

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université A. MIRA de Bejaia
Faculté de la Technologie
Département de Génie Civil

Mémoire

Pour l'obtention du diplôme de Magister en Génie Civil

Option : Matériaux et Structures

Présenté par : Mr BELHAMDI Nourredine

Thème :

Etude de la réponse sismique non linéaire et de l'évaluation du coefficient de comportement global des structures

Soutenu le 15 juin 2009 devant le jury composé de :

Mr CHELOUAH	Nasser	Maître de conférences	Univ. de Bejaia	Président
Mr TAHAKOURT	Abdelkader	Professeur	Univ. de Bejaia	Rapporteur
Mr BOUAFIA	Youcef	Professeur	Univ. de Tizi-Ouazou	Examineur
Mr MAZA	Mustapha	Maître de conférences	Univ. de Bejaia	Examineur
Mr SEGHIR	Abdelghani	Maître assistant A	Univ. de Bejaia	Invité

Au non de Dieu, clément et miséricordieux

A mes chers parents

A mes trois frères et ma sœur

A mon oncle ZACHAR

A ma grand-mère

A la mémoire de mon grand père maternel

A LACMIA et à tous mes amis

A tous ceux qui me sont chers.....

Remerciements

Je tiens à exprimer mes sincères reconnaissances au professeur TAHAKOURT A.Kader, qui a bien accepté de diriger mon mémoire et qui sans lui, ce travail n'aurait jamais vu le jour. Il m'a témoigné de sa confiance, de sa patience et de son aide, qu'il en soit remercié.

Je tiens à exprimer ma très grande gratitude à Mr. SEGHIR Abdelghani pour les encouragements et conseils tant scientifiques que quotidiens qu'il n'a cessé de me prodiguer avec abnégation et de manière constante et permanente. Je salue aussi sa disponibilité quasi-permanente, sa patience et son aide infaillible.

Je tiens aussi à remercier Mme. SEGHIR pour ces conseils, orientations et aide scientifique.

Mes plus vifs remerciements pour Mr. CHELOUAH Nasser qui m'a fait l'honneur de présider le jury, Mr. BOUAFIA Youcef et Mr. MAZA Mustapha pour avoir bien voulu examiner mon travail et participer au jury.

Je dois un grand merci à tous mes amis pour leur soutien amical et avec qui j'ai passé d'agréables moments.

Je remercie de tout mon cœur mes parents, qui ont su me donner sans cesse leur soutien et leur amour au cours de ma vie pour former ma personnalité et pour rendre possible mes études.

Sujet

Etude de la réponse sismique non linéaire et de l'évaluation du coefficient de comportement global des structures.

Résumé

En cas de sollicitations sismiques majeures appliquées aux structures, les caractéristiques mécaniques se trouvent souvent modifiées, par conséquent, le calcul linéaire devient insuffisant et le recours à un calcul non linéaire apparaît plus réaliste et mieux adapté. La forme la plus complète d'analyse non linéaire des structures sous sollicitations sismiques, est le calcul dynamique temporel non linéaire, couramment appelé « analyse temporelle non linéaire ». Cependant la plupart des codes de calcul parasismique (RPA, UBC, EC 8,...etc.) ne privilégient pas ce type de calcul très coûteux, même pour les structures les plus simples, mais prennent en compte la non linéarité en recourant à des spectres de réponses inélastiques appelés « spectre de réponse de calcul ». Ces derniers sont construits à partir de spectres élastiques en introduisant un coefficient de comportement global de la structure.

Le présent travail, fait l'objet d'une étude des effets du comportement non linéaire sur la réponse dynamique et sismique globale des structures portantes formées spécialement par des systèmes de poutres et par suite l'évaluation de leur coefficient de comportement global. L'étude est menée en utilisant deux logiciels d'éléments finis « OpenSees » et « ABAQUS » qui permettent à la fois la modélisation du comportement non linéaire et l'analyse temporelle non linéaire.

La structure retenue pour cette étude est un portique plan en profilés métalliques. Les liaisons poutre-colonnes sont supposées rigides. Un modèle de comportement bilinéaire élasto-plastique avec écrouissage est utilisé.

Mots clés : Ductilité, Dissipation D'énergie, Coefficient de comportement global, Réponse sismique non linéaire, Eléments finis.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 1 COMPORTEMENT NON LINEAIRE DES STRUCTURES	3
1.1 INTRODUCTION	3
1.2 COMPORTEMENT LINEAIRE	4
1.2.1 <i>Modèle élastique linéaire</i>	4
1.3 COMPORTEMENT NON LINEAIRE	5
1.3.1 <i>Exemples de comportement non linéaire</i>	5
1.3.2 <i>Modèles non linéaires</i>	7
1.3.2.1 <i>Modèle Elasto-Plastique Bilinéaire</i>	7
a) <i>Modèle Elasto-Plastique parfait</i>	7
b) <i>Modèle Elasto-Plastique écrouissable</i>	8
1.3.2.2 <i>Le " Q model "</i>	10
1.3.2.3 <i>Modèle de Clough</i>	11
1.3.2.4 <i>Modèle de TAKEDA</i>	12
1.3.2.5 <i>Modèle de TAKEDA modifié</i>	14
1.4 DISSIPATION D'ENERGIE	14
1.5 COEFFICIENT REDUCTEUR D'EFFORTS	17
1.6 DUCTILITE	18
1.6.1 <i>Ductilité de déformation</i>	19
1.6.2 <i>Ductilité de courbure</i>	19
1.6.3 <i>Ductilité de rotation</i>	20
1.6.4 <i>Ductilité de déplacement</i>	20
CHAPITRE 2 STRUCTURES EN POUTRES ET LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	21
2.1 INTRODUCTION	21
2.2 LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	21
2.3 FORMULATION DE L'ÉLEMENT BARRE (COMPORTEMENT AXIAL)	22
2.3.1 <i>Equation du comportement dynamique</i>	22
2.3.2 <i>Formulation de l'élément et construction des matrices élémentaires</i>	24
2.4 FORMULATION DE L'ÉLEMENT POUTRE	25
2.4.1 <i>Equation du comportement dynamique</i>	26
2.4.2 <i>Formulation de l'élément et construction des matrices élémentaires</i>	29
2.4.2.1 <i>Formulation variationnelle</i>	29
2.4.2.2 <i>Discretisation</i>	30
2.4.2.3 <i>Matrices élémentaires</i>	32
2.5 MATRICES GLOBALES D'UNE STRUCTURE EN POUTRES	34
2.5.1 <i>Matrices masse et rigidité initiales</i>	34
2.5.2 <i>Matrice d'amortissement</i>	34
CHAPITRE 3 REPONSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES SOUS L'ACTION SISMIQUE	36

3.1	INTRODUCTION	36
3.2	LE SEISME	37
3.2.1	<i>L'action sismique</i>	38
3.3	EQUATIONS DU MOUVEMENT DANS LE CAS D'UN SYSTEME A COMPORTEMENT LINEAIRE ET LEUR RESOLUTIONS	39
3.3.1	<i>Equations du mouvement</i>	39
3.3.2	<i>Méthode modale</i>	41
3.4	EQUATIONS DU MOUVEMENT DANS LE CAS D'UN SYSTEME A COMPORTEMENT NON LINEAIRE ET LEUR RESOLUTIONS.....	43
3.4.1	<i>Equations incrémentales du mouvement</i>	44
3.4.2	<i>Techniques et procédures de résolution</i>	47
3.4.3	<i>Famille d'algorithmes de Newmark</i>	48
3.4.3.1	Méthode de l'accélération moyenne constante	48
3.4.3.2	Méthode de l'accélération linéaire	49
3.4.3.3	Algorithme de Newmark	51
3.4.3.4	Intégration des équations de mouvement	51
3.4.3.5	Conditions de stabilité et précision des résultats	53
3.4.4	<i>Méthodes des différences centrées</i>	54
CHAPITRE 4 COEFFICIENT DE COMPORTEMENT GLOBAL D'UNE STRUCTURE ET METHODES DE SON EVALUATION		57
4.1	INTRODUCTION	57
4.2	DEFINITION DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT GLOBAL D'UNE STRUCTURE.....	57
4.3	METHODES D'EVALUATION DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT GLOBAL R	60
4.3.1	<i>Méthodes basée sur la théorie du facteur de ductilité</i>	60
4.3.1.1	Méthode de Newmark et Hall	61
4.3.1.2	Méthode de Cosenza, De Luca, Faella et Mazzolani	62
4.3.1.3	Méthode de Giuffre et Giannini	64
4.3.1.4	Méthode de Krawinkler et Nassar	64
4.3.2	<i>Méthode basée sur l'analyse dynamique inélastique des systèmes à plusieurs degrés de liberté</i>	65
4.3.2.1	Méthode de Ballo-Setti.....	65
4.3.3	<i>Méthodes basées sur l'approche énergétique</i>	67
4.3.3.1	Méthode de Como et Lanni.....	67
4.3.3.2	Méthode de Bonev et Christov	67
4.3.4	<i>Méthodes basées sur l'accumulation de dommage</i>	70
CHAPITRE 5 PRISE EN MAIN DES LOGICIELS OPENSEES ET ABAQUS		72
5.1	INTRODUCTION	72
5.2	VIBRATIONS LIBRES	73
5.2.1	<i>Structures étudiées</i>	73
5.2.2	<i>Résultats de l'étude</i>	75
5.3	REPONSE DYNAMIQUE	76
5.3.1	<i>Analyse linéaire</i>	77
5.3.2	<i>Analyse non linéaire</i>	79
5.4	CONCLUSION	80

CHAPITRE 6 ETUDE DE LA DEMANDE DE DUCTILITE ET DU COEFFICIENT DE REDUCTION D’EFFORTS EN FONCTION DE LA FREQUENCE D’EXCITATION.....	81
6.1 INTRODUCTION	81
6.2 SYSTEME ETUDIE.....	81
6.3 ETUDE ET RESULTATS	83
6.4 CONCLUSION	86
CHAPITRE 7 COMPARAISON DES REPONSES LINEAIRES AUX NON LINEAIRES SOUS ACTION SISMIQUE.....	88
7.1 INTRODUCTION	88
7.2 L’ACTION SISMIQUE CONSIDEREE	88
7.3 RESULTATS DE L’ANALYSE	89
7.4 CONCLUSION	93
CHAPITRE 8 EVALUATION DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT GLOBAL D’UNE STRUCTURE.....	94
8.1 INTRODUCTION	94
8.2 APPLICATION DE LA METHODE DE BALLIO ET SETTI POUR L’EVALUATION DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT GLOBAL D’UNE STRUCTURE	94
8.2.1 <i>Résultat de l’application</i>	98
8.3 CONCLUSION	100
CONCLUSION GENERALE	102
BIBLIOGRAPHIE	104

Table des figures

FIGURE 1.1. MODELE ELASTIQUE LINEAIRE.....	4
FIGURE 1.2. COURBES EFFORT-DEPLACEMENT.....	6
FIGURE 1.3. MODELE ELASTO-PLASTIQUE PARFAIT	8
FIGURE 1.4. MODELE ELASTO-PLASTIQUE AVEC ECROUISSAGE.....	9
FIGURE 1.5. MODELE « Q ».....	11
FIGURE 1.6. MODELE DE CLOUGH.....	12
FIGURE 1.7. COURBE PRIMAIRE DU MODELE DE TAKEDA.....	13
FIGURE 1.8. MODELE DE TAKEDA MODIFIE.....	14
FIGURE 1.9. ACCELEROGRAMME ET COMPOSANTES DE L'ENERGIE ABSORBEE CALCULEE PAR ANALYSE DYNAMIQUE NON LINEAIRE.....	16
FIGURE 1.10. DEFINITION DU COEFFICIENT DE REDUCTION D'EFFORT ET DE DUCTILITE.....	17
FIGURE 1.11. QUATRE NIVEAUX DE DEFINITION DE LA DUCTILITE.....	19
FIGURE 2.1. ETAPES GENERALE DE LA M.E.F.....	22
FIGURE 2.2. EQUILIBRE ELEMENTAIRE	23
FIGURE 2.3. POUTRE CHARGE.....	26
FIGURE 2.4. DEFORMATION D'UNE SECTION	27
FIGURE 2.5. REPARTITION DES CONTRAINTES	28
FIGURE 2.6. TRONÇON DE POUTRE EN FLEXION SIMPLE	28
FIGURE 2.7. ELEMENT POUTRE A DEUX NEUDS	31
FIGURE 3.1. ORGANIGRAMME DU CHOIX DU TYPE D'ANALYSE DYNAMIQUE	37
FIGURE 3.2. ACTION SISMIQUE SUR UNE STRUCTURE	38
FIGURE 3.3. COMPOSANTES HORIZONTALES DE L'ACCELERATION DU SEISME DE L'IMPERIAL VALLEY (18 MAI 1940) ENREGISTRE A LA STATION D'EL-CENTRO (USA)	39
FIGURE 3.4. STRUCTURE SOUMISE A L'ACCELERATION DU SOL.....	39
FIGURE 3.5. CARACTERISTIQUES D'UN SYSTEME NON LINEAIRE.....	46
FIGURE 3.6. HYPOTHESE DE L'ACCELERATION MOYENNE CONSTANTE	48
FIGURE 3.7. HYPOTHESE DE L'ACCELERATION LINEAIRE.....	50
FIGURE 3.8. DEFINITION DES DEPLACEMENTS ET DES VITESSES UTILISES DANS LA METHODE DES DIFFERENCES CENTREES	55
FIGURE 4.1. EVALUATION DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT PAR LA METHODE DE NEWMARK ET HALL.....	62
FIGURE 4.2. COURBE FORCE-DEPLACEMENT	63
FIGURE 4.3. SPECTRE DE REPONSE ELASTIQUE	64
FIGURE 4.4. ETABLISSEMENT DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT PAR LA METHODE DE BALLIO-SETTI	66
FIGURE 5.1. COLONNES ETUDIEES.....	74
FIGURE 5.2. PORTIQUE ETUDIE EN VIBRATIONS LIBRES.....	74
FIGURE 5.3. SOLLICITATION.....	76
FIGURE 5.4. REPONSES DE L'ANALYSE LINEAIRE.....	77
FIGURE 5.5. COMPARAISON DES REPONSES DE L'ANALYSE LINEAIRE.....	78

FIGURE 5.6. SPECTRES FREQUENTIELS DES REPONSES LINEAIRES.....	78
FIGURE 5.7. REPONSES DE L'ANALYSE NON LINEAIRE.....	79
FIGURE 5.8. COMPARAISON DES REPONSES DE L'ANALYSE NON LINEAIRE	79
FIGURE 5.9. SPECTRES FREQUENTIELS DES REPONSES NON LINEAIRES	80
FIGURE 6.1. PORTIQUE ETUDIE	82
FIGURE 6.2. AJOUT DE MASSES	83
FIGURE 6.3. MODELE DE COMPORTEMENT	83
FIGURE 6.4. DEPLACEMENTS EN FONCTION DES PERIODES DE SOLLICITATION	85
FIGURE 6.5. DEMANDE DE DUCTILITE EN FONCTION DE LA PERIODE DE SOLLICITATION.....	86
FIGURE 6.6. COEFFICIENT DE REDUCTION D'EFFORT EN FONCTION DE LA PERIODE DE SOLLICITATION	86
FIGURE 7.1. SOLLICITATION FREQUENTIELLE	88
FIGURE 7.2. SOLLICITATION TEMPORELLE.....	89
FIGURE 7.3. EVOLUTION DE LA REPONSE TEMPORELLE LINEAIRE ET NON LINEAIRE POUR $\lambda = 20$	90
FIGURE 7.4. COMPARAISON DE L'EVOLUTION TEMPORELLE DE LA REPONSE LINEAIRE ET NON LINEAIRE POUR $\lambda = 20$	90
FIGURE 7.5. EVOLUTION DE LA REPONSE TEMPORELLE LINEAIRE ET NON LINEAIRE POUR $\lambda = 30$	91
FIGURE 7.6. COMPARAISON DE L'EVOLUTION TEMPORELLE DE LA REPONSE LINEAIRE ET NON LINEAIRE POUR $\lambda = 30$	91
FIGURE 7.7. EVOLUTION DE LA REPONSE TEMPORELLE LINEAIRE ET NON LINEAIRE POUR $\lambda = 75$	92
FIGURE 7.8. COMPARAISON DE L'EVOLUTION TEMPORELLE DE LA REPONSE LINEAIRE ET NON LINEAIRE POUR $\lambda = 75$	92
FIGURE 8.1. ACCELEROGRAMMES CONSIDERES.....	95
FIGURE 8.2. SPECTRES DE REPONSE ELASTIQUES DES ACCELEROGRAMMES CONSIDERES POUR UN TAUX D'AMORTISSEMENT CRITIQUE $\xi_{cr}=5\%$	96
FIGURE 8.3. SPECTRES D'AMPLITUDE DE FOURRIER DES ACCELEROGRAMMES CONSIDERES.....	97
FIGURE 8.4. EVALUATION DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT R PAR LA METHODE DE BALLIO-SETTI DE LA STRUCTURE	98

Liste des Tableaux

TABLEAU 4-1. VALEURS DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT R	59
TABLEAU 5-1. PROPRIETES DES MATERIAUX	74
TABLEAU 5-2. PERIODE PROPRE DE LA COLONNE EN PROFILE HEA100 (SEC)	75
TABLEAU 5-3. PERIODE PROPRE DE LA COLONNE EN BETON (SEC)	75
TABLEAU 5-4. PERIODE PROPRE DU PORTIQUE EN BETON (SEC).....	75
TABLEAU 6-1. PERIODE PROPRE DE LA STRUCTURE.....	83
TABLEAU 6-2. RESULTATS DE L'ETUDE	85
TABLEAU 7-1. RESULTATS DE L' ETUDE.....	89
TABLEAU 8-1. VALEURS DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT EVALUEES	99
TABLEAU 8-2. VALEURS DU COEFFICIENT DE COMPORTEMENT EVALUEES PAR LA DEFINITION DE ARIBERT ET GRECEA	100

Introduction générale

L'étude de la réponse des structures aux tremblements de terre est l'application la plus répandue de la dynamique des structures en génie civil. La raison principale est que les séismes génèrent des forces d'inertie importantes pour la grande majorité des bâtiments et des structures de génie civil. Les séismes restent le mode d'excitation dynamique dominant.

Le problème fondamental du calcul parasismique est celui de la détermination de la réponse d'une structure à des mouvements sismiques forts ou modérés. En général, les structures ont un comportement linéaire tant qu'elles sont soumises à des séismes de faibles intensités, mais il est bien connu que pour des structures soumises à des séismes majeurs leur comportement devient non linéaire et se marque par l'apparition de déformations inélastiques. Dans ce cas, les caractéristiques mécaniques de la structure changent pendant les vibrations, par conséquent, le calcul linéaire devient insuffisant et le recours à un calcul non linéaire apparaît plus réaliste et mieux adapté, notamment, pour satisfaire le compromis sécurité-économie.

La forme la plus complète d'analyse non linéaire des structures sous sollicitation sismique, est le calcul dynamique temporel non linéaire, couramment appelés « analyse temporelle non linéaire ». C'est dans ce type d'analyse que les équations couplées du mouvement, sont intégrées directement en utilisant une technique d'intégration numérique pas à pas dans le temps, où à chaque fin de pas de temps, les caractéristiques mécaniques de la structure sont modifiées en fonction de leur état de contraintes et de déformations [10, 25, 33, 44, 46, 50]. Cette méthode nous permet d'introduire explicitement le comportement hystérique complexe des éléments de la structure ainsi que les effets $P-\Delta$.

La plupart des normes et règlements parasismique actuels (RPA, EC8.. etc.) [4, 11, 12, 29, 51] ne privilégient pas le calcul non linéaire explicite qui est très coûteux, même pour les structures les plus simples, mais prennent en compte ses effets en recourant à des spectres de réponses inélastiques couramment appelés « spectre de réponse de calcul ». Ces derniers sont construits à partir de spectres élastiques, en introduisant un coefficient de ductilité ou en utilisant un coefficient de dissipation globale de la structure

appelé « coefficient de comportement global de la structure », lié indirectement à sa ductilité et à son comportement non linéaire [10, 25, 33, 44, 46, 50].

A cet effet, depuis plusieurs années, des investigations ont été effectuées, afin d'estimer les effets de ces non linéarités. Diverses méthodes ont été développées et utilisées pour l'évaluation du coefficient de comportement global [42]. Dès lors, des coefficients de comportement globaux de structures ont été proposés pour divers types de structures, matériaux et systèmes de contreventement, tels ceux que l'on retrouve dans les règles parasismiques algériennes RPA [12] et bien d'autres règlements parasismiques [4, 11, 29, 51]. Lors de ces investigations, les chercheurs ont dû modéliser le comportement non linéaire de plusieurs types de structures et de matériaux, et comparer réponses linéaires aux non linéaires.

Le présent travail, fait l'objet de l'étude de la réponse sismique non linéaire et de l'évaluation du coefficient de comportement global des structures portantes formées spécialement par des systèmes de poutres, en utilisant deux logiciels d'éléments finis ; l'un, spécifique au calcul sismique non linéaire, est « OpenSees » et l'autre généraliste, est « ABAQUS ». Ces deux logiciels permettent à la fois la modélisation du comportement non linéaire et l'analyse temporelle non linéaires. Durant cette étude, on est amené essentiellement à comparer, réponses linéaires et non linéaires afin d'estimer et de distinguer certains effets provenant du comportement non linéaire.

Ce manuscrit est composé de huit chapitres, de la présente introduction et d'une conclusion générale. Le premier chapitre est une synthèse du comportement dynamique non linéaire des structures, où on présentera quelques modèles de comportement non linéaires idéalisés, les plus utilisés. Des exemples de comportement non linéaire ainsi que certaines caractéristiques et phénomènes distinguant ce type de comportement seront aussi exposés. Le deuxième chapitre est consacré à la formulation en éléments finis de l'élément poutre. Quant au troisième, il est dédié à la formulation des équations dynamiques des structures sous sollicitation sismique ainsi qu'à leurs méthodes de résolution. Le quatrième chapitre est consacré à la présentation du coefficient du comportement global d'une structure ainsi que certaines méthodes développées permettant son évaluation.

La partie pratique sera entamée au chapitre cinq avec la prise en main des logiciels d'élément finis OpenSees et ABAQUS. Dans le sixième chapitre, on présentera une étude sur la demande de ductilité ainsi que du coefficient de réduction d'efforts. Puis, au chapitre sept, une étude de comparaison entre réponses sismiques linéaires et non linéaires d'une structure sera réalisée. Finalement, au huitième chapitre, une évaluation du coefficient de comportement global d'une structure sera effectuée par l'application de l'une des méthodes présentées au chapitre quatre.

Chapitre 1

Comportement non linéaire des structures

1.1 Introduction

Le comportement dynamique d'une structure soumise à un mouvement du sol, dépend aussi bien du mouvement d'excitation que des caractéristiques mécaniques et géométriques de la structure. Il est donc nécessaire d'en tenir compte lors de la modélisation numérique qui constitue une étape importante dans l'analyse de la réponse dynamique de la structure en fournissant en données des lois de comportement.

En général, les structures ont un comportement élastique tant qu'elles sont soumises à des mouvements de faibles intensités, en revanche il est bien connu que pour les structures destinées à résister à des mouvements majeurs du sol, elles doivent être capables de supporter des déformations inélastiques induisant un comportement non linéaire. Plusieurs modèles hystériques de comportement dynamique non linéaire, variant de modèles relativement simples à des modèles plus compliqués ont été proposés pour prédire la réponse des structures ou d'éléments structuraux soumis à un chargement cyclique.

De nombreuses études expérimentales, simulant les conditions de chargement cyclique que peut engendrer une sollicitation sismique, ont été réalisées au cours de ces trente dernières années sur des éléments structuraux, des assemblages d'éléments, des modèles réduits de structures et des prototypes de structures relativement simples à échelle réelle. Les résultats ont indiqué que les courbes effort-déplacement présentent des boucles d'hystérésis en raison du comportement inélastique. L'allure des ces boucles dépend de la forme du système structurel et du matériau constituant les éléments de la structure.

Pour avoir la réponse à une sollicitation sismique d'un système, on considère une loi de comportement définie par une idéalisation de courbes expérimentales. L'approche utilisée pour la modélisation post-élastique consiste à localiser la déformation non linéaire en un certain nombre de points et à idéaliser la courbe effort-déplacement par

des segments de droites ou des courbes. L'aire délimitée par les boucles d'hystérésis est une mesure de l'énergie dissipée par le phénomène de plasticité.

Le but de ce chapitre est de décrire brièvement le comportement dynamique non linéaire des structures. A cet effet, nous allons présenter quelques modèles de comportement les plus utilisés, et définir certaines caractéristiques et phénomènes distinguant le comportement non linéaire des structures. On précédera cette description par la présentation du comportement linéaire.

1.2 Comportement linéaire

Pour mener avec succès une analyse numérique non linéaire d'une structures, il est toujours lucide de précéder celle-ci par une analyse linéaire puis introduire les sources de non linéarité une à une. En outre, on a souvent recours au modèle linéaire, qui est à la base de l'élaboration des spectres réglementaires. Donc, avant d'entamer la description du comportement non linéaire, on rappellera tout d'abord qu'est ce qu'un comportement linéaire en présentant le modèle élastique linéaire.

1.2.1 Modèle élastique linéaire

La relation effort-déplacement du comportement linéaire telle que représentée sur la figure (1.1), est exprimée par :

$$f_s(t) = K.u(t) \quad (1.1)$$

Cette relation est représentée dans le repère (f_s, u) par une droite de pente K égale à la rigidité de la structure.

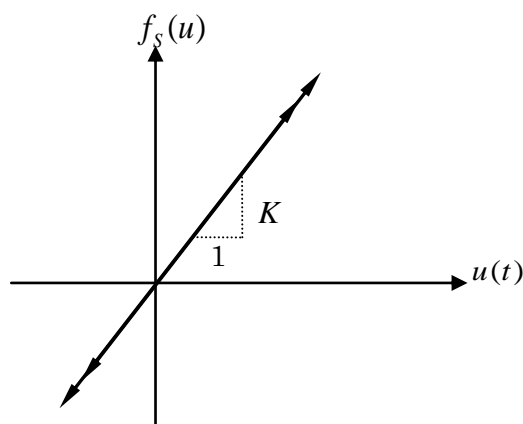


Figure 1.1. Modèle élastique linéaire

Le déplacement relatif atteint sa valeur maximale dans une direction, lorsque la vitesse relative de la structure s'annule. La rigidité étant constante sur l'ensemble de la réponse, tous les points représentatifs du diagramme effort-déplacement appartiennent à la même droite.

1.3 Comportement non linéaire

Des non linéarités peuvent intervenir lorsqu'une structure est soumise à un séisme majeur. On peut rencontrer principalement deux types de non linéarité :

- Géométrie : les non linéarités géométriques sont rencontrées lorsque la morphologie du système subit des modifications importantes au cours du chargement. Leur prise en compte consiste à écrire systématiquement les équations d'équilibre dans la configuration déformée du système.
- Matériau : les non linéarités matérielles les plus communément rencontrées induisent des relations non linéaires entre contraintes et déformations au sein des matériaux et sont liées au caractère dissipatif des phénomènes (frottements internes dans le matériau, écoulement plastique,...). Leur prise en compte recourt à des modèles de matériaux aptes à représenter les plastifications des structures en acier ou les écrasements et les fissurations des structures en béton armé.

1.3.1 Exemples de comportement non linéaire

Les exemples présentés à la figure 1.2, sont issus d'essais réalisés dans les trente dernières années pour l'étude du comportement des matériaux de construction soumis à des sollicitations sismiques. Ils correspondent à des sollicitations cycliques et sont réalisés sur des poutres [15, 45].

L'examen de la figure 1.2 montre que les courbes cycliques efforts-déplacements dépendent fortement du matériau étudié. Elles présentent cependant des traits communs :

- au début du chargement, pour les faibles amplitudes de déplacement, le comportement est linéaire ;
- au-delà d'un seuil de déplacement, les non linéarités apparaissent dans la courbe effort-déplacement ; ces non linéarités se traduisent par une limitation de l'effort maximal applicable à la pièce testée ;
- lors des cycles de charge-décharge, des courbes d'hystérésis apparaissent qui traduisent une dissipation d'énergie.

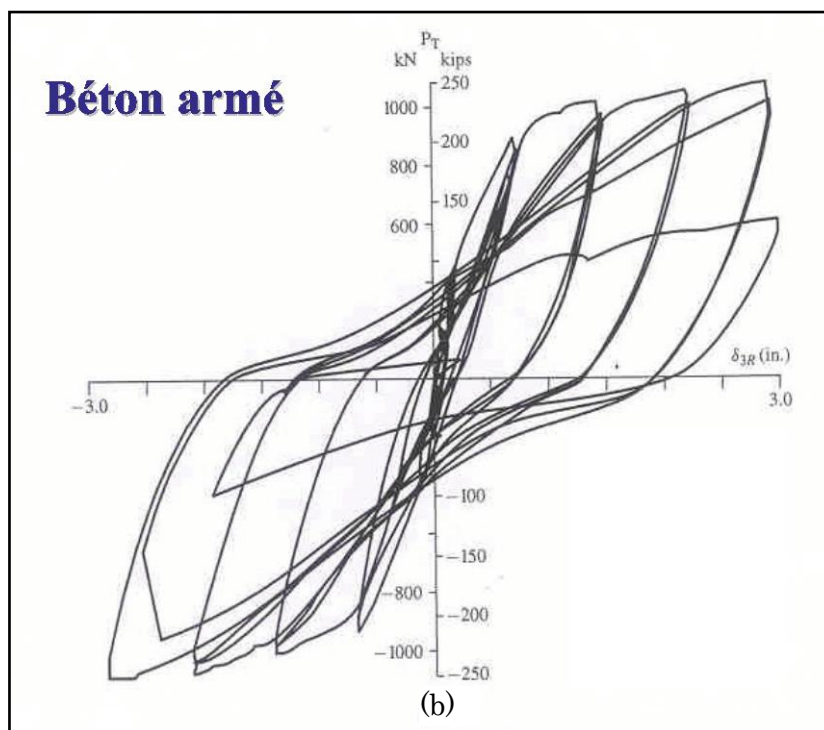
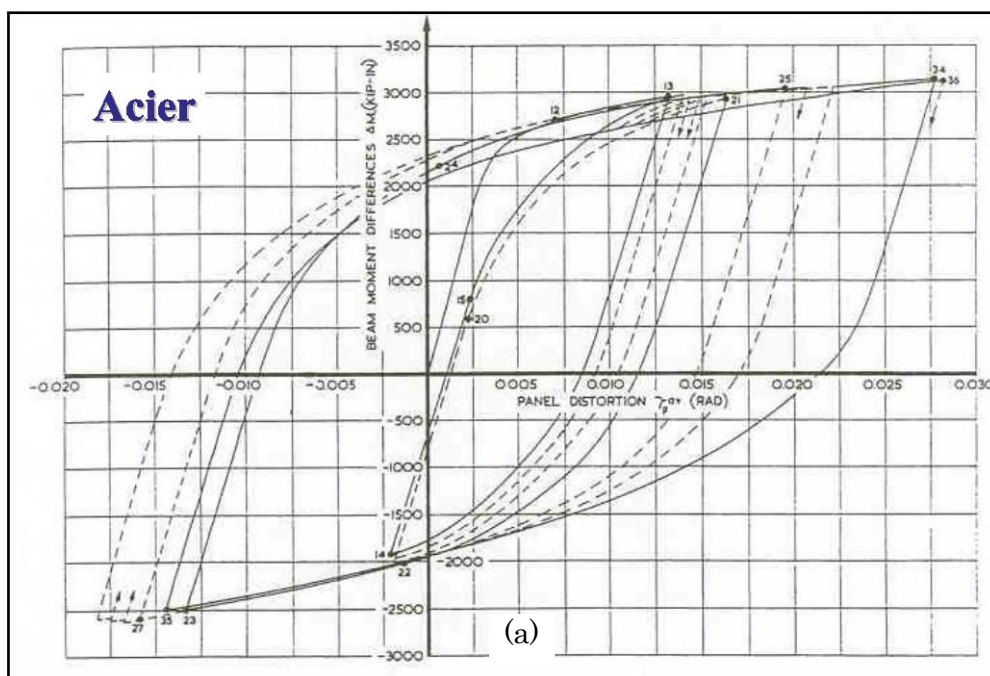


Figure 1.2. Courbes effort-déplacement

(a) Acier (Krawinkler-Bertero-Popov) (b) Béton armé (Popov-Bertero)

Les différences notables entre les deux matériaux testés se rapportent à la dégradation qui apparaît pour le béton armé, pour des cycles d'amplitude de déplacement élevée. Pour l'acier, même pour des cycles d'amplitude élevée, l'effort applicable à la pièce reste sensiblement constant ; pour le béton armé, cet effort chute très rapidement au-delà d'un certain seuil. Corrélativement, la forme des boucles d'hystérésis change ; passant d'une forme régulière à une forme en S.

