivent en détail la géométrie et la composition de ce modèle.

Le travail expérimental a été réalisé sur le banc d'essai au niveau du laboratoire d'irrigation de l'université Abderrahmane Mira de Bejaia. Cependant, certaines manipulations, la préparation et le lavage des échantillons de sable, mesure de la perméabilité et l'analyse granulométrique, ont été exécutés aux laboratoires d'Hydrologie, d'irrigation et de Mécanique de Sol respectivement.

II.2. Description du banc d'essai expérimental

Le dispositif expérimental constitué de deux grandes plaques en plexiglas contenant un volume de trois différentes couches de sable dont elles sont placées horizontalement, il est utilisé comme un milieu poreux stratifié perméable. L'image de la figure (II.1) et le schéma de la figure (II.2) montrent la configuration du dispositif expérimental. Le modèle a été construit sous forme rectangulaire avec comme dimensions : 1500 mm de longueur, 350 mm de profondeur et 182 mm de largeur.

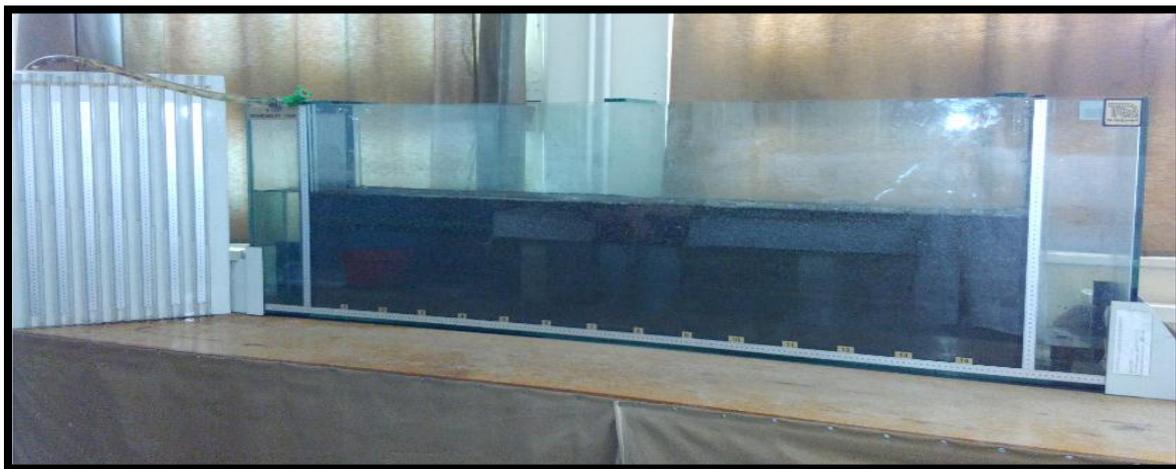
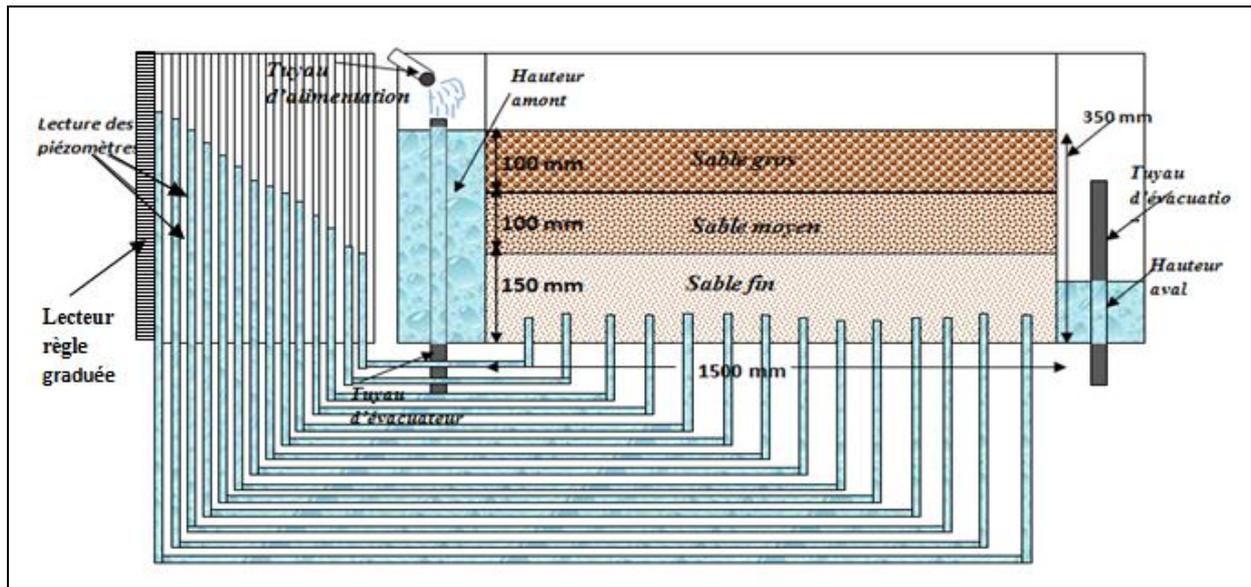


Figure (II.1) : Photos de dispositif expérimental



Figure(II.2) : schéma représentant le dispositif expérimental

II.2.1. Préparation du banc expérimental

Afin de mettre en place le modèle expérimental de la nappe phréatique, une quantité de sable a été tamisée en deux fois par deux tamis de 1 mm et 0.5 mm respectivement afin d'avoir 3 échantillons de sable de différents diamètres (sable gros, moyen et fin). On a lavé les quantités de sable qui ont été préparés et à l'aide d'une colonne verticale on a mesuré la perméabilité de chaque échantillon. Les résultats obtenus de l'analyse granulométrique et de la mesure de perméabilité seront présentés dans les sections suivantes. Le banc expérimental est constitué de trois parties :

La première est un réservoir qui représente une source d'alimentation (pour maintenir une charge constante à l'amont de la nappe).

La deuxième partie est un milieu poreux constitué de trois couches de sable qui ont été placées horizontalement et d'ordre croissant de bas vers le haut selon leurs diamètres. Les épaisseurs des couches sont les suivantes : $h_1 = 0.15$ m et $h_2 = h_3 = 0.1$ m. Avant la mise en place des couches doit remplir le banc de l'eau pour que le sol soit bien saturé. 14 piézomètres sont incorporés au niveau de la face arrière afin d'indiquer le niveau d'eau à différentes hauteurs.

La troisième partie est un réservoir qui représente la partie aval de la nappe. Les infiltrations qui s'effectuent du côté amont vers le côté aval font augmenter la charge à l'aval, cette charge se déverse par un tuyau d'évacuation, le débit qui sort est le débit de fuite.

II.3. Propriétés des matériaux

Les premières informations sur les propriétés d'un tel milieu poreux sont fournies par l'analyse granulométrique ainsi que l'essai de perméabilité.

II.3.1. L'analyse granulométrique

L'analyse granulométrique permet d'accéder à la géométrie du milieu poreux particulière mais également de le classer quantitativement et d'identifier la famille des grains à laquelle appartient l'échantillon de sable. Souvent réalisé par tamisage, qui vise à séparer et classer les grains selon leurs diamètres à l'aide d'une série de tamis de différentes ouvertures. L'échantillon après tamisage a été pesé, on notant pour chaque tamis son refus et son tamisât, dans le but de déterminer le pourcentage de passants correspondant à chaque tamis. Les résultats permettent d'élaborer une courbe granulométrique qui est utilisées pour déterminer le type de sable.

II.3.1.1. Matériel utilisé pour cette analyse

A. Agitateur électrique

Un agitateur muni de cinq tamis de diamètres organisés par ordre décroissant superposés par un couvercle comme fermeture et un récipient en bas afin de retenir le tamisât du dernier tamis. Une fois branché à une alimentation électrique, il fait agiter les tamis pour leurs permettre de faire passer les grains de diamètre inférieurs à leurs diamètre.



Figure (II.3) : Agitateur utilisé pour l'analyse granulométrique

B. Balance électrique

Elle nous permet de peser chaque tamis vide ainsi que (tamis + refus) afin de mesurer à la fin du tamisage le refus de chaque tamis et d'en déduire le tamisât de chacun de ces derniers.



Figure (II.4) : Balance électrique pour peser le tamisât de chaque tamis

La distribution granulométriques des matériaux utilisés est présentée dans les figures (II.5), (II.6) et (II.7).

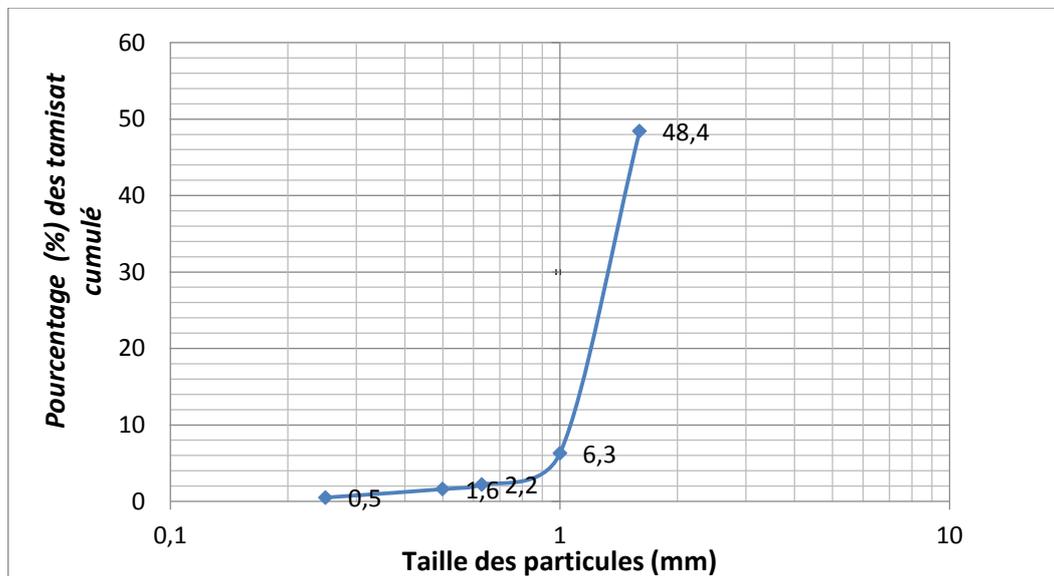


Figure (II.5) : Courbe granulométrique du sable de la troisième couche.

D'après la courbe, par la projection des valeurs de pourcentage (60 % et 30%) sur l'axe des abscisses, on tire les valeurs des tailles des particules correspondantes à ces pourcentages pour mesurer le coefficient d'uniformité C_u .

$$D_{10} = 1.58$$

$$D_{60} = 1.98$$

$$\text{D'où : } C_u = 0.79$$

D'après les résultats des coefficients C_u , le sable représente une granulométrie quasi-uniforme.

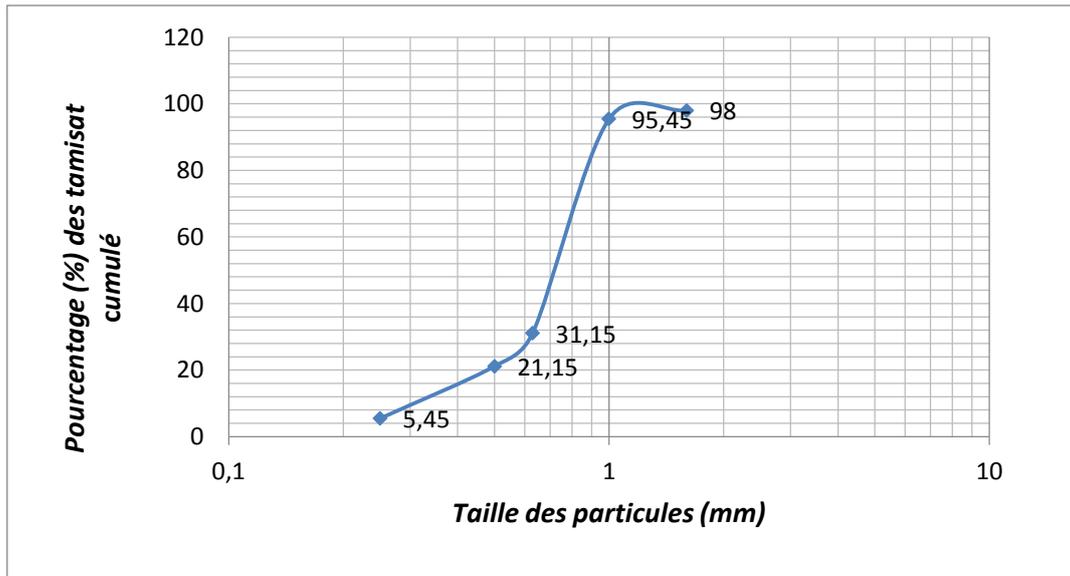


Figure (II.6) : Courbe granulométrique du sable de la deuxième couche

D'après la courbe : on a tiré :

$$D_{10} = 0.458$$

$$D_{60} = 0.628$$

$$\text{D'où : } Cu = 0.729$$

D'après les résultats des coefficients Cu , le sable représente une granulométrie quasi-uniforme.

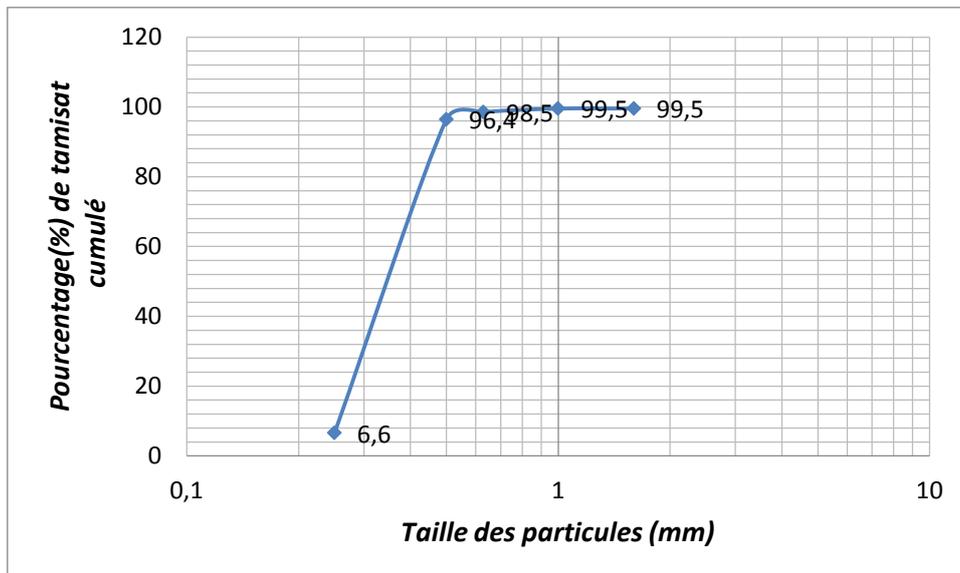


Figure (II.7) : Courbe granulométrique du sable de la première couche

D'après la courbe, on a tiré :

$$D_{10} = 0.378$$

$$D_{60} = 0.311$$

$$D'ou : Cu = 1.21$$

D'après les résultats des coefficients Cu, le sable représente une granulométrie quasi-uniforme

II.3.2. Conductivité hydraulique

La conductivité hydraulique, K (coefficient de perméabilité), est la vitesse de déplacement de l'eau à travers un milieu poreux. On a réalisé des tests au laboratoire.

On a mit l'échantillon de sols (sol fin puis sable moyen puis sable grossier) dans un cylindre de diamètre D et de longueur L, puis on alimente le cylindre à l'aide d'une conduite reliée à un réservoir qui se compose de deux chambres pour assurer une charge constante dans l'une et déverser l'eau en excès dans l'autre. L'eau s'écoule du réservoir au cylindre tous en passant par l'échantillon de sable puis récupéré par un béccher graduer à l'autre coté du cylindre, (Figure (II.8)). On mesure le débit sortant du cylindre à chaque augmentation de cote du réservoir et on fait le lecteur dans les deux piézomètres, les résultats obtenus sont présentés dans les figures ((II.9), (II.10) et (II.11)).



Figure (II.8) : Appareil d'expérience de la conductivité

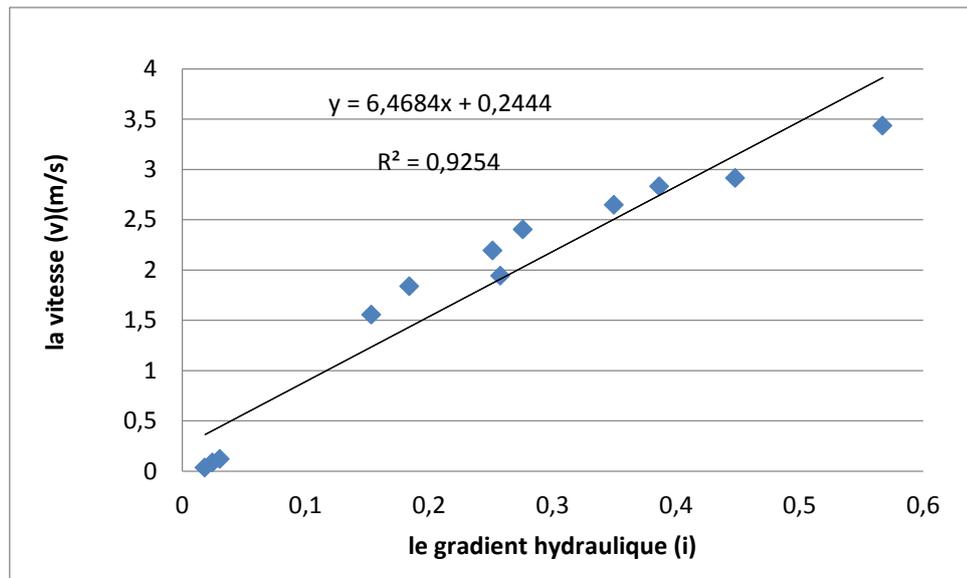


Figure (II.9) : Courbe de la conductivité du sable grossier

La variation de la vitesse en fonction du gradient hydraulique est d'allure linéaire, c'est-à-dire qu'elle varie linéairement. Donc on est dans le domaine de validité de la loi de Darcy. La perméabilité de l'échantillon représente la pente de la droite de la figure (II.8). Elle est de $K=0.006468 \text{ m/s}$.

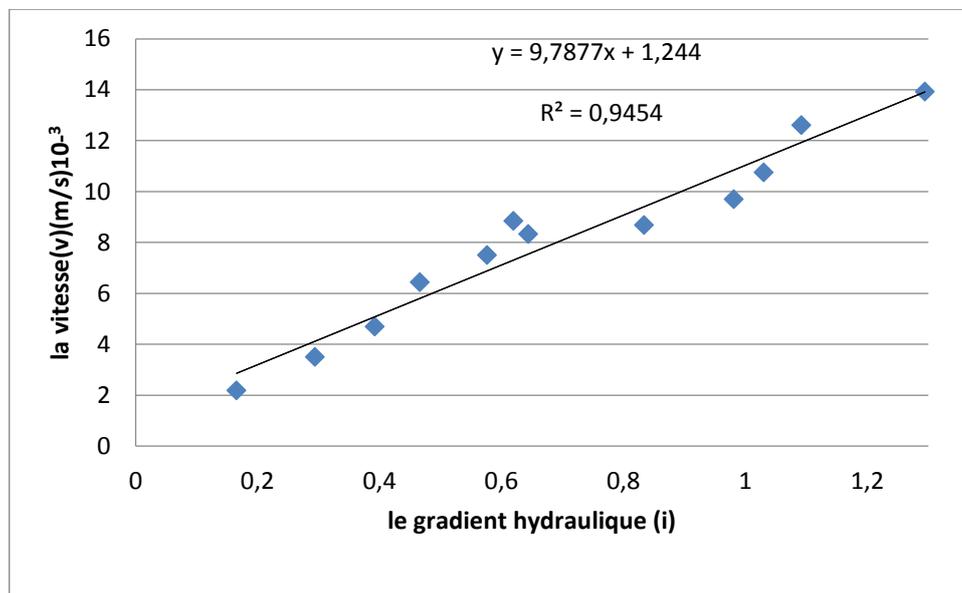


Figure (II.10) : Courbe de la conductivité du sable moyen

On remarque que les points sont alignés, donc on peut calculer la perméabilité avec l'équation de Darcy. Elle est de $k=9,787 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$.