Les deux courbes de la figure précédente ne sont que la manifestation, à l'échelle macroscopique de la pièce testée, de phénomènes irréversibles se produisant à l'échelle du matériau : plastification de l'acier, fissuration du béton et plastification des armatures.

1.3.2 Modèles non linéaires

Une grande diversité apparaît dans l'élaboration des modèles prenant en compte les déformations inélastiques. D'un côté, il y a des modèles largement idéalisés, faisant recours à de considérables simplifications, mais qui ne sont que des approches du comportement réel des structures. D'un autre côté, il y a les modèles empiriques basés sur des études expérimentales. Ils décrivent précisément le comportement de systèmes particuliers soumis à des sollicitations toutes aussi particulières, malheureusement ces modèles ne peuvent être facilement généralisés pour d'autres systèmes soumis à d'autres sollicitations. D'où la difficulté de les appliquer à un problème générale de réponse dynamique.

Dans ce qui suit, nous allons présenter quelques modèles non linéaires idéalisés. Ces modèles sont caractérisés par une loi de comportement formée par des segments de droites.

1.3.2.1 Modèle Elasto-Plastique Bilinéaire

Comme son nom l'indique, ce modèle est constitué de deux segments de droites, l'un décrit la phase élastique et l'autre décrit la phase plastique, selon que ce second présente une pente ou pas, on définit deux types de modèles Elasto-Plastique bilinéaires :

a) Modèle Elasto-Plastique parfait

Le comportement du type de la figure (1.2.b), est complexe et délicat à modéliser. Par contre, celui de la figure (1.2.a) peut être schématisé comme indiqué sur la figure (1.3).

Sous chargement cyclique, la courbe effort-déplacement est approchée par un diagramme bilinéaire dit « *Elasto-plastique parfait* », comportant une pente initiale jusqu'à un

déplacement u_y correspondant à une force f_y dite limite d'élasticité, puis un plateau à effort constant au-delà de u_y (écoulement plastique libre).

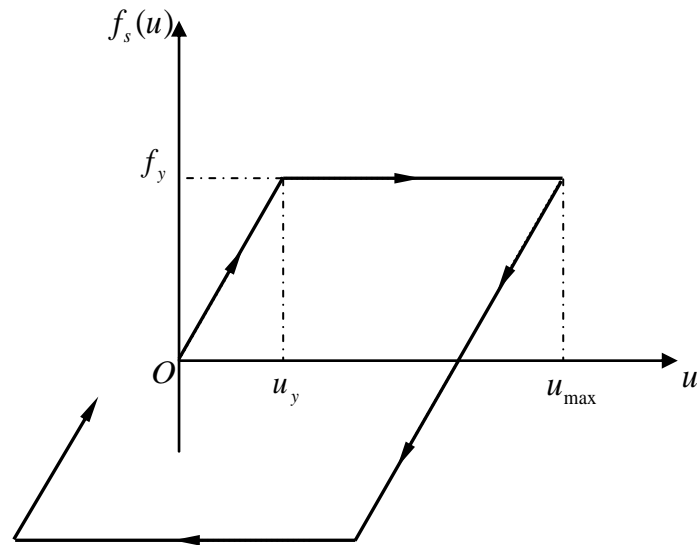


Figure 1.3. Modèle Elasto-Plastique parfait

La décharge¹ qui intervient pour la valeur u_{\max} du déplacement, s'effectue suivant un trajet parallèle à celui du chargement initial ; la décharge se poursuit jusqu'à l'atteinte d'une force égale à $-f_y$, valeur pour laquelle un plateau apparaît dans la courbe. Le chargement à partir d'un point de ce plateau suit de nouveau un trajet parallèle à celui du chargement initial, et ainsi de suite.

b) Modèle Elasto-Plastique écrouissable

Ce modèle est une amélioration du modèle précédant, il est constitué de deux segments de droites, l'un décrit la phase élastique où la pente de la droite représente la rigidité initiale de la structure, et l'autre décrit la phase plastique, mais contrairement au modèle élasto-plastique parfait, ce segment de droite n'est plus un plateau mais présente

¹ Chargement dans le sens opposé

une pente K_p couramment appelée rigidité plastique. Ce modèle est encore mieux adapté pour schématiser le comportement de la figure (1.2.a).

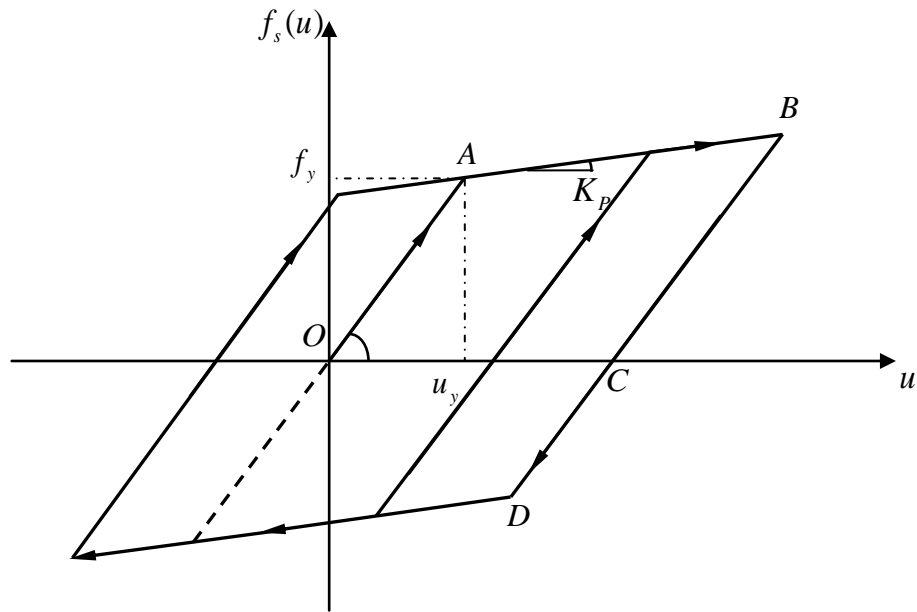


Figure 1.4. Modèle Elasto-Plastique avec écrouissage

L'expression de la force de rappel en fonction du déplacement est donnée par :

$$f_s(u) = \begin{cases} Ku & -u_y \leq u \leq u_y \\ K[pu + (1-p)u_y] & u \geq u_y \\ K[pu - (1-p)u_y] & u \leq -u_y \end{cases} \quad (1.2)$$

Où f_s est la force de rappel ; K la rigidité initiale de la structure ; p le rapport de rigidité, tel que : $p = \frac{K_p}{K}$.

Vu la simplicité de ce modèle, nous pouvons décrire le comportement en tout point de l'histoire du chargement. Le chemin parcouru par un point sur le diagramme Force-Déplacement représenté sur la figure (2.4) durant un cycle de chargement est constitué de :

Point O : la structure est considérée au repos, le déplacement et la vitesse initiale sont nuls.

Segment OA : décrit un comportement élastique avec une rigidité initiale K , la force de rappel est donnée par $f_s = K.u$.

Point A : est le point où le déplacement atteint sa valeur élastique limite u_y au-delà de laquelle le comportement entre en phase plastique. La force de rappel en ce point est appelée force élastique limite f_y .

Segment AB : dans ce segment, le comportement est plastique avec une rigidité K_p où $K_p = p.K$; p variant de 0 à 10 %. On remarque que dans le cas où $p = 0$ on retrouve le comportement Elasto-Plastique parfait. Lorsque la vitesse s'annule le déplacement aura atteint sa valeur plastique ultime u_{\max} au point B.

Segment BD : le déplacement redevient élastique avec la même rigidité initiale K , mais avec un déplacement plastique résiduel irréversible.

Il est à noter que ces modèles Elasto-plastique bilinéaire, sont des modèles non dégradables ; la rigidité ne change pas durant les cycles de chargement, ils présentent des boucles d'hystérésis stables. Ce type de modèle est souvent utilisé pour représenter le comportement des éléments métalliques ayant une grande capacité de déformation.

1.3.2.2 Le « Q model »

Le « Q model » représenté sur la figure (1.5), peut être aperçu comme un modèle bilinéaire modifié, qui fait apparaître une dégradation de la rigidité [31, 48].

Après une première phase élastique de rigidité initiale K (segment 0), la structure entre en phase inélastique (segment 1) avec une rigidité $K_p = pK$. Une fois le déplacement maximal atteint, le déchargement (segment 2) se fait avec une rigidité K_r , différente de la rigidité initiale donnée comme suit :

$$K_r = K \left(\frac{u_y}{u_{\max}} \right)^a \quad (1.3)$$

où : a est le paramètre de dégradation de la rigidité lors du déchargement.

Il est à noter que si le point B est atteint en premier, le segment 3 sera orienté vers le point D correspondant à la valeur absolue du déplacement au point B. A l'opposé, si le point D est atteint en premier, le segment 5 sera orienté vers le point B, qui en cette circonstance, représentera la valeur absolue du déplacement au point D.

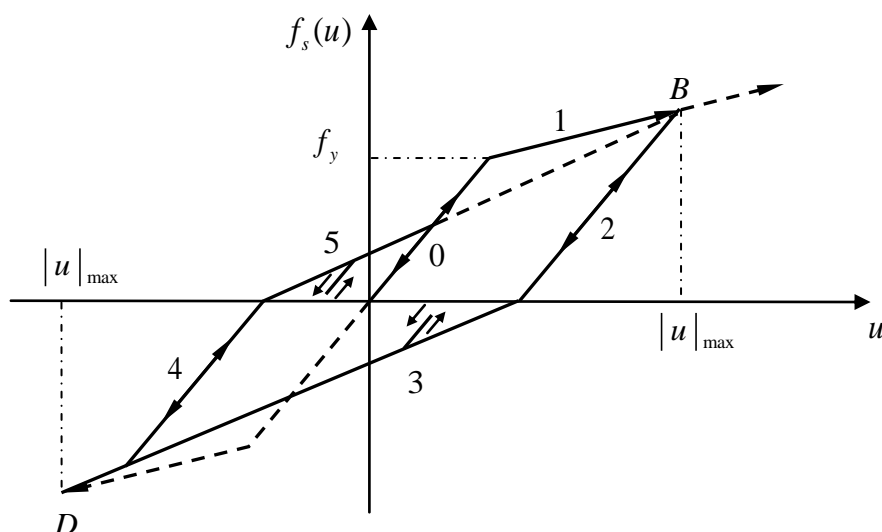


Figure 1.5. Modèle « Q »

Ce modèle présente des dégradations de la rigidité et de la limite élastique de cycle en cycle. Il est considéré assez fiable pour caractériser la flexion dans les éléments en béton armé[31].

1.3.2.3 Modèle de Clough

Ce modèle prend en compte la dégradation de la rigidité au cours des cycles de charment.

Le comportement représenté sur la figure (1.6), est élastique au début du chargement avec une rigidité initiale K (segment 0). Au-delà du déplacement élastique limite, il devient inélastique avec une force de rappel constante donc une rigidité nulle (segment 1) jusqu'à ce que la vitesse s'annule (point B), le déplacement atteint alors sa limite inélastique. A partir de ce point le comportement entre de nouveau en phase élastique avec la même rigidité initiale K (segment 2). Lorsque le déplacement atteint le point X où la structure possède les mêmes caractéristiques qu'au point de repos mais avec un déplacement inélastique permanent, la rigidité subit une altération et le comportement est alors représenté par une droite se dirigeant vers le déplacement maximum dans la direction opposée. La pente de cette droite peut être calculée en connaissant les caractéristiques de ses deux extrémités (segment 3). Si la vitesse change de signe, la structure entre à nouveau en phase élastique avec la même rigidité initiale (segment 8). Jusqu'à la fin de la réponse, la rigidité continue à changer d'un segment à un autre, selon que le comportement soit élastique ou inélastique. Il faut juste noter que le passage d'une direction à une autre est toujours orienté vers le déplacement maximal déjà atteint dans la direction opposée.

permis d'avoir la courbe primaire représentée sur la figure (1.7). Cette courbe fait apparaître les deux points de changement de rigidité.

Le modèle de Takeda est le modèle qui se rapproche le plus du comportement réel des structures ou des éléments structuraux en béton armé, en raison du développement des fissurations, de la microfissuration et de la dégradation de l'adhérence acier béton. Cependant, vu la complexité du modèle Takeda, plusieurs chercheurs ont fait des modifications simplificatrices pour mieux l'adapter à des cas plus généraux. Parmi ces chercheurs, Lestuzzi qui a proposé le modèle Takeda modifié [31, 34, 36, 37, 48].

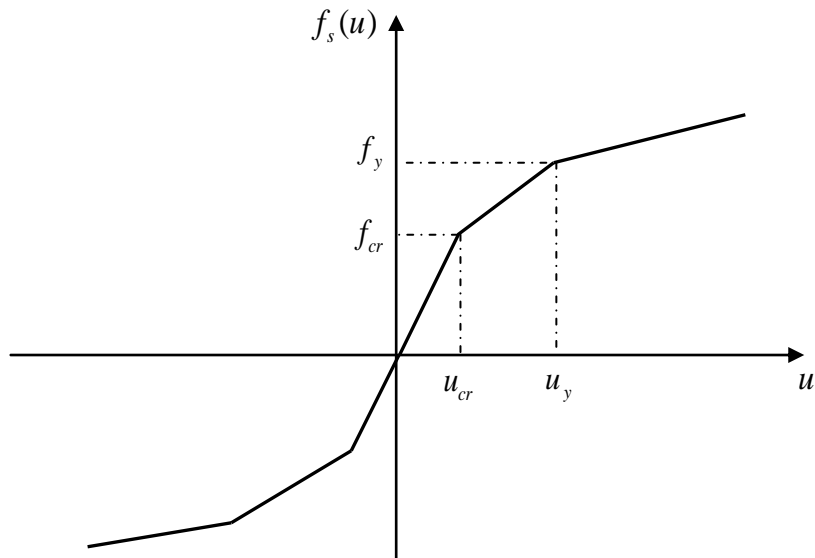


Figure 1.7. Courbe primaire du modèle de TAKEDA

1.3.2.5 Modèle de TAKEDA modifié

Le modèle Takeda modifié a été testé expérimentalement dans le but d'analyser le comportement dynamique des murs porteurs en béton armé sous charge sismique.

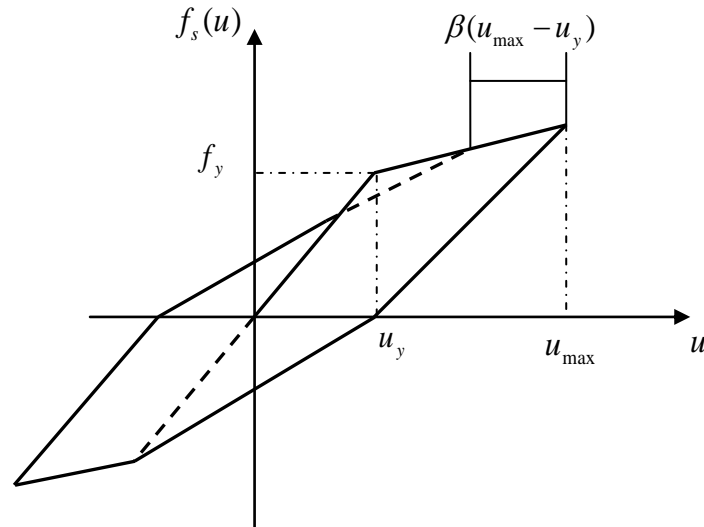


Figure 1.8. Modèle de TAKEDA modifié

Sur la figure (1.8) on a représenté le diagramme Force-Déplacement. Il est à remarquer qu'il ne présente pas de points de fissuration ce qui introduit une grande simplification dans l'interprétation des résultats, sans toutefois trop s'éloigner du comportement réel des structures. Un autre paramètre de dégradation de rigidité β est introduit, ce paramètre est compris entre 0 et 1 [31, 34, 36, 37, 48].

1.4 Dissipation d'énergie

Sous l'action d'un séisme, une structure absorbe de l'énergie (figure 1.9). Cette absorption s'articule essentiellement autour de quatre termes [15, 31, 46, 56] :

- énergie de déformation élastique
- énergie cinétique
- énergie d'amortissement
- énergie de déformation plastique par hystérésis matériel.

L'action sismique étant représentée par un déplacement $u_g(t)$ à la base de la structure, l'équation d'équilibre dynamique d'une structure de masse M et d'amortissement C s'écrit sous la forme suivante :

$$M\ddot{U}(t) + C\dot{U}(t) + F_s(U) = -M.\ddot{u}_g(t) \quad (1.4)$$

où : F_s : force élasto-plastique de rappel de la structure. Lorsque le comportement est considéré élastique : $F_s(U) = KU(t)$, avec K : la matrice de rigidité initiale de la structure

U : déplacement relatif de la structure par rapport à la base

t : variable temps

$\dot{}$: dérivée par rapport au temps

Partant de cette équation, on peut mettre les divers termes d'énergie mentionnés plus haut en multipliant par $\dot{U} dt$ et en intégrant sur la durée t_0 d'un tremblement de terre :

$$M \int_0^{t_0} \ddot{U}(t) \dot{U}(t) dt + C \int_0^{t_0} [\dot{U}(t)]^2 dt + \int_0^{t_0} F(U) \dot{U}(t) dt = \int_0^{t_0} -M\ddot{U}_{sol} \dot{U}(t) dt \quad (1.5)$$

$$E_{cinétique} + E_{d'amortissement} + E_{déformation} = E_{totale entrée}$$

On peut décomposer l'énergie de déformation $E_{déformation}$ en deux termes :

$$E_{déformation} = E_{EL} + E_{EP} \quad (1.6)$$

- E_{EL} est l'énergie de déformation élastique du système à la l'instant final t_0 du séisme
- E_{EP} est l'énergie de déformation plastique ou énergie hystérique cumulée pendant la durée t_0 du séisme qui est dissipée de façon permanente dans la structure à chaque cycle de déformation plastique.

Le terme à droite de l'égalité dans l'équation (1.5) est l'énergie totale entrée (l'input) c'est-à-dire l'énergie injectée à la structure par l'action sismique.

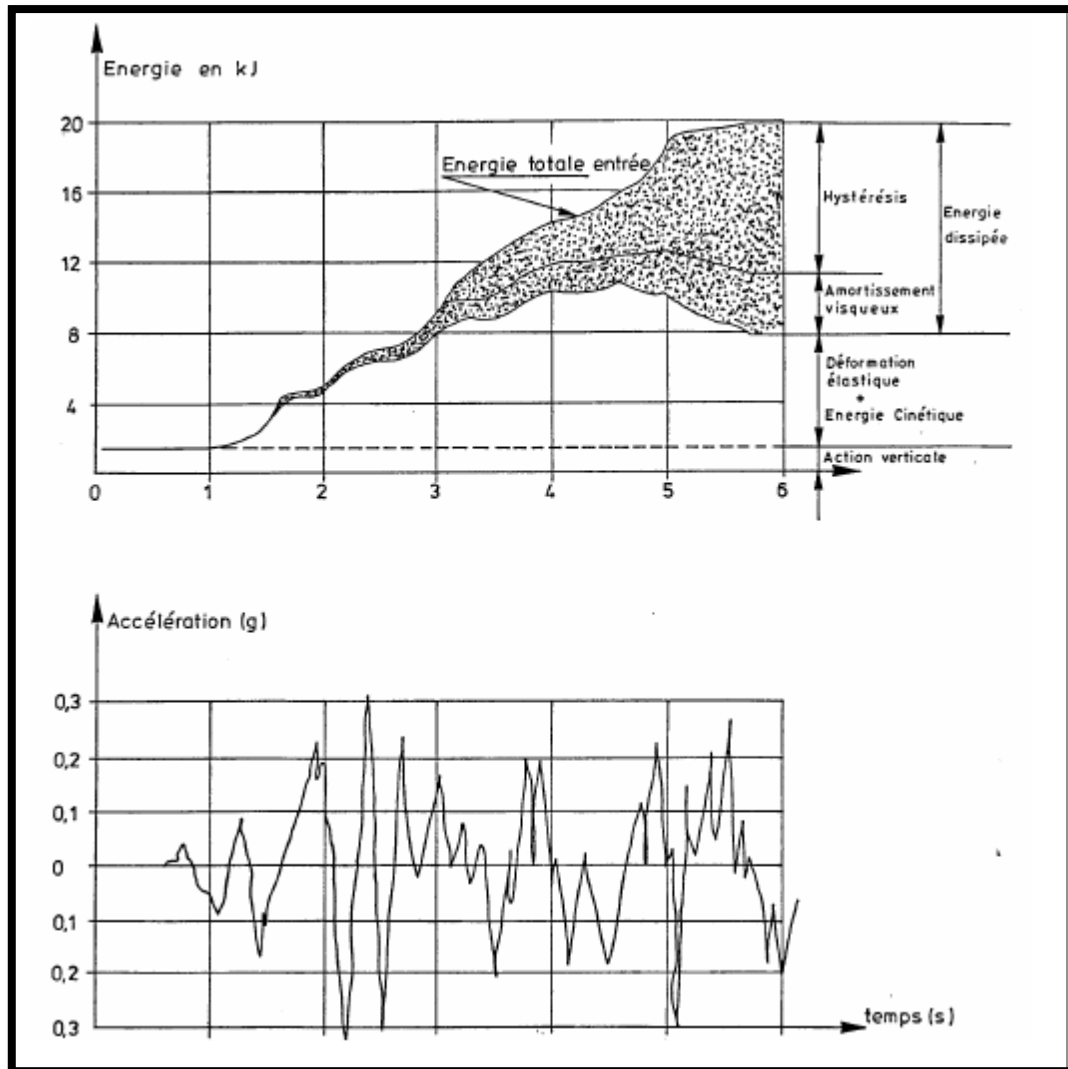


Figure 1.9. Accélérogramme et composantes de l'énergie absorbée calculée par analyse dynamique non linéaire

Les divers termes d'énergies définis dans l'équation (1.5) sont illustrés sur la figure (1.9). Durant le mouvement dynamique, une partie de l'énergie absorbée est stockée temporairement dans la structure sous forme d'énergie de déformation élastique et d'énergie cinétique (correspondant à la partie réversible des déformations) avec transformation réciproque de l'une à l'autre au cours du tremblement de terre. Le reste d'énergie, est dissipée par hystérésis et amortissement dans les éléments de la structure. A la fin du mouvement, toute l'énergie entrée est dissipée. [31, 56]

1.5 Coefficient réducteur d'efforts

Pour les systèmes linéaires (élastiques), il y a une correspondance biunivoque entre force et déplacements. Traditionnellement, le dimensionnement de tels systèmes fait appel à l'évaluation des efforts (raisonnement en forces), par contre, pour les systèmes non linéaires (inélastiques), il n'existe plus de relation biunivoque entre force et déplacements, à cet effet la force ne représente plus le paramètre significatif.

Afin de préserver le mode de raisonnement en forces familier aux ingénieurs lors du dimensionnement des systèmes dont le comportement devient inélastique sous l'action sismique. Les efforts sont évalués par un calcul élastique simple puis affectés d'un coefficient réducteur d'efforts. La valeur de ce coefficient dépend du matériau constitutif de l'ouvrage (acier, béton,..) et de son schéma structurel (portique, voiles...).

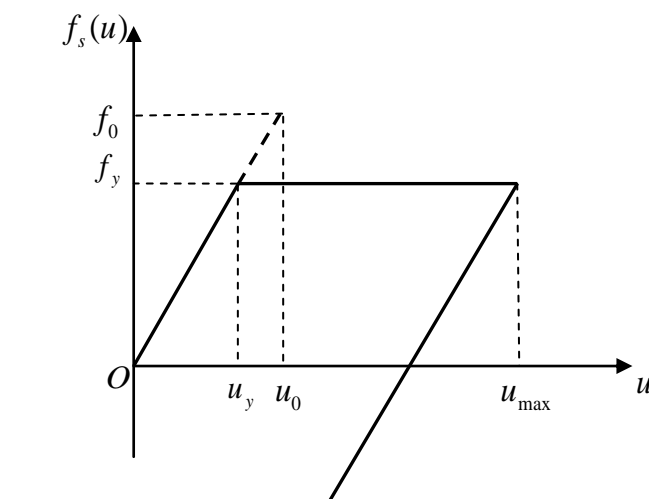


Figure 1.10. Définition du coefficient de réduction d'effort et de Ductilité

Si le matériau constitutif du système possédait une résistance infinie, le comportement serait élastique. Sous l'action d'une sollicitation sismique d'amplitude d'effort maximale f_0 , le déplacement atteint vaudrait u_0 figure (1.10), tel que : $f_0 = Ku_0$.

La capacité de résistance du matériau limite en fait l'effort supporté par le système à une valeur f_y , appelée limite d'élasticité (yield strength) qui, dans le cas du comportement élasto-plastique parfait, se confond avec la résistance limite du matériau ; f_0 apparaît donc comme étant la résistance minimale que doit posséder le système pour rester élastique lors du chargement considéré. Dans le cas d'un matériau écrouissable, f_y représente la force correspondant à la première apparition de phénomènes irréversibles. [15, 45]

Il est alors naturel d'introduire la limite d'élasticité normalisée, définie par :

$$\bar{f}_y = \frac{f_y}{f_0} = \frac{u_y}{u_0} \quad (1.7)$$

Si la réponse du système est telle que \bar{f}_y est inférieure à 1, le comportement est non linéaire avec apparition de déplacements irréversibles.

On introduit alors le « *coefficient réducteur des efforts* », noté R_y comme suit :

$$R_y = \frac{f_0}{f_y} = \frac{1}{\bar{f}_y} \quad (1.8)$$

Ce dernier est égal à 1 pour un système à comportement élastique et supérieure à 1 pour un système répondant de façon inélastique. Le coefficient réducteur d'effort peut être considéré comme une définition simplifiée du coefficient de comportement global d'une structure.

1.6 Ductilité

La ductilité est une caractéristique essentielle des structures devant résister aux séismes par la formation d'un mécanisme plastique global. Le terme « *ductilité* » définit la capacité d'une structure et de différents éléments présélectionnés à se déformer inélastiquement sans perte excessive de résistance et de raideur. On distingue quatre manières de quantifier la ductilité dans une structure : la ductilité de déformation, la ductilité de courbure, la ductilité de rotation et la ductilité de déplacement. La première liée à la capacité de déformation locale des matériaux, la deuxième est associée à la capacité de rotation dans une section de poutre pure, la troisième est associée à une réalité en bout de poutre qui implique outre la section, les moyens d'assemblage, voire la colonne. La quatrième se réfère au comportement global de la structure [13, 15, 21, 45].

Ces quatre manières de quantifier la ductilité dans une structure sont illustrées à la figure (1.11).

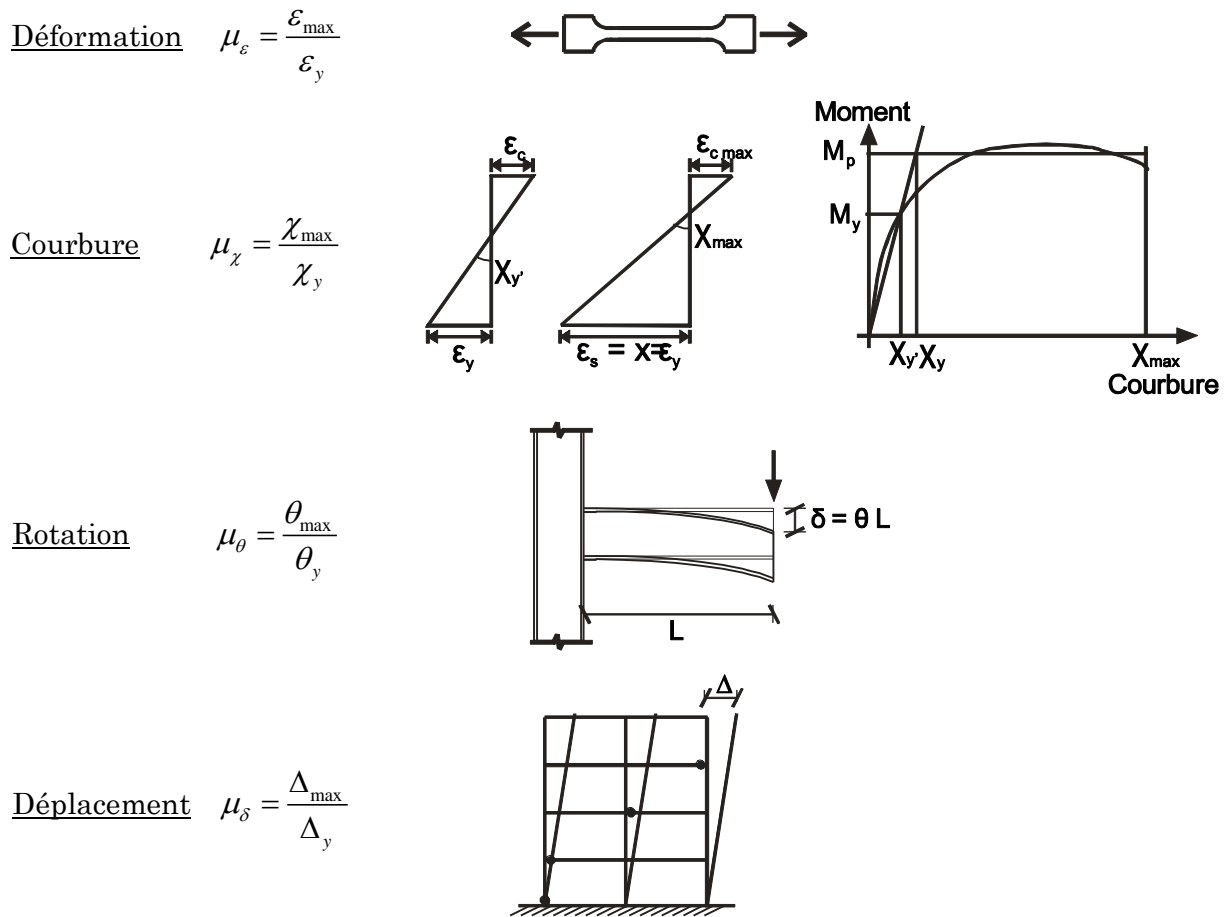


Figure 1.11. Quatre niveaux de définition de la ductilité

1.6.1 Ductilité de déformation

La source de ductilité est la capacité des matériaux à supporter des déformations plastiques sans réduction importante de contrainte. On définit la ductilité de déformation comme le rapport de la déformation maximale imposée ε_{\max} à la déformation élastique limite ε_y :

$$\mu_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_y} \tag{1.9}$$

1.6.2 Ductilité de courbure

Dans les poutres, c'est la capacité de rotation dans les rotules plastiques qui intéresse. On peut définir une ductilité de courbure comme étant le rapport entre la courbure maximale χ_{\max} et la courbure à la limite d'élastique χ_y :

$$\mu_{\chi} = \frac{\chi_{\max}}{\chi_y} \quad (1.10)$$

1.6.3 Ductilité de rotation

Une ductilité de rotation importante ne peut s'obtenir que si les déformations plastiques ont la possibilité de se développer sur une longueur suffisante de l'élément. On définit la ductilité de rotation de la poutre comme le rapport entre la rotation maximale de la rotule plastique θ_{\max} et la rotation à la limite d'élasticité θ_y :

$$\mu_{\theta} = \frac{\theta_{\max}}{\theta_y} \quad (1.11)$$

1.6.4 Ductilité de déplacement

La ductilité en déplacement est généralement une mesure de la ductilité globale de la structure. Elle est définie comme étant le rapport du déplacement latéral maximal ($\Delta_{\max} = \Delta_y + \Delta_p$) au déplacement latéral élastique limite Δ_y .

$$\mu_{\delta} = \frac{u_{\max}}{u_y} = \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_y} = 1 + \frac{\Delta_p}{\Delta_y} \quad (1.12)$$

Elle peut être directement comparée à la ductilité nécessaire pour résister au séisme et qui est donnée par le coefficient de comportement global de la structure R . Le déplacement latéral devrait être mesuré au centre de gravité des forces sismiques, mais il est généralement pris au niveau du toit, sans grande erreur.