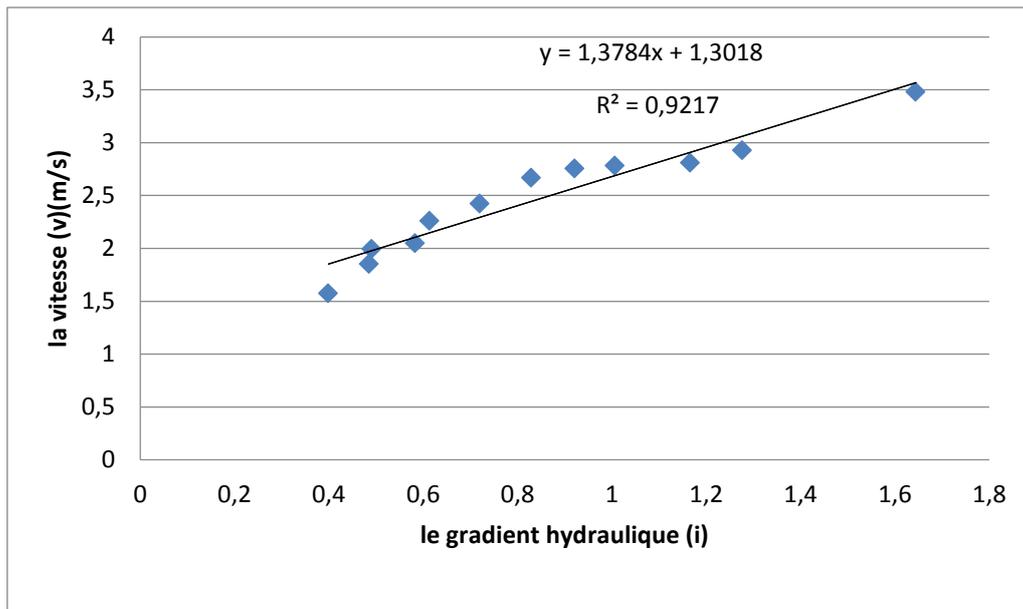


Figure (II.11) : Courbe de la conductivité du sable fin

On remarque sur ce graphe la même chose que la première courbe de la figure (II.9) La perméabilité de l'échantillon représente la pente de la droite de la figure (II.10). Elle est de $k=1,378 \cdot 10^{-4} \text{m/s}$

II.4. Instruments prise de mesures

II.4.1. Piézomètres

Pour la prise de mesure des niveaux de charge à l'intérieur de milieu, 14 piézomètres sont incorporés au niveau de la face arrière de banc d'essai, les espacements entre les piézomètres est de 10 cm. (a), (b) représentent la lecteur et l'emplacement des piézomètres respectivement.



(a) (b)

Figure (II.12) : les piézomètres((a) et (b))

II.4.2. Bécher et chronomètre

Pour la mesure du débit sortant de la nappe et le débit de pompage, nous avons utilisé un bécher pour recueillir l'eau pendant un certain temps mesuré avec un chronomètre.



Figure (II.13) : Chronomètre et bécher utilisé

II.4.3. Pompe immergée

Est un appareil indispensable pour refouler l'eau emmagasiner dans le puits afin de mesurer le débit de pompage, elle est totalement immergée dans l'eau à pomper.



Figure (II.14) : Pompe immergée

II.4.4. Puits

Est un ouvrage de captage vertical permettant l'exploitation de l'eau d'une nappe et au niveau du laboratoire, on a réalisé un puits à l'aide d'un tube perforer comme la montre la figure (II.16) et les mesures du niveau d'eau dans ce puits est effectuer à laide d'une règle collée juste à coté (Fig(II.16)).



Figure (II.15) : puits et règle

II.5. Les différents cas traité :

Dans cette partie, on présente les différentes expériences réalisées et les changements ont été effectués sur le banc d'essai. On présente également les déroulements des essais ont été faits pour chaque cas.

II.5.1 Hypothèses de base

- Le sol est complètement saturé ;
- Le milieu est hétérogène et isotrope ;
- Les effets de capillarité sont négligés ;
- Répartition hydrostatique des pressions ;
- Le modèle représente une nappe libre avec un substratum horizontal pour le premier cas et le deuxième cas représente une nappe captive ;
- L'écoulement dans le puits est laminaire ;

II.5.2. Déroulement des essais

II.5.2.1. Ecoulement à travers un milieu poreux (vers une tranchée)

Lors de cette expérience, différents hauteurs à l'aval ont été réalisées dans le but d'étudier les écoulements souterrains à travers les milieux poreux ou (écoulement vers une tranchée).

D'après avoir préparé le banc expérimental, on alimente le réservoir de stockage à une charge constante $h_1 = 350\text{mm}$, l'eau en excès se déverse à travers un tuyau d'évacuation. Au début nous avons pris la hauteur à l'amont est égale la hauteur à l'aval, pour que le sol soit bien saturé, puis nous avons diminué la hauteur à l'aval jusqu'à $h_2 = 120\text{mm}$, après un laps de

temps on a remarqué que l'eau s'abaisse dans les piézomètres ce qui conclut que la ligne de saturation commence ainsi à se former. Nous avons fait de même pour les quatre essais dont les hauteurs d'eau à l'aval sont de 115 mm, 105 mm, 95 mm, et 85 mm, respectivement. On mesure le débit qui traverse le milieu poreux à chaque essai.

II.5.2.2. Ecoulement vers un puits dans une nappe libre

Dans ce cas, des essais de pompage ont été exécutés dans le but d'écrire les valeurs des paramètres hydrodynamiques de l'aquifère obtenus en régime transitoire et permanent ainsi que la courbe de rabattement de la nappe a été déterminé. Le schéma de la figure (II.18) montre la configuration du dispositif expérimental.

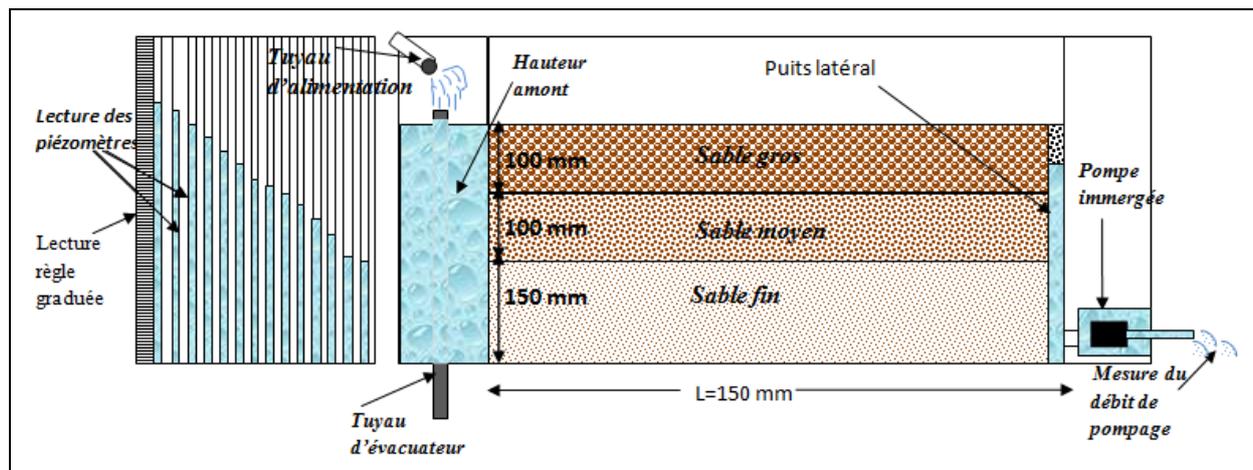


Figure (II.16) : vue une coupe schématique du modèle expérimental (nappe libre)

Dans ce cas on a placé un puits de pompage de diamètre de $d=26\text{mm}$ dans la partie latérale aval du domaine et pour empêcher la migration des particules fines de sable de l'aquifère vers le puits, un filtre a été placé sur toute la hauteur du tube. On a également placé une pompe immergée juste à côté du puits pour extraire le débit.

Avant la mise en route de la pompe, le niveau piézométrique a été mesuré pour tous les piézomètres est la charge qui est maintenue constante au niveau du réservoir 1. Au début de pompage et pendant l'essai, on a remarqué la formation du cône de dépression qui varie en fonction de temps de pompage. On mesure le niveau dans chaque piézomètre pendant un temps fixe (30 seconde), donc l'analyse se fait en régime transitoire. Les niveaux piézométriques s'abaissent jusqu'à se stabilisent là où le régime permanent est atteint.

II.5.2.3. Ecoulement vers un puits dans une nappe captive

L'objectif de ce cas est le même que le précédent mais l'essai de pompage a été effectué au niveau de la nappe captive. Le schéma de la figure (II.19) montre la configuration du dispositif expérimental.

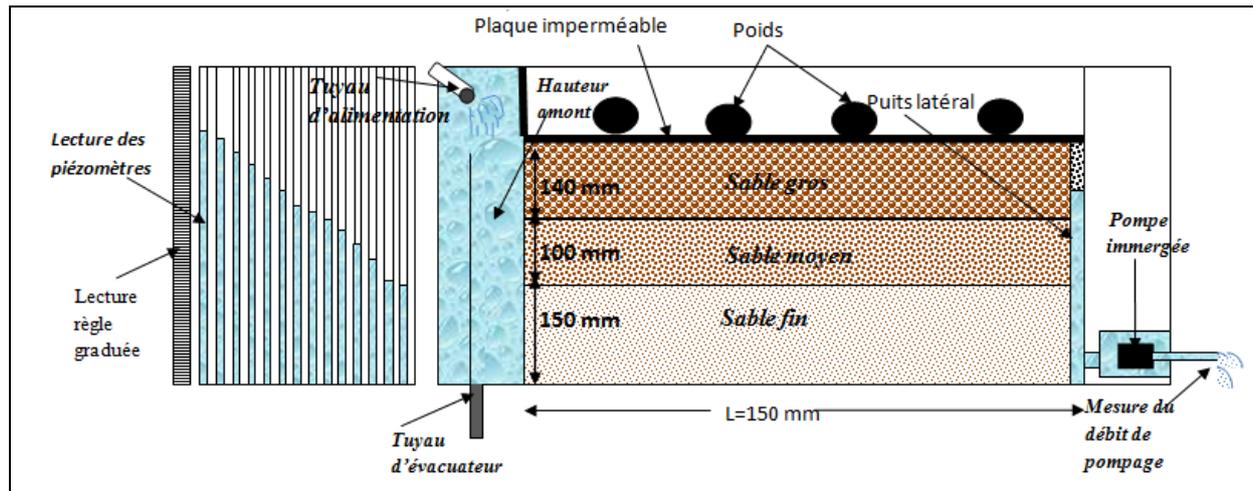


Figure (II.19) : vue en coupe schématique d'un modèle expérimental (nappe captive).

Dans ce cas, on place un toit par une plaque en plexiglas, dans le but de mettre la nappe en sous pression et l'alimentation se fait par une charge constante de 590 mm et les déroulements d'essai de pompage ont été effectués de la même façon que le cas précédent. On a remarqué pendant l'essai que le niveau de l'eau dans le puits et la nappe phréatique est rapidement descendant ce que nous permet de mesurer le niveau dans chaque piézomètre pendant un temps moyennement petit (3 secondes) jusqu'à se stabilise. Les mesures sont réalisées en deux phases successives : une phase transitoire et une phase permanente.

II.6. Conclusion

Ce chapitre a permis d'illustrer le montage expérimental et d'écrire le déroulement des essais, nous avons présenté également les matériels utilisés durant notre étude et les différentes propriétés physiques des matériaux tels que l'analyse granulométrique et la mesure de la perméabilité. Trois cas différents ont été réalisés pour caractériser les écoulements souterrains à travers les milieux poreux. Dans le premier cas, nous avons étudié l'influence de la différence de charge à l'amont et l'aval sur la ligne de saturation dans une nappe phréatique ou une tranchée. Pour le deuxième et le troisième cas, nous avons étudié l'effet de l'essai de pompage sur le rabattement des nappes libre et captive en régime transitoire et permanent.

Chapitre III :
Simulation numérique

III.1. Introduction

On s'intéresse dans ce chapitre à la simulation numérique des écoulements au travers un milieu poreux stratifié représenté par un modèle rectangulaire 2D, par la résolution numérique des équations de Darcy par la méthode des éléments finis. Pour résoudre ce phénomène, différents logiciels peuvent être utilisés, on cite à titre d'exemple ABAQUS, CAST3M, ASTER, COMSOL.....etc. On utilise dans le présent travail le logiciel de simulation COMSOL Multiphysics 5.2. Ce choix s'est basé sur la capacité du logiciel dans la résolution des équations et la simulation des phénomènes multi-physiques à l'aide des méthodes numériques avancées et la méthode des éléments finis est l'une des techniques numériques les plus puissantes. En plus, COMSOL Multiphysics autorise l'utilisateur à définir ses propres systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP).

III.2. Présentation du Logiciel

COMSOL Multiphysics est un logiciel de simulation numérique basée sur la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet de simuler de nombreuses physiques et applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes couplés ou simulation multi-physiques.

Le logiciel COMSOL et la société correspondante ont été créés en 1986 par des étudiants de Germunt Dahlquist (la première version a été sortie en 1998) dans la suite de son cours consacré à la simulation numérique à l'Institut royal de technologie à Stockholm en suède. La version initiale (avant 2005) de COMSOL Multiphysics s'appelait FEMLAB.

III.3. Principe d'utilisation du code

L'utilisation définit ses couplages ou sélectionne les interfaces prédéfinies. Les différentes étapes du processus de simulation sont intégrées dans une seule interface. Il comprend plus de 30 modules d'applications optionnels qui offrent des interfaces et des utiles spécialisés en génie électrique, mécanique, fluide et chimique. C'est un logiciel multiplateforme, ce qui lui permet de fonctionner sous Windows, Mac, GNU-Linux etc. et ses simulations peuvent être reliées à d'autres logiciels de calcul dont on peut citer : Auto-CAD, Matlab.

Etant un logiciel de simulation par élément finis, il permet de résoudre tous types de problèmes décrits par des équations aux dérivées partielles, cela permet par exemple de calculer numériquement le comportement d'objets même très complexes, à condition qu'ils soient continus et décrits par une équation aux dérivées partielles linéaire.

III.4. Présentation de la méthode des éléments finis

III.4.1. Introduction

Un problème d'ingénierie est généralement représenté par une méthode mathématique, des équations aux dérivées partielles sur un domaine géométrique avec des conditions aux limites sur les frontières de ce domaine. De plus, étant un problème continu, il possède une infinité de degrés de liberté. A l'exception de quelques cas ayant une géométrie très simple, il est très difficile sinon impossible de trouver une solution analytique au problème et d'étudier son comportement en seul opération. Pour pouvoir trouver une solution, l'ingénieur est donc amené à remplacer le système continu par un système discret équivalent ayant un nombre fini

de degré de liberté. A cet effet, l'une des méthodes les plus utilisées est la méthode des éléments finis.

III.4.2. Définition de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est l'une des techniques numériques les plus puissantes. Il s'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation variationnelle ou formulation faible, un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles qui sont associées à des conditions aux limites définies sur un domaine. Ainsi les équations aux dérivées partielles se trouvent transformées en équations algébriques alors que le domaine géométrique est discrétisé en un assemblage d'élément simple.

Le problème rencontré avec les méthodes analytiques c'est qu'on ne peut pas trouver une fonction polynomiale ou autre qui satisfait l'équation aux dérivées partielles sur le domaine Ω . C'est pour cela l'ingénieur a pensé à subdiviser le domaine Ω en petits domaines appelés éléments et dans chaque élément on remplace la fonction u par la fonction polynomiale.

III.4.3. Les grandes lignes de la méthode

Les principales étapes de constructions d'un modèle avec la méthode des éléments finis sont les suivantes :

- Formulation des équations gouvernantes et des conditions aux limites.
- Discrétisation du domaine en sous domaine.
- Approximation sur l'élément
- Assemblage et application des conditions aux limites.
- Résolution du système globale.

III.4.4. Formulation variationnelle

Actuellement, le principe des travaux virtuels est bien connu est très répandu. Il est souvent formulé en termes d'égalité des travaux effectués par les forces extérieures et intérieures lors d'un déplacement virtuel quelconque. Ce concept est essentiel pour la résolution des équations aux dérivées partielles. En effet les déplacements sont remplacés par une fonction arbitraire continue sur le domaine et l'équation est réécrite sous forme intégrale.

III.4.4.1. Forme forte

Un problème classique d'équations différentielles gouvernant un système physique s'énonce comme suit :

Trouver une fonction $u \in V$; V espace des fonctions, telle que :

$$A(u) = 0 \mid_{\Omega} ; B(u) = 0 \mid_{\partial\Omega} \quad (\text{III.1})$$

Où $A(u)$ est l'ensemble d'équations gouvernantes définies sur le domaine Ω et $B(u)$ est l'ensemble des conditions aux limites que les fonctions u doivent vérifier sur le contour Γ (fig.III.1). La fonction u peut être un scalaire tel que la température, la pression,.....ou un vecteur tel que le déplacement, la vitesse,.....etc.

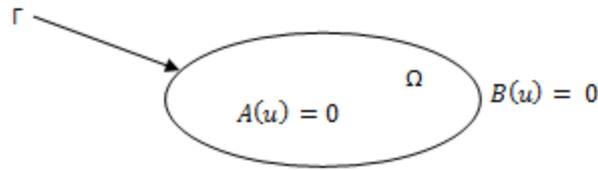


Figure (III.1) : domaine géométrique et contour

Le problème variationnelle associé au (III.1) s'écrit en prenant l'intégrale du système d'équations gouvernantes pondérées par des fonctions poids, l'énoncé devient :

Trouver $u \in V$ tel que :

$$\forall w \in V : \int_{\Omega} wA(u)d\Omega = 0 \quad (\text{III.2})$$

Cette équation est appelée forme intégrale forte de l'équation différentielle (ou du système d'équation différentielles). Elle est analogue à l'expression des travaux virtuels. En fait la solution de (III.2) a encore plus de portée, on peut affirmer que si elle est satisfaite pour toute fonction poids w , alors l'équation différentielle (III.1) est satisfaite en tout point du domaine Ω .

III.4.4.2. Forme faible

Pour satisfaire les conditions aux limites nous avons deux manières de procéder, soit par le choix de la fonction de pondération, soit vérifier que :

$$\int_{\Omega} wB(u)d\Gamma = 0 \quad (\text{III.3})$$

Dans la pratique, il est possible d'intégrer (III.2) par partie et de la remplacer par :

$$\int_{\Omega} C(w)D(u)d\Omega + \int_{\Gamma} E(w)F(u)d\Gamma = 0 \quad (\text{III.4})$$

Les opérateurs C , D , E et F contiennent des dérivées d'ordre moins élevé, d'où un choix de fonctions d'approximation de u plus large.

Cette équation est la formulation faible de l'équation différentielle, elle forme de la base de l'approximation par élément finis.

Pour aboutir de telles formulations intégrales, nous disposons de deux procédés : le premier est la méthode des résidus pondérés connue sous le nom de la méthode de Galerkin, le deuxième est la détermination de fonctionnelles variationnelle que l'on cherche à rendre stationnaire.

Dans la pratique, il n'est pas toujours facile de trouver une fonctionnelle. Le premier procédé est plus utilisé, il consiste à choisir $w = \delta u$ fonction de Dirac (une perturbation de la fonction cherchée) et d'utiliser l'approximation nodale pour la discrétisation. w s'appelle aussi fonction poids d'où le mot : « pondéré ».

III.4.5. Discrétisation du domaine géométrique

La discrétisation du domaine consiste à découper le système étudié en élément élémentaires, cette opération appelée maillage, chaque élément est défini géométriquement par un nombre de nœuds bien déterminées et qui occupent des positions stratégiques comme les extrémités, les sommets, les milieux des arêtes et des faces, ils assurent la connexion des éléments des uns aux autres. (Fig.III.2).

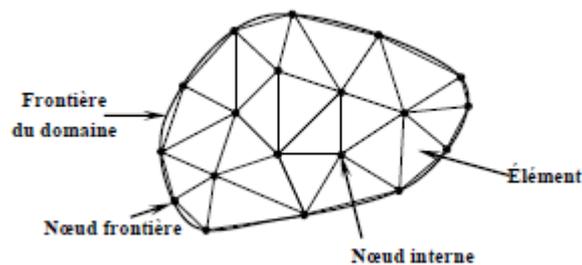


Figure (III.2) : Discrétisation du domaine – éléments triangulaires.

La partition du domaine Ω en éléments doit respecter les règles suivantes :

- Le recouvrement de deux éléments est exclu.
- Un nœud appartenant à deux éléments doit être défini dans chacun des deux.
- Il ne doit pas existé de vide entre les éléments.
- L'ensemble de tous les éléments doit constituer un domaine aussi proche que possible du domaine original.
- Les angles proches de zéro doivent être évités.

III.4.5.1. Maillage

Le maillage consiste à découper l'espace en cellules appelées « volumes de contrôle », Il est souvent plus délicat en mécanique des fluides que pour les éléments finis en résistance des matériaux : il faut mailler tout l'espace vide, et les détails de surface ont de l'importance (puisque'ils génèrent des turbulences), on a donc souvent des maillages contenant de nombreuses mailles. Les codes de simulation numérique en mécanique des fluides se rangent dans deux grandes classes. Les deux classes correspondent au type de maillage utilisé pour les simulations, les maillages structurés. Ces deux types de maillage ont chacun des avantages et des inconvénients.

A. Maillage structuré

Un maillage structuré est un maillage où il existe une ligne de maillage par direction d'espace, tel que sorte que chaque nœud du maillage peut être repéré un double $(i ; j)$ en deux dimension ou par un triplé $(i ; j ; k)$ en dimension 3.

Le problème de maillage structuré est qu'ils ne permettent de mailler en un seul bloc des géométries complexes. L'intérêt majeur de cette approche est la facilité de repérage des volumes, des nœuds des interfaces Etc. à l'aide d'un couple $(i ; j)$ pour chaque bloc, il s'agit d'un adressage direct des données. De plus l'utilisation de maillage structuré permet d'aligner les directions du maillage avec les directions privilégiées de l'écoulement.