Dans notre travail on s'intéresse principalement au comportement global de la structure, c'est donc cette dernière définition de la ductilité que l'on retiendra.

Il est très important de faire la différence entre la ductilité disponible (capacité) dans le système et la demande de ductilité, qui elle est imposée au système par l'action sismique.

La conception parasismique consiste à estimer la capacité de ductilité pour ensuite déduire la résistance requise pour laquelle, en présence de mouvements sévères, les demandes de ductilité n'excéderont pas les capacités de ductilités disponible dans le système. La demande de ductilité, varie en général entre 1 pour les structures répondant élastiquement, à 6 pour les structures ductiles.

Chapitre 2

Structures en poutres et la méthode des éléments finis

2.1 Introduction

La méthode des éléments finis est communément utilisée aujourd'hui pour l'analyse des structures dans de nombreux domaines de l'industrie : aérospatial, nucléaire, génie civil, construction navale, mécanique, techniques off-shore, etc....

Les barres comme les poutres, forment généralement l'ossature de la majorité des structures, l'étude de ces structures est basée donc sur ces éléments.

Comme notre étude se portera sur les structures portantes formées spécialement par des éléments poutre. Ce présent chapitre est consacré à la formulation en éléments finis de l'élément poutre pour un comportement flexionnel et axial.

2.2 La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est apparue vers 1955, en même temps que les ordinateurs puissants. D'abord appliquée au calcul des structures et solides, elle a pris, dès 1965, une extension fantastique, lorsqu'on a réalisé qu'elle représentait, en fait, une méthode générale de résolution numérique des problèmes aux limites. Tout phénomène physique, dont la modélisation conduit à des équations différentielles avec des conditions aux limites, lui devenait accessible : structure, solide, chaleur, fluide, combustion, électromagnétique, acoustique...etc [26].

Le succès initial et actuel de la méthode des éléments finis auprès des ingénieurs confrontés au calcul des structures tient aussi du point de vue physique qu'on peut en donner. Cet aspect essentiel de la méthode est étroitement lié à ses premiers développements, qui s'inspirent directement du calcul des structures en barres et en poutres par la méthode des déplacements, d'une part, et d'un procédé de découpage-assemblage familier aux ingénieurs, d'autre part. [26]

Le principe de base de la méthode consiste à discrétiser le domaine physique à traiter en plusieurs sous domaines simples appelés éléments finis à dimensions non infinitésimales, et utiliser l'approximation nodale sur chaque élément, puis à assembler pour reconstituer le domaine original.

Sans pour autant d'écrire en détail la résolution d'un problème physique par la méthode des éléments finis qui est bien connue [5, 6, 18, 19, 20, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 38, 47, 50, 52, 53, 54, 55], en résumé celle-ci suit généralement les étapes décrites par la figure suivante :

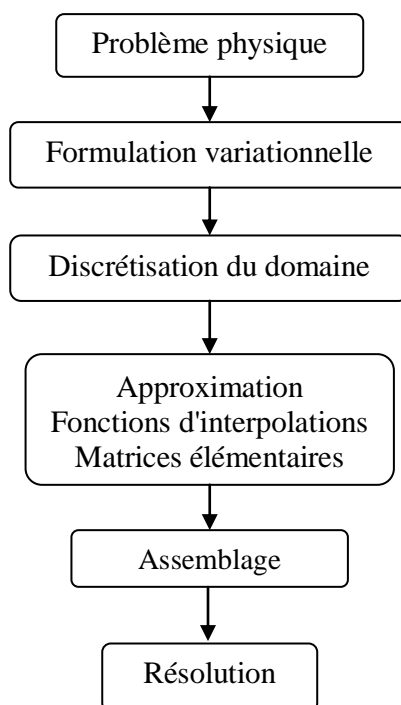


Figure 2.1. Etapes générale de la M.E.F

2.3 Formulation de l'élément barre (comportement axial)

L'élément barre est utilisé dans les assemblages de barres ou de tiges travaillant en traction ou compression. On les trouve surtout en charpente métallique et dans les systèmes à treillis.

2.3.1 Equation du comportement dynamique

Pour formuler cet élément, on considère une barre de section A , de longueur L soumise à une traction $P(x)$ variant de P_0 à P_L représenté à la figure (2.2).

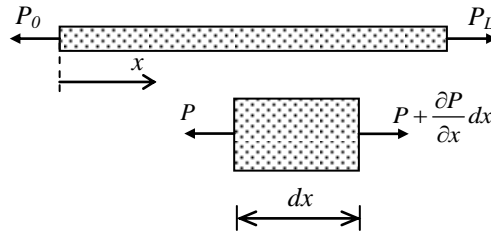


Figure 2.2. Equilibre élémentaire

Une portion infinitésimale de longueur dx située à la coordonnée x le long de la barre, est en équilibre dynamique sous le système de forces suivant :

$$\sum F = m\gamma$$

$$\left[P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right] - P = (\rho A dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Dans cette expression u désigne le déplacement longitudinal, x est la coordonnée et t le temps. Si on désigne par E le module d'élasticité du matériau avec lequel est faite la barre, la loi de Hooke donne la contrainte axiale en fonction de la déformation longitudinale :

$$\frac{P}{A} = \sigma_x = E \varepsilon_x \quad (2.2)$$

La déformation est liée au déplacement par la dérivée par rapport à x :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.3)$$

En substituant (2.3) dans (2.2), on obtient l'expression de la traction P en fonction du déplacement u :

$$P = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.4)$$

D'où l'équation différentielle de l'équilibre de l'élément dx qui s'obtient en remplaçant (2.4) dans (2.1) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

2.3.2 Formulation de l'élément et construction des matrices élémentaires

En prenant δu comme fonction de pondération, la formulation variationnelle forte de l'équation (2.5) s'écrit :

$$\int_0^L \left\{ \delta u \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] - \delta u \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right\} dx = 0 \quad (2.6)$$

La formulation faible s'écrit en prenant l'intégration par parties du premier terme :

$$\int_0^L \delta \frac{\partial u}{\partial x} EA \frac{\partial u}{\partial x} dx + \int_0^L \delta u \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx - \left[\delta u EA \frac{\partial u}{\partial x} \right]_0^L = 0 \quad (2.7)$$

Le dernier terme n'est que la différence des forces appliquées aux extrémités de la barre : $\delta u|_{x=L} P_L - \delta u|_{x=0} P$.

Pour la discrétisation de (2.7), on prend des fonctions de forme linéaires² avec $x_1 = 0$ et $x_2 = L$. Les expressions de ces fonctions et leurs dérivées sont :

$$N(x) = \left\langle \frac{x-L}{0-L}, \frac{x-0}{L-0} \right\rangle = \frac{1}{L} \langle L-x, x \rangle ; \quad dN(x) = \frac{1}{L} \langle -1, 1 \rangle \quad (2.8)$$

Ainsi en remplaçant pour les différents opérateurs on obtient :

$$\delta u = \langle \delta u_0 \quad \delta u_L \rangle \begin{Bmatrix} (L-x)/L \\ x/L \end{Bmatrix} \quad \delta \frac{\partial u}{\partial x} = \langle \delta u_0 \quad \delta u_L \rangle \begin{Bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{Bmatrix} \quad (2.9a)$$

$$\delta u|_{x=0} = \langle \delta u_0 \quad \delta u_L \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \delta u|_{x=L} = \langle \delta u_0 \quad \delta u_L \rangle \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.9b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \langle -1/L \quad 1/L \rangle \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_L \end{Bmatrix} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{L} \langle L-x \quad x \rangle \begin{Bmatrix} \ddot{u}_0 \\ \ddot{u}_L \end{Bmatrix} \quad (2.9c)$$

² Que l'on peut obtenir directement en utilisant le polynôme de Lagrange ; $N_i(x) = \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$

où : \ddot{u} représente la seconde dérivée par rapport au temps des déplacements ; c'est-à-dire l'accélération.

Avec ces expressions l'équation intégrale faible (2.7) devient après simplification de $\langle \delta u_0 \delta u_L \rangle$:

$$\int_0^L \begin{Bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{Bmatrix} EA \langle -1/L \ 1/L \rangle dx \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_L \end{Bmatrix} + \int_0^L \frac{1}{L} \begin{Bmatrix} L-x \\ x \end{Bmatrix} \rho A \frac{1}{L} \langle L-x \ x \rangle dx \begin{Bmatrix} \ddot{u}_0 \\ \ddot{u}_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_0 \\ P_L \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

Soit sous forme matricielle : $K_e U_e + M_e \ddot{U} = F_e$, avec :

$$K_e = \int_0^L \begin{Bmatrix} -1/L \\ 1/L \end{Bmatrix} EA \langle -1/L \ 1/L \rangle dx = \frac{1}{L^2} \int_0^L EA \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} dx = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$M_e = \int_0^L \frac{1}{L} \begin{Bmatrix} L-x \\ x \end{Bmatrix} \rho A \frac{1}{L} \langle L-x \ x \rangle dx = \frac{\rho A}{L^2} \int_0^L \begin{bmatrix} (L-x)^2 & x(L-x) \\ x(L-x) & x^2 \end{bmatrix} dx = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$F_e = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} P_L - \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} P_0 = \begin{Bmatrix} -P_0 \\ P_L \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

Les matrices élémentaires K_e et M_e sont appelées respectivement matrice de rigidité et matrice masse. F_e est le vecteur chargement de l'élément. L'expression de la matrice masse telle qu'elle est obtenue en (2.12) est appelée masse cohérente ou répartie ; il est possible de concentrer la masse de l'élément en ses extrémités. En attribuant à chacun des deux nœuds la moitié de la masse totale de l'élément soit :

$$M_e^c = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.4 Formulation de l'élément poutre

L'élément poutre est utilisé pour reprendre, en plus de l'effort axial comme l'élément barre, un chargement perpendiculaire à son axe. On considère comme poutres les pièces

élancées (en béton armé ou en acier), qui ont une dimension très grande par rapport aux deux autres et qui travaillent généralement en flexion.

2.4.1 Equation du comportement dynamique

La formulation de l'élément poutre peut être obtenue en se basant sur la théorie de la résistance des matériaux ; on considère une poutre de section A et de longueur L soumise à un chargement $q(x)$ variant le long de son axe longitudinal tel que montrer sur la figure (2.3) ci-après :

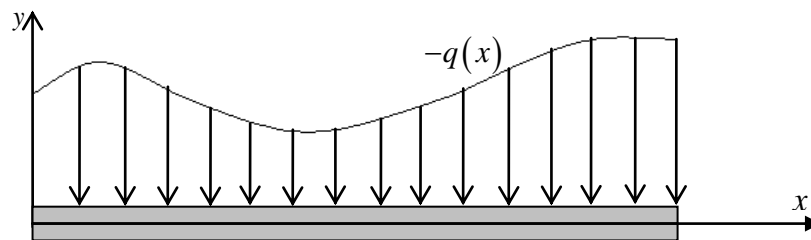


Figure 2.3. Poutre chargé

Sous l'effet du chargement, la poutre fléchit et se déplace verticalement d'un déplacement $v(x)$. On suppose qu'après déformation, les sections droites restent planes et perpendiculaires à la ligne moyenne³ ; elles subissent de ce fait une rotation d'angle θ dans son plan.

Considérons un élément dx de la poutre délimité par de sections voisines, l'une droite et l'autre inclinée figure (2.4).

La rotation de la section déformée est la tangente de la ligne moyenne courbée :

$$\theta = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.15)$$

³ Hypothèse de Bernoulli

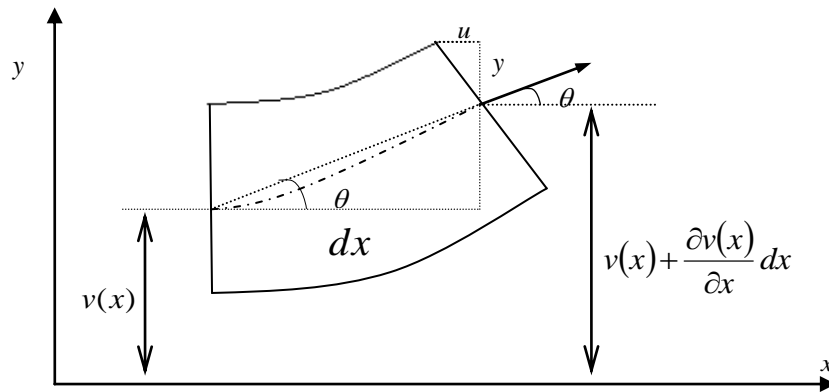


Figure 2.4. Déformation d'une section

Sous l'effet de la rotation, la section subit un déplacement horizontal u variant linéairement de la fibre inférieure à la fibre supérieure. En un point de la section ce déplacement vaut :

$$u = -\theta y = -y \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.16)$$

où y est la distance à partir de la ligne moyenne.

Dans le cadre de l'hypothèse de petites déformations, la déformation axiale suivant x le long de la section s'écrit :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.17)$$

Si on désigne par E le module d'élasticité du matériau de la poutre, d'après la loi de Hooke, la répartition des contraintes le long de la section est :

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = E \frac{\partial u}{\partial x} = -Ey \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (2.18)$$

Le moment créé par ces contraintes doit équilibrer le moment de flexion M créé par le chargement extérieur :

$$M - \int_A \sigma_x \cdot y \cdot dA = M - E \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \int_A y^2 dA \quad \Rightarrow \quad M = E \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \int_A y^2 dA \quad (2.19)$$

En posant I_z le moment d'inertie par rapport à l'axe z perpendiculaire au plan (xy)

$I = I_z = \int_A y^2 dA$, l'expression du moment devient :

$$M = EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \tag{2.20}$$

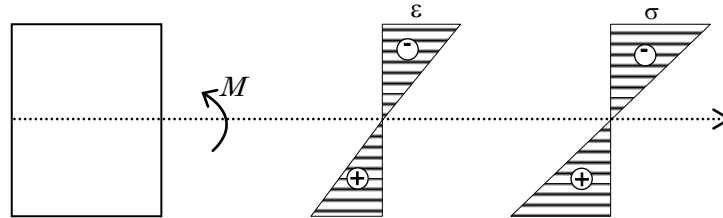


Figure 2.5. Répartition des contraintes

Considérons un tronçon de poutre en flexion simple de longueur Δx

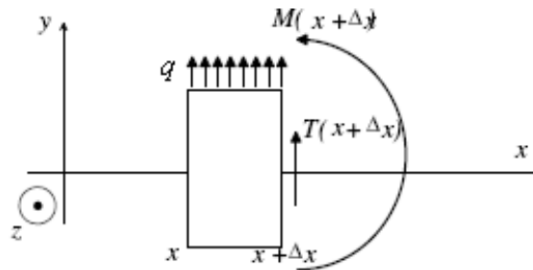


Figure 2.6. Tronçon de poutre en flexion simple

L'expression de l'équilibre dynamique de rotation par rapport à un point O sur l'axe neutre de la section de gauche pour un chargement positif dans le sens de l'axe y donne :

$$M(x + \Delta x) - M(x) + T(x + \Delta x)\Delta x + q(x)\Delta x \frac{\Delta x}{2} = J_{Ezz} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \tag{2.21}$$

où J_{Ezz} désigne le moment d'inertie mécanique équatorial du tronçon et t le temps.

Si on néglige les effets d'inertie dus à la rotation on aboutit à l'expression suivante :

$$\frac{M(x + \Delta x) - M(x)}{\Delta x} + T(x + \Delta x) + q(x) \frac{\Delta x}{2} = 0 \tag{2.22}$$

En faisant tendre $\Delta x \rightarrow 0$, on aboutit à la relation effort tranchant et moment fléchissant :

$$\frac{\partial M(x)}{\partial x} + T(x) = 0 \quad (2.23)$$

En tenant compte de l'équation (2.20) dans (2.23) on aboutit à la relation :

$$T(x) = -\frac{\partial}{\partial x} (EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}) \quad (2.24)$$

L'équation d'équilibre dynamique de translation de ce tronçon suivant l'axe y pour un chargement positif dans le sens de l'axe y s'écrit :

$$T(x + \Delta x) - T(x) + q(x)\Delta x = \Delta x \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2.25)$$

avec : ρ est la masse volumique du matériau de la poutre.

En divisant par Δx et en faisant tendre $\Delta x \rightarrow 0$, on obtient l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial x} + q(x) = \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2.26)$$

En considérant l'expression de l'effort tranchant de l'équation (2.24), on aboutit à l'équation d'équilibre dynamique de la poutre en flexion :

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x} (EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}) = q(x) \quad (2.27)$$

2.4.2 Formulation de l'élément et construction des matrices élémentaires

2.4.2.1 Formulation variationnelle

En désignant par L la longueur de la poutre et en prenant δv la fonction poids, la formulation variationnelle forte associée à l'équation (2.27) s'écrit :

$$\int_0^L \delta v \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx + \int_0^L \delta v \rho \frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}) dx = \int_0^L \delta v q(x) dx \quad (2.28)$$

La forme intégrale faible s'obtient avec deux intégrations par partie de la deuxième partie du premier terme de l'équation comme suit :

$$\int_0^L \delta v \rho \frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}) dx = - \int_0^L \frac{\partial \delta v}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}) dx + \left[\delta v \frac{\partial}{\partial x} (EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}) \right]_0^L \quad (2.29a)$$

$$\int_0^L \frac{\partial \delta v}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}) dx = - \int_0^L \frac{\partial^2 \delta v}{\partial x^2} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx + \left[\frac{\partial \delta v}{\partial x} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]_0^L \quad (2.29b)$$

Compte tenu des expressions (2.20), (2.24), les seconds termes représentent la différence des chargements en forces (T_0, T_L) et en moment (M_0, M_L), appliqués aux extrémités de la poutre. De plus, on peut remplacer la dérivée des perturbations des déplacements par une perturbation des rotations : $\theta = \frac{\partial v}{\partial x} \Rightarrow \delta\theta = \frac{\partial \delta v}{\partial x}$.

On écrit ainsi les conditions aux limites comme suit :

$$\left[\frac{\partial \delta v}{\partial x} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]_0^L = \delta\theta|_{x=0} M_0 - \delta\theta|_{x=L} M_L \quad (2.30a)$$

$$\left[\delta v \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \right]_0^L = \delta v|_{x=L} T_L - \delta v|_{x=0} T_0 \quad (2.30b)$$

En substituant (2.30) dans (2.29) et le résultat dans (2.28) on obtient l'expression de forme variationnelle faible :

$$\begin{aligned} & \int_0^L \delta v \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx + \int_0^L \frac{\partial^2 \delta v}{\partial x^2} EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx + \delta\theta|_{x=L} M_L + \delta v|_{x=L} T_L - \delta v|_{x=0} T_0 - \delta\theta|_{x=0} M_0 \\ & = \int_0^L \delta v q(x) dx \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.4.2.2 Discrétisation

Pour discrétiser correctement le comportement d'une poutre en flexion, il faut utiliser un élément qui assure la continuité du champ de déplacement et celle du champ de rotation. Nous utilisons donc un élément à deux nœuds avec comme variables nodales la flèche et la rotation. Ce qui nous permet d'identifier nos quatre variables nodales avec une approximation polynomiale cubique.

Considérons un élément poutre à deux nœuds, numérotés localement 1 et 2 sur la figure (2.7).

Le repère local orthonormé lié à l'élément, a pour direction x l'axe de la poutre orienté de 1 vers 2, et pour direction y un vecteur du plan principal d'inertie de la section droite. Le vecteur des variables nodales s'écrit donc comme suit :

$$U_n = \langle v_1 \ \theta_1 \ v_2 \ \theta_2 \rangle \quad (2.31)$$



Figure 2.7. Élément poutre à deux nœuds

Les déplacements et les rotations le long de la poutre sont approximés par :

$$v(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (2.32a)$$

$$\theta(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 \quad (2.32b)$$

L'évaluation de ces polynômes aux nœuds donne :

$$v(0) = a_0 = v_1 ; \quad \theta(0) = a_1 = \theta_1 \quad (2.33a)$$

$$v(L) = v_2 = v_1 + \theta_1 L + a_2 L^2 + a_3 L^3 ; \quad \theta(L) = \theta_2 = \theta_1 + 2a_2 L + 3a_3 L^2 \quad (2.33b)$$

La résolution de (2.33b) pour a_2 et a_3 donne :

$$a_2 = \frac{3}{L^2}(v_2 - v_1) - \frac{1}{L}(2\theta_1 + \theta_2) ; \quad a_3 = \frac{2}{L^3}(v_1 - v_2) + \frac{1}{L^2}(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.34)$$

En remplace ces paramètres dans l'équation (2.32a) et après arrangement des termes, on écrit l'interpolation nodale des déplacements sous la forme :

$$v(x) = N_1(x)v_1 + N_2(x)\theta_1 + N_3(x)v_2 + N_4(x)\theta_2 \quad (2.35)$$

Les fonctions de forme N_i sont appelées polynômes d'Hermite, leurs expressions sont :

$$\begin{aligned} N_1(x) &= 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} ; & N_2(x) &= x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ N_3(x) &= \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} ; & N_4(x) &= -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

2.4.2.3 Matrices élémentaires

En remplaçant dans la forme variationnelle faible (2.31) le déplacement v par son expression (2.35), on obtient pour les perturbations :

$$\delta v = \delta U_n^T N^T \quad ; \quad \delta \theta = \delta U_n^T \frac{dN^T}{dx} \quad ; \quad \text{avec } \delta U_n^T = \langle \delta v_1 \quad \delta \theta_1 \quad \delta v_2 \quad \delta \theta_2 \rangle \quad (2.37)$$

Les dérivées deviennent :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{d^2 N}{dx^2} U_n \quad ; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = N \frac{d^2 U_n}{dt^2} = N \ddot{U}_n \quad (2.38)$$

avec :

$$\frac{d^2 N}{dx^2}(x) = \frac{1}{L^3} \langle 12x - 6L, \quad 6Lx - 4L^2, \quad 6L - 12x, \quad 6Lx - 2L^2 \rangle \quad (2.39)$$

Compte tenu des valeurs des fonctions N et dN aux nœuds, les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{aligned} \delta v \Big|_{x=L} T_L - \delta v \Big|_{x=0} T_0 &= \delta U_n^T \left(\langle 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \rangle^T T_L - \langle 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \rangle^T T_0 \right) \\ &= \delta U_n^T \langle -T_0 \quad 0 \quad T_L \quad 0 \rangle^T \end{aligned} \quad (2.40a)$$

$$\begin{aligned} \delta \theta \Big|_{x=L} M_L - \delta \theta \Big|_{x=0} M_0 &= \delta U_n^T \left(\langle 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \rangle^T M_L - \langle 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \rangle^T M_0 \right) \\ &= \delta U_n^T \langle 0 \quad -M_0 \quad 0 \quad M_L \rangle^T \end{aligned} \quad (2.40b)$$

Ces conditions correspondent au chargement extérieur appliqué aux nœuds. Le vecteur élémentaire F_n des forces et des moments concentrés aux nœuds s'écrit :

$$F_n = \langle -T_0 \quad -M_0 \quad T_L \quad M_L \rangle^T \quad (2.41)$$

Le second terme de la forme variationnelle (2.31) correspond à la charge F_e répartie sur l'élément poutre :

$$\int_0^L \delta v q(x) dx = \delta U_n^T \int_0^L N^T q(x) dx \quad \Rightarrow \quad F_e = \int_0^L N^T q(x) dx \quad (2.42)$$

La discrétisation des deux intégrales restantes dans l'équation (2.31) nous donne les deux matrices masse M_e et rigidité K_e comme suit :

$$\int_0^L \frac{\partial^2 \delta v}{\partial x^2} E I \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx = \int_0^L \delta U_n^T \frac{d^2 N^T}{dx^2} E I \frac{d^2 N}{dx^2} U_n^T dx = \delta U_n^T K_e \quad (2.43)$$

$$\int_0^L \delta v \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx = \int_0^L \delta U_n^T N^T \rho N \ddot{U}_n dx = \delta U_n^T M_e$$

d'où :

$$K_e = \int_0^L \frac{d^2 N^T}{dx^2} EI \frac{d^2 N}{dx^2} dx \quad (2.44)$$

$$M_e = \int_0^L N^T \rho A N dx \quad (2.45)$$

Dans le cas où la poutre est faite d'un même matériau homogène et de même section, l'expression explicite des matrices élémentaires s'écrivent comme suit :

$$K_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} ; M_e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

La même remarque concernant la matrice masse de l'élément barre peut être faite pour l'élément poutre. On associe la moitié de la masse totale de l'élément aux degrés de liberté de translation de chaque nœud. La matrice masse concentrée s'écrit donc :

$$M_{ce} = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Les matrices élémentaires de masse (concentrée) et de rigidité d'un élément présentant un assemblage entre le comportement axial (barre) et flexionnel (poutre) dans le plan, sont données comme suit :

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$M_{ce} = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Pour des éléments destinés à avoir un comportement élasto-plastique non linéaire, la matrice de rigidité élémentaire K_e définie précédemment est la matrice de *rigidité élémentaire initiale*.

2.5 Matrices globales d'une structure en poutres

2.5.1 Matrices masse et rigidité initiales

Les matrices totales de masse et de rigidité initiale d'une structure, sont obtenues par assemblage des matrices élémentaire de tous les éléments de la structure, en prenant les degrés dans un ordre bien défini et en tenant compte des liaisons avec le milieu extérieur.

2.5.2 Matrice d'amortissement

Si on admet que l'amortissement ne dépend que de la vitesse, c'est-à-dire qu'il est du type visqueux, les forces d'amortissement s'expriment au moyen de coefficients d'influences appelés coefficients d'amortissement c_{ij} liant les vitesses de chaque degré de liberté à la résultante correspondant des forces d'amortissement.

c_{ij} : force correspondant à la coordonnée i causé par une vitesse unité à la coordonnée j .

Dans ce contexte, l'amortissement de Rayleigh qui exprime la matrice d'amortissement C sous forme d'une combinaison linéaire de la matrice masse M et de rigidité K est communément utilisé.

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2.50)$$

α, β : sont des coefficients satisfaisant la condition d'orthogonalité de C dans la base modale. Ils peuvent être déterminés à partir de l'analyse modale de la structure en prenant deux pulsations propres de deux modes distincts ; ceux qui participent significativement à la réponse.

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_n} \begin{Bmatrix} \omega_1 \cdot \omega_n \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.51)$$

où : ω_1 : Pulsation propre du premier mode

ω_n : Pulsation propre d'un mode supérieure

ξ : Taux d'amortissement critique

Chapitre 3

Réponse dynamique des structures sous l'action sismique

3.1 Introduction

On peut concevoir l'étude dynamique comme une extension du calcul statique, moyennant, simplement, l'introduction dans l'équation d'équilibre des forces dynamiques supplémentaires provoquées par le mouvement de l'ouvrage. Ainsi, la relation d'équilibre dynamique s'écrit :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) \quad (3.1)$$

Cette équation comprend en outre les forces de raideur (KU) liées aux déplacements qui caractérisent le problème statique, les forces d'inertie ($M\ddot{U}$) liées au vecteur accélération et les forces d'amortissement ($C\dot{U}$) qui sont associées au vecteur vitesses. La prise en compte de ces forces fonctions du temps, transforme le problème statique posé sous forme d'un système d'équations algébriques en un problème dynamique décrit par un système d'équations différentielles couplées. De ce fait, le calcul dynamique est très différent du calcul statique, et demande bien plus de travail.

L'étude de la réponse dynamique d'une structure dans les zones sièges de secousses sismiques, est synonyme de l'analyse de la réponse sismique. Cette analyse peut être menée en linéaire comme en non linéaire selon que la structure demeure linéaire ou pas.

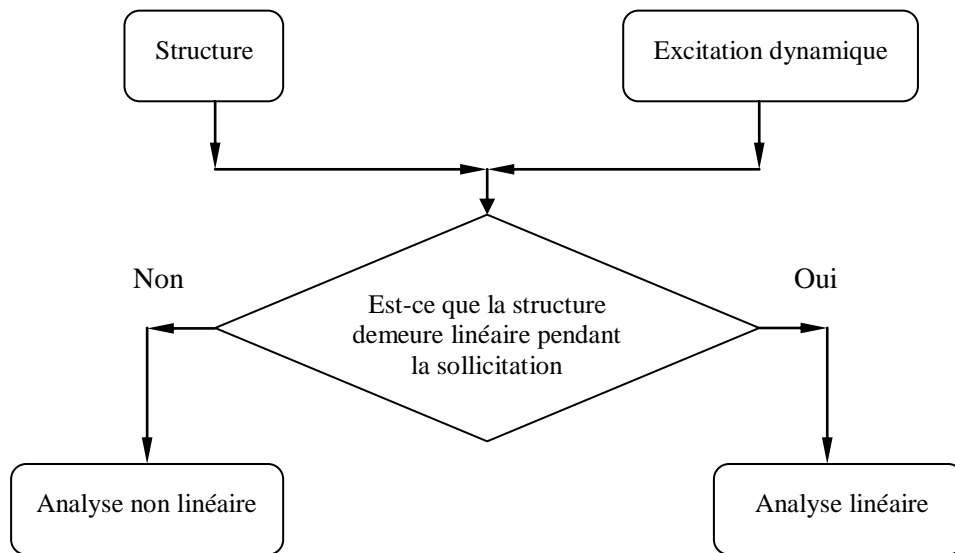


Figure 3.1. Organigramme du choix du type d'analyse dynamique

3.2 Le séisme

Le séisme se traduit essentiellement par une rupture brutale au sein de l'écorce terrestre selon différents types de failles et de mécanismes, et par une émission d'ondes élastiques dont l'énergie mise en jeu pendant le séisme est évaluée par la magnitude. Sa durée est très variable mais toujours brève (quelques secondes à quelques dizaines de secondes). Au voisinage de la source de rupture¹, les ondes créées correspondent à des ondes de volume : ondes longitudinales ou de compression (ondes **P**)² et ondes de cisaillement (ondes **S**)³. Lorsque celles-ci commencent leur ascension vers la surface de la terre, elles rencontrent des hétérogénéités et des discontinuités, elles sont alors réfléchies et réfractées et donnent naissance à d'autres types d'ondes : les ondes de surface (ondes de Rayleigh et de love).

¹ Dit foyer ou hypocentre

² Primaires

³ Secondaire

3.2.1 L'action sismique

L'action d'un tremblement de terre sur une structure se traduit par un déplacement du sol variable dans le temps $u_g(t)$, qui implique des composantes de translation $U(t)$ et de rotation $\theta(t)$ alternées (figure 3.2).

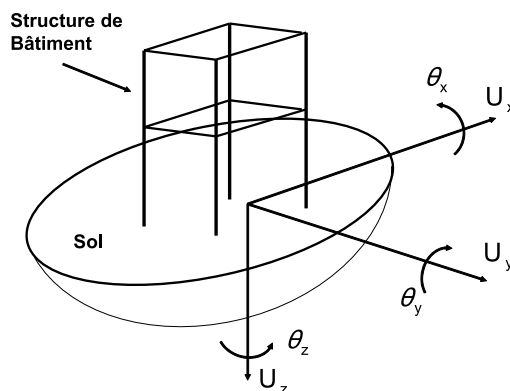


Figure 3.2. Action sismique sur une structure

L'action sismique peut être aussi déterminée à l'aide de l'accélération du sol (ou accélérogramme) $\ddot{u}_g(t)$ en translation et en rotation. Les composantes de rotation ont généralement des effets négligeables. La composante de translation verticale est plus faible que les composantes horizontales. Le principal effet du séisme est donc un mouvement horizontal du sol.

En sismologie, la caractérisation des séismes s'effectue de diverses manières. La *Magnitude* (échelle de Richter) représente l'énergie libérée au foyer ; L'*Intensité* permet de caractériser les dégâts observés suivant une échelle quantitative (Mercalli). Pour les ingénieurs, les paramètres les plus intéressants sont les lois de déplacement du sol $u_g(t)$ et des accélérogrammes $\ddot{u}_g(t)$ [8, 25].

Dans le calcul dynamique temporel, l'action sismique est représentée par des accélérogrammes, qui peuvent être générés artificiellement, simulés ou encore obtenus à partir d'enregistrements réels (figure 3.3).

Du point de vue calcul, trois paramètres sismiques important contribuent à causer des dommages aux structures : amplitude du mouvement du sol, le contenu en fréquence de l'accélérogramme et la durée du séisme.

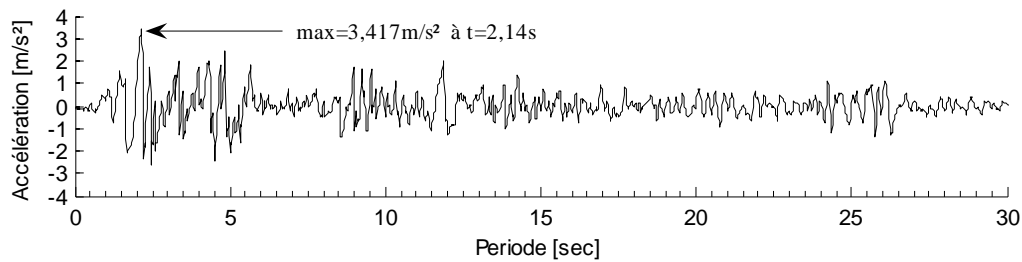


Figure 3.3. Composantes horizontales de l'accélération du séisme de l'Impérial Valley (18 mai 1940) enregistré à la station d'El-Centro (USA)

3.3 Equations du mouvement dans le cas d'un système à comportement linéaire et leur résolutions

3.3.1 Equations du mouvement

On présente à la figure (3.4), une structure soumise à sa base, à l'accélération du sol \ddot{u}_g et dont le comportement est considéré linéaire.

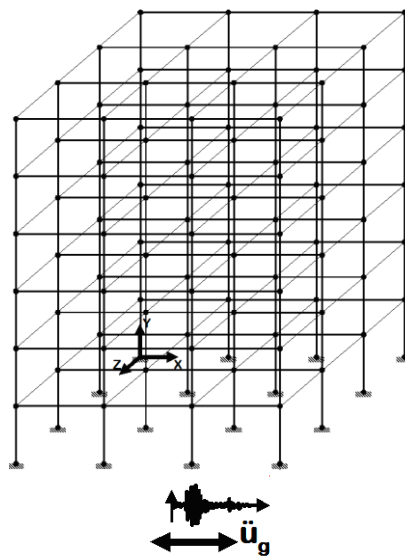


Figure 3.4. Structure soumise à l'accélération du sol

Considérons que la discrétisation spatiale de la structure est faite par éléments finis et que celle-ci est caractérisée par les matrices M , C et K . Ces dernières représentent respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité de l'assemblage d'éléments finis de la structure.

En posant l'hypothèse que le sol de fondation est rigide, on admet que le même mouvement (ou accélération) agit simultanément en tous les points de la fondation de la structure.

L'écriture directe de l'équilibre dynamique du système, donne sous forme matricielle l'ensemble des équations de mouvement de celui-ci :

$$M\ddot{U}_t + C\dot{U} + KU = 0 \quad (3.2)$$

où :

- U : vecteur des déplacements nodaux relatifs par rapport à la base
- U_t : vecteur des déplacements nodaux totaux (ou absolu)
- 0 : vecteur à N composantes nulles, N le nombre de DDL⁴ du système
- $M\ddot{U}_t$: forces d'inertie agissant sur le système
- $C\dot{U}$: forces d'amortissement agissant sur le système
- KU : forces de rappel élastique agissant sur le système

Par ailleurs, la règle de composition des déplacements permet d'exprimer le déplacement absolu en fonction du déplacement relatif par :

$$U_t = U + r.u_g \quad (3.3)$$

où r est le vecteur de couplage dynamique, qui relie la direction du mouvement à la base avec la direction de chaque degré de liberté.

En tenant compte de l'équation (3.3), l'équation (3.2) devient :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M.r.\ddot{u}_g(t) = P(t) \quad (3.4)$$

Cette dernière équation représente les équations du mouvement d'un système présentant un comportement linéaire sous sollicitation sismique.

La résolution du système (3.4), peut se faire soit par les méthodes d'intégration directes pas à pas dans le temps, ou par la méthode de superposition modale. C'est cette dernière, qui est généralement utilisée quand il s'agit de la résolution de systèmes linéaires.

⁴ Degré de liberté

3.3.2 Méthode modale

La méthode modale ou de superposition modale est une technique très utile pour déterminer la réponse dynamique d'un système linéaire à plusieurs degrés de libertés soumis à un chargement dynamique (ou l'accélération à la base) quelconque. Contrairement à la méthode d'intégration directe où aucune transformation des équations en quelque autre forme n'est effectuée, dans la méthode modale les équations doivent être découplées, chacune de ces équations ainsi obtenue est intégrée explicitement ou numériquement. La solution cherchée est une combinaison linéaire des solutions d'équations découplées.

La stratégie de base de l'analyse modale consiste à introduire une transformation linéaire des variables, en utilisant la matrice modale $[\Phi]$. Cette transformation convertit les équations différentielles des coordonnées géométriques en un nouveau système de coordonnées généralisées [14, 15, 16, 17, 33, 44, 45, 50].

$$\{u\} = [\Phi]\{y\} \equiv U = \Phi Y \quad (3.5)$$

où :

U : Vecteur de coordonnées géométriques des déplacements.

Y : Vecteur de coordonnées généralisées des déplacements.

Φ : La matrice modale qui permet de passer des coordonnées généralisées aux coordonnées géométriques.

Découplage des équations du mouvement :

En remplaçant l'équation (3.5) dans l'équation (3.4).

$$M \Phi \ddot{Y} + C \Phi \dot{Y} + K \Phi Y = P(t) \quad (3.6)$$

En pré multipliant l'équation (3.6) par la transposée d'un mode de vibration Φ_i^T :

$$\Phi_i^T M \Phi \ddot{Y} + \Phi_i^T C \Phi \dot{Y} + \Phi_i^T K \Phi Y = \Phi_i^T P(t) \quad (3.7)$$

En utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes de vibration, pour $i \neq j$:

$$\begin{aligned} \Phi_i^T M \Phi_j &= 0 \\ \Phi_i^T K \Phi_j &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Et en supposant aussi que la propriété d'orthogonalité s'applique à la matrice d'amortissement C , pour $i \neq j$:

$$\Phi_i^T C \Phi_j = 0 \quad (3.9)$$

Alors une seule relation en y_i de l'équation (3.7) demeure :

$$M_i \ddot{y}_i + C_i \dot{y}_i + K_i y_i = P_i(t) \quad (3.10)$$

avec :

$$M_i = \Phi_i^T [M] \Phi_i \quad : \text{Masse généralisée du mode } i$$

$$C_i = \Phi_i^T [C] \Phi_i \quad : \text{Amortissement généralisé du mode } i$$

$$K_i = \Phi_i^T [K] \Phi_i \quad : \text{Rigidité généralisée du mode } i$$

$$P_i(t) = \Phi_i^T P(t) \quad : \text{Force généralisée du mode } i$$

En divisant l'équation (3.10) par M_i , on obtient :

$$\ddot{y}_i + 2 \xi_i \omega_i \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \frac{P_i(t)}{M_i} \quad (3.11)$$

avec :

$$\begin{aligned} \omega_i^2 &= \frac{K_i}{M_i} \\ \xi_i &= \frac{C_i}{2 \omega_i M_i} \end{aligned} \quad (3.12)$$

où :

ω_i : Pulsation propre du mode de vibration i

ξ_i : Facteur d'amortissement du mode de vibration i

Pour chaque mode considéré i , on peut effectuer la résolution de l'équation (3.11), soit par intégration direct pas à pas, soit en utilisant une décomposition de la sollicitation en série de Fourier, soit en appliquant l'intégrale de Duhamel [33, 44, 45].

La réponse pour le mode i en utilisant l'intégral de Duhamel s'écrit :

$$y_i(t) = \frac{1}{M_i \omega_{D_i}} \int_0^t P_i(\tau) e^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \sin \omega_{D_i} (t-\tau) d\tau \quad (3.13)$$

où :

$$\omega_{D_i} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (3.14)$$

avec :

ω_{D_i} : Pulsation des vibrations amortie du mode i

Après avoir trouvé la solution de chacune des coordonnées généralisées y_i , on détermine la réponse de chaque DDL en utilisant la transformation de l'équation (3.5).

La réponse géométrique d'un DDL particulier $u_i(t)$ s'obtient par :

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n \Phi_j^i y_j(t) \quad (3.15)$$

Φ_j^i : Degré de liberté i du mode j ($i^{\text{ème}}$ composante du $j^{\text{ème}}$ vecteur modal)

3.4 Equations du mouvement dans le cas d'un système à comportement non linéaire et leur résolutions

Les équations de mouvement (3.4) exposées précédemment, ne sont valables que pour des sollicitations sismiques de faibles intensités où le comportement de la structure reste linéaire pendant les vibrations.

Dans le cas de sollicitations sismiques d'intensités majeures, les propriétés mécaniques de la structure changent pendant les vibrations et par conséquent le comportement de la structure devient non linéaire. On doit alors recourir à une analyse non linéaire pour obtenir une réponse dynamique réaliste [25, 45].

On peut citer deux exemples principaux nécessitant ce calcul non linéaire [25] :

- si la limite élastique du matériau est atteinte causant ainsi la plastification de certaines membrures, la rigidité globale de la structure sera modifiée pendant la réponse dynamique.
- si la structure est élancée, les efforts axiaux dans les poteaux peuvent causer des effets P- Δ importants entraînant, encore une fois, une réduction de la rigidité apparente de la structure pendant la réponse dynamique.

Dans le cas du calcul non linéaire, on intègre directement les équations couplées du mouvement en utilisant une technique d'intégration numérique pas à pas dans le temps. La réponse complète du système se divise en courts incréments Δt (ou pas) de temps [25, 45, 50].

On obtient la réponse du système à chaque pas de temps, en supposant que le système est linéaire ayant les propriétés calculées au début du pas. A la fin de chaque pas de temps, les propriétés du système sont modifiées en fonction de leur état de contraintes et de déformations [25].

3.4.1 Equations incrémentales du mouvement

Reprenons la structure de la figure (3.4), à la différence, son comportement est considéré cette fois-ci non linéaire.

Considérons que la matrice masse de la structure est écrite sous forme d'une matrice concentrée et que celle-ci, demeure constante⁵ pendant les vibrations.

L'équation du mouvement pour le degré de liberté i au temps t s'écrit comme suit :

$$m_i \ddot{u}_i(t) + F_{D_i}(t) + F_{S_i}(t) = -m_i r_i \ddot{u}_g(t) \quad (3.16)$$

où m_i : masse correspondant au DDL (i)

$F_{D_i}(t)$: force non linéaire totale d'amortissement agissant sur le DDL (i) au temps t

$F_{S_i}(t)$: force non linéaire totale de rappel agissant sur le DDL (i) au temps t

r_i : composante du vecteur de couplage correspondant au DDL (i)

$u(t), \dot{u}(t), \ddot{u}(t)$: déplacement, vitesse, et accélération du DDL (i) par rapport à la base

⁵ La répartition des masses de la structure reste inchangée : hypothèse raisonnable dans le cas d'une structure de génie civil soumise à l'action sismique.

$\ddot{u}_g(t)$: accélération du sol

Les forces de rappel et d'amortissement, $F_{Si}(t)$ et $F_{Di}(t)$, représentent l'influence sur le DDL (i) de tous les éléments du système et s'écrivent :

$$\begin{aligned} F_{Si}(t) &= \sum_{j=1}^N f_{Sij}(t) \\ F_{Di}(t) &= \sum_{j=1}^N f_{Dij}(t) \end{aligned} \quad (3.17)$$

où $f_{Sij}(t)$: force non linéaire appliquée sur le DDL (i) au temps t pour causer un déplacement $u_j(t)$ au DDL (j), au temps t (tous les autres DDL ont un déplacement nul)

$f_{Dij}(t)$: force non linéaire appliquée sur le DDL (i) au temps t pour causer une vitesse $\dot{u}_j(t)$ au DDL (j), au temps t (tous les autres DDL ont une vitesse nulle)

On fait l'hypothèse que l'on connaît toutes les caractéristiques non linéaires du système ainsi que les caractéristiques de l'accélération à la base (figure 3.5).

L'équation du mouvement pour le degré de liberté i à un incrément de temps plus tard $t + \Delta t$ s'écrit :

$$m_i \ddot{u}_i(t + \Delta t) + F_{Di}(t + \Delta t) + F_{Si}(t + \Delta t) = -m_i r_i \ddot{u}_g(t + \Delta t) \quad (3.18)$$

On retranche l'équation (3.16) de l'équation (3.18) :

$$\begin{aligned} m_i [\ddot{u}_i(t + \Delta t) - \ddot{u}_i(t)] + [F_{Di}(t + \Delta t) - F_{Di}(t)] + [F_{Si}(t + \Delta t) + F_{Si}(t)] \\ = -m_i r_i [\ddot{u}_g(t + \Delta t) - \ddot{u}_g(t)] \end{aligned} \quad (3.19)$$

Qui peut s'écrire :

$$m_i \Delta \ddot{u}_i(t) + \Delta F_{Di}(t) + \Delta F_{Si}(t) = -m_i r_i \Delta \ddot{u}_g(t) \quad (3.20)$$

On peut combiner ces équations à toutes les N masses du système et les écrire sous la forme matricielle suivante :

$$M \Delta \ddot{U}(t) + \Delta F_D(t) + \Delta F_S(t) = -M r \Delta \ddot{u}_g(t) \quad (3.21)$$

où

$$\begin{aligned}
 \Delta F_D(t) &= C(t) \cdot \Delta \dot{U}(t) \\
 \Delta F_S(t) &= K(t) \cdot \Delta U(t) \\
 \Delta \ddot{u}_g(t) &= \ddot{u}_g(t + \Delta t) - \ddot{u}_g(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

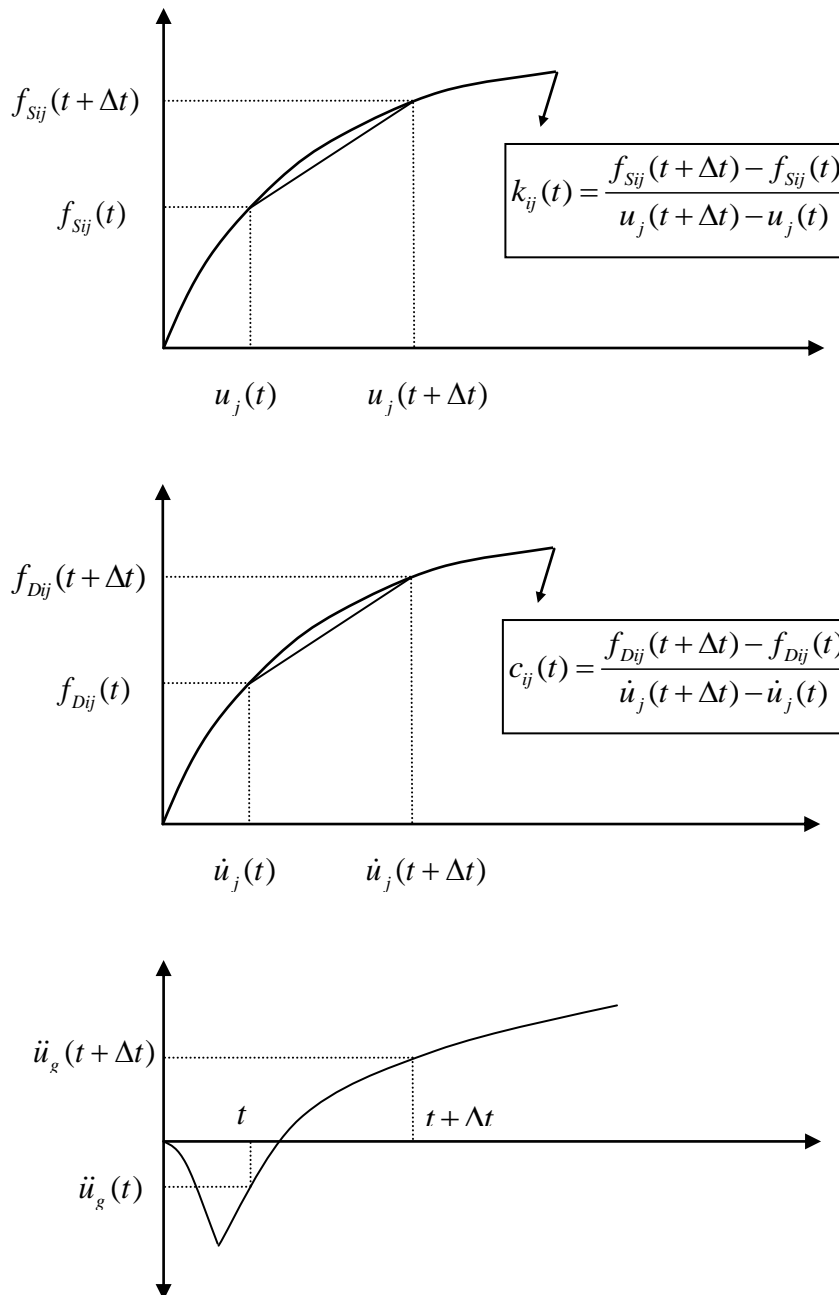


Figure 3.5. Caractéristiques d'un système non linéaire

On doit calculer les éléments des matrices $K(t)$ et $C(t)$ à chaque pas de temps par les sécantes illustrées à la figure (3.5). Cette procédure nécessite une itération à chaque pas, car pour connaître ces sécantes, on se doit de connaître les vecteurs des déplacements et des vitesses à la fin du pas de temps. Pour réduire le temps de calcul, on peut utiliser la tangente au début du pas d'intégration pour calculer les éléments de ces matrices [25].

$$\begin{aligned} C_{ij}(t) &= \left(\frac{df_{Dij}}{du_j} \right)_t \\ K_{ij}(t) &= \left(\frac{df_{Sij}}{du_j} \right)_t \end{aligned} \quad (3.23)$$

On substitue l'équation (3.22) dans l'équation (3.21), on obtient ainsi les équations incrémentales du mouvement.

$$M \Delta \ddot{U}(t) + C(t) \Delta \dot{U}(t) + K(t) \Delta U(t) = -M r \Delta \ddot{u}_g(t) \quad (3.24)$$

3.4.2 Techniques et procédures de résolution

Les seules méthodes disponibles pour calculer la réponse de systèmes non linéaires sont les méthodes d'intégration directe pas à pas dans le temps [5, 10, 44, 50]. Ces méthodes déterminent des valeurs approximatives de la solution pour un ensemble choisi de valeurs de temps. Le principe de ces méthodes se résume à (i) supposer des fonctions décrivant les variations du déplacement, de la vitesse et de l'accélération durant un intervalle de temps et (ii) satisfaire l'équation de mouvement, non pas à tout instant t , mais à une suite discrète de pas de temps séparés par un intervalle commun Δt , soient à $0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, t - \Delta t, t, t + \Delta t, \dots, t_d$, où t_d est la durée totale du chargement [5, 10, 44, 50]. Cet intervalle de temps est appelé pas de temps. La précision des résultats, la stabilité de la solution et la durée totale du calcul dépend de la longueur du pas de temps et du choix de la fonction décrivant la variation du déplacement, de la vitesse et de l'accélération.

On distingue l'intégration dans le temps explicite et implicite. Si la méthode de calcul ne dépend uniquement que de la solution à l'étape précédente (c'est-à-dire au temps t), la méthode est dite explicite. Si la solution au temps $t + \Delta t$ dépend non seulement des résultats au temps t , mais aussi des résultats à l'étape courante $t + \Delta t$, la méthode est dite implicite.

Les méthodes d'intégration temporelle qui nécessitent l'utilisation d'un pas de temps Δt plus petit qu'un pas de temps critique Δt_{cr} sont dites conditionnellement stables. Dans le

cas contraire, elles sont dites inconditionnellement stables. Toutes les méthodes explicites sont conditionnellement stables. Celle implicites, peuvent être conditionnellement ou inconditionnellement stables.

3.4.3 Famille d'algorithmes de Newmark

3.4.3.1 Méthode de l'accélération moyenne constante

L'hypothèse de base de cette méthode soutient que l'accélération relative de chaque DDL est constant durant un pas de temps et que les propriétés du système ne changent pas pendant ce laps de temps.

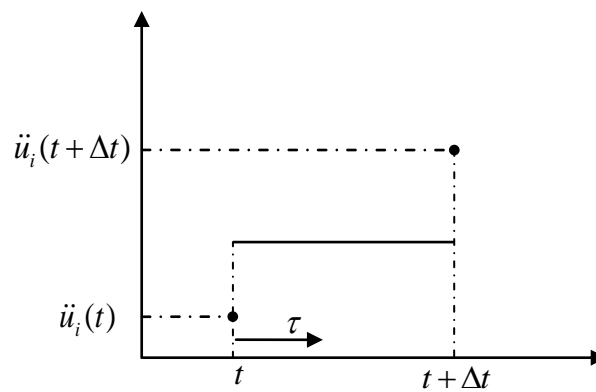


Figure 3.6. Hypothèse de l'accélération moyenne constante

L'accélération relative du DDL i pendant un pas de temps s'écrit comme suit :

$$\ddot{u}_i(\tau) = \frac{1}{2} [\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_i(t + \Delta t)] \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (3.25)$$

On obtient alors la vitesse relative du DDL i pendant un pas de temps en intégrant l'équation (3.25).

$$\dot{u}_i(\tau) = \dot{u}_i(t) + \int_t^\tau \ddot{u}_i(\tau) d\tau \quad (3.26)$$

$$\dot{u}_i(\tau) = \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} (\tau - t) [\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_i(t + \Delta t)] \quad (3.27)$$

La vitesse à la fin du pas de temps s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{u}_i(t + \Delta t) &= \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t [\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_i(t + \Delta t)] \\ \dot{u}_i(t + \Delta t) &= \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t [2\ddot{u}_i(t) + \Delta\ddot{u}_i(t)]\end{aligned}\quad (3.28)$$

L'incrément de vitesse durant le pas de temps est :

$$\Delta\dot{u}_i(t) = \dot{u}_i(t + \Delta t) - \dot{u}_i(t) = \frac{1}{2} \Delta t [2\ddot{u}_i(t) + \Delta\ddot{u}_i(t)] \quad (3.29)$$

En combinant tous les degrés de liberté, on peut écrire une expression pour le vecteur des incréments de vitesse.

$$\Delta\dot{U}(t) = \frac{1}{2} \Delta t [2\ddot{U}(t) + \Delta\ddot{U}(t)] \quad (3.30)$$

De la même manière, le déplacement relatif du DDL i pendant un pas de temps peut s'écrire comme suit :

$$u_i(\tau) = u_i(t) + \int_t^\tau \dot{u}_i(\tau) d\tau \quad (3.31)$$

On remplace l'équation (3.27) dans l'équation (3.31)

$$u_i(\tau) = u_i(t) + (\tau - t)\dot{u}_i(t) + \frac{1}{4}(\tau - t)^2 [\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_i(t + \Delta t)] \quad (3.32)$$

L'incrément de déplacement durant le pas de temps est :

$$\Delta u_i(t) = u_i(t + \Delta t) - u_i(t) = \Delta t \dot{u}_i(t) + (\Delta t)^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{4} \Delta\ddot{u}_i(t) \right] \quad (3.33)$$

En combinant tous les DDL, on peut écrire une expression pour le vecteur des incréments de déplacements.

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + (\Delta t)^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \frac{1}{4} \Delta\ddot{U}(t) \right] \quad (3.34)$$

3.4.3.2 Méthode de l'accélération linéaire

L'hypothèse de base de cette méthode sous-entend que l'accélération relative de chaque DDL varie de façon linéaire durant un pas de temps alors que les propriétés du système demeurent constantes pendant ce laps de temps.

L'accélération relative du DDL i pendant un pas de temps s'écrit comme suit :

$$\ddot{u}_i(\tau) = \ddot{u}_i(t) + \left[\frac{(\tau-t)}{\Delta t} \right] [\ddot{u}_i(t+\Delta t) - \ddot{u}_i(t)] \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (3.35)$$

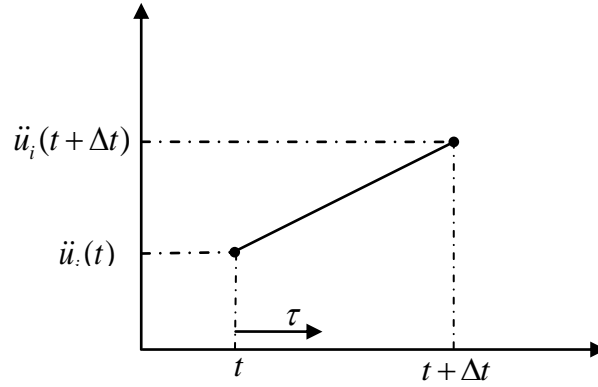


Figure 3.7. Hypothèse de l'accélération linéaire

On obtient la vitesse relative du DDL i pendant un pas de temps en intégrant l'équation (3.35) précédente.

$$\dot{u}_i(\tau) = \dot{u}_i(t) + (\tau-t)\ddot{u}_i(t) + \left[\frac{(\tau-t)^2}{2\Delta t} \right] [\ddot{u}_i(t+\Delta t) - \ddot{u}_i(t)] \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (3.36)$$

La vitesse à la fin du pas de temps est :

$$\dot{u}_i(t + \Delta t) = \dot{u}_i(t) + \Delta t \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \ddot{u}_i(t) \quad (3.37)$$

L'incrément de vitesse durant le pas de temps s'écrit :

$$\Delta \dot{u}_i(t) = \Delta t \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \ddot{u}_i(t) \quad (3.38)$$

En combinant tout les DDL, l'expression du vecteur des incréments de vitesses s'écrit :

$$\Delta \dot{U}(t) = \Delta t \ddot{U}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \Delta \ddot{U}(t) \quad (3.39)$$

De la même façon, le déplacement relatif du DDL i pendant un pas de temps peut s'écrire :

$$u_i(\tau) = u_i(t) + \dot{u}_i(t)(\tau - t) + \frac{1}{2}(\tau - t)^2 \ddot{u}_i(t) + \left[\frac{(\tau - t)^3}{6\Delta t} \right] \Delta \ddot{u}_i(t) \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (3.40)$$

L'incrément de déplacement durant le pas de temps s'obtient par :

$$\Delta u_i(t) = u_i(t + \Delta t) - u_i(t) = \Delta t \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{6} \Delta \ddot{u}_i(t) \right] \quad (3.41)$$

En combinant les DDL, on peut écrire une expression pour le vecteur des incréments de déplacement.

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \frac{1}{6} \Delta \ddot{U}(t) \right] \quad (3.41)$$

3.4.3.3 Algorithme de Newmark

L'algorithme implicite de Newmark et très utile en programmation, il combine la méthode de l'accélération moyenne constante avec la méthode d'accélération linéaire. Cet algorithme dépend de deux paramètres γ et β . Le vecteur des incréments de vitesses et de déplacements s'écrivent d'une façon générale.

$$\Delta \dot{U}(t) = \Delta t \ddot{U}(t) + \gamma \Delta t \Delta \ddot{U}(t) \quad (3.42)$$

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \beta \Delta \ddot{U}(t) \right] \quad (3.43)$$

Des choix particuliers de γ et β permettent de retrouver les schémas d'intégration précédents :

- Accélération moyenne constante $\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}$
- Accélération linéaire $\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{6}$

3.4.3.4 Intégration des équations de mouvement

Pour résoudre les vecteurs des déplacements, des vitesses et des accélérations à chaque pas de temps, on considère le vecteur des déplacements, $U(t)$ comme variable de base.

On écrit l'équation (3.43) en fonction du vecteur des incréments des accélérations.

$$\Delta\ddot{U}(t) = \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \right] \Delta U(t) - \left[\frac{1}{\beta \Delta t} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{1}{2\beta} \right] \ddot{U}(t) \quad (3.44)$$

On remplace l'équation (3.44) dans l'équation (3.42) on obtient :

$$\Delta\dot{U}(t) = \Delta t \ddot{U}(t) + \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right] \Delta U(t) - \left[\frac{\gamma}{\beta} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{\gamma \Delta t}{2\beta} \right] \ddot{U}(t) \quad (3.45)$$

Afin de garder une seule variable au problème, on remplace les équations (3.44) et (3.45) dans les équations incrémentales du mouvement (3.24).

$$\begin{aligned} & M \left(\left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \right] \Delta U(t) - \left[\frac{1}{\beta \Delta t} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{1}{2\beta} \right] \ddot{U}(t) \right) \\ & \quad + \\ & C(t) \left(\left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right] \Delta U(t) - \left[\frac{\gamma}{\beta} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right] \Delta\ddot{U}(t) \right) \\ & \quad + \\ & K(t) \Delta U(t) = -M r \Delta\ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (3.46)$$

L'équation (3.46) peut se mettre sous la forme :

$$\tilde{K}(t) \Delta U(t) = \Delta \tilde{P}(t) \quad (3.47)$$

où :

$$\tilde{K}(t) = K(t) + \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \right] M + \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right] C(t) \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}(t) = & -M r \Delta\ddot{u}_g + M \left(\left[\frac{1}{\beta \Delta t} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{1}{2\beta} \right] \ddot{U}(t) \right) \\ & + \\ & C(t) \left(\left[\frac{\gamma}{\beta} \right] \dot{U}(t) - \left[\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right] \Delta\ddot{U}(t) \right) \end{aligned} \quad (3.49)$$

L'équation (3.47) est un système d'équations linéaire que l'on peut résoudre pour obtenir le vecteur des incréments des déplacements. Après, on obtient le vecteur des incréments de vitesse avec l'équation (3.45). Les vecteurs des déplacements et des vitesses au début du prochain pas de temps sont calculés par :

$$\begin{aligned} U(t + \Delta t) &= U(t) + \Delta U(t) \\ \dot{U}(t + \Delta t) &= \dot{U}(t) + \Delta \dot{U}(t) \end{aligned} \quad (3.50)$$

On pourrait résoudre le vecteur des incréments des accélérations à l'aide de l'équation (3.44). Une autre façon de procéder est de calculer le vecteur des accélérations pour le prochain pas d'intégration à l'aide de l'équation du mouvement [25].

$$\ddot{U}(t + \Delta t) = M^{-1} \left[-M r \ddot{u}_g(t + \Delta t) - F_D(t + \Delta t) - F_S(t + \Delta t) \right] \quad (3.51)$$

où

$$\begin{aligned} F_D(t + \Delta t) &= F_D(t) + C(t) \Delta \dot{U}(t) \\ F_S(t + \Delta t) &= F_S(t) + K(t) \Delta U(t) \end{aligned} \quad (3.52)$$

3.4.3.5 Conditions de stabilité et précision des résultats

Pour un système linéaire, la méthode de l'accélération moyenne constante ($\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}$) est inconditionnellement stable quelque soit le pas d'intégration utilisé. Afin d'obtenir une précision raisonnable pour système non linéaire, on suggère de faire une première passe avec un pas d'intégration qui répond à l'équation [25] :

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0,02 \quad (3.53)$$

où : T_n représente la plus petite période naturelle que l'on désire considérer dans l'analyse.