B. Maillage non structuré

Un maillage non structuré se construit au minimum avec les éléments suivants :

- Le nombre de nœuds du maillage et chaque nœud étant repéré par les coordonnées $(x_i : y_i : z_i)$
- Le nombre de volumes de maillage et chaque volume étant défini par les n somme de la cellule.

L'intérêt de maillage non structuré est le temps de création de ce maillage. Un maillage non structuré peut généralement être construit sur un ordinateur de bureau en quelques heures. Par contre, l'obtention d'un maillage de grande qualité (pour le solveur considéré) peut être une action de type essai car l'analyse et la visualisation de l'état des volumes et de leur alignement avec l'écoulement peut vite devenir une tâche très complexe, voir impossible sur des maillages avec beaucoup de volumes de contrôle.

III.4.5.2. Maillage mobile

Dans le cas d'un écoulement à travers une tranchée, la ligne de saturation est une frontière libre non localisée, donc une inconnue du problème. Les conditions aux limites sur cette lignes sont connues, mais on ne sait pas quel sont les nœuds sur lesquelles il faut les imposées. Il existe plusieurs méthodes de résolution de ce type de problème parmi lesquelles on trouve la méthode du maillage mobile.

Le maillage mobile peut être employée pour suivre les frontières mobile du domaine de calcul, en raison physique du modèle. Elle peut être employée pour étudier les états stationnaires et la déformation dépendant du temps ou la géométrie change sa forme due à la dynamique du problème. Le principe de la méthode consiste à déformer le maillage initial à chaque nouvelle simulation.

III.4.6. Approximation sur l'élément

Après avoir défini l'élément, on peut remplacer la fonction exacte par une approximative. On utilise souvent des polynômes ou des fonctions faciles à mettre en œuvre sur ordinateur.

III.4.6.1. Approximation polynomiale

- Interpolation 1D

Pour un problème linéaire avec un élément à n nœud, l'approximation polynomiale s'écrit :

$$u = \sum_{i=0}^n a_i x^i \quad (\text{III.5})$$

On encore sous la forme développée :

$$u = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n \quad (\text{III.6})$$

Qu'on peut écrire sous forme vectorielle :

$$u = \langle 1 \ x \ x^2 \ \dots \ x^n \rangle \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{Bmatrix} = P \cdot a_n \quad (\text{III.7})$$

Avec : P : Vecteur ligne contenant les monômes x^n (cas linéaire)

a_n : Vecteur colonne contenant les facteurs (variables généralisées) du polynôme qui en général n'ont pas de sens physique.

- Interpolation 2D

Dans le cas d'un problème bidimensionnel la fonction approchée sous forme polynomiale s'écrit :

$$u(x, y) = \sum a_i x^j y^k \quad (\text{III.8})$$

Si on prend pour exemple un élément rectangulaire à 4 nœuds, l'approximation polynomiale s'écrit :

$$u(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy \quad (\text{III.9})$$

Ou sous forme vectorielle :

$$u = \langle 1 \ xyxy \rangle \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = P \cdot a_n \quad (\text{III.10})$$

Il est utile d'utiliser les triangles de Pascal ci-dessus, pour déterminer les termes des polynômes d'interpolation pour les différents types d'éléments bidimensionnels.

III.4.6.2. Approximation nodale

On a vu précédemment que l'approximation polynomiale sur un élément s'écrit :

$$u = P \cdot a_n \quad (\text{III.11})$$

Si on exprime la fonction u sur tous les nœuds l'interpolation polynomiale s'écrit :

$$\{u\} = \begin{bmatrix} \langle P_{ij} \rangle \dots \{a_j\} \\ \vdots \\ \langle P_{in} \rangle \dots \{a_j\} \end{bmatrix} = U_n = P_n \cdot a_n \quad (\text{III.12})$$

Ou : U_n : vecteur colonne contenant les vecteurs aux nœuds.

P_n : Matrice contenant les vecteurs des polynômes aux nœuds.

On peut tirer les a_n en inversant le système d'équations précédent :

$$a_n = P_n^{-1} \cdot U_n \quad (\text{III.13})$$

En remplaçant a_n dans (III.11) on obtient :

$$u = \langle P \rangle [P_n]^{-1} \cdot \{U_n\} = \langle N \rangle \{U_n\} = N \cdot U_n \quad (\text{III.14})$$

Avec :

N : Vecteur ligne contenant des fonctions de x et y éventuellement z appelées fonctions d'interpolation (fonction de forme). Cette interpolation est appelée interpolation nodale puisqu'elle dépend des valeurs aux nœuds de la fonction inconnue u .

III.4.7. Assemblage

L'assemblage est l'opération qui consiste à construire les matrices globale du domaine (reconstitution du domaine), ainsi que le vecteur globale des sollicitations agissant sur celui-ci à partir des matrices et vecteurs élémentaires préalablement calculés.

Afin d'aboutir la solution complète du domaine, il faut que la condition d'équilibre globale soit satisfaite. Pour cela, on doit déterminer les contributions de tous les éléments auxquels un nœud « i » appartient pour les égaliser avec les excitations extérieures appliquées en ce nœud.

Autrement dit, on doit situer chaque élément de la matrice élémentaire dans la matrice globale, et le sommer avec la valeur existant qui est le résultat des contributions des autres matrices élémentaires. Cet emplacement dans la matrice globale n'est qu'une localisation de la variable élémentaire dans la variable globale.

III.4.8. La résolution

Dans le cas d'une analyse dynamique, le passage par les étapes décrites dans les sections précédentes, ramène le problème posé en termes d'équations aux dérivées partielles à un système d'équations différentielles équivalent :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) \quad (\text{III.15})$$

III.5. Plans de construction du modèle

Pour la construction d'un modèle, on suit les étapes suivantes :

- Choix de dimension : 3D, 2D, 2D asymétrique...
- Choix des modules physique : transfert de la chaleur, transport d'espaces, écoulement laminaire.
- Choix de type d'étude : stationnaire, temporelle...
- Construction de la géométrie.
- Choix du (ou des) matériau(x).
- Paramétrage du (ou des) module(s) physique(s).
- Paramétrage et calcul du maillage.
- Paramétrage et calcul de l'étude.
- Représentation graphique des résultats.

III.6. Premier cas : Ecoulement vers une tranchée

III.6.1. Présentation du modèle

Ce modèle a pour objectif de simuler un écoulement à travers une tranchée rectangulaire en 2 dimensions à l'aide d'un maillage mobile (mouvingmesh). On s'intéresse à déterminer la ligne de saturation et le réseau d'écoulement composé d'équipotentiels et de lignes de courant. Le modèle d'étude utilise l'équation de Darcy et l'étude choisit de type stationnaire.

III.6.2. Paramètres de calcul

Le tableau (III.1) montre les paramètres de calcul physiques et géométriques utilisés dans le modèle.

Tableau (III.1) : Les paramètres de calcul physique et géométrique

Nom	Expression	Valeur	Description
L	Fixé par l'utilisateur [m]	1.5	Longueur de la nappe
H1	Fixé par l'utilisateur [m]	0.39	Hauteur amont
H2	Fixé par l'utilisateur [m]	0.12	Hauteur aval
h1	Fixé par l'utilisateur [m]	0.15	Epaisseur de la 1 ^{ère} couche
h2	Fixé par l'utilisateur [m]	0.1	Epaisseur de la 2 ^{ème} couche
h3	Fixé par l'utilisateur [m]	0.1	Epaisseur de la 3 ^{ème} couche
K1	Fixé par l'utilisateur [m/s]	0.0064	Perméabilité de sol de la 1 ^{ère} couche
K2	Fixé par l'utilisateur [m/s]	$0.97 \cdot 10^{-3}$	Perméabilité de sol de la 2 ^{ème} couche
K3	Fixé par l'utilisateur [m/s]	$0.13 \cdot 10^{-3}$	Perméabilité de sol de la 3 ^{ème} couche
rho	Fixé par l'utilisateur [kg/m ³]	1000	Masse volumique
mu	Fixé par l'utilisateur [mPa*s]	1.003	Viscosité dynamique

III.6.3. La géométrie

La présente étude est définie par l'ensemble de trois géométries de type rectangulaire ayant des différentes dimensions (Fig.III.3) après avoir choisi la dimension de l'espace qui est 2D pour notre cas. Les dimensions des géométries sont montrées dans le tableau des paramètres dont elles sont exprimées en mètre (m).

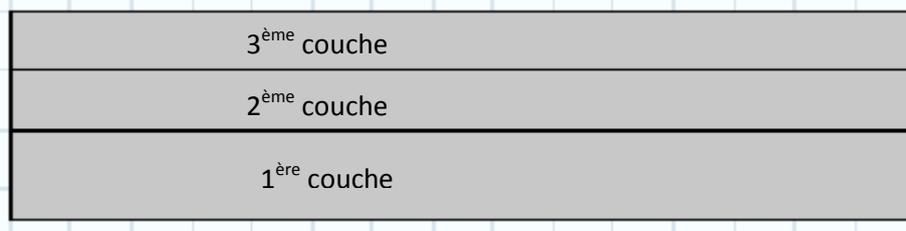


Figure (III.3) : présentation du modèle en deux dimensions

III.6.4. Equation du domaine

Ce modèle décrit le mouvement de l'eau dans le sol ou dans le sous-sol avec l'équation de Darcy.

$$\nabla \cdot (\rho u) = Q_m \quad (\text{III.15})$$

$$u = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (\text{III.16})$$

Après avoir choisit la physique (loi de Darcy), on introduisant quelques paramètres physiques qui sont la perméabilité et la masse volumique du sol qui correspond à chaque couche.

III.6.5. Conditions aux limites

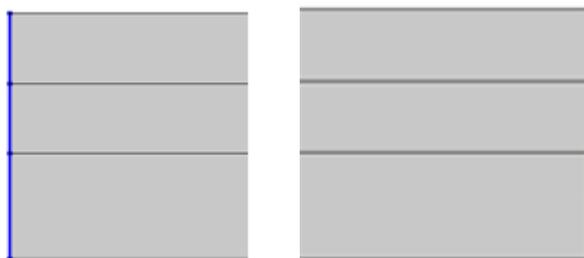
On impose des conditions aux limites satisfaisantes sur le modèle, c'est-à-dire telles que les paramètres hydrodynamiques (vitesse, débit, profondeur et pression) soient les mêmes que dans la nature.

La configuration étudiée est représentée sur la figure (III.3). Nous imposons des conditions connus sur les parois amont et l'aval sont celles de Dirichlet (figure (III.4)), sont données comme suite :

- Parois amont $H=H1$
- Parois aval $P = 0$

On impose également des conditions initiales dont on peut spécifier directement la pression, charge hydraulique ou charge de pression. Dans notre cas, nous spécifions la condition de pression comme suit :

$$P = \rho * g_{const} * dl.D \quad (\text{III.17})$$



a. Paroi amont

b. Paroi aval

Figure (III.4) : Condition aux limites sur les parois amont et aval

Aucun écoulement a travers la surface libre et le fond (figure (III.5)), nous imposons sur ces frontières une condition pas d'écoulement. Sa formule mathématique est :

$$-n \cdot \rho u = 0 \quad (\text{III.18})$$

$$n \cdot \rho \frac{k}{\mu} (\nabla P + \rho g \nabla D) = 0 \quad (\text{III.19})$$

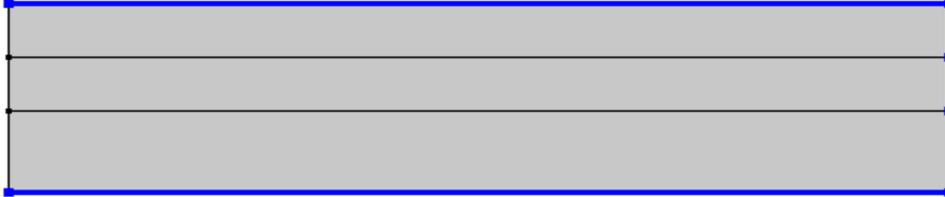


Figure (III.5) : Pas d'écoulement

III.6.6. Maillage

Il existe plusieurs taille et type de maillage, dans notre cas nous avons utilisé le maillage extrêmement fin avec un (2736) éléments Quadrangle de domaine et (474) éléments de frontières et avec un pas de temps qui est $\Delta s=5s$. Le maillage est montré dans la figure (III.6) suivante.

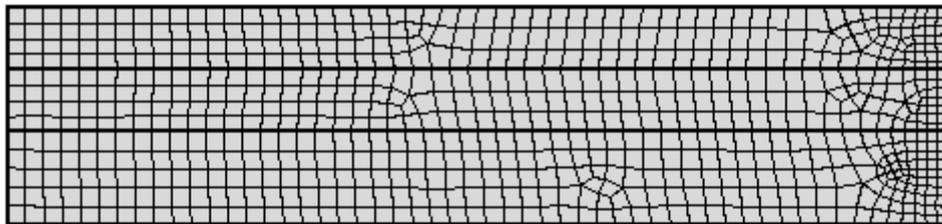


Figure (III.6) : Maillage

III.6.7. Maillage mobile

A la surface libre, le fluide est libre de se déplacer et la ligne de saturation est une frontière non localisée. Les conditions aux limites sur cette ligne est connue, mais on ne sait pas quels sont les nœuds sur lesquels il faut les imposées. Nous imposons un déplacement selon n comme suit :

$$d_n = (dl \cdot H - y) * n_y * 100 \quad (\text{III.20})$$

Nous imposons également un déplacement selon n pour le frontière aval qui est $d_n = 0$ et un déplacement selon x et y pour la paroi amont et le fond qui sont $d_x = 0$, $d_y = 0$.

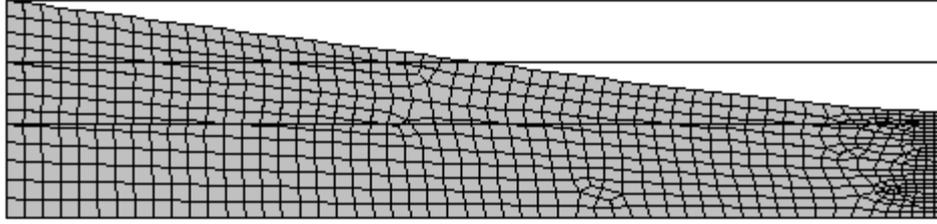


Figure (III.7) : Maillage du domaine de calcul

III.6.8. Résultats

Dans cette partie, on présente les résultats obtenus par l'application de la simulation. Elles sont organisées sous forme des graphes et des tableaux.

III.6.8.1. distribution des pressions

La figure (III.8) montre la distribution des pressions, sous une excitation horizontale. Elle diminue avec la diminution de la hauteur d'eau de l'amont vers l'aval et s'annule sur les frontières qui ont un contact avec l'atmosphère (surface libre et l'exutoire).

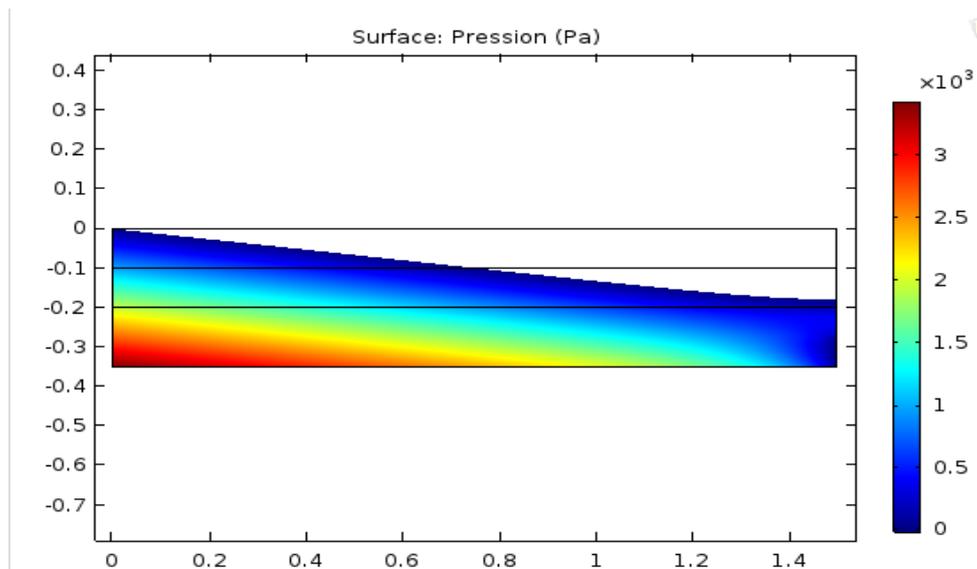


Figure (III.8) : La distribution des pressions

III.6.8.2. Lignes du courant et lignes équipotentiels

La figure (III.9) montre l'allure des lignes de courant qui suivent la trajectoire des particules d'eau à l'intérieur du milieu poreux. On remarque que sa dernière ligne a une allure de la ligne de saturation d'où elle suit la particule fluide jusqu'à l'exutoire.

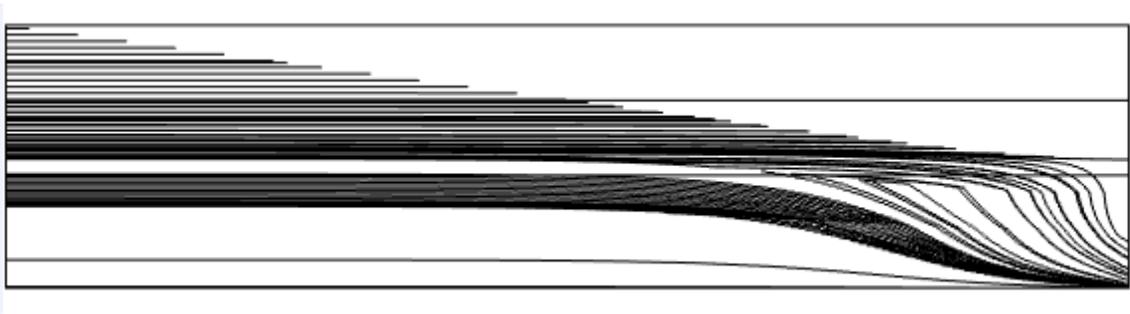


Figure (III.9) : Quelques lignes de courant

La figure (III.10) montre que les lignes équipotentiels sont des courbes régulières proches de la verticale mais plus qu'elles s'approchent au l'exutoire plus qu'elles deviennent courbées orientée vers l'axe positif x.

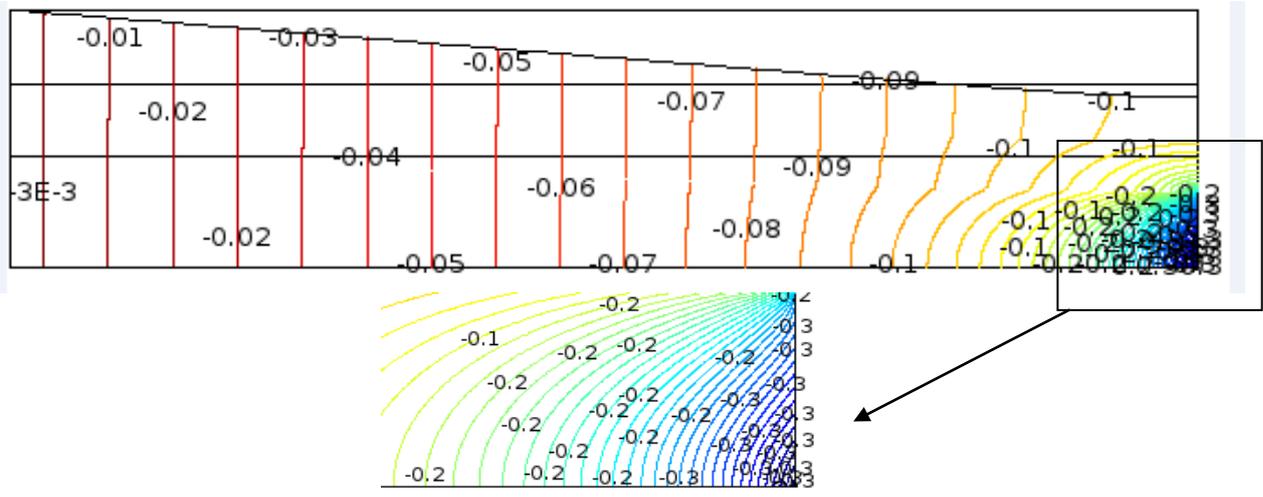


Figure (III.10) : Lignes équipotentiels

III.6.8.3. le tracé de l ligne de saturation

D'après COMSOL on résulte la variation de la charge hydraulique en fonction de l'axe des x comme la montre dans la figure (III.12).