Dans un système linéaire, la méthode de l'accélération linéaire est conditionnellement stable. La condition de stabilité [25] est :

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0,55 \quad (3.53)$$

Dans le cas d'une analyse sismique, le pas d'intégration doit être beaucoup plus petit que la valeur donnée par l'équation (3.53) afin de représenter avec précision l'accélérogramme. On peut rendre la méthode de l'accélération linéaire inconditionnellement stable par l'algorithme de Wilson- θ .

3.4.4 Méthodes des différences centrées

La méthode des différences centrées est basée sur des approximations de la vitesse et de l'accélération par des quotients de différences finies des valeurs connues des déplacements à intervalles de temps réguliers (voir figure 3.8).

Pour cette section, nous convenons que le début du pas de temps courant sera noté $t_n = n\Delta t$ et à la fin sera notée $t_n = (n+1)\Delta t$. Afin d'alléger la notation, nous adoptant la notation suivante : les vecteurs de déplacements $U(t_n)$, de vitesses $\dot{U}(t_n)$ et d'accélération $\ddot{U}(t_n)$, évalués au début du pas de temps t_n seront notés, respectivement u_n , \dot{u}_n et \ddot{u}_n . De même, les vecteurs de déplacements $U(t_{n+1})$, de vitesses $\dot{U}(t_{n+1})$ et d'accélération $\ddot{U}(t_{n+1})$, évalués à la fin du pas de temps t_{n+1} seront notés, respectivement u_{n+1} , \dot{u}_{n+1} et \ddot{u}_{n+1} . L'équation du mouvement du système s'écrit donc :

$$M\ddot{u}_n + C\dot{u}_n + Ku_n = p_n \quad (3.54)$$

Les déplacements à $t_{n-1/2} = (n-1/2)\Delta t$ et $t_{n+1/2} = (n+1/2)\Delta t$ peuvent s'exprimer par :

$$u_{n-1/2} = \frac{u_{n-1} + u_n}{2}, \quad u_{n+1/2} = \frac{u_n + u_{n+1}}{2} \quad (3.55)$$

La vitesse à mi-chemin de ces temps peut s'exprimer par le quotient de différences finis suivante :

$$\dot{u}_n = \frac{u_{n+1/2} - u_{n-1/2}}{\Delta t} \quad (3.56)$$

d'où, en tenant compte des équation (3.55), on obtient l'expression de la vitesse au temps t_n

$$\dot{u}_n = \frac{1}{2\Delta t} (u_{n+1} - u_{n-1}) \quad (3.57)$$

Pour calculer l'accélération, on doit déterminer d'abord la vitesse à $t_{n-1/2}$ et à $t_{n+1/2}$, les milieux des deux intervalles successifs. De manière similaire à (3.57), on a :

$$\dot{u}_{n-1/2} = \frac{u_n - u_{n-1}}{\Delta t}, \quad \dot{u}_{n+1/2} = \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} \quad (3.58)$$

L'accélération à mi-chemin de ces temps peut s'exprimer par le quotient de différences finis suivante :

$$\ddot{u}_n = \frac{\dot{u}_{n+1/2} + \dot{u}_{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t^2}(u_{n+1} - u_n) - \frac{1}{\Delta t^2}(u_n - u_{n-1}) \quad (3.59)$$

d'où on obtient l'expression de l'accélération à t_n

$$\ddot{u}_n = \frac{1}{\Delta t^2}(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}) \quad (3.60)$$

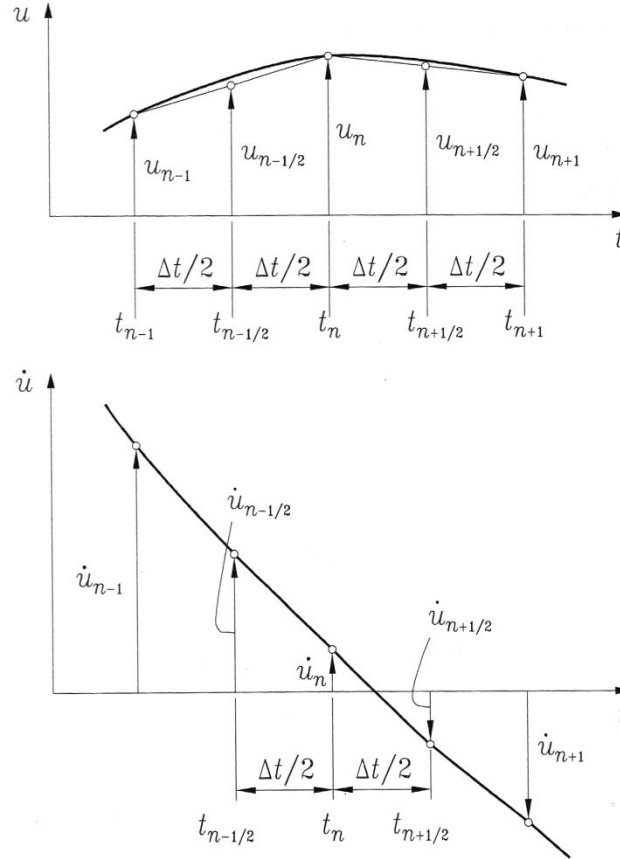


Figure 3.8. Définition des déplacements et des vitesses utilisés dans la méthode des différences centrées

La solution au temps t_{n+1} est obtenue en substituant les équations (5.57) et (5.60) dans l'équation du mouvement (3.54) exprimée au temps t_n

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} M + \frac{1}{2\Delta t} C \right) u_{n+1} = p_n - \left(\frac{1}{\Delta t^2} M - \frac{1}{2\Delta t} C \right) u_{n-1} - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2} M \right) u_n \quad (3.61)$$

L'équation (3.61) peut se mettre sous la forme :

$$\tilde{K} u_{n+1} = \tilde{p}_n \quad (3.62)$$

où

$$\tilde{K} = \frac{1}{\Delta t^2} M + \frac{1}{2\Delta t} C \quad (3.63)$$

$$\tilde{P}_n = P_n - \left(\frac{1}{\Delta t^2} M - \frac{1}{2\Delta t} C \right) u_{n-1} - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2} M \right) u_n \quad (3.64)$$

On voit que le déplacement au temps t_{n+1} est obtenu de l'équation de mouvement exprimée au temps t_n et ne dépend que de l'état du système aux temps précédents. On dit que cette méthode est explicite.

Chapitre 4

Coefficient de comportement global d'une structure et méthodes de son évaluation

4.1 Introduction

Dans la génération actuelle des normes et règlements parasismiques [4, 11, 12, 29, 51], la capacité des systèmes structuraux dissipatifs à résister aux actions sismiques dans le domaine inélastique est exprimée par le paramètre dit « coefficient de comportement global de la structure ». Il est noté « R » dans l'actuel règlement parasismique algérien (RPA 99) [12]. C'est cette même notation du RPA qui est maintenue pour ce présent travail.

L'objectif de ce chapitre est de présenter le coefficient R ainsi que certaines méthodes développées et utilisées pour son évaluation.

4.2 Définition du coefficient de comportement global d'une structure

La capacité des systèmes structuraux à résister à des actions sismiques dans le domaine non linéaire, permet en général d'effectuer leur dimensionnement pour résister à des forces plus faibles que celles correspondant à une réponse linéaire élastique [11].

Pour la plupart des règlements parasismiques [4, 11, 12, 29, 51], le dimensionnement des structures de génie civil à la tenue aux séismes est basé sur l'analyse spectrale. La capacité de dissipation d'énergie de la structure, obtenue principalement par le comportement ductile de ses éléments et/ou d'autres mécanismes, est prise en compte en réalisant une analyse élastique fondée sur un spectre de réponse réduit par rapport au spectre élastique, dénommé « spectre de réponse de calcul ». Cette réduction est réalisée en introduisant le coefficient de comportement global R , grossièrement au moyen de la relation simple suivante :

$$S_a(T) = \frac{S_e(T)}{R} \quad (4.1)$$

où $S_a(T)$ est l'ordonnée du spectre de réponse de calcul en accélérations ;

$S_e(T)$ est l'ordonnée du spectre de réponse élastique en accélérations caractérisant l'action sismique ;

R est la valeur de calcul du coefficient de comportement.

Cette stratégie adoptée par les règlements parasismiques, nous évite principalement d'effectuer des analyses non linéaires explicites dans le temps, qui sont à la fois difficiles à mettre en œuvre, très couteuse en moyens et en temps, même pour les structures les plus simples, et qui est difficilement envisageable pour les structures complexes. En outre, ça nous évite un choix à la fois onéreux et difficile, qui est celui des accélérogrammes à utiliser pour l'analyse temporelle qui doivent être impérativement représentatifs de l'action sismique de la région.

Selon le règlement parasismique algérien RPA(99) [12], le spectre de réponse de calcul en fonction de la période T se calcule à l'aide des relations suivantes :

$$\frac{S_a(T)}{g} = \begin{cases} 1,25A \left(1 + \frac{T}{T_1} \left(2,5\eta \frac{Q}{R} - 1 \right) \right) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{Q}{R} \right) & T_1 \leq T \leq T_2 \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{Q}{R} \right) \left(\frac{T_2}{T} \right)^{2/3} & T_2 \leq T \leq 3s \\ 2,5\eta (1,25A) \left(\frac{T_2}{3} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{T} \right)^{5/3} \left(\frac{Q}{R} \right) & T > 3s \end{cases} \quad (4.2)$$

où :

A : coefficient d'accélération de la zone ;

η : facteur de correction d'amortissement (quant l'amortissement est différent de 5%) ;

$$\eta = \sqrt{7/2 + \xi} \quad (4.3)$$

ξ : pourcentage d'amortissement critique ;

T_1, T_2 : périodes caractéristiques associées à la catégorie du site ;

Q : facteur de qualité

R : coefficient de comportement global de la structure. Ces valeurs sont indiquées, pour divers matériaux et systèmes structuraux au tableau (4.1). Si on remplace R par 1 dans l'expression (4.2), on obtient le spectre élastique du RPA qui correspond à la réponse d'une structure parfaitement élastique (non dissipative).

Tableau 4-1. Valeurs du coefficient de comportement R

Cat	Description du système de contreventement	Valeur de R
<u>A</u>	<u>Béton armé</u>	
1a	Portiques autostables sans remplissages en maçonnerie rigide	5
1b	Portiques autostables avec remplissages en maçonnerie rigide	3,5
2	Voiles porteurs	3,5
3	Noyau	3,5
4a	Mixte portiques/voiles avec interaction	5
4b	Portiques contreventés par des voiles	4
5	Console verticale à masses réparties	2
6	Pendule inverse	2
<u>B</u>	<u>Acier</u>	
7	Portiques autostables ductiles	6
8	Portiques autostables ordinaires	4
9a	Ossature contreventée par palées triangulées en X	4
9b	Ossature contreventée par palées triangulées en V	3
10a	Mixte portiques/palées triangulées en X	5
10b	Mixte portiques/palées triangulées en V	4
11	Portiques en console verticale	2
<u>C</u>	<u>Maçonnerie</u>	
12	Maçonnerie porteuse chaînée	2,5
<u>D</u>	<u>Autres systèmes</u>	
13	Ossature métallique contreventée par diaphragme	2
14	Ossature métallique contreventée par noyau en béton armé	3
15	Ossature métallique contreventée par voiles en béton armé	3,5
16	Ossature métallique avec contreventement mixte comportant un noyau en béton armé et palées ou portiques métalliques en façades	4
17	Systèmes comportant des transparences (étages souples)	2

D'une manière générale, on peut dire que le coefficient de comportement global R est défini comme le rapport entre l'accélération nominale $(a_N)_{\max}$, que peut supporter la structure sans risque de ruine et l'accélération $(a_N)_e$ qui cause une première plastification dans la structure.

$$R = \frac{(a_N)_{\max}}{(a_N)_e} \quad (4.4)$$

En admettant cette définition, on peut dire que le coefficient de comportement R tient compte à la fois de la demande de ductilité associée à l'action sismique et des ressources dissipatives d'énergie disponible dans la structure [42].

4.3 Méthodes d'évaluation du coefficient de comportement global R

Divers méthodes ont été utilisées dans le but d'établir la valeur du coefficient de comportement global R [42] caractéristique de divers types d'ossature et permettant une prise en compte forfaitaire globale de leur capacité de dissipation d'énergie par déformation plastique. Ces méthodes se différencient par le type d'analyse de structure effectué et par le critère considéré pour associer réponse purement élastique et réponse élasto-plastique [13, 23]. Ces méthodes peuvent être groupées en quatre catégories principales :

- Méthodes basées sur la théorie du facteur de ductilité (dans le cas de structures suffisamment régulières) ;
- Méthodes basées sur l'analyse dynamique inélastique des systèmes à plusieurs degrés de liberté ;
- Méthodes basées sur l'approche énergétiques ;
- Méthodes basées sur l'accumulation de dommages.

4.3.1 Méthodes basée sur la théorie du facteur de ductilité

La théorie du facteur de ductilité qui est basé sur l'hypothèse de l'équivalence des déplacement maximums d'un système à un seul degré de liberté à comportement élasto-plastique parfait et celui d'un oscillateur similaire à comportement indéfiniment élastique linéaire, conduit à la définition d'un coefficient de comportement R qui coïncide substantiellement avec la ductilité globale, à moins que celle-ci ne soit pas limité par des mécanismes locaux.

Les méthodes d'évaluation du coefficient de comportement R basées sur la théorie du facteur de ductilité, utilisent généralement un modèle de réponse inélastique à un seul degré de liberté, ce qui implique de la part de la structure une configuration géométrique régulière, une distribution uniforme des rigidités et un mécanisme de ruine le plus global possible. Cette méthode exige une distribution uniforme des déformations plastiques dans l'ossature de la structure.

La méthode la plus simple se basant sur cette théorie est celle développée par Newmark et Hall.

4.3.1.1 Méthode de Newmark et Hall

La méthode de Newmark et Hall est la plus simple de toutes les méthodes. Le coefficient de comportement est donné selon la figure (4.1), en fonction de la période de vibration de l'oscillateur.

Pour des structures souples de période propre T supérieure à 0,5 s, le coefficient de comportement est égal à la ductilité μ_δ de l'oscillateur équivalent, du fait de l'égalité entre déplacement maximal élasto-plastique et le déplacement maximal dans l'hypothèse d'un comportement élastique.

$$R = \mu_\delta = \frac{\delta_u}{\delta_e} \quad (4.5)$$

Pour un oscillateur assez rigide de période propre T inférieur à 0,5 s, on a plutôt tendance à satisfaire l'égalité des énergies absorbées de manière élastique et de manière élasto-plastique conduisant à un coefficient :

$$R = \sqrt{2\mu_\delta - 1} \quad (4.6)$$

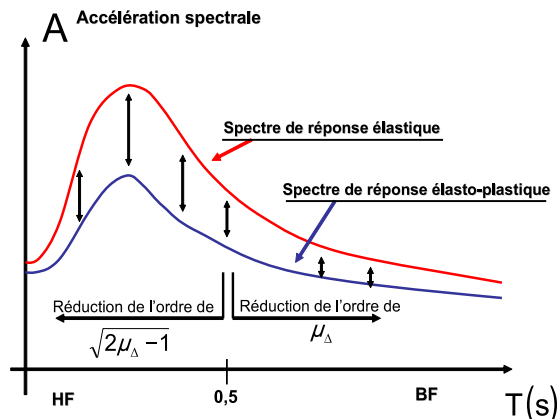
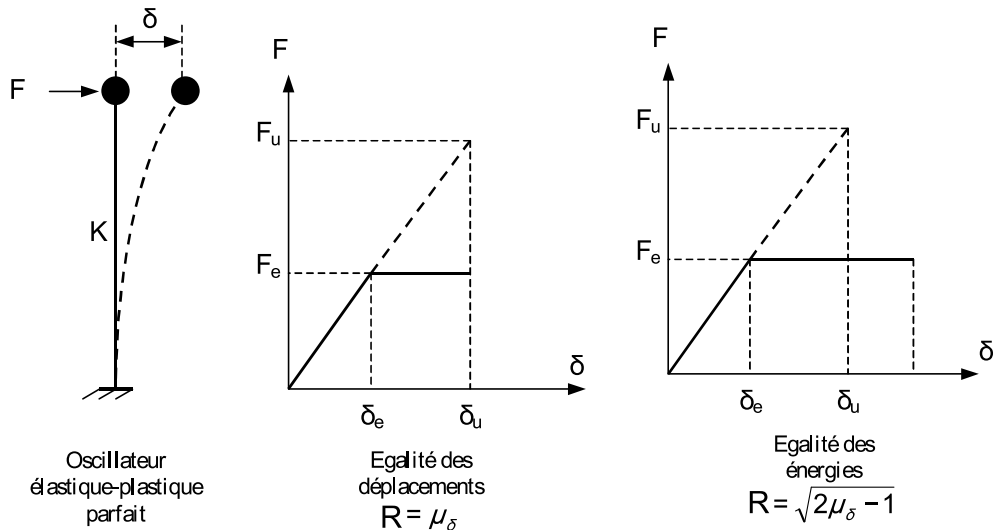


Figure 4.1. Evaluation du coefficient de comportement par la méthode de Newmark et Hall

4.3.1.2 Méthode de Cosenza, De Luca, Faella et Mazzolani

Cette méthode est basée sur la théorie du facteur de ductilité et sur l'hypothèse de ruine de la structure par formation d'un mécanisme plastique de type global tenant compte de l'effet P-Δ, le coefficient de comportement est donné par la relation suivante :

$$R = \mu_\delta = \frac{\delta_u}{\delta_e} = \alpha_c \left(\frac{\alpha_u}{\alpha_e} - \beta \right) + \beta \tag{4.7}$$

où $\mu_\delta = \frac{\delta_u}{\delta_e}$: la ductilité globale de la structure

δ_u : déplacement ultime horizontale en tête de la structure

δ_e : déplacement élastique ultime

α_c : le multiplicateur élastique critique de charges verticales

$\frac{\alpha_u}{\alpha_e}$: exprime la capacité de redistribution plastique

β : coefficient dépendant de la période propre de vibration de la structure.

Si on pose $\beta = \beta' \frac{\alpha_u}{\alpha_e}$, l'expression du coefficient peut être réécrite sous la forme suivante :

$$R = \frac{\alpha_u}{\alpha_e} \left[(1 - \beta') \alpha_c + \beta' \right] \quad (4.8)$$

Le coefficient β' est obtenu à partir des résultats sur le comportement des systèmes à un seul degré de liberté, les auteurs de cette méthode ont proposé pour ce coefficient la relation suivante [22, 39] :

$$\beta' = 1 - T \quad \text{avec } \beta' > 0,5 \quad (4.9)$$

où T : la période propre du système.

Compte tenu de ce qui précède, le coefficient de comportement R est constant pour $T > 0,5$ s. Il est une fonction linéaire de T dans le cas opposé.

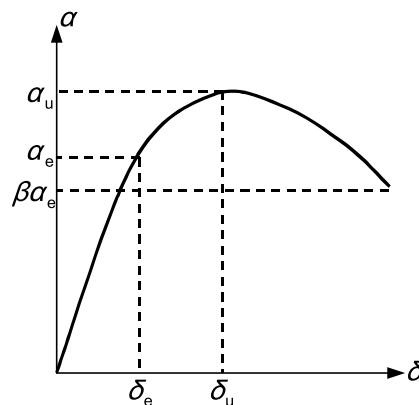


Figure 4.2. Courbe force-déplacement

4.3.1.3 Méthode de Giuffre et Giannini

GIFFRE et GIANNINI ont proposé des expressions approchées du coefficient de comportement R , en fonction de la ductilité global μ_δ de la structure et de sa période de vibration T , en envisageant deux expressions différentes pour R selon la valeur de T .

$$R = 1 + (\mu_\delta - 1)^{0,87 - 0,05T} \quad \text{si } T \geq T_0 \quad (4.10)$$

$$R = 1 + 2(R_0 - 1) \frac{T}{T_0} (1 - 0,5) \frac{T}{T_0} \quad \text{si } T \leq T_0 \quad (4.11)$$

où T_0 est la valeur la période T correspondant au début de la branche descendante du spectre de réponse élastique (figure 4.3), R_0 est la valeur de R obtenue en remplaçant T par T_0 dans la relation (4.10).

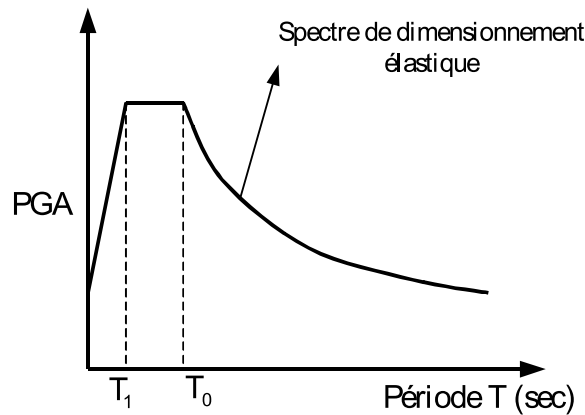


Figure 4.3. Spectre de réponse élastique

4.3.1.4 Méthode de Krawinkler et Nassar

La méthode de RAWINKLER et NASSAR est basé également sur la réponse sismique du système à un seul degré liberté à comportement élasto-plastique avec écrouissage. Le coefficient de comportement est donné par la relation suivante :

$$R = \left[1 + (\mu_\delta - 1) \left(\frac{T^a}{1 + T^a} + \frac{b}{T} \right) \right]^{\left(\frac{T^a}{1 + T^a} + \frac{b}{T} \right)^{-1}} \quad (4.12)$$

où a et b sont deux paramètres numériques compris entre 0 et 1 qui dépendent du taux d'écrouissage.

4.3.2 Méthode basée sur l'analyse dynamique inélastique des systèmes à plusieurs degrés de liberté

4.3.2.1 Méthode de Ballio-Setti

BALLIO et SETTI, ont proposés une approche relativement générale pour la détermination théorique du coefficient de comportement R . C'est d'ailleurs, celle-ci qui est utilisée dans le contexte de l'Eurocode 8 [11] pour les constructions en acier.

Le principe de la méthode s'énonce comme suit :

Soit un accélérogramme quelconque $a(t)$ et une structure donnée, à multiples degrés de liberté figure (4.3).

On effectue, à l'aide d'un programme d'analyse dynamique non linéaire des calculs de la réponse de cette structure sous des accélérogrammes produit de $a(t)$ par un multiplicateur λ .

On trouve successivement en faisant croître λ :

1. Des multiplicateurs λ tels que toutes les sections de la structure restent dans le domaine élastique ; si on retient la valeur maximale δ du déplacement d'un point de référence de la structure, on observe que δ obtenu lors de chaque calcul est proportionnel au multiplicateur λ considéré
2. un multiplicateur λ_y , à tel qu'on atteint la résistance plastique dans un élément structural ; il y correspond $\delta = \delta_y$
3. des δ de structures élasto-plastiques inférieurs aux δ de structure constituée d'un matériau indéfiniment élastique, sous les mêmes accélérogrammes $\lambda a(t)$. Ceci résulte de la dissipation d'énergie dans le domaine plastique (par hystérésis).
4. un multiplicateur λ_{\max} pour lequel le déplacement δ_{\max} résultant du calcul dynamique non linéaire effectué sur la structure en matériau réel de limite élastique f_y est précisément égal au déplacement δ_{\max} trouvé par un calcul dynamique linéaire effectué avec le même accélérogramme $\lambda_{\max} a(t)$ pour une structure faite d'un

matériau idéalement élastique. Cette valeur de λ_{\max} correspond au respect d'un critère d'égalité des déplacements maximum observés sous le même accélérogrammes $\lambda_{\max} a(t)$. On peut considérer que la valeur maximale $\lambda_{\max} a(t)$ correspondant à l'atteinte d'un état limite d'instabilité dynamique au-delà duquel la dissipation d'énergie plastique dans la structure n'est plus suffisante pour s'opposer à des déplacements excessifs [13, 23].

La figure (7.2) synthétise cette approche de l'évaluation du coefficient comportement R . Ce dernier est obtenu à l'aide de la relation simple suivante :

$$R = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_e} \tag{4.13}$$

Cette méthode peut s'appliquer à différentes catégories de structures (portiques non contreventés, treillis, portiques contreventés, etc...), à des structures de formes plus ou moins régulière, voir irrégulière. Elle peut également intégrer le comportement hystérique complexe des éléments ainsi que les effets P- Δ . Seulement, cette méthode reste une opération coûteuse en temps de calcul sur ordinateur.

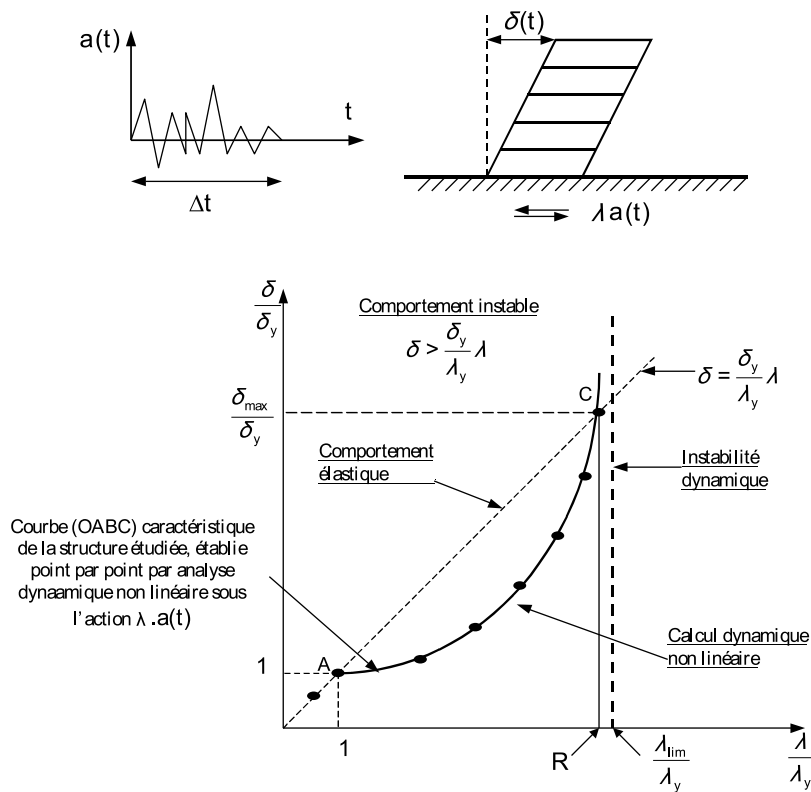


Figure 4.4. Etablissement du coefficient de comportement par la méthode de BALLIO-SETTI

4.3.3 Méthodes basées sur l'approche énergétique

Ces méthodes sont plus générales, elles ne nécessitent ni l'hypothèse de régularité structurale ni celle de mécanisme de ruine de type global. Elles sont basées uniquement sur le concept de la capacité de dissipation d'énergie. La structure atteint la condition de ruine lorsqu'elle n'est plus en mesure de dissiper de l'énergie qui lui est induite par l'action sismique.

4.3.3.1 Méthode de Como et Lanni

Une méthode simplifiée fondée sur l'approche énergétique a été proposée par COMO et LANNI. Cette méthode est basée sur un modèle simplifié des échanges d'énergie survenant dans une structure durant un tremblement de terre. L'évolution complexe du mouvement sismique d'une structure, est divisée en une série de cycles simplifiés d'échange d'énergie. Chaque cycle prévoit une première phase d'emménagement d'énergie durant laquelle on a une augmentation progressive des oscillations élastiques de la structure, et une deuxième phase dans laquelle l'énergie accumulée dans la première phase est transformée en travail élasto-plastique.

Un développement mathématique relativement long de cette méthode est présenté dans la référence [40]. En définissant la capacité d'une structure à résister à des séismes majeurs comme dépendant d'une propriété qui est combinaison de résistance et de ductilité, les auteurs de cette méthode ont proposé la formulation suivante de R :

$$R = \frac{W_p}{W_y} \quad (4.14)$$

avec W_y : énergie de déformation élastique emmagasinée par la structure à l'état de la première plastification ;

W_p : énergie emmagasinée et dissipée par déformation plastique (énergie absorbée par hystérésis) jusqu'à la ruine.

4.3.3.2 Méthode de Bonev et Christov

La Méthode de BONEV et CHRISTOV [9] est basée sur les hypothèses suivantes :

1. Seuls les déplacements horizontaux au niveau de chaque plancher sont à considérer
2. L'énergie de déformation, W_p , est calculée lorsque le déplacement relatif entre deux planchers successifs atteint 3%

3. La distribution en élévation des déplacements horizontaux dépend d'un seul paramètre, il convient de choisir souvent le déplacement horizontal du plancher supérieur.

Selon cette approche, l'état limite de la structure est observé si la demande en énergie de déformation plastique, noté E_p , excède l'énergie de déformation plastique W_p .

La prévention de la structure contre la ruine est assurée si l'inégalité suivante est satisfaite :

$$E_p \leq W_p \quad (4.15)$$

Cette méthode suppose que les modes propres de vibration de la structure sont connus. Les notations suivantes sont adoptées :

$\{v\}$: vecteur déplacements de la structure selon l'hypothèse 1

$\{\Phi\}$: vecteur modal

v_T : déplacement du plancher supérieur de la structure

M : matrice masse de la structure

Le déplacement généralisé v^* de la structure est introduit selon l'équation suivante :

$$v^* = \frac{\{\Phi\}^T M \{v\}}{\{\Phi\}^T M \{\Phi\}} \quad (4.16)$$

Les modes de ruine de la structure sont supposés se produire selon les modes propres, donc, les modes de déplacement sont donnés par :

$$\{v\} = \{\Phi\} v_T \quad (4.17)$$

L'équation (4.15) est appliquée pour chaque mécanisme de ruine envisageable.

Le système d'équations du mouvement de la structure peut être écrit sous la forme suivante :

$$M \{\ddot{v}\} + \{f\} = -M \{l\} \ddot{v}_g \quad (4.18)$$

où $\{f\}$: vecteur des forces intérieures qui agissent au niveau des planchers

$\{l\}$: vecteur unitaire (vecteur de couplage dynamique)

\ddot{v}_g : accélération horizontal du sol.

L'étape suivante consiste à transformer le système d'équation (4.17), en une équation de mouvement correspondant à un système à un seul degré de liberté. Les détails de cette transformation sont donnés par Fajfar [24]. Les notations de base de cette transformation sont listées comme suit :

$$M^* = \{\Phi\}^T [M] \{\Phi\}, \quad \psi = \frac{\{\Phi\}^T [M] \{\Phi\}}{M^*}, \quad \ddot{v}_T^* = \psi \ddot{v}_T, \quad \dot{v}_T^* = \psi \dot{v}_T, \quad v_T^* = \psi v_T \quad (4.19)$$

Les quantités suivantes sont également introduites dans les calculs :

$$K^* = \{\Phi\}^T [M] \{\Phi\}, \quad \omega^{*2} = \frac{K^*}{M^*} \quad (4.20)$$

où K^* et M^* sont respectivement la rigidité et la pulsation associés au système équivalent à un seul degré de liberté. La transformation du système d'équations (4.18) s'écrit :

$$M^* \ddot{v}_T^* + F^* = -M^* \ddot{v}_g \quad (4.21)$$

où F^* est la force interne associée au système équivalent à un seul degré de liberté, elle est égale à :

$$F^* = \{\Phi\}^T \{f\} \quad (4.22)$$

Le bilan énergétique de la structure à l'état limite ultime est donné par l'équation suivante :

$$E_{\text{entrée}} = E_c + E_p \quad (4.23)$$

L'énergie de déformation dans l'équation ci-dessus est négligée.

Le terme de gauche de l'équation (4.23) représente l'énergie introduite y compris l'effet de l'amortissement.

$$E_{\text{entrée}} = \frac{1}{2} \left(\frac{T^* g}{2\pi} \right)^2 M^* S_e^2 \quad (4.24)$$

avec :

g : l'accélération de pesanteur,

T^* : la période,

S_e : la réponse en accélération du spectre de dimensionnement élastique normalisé.

L'énergie cinétique E_c utilisée dans le côté droit de l'équation (4.23) est évaluée par l'expression :

$$E_c = \frac{1}{2} \left(\frac{T^* g}{2\pi} \right)^2 M^* \frac{S_e^2}{R^2} \quad (4.25)$$

R désigne le coefficient de comportement de la structure.

Le résultat final qui découle de l'égalité de l'énergie induite par l'action sismique et l'énergie totale absorbée par la structure est obtenu en supposant que l'état limite ultime est atteint lorsque l'équation (4.15) est satisfaite, ainsi :

$$E_p = W_p = \frac{(S_e g)^2}{\psi K^*} (M^*)^2 \frac{1}{R^2} \eta^* \quad (4.26)$$

Le paramètre η^* désigne la ductilité cumulée de la structure.

On utilise l'équation (4.23) et on suppose que le système équivalent à un seul degré de liberté possède un comportement élasto-plastique parfait, alors on peut écrire :

$$\eta^* = \frac{E_p K^*}{(F_y^*)^2} \psi \quad (4.27)$$

où F_y^* est la limite élastique du système équivalent à un seul degré de liberté.

Le facteur de comportement est évalué en substituant les équations (4.24), (4.25) et (4.26) dans l'équation (4.23).

$$R = \sqrt{1 + \frac{2\eta^*}{\psi}} \quad (4.28)$$

4.3.4 Méthodes basées sur l'accumulation de dommage

L'évaluation du coefficient de comportement R selon ces méthodes d'une part, nécessite la disponibilité des courbes de fatigues des éléments constitutifs de la structure, d'autre

part l'application de ces méthodes comporte plusieurs étapes de calcul qui sont à la fois longues et difficiles.

Chapitre 5

Prise en main des logiciels OpenSees et ABAQUS

5.1 Introduction

Afin de mener à bien ce présent travail, on a utilisé deux logiciels d'éléments finis de calcul dynamique non linéaire « OpenSees » et « ABAQUS ».

OpenSees (Open system for Earthquake Engineering Simulation) est un logiciel d'éléments finis open source (gratuit et téléchargeable) spécifique au calcul non linéaire et à la simulation de la réponse sismique des structures [39, 43]. Ne disposant pas d'interface graphique, il utilise des scripts écrits en TCL, et dont l'utilisation nécessite une bonne familiarisation et compréhension des commandes utilisées, tant pour la modélisation que pour l'analyse. L'interprète d'OpenSees est donc une extension du langage TCL/TK.

Le but visé dans ce chapitre est la prise en main du logiciel OpenSees à travers de structures simples, afin de pouvoir l'exploiter en parallèle avec le logiciel commercial et généraliste « ABAQUS », qui jouit d'une réputation sans égale en matière de technologie, de qualité et de fiabilité. Contrairement à OpenSees, il dispose d'une interface graphique interactive (CAE) idéale pour la modélisation, la gestion et le post-traitement des données [1, 2, 3].

La prise en main, notamment, du logiciel OpenSees se fera avec la validation de modèles simples qui seront implémentés conjointement sur les deux logiciels. Les résultats obtenus à l'aide, de ABAQUS serviront de référence. A cet effet, dans ce qui suit on parlera plus de validation que de prise en main concernant OpenSees.

La validation se fera pour l'analyse des vibrations libres puis pour les réponses dynamiques linéaires et non linéaires.

5.2 Vibrations libres

La réponse dynamique la plus simple d'un système à plusieurs degrés de liberté se produit lorsque le système est en vibrations libres. Ces dernières sont le résultat uniquement des conditions initiales (déplacement ou vitesse) sans excitation dynamique externe. La réponse en vibrations libres est très importante pour déterminer les caractéristiques fondamentales du système qui sont les périodes naturelles des modes de vibration. Le comportement en vibrations libres d'un système à n degrés de liberté est déterminé à partir de la résolution du problème aux valeurs et vecteurs propres de l'équation du mouvement (3.4) de la structure sans la prise en compte des termes d'amortissement et du chargement.

Le problème aux valeurs propres s'écrit :

$$\left[K - \omega^2 M \right] \Phi = 0 \quad (5.1)$$

La résolution de ce système admet n solutions $(\omega_1^2, \Phi_1), (\omega_2^2, \Phi_2), \dots, (\omega_i^2, \Phi_i), \dots, (\omega_n^2, \Phi_n)$.

où ω_i : la $i^{\text{ème}}$ pulsation propre du système

Φ_i : Le $i^{\text{ème}}$ mode propre de vibration du système

5.2.1 Structures étudiées

Pour cette section nous avons choisi trois structures simples, les deux premières sont des colonnes simples encastées à leur bases (poteaux), une en béton et l'autre en acier (profilé métallique). La troisième est un portique plan en béton.

Les structures sont présentées par les figures (5.1) et (5.2).

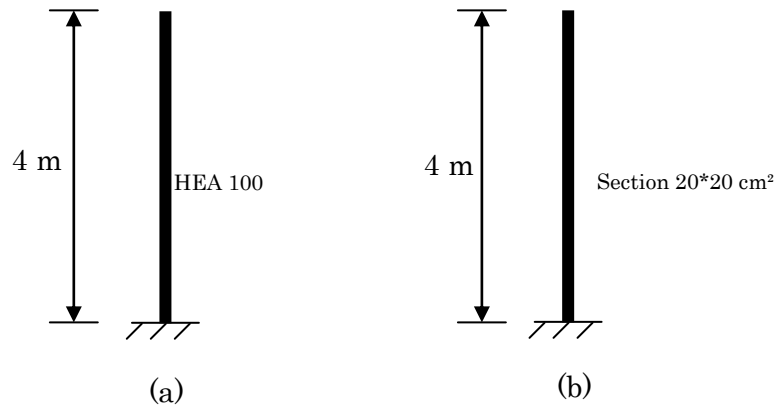


Figure 5.1. Colonnes étudiées

(a) acier ; (b) béton

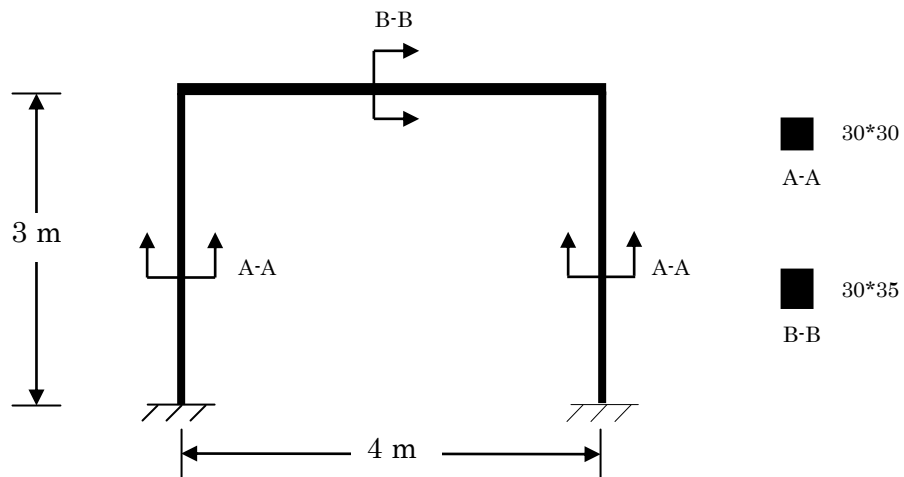


Figure 5.2. Portique étudié en vibrations libres

Les propriétés des matériaux utilisés sont récapitulées au tableau (5.1).

Tableau 5-1. Propriétés des matériaux

Matériaux	Module d'élasticité (MPa)	Masse volumique (tonne/m ³)
Béton	24821,128	2,4028
Acier	205000	7,8

5.2.2 Résultats de l'étude

Les périodes propres des 10 premiers modes de vibration des structures étudiées sont récapitulés dans les tableaux (5.2), (5.3) et (5.4).

Tableau 5-2. Période propre de la colonne en profilé HEA100 (sec)

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Opensees	0,1380	0,0222	0,0080	0,0041	0,00312	0,00253	0,00544	0,0018	0,00105	0,00097
Abaqus	0,1372	0,0218	0,0078	0,0039	0,00312	0,00241	0,00510	0,0011	0,00104	0,00086

Tableau 5-3. Période propre de la colonne en béton (sec)

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Opensees	0,154	0,0250	0,0090	0,0049	0,0046	0,0028	0,0019	0,0016	0,0014	0,0010
Abaqus	0,154	0,0245	0,0087	0,0049	0,0044	0,0027	0,0018	0,0016	0,00128	0,00099

Tableau 5-4. Période propre du portique en béton (sec)

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Opensees	0,0721	0,0234	0,0104	0,0100	0,00690	0,00456	0,00401	0,0039	0,00338	0,00286
Abaqus	0,0721	0,0234	0,0104	0,0100	0,00691	0,00457	0,00397	0,0039	0,00338	0,00282

On note immédiatement de ces tableaux que les résultats obtenus avec les deux logiciels sont pratiquement les mêmes. De ce fait, la modélisation en vibrations libres effectuée avec le logiciel OpenSees est validée.

5.3 Réponse dynamique

Pour cette analyse, on a repris la colonne en profilé métallique HEA100 encastrée à la base (figure.5.1.a) analysée précédemment en vibrations libres. L'acier du profilé est de type S235.

La sollicitation dynamique considérée pour l'étude dynamique est une accélération à la base de type sinusoïdal (figure.5.3) de la forme :

$$\ddot{u}_g(t) = 40 \sin\left(\frac{2\pi}{T_s} t\right) \quad (m/s^2) \quad (5.2)$$

$T_s = 0,15$ sec : est la période de la sollicitation, choisie volontairement proche de la période fondamentale de la structure afin d'obtenir des amplifications dans la réponse.

L'amplitude $40 m/s^2$ de la sollicitation est choisie de telle sorte, que lors des vibrations forcées le comportement de la structure sort du domaine linéaire.

Le taux d'amortissement critique de la structure est fixé à : $\xi_{cr} = 5\%$

L'évolution temporelle des réponses sont mesurées au sommet de la colonne et sont données en termes de déplacements relatifs.

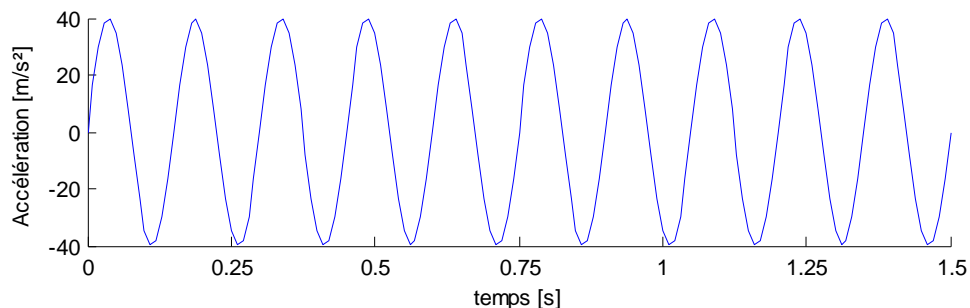


Figure 5.3. Sollicitation

Afin de mieux comparer les réponses temporelles obtenues avec les deux logiciels, les spectres fréquentiels établis en utilisant la transformée de Fourier discrète (TFD) seront aussi présentés.

5.3.1 Analyse linéaire

En utilisant un modèle de comportement linéaire, on a obtenu pour le nœud au sommet de la colonne les résultats en termes de déplacements relatifs qui sont représentés sur les figures ci-après.

La figure (5.4) est constituée de deux graphiques, l'un représente la réponse temporelle obtenue avec le logiciel ABAQUS et l'autre celle obtenue avec le logiciel OpenSees. Sur la figure (5.5), les deux réponses précédentes sont reprises sur un même graphique pour une meilleure comparaison. Leurs spectres fréquentiels sont représentés sur la figure (5.6).

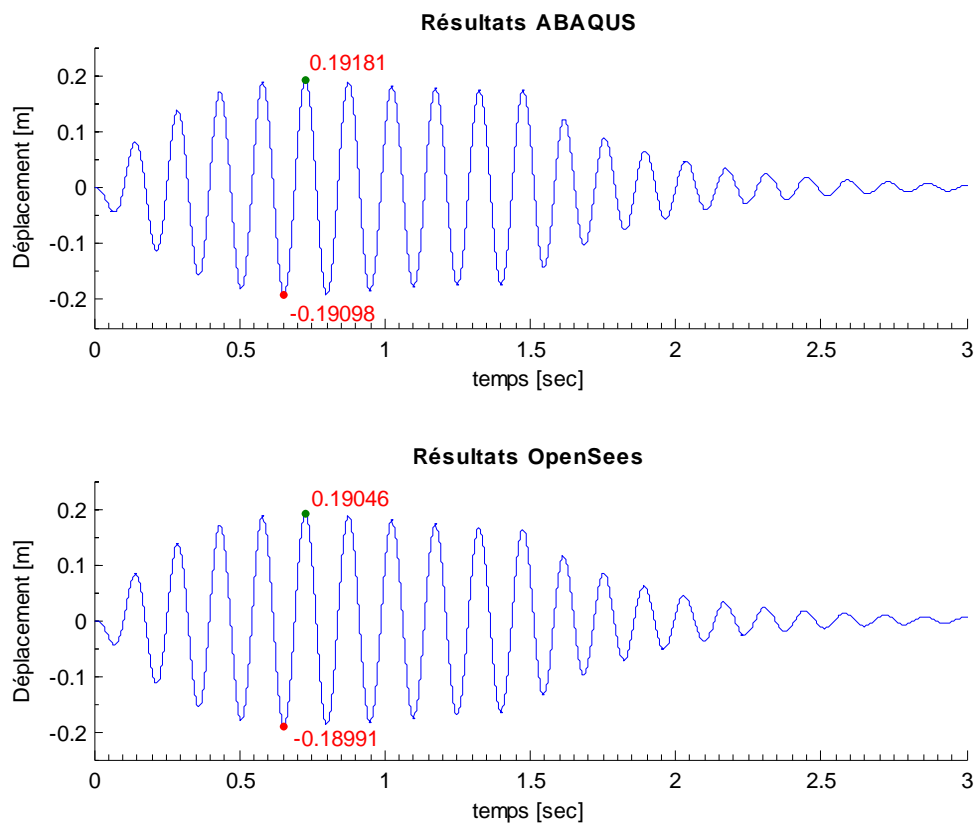


Figure 5.4. Réponses de l'analyse linéaire

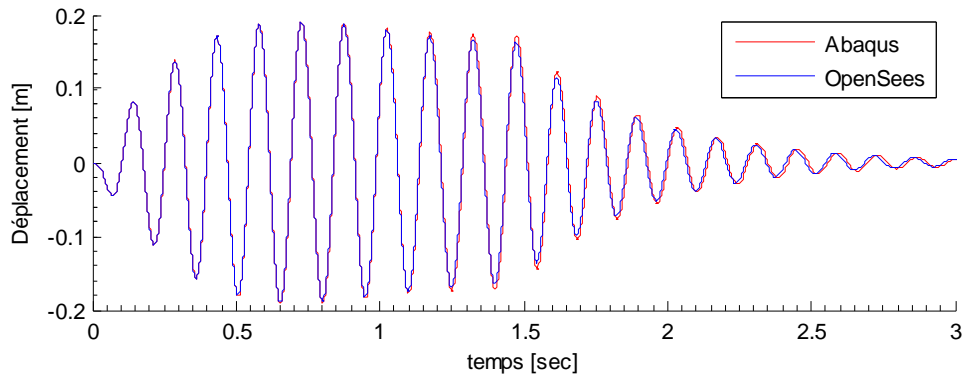


Figure 5.5. Comparaison des réponses de l'analyse linéaire

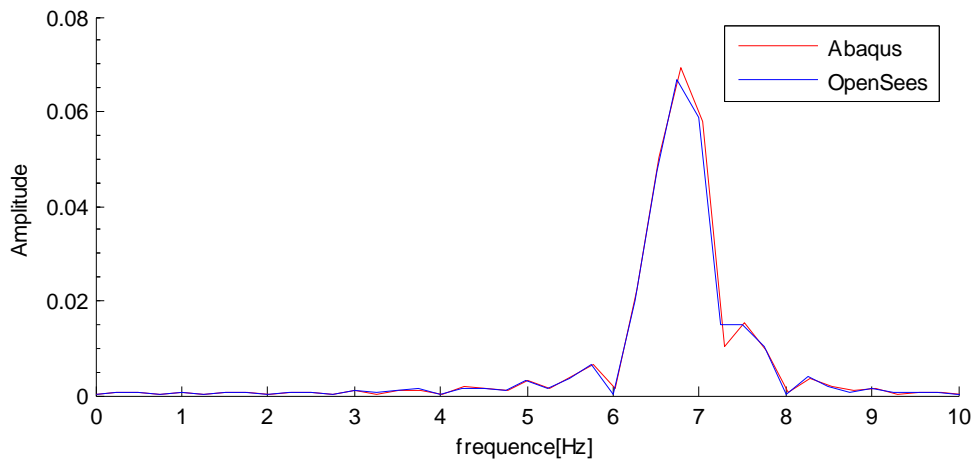


Figure 5.6. Spectres fréquentiels des réponses linéaires

A travers les figures (5.4) et (5.5), on voit que les deux réponses présentent la même allure et donnent sensiblement les mêmes pics qui se produisent aux mêmes instants. De ce fait, on peut conclure que les deux modèles, d'ABAQUS et OpenSees sont équivalents.

En outre, la comparaison des spectres fréquentiels des réponses représentés sur la figure (5.6) confirme bien cette conclusion.

5.3.2 Analyse non linéaire

Pour cette analyse non linéaire, on a utilisé un modèle de comportement bilinéaire élasto-plastique avec écrouissage. La pente d'écrouissage est choisie égale à 1‰ la pente élastique. Les résultats sont représentés de la même façon que dans l'analyse linéaire, par les figures (5.7), (5.8) et (5.9).

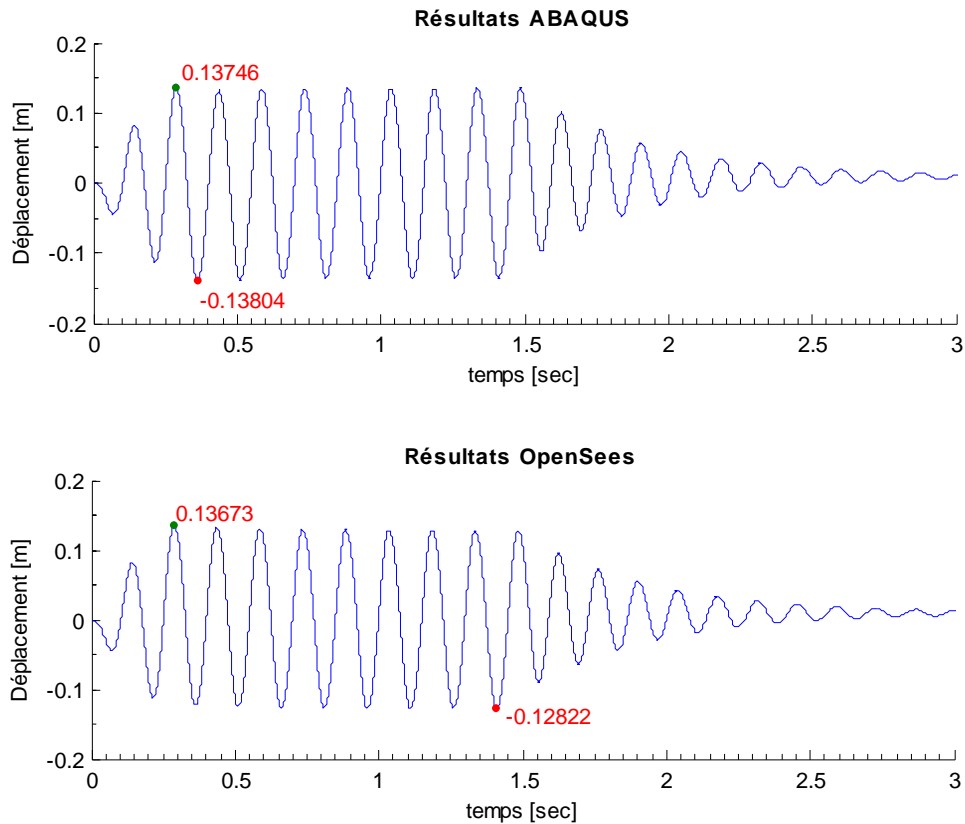


Figure 5.7. Réponses de l'analyse non linéaire

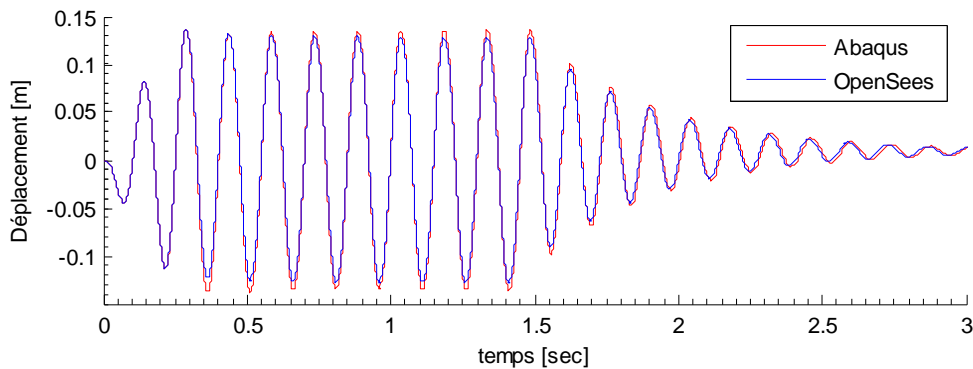


Figure 5.8. Comparaison des réponses de l'analyse non linéaire

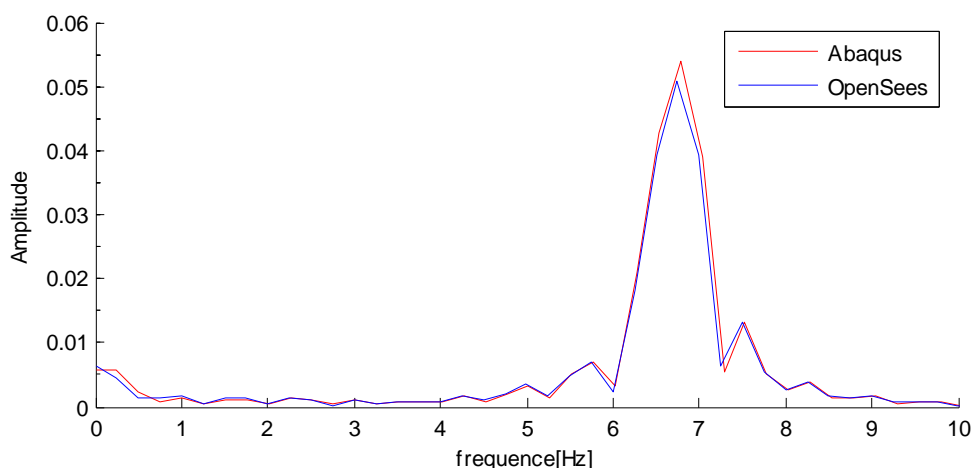


Figure 5.9. Spectres fréquentiels des réponses non linéaires

Des trois figures ci-dessus, on voit que les deux réponses présentent pratiquement la même allure mais avec une petite différence au niveau des pics négatifs. Néanmoins, cette différence reste très modérée de telle façon que la validation de notre modélisation en non linéaire avec le logiciel OpenSees reste acceptable.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on s'est consacré à la prise en main de l'utilisation du logiciel OpenSees. On tient à signaler que l'utilisation de ce dernier n'est pas aisée et nécessite comme annoncé antérieurement, une bonne familiarisation et compréhension des commandes utilisées. En d'autres termes, le logiciel OpenSees exige de son utilisateur une bonne connaissance et expérience dans le domaine du numérique en général et dans la programmation en éléments finis en particulier. Néanmoins, comme il est spécifique au calcul sismique non linéaire, il offre de grandes possibilités de modélisations en non linéaire notamment pour les matériaux.

Chapitre 6

Etude de la demande de ductilité et du Coefficient de réduction d'efforts en fonction de la fréquence d'excitation

6.1 Introduction

Au premier chapitre, on a défini deux paramètres ; le coefficient réducteur d'efforts et la ductilité qui caractérisent le comportement non linéaire et la capacité d'une structure de se déformer dans le domaine inélastique. On a vu que ces deux paramètres sont directement proportionnels aux réponses dynamiques du système qui dépendent aussi de l'excitation.

Il est connu, qu'en plus de l'amplitude et de la durée de la sollicitation, le contenu fréquentiel de cette dernière s'avère généralement très prépondérant sur les structures et même décisif dans certains cas. Dans l'étude menée par [7], il a été noté que le contenu fréquentiel d'une sollicitation à un grand effet sur l'amplification ou l'atténuation de la réponse dynamique d'une structure en fonction de ses fréquences naturelles.

L'objectif de cette partie de l'analyse est d'étudier les variations de la demande de ductilité et du coefficient de réduction d'efforts en fonction de la variation de la période (fréquence) de sollicitation. Une excitation harmonique de type sinus est considérée afin de pouvoir contrôler et varier sa fréquence.

6.2 Système étudié

Le système retenu pour cette étude est un portique en profilés métalliques d'un hall industriel. Le portique en question est constitué de deux colonnes en profilé HEA340 et de deux poutres en profilé IPE500. Les dimensions de celui-ci sont illustrées sur la figure (6.1).

La nuance et les caractéristiques de l'acier des profilés sont résumées ci-après :

- Acier *S235* $\Rightarrow f_y = 235 \text{ MPa}$
- $E = 205000 \text{ MPa}$
- $\nu = 0,3$
- $\rho = 7,8 \text{ ton/m}^3$

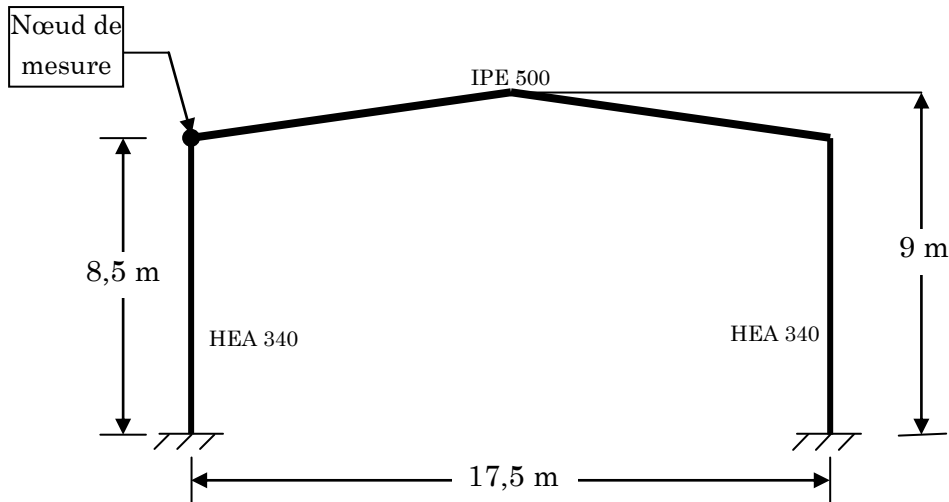


Figure 6.1. Portique étudié

Les liaisons (nœuds) poutre-colonne du portique sont supposées rigides et tous les degrés de liberté par nœuds sont retenus. Chaque nœud peut se déplacer horizontalement, verticalement et tourner autour d'un axe perpendiculaire au plan de la structure. Un nœud de mesure est choisit au sommet du poteau gauche du portique (figure 6.1).

La toiture du hall est constituée d'un bardage en tôles laminées très raides, ne nécessitant pas l'utilisation de pannes. Le bardage latéral est appuyé sur deux lisses. Compte tenu de ce qui précède, la masse de la toiture est prise en compte sous forme de masse répartie linéairement sur les poutres. Les masses du bardage quant à elles sont concentrées sur les colonnes au droit des lisses (figure 6.2).

Le taux d'amortissement critique de la structure est fixé à : $\xi_{cr} = 5\%$.

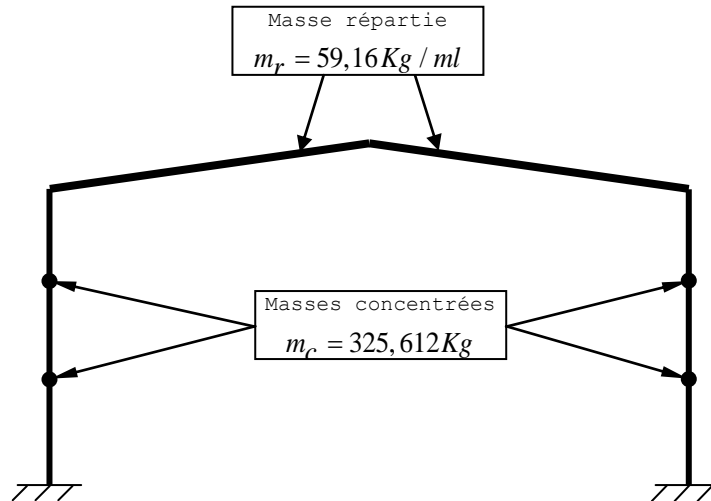


Figure 6.2. Ajout de masses

Pour l'analyse non linéaire, on a utilisé un modèle de comportement bilinéaire élasto-plastique avec écrouissage tel illustré sur la figure (6.3). La pente d'écrouissage est choisie selon les recommandations de l'Eurocode3 « *calcul des structures en acier* ». Elle vaut 0,1‰ de la pente initiale.

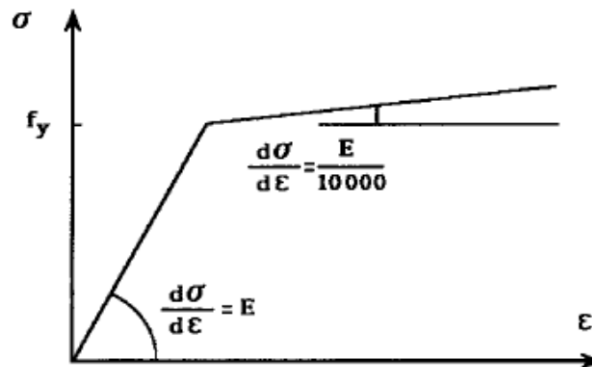


Figure 6.3. Modèle de comportement

6.3 Etude et Résultats

Les périodes propres des cinq premiers modes de vibration du portique obtenu suite à l'analyse des vibrations libres sont rassemblés dans le tableau (6.1) ci-dessus :

Tableau 6-1. Période propre de la structure

Mode	1	2	3	4	5
Période (sec)	0,312	0,16	0,06	0,048	0,039

La demande de ductilité telle qu'on l'a déjà définie précédemment, est le rapport entre le déplacement maximum non linéaire u_{nl} (ou élasto-plastique) imposé par la sollicitation et le déplacement élastique ultime u_y atteint à la fin de la phase linéaire (ou élastique).

$$\mu_\delta = \frac{u_{nl}}{u_y} \quad (6.1)$$

Quant au coefficient de réduction d'effort ; c'est le rapport entre le déplacement max u_l (ou de la force max f_l) dans le cas d'un matériau à loi de comportement linéaire (limite d'élasticité infinie) et du déplacement u_y (ou de la force f_y).

$$R_y = \frac{u_l}{u_y} = \frac{f_l}{f_y} \quad (6.2)$$

La sollicitation considérée pour cette analyse est une accélération à la base de type sinusoïdal de la forme :

$$\ddot{u}_g(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad (m/s^2) \quad (6.3)$$

Où : A et T sont respectivement l'amplitude et la période de la sollicitation

Pour rappel, l'équation dynamique de mouvement pour ce problème s'écrit :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M.R.\ddot{u}_g(t) \quad (6.4)$$

A chaque période T_i de sollicitation correspond un u_{y_i} que l'on se doit déterminer. C'est dans là que réside toute la difficulté de l'étude, dans la mesure où on doit inévitablement procéder par dichotomie sur l'amplitude A_i de la sollicitation.