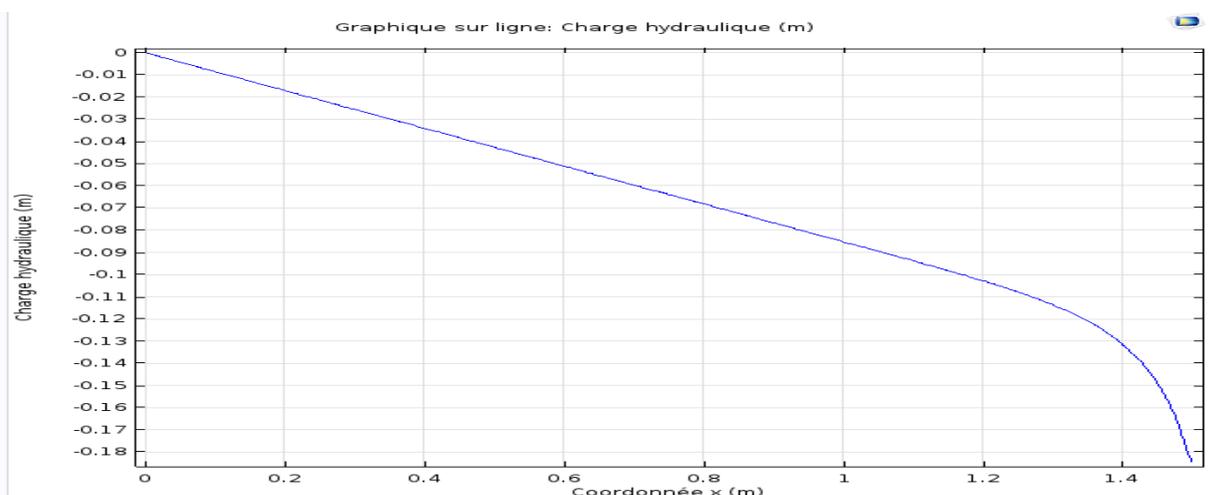


Figure (III.11) : Variation de la charge hydraulique (tracé de l ligne de saturation)

III.6.9. L'effet de maillage

Pour voir l'effet de la taille du maillage sur les résultats obtenus avec le modèle (MouvingMesh), on compare la variation de la surface libre obtenue pour des maillages de tailles différentes. Les simulations ont été réalisées en utilisant les mêmes paramètres numériques montrent qu'un maillage de 189 éléments de domaine quadratiques, 110 éléments de frontière considéré dans COMSOL comme maillage grossier est suffisant pour la discrétisation de la géométrie considérée. Le raffinement en maillage extrêmement fin 2736 éléments de domaine triangulaires, 474 éléments quadratiques de frontière n'améliore grand-chose dans les résultats. Tel que la charge hydraulique obtenue est la même dans les deux cas $H = 18$ m.

III.7. deuxième cas : Ecoulement vers un puits dans une nappe libre

III.7.1. Présentation du modèle

Ce modèle a pour objectif de simuler un écoulement vers un puits dans une nappe libre en 3 dimensions représenté par un parallélépipède. Le modèle d'étude utilise l'équation de Darcy et le maillage mobile.

III.7.2. Paramètres de calcul

Les paramètres de calcul représentés dans le tableau (III.2), sont les dimensions géométriques et physiques du modèle

Tableau (III.2) : Paramètres de calcul physique et géométrique

Nom	Expression	Valeur	Description
L	Fixée par l'utilisateur [m]	1.5	Longueur de la nappe
B	Fixée par l'utilisateur [m]	0.182	Largeur de la nappe
H	Fixée par l'utilisateur [m]	0.39	Hauteur à l'amont
H_P	Fixée par l'utilisateur [m]	0.39	Hauteur de puits
R	Fixée par l'utilisateur [m]	0.016	Rayon de puits
h1	Fixée par l'utilisateur [m]	0.15	Epaisseur de la 1 ^{ère} couche
h2	Fixée par l'utilisateur [m]	0.1	Epaisseur de la 2 ^{ème} couche
h3	Fixée par l'utilisateur [m]	0.14	Epaisseur de la 3 ^{ème} couche
k1	Fixée par l'utilisateur [m/s]	0.0064	Perméabilité de la 1 ^{ère} couche
k2	Fixée par l'utilisateur [m/s]	$0.97 \cdot 10^{-3}$	Perméabilité de la 2 ^{ème} couche
k3	Fixée par l'utilisateur [m/s]	$0.13 \cdot 10^{-3}$	Perméabilité de la 3 ^{ème} couche
rho	Fixée par l'utilisateur [kg/m ³]	1000	Masse volumique
Q	Fixée par l'utilisateur [m ³ /s]	$2.16 \cdot 10^{-5}$	Débit de pompage
p	Fixée par l'utilisateur [%]	0.64	Pourcentage

III.7.3. Variables utilisées

Tableau (III.3) : variables utilisés dans le modèle

Nom	Expression	Description
Z1	$\text{abs}(\text{aveop1}(\text{dl.H}))$	Périmètre de demi-puits [m]
S1	$\text{Pi} \cdot \text{R} \cdot (\text{H} - \text{Z1})$	Section d'écoulement dans le puits [m ²]
N1	$\text{Rho} \cdot \text{Q} / \text{S1}$	Flux massique entrant dans le puits [kg/m ² .s]

III.7.4. La géométrie

La géométrie est définie par un parallélépipède de largeur L (m), une hauteur H (m) et une profondeur B (m) avec un demi-cylindre de rayon R (m) situé dans la partie aval de modèle. On crée la géométrie totale par l'ensemble de trois parallélépipèdes pour définir les trois couches.

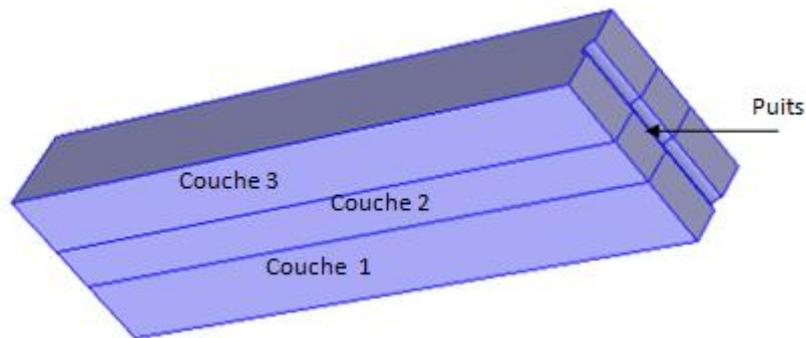


Figure (III.12) : Représentation de modèle en 3D

III.7.5. Equation du domaine

Ce modèle décrit le mouvement de l'eau dans le sol ou dans le sous-sol avec l'équation de Darcy.

$$\nabla \cdot (\rho u) = Q_m \quad (\text{III.21})$$

$$u = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (\text{III.22})$$

III.7.6. Conditions aux limites

La configuration étudiée est représentée sur la figure (III.11). Nous imposons des conditions connues sur les parois comme suite :

- Frontière amont $H_0 = 0$
- Flux de masse $N_1 = -N$ (dans le puits)

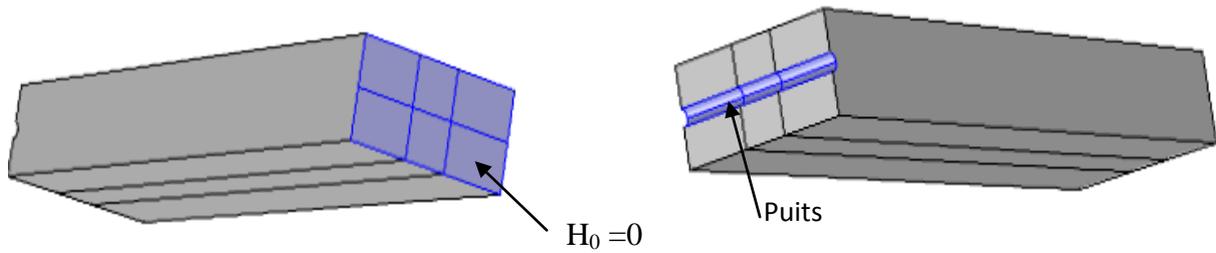


Figure (III.13) : les conditions aux limites sur les frontières

On impose aussi des conditions initiales sur la frontière amont tel que on a choisit la pression est égale à la pression atmosphérique $P = 0$. On a imposé également sur toutes les frontières qui restent un écoulement nul par la formule :

$$-n \cdot \rho u = 0 \quad (\text{III.23})$$

III.7.7. Maillage

La géométrie du milieu (figure) à été discrétisée en éléments finis en utilisant le maillage contrôlé par la physique avec une taille des éléments fin, comme le montre la figure

Le maillage adopté consiste 8150 éléments de domaine triangulaires, 2118 éléments de frontière et 384 en éléments d'arête, avec un pas de temps $\Delta s = 7s$. Le maillage montré dans la figure (III.13), avec un pas de temps $\Delta s = 7s$. Le maillage montré dans la figure (III.10).

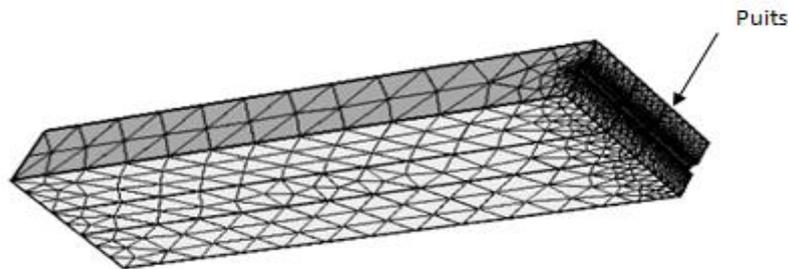


Figure (III.14) : Le Maillage

III.7.8. Maillage mobile

Dans le présent cas, nous utiliserons un maillage mobile puisque l'écoulement ne se fait pas dans tout le domaine. Les conditions aux limites sur cette ligne est connue, mais on ne sait pas quels sont les nœuds sur lesquels il faut les imposer. Nous imposons un déplacement selon n comme suit :

$$d_n = 200 * (z - dl.H) \quad (\text{III.24})$$

Nous imposons également un déplacement selon n pour la frontière aval qui est $d_n = 0$ et un déplacement selon x et y pour la paroi amont et le fond qui sont $d_x = 0$, $d_y = 0$.

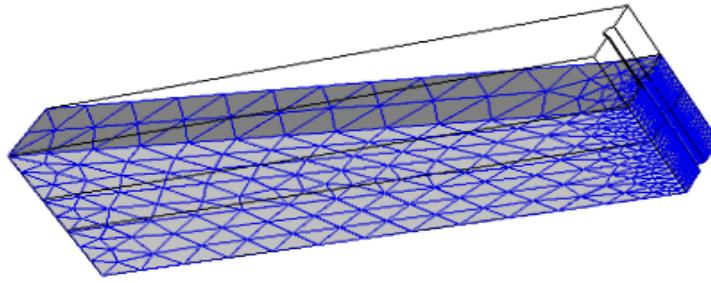


Figure (III.15) : Maillage du domaine de calcul

Les résultats effectués avec un maillage mobile nous a permet de déterminer la variation de la charge hydraulique en tous point.

III.7.9. Résultats

Dans cette partie apparaitra les résultats obtenus par l'application de la simulation. Les résultats numériques sont organisés sous de graphe et de tableau.

III.7.9.1. La distribution de pression

La figure (III.17) présente la distribution des pressions, elle diminue avec la diminution de la hauteur d'eau de l'amont vers l'aval est s'annuler à l'exutoire.

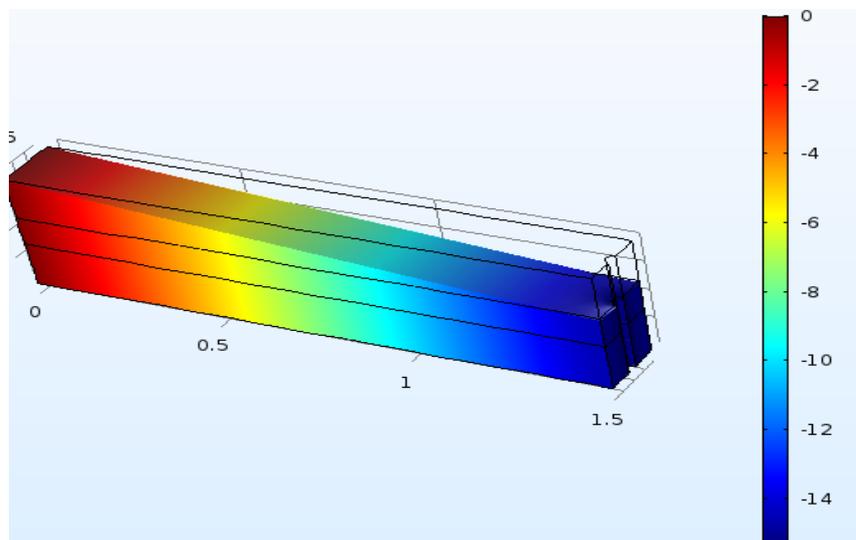


Figure (III.16) : La distribution de pression

III.7.9.2. Courbe de la charge hydraulique

D'après COMSOL onrésulte la variation de la charge hydraulique en fonction de l'axe des x comme la montre dans la figure (III.18).

On remarque que la forme de la courbe presque une droite donc elle ne représente pas l'allure réelle de cône de dépression dans la nappe libre et c'est à cause de l'écoulement retardé qui du à l'effet des parois. Nous avons fait une coupe sur le plan (yz) auprès de puits pour vérifier la valeur de la charge hydraulique et la figure (III.19) montre la variation de la charge dans le puits et sur plusieurs coupes sur le plan (yz).

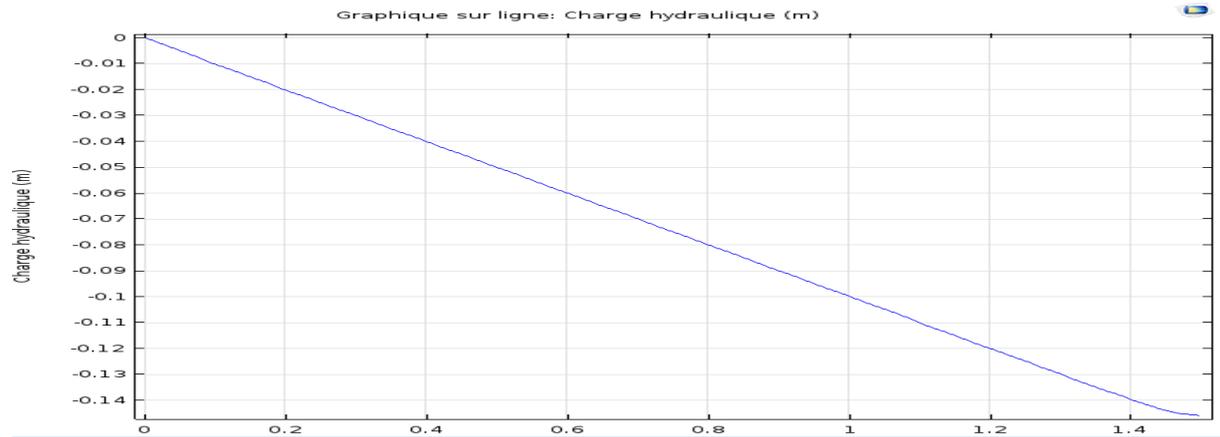


Figure (III.17) : la variation de charge hydraulique H en fonction de coordonnée x

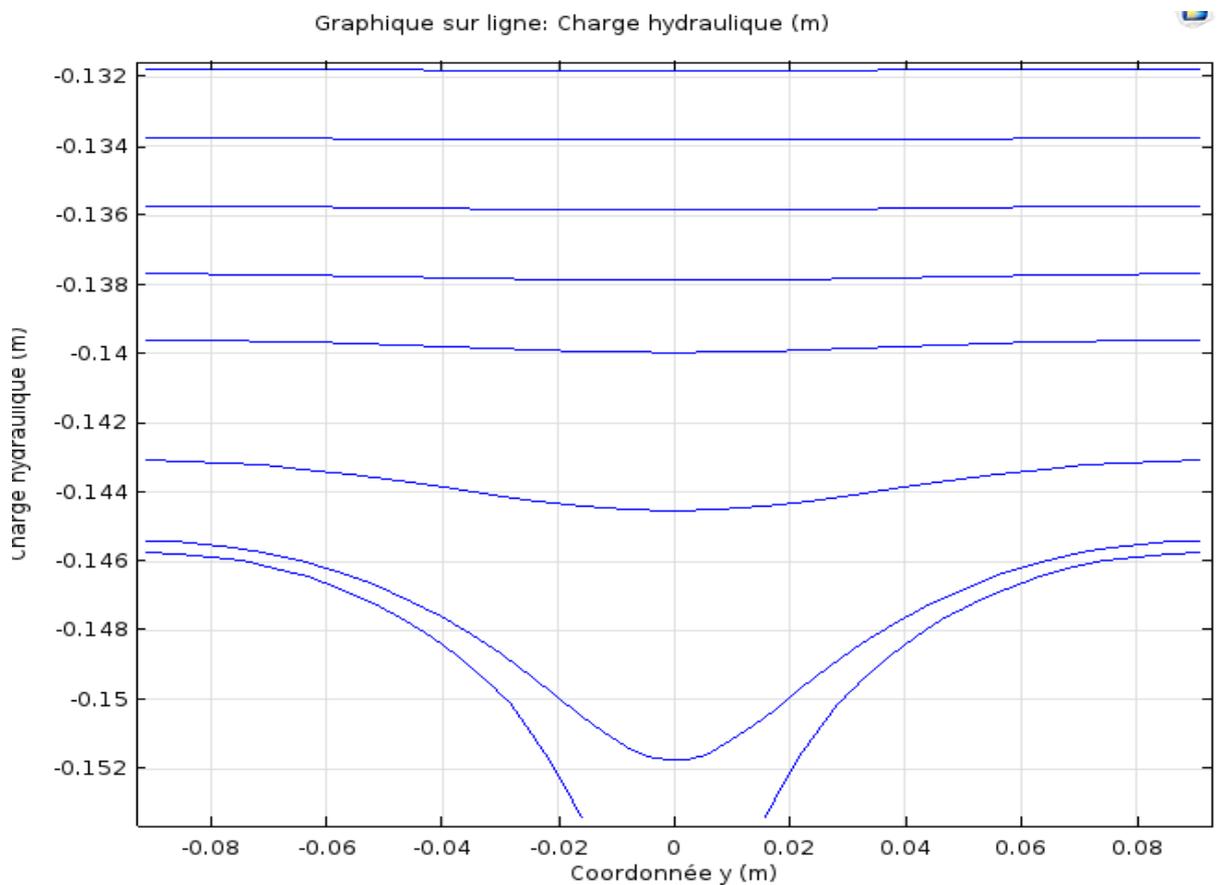
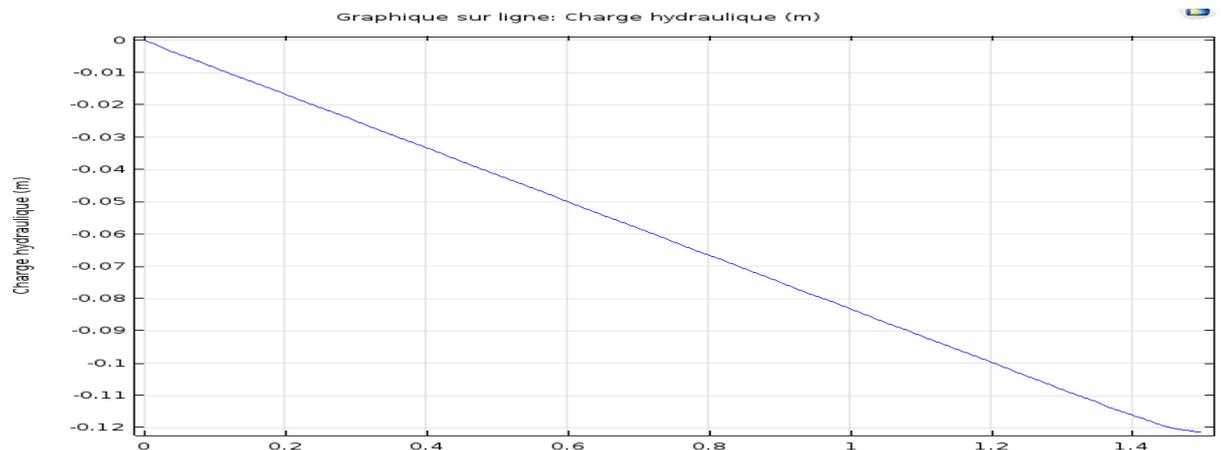


Figure (III.18) : Charge hydraulique dans le plans ($y z$)

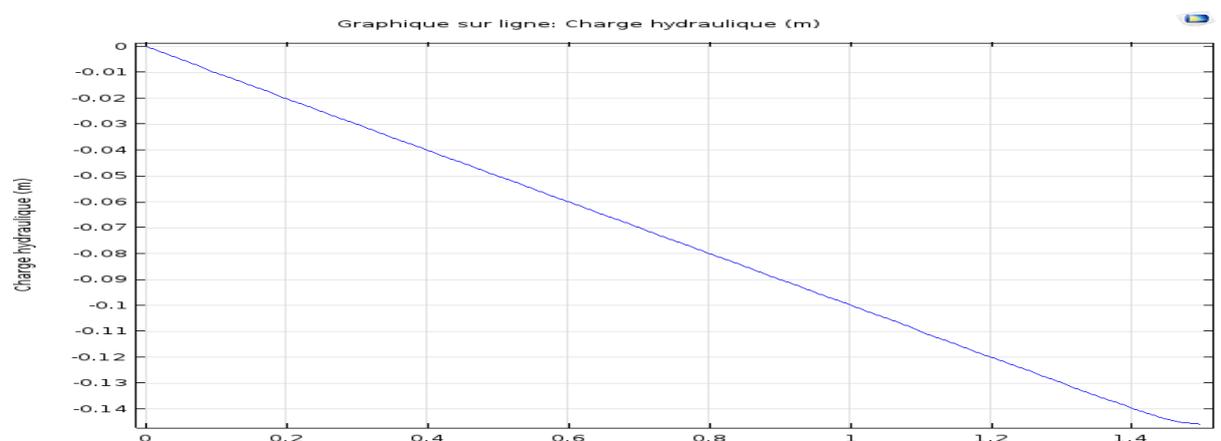
On remarque qu'il y avait un écoulement selon y sur les parois vers le puits ce qu'on déduit que la variation de la charge hydraulique sur l'axe de puits ne donne pas la valeur réelle de la charge hydraulique.