La procédure consiste à faire varier l'amplitude de sollicitation tout en contrôlant à chaque fois dans quelle phase d'où on se trouve (phase élastique ou plastique), ainsi de suite jusqu'à atteindre la fin de la phase élastique.

Le contrôle se fait soit :

- en visualisant l'allure de la réponse et de vérifier à la fin de celle-ci, est ce qu'il y subsiste des déplacements irréversibles ou pas ;
- ou tout simplement, en visualisant l'énergie totale de déformation plastique.

L'analyse est menée pour les périodes de sollicitation suivantes : 0,2 ; 0,3 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 et 3 secondes.

Les différents résultats obtenus sont récapitulés au tableau (6.2) et représentés sur les figures (6.4), (6.5) et (6.6).

Tableau 6-2. Résultats de l'étude

$T_{sollicitation}$ (sec)	0,2	0,3	0,5	1	1,5	2	2,5	3
A_y (m/s^2)	31,25	5,5	20	33,5	43	41,5	43	44,5
u_y (cm)	11,30	11,07	11,12	11,06	11,06	11,05	11,06	11,05
A (m/s^2)	50							
u_{nl} (cm)	17,23	28,95	38,01	20,23	15,95	16,08	15,74	15,12
μ_δ	1,524	2,615	3,418	1,829	1,442	1,455	1,423	1,368
u_l (cm)	18,588	95,76	27,76	16,50	12,85	13,31	12,86	12,42
R_y	1,644	8,650	2,496	1,4918	1,161	1,204	1,162	1,124

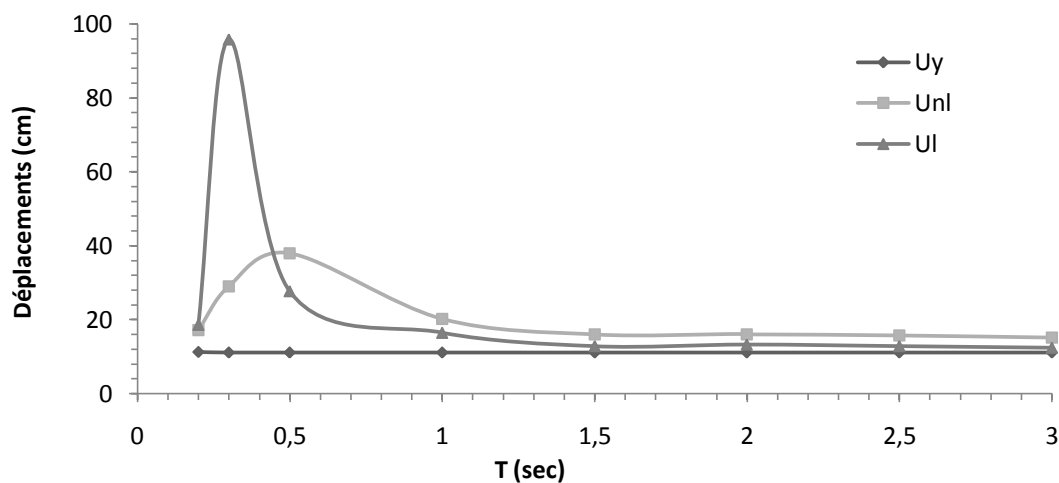


Figure 6.4. Déplacements en fonction des périodes de sollicitation

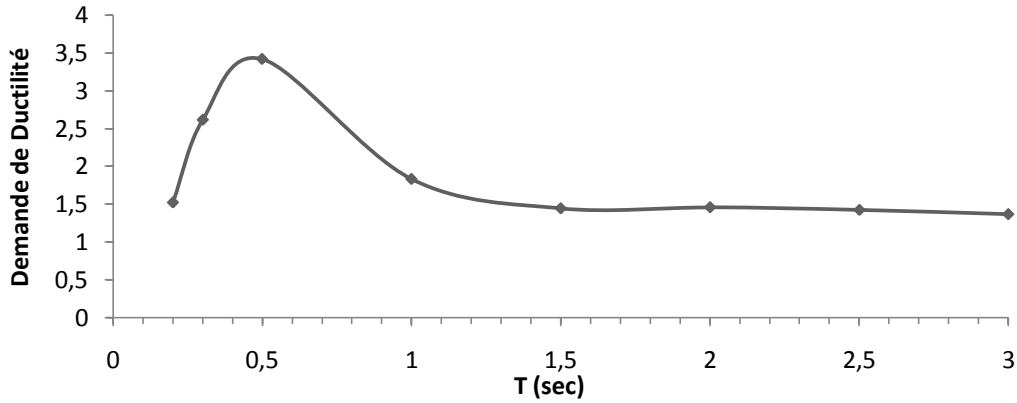


Figure 6.5. Demande de ductilité en fonction de la période de sollicitation

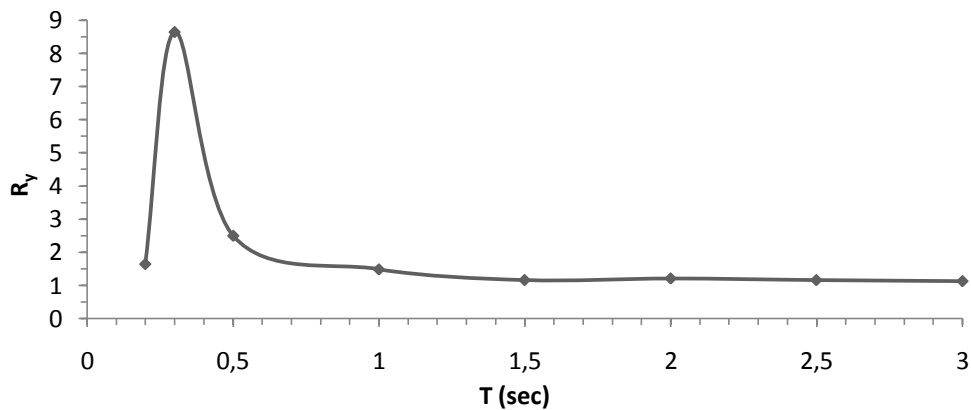


Figure 6.6. Coefficient de réduction d'effort en fonction de la période de sollicitation

6.4 Conclusion

Au travers les résultats précédents, on constate que :

- Le déplacement élastique limite u_y est pratiquement le même pour toutes les périodes de sollicitations, mais pour des amplitudes de sollicitations différentes. Ainsi, on conclut que le début de la plastification se fait toujours à l'atteinte d'un même déplacement.
- Les déplacements linéaires et non linéaires restent stables pour des périodes de sollicitations distantes de la période fondamentale de la structure. Au voisinage de

cette dernière, les déplacements linéaires commencent à croître de plus en plus que l'on s'approche. On parle alors du phénomène de résonance. En revanche, le déplacement maximum non linéaire ne se produit pas à la rencontre de la période fondamentale mais à une période un peu plus allongée. Ceci s'explique par l'allongement de la période fondamentale lors de la plastification de certaines parties de la structure, ainsi on parle plus de résonance mais de quasi-résonance. Un exemple typique de ce phénomène a été observé lors du séisme de Mexico en 1985 [25] où le mouvement à la surface du sol de la ville de Mexico était pratiquement sinusoïdal avec une période de 2s, de sorte qu'un grand nombre d'édifices de 10 à 15 étages ont été détruits lors de ce séisme à cause du rapprochement des périodes après plastification, dans un système à courte période initiale.

- Les mêmes constatations que pour les déplacements linéaires et non linéaires peuvent être faites successivement pour le coefficient de réduction d'efforts et pour la demande de ductilité dans la mesure où ces derniers sont directement proportionnels aux deux premiers.

Chapitre 7

Comparaison des réponses linéaires aux non linéaires sous action sismique

7.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de comparer les réponses linéaires aux réponses non linéaires d'une structure sous action sismique. La même structure étudiée au chapitre précédent est reprise pour cette étude (figure.6.1). Cette dernière est un portique en profilés métalliques d'un hall industriel.

7.2 L'action sismique considérée

La sollicitation sismique considérée pour cette analyse est représentée dans le domaine fréquentiel par le spectre de réponse élastique $S_e(T)$ illustré sur la figure (7.1). La sollicitation temporelle $a(t)$ correspondant générée à partir du spectre $S_e(T)$ à l'aide d'un logiciel de simulation sismique « *SimSeisme* » [35]. $a(t)$ est représentée par la figure (7.2).

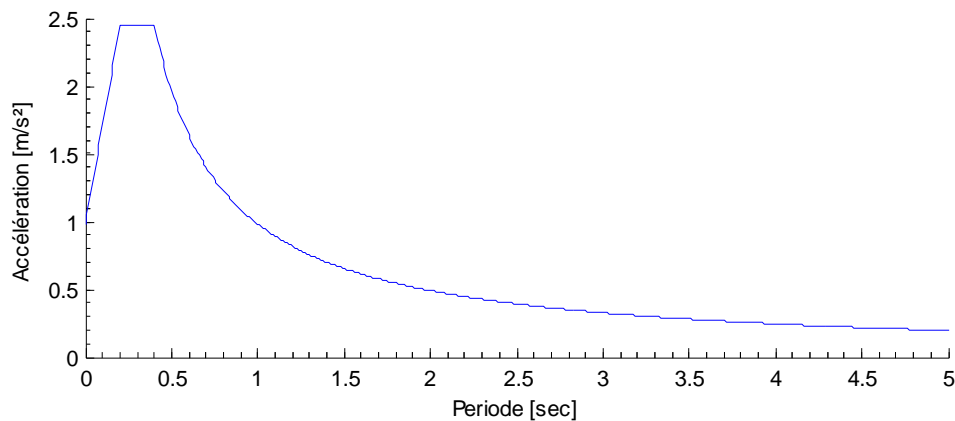


Figure 7.1. Sollicitation fréquentielle

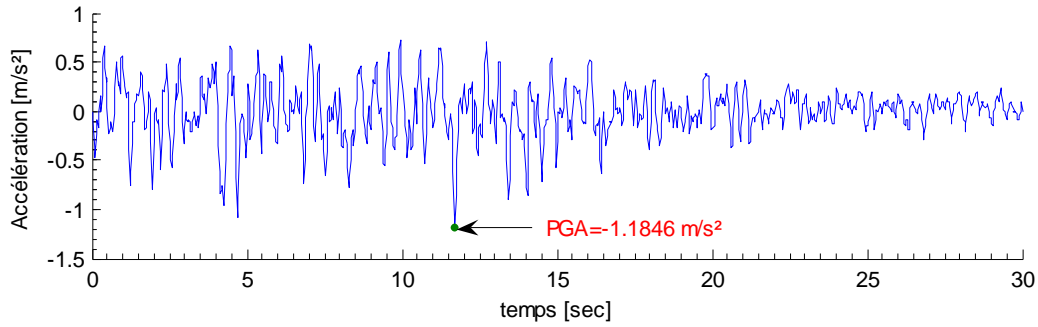


Figure 7.2. Sollicitation temporelle

7.3 Résultats de l'analyse

L'analyse de la réponse, est effectuée avec des accélérogrammes et spectres élastiques produit de $a(t)$ et $S_e(T)$ par un multiplicateur λ . Trois types d'analyse sont effectués :

- analyse spectrale élastique
- analyse temporelle linéaire
- analyse temporelle non linéaire.

Les résultats de la réponse en termes de déplacements relatifs mesurés au sommet de la colonne gauche du portique obtenus pour divers multiplicateurs λ d'accélérogrammes (1, 10, 20, 30, 70 et 75), sont récapitulés au tableau (7.1).

Tableau 7-1. Résultats de l'étude

λ	Analyse spectrale élastique	Analyse temporelle linéaire		Analyse temporelle non linéaire	
	Déplacement (cm)	Déplacement (cm)		Déplacement (cm)	
		max	min	max	min
1	0,706	0,57	-0,68	0,57	-0,68
10	7,06	5,76	-6,84	5,76	-6,84
20	14,12	11,51	-13,66	10,71	-13,65
30	21,19	17,24	-20,46	16,07	-15,83
70	49,44	39,74	-47,28	30,63	-48,98
75	52,97	42,46	-50,58	24,34	-64,85

Pour mieux illustrer ces résultats, on présente ci-après pour des multiplicateurs égaux à 20, 30 et 75 les évolutions temporelles des réponses linéaires et non linéaires de la structure.

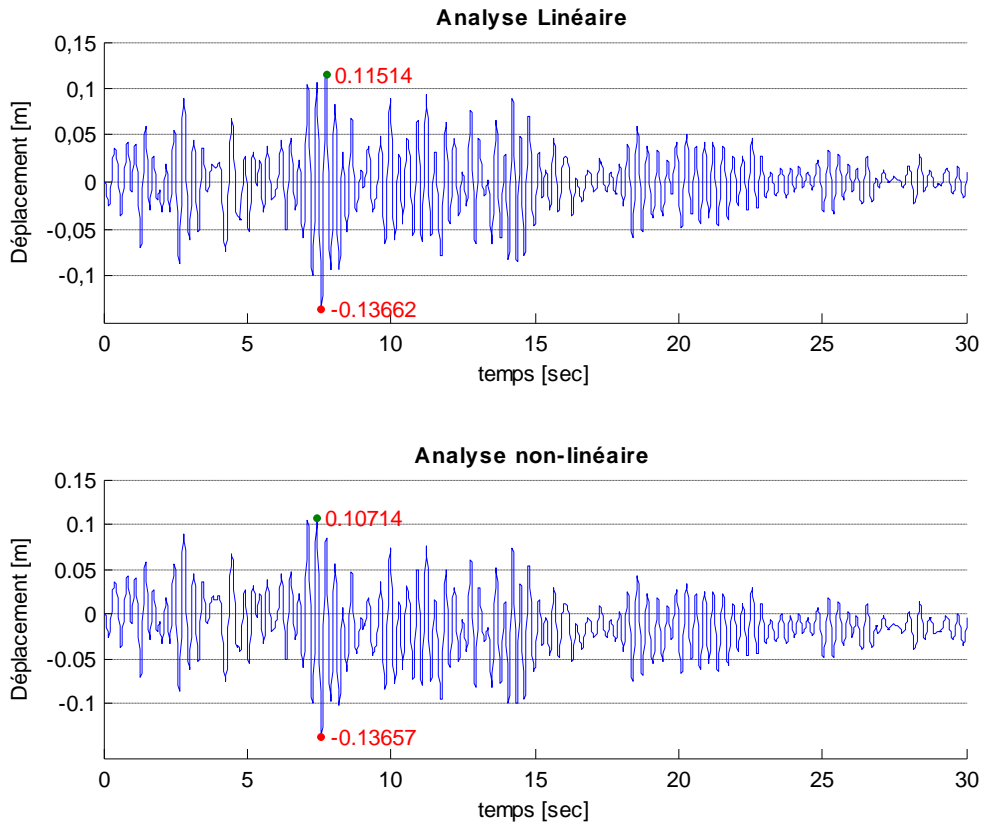


Figure 7.3. Evolution de la réponse temporelle linéaire et non linéaire pour $\lambda = 20$

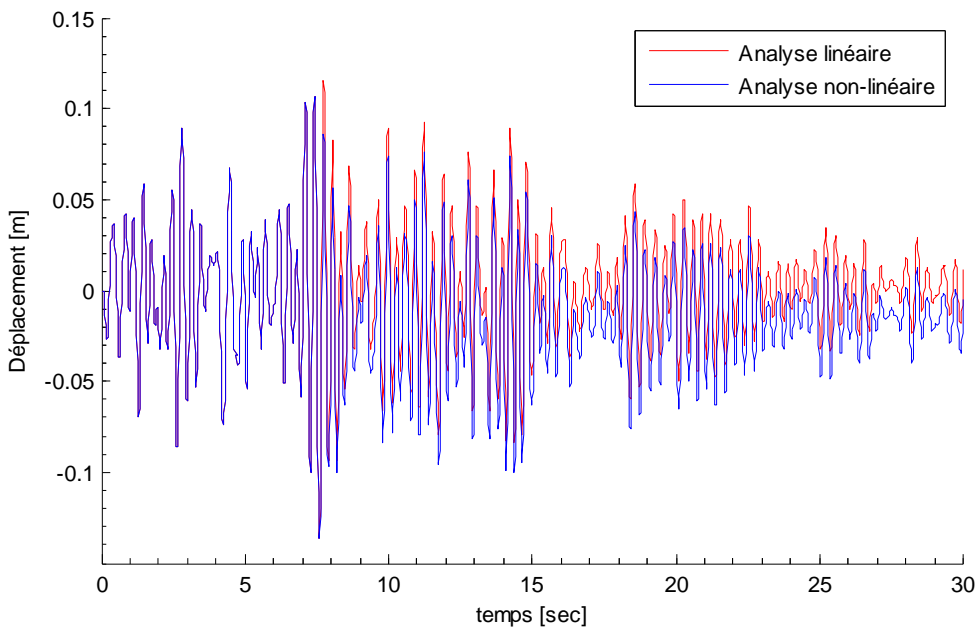


Figure 7.4. Comparaison de l'évolution temporelle de la réponse linéaire et non linéaire pour $\lambda = 20$

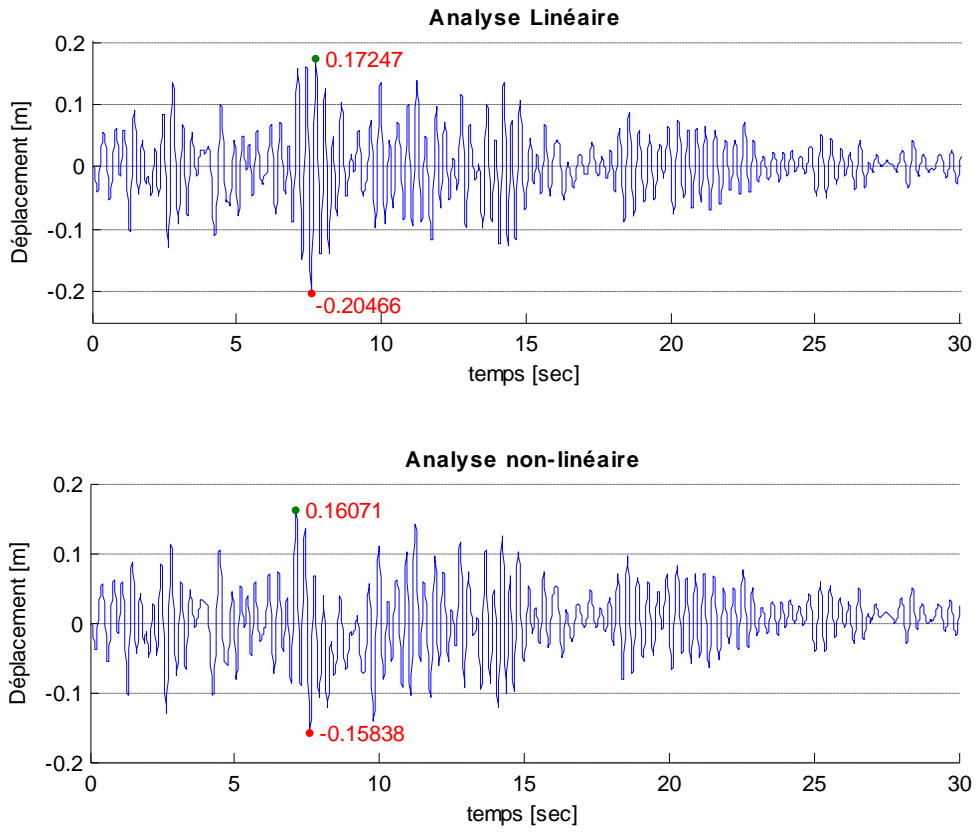


Figure 7.5. Evolution de la réponse temporelle linéaire et non linéaire pour $\lambda = 30$

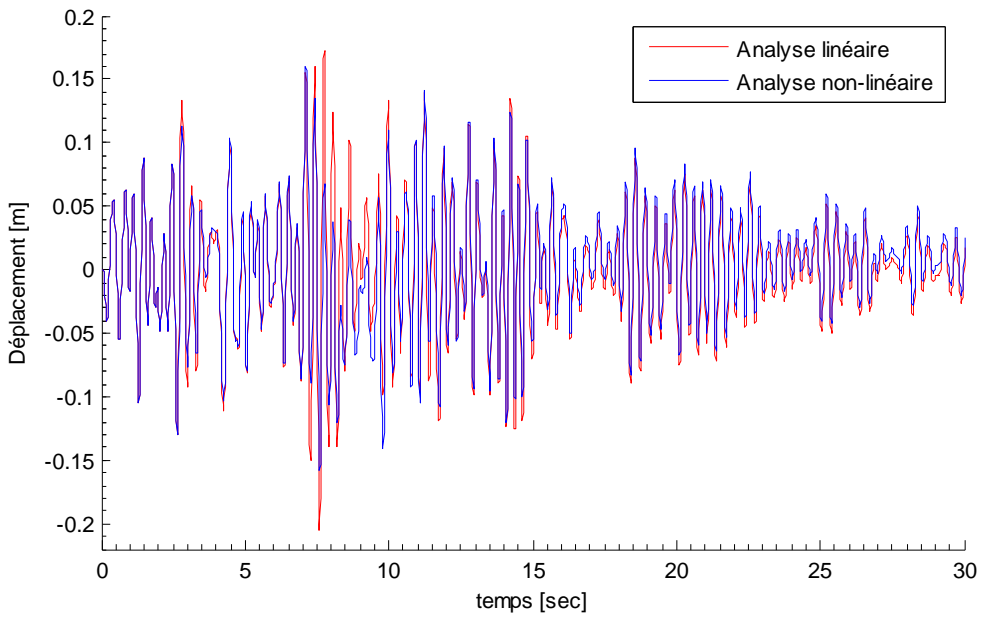


Figure 7.6. Comparaison de l'évolution temporelle de la réponse linéaire et non linéaire pour $\lambda = 30$

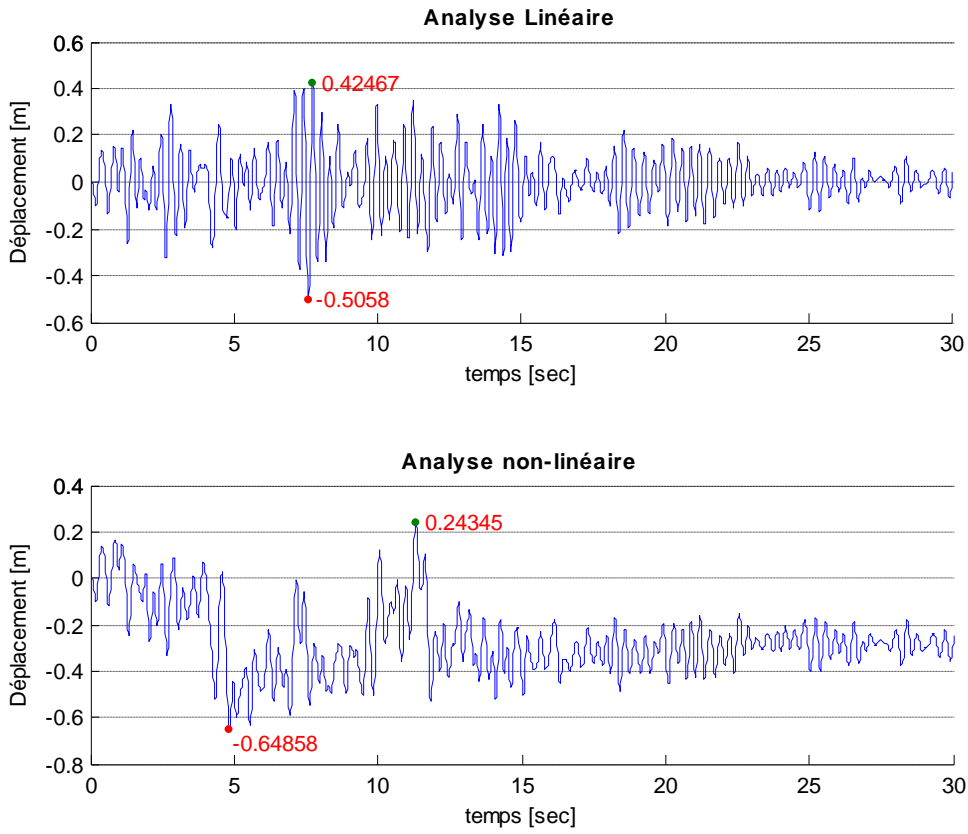


Figure 7.7. Evolution de la réponse temporelle linéaire et non linéaire pour $\lambda = 75$

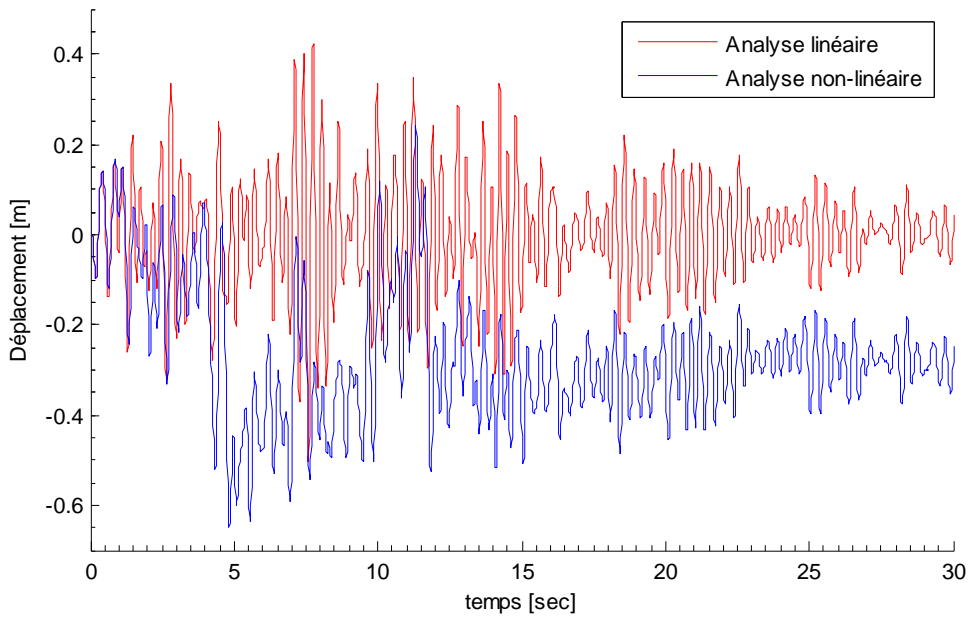


Figure 7.8. Comparaison de l'évolution temporelle de la réponse linéaire et non linéaire pour $\lambda = 75$

7.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a effectué une comparaison entre réponses linéaires et non linéaires d'une structure soumise à une action sismique. Les résultats présentés au tableau (7.1) ainsi que les figures précédentes montrent que :

- Les déplacements relatifs maximums en valeur absolue obtenus par l'analyse temporelle linéaire sont très proches de ceux de l'analyse spectrale élastique, ce qui confirme la correspondance entre les sollicitations fréquentielles $S_e(T)$ et temporelles $a(t)$ utilisées ainsi que l'intérêt de la méthode spectrale dans le calcul dynamique.
- Pour des multiplicateurs λ faibles, le comportement de la structure demeure linéaire.
- Les réponses non linéaires, contrairement à celles linéaires ne sont pas proportionnelles aux multiplicateurs λ .
- Pour des multiplicateurs λ inférieurs à 70, les déplacements relatifs non linéaires sont inférieurs aux déplacements relatifs linéaires, cela résulte de la dissipation d'énergie dans le domaine plastique. Cependant, pour des multiplicateurs supérieurs à 70, les déplacements relatifs non linéaires deviennent plus importants que les déplacements relatifs linéaires, ceci correspond à l'atteinte d'un état limite d'instabilité dynamique au-delà duquel la dissipation d'énergie dans la structure n'est plus suffisante pour s'opposer à des déplacements excessifs [23, 46].
- La réponse non linéaire évolue autour d'une position d'équilibre non nulle (différente de la position d'équilibre initiale), due à l'apparition de déplacements permanents.

Chapitre 8

Evaluation du coefficient de comportement global d'une structure

8.1 Introduction

Au chapitre quatre on a défini le coefficient de comportement et on a vu au passage son intérêt dans les règlements parasismiques. En suite, on a présenté quelques méthodes permettant son évaluation.

L'objectif de ce chapitre est l'application de l'une des méthodes présentées précédemment, en l'occurrence la méthode de Ballio-Sitti. Notre choix s'est porté particulièrement sur cette dernière du fait quelle soit fondée sur l'analyse dynamique inélastique des systèmes à plusieurs degrés de liberté. Ce fondement, élargie son application à différentes catégories de structures et permet d'intégrer explicitement le comportement hystérique complexe des éléments. En outre, elle a l'avantage d'introduire peu de paramètres. Ainsi, le coefficient de comportement global R s'obtient à l'aide d'une relation simple (relation 4.13).

8.2 Application de la méthode de BALLIO et SETTI pour l'évaluation du coefficient de comportement global d'une structure

Pour cette application, on a repris la structure qui a fait l'objet d'étude des deux chapitres précédents. Il s'agit du portique en profilés métalliques d'un hall industriel (figure 6.1).

En ce qui concerne l'excitation dans l'analyse sismique d'une structure, l'utilisation d'un seul accélérogramme particulier n'est pas adéquat. En fait, il est souvent essentiel de considérer un ensemble d'accélérogrammes représentatifs. A cet effet, quatre accélérogrammes sont utilisés pour cette application : le premier est celui généré utilisé au paragraphe (7.2) et les trois autres sont des enregistrements des composantes horizontales de séismes réels, extraits du logiciel de base de données d'accélérogrammes

sous MATLAB « AccDB » compilée à partir de USGS et PEER [49]. Ces accélérogrammes sont : celui enregistré à la sous station d'Impérial Valley, à El Centro en Californie durant le tremblement de terre de l'Impérial Valley du 18 mai 1940 et ceux du séisme de Boumerdes du 21 mai 2003, enregistrés aux stations de Dar El Beida et de Keddara. Ces accélérogrammes sont présentés à la figure (8.1).