III.10. L'effet de maillage

Pour voir l'effet de la taille du maillage sur les résultats obtenus avec le modèle (MovingMesh), on compare la variation de la surface libre obtenue pour des maillages de tailles différentes. Les simulations ont été réalisées en utilisant les mêmes paramètres numériques montrent qu'un maillage de 1577 éléments de domaine tétraèdres, 828 éléments de frontière et 224 en éléments d'arête considéré dans COMSOL comme maillage grossier est suffisant pour la discrétisation de la géométrie considérée. Le raffinement en maillage fin 8150 éléments de domaine triangulaires, 2118 éléments tétraèdres de frontière et 384 en éléments d'arête, améliore les résultats obtenus tel que la charge hydraulique est plus grande dans le cas où le raffinement en maillage fin, les résultats sont montrés dans les la figure (III.15). et encore plus en un maillage plus fin 38169 éléments tétraèdres de domaine triangulaires, 6318 éléments de frontière et 717 en éléments d'arête n'arrive pas à calculé.



(a) Solution obtenue par le modèle movingmesh avec maillage grossier



(a) Solution obtenue par le modèle movingmesh avec maillage fin

Figure (III.19) : Effet de la taille du maillage sur la charge hydraulique

On remarque que la charge hydraulique avec un maillage fin est de $H = 14$ m et avec un maillage grossier est de $H = 12$. Donc le raffinement en maillage fin qui donne des bons résultats.

III.11. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons utilisé le logiciel COMSOL Multiphysique version 5.2 pour le but de la simulation et l'importance de la numérisation des études problématiques des écoulements souterrains qui basée sur la méthode des éléments finis. Nous avons étudié ce phénomène avec l'équation de Darcy et le maillage mobile afin de déterminer la variation de la charge hydraulique dans le milieu poreux ainsi que les paramètres hydrodynamiques de sol.

Chapitre IV :
Résultats et discussion

IV.1. Introduction

Dans cette partie, on présente une série des résultats obtenus par les trois cas étudiés selon trois méthodes différentes tels que l'étude expérimentale, le calcul analytique et la simulation numérique en 2D et en 3D afin de caractériser l'écoulement souterrain dans des cas différents.

Pour le premier cas, on présente graphiquement la variation des charges hydrauliques dans les différents piézomètres ainsi que la détermination de la ligne de saturation et pour le deuxième et le troisième cas, on s'intéresse à la présentation graphique des charges hydrauliques dans les piézomètres ainsi que le rabattement des nappes libre et captive en régime transitoire.

IV.2. Premier cas : écoulement à travers un milieu poreux (vers une tranchée)

IV.2.1. Etude expérimentale

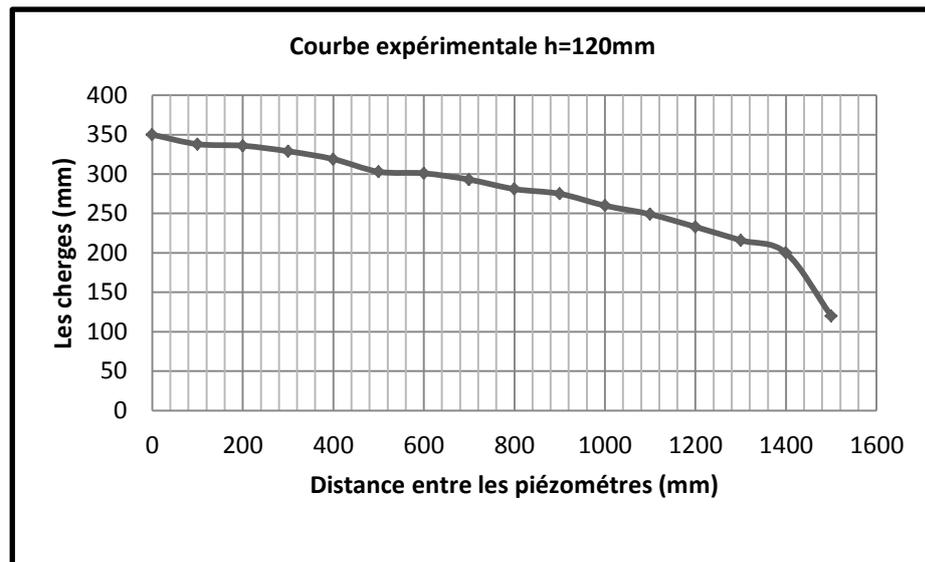
Le dispositif expérimental et les étapes à suivre pour les prises de mesures ont été déjà présentés dans le chapitre II. Dans ce cas on a basé sur l'écoulement souterrain à travers les milieux poreux, avec une dimension de 150 cm de longueur, 35cm de profondeur, et 18.2 cm de largeur. On a fixé la hauteur d'eau à l'amont toujours constante $h_1=350\text{mm}$, puis on a diminué la hauteur à l'aval de 120mm, 115mm, 105mm, 95mm et 85mm respectivement.

IV.2.1.1. Premier essai :

Dans cet essai la hauteur d'eau à l'aval est de 120mm. Les prises de mesures sur les piézomètres sont présentées dans le tableau (IV.1). Qui nous a permis de tracer la courbe présenté dans la figure (IV.1)

Tableau (IV.1) : Les mesures expérimentales du premier essai

X (mm)	Charge (mm) à h₂ = 120 mm
0	350
100	338
200	336
300	329
400	319
500	303
600	301
700	293
800	281
900	275
1000	260
1100	249
1200	233
1300	216
1400	207
1500	120



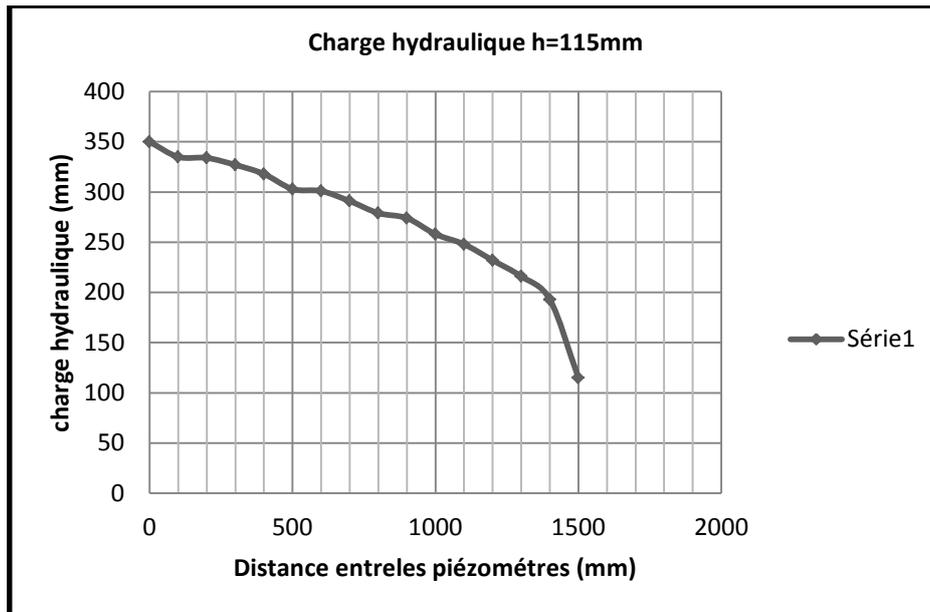
Figure(IV.1) : points de position de la ligne de saturation à $h = 120$ mm

IV.2.1.2. Deuxième essai

Pour cet essai on a diminué la charge aval à $h = 115$ mm, les lectures faites sur les piézomètres sont présentées dans le tableau (IV.2), et représentées graphiquement sur la figure (IV.2)

Tableau(IV.2) : Les mesures expérimentales pour le deuxième essai

X (mm)	Charge (mm) à $h_2 = 115$ mm
00	350
100	335
200	334
300	327
400	318
500	303
600	301
700	291
800	279
900	274
1000	258
1100	248
1200	232
1300	216
1400	193
1500	115



Figure(IV.2) : point de position de la ligne de saturation à 115mm

IV.2.1.3. Troisième essai

Concernant cet essai, nous avons fait la même chose que les essais précédents, la hauteur aval est de $h=105\text{mm}$. Les résultats sont donnés dans le tableau (IV.3), avec une représentation graphique sur la figure(IV.3)

Tableau(IV.3) : Les mesures expérimentales pour le troisième essai

X (mm)	Charge (mm) à $h_2 = 105\text{ mm}$
0	350
100	335
200	334
300	325
400	318
500	302
600	310
700	291
800	279
900	274
1000	258
1100	247
1200	231
1300	213
1400	195
1500	105

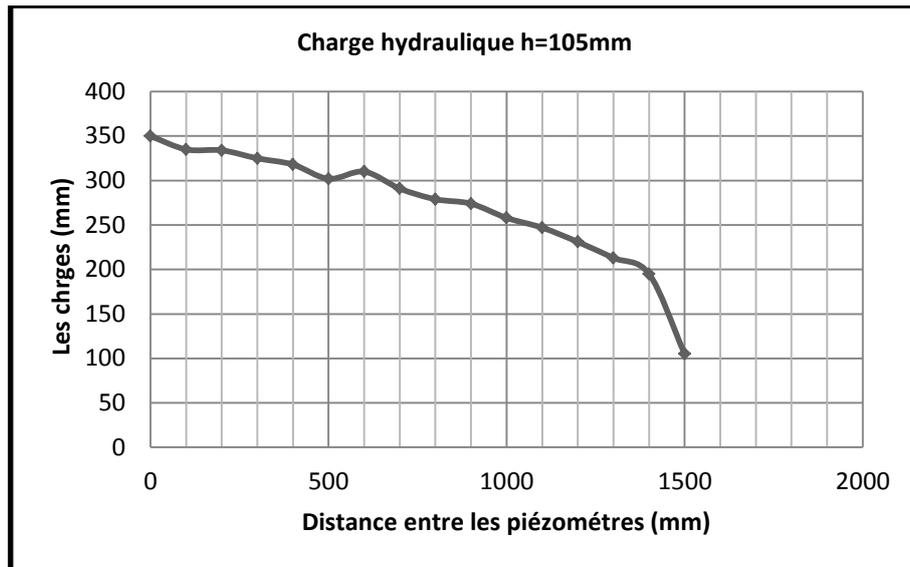


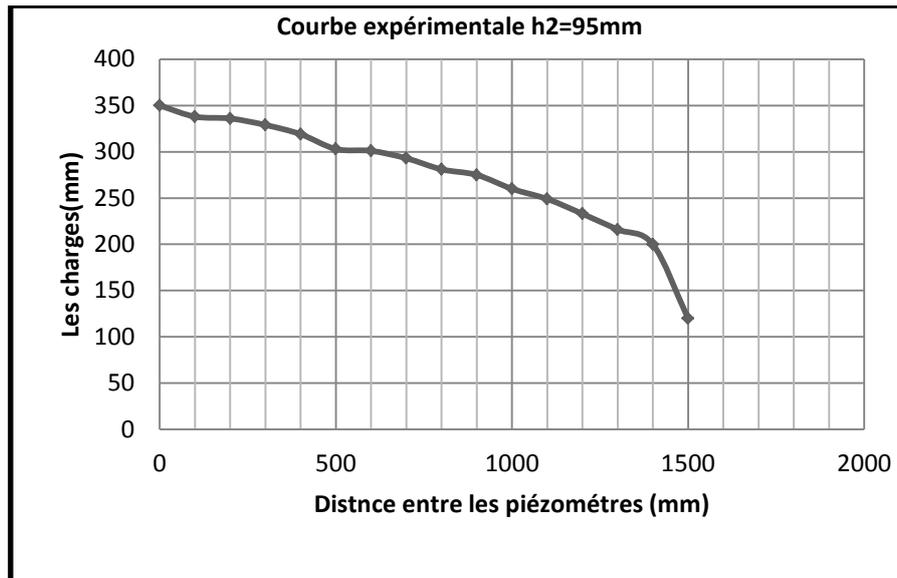
Figure (IV.3) : point de position de la ligne de saturation à 105 mm

IV.2.1.4. Quatrième essai

Pour cet essai la hauteur d'eau se fait à 95mm à l'amont, les prises de mesures expérimentales sont données dans le tableau (IV.4) et graphiquement sur la figure (IV.4)

Tableau (IV.4) : Les mesures expérimentales à h=95mm

X (mm)	Charge (mm) à h2 = 95 mm
0	350
100	336
200	334
300	327
400	317
500	311
600	311
700	291
800	279
900	272
1000	256
1100	245
1200	229
1300	211
1400	192
1500	95



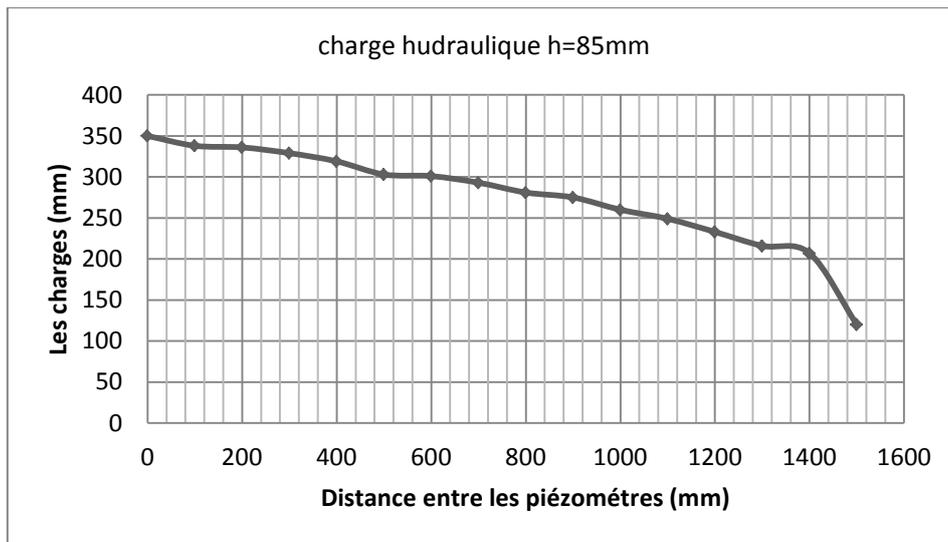
Figure(IV.4) : point de position de la ligne de saturation à 95mm

IV.2.1.5. Cinquième essai

Dans ce dernier essai, la hauteur d'eau aval est de 85 mm, les mesures sont présentées dans le tableau (IV.5), et la figure (IV.5)

Tableau(IV.5) : Les mesures expérimentales pour le cinquième essai

X (mm)	Charge (mm) à h2 = 85 mm
0	350
100	333
200	332
300	324
400	316
500	310
600	299
700	290
800	277
900	274
1000	257
1100	246
1200	229
1300	210
1400	196
1500	85

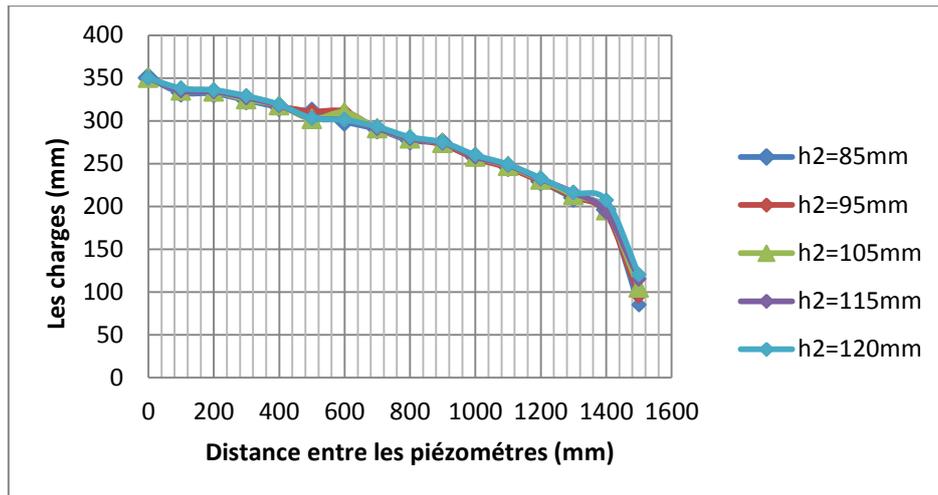


Figure(IV.5) : Point de la ligne de saturation à $h_2=85\text{mm}$

Les mesures expérimentales des cinq essais précédents sont présentées dans le tableau (IV.6), Et représentés graphiquement sur la figure (IV.5).

Tableau(IV.6) : Les mesures expérimentales pour les cinq essais

x (mm)	h2=120mm	h2=115mm	h2=105mm	h2=95mm	h2=85mm
0	350	350	350	350	350
100	338	335	335	336	333
200	336	334	334	334	332
300	329	327	325	327	324
400	319	318	318	317	316
500	303	303	302	311	310
600	301	301	310	311	299
700	293	291	291	291	290
800	281	279	279	279	277
900	275	274	274	272	274
1000	260	258	258	256	257
1100	249	248	247	245	246
1200	233	232	231	229	229
1300	216	216	213	211	210
1400	207	193	195	192	196
1500	120	115	105	95	85



Figure(IV.6) : points de position de la ligne de saturation pour les cinq essais

IV.2.2. Etude analytique

Dans cette partie, nous allons utiliser les hypothèses de Dupuit afin d'étudier l'écoulement dans une nappe libre vers une tranchée. L'étude s'intéresse à la détermination de la ligne de saturation.

D'après la loi de Darcy $\vec{v} = -k \text{ grad } h$:

$$\vec{v} = -k \text{ grad } h \quad (\text{IV.1})$$

En unidimensionnel :

On a :

$$Q = V.A = -k \frac{dh}{dx} \cdot h \cdot B \quad (\text{IV.2})$$

$$Q \cdot dL = -k \cdot h \cdot dh \quad (\text{IV.3})$$

$$Q \int_0^L dl = -k \int_{h_2}^{h_1} h dh \quad (\text{IV.4})$$

Après intégration on obtient l'équation suivante :

$$Q \cdot L = -k \cdot \frac{1}{2} k \cdot (h_1^2 - h_2^2) \quad (\text{IV.5})$$

$$Q = \frac{k}{2L} (h_1^2 - h_2^2) \quad (\text{IV.6})$$

D'où :

$$h_x^2 = h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{L} x \quad (\text{IV.7})$$

IV.2.2.1.Premier essai

Dans cet essai nous avons utilisé les hypothèses de Dupuit comme solution analytique avec une hauteur à l'aval de 120mm. La ligne de saturation représentée dans le tableau (IV.6) et la figure(IV.6) est donnée par l'équation :

$$h = \sqrt{0.1225 - 0.07206x} \quad (\text{IV.8})$$

Tableau (IV.6) : Les mesures analytiques pour $h=120\text{mm}$

x(mm)	Charge (mm)
0	350
100	339
200	328
300	317
400	306
500	294
600	281
700	268
800	254
900	240
1000	224
1100	207
1200	189
1300	169
1400	146
1500	120

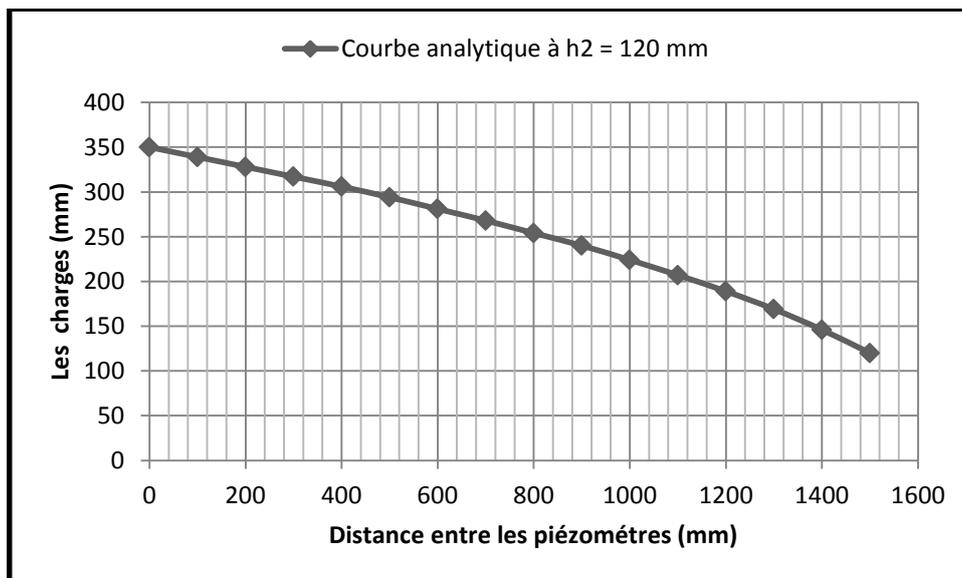


Figure (IV.6) : Courbe de la ligne de saturation

IV.2.2.2. Deuxième essai

Concernant cet essai, la solution analytique avec une hauteur à l'aval 115mm. Les résultats de la ligne de saturation sont donnés dans le tableau (IV.7) et dans la figure (IV.7). Avec l'équation donnée par :

$$h = \sqrt{0.1225 - 0.07285x} \quad (\text{IV.9})$$

Tableau(IV.7) : Les mesures analytiques à h=115mm

X (mm)	Charge (mm)
0	350
100	339
200	328
300	317
400	305
500	293
600	280
700	267
800	253
900	238
1000	222
1100	205
1200	187
1300	166
1400	143
1500	115

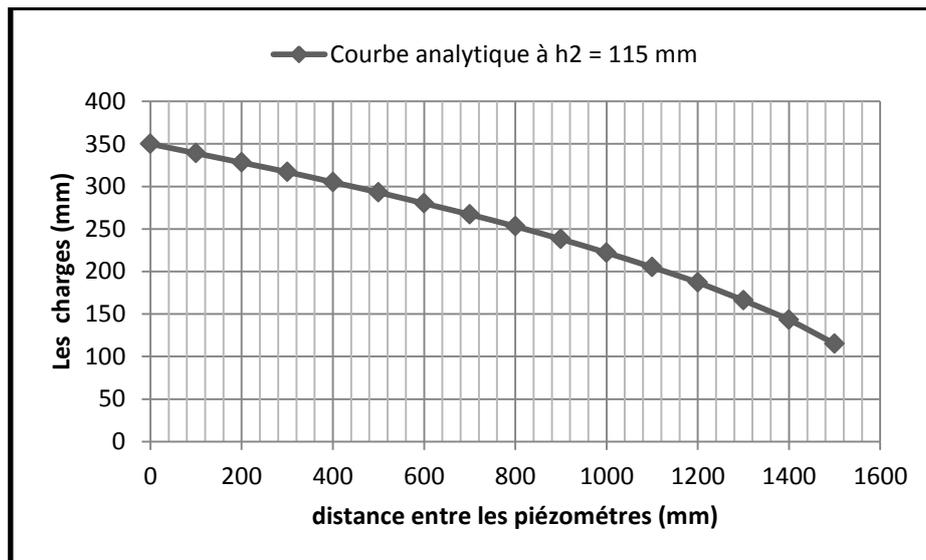


Figure (IV.7) : Courbe de la ligne de saturation

IV.2.2.3 Troisième essai

Cet essai nous a permis d'avoir les résultats qui sont organisé dans le tableau (IV.8) et d'établir la courbe de la ligne de saturation dans la figure (IV.8) avec l'équation suivante :

$$h = \sqrt{0.1225 - 0.0743x} \quad (\text{IV.10})$$

Tableau (IV.8) : Les mesures analytique à $h=105\text{mm}$

x(mm)	Charge (mm)
0	350
100	339
200	328
300	316
400	304
500	292
600	279
700	265
800	251
900	235
1000	219
1100	201
1200	182
1300	160
1400	135
1500	105

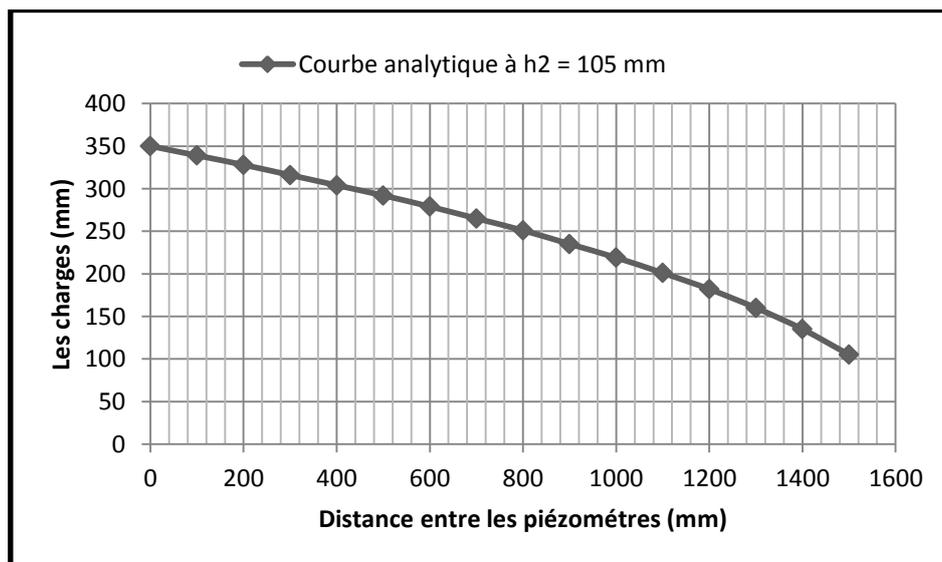


Figure (IV.9) : Courbe de la ligne de saturation

IV.2.2.4. Quatrième essai

Pour une hauteur d'eau à l'aval de 95mm, l'équation de saturation donnée comme suit :

$$h = \sqrt{0.1225 - 0.07565x} \quad (\text{IV.11})$$

Tableau(IV.9) : Les mesures analytiques à h=95mm

x(mm)	Charge (mm)
0	350
100	339
200	327
300	315
400	303
500	290
600	277
700	263
800	248
900	233
1000	216
1100	198
1200	178
1300	155
1400	128
1500	95

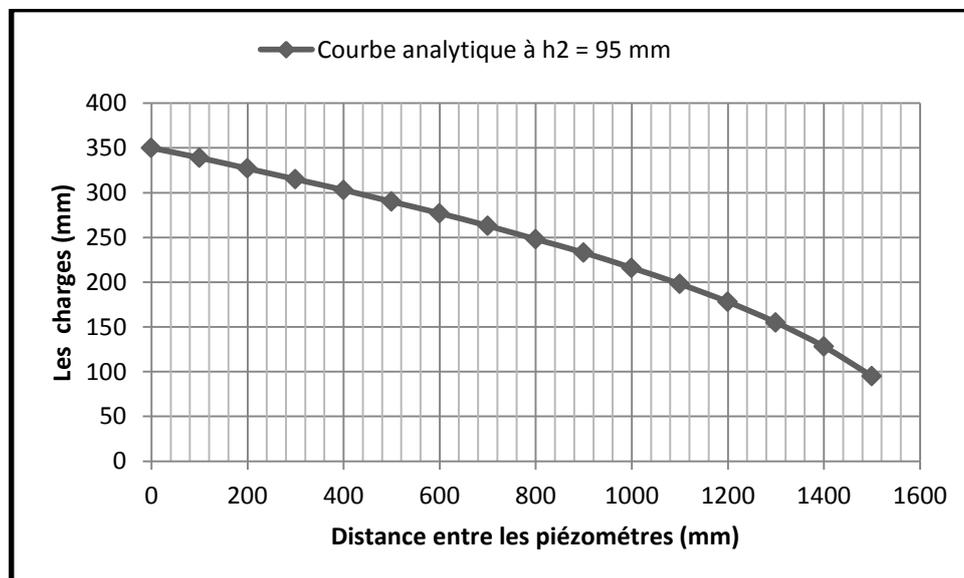


Figure (IV.8) : courbe de la ligne de saturation

IV.2.2.5. Cinquième essai

Dans ce dernier essai, la hauteur d'eau à l'aval est de 85mm, les résultats sont représentés sur la figure (IV.10) et le tableau (IV.10). L'équation de la ligne de saturation est donnée par :

$$h = \sqrt{01225 - 0.07685} \quad (\text{IV.12})$$

Tableau(IV.10) : Les mesures analytique à h=85mm

x(mm)	Charge (mm)
0	350
100	338
200	327
300	315
400	303
500	289
600	276
700	262
800	247
900	230
1000	213
1100	194
1200	174
1300	150
1400	122
1500	85

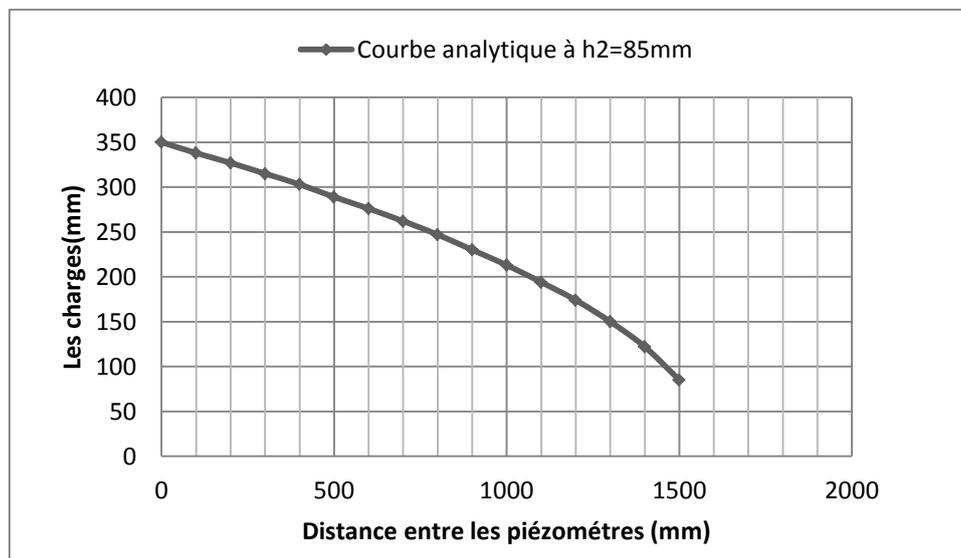


Figure (IV.9) : Courbe de la ligne de saturation

IV.2.3. Etude numérique

Dans cette partie nous avons simulé l'écoulement dans un milieu poreux, la simulation numérique dans cette étude est fait en 2D, avec une hauteur aval de 85mm et 95mm respectivement. La simulation à déjà été présenté dans le chapitre (III), elle nous a permis d'avoir les résultats de ces deux essais dans des tableaux et des figures.

IV.2.3.1. Premier essai

Pour cet essai la hauteur aval est de $h_2 = 95\text{mm}$. Les résultats de la simulation sont donnés dans le tableau (IV.11), est sur la figure (IV.11)

Tableau(IV.11) : Résultats de la simulation numérique

X (mm)	Y (mm)
0	350
10	341
20	332
30	325
40	317
50	308
60	301
70	294
80	285
90	277
100	268
110	260
120	251
130	240
135	233
140	221
145	192
150	95

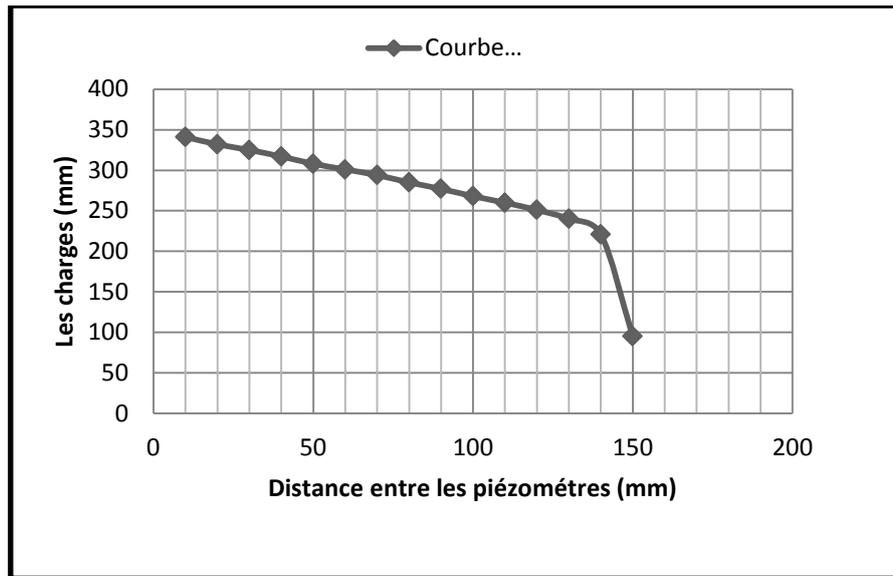


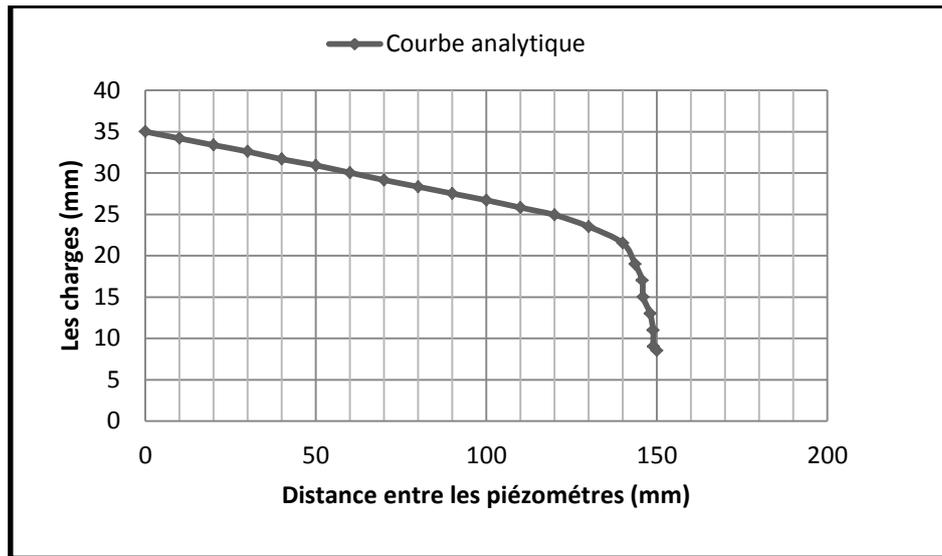
Figure (IV.10) : Courbe des résultats numérique à $h_2=95\text{mm}$

IV.2.3.2. Deuxième essai

Concernant cet essai, nous avons fait la même chose que l'essai précédent, avec une hauteur d'eau à l'aval $h_2=85\text{mm}$. Les résultats de la simulation sont présentés dans le tableau (IV.12) et sur le graphe dans la figure (IV.12)

Tableau(IV.12) : Les résultats de la simulation numérique

x (mm)	La charge (mm)	X (mm)	La charge (mm)
0	35	110	25.82
10	34.19	120	24.93
20	33.38	130	23.52
30	32.6	140	21.52
40	31.67	143.6	19
50	30.93	145.7	17
60	30.04	146	15
70	29.15	148	13
80	28.34	148.9	11
90	27.52	149	9
100	26.71	150	8.5



Figure(IV.11) : Courbe des résultats numérique à $h=85\text{mm}$

IV.2.4. Etude comparative

Cette étude à pour objectif de comparer les trois résultats précédents (expérimentale, analytique et numérique), pour une hauteur de 85mm et 95 mm respectivement. On remarque que les deux courbes de la ligne de saturation (expérimentale et numérique) ont la même allure avec un petit décalage pour la courbe analytique. Ce décalage est dû à la présence de 3 couches, dans le modèle expérimental et numérique par contre dans l'analytique, les résultats sont obtenus par la perméabilité équivalente.

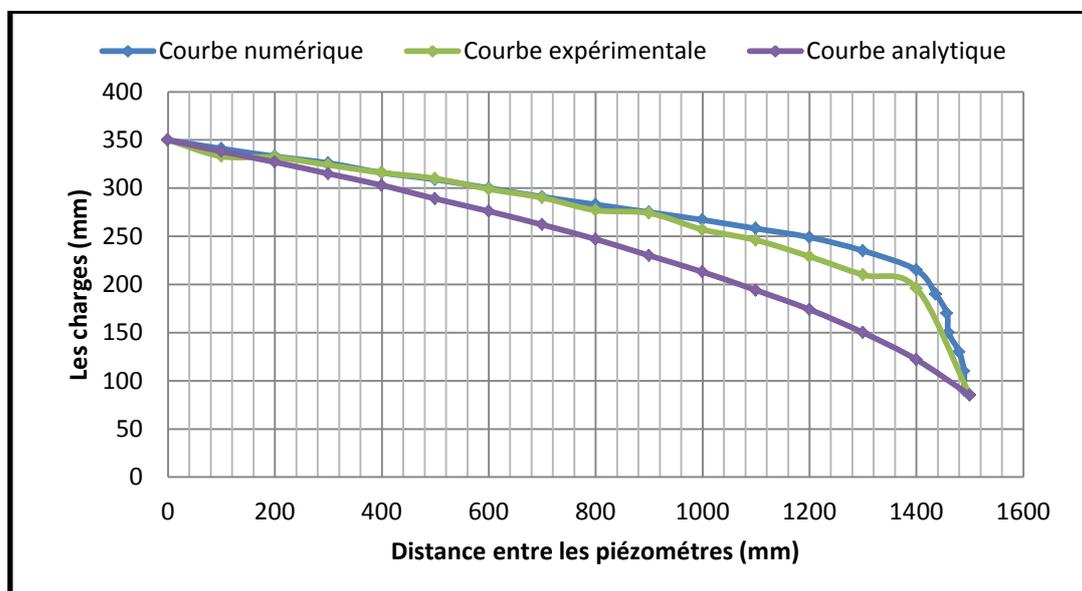


Figure (IV.12) : Courbe de comparaison entre les trois études (expérimentale, analytique et numérique)

IV.3. Deuxième cas : écoulement vers un puits dans une nappe libre

IV.3.1. Etude expérimentale

Dans ce deuxième cas nous avons placés un puits de pompage de diamètre $d = 32$ mm dans la partie latérale aval de domine et nous avons fixée une charge dans la partie amont $h = 390$ mm, l'écoulement se fait avec un débit de $Q = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, nous avons étudié la variation de la charge hydraulique dans les piézomètres ainsi que la détermination des rabattements (s) induits par le pompage en régime permanent et en régime transitoire.

IV.3.1.1. Résultats expérimentale du deuxième cas en régime transitoire

Dans cette partie nous avons mesurés le niveau de l'eau dans chaque piézomètre pendant un temps fixe (30 secondes) pour déterminer le rabattement induit par le pompage. Le tableau (IV.13) représente les mesures prises pour ce cas et la figure (IV.13) présente la variation de rabattement (s) de la nappe en fonction du temps dans les différents piézomètres dont leurs distances par rapport au puits comme les suivantes : $X_1 = 100$ mm, $X_2 = 200$ mm, $X_3 = 400$ mm, $X_4 = 600$, $X_5 = 800$ mm, $X_6 = 1000$ mm, $X_7 = 1200$ mm, $X_8 = 1400$ mm.

Tableau (IV.13) : Mesures expérimentales de rabattement en régime transitoire.

t (s)	s (mm) à r =X₁	s (mm) à r=X₂	s (mm) à r=X₃	s (mm) à r=X₄	s (mm) à à r=X₅	s (mm) à à r=X₆	s (mm) à r =X₇	s (mm) à r =X₈
0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	10	13	23	35	44	57	69	73
60	12	21	31	49	62	59	96	101
90	13	22	34	53	68	86	106	111
120	14	23	36	56	72	92	114	120
150	15	25	38	60	76	97	122	128
180	16	25	40	61	79	101	127	135
210	16,1	26	40	63	81	105	133	141
240	16,2	27	41	65	83	107	136	145
270	16,4	27	42	66	85	109	139	148
300	17	27	42	66	86	112	141	150
330	17	28	43	67	86	113	142	151
360	17	28	43	67	87	114	144	153
390	17	28	44	68	88	114	145	155
420	17	28	44	68	88	114	146	155
450	17	28	44	68	88	114	146	155
480	17	28	44	68	88	114	146	155
510	17	28	44	68	88	114	146	155
540	17	28	44	68	88	114	146	155
570	17	28	44	68	88	114	146	155
600	17	28	44	68	88	114	146	155
630	17	28	44	68	88	114	146	155

Les axes des abscisses et des coordonnées sont représentés sur une échelle logarithmique.