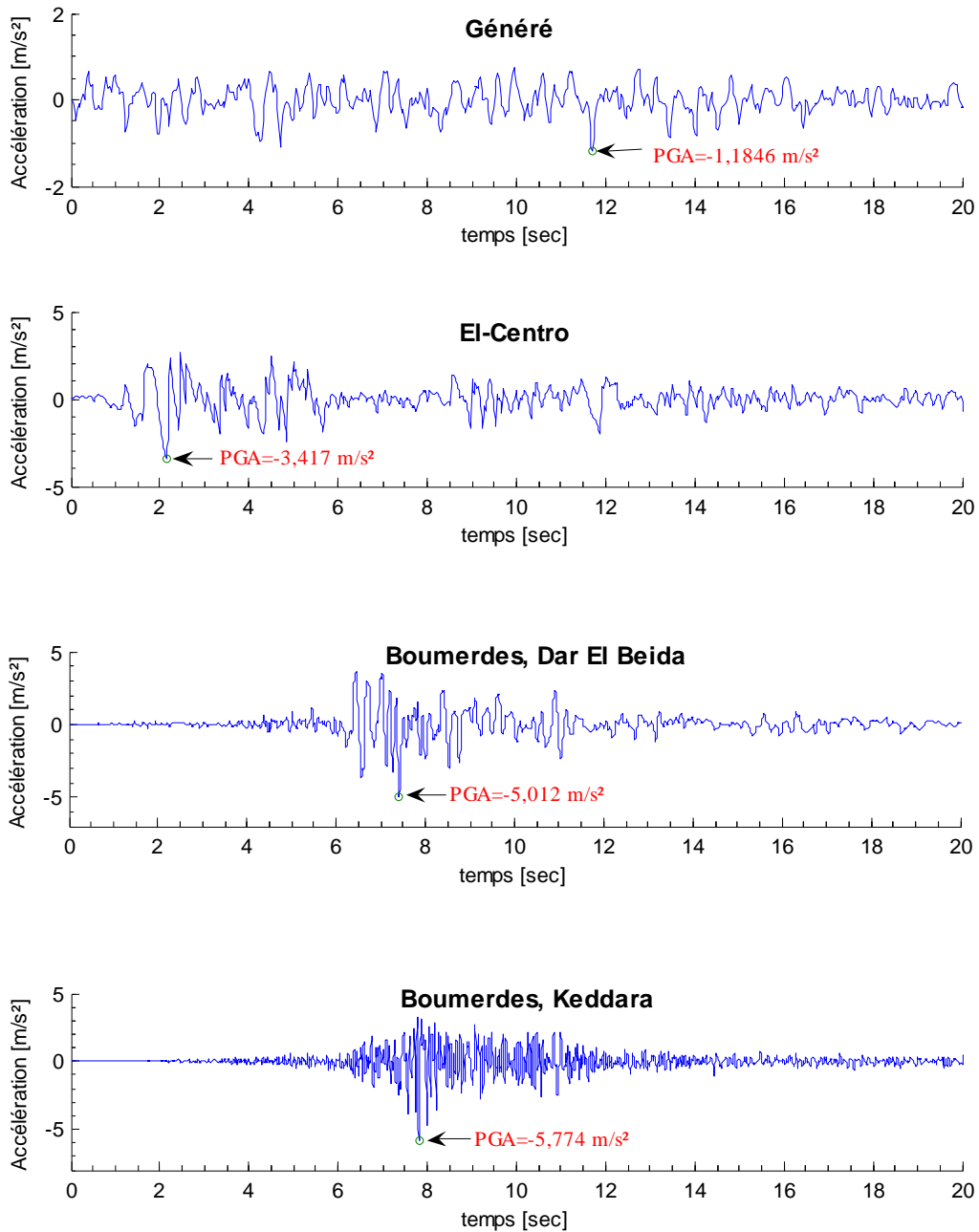


Figure 8.1. Accélérogrammes considérés

Trois paramètres importants caractérisent un séisme : l'amplitude du mouvement du sol qui peut s'exprimer par l'accélération maximale (PGA), le contenu en fréquences de l'accélérogramme et enfin la durée du séisme. Ces paramètres, ont une grande influence sur la réponse de la structure, pour cette raison, la sélection des quatre accélérogrammes précédents, à fait l'objet d'un échantillonnage basé sur ces paramètres, notamment, sur les deux premiers.

Les accélérations maximales (PGA) des accélérogrammes utilisés sont montrées sur la figure (8.1).

Le contenu fréquentiel d'un accélérogramme peut être évalué soit :

- en traçant le spectre de réponse de l'accélérogramme représentant les réponses maximales d'un ensemble d'oscillateurs simples, avec différentes périodes de vibration et taux d'amortissement critique ;
- en traçant le spectre d'amplitude de Fourier de l'accélérogramme.

Les spectres de réponse ainsi que les spectres d'amplitude de Fourier des accélérogrammes considérés sont illustrés respectivement sur les figures (8.2) et (8.3).

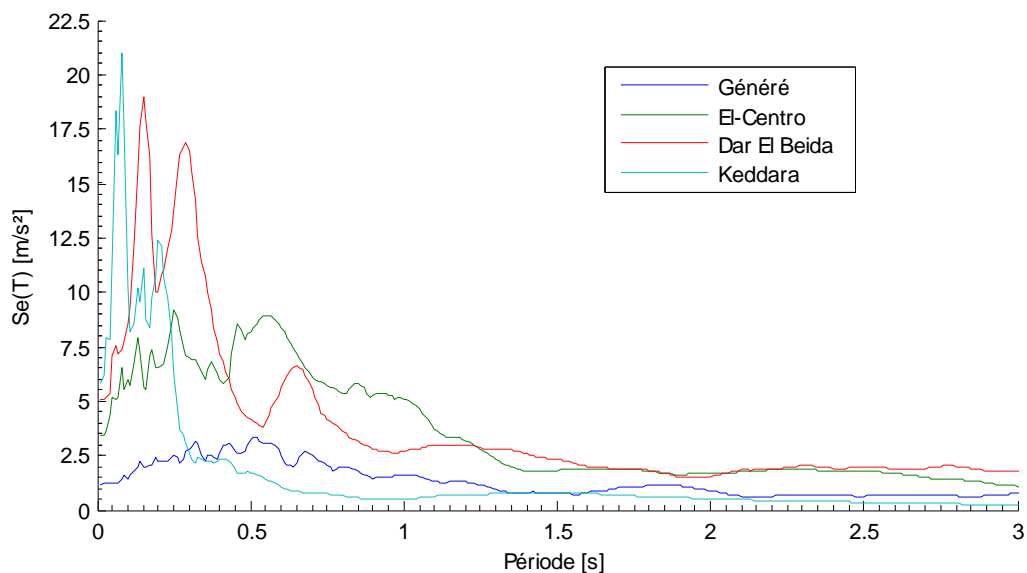


Figure 8.2. Spectres de réponse élastiques des accélérogrammes considérés pour un taux d'amortissement critique $\xi_{cr}=5\%$

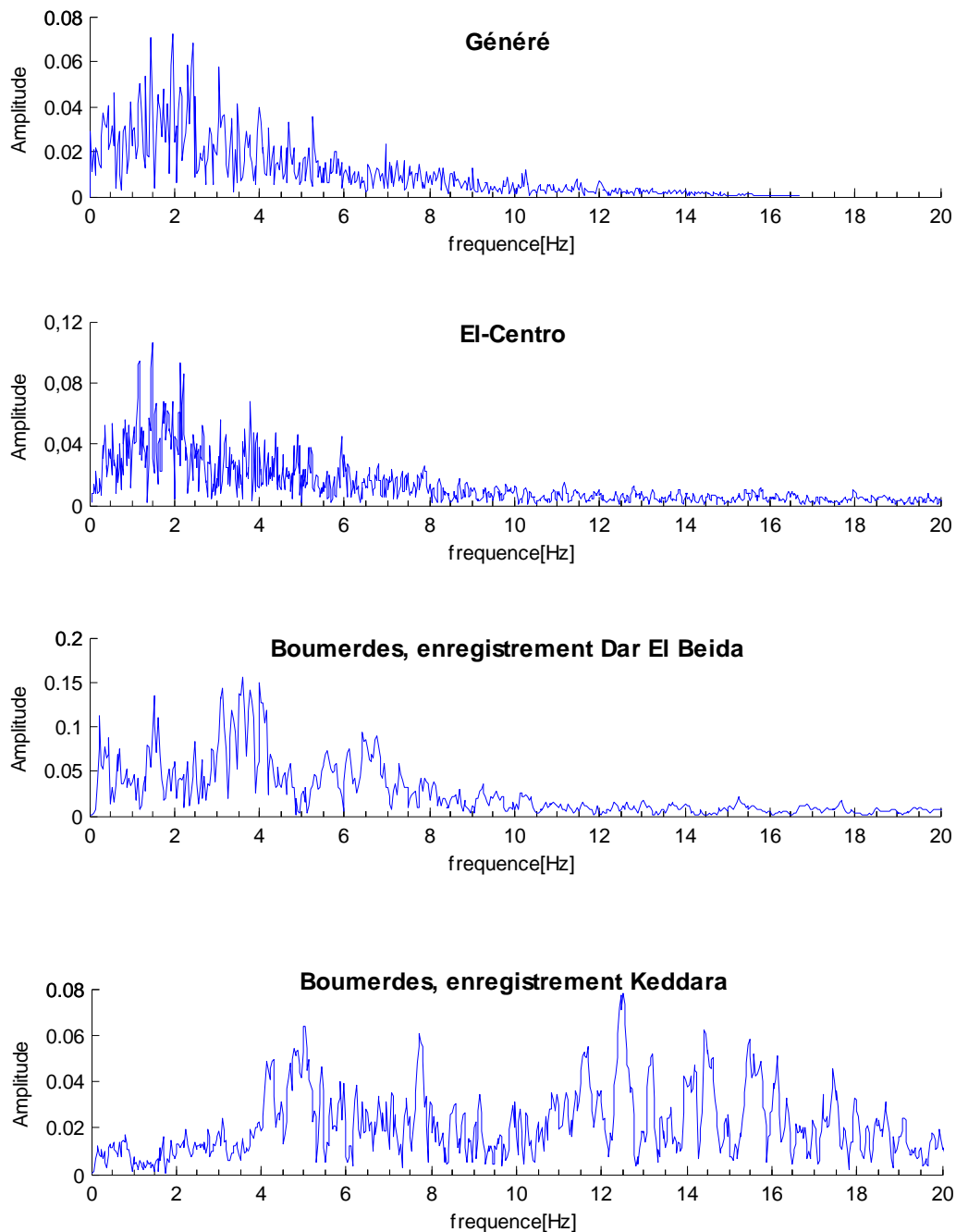


Figure 8.3. Spectres d'amplitude de Fourier des accélérogrammes considérés

8.2.1 Résultat de l'application

Les résultats de la simulation numérique pour les quatre accélérogrammes sont représentés par la figure (8.4).

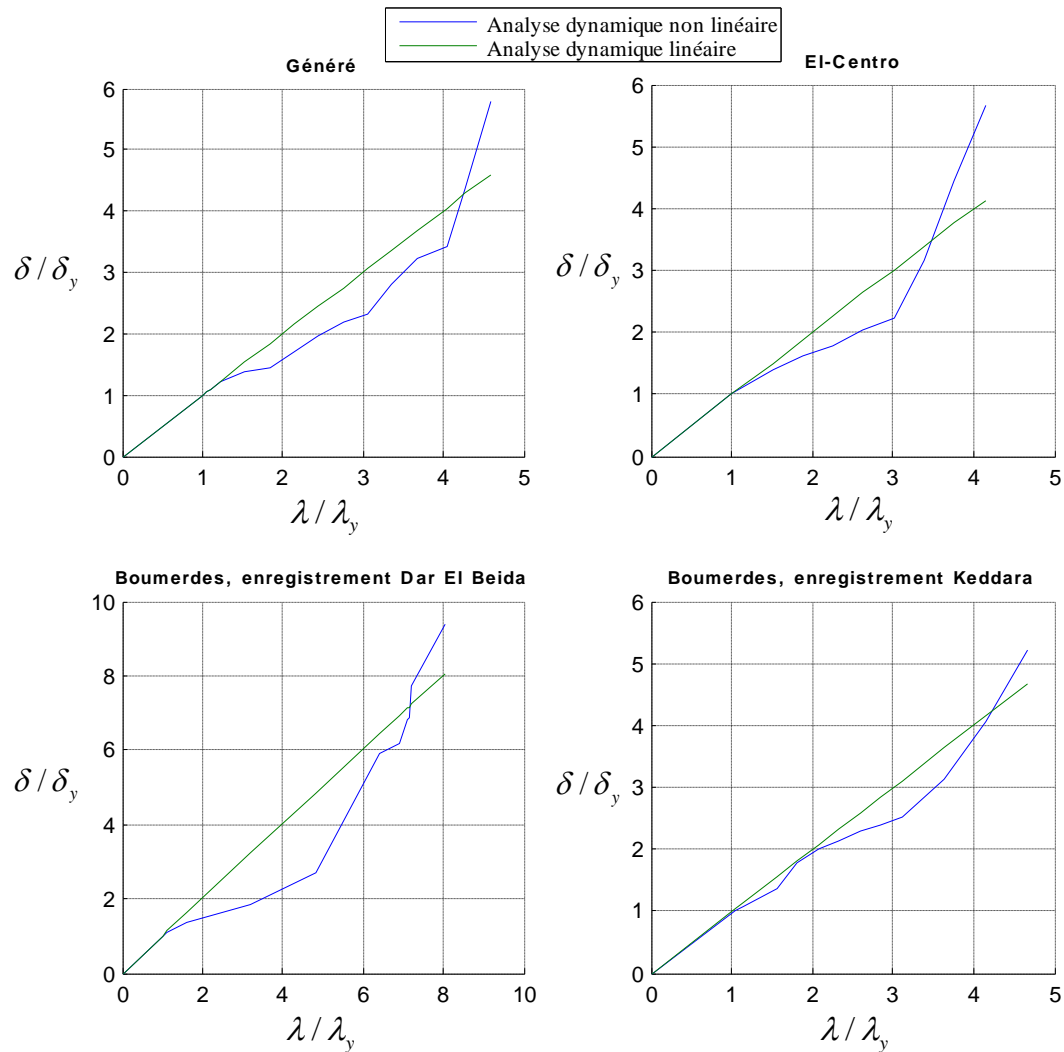


Figure 8.4. Evaluation du coefficient de comportement R par la méthode de BALLIO-SETTI de la structure

En se basant sur la définition : $R = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_y}$, on lit les valeurs de R récapitulées au tableau (8.1).

Tableau 8-1. Valeurs du coefficient de comportement évaluées

Accélérogramme	Coefficient de comportement
Général	4,25
El-Centro	3,48
Boumerdes Dar El Beida	7,18
Boumerdes Keddara	4,22

A partir des résultats du tableau (8.1), on voit que les valeurs du coefficient de comportement global évaluées sont différentes, notamment celle obtenue avec l'accélérogramme de Dar El Beida qui est relativement le double des autres valeurs. Les résultats présentent un écart moyen¹ de l'ordre de 1,198 pour une moyenne arithmétique $\bar{x} = 4,782$, soit un écart moyen de 25% la moyenne arithmétique. L'écart entre la valeur maximale et minimale obtenues est 3,7. En se fiant aux valeurs du coefficient de comportement obtenues, on peut dire que la structure doit dissiper le plus d'énergie sous l'accélérogramme de Dar El Beida, alors quelle doit dissiper le moins d'énergie sous l'accélérogramme d'El Centro.

Selon ce qui précède, les valeurs du coefficient de comportement global évaluées avec la méthode Balilio-Sitti, s'avèrent sensibles au choix des accélérogrammes utilisés pour leur détermination.

Une définition alternative à celle de Balilio-Sitti pour la détermination du coefficient de comportement global, a été donnée par Aribert et Grecea [13], en considérant la réduction de l'effort de cisaillement à la base de la structure, donnée par le rapport :

$$R = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_y} \frac{V_e}{V_{inel}} \quad (8.1)$$

¹ Ecart moyen = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$: renvoie la moyenne des écarts absolus des données par rapport à leur moyenne arithmétique. Mesure la dispersion dans un ensemble de données.

où : V_e : l'effort de cisaillement à la base de la structure au stade de première plastification ;

V_{inel} : l'effort de cisaillement inélastique à la base de la structure, déterminé avec l'analyse dynamique élasto-plastique au stade ultime λ_{max} .

Les résultats obtenus en appliquant la relation (8.1) sont récapitulés au tableau (8.2).

Tableau 8-2. Valeurs du coefficient de comportement évaluées par la définition de Aribert et Grecea

Accélérogramme	Coefficient de comportement
Général	2,55
El-Centro	2,17
Boumerdes Dar El Beida	3,9
Boumerdes Keddara	2,06

Cette fois-ci encore les valeurs du coefficient de comportement global obtenues sont différentes. Sauf que leur écart moyen est moins important, il est égal à 0,61. L'écart entre la valeur maximale et minimale obtenues est aussi moins élevé, il est égal à 1,84. En outre, en considérant la réduction de l'effort de cisaillement à la base de la structure (relation 8.1), les valeurs du coefficient de comportement global diminuent. La structure dissipe le moins d'énergie dans ce cas avec l'accélérogramme de Keddara.

8.3 Conclusion

L'objectif de ce présent chapitre, concerne l'évaluation du coefficient de comportement global R d'une structure à l'aide de l'une des méthodes numériques exposées au chapitre 4.

En appliquant la méthode de Ballio-Sitti, basée sur l'analyse dynamique des systèmes à plusieurs degrés de liberté, il a été évalué le coefficient de comportement global R d'un portique métallique d'un hall industriel en utilisant quatre accélérogrammes distincts. En suite, ce coefficient, a été réévalué avec une approche alternative à celle de Ballio-Sitti, proposée par Aribert et Grecea [13], en considérant la réduction de l'effort de cisaillement à la base de la structure, donnée par la relation (8.1).

On a vu que les valeurs du coefficient de comportement global évaluées pour les quatre accélérogrammes sont différentes. Elles présentent dans certains cas des écarts importants. Ces écarts sont restreints en considérant la réduction de l'effort de cisaillement à la base de la structure. Les résultats obtenus en considérant cette

approche (relation 8.1) sont inférieurs à ceux obtenus avec la relation (4.13) directe de Ballio-Sitti.

De cette étude, on conclut principalement que le coefficient de comportement global d'une structure est sensible aux choix des accélérogrammes adoptés pour son évaluation. Par conséquent, on peut dire logiquement, que pour des structures identiques construites dans des zones sismiques différentes, leurs coefficients de comportement respectifs qui peuvent servir pour leur dimensionnement devront être différents.

Conclusion générale

L'objet de ce travail, était l'étude de la réponse sismique non linéaire et de l'évaluation du coefficient de comportement global des structures portantes formées spécialement par des systèmes de poutres. Dans cette étude on a eu recours à l'utilisation de deux logiciels d'éléments finis « OpenSees » et « ABAQUS », qui permettent la prise en compte des non linéarités matérielles et géométriques ainsi que l'analyse temporelle non linéaire.

Lors de ce travail, on a remarqué qu'une étude dynamique non linéaire n'est pas facile à accomplir même en disposant de logiciels d'éléments finis dédiés à cet effet. Dans le même contexte, lors de l'utilisation du logiciel OpenSees, on a vu que son exploitation n'est pas aisée et exige de l'utilisateur une bonne connaissance et expérience dans le domaine du numérique en général et dans la programmation en éléments finis en particulier. Néanmoins, vu sa spécificité aux calculs sismiques non linéaires, il offre plusieurs possibilités de modélisations du comportement non linéaire comparativement à d'autres logiciels.

Dans l'étude de la variation de la demande ductilité et du coefficient de réduction d'effort en fonction de la variation de la fréquence de sollicitation, on a montré principalement que ces deux paramètres dépendent aussi bien du contenu fréquentiel de la sollicitation que de son amplitude. En effet, on a constaté que le coefficient de réduction d'efforts et la demande de ductilité restent stables pour des périodes de sollicitations distantes de la période fondamentale de la structure. Au voisinage de cette dernière, le coefficient de réduction d'efforts commence à croître de plus en plus que l'on s'approche d'elle. On parle alors du phénomène de résonance.

En revanche, la demande de ductilité ne se produit pas à la rencontre de la période fondamentale mais à une période un peu plus allongée. Ceci s'explique par l'allongement de la période fondamentale lors de la plastification de certaines parties de la structure, ainsi on parle plus de résonance mais de quasi-résonance.

Lors de l'étude de comparaison entre réponse linéaires et non linéaires où on a utilisé des sollicitations qui résulte d'un produit d'un accélérogramme $a(t)$ par un multiplicateur λ , on a constaté essentiellement que :

- Contrairement aux réponses linéaires, les réponses non linéaires ne présentent aucune proportionnalité aux multiplicateurs λ et évoluent autour d'une position d'équilibre non nulle (différente de la position d'équilibre initiale), due à l'apparition de déplacements permanents.
- Pour des multiplicateurs inférieurs à une valeur notée λ_{\max} , les déplacements relatifs non linéaires sont inférieurs aux déplacements relatifs linéaires, qui s'expliquait par la dissipation d'énergie dans le domaine plastique. Cependant, pour des multiplicateurs supérieurs à cette valeur, les déplacements relatifs non linéaires deviennent plus importants que les déplacements relatifs linéaires, ce qui correspondait à l'atteinte d'un état limite d'instabilité dynamique au-delà duquel la dissipation d'énergie dans la structure n'est plus suffisante pour s'opposer à des déplacements excessifs.

En appliquant deux méthodes basées sur l'analyse dynamique inélastique des systèmes à plusieurs degrés de liberté (méthode de BALLIO-SETTI utilisée dans le contexte de l'Eurocode 8 pour les structures en acier et la méthode alternative de Aribert et Grecea) pour l'évaluation du coefficient de comportement global d'une structure, on a vu que les valeurs de ce dernier sont très sensibles aux choix des accélérogrammes adoptés et à la méthode appliquée pour leurs évaluation.

On conclut principalement de cette application que le coefficient de comportement global d'une structure peut dépendre aussi bien de la zone sismique où sera implantée la structure que du système structurel et du matériau constitutif de la structure. Du point de vue sécurité-économie, il peut être intéressant d'introduire dans les règlements parasismiques le paramètre de zones sismiques pour les valeurs du coefficient de comportement.

Bibliographie

- [1] ABAQUS/CAE User's Manual, ©Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc. 2000. Printed in U.S.A.
- [2] ABAQUS/CAE Version 6.5-1, Build ID : 2004_12_02-11.54.55 57 57319. Copyright©2004, ABAQUS, inc.
- [3] ABAQUS, Version 6.5 Documentation.
- [4] AFPS. « *Recommandations* ». Presses de l'école nationale des ponts et chaussées.
- [5] K. J. Bathe, « *Finites Element Procedures* ». 1996 by Prentice-Hall.
- [6] J. L. Batoz & G. Dhatt, « *Modélisation des structures par éléments finis* », Volume 2, Poutre et plaque, ©Hermès, Paris, 1990.
- [7] N. Belhamdi & H. Bourouba, « *Etude de la Réponse sismique des Barrages Poids en Béton par la Méthode des Eléments Finis* ». Projet de fin d'étude d'ingénieur, Université A.Mira de Bejaia, Algérie, juin 2005.
- [8] Y. Belmouden, « *Analyse spectrale non itérative des oscillateurs simples sous l'action des tremblements de terre* ». Bulletin de l'institut scientifique, Rabat, section Sciences de la Terre, 2004, n°26, 1-10.
- [9] Z. Bonev & H. Hirstov « *Behavior factor evaluation based in SDOF système presentation and energy approche* ».
- [10] M. Brunet, « *Analyse des structures non linéaire* ». Polycop résumé du cours INSA de Lyon, département génie mécanique construction, 2000-2001.
- [11] CEN, « Eurocode 8 : *Calcul des structures pour leur résistance aux séismes- Partie1: règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments* » ENV 1998, Décembre 2004.
- [12] CGS « *Règles parasismiques algériennes* ». RPA 99/VERSION 2003. Document technique réglementaire, Ministère de l'habitat.
- [13] L.A. Ciutina , « *Assemblages et comportement sismique de portiques en aciers et mixtes aciers-béton : expérimentation et simulation numériques* », Thèse de Doctorat en génie civil : spécialité Mécanique des structures. Institut national des sciences appliquées de Rennes, 28 novembre 2003.
- [14] A.K. Chopra, « *Dynamics of structures a primer* », University of California, Berkely, published by The Earthquake Engineering Research Institute.

- [15] A.K. Chopra, «*Dynamics of structures : Theory and Application to Earthquake Engineering*», University of California, Berkely, ©1995 by Prentice-Hall, Inc.
- [16] R.W.Clough & J.Penzien, «*Dynamics of structures*». Computer and Structures, Inc. 1995 University Ave.Berkeley, CA 94704 USA.Third Edition.
- [17] C. Conti, «*Dynamique et vibrations de système mécaniques*». Notes de cours FPMS Service Mécanique Rationnelle, Dynamique et Vibrations.
- [18] J.C. Craveur, «*Modélisation des structures, calcul par éléments finis*», Avec problèmes corrigés, 2^{ème} édition, MASSON.
- [19] M.A.Crisfield, «*Non-linear Finite Element Analysis of solids and structures*». Volume 1, Copyright © 1991 by John Wiley & Sons Ltd.
- [20] G. Dhatt & G. Touzout, «*Une présentation de la méthode des éléments finis*», 2^{ème} édition, Maloine S. A. Editeur, 1984.
- [21] C. Doneux, «*Etude du mécanisme de transfert des flexions à la jonction poutre poteau dans les structures en portiques mixtes soumises à une action sismiques*» Thèse de Doctorat en sciences appliquées, université de liège, 2001-2002.
- [22] D. Dubina «*Ductility and Seismic Performance of Thin-Walled Cold-Formed Steel Structures*», Steel Structures 4(2004), p209-222
- [23] A. El Hasouni, «*Etude de la réponse sismique de structures en acier considérant l'effet de vitesses d'allongement élevées sur les propriétés mécaniques du matériau*». Thèse de Doctorat en science de l'ingénieur, université de liège, 2006.
- [24] P. Fajfar, «*Towards Nonlinear Methods for the Future Seismic Codes*», in Seismic Design Practice into the Next Century, Booth (ed.), Balkema, 1998.
- [25] A. Filiatrault, «*Eléments de génie parasismique et de calcul dynamique des structures*», Edition de l'école polytechnique de Montréal, 1996.
- [26] F. Frey & J. Jirousek, «*Analyse des structures et milieux continue, Méthode des Éléments finis*», Traité de génie civil de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.volume 6.
- [27] M.I. Frinswell & J.E.Mottershead, «*Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*». Departement of Mechanical Engeering, University of Wales Swansea, Swansea.U.K, LUWER ACADEMIC PUBLISHERS.
- [28] F. Hartman & C. Katz, «*Structural Analysis with Finite Elements*», Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007.
- [29] International Conference of Building Officials. «*Uniform Building Code (UBC)* », Whittier, California, USA, 1997.
- [30] J.F.Imbert, «*Analyse des structures par éléments finis*», 3^{ème} édition, Cépadués-Éditions.

- [31] O.Kada, « *Réponse sismique de structures à comportement non linéaire sur sol Rocheux* ». Thèse de magistère, Ecole nationale polytechnique Alger, 2002.
- [32] A.Khennane. « *Méthode des Eléments Finis, Enoncé des Principes de base* ». Institut de Génie Civil, Université de Tizi-Ouzou
- [33] D. Lamblin, « *La méthode des élément finis, problèmes non linéaires et introduction au calcul sismique* ». Notes de cours FPMS service génie civil et mécanique des structures. Novembre 2005.
- [34] P. Lestuzzi, « *Dynamisches Plastisches Verhalten Von Stahlbetontragwänden Unter Erdbebeneinwirkung* », Doktor Der Technischen Wissenschaften, Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2000.
- [35] P. Lestuzzi, « *SimSeism.m* », Free software for earthquake engineering and structural dynamic. Laboratoire d'informatique et appliquées à la construction, EPFL.
- [36] P. Lestuzzi & M.Badoux, « *The γ -Model : A Simple Hysteretic Model for Reinforced Concret Walls* ».
- [37] P.Lestuzzi, Y.Belmouden, M. Trueb, « *Non linear seismic behavior of structures with limited hysteretic energy dissipation capacity* », Bull Earthquake Eng (2007) 5:549–569.
- [38] G.R. Liu & S.S. Quek « *The Finite Element Method* » A practical course. Department of Mechanical Engineering, National University of Singapore, Butterworth-Heinemann, First published 2003
- [39] S. Mazzoni, F. McKenna, G.L. Fenves « *OpenSees Command Language Manual* », Site Internet :<http://opensees.berkeley.edu/OpenSees/user/primer.php>
- [40] F. Mazzolani & V.Piluso « *Theory and Desing of Seismic Resistant Steel Frames* » Publié par Tylor & Francis, 1966.
- [41] T. Minami & Y. Osawa, « *Elastic-Plastic Response Spectra for Different Hysteretic Rules* », Earth Quake Engineering and Structural Dynamics, VOL. 16. 555-568 (1988).
- [42] E. S. Mistakidis, « *Evaluation of the total ductility in steel structures through a nonconvex energy optimization approach* », Engineering Structures 21 (1999) 810–822. ELSEVIER.
- [43] OpenSees « *Open System for Earthquake Engineering Simulation* ». <http://opensees.berkeley.edu/index.php>, Site Internet d'OpenSees.
- [44] P. Paultre, « *Dynamique des structures. Application aux ouvrages de génie civil* ». Publications hermes sciences, ©LAVOISIER 2005
- [45] A. Pecker, « *Dynamique des structures et des ouvrages* ». Ecole des ponts et chaussées, Edition 2006.

-
- [46] A. Plumier « *Constructions en zone sismique* » faculté des sciences appliquées, Département d'architecture, géologie, environnement et structure, université de liège, Edition 2007.
- [47] M. Prat, « *La modélisation des ouvrages* ». Publications hermes sciences, ©Hermès, Paris, 1995
- [48] P. Schwab & P.Lestuzzi, « *Assessment of the Seismic Non-Linear Behavior of Ductile Structures Due to Synthetic Earthquakes* ». EPFL ENAC IS IMAC
- [49] A. Seghir, « *AccDB* ». Logiciel de Base de données d'accélérogrammes sous MATLAB compilée à partir USGC et PEER
- [50] E. L. Wilson, « *Threes-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structure* » Computer and Structures, Inc. Berkeley, California, USA. Third Edition
- [51] J.Wolfgang, « *Règle de construction parasismique : Règles PS applicables aux bâtiments-PS92* », Edition EYROLLES.
- [52] O.C. Zienkiewicz & R.L.Taylor. « *La méthode des éléments finis. Formulation de base et problèmes linéaires* », Afnor, technique, 1991.
- [53] O.C.Zienkiewicz & R.L.Taylor. « *The finite element method. Volume 1 : The Basic* », tifth edition by Butterworth-Heinemann, 2000.
- [54] O.C.Zienkiewicz & R.L.Taylor. « *The finite element method. Volume 2 : Solid Mechanics* », tifth edition by Butterworth-Heinemann, 2000.
- [55] O.C.Zienkiewicz & R.L.Taylor. « *The finite element method. vol 2. Solid and Fluid Mechanics Dynamique and Non-Lineatity* », 4th edition, published by McGRAW-HILL Book Company Europ.
- [56] T.F. Zahrah, A.M.ASCE and W.J. Hall, F.ASCE « *Earthquake Energy Absorption in SDOF Structures* ». Journal of structural engineering, Vol. 110, N°. 8, August, 1984.

Résumé

En cas de sollicitations sismiques majeures appliquées aux structures, les caractéristiques mécaniques se trouvent souvent modifiées, par conséquent, le calcul linéaire devient insuffisant et le recours à un calcul non linéaire apparaît plus réaliste et mieux adapté. La forme la plus complète d'analyse non linéaire des structures sous sollicitations sismiques, est le calcul dynamique temporel non linéaire, couramment appelé « analyse temporelle non linéaire ». Cependant la plupart des codes de calcul parasismique (RPA, UBC, EC 8,...etc.) ne privilégient pas ce type de calcul très coûteux, même pour les structures les plus simples, mais prennent en compte la non linéarité en recourant à des spectres de réponses inélastiques appelés « spectre de réponse de calcul ». Ces derniers sont construits à partir de spectres élastiques en introduisant un coefficient de comportement global de la structure.

Le présent travail, fait l'objet d'une étude des effets du comportement non linéaire sur la réponse dynamique et sismique globale des structures portantes formées spécialement par des systèmes de poutres et par suite l'évaluation de leur coefficient de comportement global. L'étude est menée en utilisant deux logiciels d'éléments finis « OpenSees » et « ABAQUS » qui permettent à la fois la modélisation du comportement non linéaire et l'analyse temporelle non linéaire.

La structure retenue pour cette étude est un portique plan en profilés métalliques. Les liaisons poutre-colonnes sont supposées rigides. Un modèle de comportement bilinéaire élasto-plastique avec écrouissage est utilisé.

Mots clés : Ductilité, Dissipation D'énergie, Coefficient de comportement global, Réponse sismique non linéaire, Eléments finis.