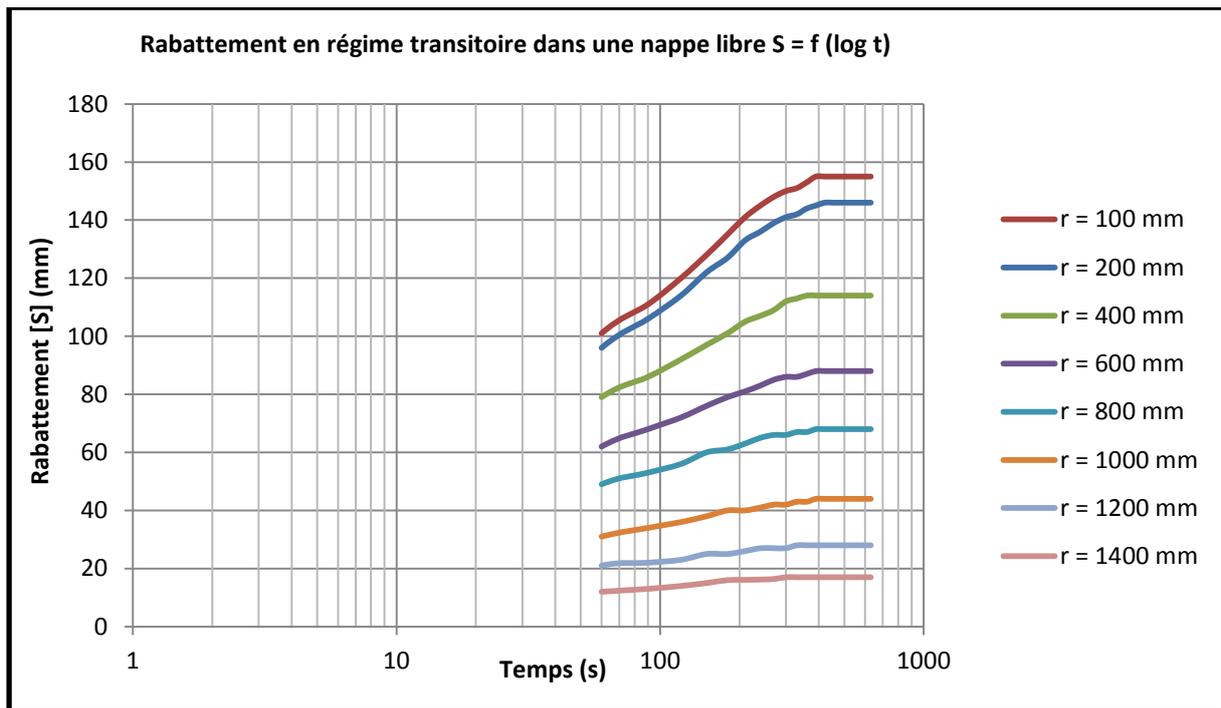


Figure (IV.13) : Rabattement en régime transitoire dans une nappe libre

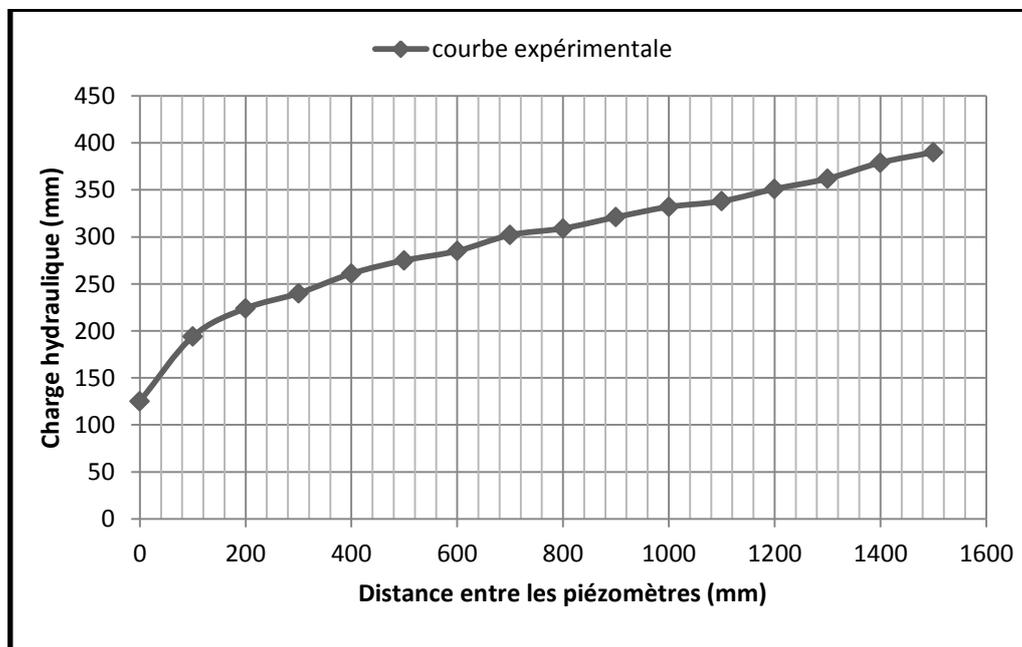
En réalité au début de pompage le plan d'eau dans le puits baisse rapidement et la surface libre de la nappe à une faible distance du puits, se creuse en un cône de dépression. Ainsi le cône de dépression s'étale et se creuse progressivement au fur à mesure que le pompage se poursuit. On conçoit que l'accroissement et le creusement du cône de dépression soient de plus en plus lents et qu'on puisse admettre qu'après une certaine durée de pompage ce cône demeure pratiquement stationnaire, un régime quasi permanent étant alors atteint comme la montre la figure (IV.13) qu'à partir un temps $t = 390$ s le régime permanent commence à atteindre.

IV.3.1.2. Résultats expérimentales du deuxième cas en régime permanent

Dans cette partie nous avons mesurés le niveau de l'eau dans chaque piézomètre qu'après une certaine durée de pompage c'est-à-dire, le cône de dépression demeurent pratiquement stationnaire, un régime quasi permanent étant alors atteint. Les prises de mesures expérimentales du deuxième cas en régime permanent sont présentées dans le tableau (IV.14) qui nous a permis de tracer le courbe présentée dans la figure ((IV.14).

Tableau (IV.14) : Mesures expérimentales de la charge hydraulique en régime permanent

N° piézomètres	X (mm)	Y (mm)	La charge [h] (mm)	N° piézomètres	X (mm)	Y (mm)	La charge [h] (mm)
Puits	0	/	125	8	800	700	309
1	100	700	194	9	900	700	321
2	200	700	224	10	1000	700	332
3	300	700	240	11	1100	700	338
4	400	700	261	12	1200	700	351
5	500	700	275	13	1300	700	362
6	600	700	285	14	1400	700	379
7	700	700	302	Charge amont	1500	/	390

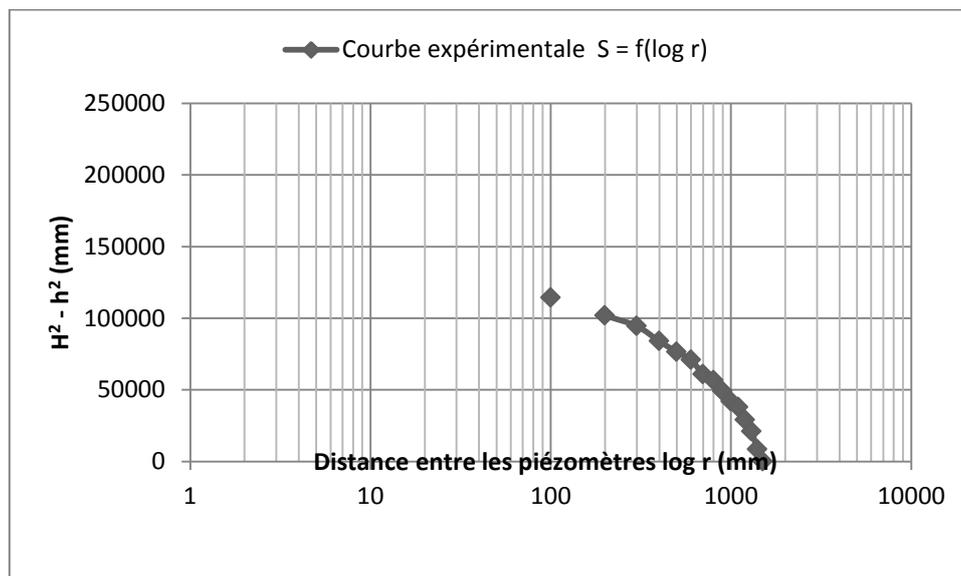
**Figure (IV.14) : Courbe expérimentale de la charge hydraulique en régime permanent**

On remarque que la charge hydraulique augmente en fonction de la distance entre les piézomètres et le puits si on commence par la charge dans le puits vers les piézomètres.

Après avoir les mesures de la charge hydraulique dans chaque point à l'intérieur du domaine, nous avons calculé la différence de charge entre la charge imposé à l'amont et celle mesuré dans chaque piézomètre ($H_1^2 - h_2^2$) afin de déterminer le coefficient de perméabilité par la solution graphique. Le tableau (IV.14) représente les résultats expérimentales et la figure (IV.15) présente la courbe représentative de $(H_1^2 - h_2^2) = f(\log r)$ tel que (r) c'est la distance entre chaque piézomètre par rapport au puits.

Tableau (IV.15) : Mesures expérimentale de $(H_1^2 - h_2^2)$ à partir de la charge hydraulique

N° des piézomètres	r (mm)	H_1	H_1^2	charge h_2 (mm)	h_2^2	$H_1^2 - h_2^2$ (mm)
1	100	390	152100	194	37636	114464
2	200	390	152100	224	50176	101924
3	300	390	152100	240	57600	94500
4	400	390	152100	261	68121	83979
5	500	390	152100	275	75625	76475
6	600	390	152100	285	81225	70875
7	700	390	152100	302	91204	60896
8	800	390	152100	309	95481	56619
9	900	390	152100	321	103041	49059
10	1000	390	152100	332	110224	41876
11	1100	390	152100	338	114244	37856
12	1200	390	152100	351	123201	28899
13	1300	390	152100	362	131044	21056
14	1400	390	152100	379	143641	8459
charge amont	1500	390	152100	390	152100	0

**Figure (IV.15) : courbe expérimentale de $(H_1^2 - h_2^2) = \log(r)$**

IV.3.2. Etude numérique

Comme cité dans le premier cas dans cette étude nous avons simulé l'écoulement à travers un milieu poreux, pour ce cas c'est un écoulement dans une nappe libre en présence d'un puits de pompage situé à l'extrémité aval du domaine avec une charge constante $H = 390$ mm imposée au niveau de l'extrémité amont. La simulation numérique a été faite avec le logiciel comsol,

nous avons imposés sur le domaine des conditions aux limites qu'il faut sur chacun de ses cotés. Les résultats de la simulation sont présentés sous forme de tableau (IV.16), de graphe dans la figure (IV.16).

Tableau (IV.16) : Résultats de la simulation numérique (charge hydraulique)

X (mm)	Charge (mm)
0	150
100	221
200	252
300	271
400	281
500	292
600	301
700	312
800	320
900	330
1000	340
1100	350
1200	360
1300	370
1400	380
1500	390

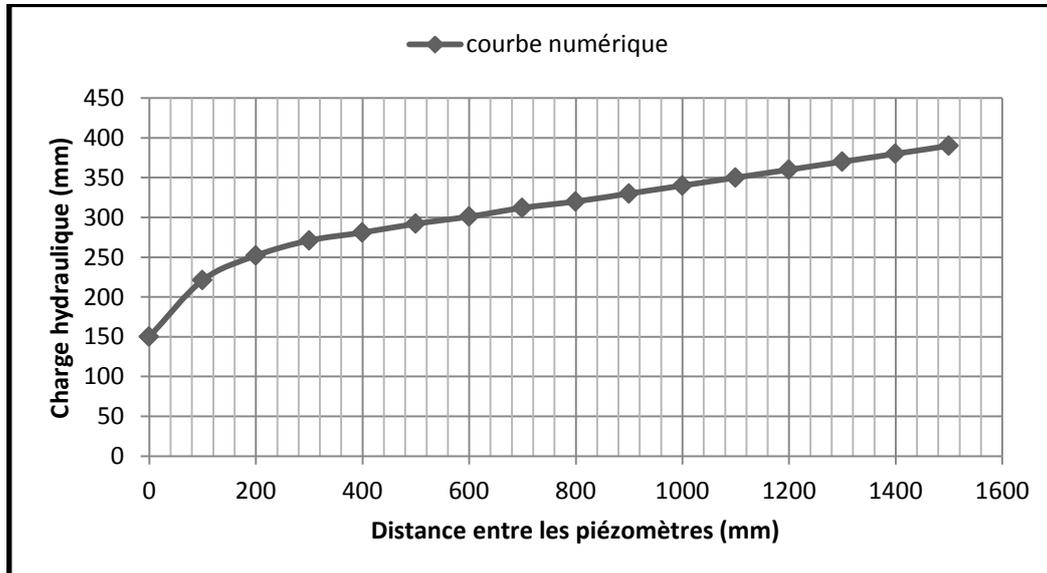
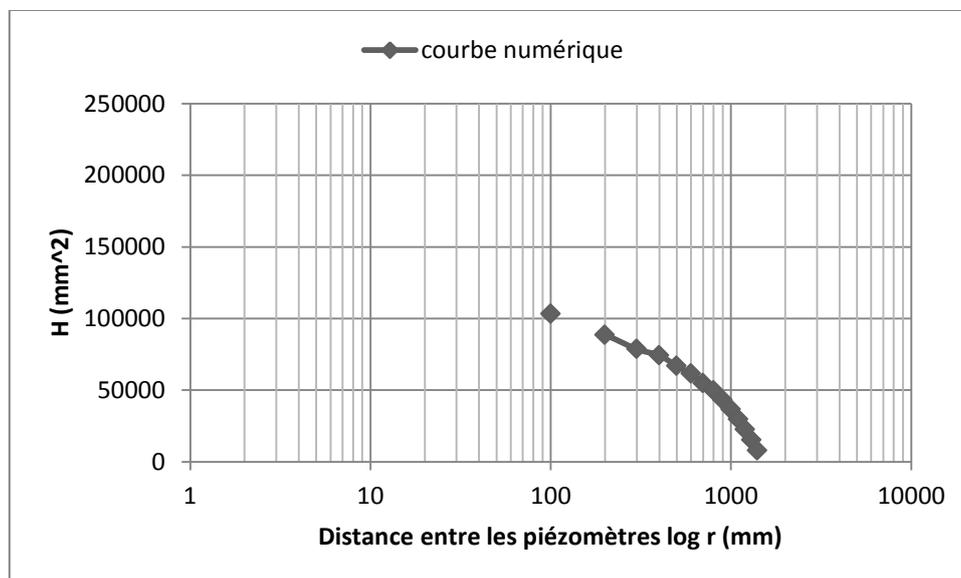


Figure (IV.16) : Courbe des résultats numériques (charge hydraulique)

Après avoir les mesures de la charge hydraulique dans chaque point à l'intérieur du domaine, nous avons calculé la différence de charge dans chaque piézomètre et la charge imposé à l'amont ($H_1^2 - h_2^2$). Le tableau (IV.17) représente les résultats numériques et la figure (IV.17) présente la courbe représentative de $(H_1^2 - h_2^2) = f(\log r)$ tel que (r) c'est la distance entre chaque piézomètre par rapport au puits.

Tableau (IV.17) : Mesures numériques de $(H_1^2 - h_2^2)$ à partir de la charge hydraulique

r (mm)	Charge H1 (mm)	Charge H2 (mm)	H ²	h1 ²	(H ² -h1 ²) (mm)
0	150	390	152100	22500	129600
100	221	390	152100	48841	103259
200	252	390	152100	63504	88596
300	271	390	152100	73441	78659
400	282	390	152100	79524	72576
500	292	390	152100	85264	66836
600	301	390	152100	90601	61499
700	312	390	152100	97344	54756
800	320	390	152100	102400	49700
900	330	390	152100	108900	43200
1000	340	390	152100	115600	36500
1100	350	390	152100	122500	29600
1200	360	390	152100	129600	22500
1300	370	390	152100	136900	15200
1400	380	390	152100	144400	7700
1500	390	390	152100	152100	0



D'après l'équation de Dupuits :

$$Q = -2. k. \pi. \frac{dh}{dr} \quad (\text{IV.16})$$

$$Q = 2. \pi. r. h \left(\frac{dh}{dr} \right) * k \quad (\text{IV.17})$$

2 points situés aux distances r_1 et r_2 de l'axe du puits, les charges seront h_1 et h_2 , par intégration par rapport à h puits par rapport à r on aura :

$$Q = \pi. k. \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (\text{IV.18})$$

Car :

$$\int h . dh = \frac{h^2}{2} \quad \text{et} \quad \int \frac{1}{dr} = \frac{1}{\ln r} \quad (\text{IV.19})$$

A la distance R (rayon d'action) le rabattement est nul, $h_2 = H$ tel que H est l'épaisseur au repos et h_1 est l'épaisseur après stabilisation d'où :

$$Q = \frac{\pi. k (H^2 - h^2)}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (\text{IV.20})$$

D'après Dupuit :

$$k = 2.3Q \log \frac{R}{r} * \frac{1}{H^2 - h^2} \quad (\text{IV.21})$$

Donc : il faut tracer la courbe $(H^2 - h^2) = f(\log r)$ puisque k et Q sont constantes par analogie. D'après la courbe $(H^2 - h^2) = f(\log r)$ on déduit la pente tel que :

$$tg(\alpha) = \text{pente} = \frac{d(H^2 - h^2)}{d(\log r)} = 2.3 \frac{Q}{k} = C \quad (\text{IV.22})$$

On déduit la perméabilité :

$$K = 0.183 * \frac{Q}{C} \quad (\text{IV.23})$$

D'après Dupuit la courbe expérimentale $(H^2 - h^2) = f(\log r)$ représente une droite linéaire ce que nous a permis de déterminer la pente de la droite, dans notre cas et d'après les figures ((IV.15), (IV.17)), On remarque que la courbe $(H^2 - h^2) = f(\log r)$ n'est pas une droite linéaire, elle est un peu courbée au niveau des piézomètres qui sont placés auprès de puits à cause de l'écoulement retardé. Mais par approximation nous avons déduit la valeur de la pente ainsi que la détermination de la perméabilité comme suit :

$$tg(\alpha) = \frac{0.165 - 0.031}{\log 100 - \log 10} = 0.134 \text{ m}^2 \quad (\text{IV.24})$$

Donc :

$$k = 0.183 * \frac{1.8 * 10^{-5}}{0.134} = 2.45 * 10^{-5} m/s \quad (IV.25)$$

D'après la courbe numérique on déduit :

$$tg(\alpha) = \frac{0.17-0.03}{\log 100 - \log 10} = 0.140 m^2 \quad (IV.26)$$

Donc :

$$k = 0.183 * \frac{1.8 * 10^{-5}}{0.142} = 2.3 * 10^{-5} m/s \quad (IV.27)$$

On remarque que les valeurs de la perméabilité trouvées par la méthode graphique de Dupuit avec les deux études (expérimentale, numérique) sont presque égales.

IV.3.4. Etude comparative

Cette étude consiste à la comparaison entre les résultats de la variation de la charge hydraulique en fonction de la distance radiale à partir de l'axe de puits en régime permanent avec des deux études précédentes (expérimentale, numérique) qui sont illustrés dans la figure (IV.18).

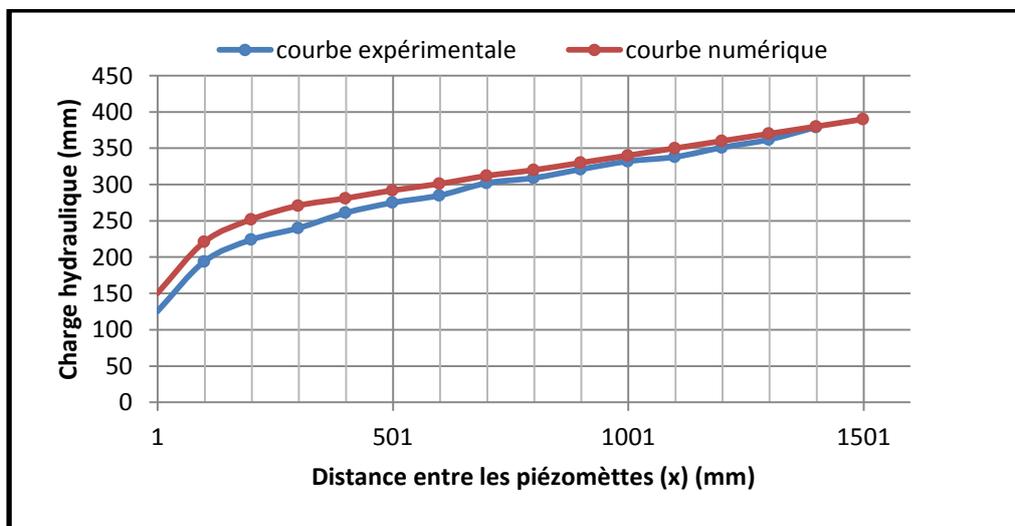


Figure (IV.18) : Courbe de comparaison de la charge hydraulique entre les deux études (expérimentale, analytique)

On remarque une différence entre les résultats expérimentaux et celles trouvées numériquement, ces écarts augmentent au niveau des premiers piézomètres qui est du au écoulement retardé parce que ces piézomètres là sont installés sur la paroi latérale et ils ne indiquent pas la valeur de la charge hydraulique le long de l'axe de puits.

On compare les valeurs de la perméabilité trouvé avec la méthode graphique de Dupuit et celle qui a été mesuré expérimentalement.

D'après la loi de Darcy, le calcul de la perméabilité horizontale dans un sol stratifié est donné comme suit :

$$K = \frac{1}{H} \sum_1^N K_i H_i = \frac{1}{0.39} * ((0.0064 * 0.14) + (0.00097 * 0.1) + (0.00013 * 0.15)) = 2.5 * 10^{-3} \text{ m/s}$$

On remarque que la valeur de la perméabilité mesurée expérimentalement est plus grande que celle déterminée par la méthode graphique de Dupuit donc les valeurs de la perméabilité sont diminuées à cause du tassement du sol au cours de l'expérience

IV.4. Troisième cas : Ecoulement vers un puits dans une nappe captive

IV.4.1. Etude expérimentale

Dans ce cas nous avons présentés les résultats d'analyse du modèle expérimental (débits, distributions de la charge hydraulique, et des rabattements hydrauliques) d'un aquifère confiné stratifié soumis à un essai d'aquifère en phases de pompage, en régimes permanent et transitoire.

On suppose un puits de pompage de 2.6 cm de diamètre, qui pénètre totalement un aquifère confiné. Ce dernier est considéré horizontal, homogène stratifié et d'une épaisseur constante $b = 39$ cm. Une charge d'alimentation constante h_0 de 59 cm existe à sa frontière éloignée à 1.5 m de l'axe centrale du puits. Le débit de pompage appliqué au puits est de $7,45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, en régime permanent, à $h_w = 26$ m. Le rabattement à ce dernier est donc égal à 33 cm, le modèle considéré est axisymétrique.

IV.4.1.1. Analyse en régime permanent

Les conditions aux limites en régime permanent, sont constantes dans le temps. Le toit et la base de l'aquifère représentent des frontières imperméables (aquitards). Un débit total nul ($Q = 0$) est imposé sur toutes ces frontières supérieure et inférieure du modèle. Une charge constante de 20 cm, ($H = 20$ cm) est appliquée sur la frontière droite du modèle représentant la recharge à la périphérie ($r = 140$ cm). A $r = 0,1$ m, une charge de $h_w = 20$ cm est appliquée sur la paroi du puits.

Les prises de mesures expérimentales de la charge hydraulique en régime permanent sont présentées dans le tableau (IV.18) qui nous a permis de tracer la courbe présentée dans la figure (IV.20).

Tableau (IV.18) : Mesures expérimentales de la charge hydraulique (h) et le rabattement(s)

N° du piézomètre	x (mm)	y (mm)	La charge h (mm)	h1 (mm)	S (mm) (h1 - h)
Puits	0	/	45	590	545
1	100	70	434	590	156
2	200	70	442	590	148
3	300	70	455	590	135
4	400	70	466	590	124
5	500	70	475	590	115
6	600	70	493	590	97
7	700	70	499	590	91
8	800	70	513	590	77
9	900	70	524	590	66
10	1000	70	540	590	50
11	1100	70	543	590	47
12	1200	70	557	590	33
13	1300	70	568	590	22
14	1400	70	570	590	20
Charge amont	1500	70	570	590	20

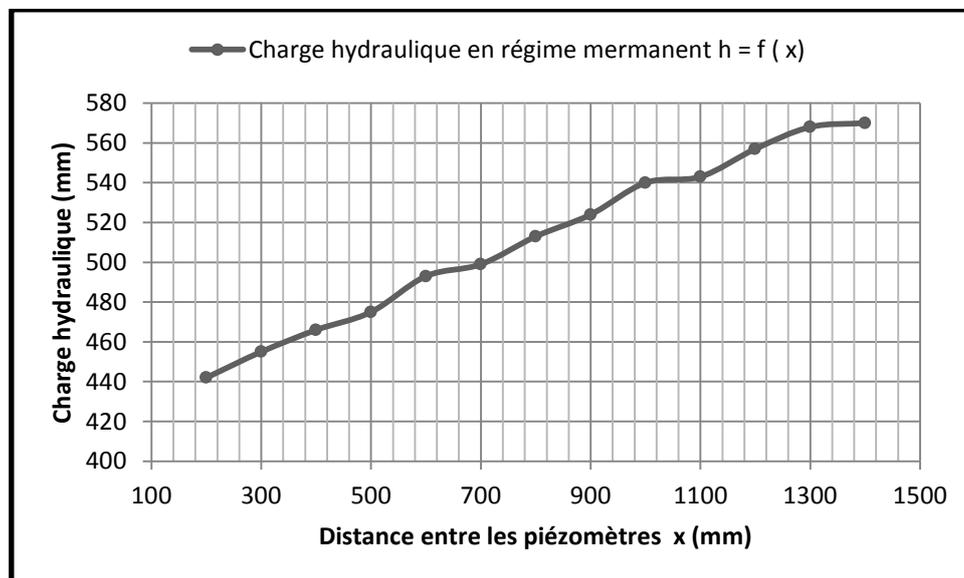


Figure (IV.20) : Charge hydraulique en régime permanent.

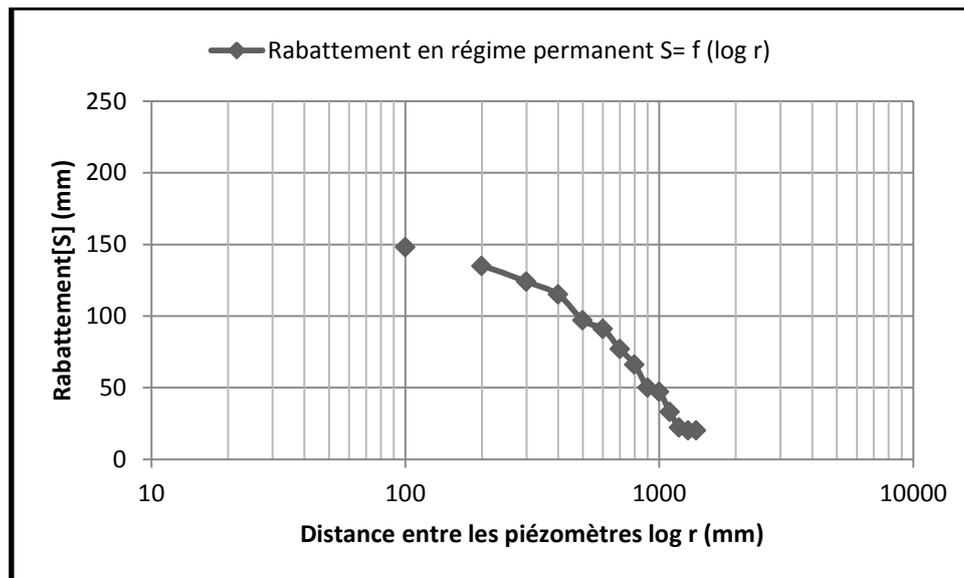


Figure (IV.21) : Rabattement (s) dans une nappe captive en régime permanent

Pour le régime permanent, on compare les résultats obtenus expérimentalement avec les méthodes théoriques, pour le cas permanent c'est la méthode de Thiem (1906) qui sera appliquée. Les résultats correspondent au débit sortant du puits et aux graphes de la charge hydraulique $h(r)$, et du rabattement $s(r)$, en fonction de la distance radiale r , pour un aquifère. Les lignes équipotentielles (traces des cylindres concentriques dans la section axisymétrique (r, z)).

Le débit numérique calculé par consol de l'eau pompée de l'aquifère par le puits est de $1,6172 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$

Le débit mesuré en expérience est de $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$

On remarque que les débits obtenus par les deux études (expérimentale, numérique) sont égaux.

Le débit théorique est calculé par l'équation de Dupuit :

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot k \cdot b \cdot (s(r))}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (\text{IV.28})$$

Laquelle appliquée entre le puits et la frontière de recharge (méthode de Thiem, 1906), s'exprimerait comme

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot k \cdot b \cdot (h_0 - h_w)}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (\text{IV.29})$$

On vérifie que la valeur du coefficient de conductivité hydraulique, K , calculée à partir des résultats expérimentaux obtenus. La conductivité hydraulique est définie par la relation (Thiem, 1906) $Kb=2,3Q/2\Delta s$. D'après la figure (IV.21) on déduit la pente de la courbe $s=f(\log r)$ et puis on détermine la perméabilité k :

Nous avons : $\Delta s = 0,15 \text{ m}$.

Alors :

$$k = \frac{2,3 \cdot Q}{2 \cdot b \cdot \Delta s} = 3,35 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} \quad (\text{IV.30})$$

IV.4.1.2. Analyse en régime transitoire

Pour le régime transitoire, il s'agit de retrouver la transmissivité T et le coefficient d'emménagement S de l'aquifère ainsi que les distributions de charge hydraulique $h(r, t)$ et du rabattement $s(r, t)$ en fonction de la distance radiale r et du temps t . Les valeurs de transmissivité T et d'emménagement S sont déterminées à partir des équations de base de Theis (1935) et les approximations de Cooper-Jacob (1945) décrites dans le chapitre 1, pour l'aquifère captive.

Les représentations graphiques du rabattement $s(r, t)$ en fonction du temps t , à des distances radiales r fixées ainsi qu'en fonction de r , à des temps fixés sont nécessaires pour l'application de ces méthodes. Le tableau (IV.19) représente les mesures prises pour ce cas et la figure (IV.22) présente la variation de rabattement ($s = h_2 - h_1$) de la nappe captive en fonction du temps dans les différents piézomètres dont leurs distances par rapport au puits comme les suivantes : $X_1 = 100$ mm, $X_2 = 200$ mm, $X_3 = 400$ mm, $X_4 = 600$, $X_5 = 800$ mm, $X_6 = 1000$ mm, $X_7 = 1200$ mm, $X_8 = 1400$ mm.

Tableau (IV.19) : Résultats expérimentale de rabattement en régime transitoire

t (s)	S (mm) à r = x1	S (mm) à r = x2	S (mm) à r = x3	S (mm) à r = x4	S (mm) à r = x5	S (mm) à r = x6	S (mm) à r = x7	S (mm) à r = x8
0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	2	4	6	9	14	18	22
6	3	8	11	18	23	32	42	47
9	7	14	20	32	39	53	67	74
12	10	18	28	42	51	68	84	90
15	12	21	32	50	62	79	96	104
18	13	24	37	57	71	90	107	115
21	15	26	40	63	78	99	118	125
24	16	27	43	67	83	105	125	132
27	17	29	44	70	87	110	131	139
30	17	30	46	72	90	114	136	143
33	18	31	49	74	93	117	140	147
36	19	32	50	76	94	120	142	150
39	19	32	50	76	96	121	145	152
42	19	33	50	77	97	122	146	154
45	19	33	50	77	97	123	147	154
48	20	33	50	77	97	124	147	154
51	20	33	50	77	97	124	148	156
54	20	33	50	77	97	124	148	156
58	20	33	50	77	97	124	148	156
61	20	33	50	77	97	124	148	156
64	20	33	50	77	97	124	148	156
67	20	33	50	77	97	124	148	156
80	20	33	50	77	97	124	148	156
83	20	33	50	77	97	124	148	156
86	20	33	50	77	97	124	148	156
89	20	33	50	77	97	124	148	156
92	20	33	50	77	97	124	148	156
95	20	33	50	77	97	124	148	156
98	20	33	50	77	97	124	148	156

L'évolution de la charge hydraulique et du rabattement en fonction du temps au niveau du puits $r = 0,1\text{m}$ et à des distances radiales à partir de l'axe du puits de $r = 10\text{ cm}, 20\text{ cm}, 40\text{ cm}, 60\text{ m}, \dots$, et 140 cm , sont représentées sur les figure suivantes :

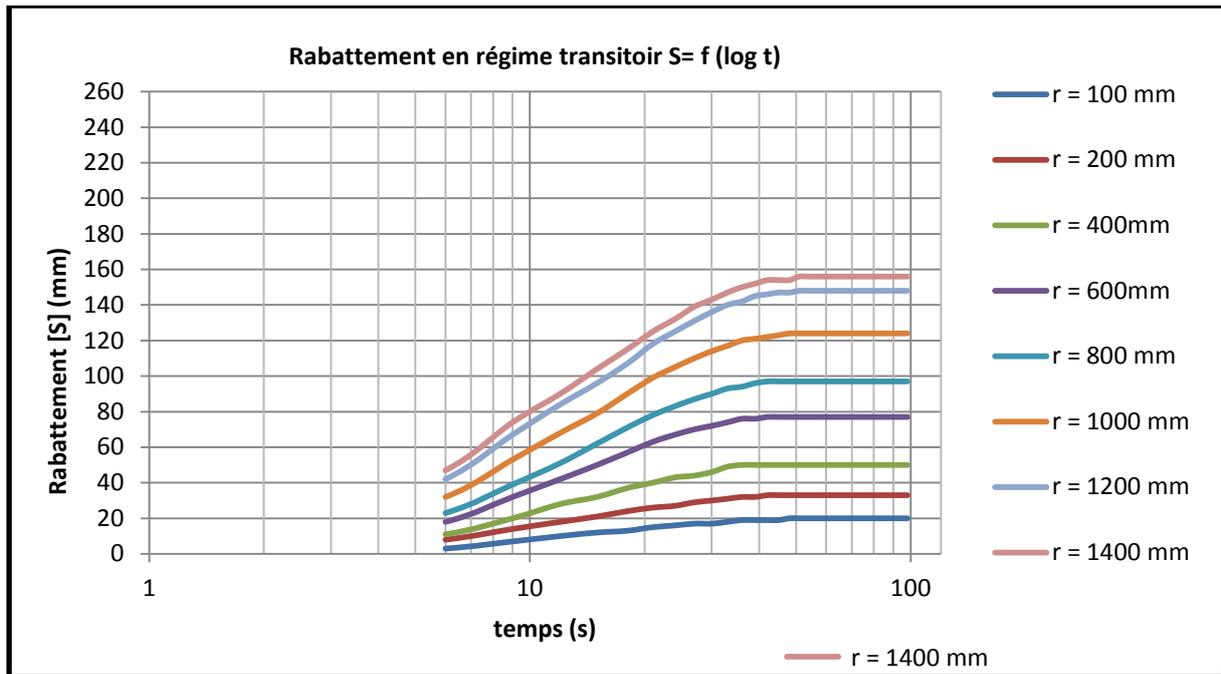


Figure (IV.22) : Rabattement (s) en régime transitoire.

IV.4.1.3. Analyse des résultats en régime transitoire

L'interprétation de la courbe de rabattements s en fonction de $\log(t)$ représentée sur la figure (IV.22) nous donne les valeurs de T et S respectivement de la pente : Δ_{cycle} et de l'intercepte à l'origine t_0 sont définis à partir de l'équation de Cooper –Jacob par les équations (I.) et I. Présentées au chapitre I. Les valeurs trouvées sont portées dans le tableau suivant :

Tableau (IV.20) : Les valeurs de transmissivité et coefficient d'emmagasinement

Log t (s)	Δs (pente)	r (m)	Q (m ³ /s)	b (m)	k (m/s)	T (m ² /s)	r ² (m ²)	S coffimags
2,7	0,133	1,4	0,0000216	0,39	7,6256E-05	2,974E-05	1,96	9,21787E-05
2,8	0,10126	1,2	0,0000216	0,39	0,00010016	3,9062E-05	1,44	0,000170896
3	0,1166	1	0,0000216	0,39	8,6982E-05	3,3923E-05	1	0,00022898
3,26	0,155	0,8	0,0000216	0,39	6,5433E-05	2,5519E-05	0,64	0,000292469
3,33	0,1876	0,6	0,0000216	0,39	5,4062E-05	2,1084E-05	0,36	0,000438817
3,53	0,1545	0,4	0,0000216	0,39	6,5645E-05	2,5601E-05	0,16	0,001270869
3	0,7954	0,2	0,0000216	0,39	1,2751E-05	4,9729E-06	0,04	0,00083917
3,53	0,8	0,1	0,0000216	0,39	1,2678E-05	4,9443E-06	0,01	0,003926984

La représentation graphique des distributions de la charge hydraulique et du rabattement en fonction du logarithme temps sont données respectivement la solution en régime transitoire converge vers le régime permanent après un temps = 48 seconds.

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre on conclut que l'étude des écoulements souterrains, n'est pas une tâche facile, quelle que soit la méthode utilisée, elle se base sur les hypothèses simplificatrices, qui idéalisent le milieu poreux et ne prennent pas en considération certains paramètres qui influencent l'écoulement dans la nappe.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Après avoir terminé ce modeste travail de fin d'étude, et qui nous a permis d'approfondir nos connaissances dans le domaine d'hydraulique particulièrement en hydraulique souterraine, nous avons constaté que le problème d'écoulement en milieu poreux est un problème très complexe, et après de longues études faites au domaine de l'écoulement souterrain, mais il reste toujours des difficultés à estimer les paramètres hydrodynamiques de milieux naturels.

Plusieurs méthodes existent pour résoudre les problèmes en milieux poreux, concernant notre cas on a testé l'approche expérimentale pour l'étude d'un milieu stratifié afin de déterminer les paramètres hydrodynamiques. Ces paramètres sont déterminés à partir d'interprétation des mesures expérimentales après validation numérique.

D'après les résultats obtenus, on constate que pour les milieux stratifiés l'application des méthodes d'approximation classiques est limitée. Les analyses des mesures expérimentales en régime transitoire d'un aquifère captif stratifié, nous montrent que la forme et les valeurs des courbes de rabattement dépendent essentiellement de la conductivité hydraulique horizontale.

Le manque de matériels au laboratoire n'a pas permis d'aller plus loin dans la formalisation du fonctionnement pour généraliser les observations effectuées sur une longue durée en régime transitoire. La taille limitée du modèle expérimental utilisé nous a limité de reproduire en détail l'écoulement dans un milieu stratifié et de vérifier toutes les hypothèses de base d'applicabilité des méthodes d'interprétations existantes.

On conclut que l'étude des écoulements souterrains, n'est pas une tâche facile, quelque soit la méthode utilisée, elle se base sur les hypothèses simplificatrices qui idéalisent le milieu poreux et ne prennent pas en considération certaines paramètres qui influencent l'écoulement dans la nappe.

Bibliographie

- [1] **Bouchelghoum, et Aid, M., (2002).** Etude numérique des écoulements souterrains par la méthode des éléments finis : application au cas d'un barrage en terre. Mémoire de fin d'Etudes, Université Abderrahmane Mira de Bejaia.
- [2] **Carlier, M., (1980).** Hydraulique générale et appliquée, Edition Seyroles, France.
- [3] **Schnebeli, G., (1978).** Hydraulique souterrain, Edition Seyroles, France.
- [4] **Maurice, C., (1993).** Aide mémoire d'hydraulique souterraine. Edition Presses De L'école Nationale Ponts Et Chaussées, France.
- [5] **Bear, J., (1972).** Dynamics of fluids in porous media Academic press, New York and London.
- [6] **Bear J., (1979).** Hydraulics of groundwater, McGraw Hill series in water resources and environmental engineering, 567 pages.
- [7] **Ait Abbas, R. et Boudha, K.,** Etude des infiltrations à travers un milieu poreux : application au cas d'un barrage en terre. Mémoire de fin d'études, Université Abderrahmane Mira de Bejaia, 2001.
- [8] **Bendahmane, I., (2010).** Modélisation et simulation numérique de l'écoulement dans un milieu poreux : Application pour la nappe alluviale du sébaou Tizi-ouzou en vue de la prévision du niveau d'eau dans chaque période de l'année.
- [9] **Adrienne YRA., (2006).** Dispersion active en milieux poreux hétérogènes contaminés par des produits hydrocarbonés. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1.
- [10] **Office international de l'eau,** La réalimentation des nappes, amélioration de la ressource en eau).
- [11] **Encyclopédie universelle.** Edition 1996.
- [12]. **Batu, V.,** Aquifer hydraulics, A comprehensive Guide to Hydrologic DATA Analysis. Library of congress cataloging in-publication data, 1998.
- [13]. **Nelson, Acevedo.,** Méthodes d'études d'un aquifère à nappe libre: Application au cas de lachenaie. Mémoire de maitrise en science appliquées. Université de montréal, 1996.
- [14].**Ministère de l'agriculture.,** Techniques des barrages en aménagement rural
- [15] **Hamail,K.,** calcul numérique des infiltrations à travers les digues en terres par la méthode des éléments finis. Mémoire de fin d'études, Université de Blida, 2001.

Résumé :

L'objectif de ce travail consiste à améliorer la connaissance dans le domaine d'écoulement souterrain dans deux types d'aquifère (nappe libre, captive).

En proposant un model expérimental qui a été élaboré sur un ban d'essai instrumenté de plusieurs piézomètres implantés à l'intérieur du domaine en présence d'un puits de pompage afin de déterminer la variation de la charge hydraulique dans le milieu ainsi que la détermination de rabattement induit par le pompage, en régime transitoire et permanent .

Les résultats trouvés seront validé numériquement à l'aide d'un logiciel COMSOL après on est passé à une étude analytique. Les résultats seront utilisés pour déterminer les paramètres hydrodynamiques.

Mots clés : Ecoulement souterrain, nappe libre, nappe captive, COMSOL.

Abstract:

The objective of this work is to improve knowledge in the field of underground flow in two types of aquifer (free, captive aquifer). By proposing an experimental model which was developed on an instrumented test bench of several piezometers implanted inside the domain in the presence of a pumping well in order to determine the variation of the hydraulic load in the medium as well as the determination of pumping induced drawdown, in transient and permanent state. The results obtained will be digitally validated using COMSOL software after we have switched to an analytical study. The results will be used to determine the hydrodynamic parameters.

Key words: Groundwater flow, free aquifer, captive aquifer, COMSOL.

الملخص :

الهدف من هذا العمل هو تحسين المعرفة في مجال التدفق تحت سطح الأرض في نوعين من المياه الجوفية (غير محصورة، أسيرا). من خلال تقديم نموذج تجريبي التي وضعت على المجهزة الحظر الشامل للتجارب عدة مقاييس الضغط الحجاجي تقع داخل المنطقة في ظل وجود آبار الضخ لتحديد التغير في الرأس الهيدروليكي في الوسط، وتحديد للطي الناجم عن ضخ، في النظام عابرة و دائمة النتائج الموجودة سيتم التحقق من صحة رقميا باستخدام برنامج COMSOL بعد أن يتم تمرير إلى دراسة تحليلية. وسوف تستخدم النتائج لتحديد المعلمات الهيدروديناميكية.
لوحة المفاتيح : COMSO تدفق تحت الأرض، غير محصورة، طبقة المياه الجوفية المحصورة،